

Table des matières

Introduction	13
A. Une histoire de magnétométrie	13
B. Vers le biomagnétisme	14
1) Des applications exigeantes	14
2) Une compétition SQUIDs / OPMs Alcalins	15
3) L'hélium comme troisième alternative	15
C. Bases de fonctionnement des magnétomètres	16
Chapitre I	
Rappels sur la magnétométrie à pompage optique de l'hélium 4	18
A. L'hélium 4	18
B. Absorption optique	20
1) Intensité des raies d'absorption	20
2) Dépendance fréquentielle	21
3) Section efficace d'absorption	25
C. Pompage optique	26
1) Sélectivité de l'absorption lumineuse	26
2) Polarisation atomique	30
D. Effet Hanle sur un système atomique orienté	31
1) Approche qualitative	31
2) Approche quantitative	32
E. Effets collisionnels dans l'hélium 4	34
1) Effets liés à la décharge HF	34
2) Autres effets	35
F. En résumé	36
Chapitre II	
L'alignement atomique et son évolution	37
A. Rappels de la description mathématique	37

B.	Approximation à trois étapes appliquée à l’alignement	39
1)	Préparation par pompage optique	39
2)	Evolution globale du système	40
3)	Gamme de validité de cette approche.....	42
C.	Description quantitative du pompage	45
1)	Description du faisceau lumineux	46
2)	Évolution du système atomique.....	47
3)	Pompage de D_0 , D_1 , D_2	51
4)	Etat stationnaire d’alignement	52
5)	Vérification expérimentale.....	54
D.	En résumé.....	57
 Chapitre III		
	Mesure optique des états atomiques	58
A.	Interaction lumière-matière, approche classique	58
1)	Indice optique et coefficient d’absorption	58
2)	Absorption et dispersion.....	60
B.	Application à l’alignement atomique	61
1)	Susceptibilité d’un milieu polarisé optiquement	61
2)	Schémas de mesure expérimentaux.....	63
3)	Représentation géométrique	65
4)	Visualisation des effets de l’alignement	66
C.	En résumé.....	67
 Chapitre IV		
	Magnétomètres Hanle basés sur l’alignement atomique.....	68
A.	Magnétomètre Hanle à absorption.....	68
B.	Magnétomètre Hanle à biréfringence	70
C.	Mesures multi-axes.....	75
1)	Absorption.....	75
2)	Biréfringence.....	76
D.	Montage expérimental	77
1)	Premier montage	77
2)	Deuxième setup	79
3)	Mesures des signaux et conditions expérimentales.....	80
E.	En résumé.....	81

Chapitre V

Magnétomètres à résonance paramétrique basés sur l’alignement atomique.....	82
A. Atome habillé par un champ radiofréquence	82
1) Formalisme mathématique	83
2) Evolution atomique à faible puissance optique	85
B. Atome habillé par deux champs radiofréquences	89
C. Architectures de capteurs possibles	91
1) Absorption	91
2) Biréfringence	96
D. Evolution atomique à forte puissance optique	97
1) Avec un champ RF	97
2) Avec deux champs RFs.....	100
E. En résumé	100

Chapitre VI

Imperfections de la mesure	101
A. Pompage optique par le faisceau sonde.....	101
B. Effets de light-shifts.....	104
1) Light-shift scalaire.....	104
2) Light-shift vectoriel.....	104
3) Light-shift tensoriel.....	105
C. Termes non séculaires.....	106
D. Bruit intrinsèque des magnétomètres : principales sources.....	109
1) Bruits fondamentaux.....	109
2) Bruits techniques	112

Chapitre VII

Limites théoriques du bruit intrinsèque pour différentes architectures de magnétomètres	116
A. Mesure d’effet Hanle en biréfringence	116
1) Niveau de sensibilité.....	117
2) Influence de la longueur de cellule	117
3) Séparation des rôles pompe / sonde	118

B.	Mesure d'absorption en résonance paramétrique.....	121
1)	Mesure à un champ RF	121
2)	Mesure à 2 RFs	125
C.	En résumé.....	126
	Conclusion, perspectives	127
Annexe I.	Etat d'équilibre du pompage optique pour de faibles puissances optiques.....	133
Annexe II.	Décomposition tensorielle de la matrice densité des photons pour différentes directions de propagation.....	135
Annexe III.	Éléments de calcul pour les raies D_0, D_1 et D_2.....	136
Annexe IV.	Matrices de susceptibilité en base cartésienne.....	137
Annexe V.	Expression du signal de photodétection.....	139
Annexe VI.	Corrections non séculaires à la dynamique du magnétomètre à résonance paramétrique en alignement.....	142
Bibliographie	145

Introduction

A. Une histoire de magnétométrie

La découverte des phénomènes de résonance magnétique a marqué une grande avancée dans le domaine de la magnétométrie et de ses champs d'applications. Dès 1944-45, E.K. Zavoisky fait état de sa découverte de la Résonance Paramagnétique Électronique (RPE) [1], et en 1946 Edward Mills Purcell et Félix Bloch démontrent expérimentalement la Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) [2-5]. Ces méthodes ont depuis lors permis le développement d'un grand nombre d'applications d'analyse des matériaux et d'imagerie par résonance magnétique (IRM). En parallèle à cela, émerge de la théorie quantique le principe de pompage optique [6,7], qui permet de préparer des états fortement éloignés de l'équilibre thermodynamique, faisant apparaître une très forte polarisation de spins. Combinées, ces deux méthodes ont permis à Francis Bitter et Jean Brossel de proposer le concept des magnétomètres à pompage optique à « double résonance » [8,9]. Ce type de magnétomètres s'est par la suite avéré extrêmement utile dans des applications variées, dont la mesure du champ magnétique terrestre ou d'autres planètes notamment dans les missions spatiales Mariner 4 et 5 [10], Pioneer 10 et 11 [11] et SWARM [12]. Bien qu'idéaux pour la mesure absolue d'un champ magnétique, ces capteurs nécessitent un certain niveau de champ magnétique ($\gtrsim 100$ nT) qui provoque une dynamique suffisamment rapide pour que les effets de cohérence introduits par le pompage optique se moyennent à zéro.

Cependant, il existe un autre effet par lequel un faible champ magnétique influe sur une lumière traversant un milieu polarisé. Il s'agit de l'effet Hanle découvert en 1924 [13]. Mais tant pour des raisons théoriques qu'expérimentales, l'étude approfondie de cet effet a mis très longtemps à se faire. En effet, il requiert de générer des champs très faibles et stables, donc l'emploi de blindages magnétiques de très bonne qualité. Sur le plan théorique, il a fallu attendre l'introduction par J.P. Barrat et C. Cohen-Tannoudji de la théorie complète du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité [14,15] pour parfaitement le comprendre. Dès lors il a été imaginé d'appliquer l'effet Hanle dans un milieu pompé optiquement à la mesure de champs faibles [16,17], donnant ainsi naissance à deux types d'architectures de magnétomètres dites « champ nul » encore en plein essor à l'heure actuelle. Il s'agit en premier lieu des capteurs dits à effet Hanle, qui sont une mise en application directe du phénomène, et, en second lieu, des magnétomètres à résonance paramétrique, dans lesquels la dynamique magnétique est modulée par un ou deux champs radiofréquences, générant de ce fait une ou plusieurs modulations sur le signal.

Ces développements ont été portés en parallèle sur plusieurs types d'espèces atomiques, dont principalement les métaux de transition (mercure, cadmium, ...), les métaux alcalins (rubidium, césium, ...) et les deux isotopes stables de l'hélium (^3He et ^4He) [18]. Ces espèces étaient au début pompées grâce à des lampes, puis l'arrivée des lasers a permis une augmentation drastique de l'efficacité du pompage optique [19]. Longtemps limités par le déphasage dû aux échanges de spins, les magnétomètres basés sur les alcalins ont pu s'en affranchir récemment grâce à un mode de fonctionnement appelé SERF (Spin-Exchange Relaxation-Free) [20,21]. Les performances des magnétomètres à alcalins utilisant du potassium [22] et du rubidium [23,24], se sont ainsi fortement améliorées, leur permettant

ainsi de descendre sous la barrière symbolique du femtotesla par racine de hertz, un niveau de sensibilité¹ comparable à celui des SQUIDS [25] (Superconducting QUantum Interference Devices).

B. Vers le biomagnétisme

1) Des applications exigeantes

Grâce à ces résultats, il a naturellement été envisagé d'utiliser des magnétomètres à pompage optique pour des applications médicales, longtemps réservées aux SQUIDS car nécessitant de très bons niveaux de sensibilité des capteurs : la magnétoencéphalographie, la magnétocardiographie et la magnétocardiographie fœtale. Les signaux biologiques typiques dans ces applications sont de l'ordre 100 fT à 10 pT, dans une bande passante de 0 - 1 kHz environ (fig.1) [26].

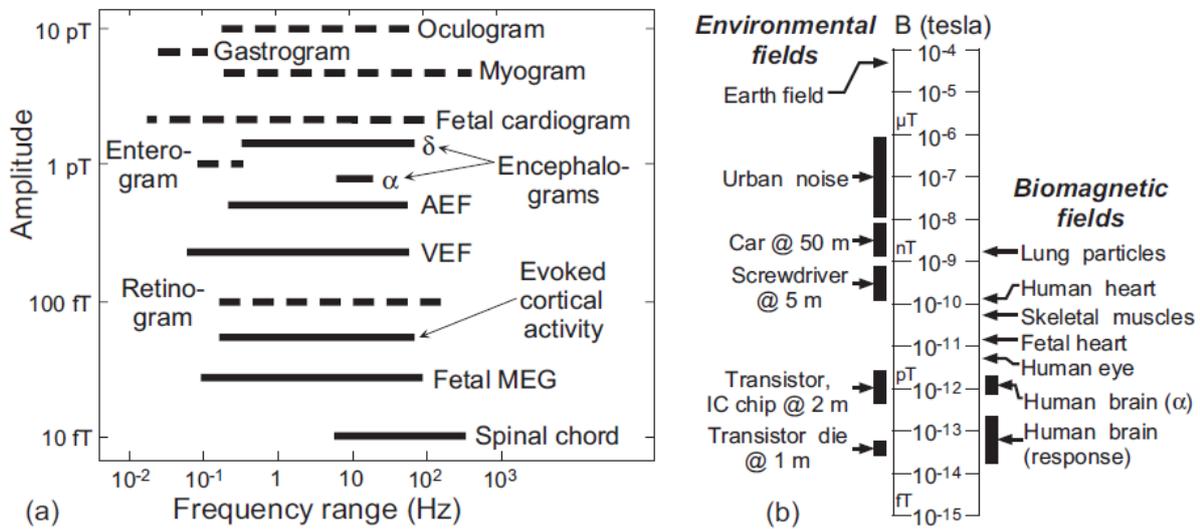


Figure 1 : Signaux biomagnétiques humains : amplitude et gamme fréquentielle caractéristique [25].

En effet, les systèmes de mesure à SQUIDS sont extrêmement coûteux (de l'ordre de 2 M€ à l'installation) car ils requièrent un bain d'hélium liquide pour être refroidis. A l'heure actuelle la majorité des systèmes ont également besoin que ce bain soit changé hebdomadairement. Bien que l'utilisation de cryostats à cycle fermé (cryo-cooler) se soit répandue cette dernière décennie, ce système est à l'origine de vibrations basses fréquences pouvant générer du bruit dans les bandes de mesure biomédicales. Le premier magnéto-encéphalographe basé sur un cryo-cooler a été commercialisé par York Instruments en 2018. Le refroidissement et la structure du capteur imposent néanmoins une rigidité du système global de mesure et un éloignement minimal de la tête du patient (4 à 5 cm) pour des raisons évidentes d'isolation thermique. Plusieurs inconvénients découlent de ces caractéristiques. Le

¹ Dans le domaine de la magnétométrie atomique, la sensibilité (traduction directe de « *sensitivity* » fait en réalité référence au rapport signal à bruit du capteur (mathématiquement bruit/signal), exprimé en T/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Au cours du manuscrit, ce terme pourra faire référence à cette notion, ou à celle, plus commune, de variation du signal de mesure induit par une faible variation de champ magnétique. Si le terme est ambigu, il sera rappelé de quelle notion il s'agit.

capteur ne peut s'adapter parfaitement à la morphologie des patients, les mesures sont donc sensibles à de potentiels mouvements du corps ou de la tête. De plus, l'éloignement réduit l'intensité du champ mesuré (les sources étant dipolaires, il est fortement préjudiciable de s'éloigner), et réduit la résolution spatiale de localisation des sources (indépendamment du niveau de signal mesuré) [27]. Il a donc été logique de chercher à contourner ces défauts en utilisant des OPMs (Optically Pumped Magnetometers) qui ne présentent pas les mêmes inconvénients.

2) Une compétition SQUIDs / OPMs Alcalins

Pour les mesures biomagnétiques dont il est question ici, deux acteurs occupent actuellement le devant de la scène. D'une part les SQUIDs, capteurs historiques du domaine, aux performances longtemps inégalées, et d'autre part les OPMs à alcalins, qui commencent à se démarquer par certains atouts. Par exemple, les OPMs permettent de concevoir un réseau souple de capteurs, avec un assemblage fait par impression 3D ou solidarisé au moyen d'un tissu. Dans les deux cas, le faible coût de l'assemblage et sa mobilité rendent possible l'adaptation parfaite du système à la morphologie du patient. En ce qui concerne l'isolation thermique, les métaux alcalins ont besoin d'être chauffés aux alentours de 180°C pour accéder au régime SERF. L'isolation thermique est nécessairement moins difficile que pour de l'hélium liquide, et permet de rapprocher les capteurs du scalp. Elle ne peut cependant pas être retirée et impose une certaine distance entre l'élément sensible et le scalp. Des essais cliniques prometteurs ont été réalisés sur des patients avec ces capteurs [28–34].

D'autres OPMs à base d'hélium 4 possèdent des caractéristiques légèrement différentes, offrant une alternative intéressante également.

3) L'hélium comme troisième alternative

Dans ce contexte, le LCHP (Laboratoire Capteurs Hautes Performances) du CEA leti, fort de son expertise sur les magnétomètres hélium suite à la mission spatiale SWARM, a initié le développement de capteurs champ nul à hélium 4 pour les applications médicales. L'hélium présente en effet des caractéristiques intéressantes pour ces applications. Gazeux à température ambiante, il n'a besoin ni d'être chauffé ni d'être refroidi. Bien qu'il faille lui appliquer un champ haute fréquence (de l'ordre de quelques MHz) pour peupler l'état métastable et l'utiliser en magnétométrie, cela ne crée pas de modification significative de température extérieure au gaz. Ainsi en plus de pouvoir bénéficier d'une architecture adaptable à toute morphologie, le capteur peut venir se poser au contact du scalp. Par contre, son temps de relaxation est bien plus court que celui des alcalins, rendant plus difficile l'atteinte de sensibilités très favorables. La bande passante du capteur s'en trouve en contrepartie augmentée (jusqu'à 2 kHz, contre < 150 Hz pour les alcalins en pratique), ce qui peut s'avérer intéressant pour les études de l'épilepsie pour laquelle des signaux de fréquences jusqu'à 500 ou 600 Hz sont observés [35,36]. Enfin, il est à noter que les magnétomètres hélium à résonance paramétrique, nous le verrons par la suite, permettent naturellement d'effectuer une mesure vectorielle des trois composantes du champ magnétique. Les mesures peuvent ainsi être réalisées en boucle fermée, où des bobines sont utilisées pour générer un champ compensatoire ramenant constamment le capteur dans un régime de champ très faible. Cela permet d'une part d'élargir grandement la gamme dynamique de mesure et d'autre part de rendre le capteur parfaitement insensible aux effets de deuxième ordre en champ magnétique (dépendances entre les mesures des différentes composantes, dégradation de la sensibilité).

Les premiers essais de validité expérimentaux ont d'ailleurs pu être réalisés par le laboratoire dans le cas de la magnéto-cardiographie [37] et de la magnéto-encéphalographie [38]. Seul inconvénient encore rédhibitoire dans l'utilisation de ces capteurs à plus grande échelle : leur niveau de bruit. Les magnétomètres utilisés lors de ces tests affichent une sensibilité de $200 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Suffisante pour une preuve de concept, elle est un obstacle pour certaines mesures médicales réalisées pour des applications de recherche ou de diagnostic.

Le traitement des données diffère drastiquement d'un type de mesure à l'autre (rythme α , β , champ évoqué, etc). Il n'est donc pas facile de spécifier un niveau de bruit nécessaire du capteur, puisque chaque application va demander une sensibilité différente. Pour s'en convaincre, on peut imaginer une mesure d'activité spontanée sans moyennage sur une bande fréquentielle de 40 Hz (bande très ouverte en MEG). Pour qu'un signal d'amplitude pic-pic 100 fT s'élève au-dessus de 95% du bruit du capteur, le niveau de sensibilité nécessaire est de $8 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Pour des bandes plus réduites, ou pour des mesures permettant de moyenner plusieurs résultats, la sensibilité nécessaire serait nécessairement moins stricte, alors qu'elle peut se durcir pour la recherche de signaux inférieurs à 100 fTpp.

Il convient cependant de nuancer l'importance de la sensibilité, alors que l'éloignement des capteurs aux sources magnétiques est également un facteur déterminant. Il a en effet été montré qu'un réseau de capteurs d'une sensibilité de $50 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ situés contre le scalp apporte globalement plus d'information qu'un réseau de magnétomètres d'une sensibilité de $1 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ situés à 3 cm environ du scalp à cause de l'isolation thermique [39].

L'objectif de cette thèse est ainsi d'étudier en détail les caractéristiques des magnétomètres hélium, afin de faciliter l'exploration des améliorations possibles des capteurs.

C. Bases de fonctionnement des magnétomètres

Bien que les principes physiques mis en jeu au sein des capteurs soient détaillés par la suite, il est intéressant pour cerner l'axe d'étude de cette thèse d'en rappeler certaines bases. Pour tous les OPMs, le pompage optique a pour objectif de briser l'égalité des populations des sous-niveaux Zeeman², afin de créer une forte anisotropie des caractéristiques magnétiques du milieu sensible. L'évolution de cette anisotropie en présence du champ magnétique est directement liée à l'intensité de ce champ. On peut ainsi déduire le champ magnétique par mesure de cette évolution.

On distingue deux types de pompage, selon la polarisation du faisceau optique utilisé. Si le faisceau est polarisé circulairement, en se propageant suivant une direction \mathbf{k} , le pompage est dit en *orientation*. Dans ce cas, la polarisation créée au sein du milieu correspond notamment à $\langle \hat{S}_k \rangle \neq 0$, avec \hat{S} l'opérateur du moment cinétique total. Orienter un milieu revient donc à faire apparaître un moment magnétique global à l'échelle macroscopique de l'échantillon, ou encore un moment dipolaire magnétique. Tout niveau de spin non nul peut être pompé de la sorte. Le deuxième type de pompage résulte de l'utilisation d'un faisceau polarisé rectilignement ou non polarisé. On parle alors d'*alignement*, pour lequel on fait apparaître dans le milieu une polarisation de la forme $\langle \hat{S}_k \rangle = 0$, $\langle 3\hat{S}_k^2 - \hat{S}^2 \rangle \neq 0$.

² Au sein d'un niveau atomique, le choix d'un axe de quantification adapté au problème permet toujours d'appréhender le pompage comme un phénomène mettant en jeu uniquement les populations [40].

L'axe \mathbf{k} désigne alors respectivement l'axe de polarisation de la lumière (si polarisée), ou son axe de propagation (si non polarisée). Par analogie avec le cas précédent, on parle alors de moment magnétique quadrupolaire. Un niveau ne peut être pompé en alignement que si son spin est au moins égal 1.

L'apparition et l'évolution de ce moment magnétique induisent ensuite une modification des propriétés optiques du milieu pompé. On distingue deux types d'effets possibles du milieu sur un faisceau traversant :

- Les effets d'absorption, pour lesquels on étudie l'évolution de l'intensité optique en sortie du milieu.
- Les effets de dispersion, affectant la phase du faisceau, pouvant se traduire par trois phénomènes observables : rotation de polarisation (effet Faraday), biréfringence linéaire (changement d'ellipticité) et déphasage optique sans modification de la polarisation globale.

La quasi-totalité des magnétomètres à alcalins développés actuellement se basent sur un pompage en orientation. Historiquement, les magnétomètres hélium de SWARM devaient être pompés en alignement pour des raisons d'isotropie de la mesure [41]. Sans que rien d'autre que l'habitude le justifie, le pompage en polarisation linéaire s'est ensuite naturellement transmis à l'étude des magnétomètres à champ nul. Mais bien que la description d'un tel magnétomètre soit semblable à celle de l'orientation, elle n'avait pas été formalisée. En particulier des expressions partielles des signaux de l'effet Hanle en alignement ont été publiées en 2012 [42] en se limitant à des intensités optiques faibles, et celles du magnétomètre à résonance paramétrique ne l'avaient pas été.

Notons enfin que la biréfringence induite par l'alignement a également été décrite théoriquement [43–46], mais n'a que très rarement été étudiée par la suite, et principalement en champ ambiant [43,47,48]. Nous dédierons ainsi une grande partie de nos études à ce phénomène.

Nous rappellerons donc pour commencer les principales caractéristiques de l'hélium 4 permettant la réalisation de magnétomètres à pompage optique (Chapitre I). Le premier objectif de la thèse est d'étudier l'évolution de l'alignement. En particulier nous verrons qu'une description telle que celle présentée par Evelina Breschi et Antoine Weis [42] n'est pas appropriée aux intensités optiques usuelles pour l'hélium 4. L'objectif est donc d'obtenir un modèle valide à plus forte intensité, qui permette de décrire avec précision les signaux observés expérimentalement (Chapitre II).

Nous nous intéresserons ensuite à l'effet réciproque des atomes sur la lumière. Bien que la théorie soit déjà parfaitement établie, seules des expressions très générales ont été écrites. Il est très difficile à partir de ces expressions de déduire quelles architectures de capteurs peuvent présenter un avantage pour des mesures magnétiques. Il sera donc intéressant de les développer au maximum dans le cas de l'hélium 4 (Chapitre III). Nous détaillerons ensuite les différentes architectures qui peuvent être réalisées pour un magnétomètre à hélium 4, en vérifiant que les expressions établies décrivent correctement leur comportement (Chapitre IV et Chapitre V). Enfin nous évoquerons les différents bruits auxquels est soumis le capteur et qui limitent la sensibilité atteignable (Chapitre VI). De la sorte, nous serons en mesure de prédire les niveaux de sensibilité que sont capables d'atteindre les capteurs, et surtout de les comparer (Chapitre VII).

Chapitre I

Rappels sur la magnétométrie à pompage optique de l'hélium 4

Comme nous l'avons rapidement signalé au cours de l'introduction, un magnétomètre à pompage optique se base sur l'utilisation d'une espèce atomique soumise à trois principaux effets : le pompage optique, la libre évolution magnétique, et la mesure de l'état magnétique des atomes, via son effet sur un faisceau lumineux. Lorsque les faisceaux lumineux sont d'une faible intensité, il est possible de considérer que ces trois étapes sont indépendantes entre elles [42,49,50]. Cette approximation « à trois étapes » permet d'une part de simplifier les calculs, mais également de donner une excellente compréhension des mécanismes physiques.

Le pompage optique a pour unique objectif de rendre le milieu sensible à l'action d'un faible champ magnétique. En effet, à l'équilibre thermodynamique, et en présence d'un champ magnétique très faible, les différents sous niveaux Zeeman au sein d'un même multiplet sont peuplés quasi identiquement. Cette égalité se traduit par une très faible aimantation du système atomique. Le rôle du pompage optique est ainsi de créer une anisotropie des propriétés magnétiques appelée *polarisation atomique* en redistribuant les populations des sous niveaux.

Dans ce chapitre nous allons donc passer en revue les propriétés importantes de l'atome d'hélium sur lesquelles se basent le magnétomètre, et nous présenterons également la méthode de pompage optique. Nous donnerons également un exemple simple du principe de fonctionnement d'un magnétomètre à effet Hanle, lors d'un pompage en orientation.

A. L'hélium 4

Afin de réaliser une mesure magnétique, il est nécessaire d'utiliser un état atomique de moment magnétique non nul. Il est également intéressant que cet état possède un temps de vie relativement long. D'une part cela permet qu'un grand nombre d'atomes s'y accumulent, et augmente donc l'intensité du signal de mesure. D'autre part, plus le temps de vie du niveau est long, plus la sensibilité du capteur aux variations de champ magnétique est importante.

L'hélium 4 étant une espèce atomique ne possédant pas de spin nucléaire, il ne présente aucune structure hyperfine. Etant un gaz noble de surcroît, ses deux électrons sont appariés à l'état fondamental (1^1S_0), qui présente donc un spin global nul. Ce niveau est inutilisable dans un magnétomètre.

Afin de pouvoir polariser optiquement l'hélium 4, il est donc nécessaire de le porter au préalable dans un état excité de moment magnétique non nul. On utilise généralement pour cela une décharge douce haute fréquence, dont le rôle est d'amorcer et maintenir un plasma. Les atomes ainsi excités sont pour une certaine partie ionisés, et se dés excitent ensuite par émission radiative. Cette cascade peut aléatoirement suivre les états singulets de l'hélium (de spin électronique total $S = 0$) ou les états triplets

(de spin électronique total $S = 1$). En effet, pour des raisons de conservation du spin lors d'une transition radiative, il est impossible par voie optique de passer d'un état singulet à un état triplet. Alors que la première voie ramène les atomes à l'état fondamental, la deuxième se termine par un état triplet de spin 1 ($L = 0, S = 1$), l'état 2^3S_1 . A partir de cet état, s'ajoute une deuxième interdiction pour retomber dans l'état fondamental par voie radiative. L'opérateur dipolaire électrique étant impair, il ne peut produire de transition entre deux états de fonction d'onde orbitale paire (états S). Cette double interdiction rend très peu probable la désexcitation de l'état 2^3S_1 vers le fondamental. Cet état est donc tout à fait adapté à la réalisation d'une mesure magnétique par pompage optique (fig. 2).

Notons toutefois que cette transition est en réalité possible par transition dipolaire magnétique à un photon, comme le prévoit l'électrodynamique quantique [51]. Elle est par contre très peu probable, et confère ainsi un temps de vie de ~ 7870 secondes [52] au niveau 2^3S_1 pour un atome d'hélium isolé.

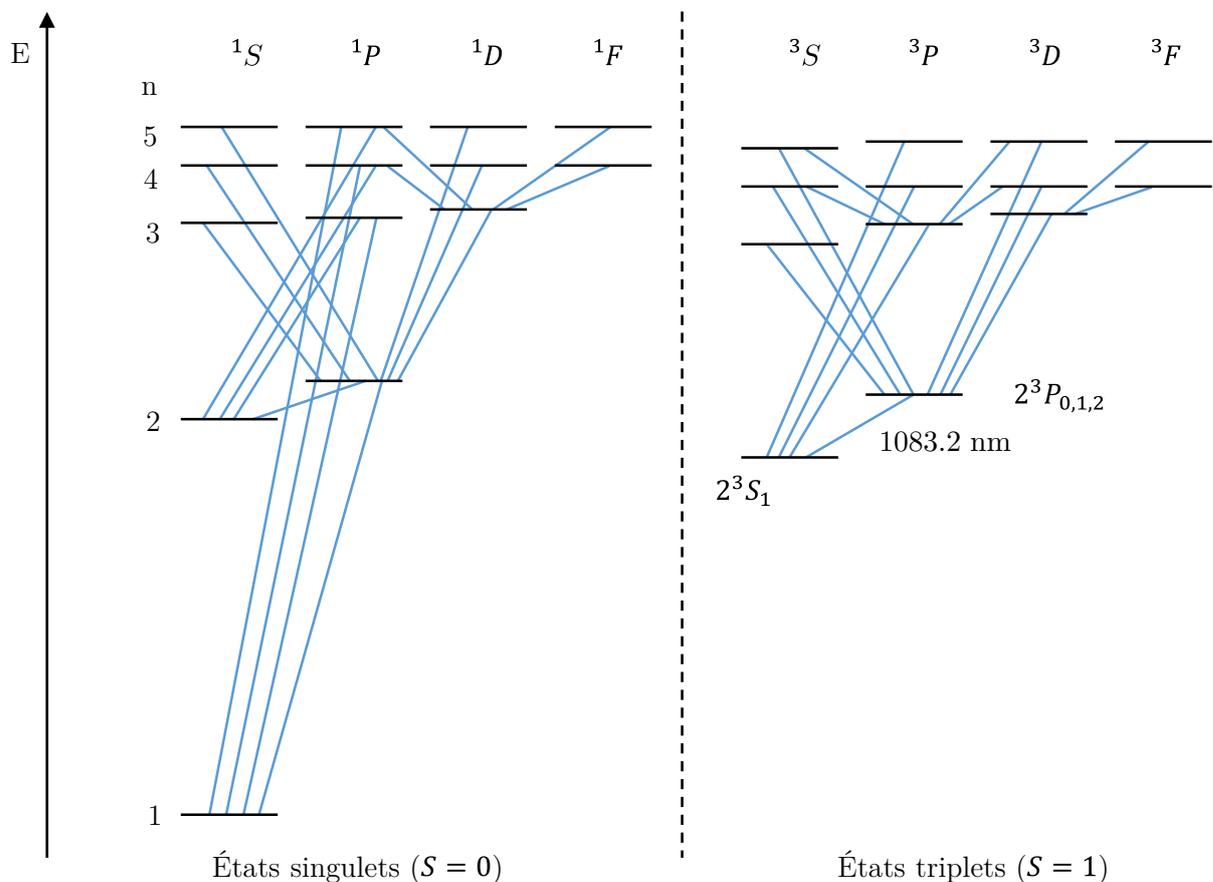


Figure 2 : Schéma énergétique de l'hélium. La structure fine n'est pas détaillée. Les liaisons bleues entre niveaux représentent les transitions radiatives (dipolaires électriques) possibles.

Cet état métastable peut cependant bien sûr relaxer par collision, faisant ainsi retomber l'atome dans l'état fondamental. Ces caractéristiques confèrent donc tout de même un temps de vie relativement important au niveau 2^3S_1 de l'ordre de la milliseconde. Le pompage optique de ce niveau est ensuite réalisé en utilisant la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$ dans l'infrarouge autour de 1083.2 nm. Il serait tout à fait possible d'utiliser une transition vers un autre niveau 3P , mais le pompage n'en serait pas aussi efficace [53]. La longueur d'onde nécessaire serait de plus à la limite de l'ultraviolet ou plus petite encore, domaine dans lequel il est plus difficile et plus coûteux de réaliser un laser.

B. Absorption optique

La polarisation d'un ensemble atomique par pompage optique est rendue possible via l'interaction des atomes avec la lumière. En particulier, c'est par l'absorption lumineuse que les populations des niveaux atomiques peuvent être redistribuées de manière à polariser le milieu. Nous allons donc maintenant rappeler les éléments essentiels des propriétés de l'absorption lumineuse par des atomes, à savoir son intensité et sa dépendance fréquentielle. Nous regarderons par la suite comment cela peut mener à l'apparition d'une polarisation atomique.

1) Intensité des raies d'absorption

En prenant en compte la structure fine de l'hélium, le niveau 2^3P est en réalité séparé en trois niveaux, de moment angulaire total $J = 0, 1$ ou 2 . Les trois transitions vers les niveaux 2^3P_0 , 2^3P_1 et 2^3P_2 sont ainsi nommées respectivement D_0 , D_1 et D_2 (fig. 3).

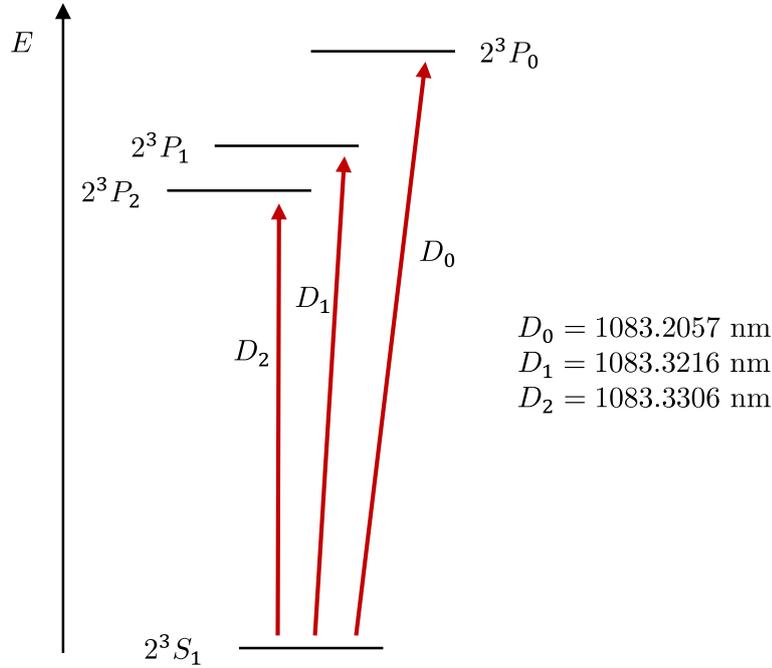


Figure 3 : schéma énergétique de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$. Les longueurs d'ondes sont données dans le vide.

L'intensité de chaque transition en absorption est déterminée par sa force d'oscillateur d'absorption. On la définit par [54] :

$$f_{ge} = \frac{2m_e \omega_{ge}}{3\hbar} \left(\frac{Z_r}{Z_p} \right) \left| \left\langle e \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i \right| g \right\rangle \right|^2 \quad (\text{I.1})$$

avec :

$$Z_p = \frac{Zm_e + M}{M}, \quad Z_r = \frac{Zm_e + M}{Nm_e + M} = 1 \quad (\text{I.2})$$

dans lesquelles m_e est la masse d'un électron, M la masse du noyau atomique, Z et N les nombres de protons et d'électrons. ω_{ge} est la pulsation associée à la transition, \hbar est la constante de Planck réduite et \mathbf{r}_i est la position relative de l'électron i par rapport au noyau atomique.

On obtient les valeurs des forces d'oscillateurs [55]:

f_{tot}	f_{D_0}	f_{D_1}	f_{D_2}
0.5391	0.0599	0.1797	0.2995
f_{D_i}/f_{tot}	1/9	3/9	5/9

Tableau 1 : Forces d'oscillateurs des trois raies $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$ de l'hélium 4.

2) Dépendance fréquentielle

Afin que l'interaction lumière matière soit significative dans un milieu constitué de niveaux d'énergies discrets comme un gaz atomique, il est nécessaire que la pulsation de la lumière soit très proche de celle d'une transition atomique. Le profil des raies d'absorption s'explique par les différentes interactions des atomes. On distingue deux types d'interactions qui donnent naissance à deux types de profils différents. On trouve d'une part les interactions communes à tous les atomes dont l'effet est identique sur chacun d'eux. On parle alors d'élargissement homogène et le profil de raie résultant est Lorentzien. D'autre part se trouvent les interactions qui, bien que communes à tous les atomes, ont un effet aléatoire sur la fréquence de résonance de chacun d'eux. C'est alors le fait de considérer une moyenne statistique de tous les atomes qui donne naissance à une raie élargie. On parle alors d'élargissement inhomogène et, dans le cas de l'élargissement Doppler par exemple, le profil de raie résultant est Gaussien.

a - Largeur naturelle

Les transitions atomiques ne sont pas spectralement infiniment fines. Même dans le vide, les états excités de l'atome possèdent un temps de vie fini, qui s'explique en électrodynamique quantique comme l'interaction de l'atome avec le champ électrique du vide. La « largeur » d'une transition est alors :

$$\Gamma_{nat} = \frac{1}{\tau_{nat,1}} + \frac{1}{\tau_{nat,2}} \quad (I.3)$$

Avec $\tau_{nat,1}$ et $\tau_{nat,2}$ les temps de vie naturels des deux niveaux atomiques de la transition envisagée.

b - Elargissement homogène

Les collisions entre atomes au sein d'un milieu gazeux peuvent accélérer leur désexcitation, donnant naissance à un élargissement homogène. Pour un temps moyen entre deux collisions de τ_{col} , l'élargissement en pression est de la forme :

$$\Gamma_{col} \approx \frac{1}{\tau_{col}} \approx n\pi r_p^2 v \quad (\text{I.4})$$

n étant la densité de particules, r_p leur rayon d'interaction et v leur vitesse relative caractéristique.

Les deux phénomènes précédents s'ajoutent et donnent un profil spectral de raie d'absorption Lorentzien (fig. 4) de la forme :

$$\mathcal{L}(\omega - \omega_0) = \frac{\Gamma_L/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma_L/2)^2} \quad (\text{I.5})$$

avec ω_0 la pulsation centrale de la transition atomique, $\Gamma_L = \Gamma_{nat} + \Gamma_{col}$ la largeur totale à mi-hauteur (Full Width at Half Maximum - FWHM).

c - Elargissement inhomogène (effet Doppler)

Par opposition au cas précédent, il existe également des phénomènes dont l'action sur tous les atomes déplace aléatoirement le centre de raie. Dans les gaz, il s'agit principalement de l'effet Doppler. Des atomes de masse m dans un milieu à température T possèdent une énergie cinétique thermique moyenne $\langle E_{th} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$, équitablement répartie entre les trois directions de l'espace (k_B est la constante de Boltzmann). En présence d'une onde lumineuse de pulsation ω , un atome en mouvement dans la direction de propagation de l'onde voit cette dernière avec une pulsation apparente :

$$\omega_{app} = \omega \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (\text{I.6})$$

La probabilité pour chaque atome d'avoir une vitesse dans un faible intervalle autour de v_z suit une distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$p(v_z)dv_z = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2k_B T}\right) dv_z \quad (\text{I.7})$$

En considérant que l'atome se déplace lentement par rapport à la lumière ($v_z \ll c$, ce qui est toujours vérifié en pratique), on peut remplacer la relation (I.6) par $\omega \approx \omega_{app} \left(1 + \frac{v_z}{c}\right)$. Enfin en effectuant un changement de variable, on peut réécrire cette probabilité comme la probabilité d'interaction entre l'atome et le laser.

$$\mathcal{G}(\omega - \omega_0)d\omega = p\left(\frac{c}{\omega_0}(\omega - \omega_0)\right) d\frac{\omega c}{\omega_0} = \frac{2\sqrt{\ln(2)/\pi}}{\Gamma_G} \exp\left(-\frac{4\ln(2)(\omega - \omega_0)^2}{\Gamma_G^2}\right) d\omega \quad (\text{I.8})$$

Du point de vue de l'onde lumineuse, l'effet Doppler se traduit donc comme une distribution de probabilité d'interaction avec l'atome de forme gaussienne, centrée sur la pulsation de résonance de l'atome (fig. 4).

Γ_G correspond à la largeur totale à mi-hauteur donnée par :

$$\Gamma_G = 2\frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{2k_B T}{m} \ln(2)} \quad (\text{I.9})$$

avec m la masse de l'atome d'hélium 4 dans notre cas. A température ambiante, on a :

$$\Gamma_G \approx 2\pi \times 1.7 \text{ GHz} \quad (\text{I.10})$$

d - Elargissement global

Nous avons implicitement considéré dans le cas de l'effet Doppler que la transition atomique était infiniment fine. Nous avons vu néanmoins précédemment que toute transition présente une certaine largeur intrinsèque. Les deux phénomènes d'élargissement (homogène et inhomogène) doivent donc être combinés. Il faut donc écrire la probabilité de transition due à l'élargissement intrinsèque des atomes en considérant que le laser est vu à une pulsation apparente, avec une probabilité $p(v_z)$. En intégrant sur la distribution de vitesse, on obtient :

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}\left(\omega\left(1 - \frac{v_z}{c}\right) - \omega_0\right) p(v_z) dv_z \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}(\omega_{app} - \omega_0) \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)} \exp\left(-\frac{mc^2(\omega - \omega_{app})^2}{2\omega_0^2 k_B T}\right) \frac{c}{\omega_0} d\omega_{app} \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

où nous avons réalisé le changement de variable $v_z = c\left(\frac{\omega - \omega_{app}}{\omega}\right) \approx c\left(1 - \frac{\omega_{app}}{\omega_0}\right)$. Cette expression peut s'écrire en forme de convolution, donnant naissance au profil de Voigt (fig. 4) :

$$\mathcal{V}(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}(\omega' - \omega_0) \mathcal{G}(\omega - \omega') d\omega' \quad (\text{I.12})$$

Nous verrons par la suite qu'il est très utile de définir les profils sous forme complexe afin d'étudier en détail les interactions des atomes avec la lumière. Le profil de Voigt s'exprime alors [44] :

$$\mathcal{V}(\omega - \omega_0) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(v_z) dv_z}{\omega - \omega_0 - \omega_0 \frac{v_z}{c} + i \frac{\Gamma_L}{2}} \quad (\text{I.13})$$

On retrouve alors la fonction de Fadeeva qui permet d'écrire plus simplement :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\omega - \omega_0) &= \frac{2\sqrt{\ln(2)}/\pi}{\Gamma_G} w\left(\frac{2\sqrt{\ln(2)}(\omega - \omega_0) + i \Gamma_L/2}{\Gamma_G}\right) \\ w(z) &= e^{-z^2} \operatorname{erfc}(-iz) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2} dt}{x - t} \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

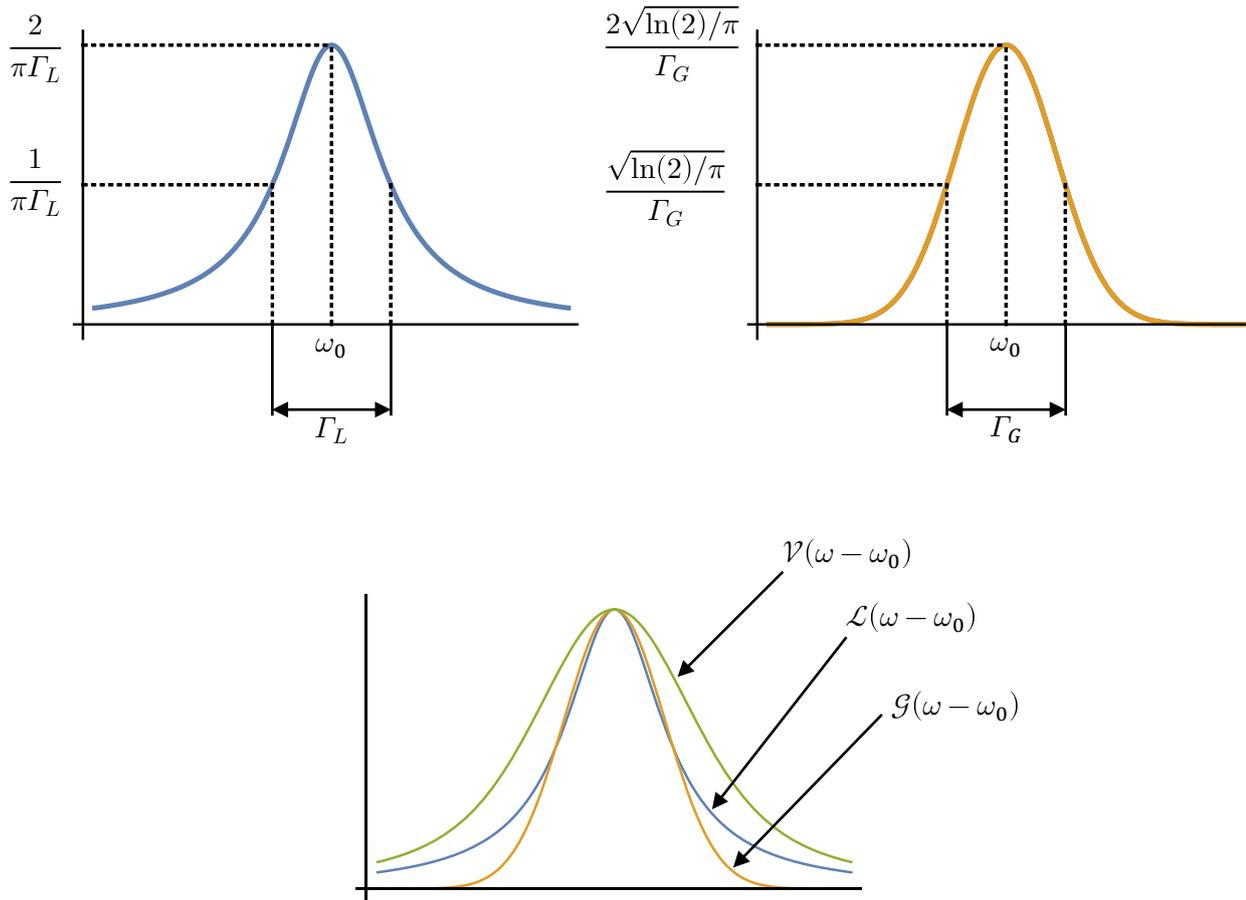


Figure 4 : Comparaison des profils de raie de Lorentz (bleu), Gauss (orange) et Voigt (vert), avec $\Gamma_L = \Gamma_G$. Les profils ont été renormalisés pour être égaux à résonance.

Si l'un des deux types d'élargissement est fortement prédominant, il est suffisant de considérer le profil de raie directement comme lorentzien ou gaussien. En particulier les raies D_0 , D_1 et D_2 peuvent être considérées gaussiennes. Cependant, chaque atome ne peut interagir avec la lumière que si la pulsation apparente de l'onde lumineuse est décalée au maximum de $\sim \Gamma_L/2$ par rapport à la pulsation de transition atomique. Pour une onde quasi monochromatique (un laser), parfaitement accordée sur la transition atomique, seuls les atomes au repos et ceux dont la vitesse est très faible ($|\omega_{app} - \omega_0| \lesssim \Gamma_L/2$) peuvent interagir avec la lumière. La raie peut donc être divisée en plusieurs raies plus fines, chacune de largeur totale Γ_L . On dit alors que la raie est composée de plusieurs classes de vitesses atomiques (fig 5). Pour l'hélium 4, la classe de vitesse centrale comporte environ 15% de la totalité des atomes dans l'état métastable à 9 Torr³ [56,57].

³ 1 Torr = 1/760 atm \approx 133 Pa

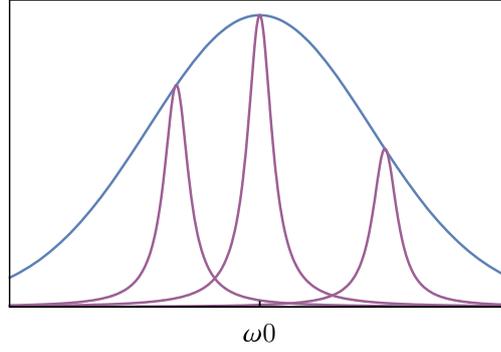


Figure 5 : (bleu) Profil de raie normalisé de l'une des trois transitions $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$ de l'hélium 4. (violet) Profils lorentziens à 9 Torr de classes de vitesses en interaction avec un laser accordé à différentes pulsations.

3) Section efficace d'absorption

A partir des forces d'oscillateurs et du profil de raie, on peut définir directement la section efficace d'absorption de chaque raie (fig. 6) comme [58] :

$$\sigma_{abs}(\omega) = 2\pi^2 r_e c f_{D_i} \operatorname{Re}(\mathcal{V}(\omega)) \quad (\text{I.15})$$

avec $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2.8 \times 10^{-15}$ m (couramment appelé le rayon classique de l'électron), c la vitesse de la lumière dans le vide, et f_{D_i} la force d'oscillateur de la raie considérée.

La variation d'intensité $dI(\omega)$ d'un faisceau optique traversant le milieu sur une distance dl est alors donnée par une équation différentielle, en fonction de la densité n d'atomes absorbants :

$$\frac{dI(\omega)}{I(\omega)} = n \sigma_{abs}(\omega) dl \quad (\text{I.16})$$

Si $n \sigma_{abs}(\omega)$ n'a pas de dépendance spatiale, on obtient la loi de Beer-Lambert :

$$I(\omega) = I_0(\omega) e^{-\kappa l} \quad (\text{I.17})$$

dans laquelle on définit le coefficient d'absorption du milieu κ :

$$\kappa = n \sigma_{abs}(\omega) \quad (\text{I.18})$$

Notons enfin que ces dernières expressions mathématiques sont valables uniquement si le faisceau interagit faiblement avec l'hélium, c'est-à-dire que l'hélium n'est pas polarisé par ce faisceau. Nous reviendrons plus tard sur la polarisation atomique, et sur les modifications qu'elle implique sur un faisceau traversant le milieu.

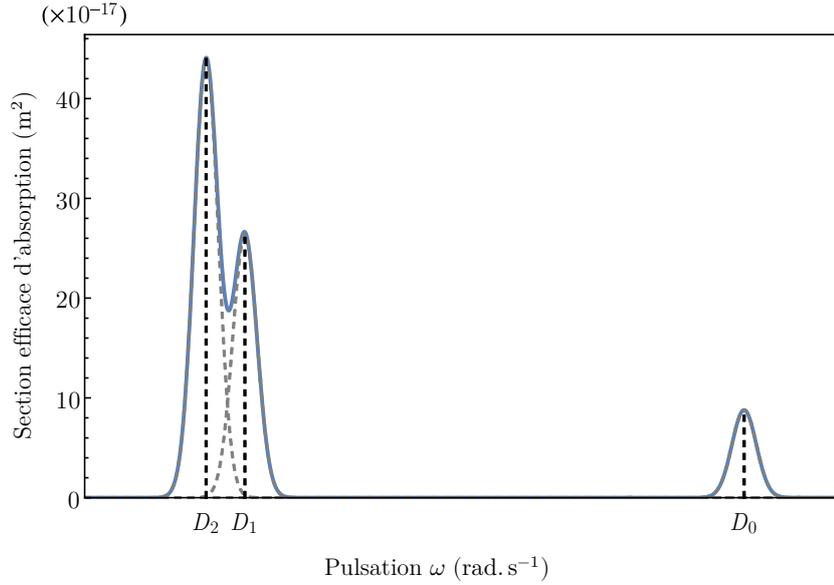


Figure 6 : Section efficace d'absorption des transitions $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$. Les sections efficaces d'absorption de chacune des trois raies sont représentées en pointillés gris.

C. Pompage optique

1) Sélectivité de l'absorption lumineuse

La polarisation atomique est créée par pompage optique. Il existe pour cela deux mécanismes possibles issus de l'interaction entre un faisceau lumineux et les atomes pour aboutir à une polarisation, à savoir la dépopulation, et la repopulation. En effet, l'apparition d'un moment magnétique au sein des atomes peut être vue de façon équivalente à une redistribution des atomes entre les trois différents sous niveaux 2^3S_1 . A l'équilibre thermique, et en l'absence de champ magnétique, tous ces sous niveaux sont identiquement peuplés, et l'ensemble d'atomes n'a pas de moment cinétique moyen, donc pas de polarisation.

Afin de déséquilibrer les populations de ces sous niveaux, il est possible soit de dépeupler un des sous niveaux préférentiellement aux autres, soit de peupler plus fortement un niveau. Dans les deux cas, cette action du pompage optique sélective est rendue possible grâce aux règles de sélection des transitions dipolaires électriques entre différents niveaux (tab 2, fig 7). En effet, la probabilité d'absorption d'un photon entre deux sous niveaux f_i et e_j est donnée par [59] :

$$\frac{1}{\tau_{i,j}} = \gamma_k T_{ij} \quad (\text{I.19})$$

avec

$$\gamma_k = I \frac{2\pi^2 r_e c f}{\hbar \omega} \text{Re}(\mathcal{V}(\omega)) \quad (\text{I.20})$$

$$T_{ij} = \frac{2m_e \omega}{\hbar f} \left| \left\langle g_i \left| \mathbf{e}_\lambda \cdot \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i \right| e_j \right\rangle \right|^2 \quad (\text{I.21})$$

où T_{ij} est sans dimension. On a $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$, la constante de structure fine ; $f = 0.5391$, la force d'oscillateur totale de la transition $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$; $m_e \approx 0,91.10^{-30}$ kg, la masse de l'électron ; ω , la pulsation du laser ; I , l'intensité du faisceau laser en W. m^{-2} ; \mathbf{e}_λ , le vecteur polarisation du laser et \mathbf{r}_i l'opérateur position de chaque électron par rapport au noyau. Toutes les caractéristiques du faisceau laser (spectrales et géométriques) sont donc incluses dans γ_k , et T_{ij} est une valeur sans dimension qui caractérise l'intensité de la transition pour une polarisation donnée. Ses valeurs sont reportées dans le tableau 2, et schématisés en figure 7.

La dépopulation fait référence à l'utilisation d'une lumière dont la polarisation ne peut induire des transitions optiques qu'à partir d'un certain nombre de niveaux inférieurs de la transition. Par opposition, pour le phénomène de repopulation, on ne cherche pas à vider un sous niveau préférentiellement à un autre, mais on utilise la sélectivité de l'émission spontanée d'une transition, qui favorise la retombée des atomes vers certains sous niveaux (tab 2, fig 7).

Pour la transition D_0 , dont le niveau excité n'est nullement dégénéré et se désexcite de façon parfaitement isotrope, seul le phénomène de dépopulation peut être à l'origine d'une polarisation atomique. Pour les transitions D_1 et D_2 les deux phénomènes peuvent être concomitants, et leur compétition peut, selon les conditions expérimentales, aboutir à des résultats différents. Afin de simplifier l'exposé, nous nous contenterons de considérer la transition D_0 pour le moment.

	$e_j(m) \backslash g_i(m)$	-1	0	1
D_0	0	1/3 (σ^+)	1/3 (π)	1/3 (σ^-)
D_1	-1	1/2 (π)	1/2 (σ^-)	
	0	1/2 (σ^+)	0 (π)	1/2 (σ^-)
	1		1/2 (σ^+)	1/2 (π)
D_2	-2	1 (σ^-)		
	-1	1/2 (π)	1/2 (σ^-)	
	0	1/6 (σ^+)	2/3 (π)	1/6 (σ^-)
	1		1/2 (σ^+)	1/2 (π)
	2			1 (σ^+)

Tableau 2 : Éléments de matrices de transition T_{ij} pour les trois raies D_0 , D_1 et D_2 de l'hélium 4. Chaque colonne correspond à un sous niveau de l'état 2^3S_1 , et chaque ligne correspond à un sous niveau de l'état 2^3P , repérés par leur nombre quantique magnétique m . La polarisation du faisceau associée à chaque transition est indiquée entre parenthèses pour chaque coefficient.

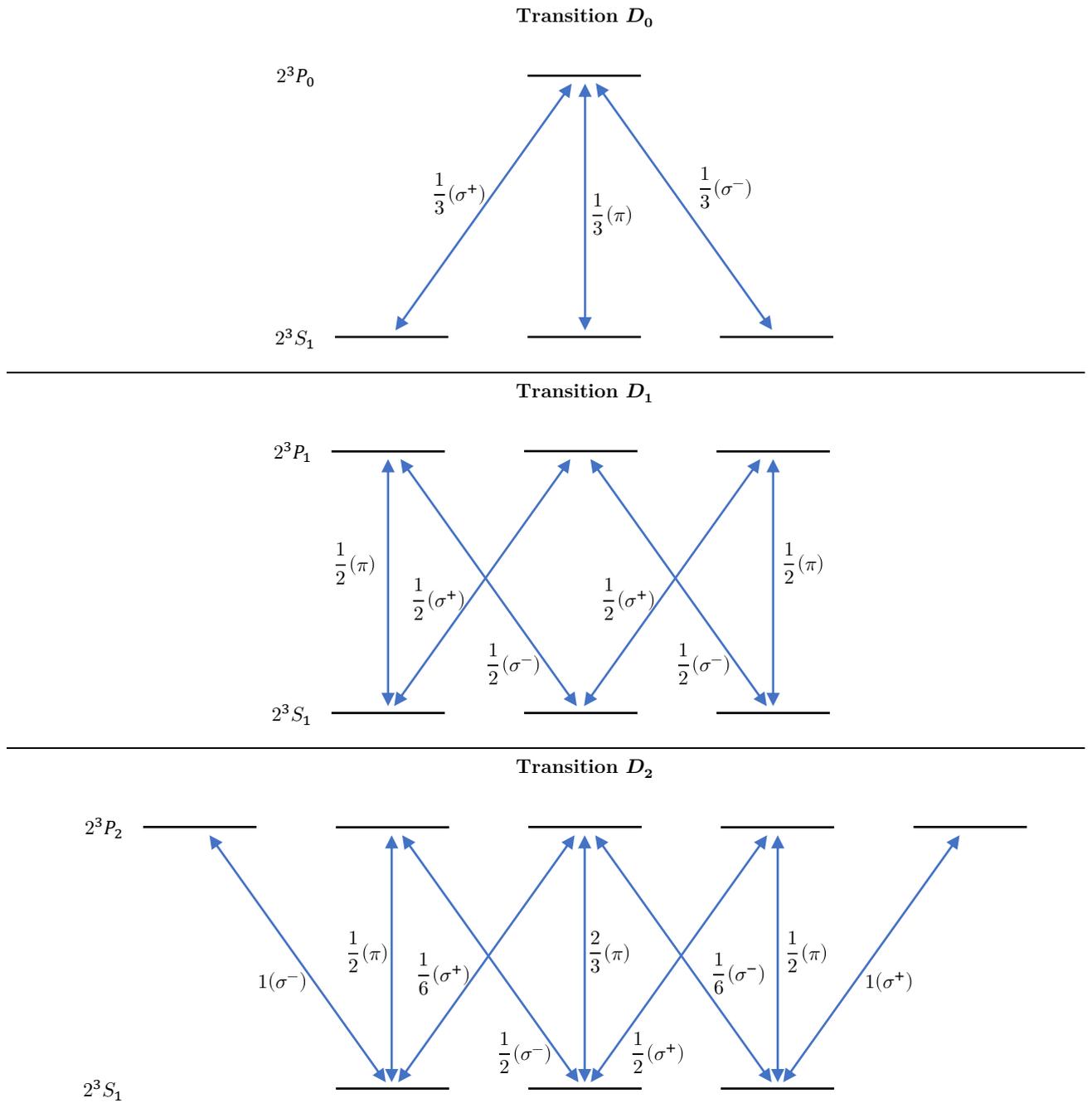


Figure 7 : Représentation graphique des éléments de transitions $T_{i,j}$ pour les trois transitions D_0 , D_1 et D_2 de l'hélium 4. La polarisation lumineuse associée à chaque transition est indiquée entre parenthèses.

2) Polarisation atomique

a - Faisceau lumineux de polarisation circulaire

Lors de l'absorption d'un photon de polarisation σ^+ , seules les transitions respectant la condition $\Delta m = 1$ sont possibles, donc seuls les atomes dans le sous niveau ($m = -1$) de l'état métastable peuvent être pompés. Ils retombent alors dans un des trois sous niveaux de l'état métastable de façon équiprobable, si bien qu'au bout d'un certain temps, en l'absence de relaxation, tous les atomes sont soit dans le sous niveau $m = 0$, soit dans le sous niveau $m = 1$ (fig 8). Pour un ensemble d'atomes, on peut donc écrire que la valeur moyenne de l'opérateur de moment cinétique \hat{J} suivant la direction Oz de propagation du faisceau est :

$$\langle \hat{J}_z \rangle = \frac{1}{2}$$

Il apparaît donc un moment cinétique de spin non nul sur l'ensemble des atomes. Ce type de polarisation, équivalent à l'apparition d'une aimantation globale (moment magnétique dipolaire) de l'échantillon est appelée *orientation* atomique.

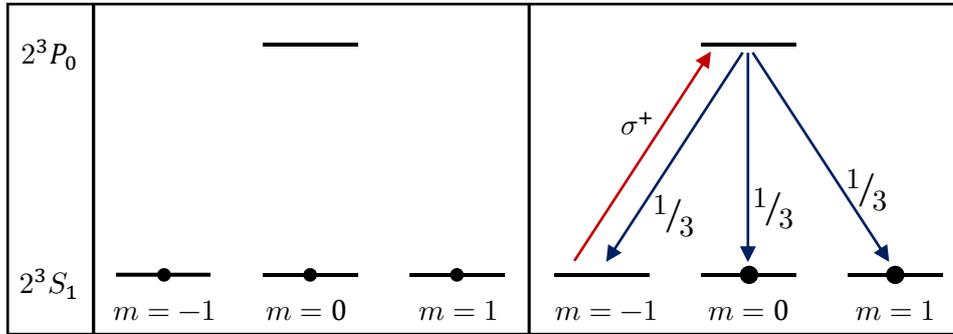


Figure 8 : Redistribution des population atomiques lors du pompage optique du niveau 2^3S_1 en orientation.

b - Faisceau lumineux de polarisation linéaire

Dans le cas où la lumière est polarisée linéairement, de polarisation π , seule la transition $\Delta m = 0$ à partir du sous niveau $m = 0$ est possible. En suivant le même raisonnement que précédemment, on s'aperçoit qu'au bout d'un certain temps, tous les atomes sont équitablement répartis entre les deux sous niveaux $m = -1$ et $m = 1$ (fig 9). Cette fois il n'existe donc pas de moment cinétique global au sein de l'échantillon : $\langle \hat{J}_z \rangle = 0$. De plus, le système possédant une symétrie de révolution autour de l'axe de quantification (axe de polarisation du faisceau), il ne peut y avoir aucune cohérence introduite dans le système. On a donc $\langle \hat{J}_x \rangle = \langle \hat{J}_y \rangle = \langle \hat{J}_z \rangle = 0$.

En revanche, si l'on s'intéresse à la valeur quadratique moyenne des opérateurs de spin, on s'aperçoit que l'on a :

$$\langle 3\hat{J}_z^2 - \hat{J}^2 \rangle = 3 - 2 = 1$$

Ce type de polarisation, analogue à l'apparition d'un moment magnétique quadrupolaire est appelé *alignement* atomique.

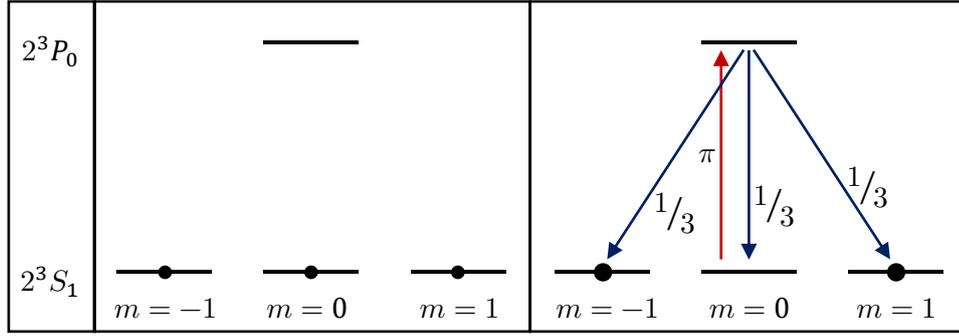


Figure 9 : Redistribution des population atomiques lors du pompage optique du niveau 2^3S_1 en alignement.

Notons que dans le cas de la polarisation circulaire, un alignement est également créé. En effet, on peut montrer que la création d'un moment de polarisation d'ordre k est susceptible de créer des moments de polarisation d'ordres supérieurs, si la structure atomique le permet. En revanche l'inverse n'est pas vrai, il n'est pas possible dans des conditions idéalisées⁴ de voir apparaître de l'orientation si l'on pompe avec un faisceau polarisé linéairement.

D. Effet Hanle sur un système atomique orienté

1) Approche qualitative

Dans le cas d'un milieu atomique orienté, l'application d'un champ magnétique sur le système ainsi polarisé va induire un mouvement de précession du moment magnétique moyen \mathbf{M} , de pulsation proportionnelle au champ magnétique. C'est le phénomène bien connu de précession de Larmor qui s'exprime, dans le cas d'une orientation atomique⁵ :

$$\boldsymbol{\omega}_L = \gamma_g \hbar \langle \hat{\mathbf{J}} \rangle \times \mathbf{B} \quad (\text{I.22})$$

Simultanément à cette précession, les phénomènes de relaxation (que nous détaillerons par la suite) tendent à détruire l'orientation atomique à un taux global Γ (i.e. redistribuer équitablement les populations des sous niveaux, et détruire les cohérences entre eux). La création d'orientation par pompage se faisant en continu, une nouvelle composante d'orientation vient immédiatement remplacer celle qui s'est mise à tourner sous l'action du champ magnétique. La polarisation globale au sein de l'échantillon est alors la somme vectorielle de toutes ces composantes d'orientation (fig. 10).

Il apparait alors clairement que l'on peut distinguer deux régimes : un premier lorsque la pulsation de Larmor est très faible face à la relaxation. Dans ce cas, chaque composante instantanée

⁴ Expérimentalement cela peut se produire, pour peu que le faisceau ne soit pas parfaitement accordé sur la raie atomique, ou que les atomes voient un champ électrique...

⁵ Bien qu'il soit également possible de définir la précession de Larmor d'un alignement atomique, la visualisation du phénomène n'est pas aussi intuitive. En effet l'orientation se visualise et se décrit mathématiquement comme un vecteur, alors que l'alignement nécessite l'utilisation d'un ellipsoïde pour que la discussion soit rigoureuse. Nous reviendrons à cette description plus tard, après avoir défini tous les outils permettant de simplifier les expressions. Pour le moment, le lecteur peut remplacer le vecteur d'orientation par un « double vecteur » ou une double flèche, mais cette idée devra nécessairement être abandonnée par la suite.

d'orientation n'a le temps de tourner que d'un léger angle avant d'être détruite. L'orientation moyenne subit ainsi un léger désalignement, et pour un champ magnétique appliqué suivant l'axe Oy , une petite composante d'orientation apparaît alors suivant l'axe Ox . A contrario si le champ appliqué est très grand devant la relaxation, alors chaque composante d'orientation a le temps de faire plusieurs tours autour du champ magnétique, et l'orientation moyenne est finalement nulle.

Du point de vue du faisceau lumineux utilisé pour créer cette orientation, le régime de champ faible correspond à la situation suivante. Les atomes sont arrivés à saturation d'un point de vue du pompage, et le champ magnétique n'a pas le temps de leur imposer une précession pour réduire cette saturation. Il en résulte que les atomes saturés ne peuvent plus absorber de lumière, et le milieu présente alors un faible coefficient d'absorption pour le faisceau optique. A champ fort en revanche, le champ magnétique détruit complètement l'état initial créé par pompage en mélangeant toutes les composantes d'orientation. Les atomes peuvent ainsi être immédiatement repompés par absorption du laser, donnant alors au milieu un coefficient d'absorption plus élevé que précédemment.

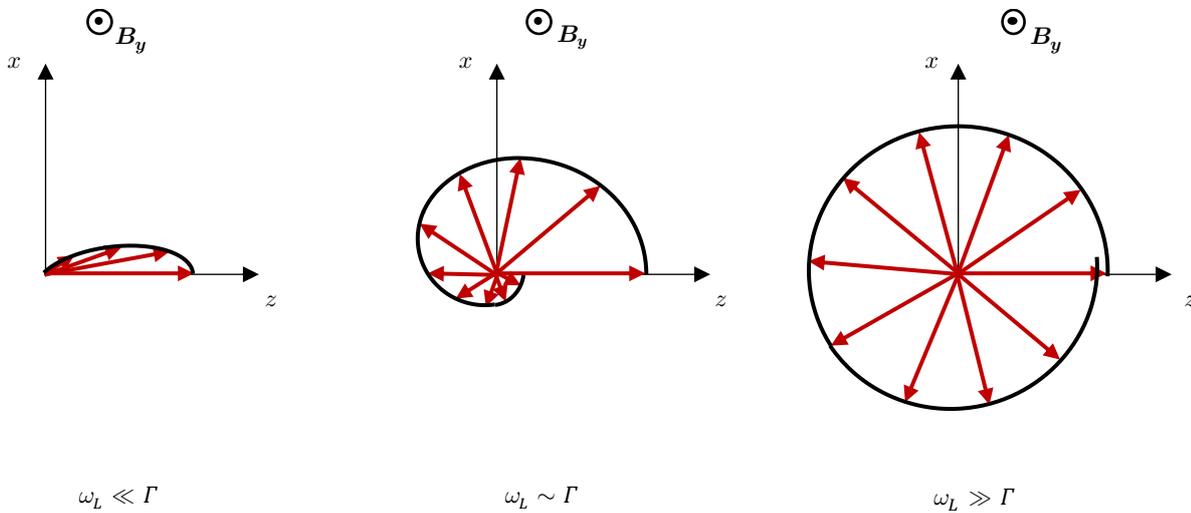


Figure 10 : représentation de l'évolution du vecteur aimantation dans un champ magnétique, en présence de relaxation. L'orientation moyenne est la somme de toutes les composantes.

L'intensité de lumière traversant l'échantillon subit donc une variation résonnante lorsque l'on balaye le champ magnétique autour du champ nul, avec une intensité transmise maximale à champ parfaitement nul. C'est l'effet Hanle.

2) Approche quantitative

a - Approximation à trois étapes (« three-step approximation »)

Afin d'étudier le comportement d'un système soumis au pompage optique en résonance magnétique, il est courant d'avoir lieu à une approximation à trois étapes [49,50]. Celle-ci revient à considérer que la lumière envoyée pour réaliser le pompage est très faible. Ainsi, le niveau fondamental du pompage n'est jamais suffisamment dépeuplé pour induire une saturation par « impossibilité » de pompage. Il existe donc un état stationnaire constamment créé par le pompage optique, indépendamment des potentielles évolutions liées à l'application d'un champ magnétique.

Cette approximation permet alors de séparer les différents phénomènes mis en jeu dans le système en trois étapes :

- Pompage optique
- Évolution magnétique
- Mesure de l'état du système

b - Equations de Bloch en orientation

Pour l'orientation, on montre [16,17,60] que sous l'approximation précédente, le système se décrit parfaitement à l'aide des équations de Bloch appliquées aux opérateurs de spin. En effet en l'absence de champ magnétique et de relaxation, le pompage optique crée un état stationnaire d'orientation \mathbf{J}_0 parallèle à Oz avec une constante de temps Γ_p :

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{\mathbf{J}}\rangle = \Gamma_p(\mathbf{J}_0 - \langle\hat{\mathbf{J}}\rangle) \quad (\text{I.23})$$

Cette orientation évolue également sous l'action simultanée d'un champ magnétique B_y appliqué suivant l'axe Oy , induisant une précession de la polarisation atomique, et de phénomènes de relaxation. Ces derniers sont principalement dus à des collisions (cf. Chapitre I-E). Ils détruisent la polarisation atomique à un taux Γ_e . L'évolution globale du système est alors décrite par un système d'équations analogues aux équations de Bloch :

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{\mathbf{J}}\rangle = \gamma_g\langle\hat{\mathbf{J}}\rangle \times \mathbf{B} + \Gamma_p(\mathbf{J}_0 - \langle\hat{\mathbf{J}}\rangle) - \Gamma_e\langle\hat{\mathbf{J}}\rangle \quad (\text{I.24})$$

En régime stationnaire, la solution s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_e + \Gamma_p \\ J'_0 &= J_0 \frac{\Gamma_p}{\Gamma_e + \Gamma_p} \\ \left\{ \begin{array}{l} \langle\hat{J}_x\rangle = J'_0 \frac{\gamma_g B_y \Gamma}{(\gamma_g B_y)^2 + \Gamma^2} \\ \langle\hat{J}_y\rangle = 0 \\ \langle\hat{J}_z\rangle = J'_0 \frac{\Gamma^2}{(\gamma_g B_y)^2 + \Gamma^2} \end{array} \right. \quad (\text{I.25}) \end{aligned}$$

Le taux de relaxation global Γ correspond donc à l'influence simultanée des collisions (que nous appelons relaxation naturelle ou relaxation dans l'obscurité, Γ_e) et du pompage, qui agit en partie également comme un phénomène de relaxation (« relaxation optique » [16], Γ_p).

Les observables mesurables optiquement présentent alors une variation résonnante autour du champ magnétique nul (ici $\langle J_z \rangle$), ou une variation dispersive (ici $\langle J_x \rangle$) (fig 11). C'est cette variation dispersive qui nous intéressera principalement tout au long de l'exposé, dont la partie linéaire à champ faible sera la réponse utile du magnétomètre pour mesurer le champ magnétique.

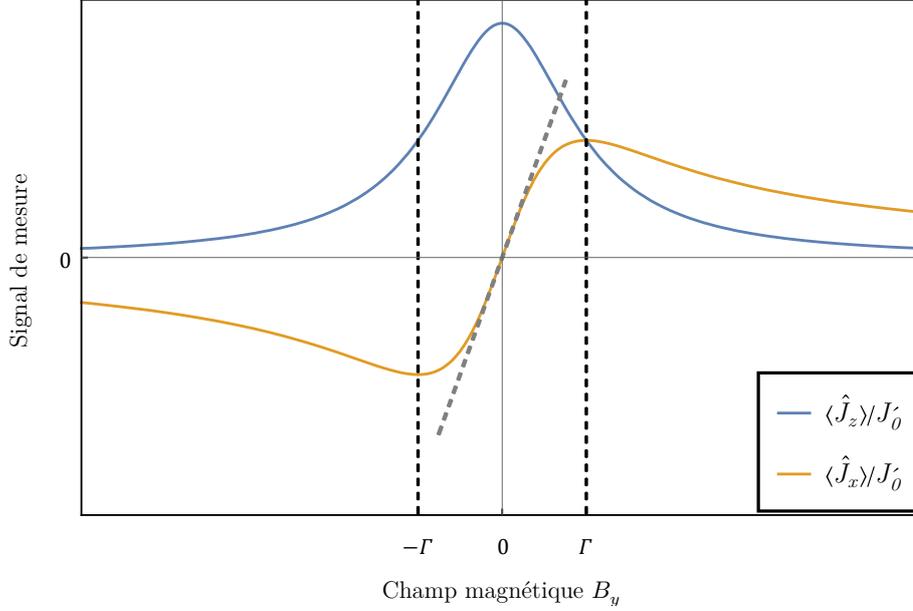


Figure 11 : Allure des signaux de mesure d'effet Hanle en orientation. La droite pointillée grise représente la pente du signal dispersif autour du champ magnétique nul.

E. Effets collisionnels dans l'hélium 4

Nous voyons dans les expressions précédentes que la pente à l'origine du signal magnétique dispersif qui nous intéresse dépend directement de deux paramètres : le taux de pompage du milieu (\mathbf{J}_0) et le taux de relaxation de l'état polarisé (Γ), qui dépend en partie des caractéristiques du pompage optique, mais également d'effets collisionnels au sein du plasma d'hélium. Nous nous intéressons donc ici à l'origine des différents phénomènes de relaxations induits par les collisions et nous verrons qu'ils n'affectent d'ailleurs pas que l'état métastable, mais également l'état excité 2^3P .

1) Effets liés à la décharge HF

La décharge permettant de peupler l'état métastable est à l'origine de plusieurs phénomènes collisionnels directement influant sur la densité de métastable disponibles pour la mesure magnétique. Le détail des phénomènes peut être trouvé dans plusieurs références [11,61–63], nous en rappellerons simplement les principales caractéristiques ici.

- (1) $\text{He} + e \rightarrow \text{He}^* + e$ (excitation d'un atome métastable)
- (2) $\text{He}^* + e \rightarrow \text{He} + e$ (désexcitation d'un atome métastable)
- (3) Stepwise ionization
 $\text{He}^* + e \rightarrow \text{He}^+ + e + e$ (ionisation par un électron)
- (4) Penning ionization
 $\text{He}^* + \text{He}^* \rightarrow \text{He}^+ + \text{He} + e$ (ionisation par un atome métastable)
- (5) Three body collision
 $\text{He}^* + \text{He} + \text{He} \rightarrow \text{He}_2^* + \text{He}$ (formation d'une molécule excitée)



avec : « He » : un atome d'hélium dans le niveau fondamental, « e » : un électron, « He* » : un atome d'hélium dans le niveau métastable 2^3S_1 , « He⁺ » : un ion d'hélium, « He₂^{*} » : une molécule diatomique excitée, « He₂⁺ » : une molécule diatomique ionisée, « He(2^3P) » : un atome d'hélium dans un des trois niveaux 2^3P .

Des électrons sont arrachés aux atomes par la décharge, pouvant par collision exciter des atomes dans le niveau métastable (1). Les collisions entre un atome métastable et un électron ou un second atome métastable peuvent à leur tour engendrer des électrons libres (3) et (4), entretenant ainsi la décharge, mais détruisant l'état métastable (7 également). Enfin en plus de celles-ci, une collision à trois corps impliquant un atome métastable et deux atomes à l'état fondamental peut aussi détruire l'état métastable (5).

Ces processus collisionnels (2), (3), (4), (5) et (7) ainsi que la diffusion des atomes et leur relaxation par collision contre les parois sont généralement les principales sources de relaxation de l'hélium métastable dans les cellules aux pressions usuelles (de l'ordre de quelques Torr). Mise à part l'ionisation de Penning (dont l'influence est très faible [64]), tous les phénomènes de relaxation sont indépendants de l'état de spin de l'atome, permettant ainsi de modéliser la relaxation naturelle de l'hélium métastable par un coefficient isotrope Γ_e .

2) Autres effets

En plus de ces phénomènes, il existe une très forte probabilité pour qu'un atome métastable entre en collision avec un atome à l'état à fondamental. Ce type de collision n'est pas relaxant, mais peut néanmoins modifier la vitesse de l'atome métastable. Ces collisions ont donc pour effet de polariser des classes de vitesse non pompées par le laser, et de rendre de nouveaux atomes sensibles au pompage. Elles permettent donc indirectement d'augmenter le taux d'atomes pompés par le laser. Ce taux de collisions est très élevé pour les pressions que nous utilisons ($\sim 5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ à 1 Torr) ; en particulier il est nettement plus important que le taux de relaxation des atomes pompés par le laser. Ainsi la polarisation atomique a le temps de diffuser vers l'intégralité des classes de vitesse avant de relaxer. Nous considérerons dans la suite donc que la polarisation atomique est homogène par rapport à la distribution en vitesse des atomes.

Enfin les atomes dans un niveau 2^3P peuvent également entrer en collision avec des atomes à l'état fondamental. Ces collisions étant très peu liées à l'état de la décharge, leur probabilité est principalement liée à la pression de la cellule. Leur effet est de faire passer l'atome excité à un autre sous niveau de l'état 2^3P (2^3P_0 , 2^3P_1 ou 2^3P_2), de façon aléatoire, détruisant ainsi la polarisation potentielle de l'état excité. Ce type de collision tend donc à annuler complètement le pompage optique par repopulation, ne rendant que le phénomène de dépopulation efficace. Il s'ensuit donc que le pompage sur la raie D_0 y sera insensible, alors que la raie D_2 est particulièrement influencée par ce phénomène. Des mesures de cet effet ont été réalisées par Schearer [65], et permettent d'en déduire le taux de probabilité de dépolarisation dans l'état excité en fonction de la pression de gaz dans la cellule [66] :

$$\Gamma_{dep} = \frac{1}{\tau_{dep}} = \frac{1}{2.280 \times 10^{-8}} \text{ s}^{-1} \text{ à } 1 \text{ Torr} \quad (\text{I.26})$$

F. En résumé

L'état 2^3S_1 présente ainsi toutes les caractéristiques nécessaires pour être utilisé au sein d'un magnétomètre à pompage optique en alignement, à savoir un spin $J = 1$ et un temps de vie relativement grand.

Le pompage optique n'est cependant pas suffisant pour permettre la mesure d'un champ magnétique. En effet, des dépendances dispersives des observables suivant le champ magnétique n'apparaissent que si le pompage est effectué dans une direction transverse au champ magnétique. Vérifiée en orientation, cette propriété s'avère vraie également en alignement pour les magnétomètres Hanle, rendant généralement difficile ou peu efficace la mesure simultanée des trois composantes du champ magnétique.

Après cette description phénoménologique, en particulier pour un pompage en orientation, nous allons donc nous intéresser à la description mathématique de l'alignement atomique et à ses dépendances au champ magnétique.

Nous verrons également par la suite au travers des équations que cette limitation de pompage transversal peut être levée via l'excitation de résonances paramétriques.

Chapitre II

L'alignement atomique et son évolution

L'objectif de ce chapitre est de mettre en parallèle deux approches utilisées dans le domaine de la magnéto-métrie, dont la séparation n'apparaît pas toujours de façon explicite dans la littérature. Il s'agit de l'approximation à trois étapes (three-step approach), dont nous avons présenté le principe, et de la mise en équation complète du cycle de pompage optique développée par J.P. Barrat et C. Cohen-Tannoudji [14,15]. La première se limite à l'étude d'un pompage optique à l'aide d'un faisceau de faible intensité, alors que la deuxième est beaucoup plus générale. La distinction est cependant généralement floue dans la littérature, et ce pour une raison relativement simple. La plupart des auteurs étudient le pompage par dépopulation d'un spin $\frac{1}{2}$ en orientation, situation dans laquelle les deux approches sont rigoureusement équivalentes.

Le cas particulier de l'alignement atomique a fait l'objet de peu de travaux à notre connaissance. Dans une étude récente sur les magnéto-mètres scalaires, il est toutefois fait mention de la potentielle équivalence entre les deux approches [50].

Nous allons donc commencer par étudier le pompage en alignement en utilisant l'approximation à trois étapes, dont les équations sont bien plus simples. Nous verrons cependant en comparant ces prédictions à des mesures expérimentales, que cette approche, bien que qualitativement correcte, ne permet pas de reproduire quantitativement le comportement de notre système. Nous serons donc naturellement amenés à considérer la seconde approche, à savoir la modélisation du pompage optique développée par J.P. Barrat et C. Cohen-Tannoudji.

A. Rappels de la description mathématique

Ayant pour objet d'étude un ensemble d'atomes sans interactions mutuelles, nous préférons une description en termes de matrice densité à celle d'un vecteur d'état. Chaque atome pouvant être préparé dans un état $|\psi_i\rangle$ avec une probabilité p_i , la matrice densité globale du système est :

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \quad (\text{II.1})$$

L'ensemble étudié est donc un mélange statistique des états atomiques possibles, dont la probabilité de chacun dépend de la façon de préparer les atomes.

Lorsque le système étudié possède des symétries importantes, il est préférable d'exprimer la matrice densité sur un ensemble d'opérateurs possédant les mêmes symétries que le système. Cela permet de simplifier grandement les calculs ainsi que la compréhension physique. Dans le cas des magnéto-mètres à pompage optique, les atomes évoluent sous l'action d'un champ magnétique, équivalent par le théorème de Larmor à une rotation. Il s'avère donc grandement préférable d'utiliser la décomposition de la matrice densité sur un ensemble d'opérateurs tensoriels irréductibles, pour lesquels chaque ordre tensoriel est indépendant des autres lors d'une transformation par rotation [67,68]. Les opérateurs tensoriels irréductibles sont définis par :

$$\hat{T}_q^{(k)}(J, J') = \sum_{M, M'} (-1)^{J'-M'} \langle J, M; J', -M' | k, q \rangle |J, M\rangle \langle J', M'| \quad (\text{II.2})$$

où k et q représentent respectivement l'ordre et le rang du tenseur, $|J, M\rangle$ et $|J', M'\rangle$ sont les états propres de spin de deux niveaux différents. La matrice densité peut s'exprimer sur cette base grâce aux relations :

$$\hat{\rho} = \sum_{J, J', k, q} \langle \hat{T}_q^{(k)}(J, J') \rangle \hat{T}_q^{(k)\dagger}(J, J') \quad (\text{II.3})$$

$$\langle \hat{T}_q^{(k)}(J, J') \rangle = \text{tr} \left(\hat{\rho} \hat{T}_q^{(k)}(J, J') \right) \quad (\text{II.4})$$

Nous nous intéresserons ici principalement à la description des atomes dans l'état 2^3S_1 , et nous ne regarderons pas non plus les cohérences qui existent entre ce niveau et d'autres niveaux. On peut ainsi limiter ces définitions au cas $J = J' = 1$, en appelant les tenseurs correspondant $\hat{T}_q^{(k)}(J)$. Les expressions se simplifient alors comme :

$$\hat{\rho} = \sum_{k, q} \langle \hat{T}_q^{(k)}(J) \rangle \hat{T}_q^{(k)\dagger}(J) \quad (\text{II.5})$$

$$\langle \hat{T}_q^{(k)}(J) \rangle = \text{tr} \left(\hat{\rho} \hat{T}_q^{(k)}(J) \right) = m_q^{(k)} \quad (\text{II.6})$$

La décomposition en opérateurs tensoriels irréductibles permet également de faire ressortir plus facilement les caractéristiques de l'état d'un système que les éléments de la matrice densité. L'ordre $k = 0$ est principalement une constante de normalisation pour le système :

$$\hat{T}_0^{(0)}(J) = \frac{\text{tr}(\hat{\rho})}{\sqrt{2J+1}} \mathbb{1} = \frac{\mathbb{1}}{\sqrt{3}} \quad (J = 1) \quad (\text{II.7})$$

L'ordre $k = 1$ contient trois composantes proportionnelles aux opérateurs de spin, décrivant l'*orientation* d'un état atomique :

$$\hat{T}_0^{(1)}(J) = \sqrt{\frac{3}{(2J+1)(J+1)J}} \hat{J}_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{J}_0 \quad (J = 1) \quad (\text{II.8})$$

$$\hat{T}_{\pm 1}^{(1)}(J) = \sqrt{\frac{3}{(2J+1)(J+1)J}} \hat{J}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{J}_{\pm} \quad (J = 1)$$

$$\hat{J}_0 = \hat{J}_z, \quad \hat{J}_{\pm} = \frac{\mp(\hat{J}_x \pm i \hat{J}_y)}{\sqrt{2}} \quad (\text{II.9})$$

L'ordre $k = 2$ contient cinq composantes proportionnelles aux valeurs quadratiques des opérateurs de spin, décrivant donc l'*alignement* d'un état atomique :

$$\hat{T}_0^{(2)}(J) = \frac{N_J}{\sqrt{6}} (3\hat{J}_z^2 - \hat{J}^2)$$

$$\hat{T}_{\pm 1}^{(2)}(J) = \mp \frac{N_J}{2} [(\hat{J}_x \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_x) \pm i (\hat{J}_y \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_y)] = \frac{N_J}{\sqrt{2}} (\hat{J}_{\pm} \hat{J}_0 + \hat{J}_0 \hat{J}_{\pm}) \quad (\text{II.10})$$

$$\hat{T}_{\pm 2}^{(2)}(J) = \frac{N_J}{2} [\hat{J}_x^2 - \hat{J}_y^2 \pm i (\hat{J}_x \hat{J}_y + \hat{J}_y \hat{J}_x)] = \hat{J}_{\pm}^2$$

avec

$$N_J = \sqrt{\frac{30}{(2J+3)(2J+1)J(2J-1)(J+1)}} = 1 \quad (J=1) \quad (\text{II.11})$$

Mathématiquement, l'orientation se décrit donc comme un vecteur à 3 dimensions, et de façon analogue l'alignement se décrit comme une matrice colonne à 5 composantes :

$$M = (m_{-2}^{(2)} \quad m_{-1}^{(2)} \quad m_0^{(2)} \quad m_1^{(2)} \quad m_2^{(2)})^t \quad (\text{II.12})$$

On se contentera par la suite d'exprimer trois coefficients seulement $(m_{0,1,2}^{(2)})$, les deux derniers pouvant être immédiatement obtenus grâce à la relation :

$$m_{-q}^{(k)} = (-1)^q (m_q^{(k)})^* \quad (\text{II.13})$$

Ces coefficients ne sont pas directement des observables, mais celles-ci s'en déduisent très simplement comme étant les parties réelles et imaginaires de chaque terme. Toute l'information mesurable est donc contenue dans les trois coefficients que nous donnerons.

B. Approximation à trois étapes appliquée à l'alignement

De même qu'en orientation, l'approximation à trois étapes repose sur la séparation des phénomènes mis en jeu dans le système atomique en trois étapes :

- Pompage optique
- Évolution magnétique
- Mesure de l'état du système

Cette approche est à l'heure actuelle couramment utilisée dans la description des systèmes atomiques pompés en alignement [42,50]. Nous allons nous intéresser pour le moment aux deux premières étapes de cette approximation.

1) Préparation par pompage optique

Pour que l'approximation à trois étapes soit valable, l'intensité optique doit être très faible. Plus précisément, le taux de pompage (Γ_p) doit être très inférieur à la relaxation dans l'obscurité (Γ_e) de l'hélium, $\Gamma_p \ll \Gamma_e$. Le niveau métastable (2^3S_1) est donc très légèrement dépeuplé par le pompage optique et les populations des sous niveaux restent presque identiques. En outre, le faible taux de pompage permet également de négliger les effets de cohérence optique du laser, et le faible temps de vie de l'état excité par rapport à celui de l'état métastable permet de considérer que les atomes ne séjournent pas dans l'état excité, mais retombent immédiatement dans l'état métastable. Au final, on montre par un raisonnement analogue à [16] présenté en Annexe I que le pompage fait apparaître un état stationnaire d'alignement dans l'état métastable s'écrivant :

$$M_{x,ss} = \frac{\Gamma_p}{\Gamma_p + \Gamma_e} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 \end{pmatrix}^t \quad (\text{II.14})$$

en considérant le faisceau polarisé linéairement, avec le champ électrique de la lumière parallèle à l'axe Ox , axe de quantification du système. Pour la suite, nous considérerons que le faisceau se propage suivant l'axe Oz et que le champ électrique de la lumière est toujours parallèle à Ox (fig 12). L'axe de quantification sera cependant basculé suivant l'axe Oz à certains moments. Ce changement d'axe de quantification se fait simplement grâce à la matrice D de rotation de Wigner, obtenant dans ce nouveau référentiel :

$$M_{ss} = D^{(2)} \left(0, \frac{\pi}{2}, 0 \right) \cdot M_{x,ss} = \frac{\Gamma_p}{\Gamma_p + \Gamma_e} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & \frac{-1}{2\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}^t \quad (\text{II.15})$$

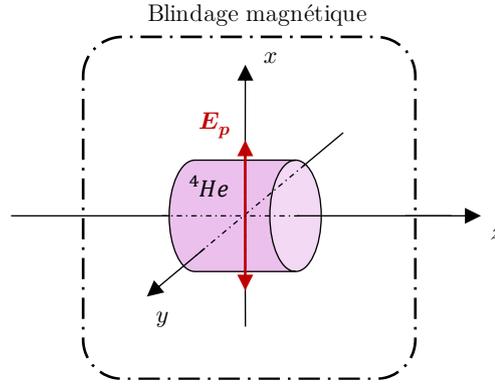


Figure 12 : Schéma du choix d'axes pour la description du pompage optique. E_p représente la polarisation du faisceau de pompe.

2) Evolution globale du système

L'équation globale d'évolution lorsque l'on ajoute un champ magnétique au système est l'équation de Liouville. Dans le formalisme tensoriel, elle s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \sum_{k,q} m_q^{(k)} \hat{T}_q^{(k)\dagger} = -\frac{i}{\hbar} \left[\hat{H}(t), \sum_{k,q} m_q^{(k)} \hat{T}_q^{(k)\dagger} \right] + \Gamma \sum_{k,q} (m_{q,ss}^{(k)} - m_q^{(k)}) \hat{T}_q^{(k)\dagger} \quad (\text{II.16})$$

avec $\Gamma = \Gamma_p + \Gamma_e$ la relaxation totale du système prenant en compte les effets du pompage en plus de la relaxation naturelle, et $\hat{H}(t) = -\hbar\gamma_g \mathbf{B}(t) \cdot \hat{\mathbf{S}}(t)$ le hamiltonien Zeeman dû au champ magnétique. \hbar et γ_g correspondent respectivement à la constante de Planck réduite et au rapport gyromagnétique de l'état 2^3S_1 . La relaxation optique est considérée pour le moment isotrope via la paramètre principalement qualitatif Γ_p (cf. Annexe I)⁶.

⁶ Nous verrons dans une description plus complète du pompage que la relaxation optique en alignement est anisotrope. Chaque rang q des variables d'alignement relaxe à un taux différent.

Les règles de commutation des opérateurs tensoriels irréductibles avec les opérateurs de spin sont données par [68] :

$$\begin{aligned} [\hat{S}_z, \hat{T}_q^{(k)}] &= q\hat{T}_q^{(k)} \\ [\hat{S}_\pm, \hat{T}_q^{(k)}] &= \sqrt{(k \mp q)(k \pm q + 1)}\hat{T}_{q\pm 1}^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

Dès lors, le champ magnétique n'induisant aucun couplage entre les différents ordres tensoriels, et le pompage optique ne créant que de l'alignement, on peut supprimer les deux ordres $k = 0$ et $k = 1$ représentant la population atomique globale du système et l'orientation. L'équation se simplifie alors sous la forme matricielle :

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbb{H}(\mathbf{B}) + \Gamma \right) M = \Gamma M_{ss} \quad (\text{II.18})$$

où l'évolution magnétique prend la forme [42,69] :

$$\mathbb{H}(\mathbf{B}) = -i\gamma_g \begin{pmatrix} -2B_z & B_- & 0 & 0 & 0 \\ B_+ & -B_z & \sqrt{\frac{3}{2}}B_- & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}B_+ & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}B_- & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}B_+ & B_z & B_- \\ 0 & 0 & 0 & B_+ & 2B_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.19})$$

En régime stationnaire, l'alignement du système pompé suivant l'axe Ox s'écrit :

$$\begin{cases} m_0^{(2)}/m_{ss} = \frac{1}{\Delta} [-4\omega_x^4 - 18\omega_x\omega_y\omega_z\Gamma + \omega_x^2(-2\omega_x^2 + 10\omega_z^2 - 5\Gamma^2) \\ \quad + (2\omega_y^2 - 4\omega_z^2 - \Gamma^2)(\omega_y^2 + \omega_z^2 + \Gamma^2)] \\ m_1^{(2)}/m_{ss} = \frac{-\sqrt{6}}{\Delta} [4\omega_x^3\omega_z + 4i\omega_x^2\omega_y(\omega_z + i\Gamma) - i\omega_y(2\omega_z - i\Gamma)(\omega_y^2 + \omega_z^2 + \Gamma^2) \\ \quad + \omega_x(-2\omega_z(\omega_y^2 + \omega_z^2) + 3i(-\omega_y^2 + \omega_z^2)\Gamma + \omega_z\Gamma^2)] \\ m_2^{(2)}/m_{ss} = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{3}{2}} [2(\omega_x + i\omega_y)^2(2\omega_x^2 - \omega_y^2 - \omega_z^2) + 2i\omega_z\Gamma(4\omega_x^2 + 3i\omega_x\omega_y + \omega_y^2 + \omega_z^2) \\ \quad + (5\omega_x^2 + 2i\omega_x\omega_y + 3\omega_y^2 + \omega_z^2)\Gamma^2 + 2i\omega_z\Gamma^3 + \Gamma^4] \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

$$\Delta = 2(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2 + \Gamma^2)(4(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + \Gamma^2)$$

$$m_{ss} = \frac{\Gamma_p}{\sqrt{6}(\Gamma_p + \Gamma)}$$

où⁷ $\omega_i = -\gamma_g B_i$

Comme nous l'avons mentionné en introduction, un capteur peut fonctionner en boucle ouverte dans sa gamme de réponse linéaire, ou en boucle fermée. On utilise dans le deuxième cas une bobine

⁷ Dorénavant, il sera fréquent d'alterner entre la vision en champ magnétique (B_x, B_y, B_z) utile d'un point de vue expérimental, et la vision en pulsation ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) plus pratique d'utilisation dans les expressions théoriques, car homogène à un taux de relaxation.

de rétroaction qui ramène à chaque instant le champ vu par les atomes à zéro. Il devient alors parfaitement légitime de ne s'intéresser qu'à la partie linéaire en champ magnétique de la réponse du capteur, ce qui permet en outre de s'affranchir de tous les effets d'ordres supérieurs indésirables pour le capteur⁸. Nous pouvons alors simplifier la réponse des atomes, et par la suite l'étude du capteur.

$$\begin{cases} m_0^{(2)} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Gamma_p}{4\Gamma} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_1^{(2)} = \omega_y \frac{\Gamma_p}{2\Gamma^2} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_2^{(2)} = i\omega_z \frac{\Gamma_p}{2\Gamma^2} + \frac{\Gamma_p}{4\Gamma} + O(\omega_i \omega_j) \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

$$i, j \in \{x, y, z\}$$

On observe ainsi que pour un système pompé suivant l'axe Ox , des sensibilités au champ magnétique apparaissent selon les axes transverses au pompage, ici Oy et Oz . Ce résultat, commun à l'orientation, est typique de l'effet Hanle⁹.

3) Gamme de validité de cette approche

Les équations précédentes, en particulier (II.21), permettent de visualiser simplement le comportement des différentes composantes atomiques sous l'action du champ magnétique. C'est là l'avantage majeur de l'approximation à trois étapes. Nous devons cependant nous assurer que cette description concorde avec les observations expérimentales, principalement dans la gamme de puissances optiques que nous utilisons dans les capteurs (typiquement 200 – 600 μW).

Bien entendu, c'est en réalité l'intensité optique (et non la puissance) qui est importante pour étudier le comportement des atomes. Néanmoins, notre modèle actuel utilise la valeur moyenne de l'intensité optique, à savoir la puissance totale du faisceau rapportée à sa section. Pour cette raison, nous nous permettrons d'indiquer généralement la puissance optique utilisée dans nos expériences (car c'est le paramètre réellement mesuré) et non l'intensité. Nous reparlerons plus loin des raisons et des limites de cette approximation (Chapitre IV-D). De même, nous présenterons alors en détail le montage expérimental et ses caractéristiques ainsi que les conditions expérimentales.

Concentrons-nous ici sur l'utilisation du modèle à trois étapes pour prédire le comportement atomique. Nous allons pour cela procéder en deux étapes. Dans un premier temps, nous allons vérifier si l'approximation est bien en accord avec l'expérience pour de faibles puissances optiques, puisque c'est le régime pour lequel elle a été développée. Ensuite, nous essayerons d'élargir la comparaison pour vérifier si cette approche est toujours utilisable pour les puissances optiques usuelles de nos magnétomètres.

⁸ Les capteurs fonctionnant en boucle ouverte sont ainsi généralement limités à une gamme dynamique correspondant au régime où les termes de premier ordre sont dominants. Au-delà, la réponse du système n'est plus linéaire, et des sensibilités croisées (de la forme $B_x B_y$ par exemple) font leur apparition.

⁹ On montre [70] que l'effet Hanle n'est possible qu'en pompage transverse par rapport au champ magnétique, mais qu'en revanche, des résonances paramétriques peuvent apparaître en pompage longitudinal en alignement. Nous reviendrons sur ce résultat plus tard.

Nous avons réalisé pour cela l'expérience simple suivante (fig 13). Le faisceau laser utilisé pour pomper les atomes est recueilli en sortie de cellule par un photodétecteur, afin de mesurer son absorption. Le courant de photodétection est ensuite envoyé vers une acquisition numérique via un amplificateur transimpédance afin de fournir le signal de mesure, proportionnel à la puissance optique transmise par l'hélium. Nous pouvons faire varier la puissance optique à l'aide d'un atténuateur optique, et balayer le champ magnétique (ici B_z) autour du champ nul afin de tracer la courbe de résonance représentative de l'effet Hanle. Pour des raisons de disponibilité de matériel, cette expérience a en réalité été réalisée sur un système à double passage, incluant un miroir en aluminium en bout de cellule. Le faisceau lumineux effectue ainsi un aller-retour dans la cellule avant d'être recueilli par le photodétecteur. Ce type de capteurs étant plus compact (fig 59), il est préférable dans un but applicatif. Dans le cadre de nos études néanmoins, nous préférons simplifier au maximum les schémas expérimentaux en restant en simple passage pour toutes les autres mesures.

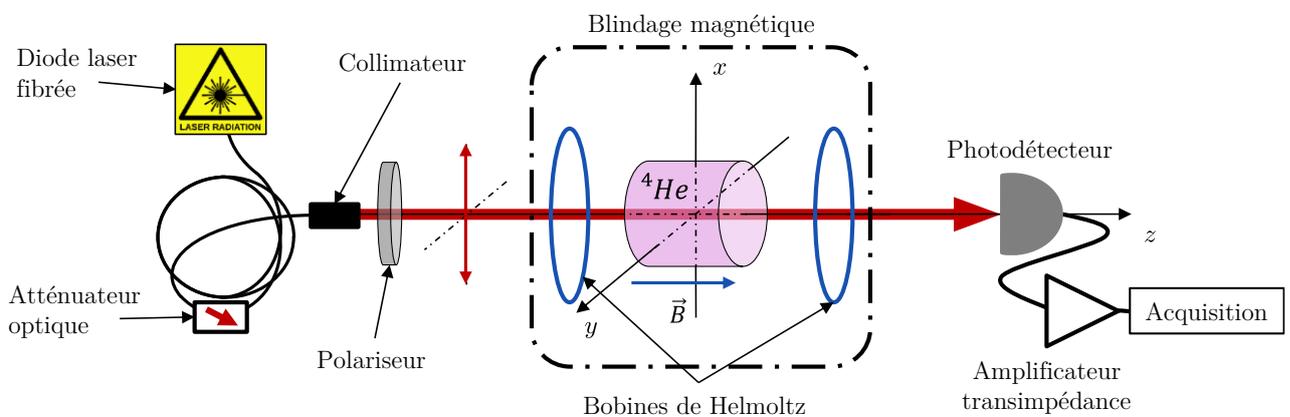


Figure 13 : Schéma de l'expérience d'effet Hanle en absorption en alignement.

Nous n'avons pas encore détaillé comment passer des variables atomiques $m_q^{(k)}$ au signal expérimental (puissance optique mesurée), cela fera l'objet du prochain chapitre. Ici, signalons simplement que le coefficient d'absorption de l'hélium est directement dépendant de l'alignement atomique créé par le laser $\left(\kappa \propto \frac{1}{\sqrt{3}}m_0^{(0)} + \frac{1}{\sqrt{6}}m_0^{(2)} - \text{Re}(m_2^{(2)})\right)$. De plus, le paramètre Γ_p décrivant la relaxation optique étant principalement qualitatif, nous estimons sa valeur à basse puissance via un fit numérique. Sachant que ce terme doit quand même être proportionnel à l'intensité optique ($\Gamma_p = I \cdot C$), c'est la constante de proportionnalité que nous ajustons ici sur une courbe expérimentale (à $9 \mu\text{W}$). La densité d'atomes métastables est également mesurée à faible puissance par absorption à fort champ magnétique. Tous les autres paramètres correspondent aux données expérimentales. La superposition des résultats expérimentaux avec les courbes théoriques est présentée ci-après (fig 14).

Nous pouvons alors remarquer qu'une fois la proportionnalité entre l'intensité optique et Γ_p établie, l'accord entre données théoriques et expérimentales est très bon et se conserve pour plusieurs valeurs de puissances incidentes. Notons tout de même que nous restons ici dans une gamme de basses puissances optiques, pour lesquelles la relaxation optique (Γ_p) n'est pas prédominante devant la relaxation naturelle (Γ_e). C'est le domaine dans lequel l'approche à trois étapes est parfaitement appropriée.

Intéressons-nous maintenant à de plus fortes puissances optiques, afin de déterminer si cette approche reste valide lorsque la relaxation optique devient prédominante (fig 15).

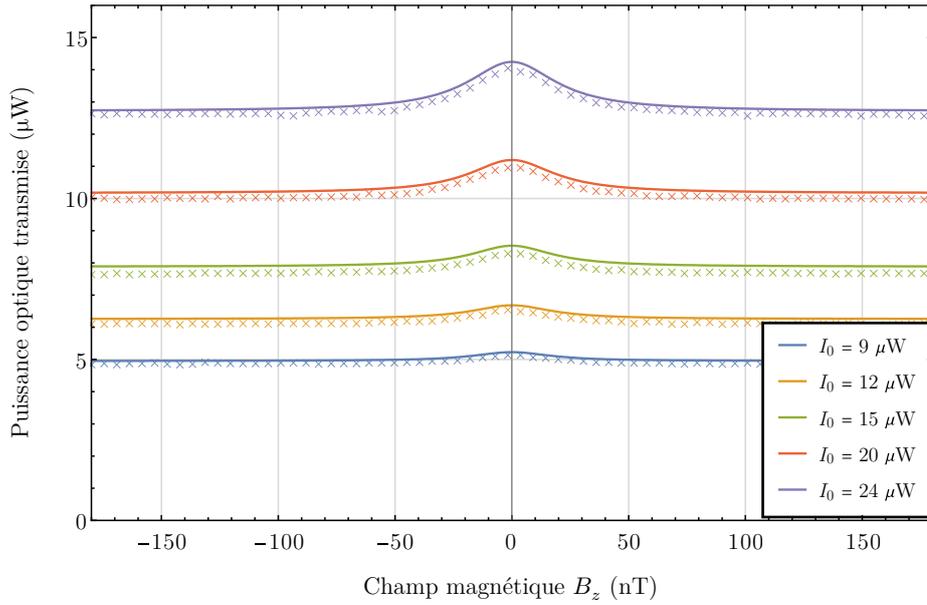


Figure 14 : Superposition des mesures d'effet Hanle en absorption (croix) et des courbes théoriques issues de l'approche à trois étapes (courbes pleines) pour de faibles puissances optiques. Le paramètre Γ_p est ajusté sur la courbe à $9 \mu\text{W}$. La puissance optique indiquée dans l'encadré est la puissance estimée vue par les atomes en début de cellule, d'après une mesure juste avant la cellule de gaz.

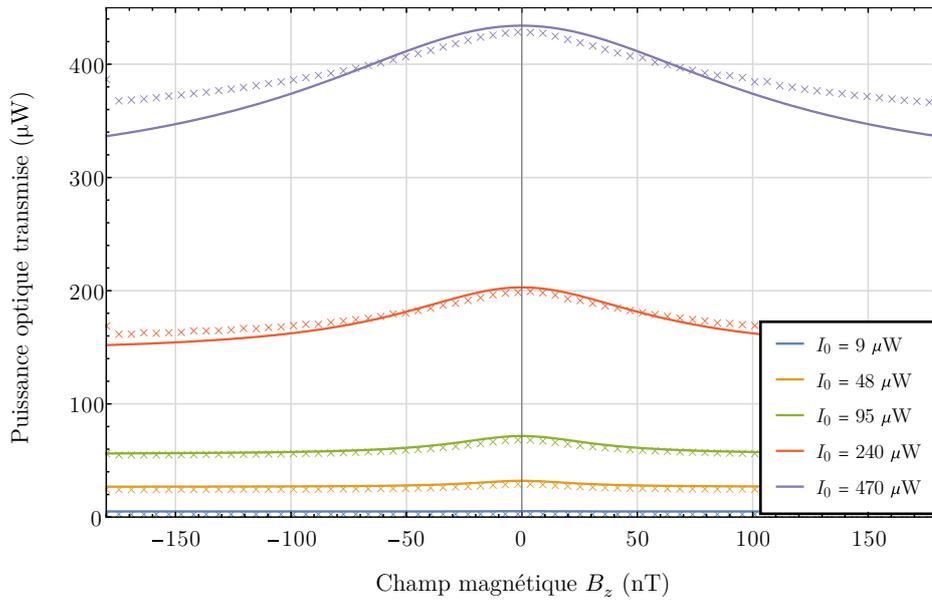


Figure 15 : Superposition des mesures d'effet Hanle en absorption (croix) et des courbes théoriques issues de l'approche à trois étapes (courbes pleines) pour des puissances optiques usuelles. Le paramètre Γ_p est ajusté sur la courbe à $9 \mu\text{W}$. La puissance optique indiquée dans l'encadré est la puissance estimée vue par les atomes en début de cellule, d'après une mesure juste avant la cellule de gaz.

Nous pouvons voir dans ces résultats que l'accord entre la modélisation et l'expérience se détériore au fur et à mesure que la puissance optique augmente, et ce particulièrement pour des champs magnétiques supérieurs à 50 nT. Bien que l'étude de nos capteurs ait pour objectif principal de décrire le comportement du système autour du champ nul, j'ai préféré m'orienter vers une autre modélisation théorique, afin de chercher un meilleur accord avec mes données expérimentales.

Avant de nous intéresser à cette deuxième modélisation, expliquons rapidement la raison de ce désaccord progressif de l'approximation à trois étapes. Tant que l'intensité optique (expérimentalement la puissance) est faible, l'état métastable est peu dépeuplé par le pompage optique, si bien que le faisceau peut toujours pomper de nouveaux atomes, indépendamment des autres phénomènes. L'approximation à trois étapes est donc valide. Quand l'intensité optique augmente en revanche, arrive un stade où le faisceau ne peut plus pomper d'atomes car le(s) sous-niveau(x) pompé(s) est (sont) déjà quasi vide(s). L'efficacité du pompage diminue et devient dépendante des autres phénomènes, dont notamment la précession magnétique (d'où l'évolution du désaccord avec le champ magnétique). On parle alors de saturation du pompage optique [16]. Cela se produit quand le taux de relaxation optique devient comparable au taux de relaxation naturelle $\Gamma_p \gtrsim \Gamma_e$.

De façon équivalente, ce phénomène de saturation peut également être vu d'une autre façon, quand l'axe de quantification du système ne coïncide pas avec la direction du pompage (direction de polarisation). Le faisceau optique arrache alors les atomes à la superposition cohérente dans laquelle ils se trouvent [60], détruisant ainsi partiellement la polarisation atomique. Dans les deux cas, il est clair que le pompage joue un rôle de relaxation prédominant lorsque l'intensité optique devient assez importante. Apportons une précision terminologique tout de même, cette saturation n'est nullement en lien avec la saturation de la transition atomique utilisée pour le pompage, pour laquelle le taux de pompage serait à comparer avec le taux d'émission spontanée de l'état supérieur (ici 2^3P).

Du point de vue mathématique, nous pouvons traduire ces phénomènes de la façon suivante. Comme il est précisé en Annexe I, nous avons considéré pour le moment un taux de pompage Γ_p identique (isotrope) pour toutes les composantes $m_q^{(2)}$ de l'alignement atomique. En réalité, nous verrons plus loin que chaque composante réagit différemment sous l'action du pompage, résultant en un taux différent pour chacune (anisotrope). Cette anisotropie est particulièrement importante à prendre en compte lorsque le taux de pompage est important devant la relaxation naturelle et que les différentes composantes sont mélangées entre elles via l'action du champ magnétique.

Ainsi, même si à champ nul, le taux isotrope que nous considérons reproduit assez fidèlement le comportement réel du système, il n'est plus suffisant lorsque la précession de la polarisation est importante (lorsque le champ magnétique augmente). En particulier, ce phénomène s'accroît au fur et à mesure que le taux de pompage n'est plus négligeable devant la relaxation naturelle (lorsque l'intensité optique augmente, i.e. $\Gamma_p \gtrsim \Gamma_e$).

C. Description quantitative du pompage

L'approche à trois étapes permet de mettre en lumière les caractéristiques du pompage et du système au travers d'une description qualitative simple, mais n'est valide quantitativement que pour des intensités de pompage très faibles. Afin de prédire les signaux de photodétection avec précision, et d'étudier les sensibilités atteignables par les capteurs, il est nécessaire d'utiliser une description plus complète du système. En particulier, nous devons décrire l'effet du pompage sur chacune des composantes $m_q^{(k)}$ de la polarisation atomique. Nous allons pour cela utiliser la théorie du pompage optique développée par C. Cohen-Tannoudji [60] dans le formalisme de la matrice densité, puis transposée dans celui des opérateurs tensoriels irréductibles par J.P. Faroux [71].

Afin de ne pas créer de confusion entre le terme Γ_p isotrope précédent et notre nouvelle description du pompage anisotrope, nous noterons désormais le taux de pompage γ_p . Cela permettra également d'identifier immédiatement si les équations sont issues de l'approximation à trois étapes (contenant Γ_p) ou du modèle développé par C. Cohen-Tannoudji (contenant γ_p).

Bien que nous utilisions expérimentalement un laser monomode, donc un faisceau lumineux cohérent au sens optique, les équations du pompage optique « classique » (utilisant des lampes non cohérentes) restent valables. En effet le temps de vie des cohérences « optiques » entre le niveau métastable et le niveau excité est *a minima* limité par le temps de vie de ces niveaux (donc principalement limité par le temps de vie du niveau excité) et fortement impacté par les collisions [72]. Dans nos conditions de pression, ce temps de relaxation des cohérences « optiques » est donc faible face aux autres temps caractéristiques du système, nous permettant de les négliger. Les deux niveaux (métastable et excité) ne sont donc couplés entre eux que par les termes décrivant les échanges de leurs populations via le pompage optique et l'émission spontanée. Enfin nous utilisons des intensités optiques toujours suffisamment faibles pour négliger l'émission stimulée.

1) Description du faisceau lumineux

Lors d'une interaction dipolaire électrique avec les atomes, le photon se comporte comme une particule de moment cinétique égal à 1 dont la composante le long de sa direction de propagation dépend de son état de polarisation [73]. Pour être capable de décrire tout type de lumière, et notamment de la lumière dépolarisée, qui est un mélange statistique de toutes les polarisations possibles, il est donc possible de définir une matrice densité des photons du faisceau lumineux, dont les états de base $|p\rangle$ (vecteurs propres de l'opérateur \hat{J}_z) correspondent aux états de polarisation σ^- , π , σ^+ . Ainsi pour un photon dans un état pur (totalement polarisé) $|\psi\rangle$, on a :

$$|\psi\rangle = \sum_p \lambda_p |p\rangle \quad (\text{II.22})$$

Pour un ensemble de photons ayant une probabilité p_i d'être dans l'état $|\psi_i\rangle$ nous pouvons définir une matrice densité s'écrivant :

$$\hat{\phi} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| = \sum_{i,p,p'} p_i \lambda_p \lambda_{p'}^* |p\rangle \langle p'| \quad (\text{II.23})$$

De façon analogue à (II.3), on peut aussi utiliser une base d'opérateurs tensoriels $\hat{\phi}_q^{(k)}$ agissant dans l'espace du photon afin de réécrire cette matrice :

$$\begin{aligned} \hat{\phi} &= \sum_{k,q} \phi_q^{(k)} \cdot \hat{\phi}_q^{(k)\dagger} (1) \\ \phi_q^{(k)} &= \langle \hat{\phi}_q^{(k)} \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

k ne peut alors prendre que 3 valeurs lors d'une interaction dipolaire électrique : 0, 1 ou 2. Il est possible de passer d'une représentation à l'autre grâce à :

$$\lambda_p \lambda_{p'}^* = \sum_{k,q} (-1)^{1-p+q} \sqrt{2k+1} \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ -p & -q & p' \end{pmatrix} \phi_q^{(k)} \quad (\text{II.25})$$

$$\phi_q^{(k)} = \sum_{p,p'} (-1)^{1-p+q} \sqrt{2k+1} \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ -p & -q & p' \end{pmatrix} \lambda_p \lambda_{p'}^* \quad (\text{II.26})$$

Cette décomposition dépend donc de la polarisation du faisceau lumineux considéré, ainsi que de sa direction de propagation. Nous considérerons majoritairement un faisceau se propageant suivant l'axe Oz , dont nous rappelons la décomposition opératorielle ci-dessous. Les décompositions pour toutes les directions de propagation sont issues de la référence [71], et sont rappelées en Annexe II.

Polarisation	Naturelle	Circulaire		Rectiligne ; $\phi = (\mathbf{Ox}, \mathbf{e}_\lambda)$				
		σ^+	σ^-	ϕ	0	$\pi/2$	$\pi/4$	$3\pi/4$
ϕ_0^0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
ϕ_0^1	0	$+\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	0	0	0	0
ϕ_0^2	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$
ϕ_2^2	0	0	0	$-\frac{1}{2}e^{2i\phi}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{i}{2}$	$-\frac{i}{2}$
ϕ_{-2}^2	0	0	0	$-\frac{1}{2}e^{-2i\phi}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{i}{2}$	$+\frac{i}{2}$

Tableau 3 : Décomposition de la matrice densité des photons pour un faisceau se propageant suivant l'axe Oz . Les composantes non décrites sont nulles.

2) Évolution du système atomique

Comme précédemment, plusieurs phénomènes simultanés régissent l'évolution des variables atomiques. Nous présentons ici les expressions mathématiques de cette évolution dans le formalisme tensoriel tel que présentées dans la thèse de J.P. Faroux¹⁰ [71] :

a - Pompage optique

Lorsque le faisceau optique traverse le milieu en étant accordé sur une transition atomique, certains atomes peuvent absorber un photon (cf. Chapitre I-C), passant ainsi de l'état métastable à l'état excité. L'évolution des composantes $m_Q^{(K)}$ de la matrice densité de l'état métastable est alors décrite par :

$$\frac{d}{dt} m_Q^{(K)} = \gamma_p \Lambda m_Q^{(K)} \quad (\text{II.27})$$

¹⁰ Nous écrivons ici l'évolution des valeurs moyennes des opérateurs $\hat{T}_q^{(k)}$ et non l'évolution de leurs adjoints $\hat{T}_q^{(k)\dagger}$.

où γ_p est le taux de pompage, proportionnel à l'intensité optique. Nous le définirons plus tard. $\Lambda m_Q^{(K)}$ est le terme décrivant l'effet de l'onde lumineuse sur l'arrangement des populations et des cohérences au sein de l'état métastable.

$$\begin{aligned} \Lambda m_Q^{(K)} = & -3(2J+1)(-1)^{1+J+F+K} \sum_{k,q,k',q'} (-1)^{2J} \sqrt{(2k+1)(2k'+1)} \\ & \times \frac{1}{2} (1 + (-1)^{k+k'+K}) \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k \\ J & J & F \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k & k' & K \\ J & J & J \end{matrix} \right\} \langle k, q, k', q' | K, Q \rangle \phi_q^{(k)} m_{q'}^{(k')} \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

où F est le moment cinétique total du niveau excité (2^3P), prenant les valeurs 0,1 et 2 pour les états $2^3P_0, 2^3P_1$ et 2^3P_2 respectivement. Ce terme est responsable de l'apparition dans l'état métastable d'une polarisation atomique. On parle alors de pompage par dépopulation.

Les atomes qui arrivent dans l'état excité font apparaître à leur tour une polarisation dans cet état. Cette dernière dépend directement des caractéristiques du faisceau et de l'arrangement des populations et des cohérences de l'état métastable. On appelle $\sigma_Q^{(K)}$ les éléments de la décomposition tensorielle de la matrice densité de l'état excité, et on considère le faisceau spectralement étroit par rapport à l'écart entre les différents niveaux excités 2^3P . L'action du pompage optique sur l'état excité est alors donnée par :

$$\frac{d}{dt} \sigma_Q^{(K)} = \gamma_p \sigma_p^{(K)} \quad (\text{II.29})$$

avec :

$$\begin{aligned} \sigma_p^{(K)} = & \sum_{k,q,k',q'} 3(2J+1) \sqrt{(2k+1)(2k'+1)} \left\{ \begin{matrix} 1 & J & F \\ 1 & J & F \\ k & k' & K \end{matrix} \right\} \\ & \times (-1)^{k+k'+K} \langle k, q, k', q' | K, Q \rangle \phi_q^{(k)} m_{q'}^{(k')} \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

En parallèle, lorsque la lumière n'est pas en résonance avec les atomes, ces derniers ne peuvent plus réellement absorber de photons. On parle alors de *transition virtuelle*, qui se traduit par un déplacement énergétique des sous-niveaux de l'état métastable en présence du faisceau lumineux (souvent appelé *light-shift*). Mathématiquement, les variations des composantes de la polarisation atomique de l'état métastable sont alors données par :

$$\frac{d}{dt} m_Q^{(K)} = \Delta E \Delta m_Q^{(K)} \quad (\text{II.31})$$

où ΔE est le taux de light-shift, proportionnel à l'intensité optique. Nous verrons qu'il est intimement lié au taux de pompage. $\Delta m_Q^{(K)}$ est le terme décrivant l'effet de l'onde lumineuse sur l'arrangement des populations et des cohérences au sein de l'état métastable.

$$\begin{aligned} \Delta m_Q^{(K)} = & -3(2J+1)(-1)^{1+J+F+K} \sum_{k,q,k',q'} (-1)^{2J} \sqrt{(2k+1)(2k'+1)} \\ & \times (1 - (-1)^{k+k'+K}) \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k \\ J & J & F \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k & k' & K \\ J & J & J \end{matrix} \right\} \langle k, q, k', q' | K, Q \rangle \phi_q^{(k)} m_{q'}^{(k')} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

L'évolution due au light-shift s'écrit de façon similaire à celle de l'absorption, seul le terme $\frac{1}{2}(1 + (-1)^{k+k'+K})$ est transformé en $(1 - (-1)^{k+k'+K})$.

b - Emission spontanée

Le niveau excité 2^3P ayant un temps de vie $\tau_{ex} = 2.10^{-7}$ s très court, les atomes retombent rapidement dans l'état métastable. Pour l'état excité, c'est un phénomène isotrope qui détruit la polarisation atomique, s'écrivant avec $\Gamma_{ex} = 1/\tau_{ex}$:

$$\frac{d}{dt}\sigma_Q^{(K)} = -\Gamma_{ex}\sigma_Q^{(K)} \quad (\text{II.33})$$

Pour le niveau métastable en revanche, c'est un processus de repeuplement sélectif selon les sous niveaux qui peut créer une polarisation au sein du niveau. Ce phénomène est d'ailleurs connu sous le nom de pompage par repopulation. Il s'écrit :

$$\frac{d}{dt}m_Q^{(K)} = \Gamma_{ex} \sum_F (-1)^{1+J+F+K} (2F+1) \left\{ \begin{matrix} F & F & K \\ J & J & 1 \end{matrix} \right\} \sigma_Q^{(K)} \quad (\text{II.34})$$

Notons dès à présent que pour la transition D_0 , le pompage par repopulation est inexistant puisque les probabilités de désexcitation de l'état 2^3P_0 vers les sous niveaux de l'état métastable sont égales en champ faible.

c - Relaxation collisionnelle

En plus des termes de relaxation par émission spontanée, il convient de prendre en compte les phénomènes collisionnels (cf. Chapitre I-E) dans les sources de relaxation. Les collisions entre un atome excité et un atome à l'état fondamental (1^1S_0) entraînent une redistribution des populations entre les trois niveaux 2^3P des atomes, indépendamment des variables de spin des atomes [62,65,66]. Ce phénomène a donc tendance à rééquilibrer les populations des sous niveaux, détruisant ainsi la polarisation de l'état excité. Il est considéré isotrope et peut être modélisé avec une seule constante de dépolarisation Γ_{dep} (I.26). En revanche, il conserve le nombre d'atomes qui retombent finalement dans l'état métastable par émission spontanée. L'ordre $K = 0$ n'est donc pas impacté par ces collisions.

$$\frac{d}{dt}\sigma_Q^{(K)} = -\Gamma_{dep}^{(K)}\sigma_Q^{(K)} \quad (\text{II.35})$$

$$\Gamma_{dep}^{(0)} = 0, \quad \Gamma_{dep}^{(K \neq 0)} = \Gamma_{dep}$$

Pour les pressions usuelles de nos cellules (environ 9 Torr), le taux de dépolarisation est environ 12 fois supérieur au taux de désexcitation spontanée de l'état excité. Nous considérerons donc pour la suite que l'état excité est totalement dépolarisé avant que les atomes ne retombent dans l'état métastable. Cela n'impacte bien évidemment pas le pompage sur la raie D_0 , mais impacte en revanche un pompage utilisant les raies D_1 ou D_2 .

Les collisions faisant retomber les atomes de l'état métastable 2^3S_1 à l'état fondamental 1^1S_0 sont également considérées isotropes, et se modélisent par le terme :

$$\frac{d}{dt}m_Q^{(K)} = -\Gamma_e m_Q^{(K)} \quad (\text{II.36})$$

d - Evolution magnétique

La précession induite par le champ magnétique dans le niveau métastable est décrite de façon similaire à ce qui a été présenté précédemment, à savoir en utilisant le hamiltonien Zeeman pouvant s'écrire dans le formalisme tensoriel sous forme matricielle :

$$\frac{d}{dt}M = \mathbb{H}(\mathbf{B}) \cdot M \quad (\text{II.37})$$

où M est la matrice colonne comprenant les cinq composantes d'alignement, et $\mathbb{H}(\mathbf{B})$ est la matrice donnée en (II.19).

Dans l'état excité, ce phénomène peut être négligé. En effet, l'état excité est totalement dépolarisé avant de relaxer vers l'état métastable. Cela signifie que les atomes sont répartis de façon totalement identique dans les sous-niveaux de l'état excité et perdent toute cohérence entre eux. L'évolution magnétique n'a donc aucun impact dans le niveau excité. En outre, cela implique qu'aucune cohérence magnétique ne peut se transmettre de l'état excité vers l'état métastable. On note donc que les transitions atomiques réelles ne peuvent pas induire de déplacements d'énergies aux pressions usuelles de nos cellules [59].

e - Génération d'atomes métastables

Il convient également de prendre en compte que de nouveaux atomes métastables créés par la décharge viennent remplacer ceux qui sont détruits par collision. Ce phénomène est indépendant du spin, et les populations des sous niveaux des atomes métastables créés sont parfaitement égales. La décharge étant stable au bout d'un certain temps, cette génération compense parfaitement les pertes par collision et s'écrit donc :

$$\frac{d}{dt}m_Q^{(K)}(J) = \frac{\Gamma_e}{\sqrt{2J+1}}\delta_{K,0}\delta_{Q,0} \quad (\text{II.38})$$

f - Équations d'évolutions globales

Toutes les sources d'évolution que nous avons citées s'additionnent pour donner les équations complètes d'évolutions des états excité et métastable. On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}\sigma_Q^{(K)} = -\Gamma_{ex}\sigma_Q^{(K)} - \Gamma_{dep}^{(K)}\sigma_Q^{(K)} + \gamma_p\sigma_p^{(K)} \\ \frac{d}{dt}m_Q^{(K)} = +\frac{\Gamma_e}{\sqrt{2J+1}}\delta_{K,0}\delta_{Q,0} - \Gamma_e m_Q^{(K)} + \sum_q \mathbb{H}(\mathbf{B})_{Q,q} m_q^{(K)} \\ \quad + (\gamma_p \Lambda m_{Q,p}^{(K)} - i\Delta E \Delta m_{Q,LS}^{(K)}) \\ \quad + \Gamma_{ex} \sum_F (-1)^{1+J+F+K} (2F+1) \left\{ \begin{array}{ccc} F & F & K \\ J & J & 1 \end{array} \right\} (\sigma_Q^{(K)})_{ss} \end{array} \right. \quad (\text{II.39})$$

dans lesquelles $(\sigma_Q^{(K)})_{ss}$ intervenant dans l'état métastable est obtenu en résolvant l'équation de l'état excité.

Les taux de pompage et de light-shift correspondent aux intensités des phénomènes d'absorption et de dispersion dans la vapeur, et sont donnés d'après J.P. Barrat et C. Cohen-Tannoudji [14,15,45] par la relation :

$$\frac{\gamma_p}{2} + i\Delta E = \frac{iq^2 |\langle 2^3P_i | \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i | 2^3S_1 \rangle|^2}{\hbar^2 3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I(\omega) d\omega}{2\epsilon_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(v_z) dv_z}{\omega - \omega_0 - \omega_0 \frac{v_z}{c} + i \frac{\Gamma_L}{2}} \quad (\text{II.40})$$

aboutissant à :

$$\begin{cases} \frac{\gamma_p}{2} = I \frac{\pi^2 r_e c f_{D_i}}{\hbar \omega_0} \text{Re}(\mathcal{V}(\omega)) \\ \Delta E = I \frac{\pi^2 r_e c f_{D_i}}{\hbar \omega_0} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

avec $I(\omega)$ la distribution spectrale d'intensité du laser (considérée ici extrêmement fine), I son intensité moyenne vue par les atomes (en W/m^2), $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$ (le rayon classique de l'électron), f_{D_i} la force d'oscillateur de la raie $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_i$, ω la pulsation du laser, $p(v_z)$ la distribution en vitesse des atomes (cf. Chapitre I-B) et $\mathcal{V}(\omega)$ le profil de Voigt de la raie D_i , centrée autour de la pulsation ω_0 .

3) Pompage de D_0 , D_1 , D_2

Au vu des équations précédentes, il apparait que le taux de pompage (γ_p) de l'état métastable à champ nul dépend fortement de la raie utilisée. Pour les raies D_1 et D_2 la polarisation atomique créée dépend également du taux de dépolarisation de l'état excité. Intéressons-nous alors à l'efficacité globale du pompage en alignement pour les trois raies D_0 , D_1 et D_2 . Afin de n'avoir qu'un terme à étudier et à comparer pour chaque raie (au lieu des cinq termes $m_q^{(2)}$ de l'alignement), considérons maintenant que la géométrie suivante. Le champ électrique du faisceau de pompe définit notre axe de quantification. De cette manière, seule la composante d'alignement $m_0^{(2)}$ est réelle et non nulle. Un calcul analogue a été réalisé en orientation (où $m_0^{(1)}$ est la variable d'intérêt) dans plusieurs références [62,66,74], nous ne présentons ici que les résultats pour un pompage en alignement (fig 16).

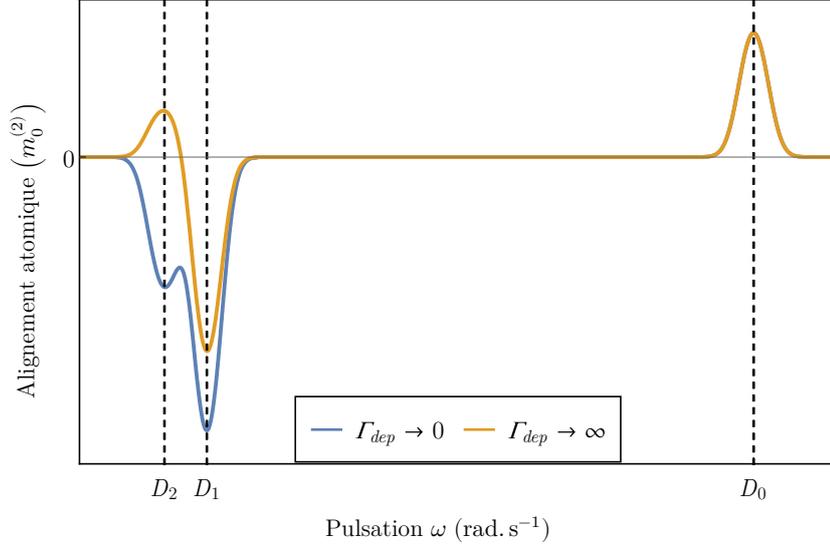


Figure 16 : Allure de la composante $m_0^{(2)}$ issue du pompage optique en fonction de la fréquence du laser. Chaque courbe présente un cas extrême du taux de dépolarisation de l'état excité (0 ou ∞).

Les deux courbes correspondent aux deux régimes extrêmes de dépolarisation de l'état excité. La courbe pour un taux de dépolarisation nul (bleue) correspond ainsi à une situation à très basse pression, pour laquelle on néglige les collisions dépolarisantes. Dans ce cas le pompage de dépopulation et de repopulation sont tous deux importants, et un compromis s'établit entre les deux. A l'inverse l'autre courbe (orange) correspond à une situation de pression assez importante pour laquelle le taux de dépolarisation est plus rapide que le taux d'émission spontanée. Les atomes dans l'état excité ont le temps de se dépolariser complètement avant de retomber dans l'état métastable. Dans ce cas le pompage de repopulation s'annule, et seule la dépopulation crée une polarisation atomique.

Comme attendu la raie D_0 n'est pompée que par dépopulation. La raie D_1 est légèrement sensible au phénomène de dépolarisation, faisant légèrement diminuer la polarisation à forte pression. La raie D_2 en revanche y est extrêmement sensible, puisque la disparition du phénomène de repopulation inverse totalement le sens de pompage.

Enfin bien que le pompage le plus important soit atteint grâce à D_1 , nous verrons plus tard que cela n'est pas synonyme d'une meilleure sensibilité car d'autres paramètres jouent un rôle important pour déterminer celle-ci. Pour le moment, continuons l'étude des magnétomètres en explicitant uniquement les résultats issus d'un pompage de la raie D_0 . Toutes nos conclusions resteront valables pour les deux autres raies, mais les équations en seront grandement simplifiées. Nous reparlerons cependant des trois raies lorsque nous évoquerons les performances estimées des magnétomètres.

4) Etat stationnaire d'alignement

Afin de comparer cette méthode de calcul à l'approximation des faibles intensités optiques, nous avons réécrit l'équation d'évolution de l'état métastable (II.39) sous une forme matricielle similaire à (II.18). Revenons également pour cela à une géométrie identique, avec le pompage optique (i.e. le champ électrique du faisceau pompe) suivant l'axe Ox (fig 12). Nous obtenons une équation de la forme :

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbb{H}(\mathbf{B}) + R\right) M = \gamma_p M_p \quad (\text{II.42})$$

avec R la matrice de relaxation globale suivante :

$$\begin{pmatrix} \left(\Gamma_e + \frac{3}{2}\gamma_p\right) & 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\Gamma_e + \frac{3}{4}\gamma_p\right) & 0 & -\frac{3}{4}\gamma_p & 0 \\ -\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{2} & 0 & \left(\Gamma_e + \frac{\gamma_p}{2}\right) & 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{2} \\ 0 & -\frac{3}{4}\gamma_p & 0 & \left(\Gamma_e + \frac{3}{4}\gamma_p\right) & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{2} & 0 & \left(\Gamma_e + \frac{3}{2}\gamma_p\right) \end{pmatrix} \quad (\text{II.43})$$

et M_p le taux de pompage d'équilibre :

$$M_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^t \quad (\text{II.44})$$

Comme attendu, le pompage optique induit une relaxation anisotrope de l'alignement (matrice R non proportionnelle à l'identité). Mais mis à part cette caractéristique nouvelle, l'équation est d'une forme identique à celle obtenue avec l'approximation à trois étapes (II.18). Au premier ordre en champ magnétique, on peut trouver les solutions suivantes :

$$\begin{cases} m_0^{(2)} = -\frac{\gamma_p}{\sqrt{6}(\Gamma_e + 2\gamma_p)} + O(\omega_i\omega_j) \\ m_1^{(2)} = \omega_y \frac{2\gamma_p}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p)} + O(\omega_i\omega_j) \\ m_2^{(2)} = \frac{4i\omega_z\gamma_p + \gamma_p(2\Gamma_e + 3\gamma_p)}{2(\Gamma_e + 2\gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p)} + O(\omega_i\omega_j) \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

Les ordres supérieurs en champ magnétique s'obtiennent rapidement avec un logiciel de calcul formel comme *Mathematica*. Ces expressions étant assez difficilement lisibles, nous ne les présenterons pas ici.

On observe enfin que les expressions au premier ordre sont de la même forme que celles obtenues dans l'approximation à trois étapes. La dépendance à la composante B_y du champ magnétique apparaît sur la partie réelle de $m_1^{(2)}$, celle à B_z est sur la partie imaginaire de $m_2^{(2)}$, et un terme constant est présent sur $m_0^{(2)}$ et sur la partie réelle de $m_2^{(2)}$. Nous nous permettons donc par la suite d'effectuer certains calculs dans le cadre de l'approximation à trois étapes. Cela permettra d'alléger les expressions mathématiques et de préserver l'intuition physique que l'on peut en avoir.

Ce résultat peut être étendu au-delà du premier ordre en champ magnétique avec un changement de repère adapté. En choisissant un axe de quantification le long de la polarisation du laser, la matrice de relaxation devient diagonale, assurant ainsi que son rôle se limite à la destruction des composantes d'alignement dans l'état métastable. Le comportement du système est donc parfaitement similaire (d'un point de vue qualitatif) que l'on se limite ou non aux faibles puissances

optiques. Lors d'une étude qualitative des magnétomètres, il est donc parfaitement légitime de simplifier les expressions via l'approximation à trois étapes, sans perte de généralité des résultats.

Signalons également que toutes les expressions qui ont été écrites ici ne sont valables que pour une épaisseur optique du milieu suffisamment faible pour que toutes les variations spatiales dans le milieu ou sur le faisceau soient linéaires.

Nous avons enfin considéré lors de la résolution des équations que le faisceau laser est parfaitement accordé sur la raie D_0 , ne générant pas de light-shift ($\Delta E = 0$). Nous avons fait la même hypothèse lors du calcul à trois étapes, et elle se justifie naturellement quand le faisceau de pompe est volontairement accordé sur la raie (pour les mesures d'absorption typiquement). En règle générale, et pour certaines architectures où le faisceau laser peut se retrouver légèrement désaccordé de la résonance, il convient de conserver les effets de light-shift tout au long du calcul. Les solutions de l'équation (II.39) au premier ordre en champ magnétique sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_0^{(1)} = -\omega_z \frac{12\sqrt{2}\gamma_p \Delta E}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_1^{(1)} = \omega_y \frac{12i\gamma_p \Delta E}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_0^{(2)} = -\frac{\gamma_p}{\sqrt{6}(\Gamma_e + 2\gamma_p)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_1^{(2)} = \omega_y \frac{2\gamma_p(2\Gamma_e + 3\gamma_p)}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_2^{(2)} = \frac{\gamma_p(2\Gamma_e + 3\gamma_p)(4i\omega_z + 2\Gamma_e + 3\gamma_p) + 36\gamma_p \Delta E^2}{2(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \end{array} \right. \quad (\text{II.46})$$

Nous reviendrons plus tard (Chapitre VI-B) sur les raisons de l'apparition de termes d'orientation ($m_q^{(1)}$) dans la solution.

Signalons enfin que même si nous ne présentons les résultats des équations que pour la raie D_0 , les éléments nécessaires aux calculs pour les trois raies sont donnés en Annexe III.

5) Vérification expérimentale

Comme dans le cas de l'approximation à trois étapes, vérifions désormais que ce modèle prédit correctement nos résultats expérimentaux. Nous utilisons pour cela les mêmes données expérimentales que précédemment (cf. Chapitre II-B.3), auxquelles nous superposons les courbes théoriques issus de ce nouveau modèle. Pour mémoire, il s'agit d'une mesure de la puissance optique transmise par l'hélium, dans laquelle nous faisons varier la puissance incidente et le champ magnétique B_z (fig 13). Nous détaillerons dans le chapitre suivant l'obtention des expressions exactes des signaux de mesure à partir des composantes $m_q^{(k)}$. Rappelons simplement à ce stade que le coefficient d'absorption de l'hélium est ici proportionnel à certaines composantes de l'alignement atomique $\left(\kappa \propto \frac{1}{\sqrt{3}}m_0^{(0)} + \frac{1}{\sqrt{6}}m_0^{(2)} - \text{Re}(m_2^{(2)}) \right)$. Cette fois en revanche, le taux de pompage γ_p n'a pas de raison d'être ajusté numériquement puisque nous connaissons la formule permettant de le déterminer (II.41). Nous allons

donc directement superposer les courbes expérimentales aux attentes théoriques, dans lesquelles tous les paramètres sont directement issus des valeurs expérimentales (fig 17).

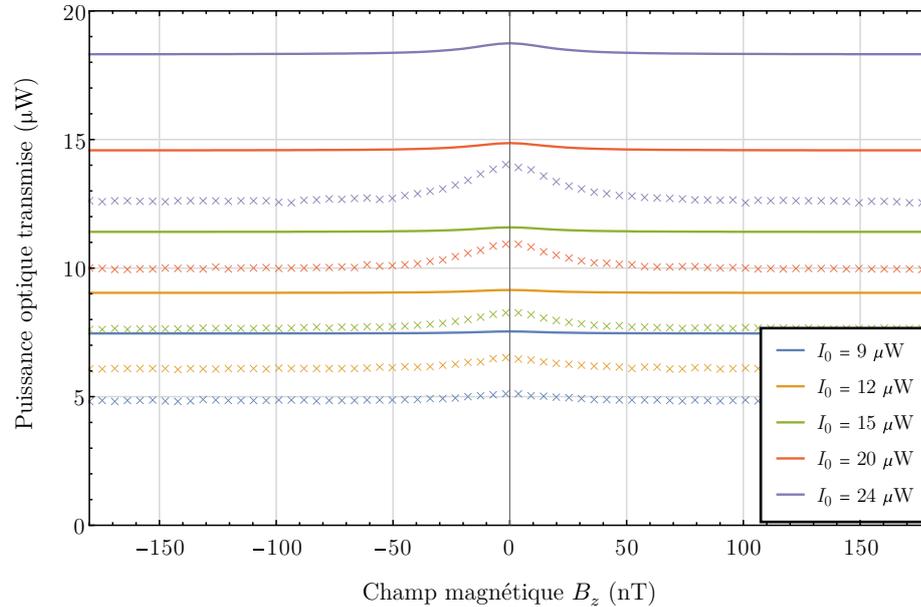


Figure 17 : Superposition des mesures d'effet Hanle en absorption (croix) et des attentes théoriques (courbes pleines) pour de faibles puissances optiques. La puissance optique indiquée dans l'encadré est mesurée juste avant la cellule de gaz.

Il apparait clairement au vu de ces résultats que la modélisation que nous venons de décrire n'est pas satisfaisante. Face à ce problème, nous nous sommes aperçus d'un point rarement détaillé dans la littérature. Le modèle utilisé en général est en réalité un modèle linéaire valable pour une faible épaisseur optique de milieu gazeux. Dans notre cas, la cellule d'hélium n'est pas optiquement fine (cellule de 1 cm de long, avec une densité d'atomes métastables de l'ordre de 10^{11} at. cm^{-3}). Il est donc nécessaire pour modéliser correctement ce système de considérer une succession de « couches » optiquement fines, comme représenté en figure 18. Chacune voit alors une puissance optique incidente différente de la précédente, et présente un alignement atomique (composantes $m_q^{(k)}$) qui lui est propre.

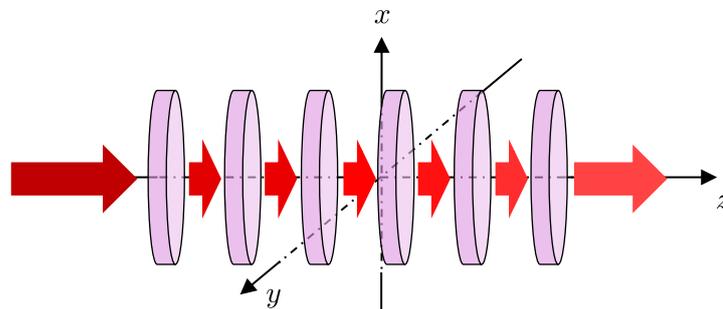


Figure 18 : Représentation de la cellule vue comme une succession de milieux optiquement fins.

En plus de cette modification, nous utilisons (uniquement pour cette mesure, à cause du double passage de la lumière dans la cellule) un taux de pompage effectif, lié à γ_p par un coefficient multiplicatif déterminé sur la mesure à $9 \mu\text{W}$. Cela fait, les courbes théoriques concordent parfaitement avec nos mesures (fig 19).

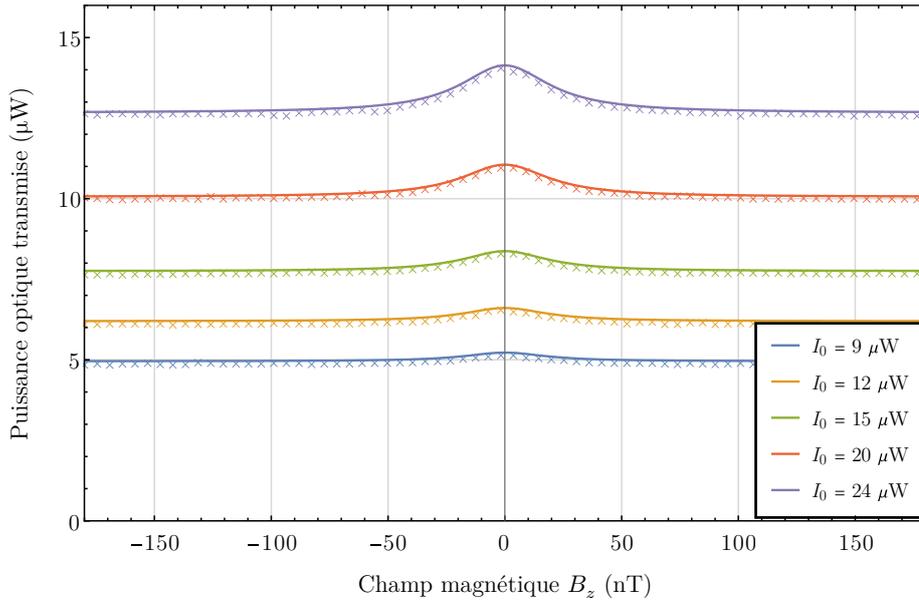


Figure 19 : Superposition des mesures d'effet Hanle en absorption (croix) et des attentes théoriques (courbes pleines) pour de faibles puissances optiques. La cellule est numériquement découpée en une succession de « couches » optiquement fines. La puissance optique indiquée dans l'encadré est mesurée juste avant la cellule de gaz.

Notons à ce stade que nous n'avons pas eu à effectuer ce découpage de la cellule pour obtenir un bon accord à basse puissance avec l'approximation à trois étapes. Cela vient simplement du fait que le paramètre Γ_p était issu d'un fit, qui occultait ce phénomène. En revanche, cela signifie également que le paramètre ajusté n'avait pas exactement la signification physique que nous lui accordions alors. La modélisation complète, même si plus complexe à utiliser, rend bien mieux compte de la réalité expérimentale.

Finissons tout de même notre comparaison en vérifiant que notre modélisation ainsi réalisée reste cohérente avec les expériences pour des puissances optiques usuelles (fig 20). Les résultats sont totalement satisfaisants. En effet, les prédictions théoriques se superposent très bien aux données expérimentales. Nous pouvons noter que le désaccord qui était présent avec l'approximation à trois étapes a disparu. Cela confirme que la prise en compte correcte du phénomène de pompage et de la relaxation anisotrope qu'il induit est nécessaire à la bonne description du système dans la gamme de puissances optiques qui nous intéresse. Nous utilisons exceptionnellement ici un ajustement du taux de pompage pour prendre en compte succinctement le double passage, mais nous verrons par la suite que notre modèle se superpose très bien aux courbes expérimentales réalisées en simple passage, sans qu'aucun ajustement des paramètres ne soit nécessaire.

Dorénavant, nous aurons systématiquement recours à cette modélisation complète afin d'étudier nos résultats expérimentaux, en considérant également la cellule comme une succession de « couches » optiquement fines.

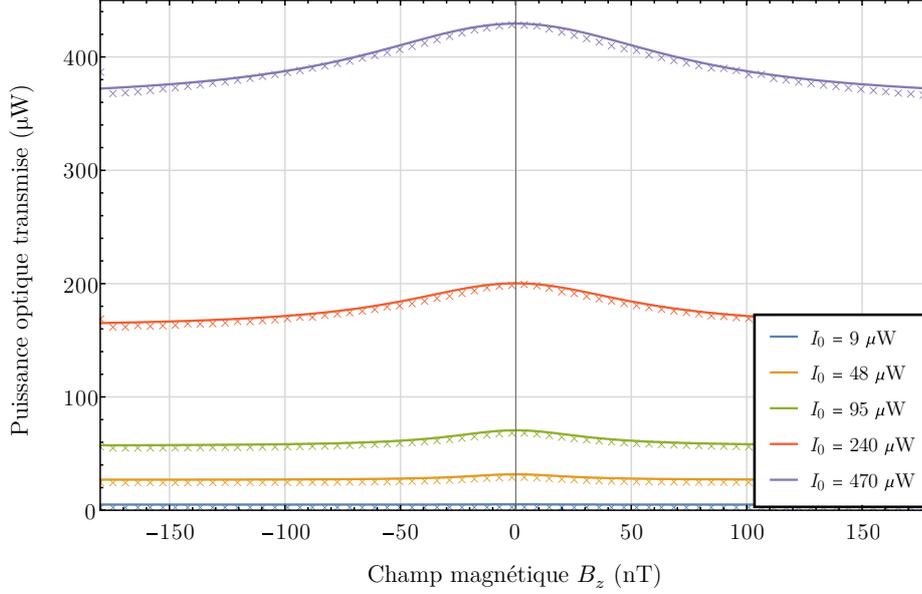


Figure 20 : Superposition des mesures d'effet Hanle en absorption (croix) et des attentes théoriques (courbes pleines) pour des puissances optiques usuelles. La cellule est numériquement découpée en une succession de « couches » optiquement fines. La puissance optique indiquée dans l'encadré est mesurée juste avant la cellule de gaz.

D. En résumé

Nous voyons grâce à cette étude que la différence majeure entre l'approche à trois étapes et l'approche « complète » réside dans la prise en compte des phénomènes de relaxation optique dus au pompage lui-même. Nous avons fait le choix ici de les prendre en compte dans l'approximation à trois étapes sous la forme d'un terme isotrope, certains auteurs font le choix de ne pas du tout faire apparaître la relaxation optique [50]. Dans les deux cas, ce n'est qu'une petite modification du modèle, qui est toujours limité en alignement aux faibles puissances optiques. Afin de s'affranchir de cette limitation et d'adresser le régime de saturation du pompage ($\gamma_p \geq \Gamma_e$), il est nécessaire d'écrire les équations complètes.

Maintenant que nous savons décrire avec précision le comportement d'un système atomique, en l'occurrence l'hélium 4 métastable, soumis au pompage optique en alignement, il reste à extraire l'information magnétique de ce système.

Chapitre III

Mesure optique des états atomiques

Commençons ce chapitre en rappelant quelques notions de la théorie classique de l'interaction lumière-matière qui sont à la base du calcul des signaux optiques des systèmes atomiques polarisés. Nous utiliserons les développements théoriques réalisés parallèlement par F. Laloë et al. [45,46,75,76] ainsi que S. Pancharatnam [43,47,77] et W. Happer et B.S. Mathur [44], afin d'écrire explicitement les signaux de mesure que l'on peut obtenir avec de l'hélium 4 polarisé en alignement.

Nous détaillerons également la représentation géométrique de l'alignement sous forme d'un ellipsoïde, (par opposition à la représentation vectorielle de l'orientation) souvent peu usitée dans la littérature, mais qui a l'avantage de prédire simplement de nombreux résultats et qui sera utilisée notamment au chapitre suivant.

A. Interaction lumière-matière, approche classique

1) Indice optique et coefficient d'absorption

Lors de la traversée d'un milieu diélectrique par une onde quasi monochromatique avec un champ électrique incident \mathcal{E}_i , celle-ci induit une polarisation diélectrique, associée à la vibration forcée des dipôles atomiques du milieu. Cette polarisation s'exprime grâce à la susceptibilité diélectrique χ du matériau¹¹ :

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathcal{E}_i \quad (\text{III.1})$$

En contrepartie de cette vibration, les dipôles rayonnent alors un nouveau champ électrique qui s'ajoute au champ incident. Globalement, il reste possible d'écrire l'évolution du champ électrique total de l'onde (champ incident + champ rayonné) via une équation d'onde usuelle, dans laquelle l'action des dipôles du matériau est directement prise en compte. On a alors :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_i e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\omega t} \quad (\text{III.2})$$

L'onde de pulsation ω se propage suivant la direction d'un vecteur unitaire \mathbf{e}_k , et son vecteur d'onde dans le matériau devient :

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 + \chi} \mathbf{e}_k \quad (\text{III.3})$$

On peut ainsi définir l'indice optique complexe du matériau qui caractérise complètement l'action du milieu sur l'onde comme :

$$\tilde{n} = n' + i n'' = \sqrt{1 + \chi} \quad (\text{III.4})$$

¹¹ On se limite ici aux effets linéaires du champ électrique.

On voit alors directement à partir de (III.2) que la partie réelle de l'indice optique a des effets de déphasages de l'onde, que l'on nomme généralement effets dispersifs, et la partie imaginaire de l'indice induit une atténuation de l'amplitude du champ électrique, et décrit donc les effets d'absorption de l'onde par le milieu. À partir de là, quelques simplifications sont généralement acceptables pour faciliter les calculs. La susceptibilité diélectrique est souvent très inférieure à l'unité, permettant de réécrire (III.4) à l'aide d'un développement limité au premier ordre. En outre bien qu'il soit nécessaire de travailler avec le champ électrique pour étudier les effets dispersifs, il est plus commun d'exprimer les effets d'absorption sur l'intensité optique plutôt que sur l'amplitude du champ. On peut donc se ramener aux caractéristiques communes du matériau :

- Son « indice optique » agissant sur la phase de l'onde que l'on appellera désormais n_{opt}

$$n_{opt} = n' = 1 + Re\left(\frac{\chi}{2}\right) \quad (III.5)$$

- Son coefficient d'absorption pour l'intensité optique¹²

$$\kappa = \frac{\omega}{c} Im(\chi) \quad (III.6)$$

Les milieux diélectriques sont généralement anisotropes, la polarisation créée n'est alors pas forcément alignée avec le champ électrique incident. Dans ce cas, la susceptibilité est un tenseur d'ordre 2 noté généralement $\overline{\chi}$ ou $\underline{\underline{\chi}}$, mais nous ne ferons pas de différence entre la notation scalaire et tensorielle. Dans ce cas, l'indice optique est également anisotrope, et il est fréquent de chercher une base dans laquelle cet indice se met sous la forme d'une matrice diagonale. On parle alors des indices principaux du milieu, associés à des directions principales du milieu e_1, e_2, e_3 :

$$\begin{pmatrix} \chi_{e_1} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{e_2} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{e_3} \end{pmatrix} \xrightarrow{\sqrt{1+\chi_{e_i}}} \begin{pmatrix} \tilde{n}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{n}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{n}_3 \end{pmatrix} \quad (III.7)$$

Nous allons nous limiter maintenant au cas où l'onde lumineuse se propage le long de la direction e_3 , c'est-à-dire que la direction de propagation est confondue avec une direction principale du milieu (fig 21). Une autre façon de considérer la chose est de dire que les dipôles atomiques du milieu ne vibrent pas dans la direction perpendiculaire au plan de polarisation de l'onde plane (c'est l'approximation qui est faite dans les références [45,46]). Notons enfin que cette approximation rend impossibles les effets de déviation du faisceau, aussi appelés double réfraction. Même si nous ne nous y attarderons pas, ces effets ont été observés par H. Gilles et al [48].

Dans le cas que nous étudions, il est à nouveau possible d'écrire le champ électrique dans le matériau sous forme exponentielle :

$$\mathcal{E} = e^{-i\omega t} e^{i\frac{\omega l}{c}\sqrt{1+\chi_{\perp}}} \cdot \mathcal{E}_i \quad (III.8)$$

où χ_{\perp} est une matrice 2×2 , restriction de χ au plan normal à la direction de propagation de l'onde. Le champ électrique est également écrit sous forme d'un vecteur à 2 composantes.

¹² Cette approximation n'est valable que si la susceptibilité diélectrique est un scalaire

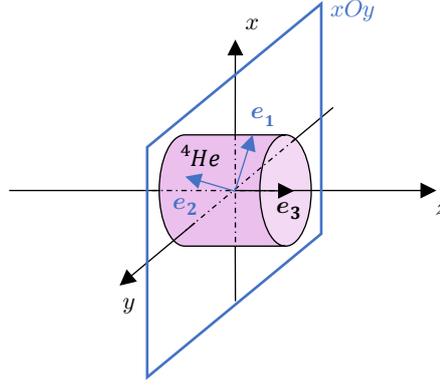


Figure 21 : Représentation des directions principales du milieu, dont une est confondue avec l'axe Oz , direction de propagation de l'onde lumineuse.

2) Absorption et dispersion

Les profils de raie que nous avons explicités au Chapitre I sont caractéristiques des spectres d'absorption d'un milieu. Lorsque l'on étudie la dispersion de l'onde lumineuse au travers du matériau, ces profils sont radicalement différents. Nous avons mentionné qu'absorption et dispersion ne sont que les deux facettes de la susceptibilité diélectrique d'un matériau. Ces deux propriétés obéissant au principe de causalité, on démontre [78,79] qu'elles sont en fait mathématiquement liées par les relations de Kramers-Kronig qui s'écrivent :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\chi(\omega)) &= \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{+\infty} \frac{\omega' \operatorname{Im}(\chi(\omega'))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \\ \operatorname{Im}(\chi(\omega)) &= -\frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{Re}(\chi(\omega'))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

\mathcal{P} désigne la valeur principale de Cauchy.

Apparaît ici l'intérêt d'avoir défini la fonction de Voigt dans sa forme complexe. Elle permet, selon le choix de la partie réelle ou imaginaire, d'obtenir la dépendance fréquentielle des phénomènes d'absorption ou de dispersion. Ainsi :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\chi(\omega)) &\propto \operatorname{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \\ \operatorname{Im}(\chi(\omega)) &\propto \operatorname{Re}(\mathcal{V}(\omega)) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

B. Application à l'alignement atomique

1) Susceptibilité d'un milieu polarisé optiquement

Il a été montré [44–46,71] que pour un milieu atomique polarisé, il est possible de décrire l'effet du milieu sur la lumière à l'aide d'une matrice de susceptibilité, se décomposant en plusieurs matrices, chacune correspondant à un ordre de polarisation atomique. La lumière étant sensible au maximum à l'ordre 2, la susceptibilité totale du matériau est :

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 + \chi_2 \quad (\text{III.11})$$

χ_k est la susceptibilité liée à la polarisation atomique d'ordre k . Dans la base standard des états de polarisation lumineuse ($|e_- \rangle, |e_0 \rangle, |e_+ \rangle$) correspondant aux polarisations σ^-, π, σ^+ , nous aboutissons pour l'hélium 4 aux expressions suivantes de ces susceptibilités [44–46,71] :

$$\begin{aligned} \frac{\chi_0}{3i\lambda n\pi r_e c f_{D_i} \mathcal{V}(\omega)} &= Q_0 \frac{m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} \mathbb{1} \\ \frac{\chi_1}{3i\lambda n\pi r_e c f_{D_i} \mathcal{V}(\omega)} &= Q_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} m_0^{(1)} & m_1^{(1)} & 0 \\ -m_{-1}^{(1)} & 0 & m_1^{(1)} \\ 0 & -m_{-1}^{(1)} & -m_0^{(1)} \end{pmatrix} \\ \frac{\chi_2}{3i\lambda n\pi r_e c f_{D_i} \mathcal{V}(\omega)} &= Q_2 \begin{pmatrix} \frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} & \frac{m_1^{(2)}}{\sqrt{2}} & m_2^{(2)} \\ -\frac{m_{-1}^{(2)}}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{2}{3}}m_0^{(2)} & -\frac{m_1^{(2)}}{\sqrt{2}} \\ m_{-2}^{(2)} & \frac{m_{-1}^{(2)}}{\sqrt{2}} & \frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

avec Q_i un coefficient dépendant de la raie de l'hélium utilisée et de l'ordre de polarisation étudié.

	Q_0	Q_1	Q_2
D_0	1	1	1
D_1	1	$1/2$	$-1/2$
D_2	1	$-1/2$	$1/10$

Tableau 4 : Coefficients Q_i marquant la dépendance du signal de mesure avec la raie D_i utilisée ainsi qu'avec l'ordre de polarisation mesuré.

Nous explicitons également les matrices de susceptibilité dans la base cartésienne en Annexe IV.

Le terme χ_0 est ainsi uniquement proportionnel à la densité d'atomes métastables présents dans le système, indépendamment de leur état de polarisation, et de l'état de polarisation du faisceau lumineux. C'est donc un terme parfaitement isotrope. Il nous permet de retrouver le coefficient d'absorption que nous avons présenté en (I.18) (fig 22) :

$$\kappa_0 = \frac{\omega}{c} \text{Im}(\chi_0) = n \, 2\pi^2 r_e c f_{D_i} \text{Re}(\mathcal{V}(\omega)) \mathbb{1} = n \, \sigma_{abs}(\omega) \mathbb{1} \quad (\text{III.13})$$

ainsi que la variation d'indice optique isotrope autour d'une raie de résonance :

$$n_{opt,0} = 1 + \text{Re}\left(\frac{\chi_0}{2}\right) = 1 - \frac{\lambda \pi r_e c n f_{D_i}}{2} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \mathbb{1} \quad (\text{III.14})$$

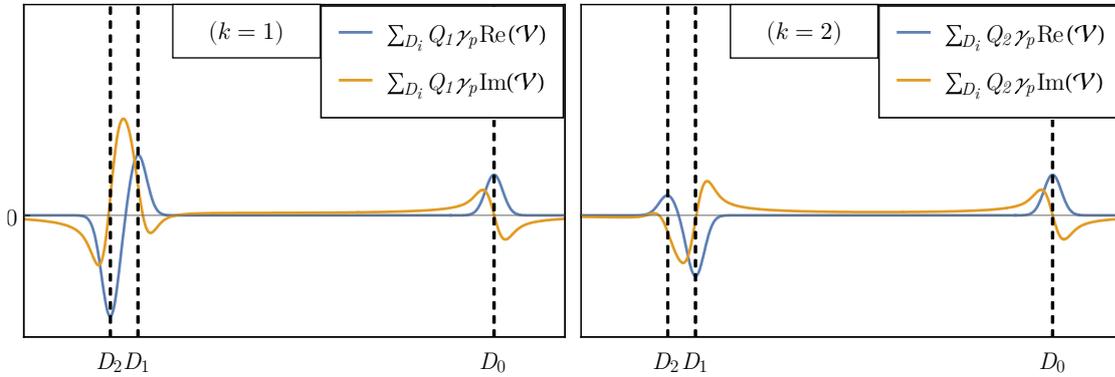
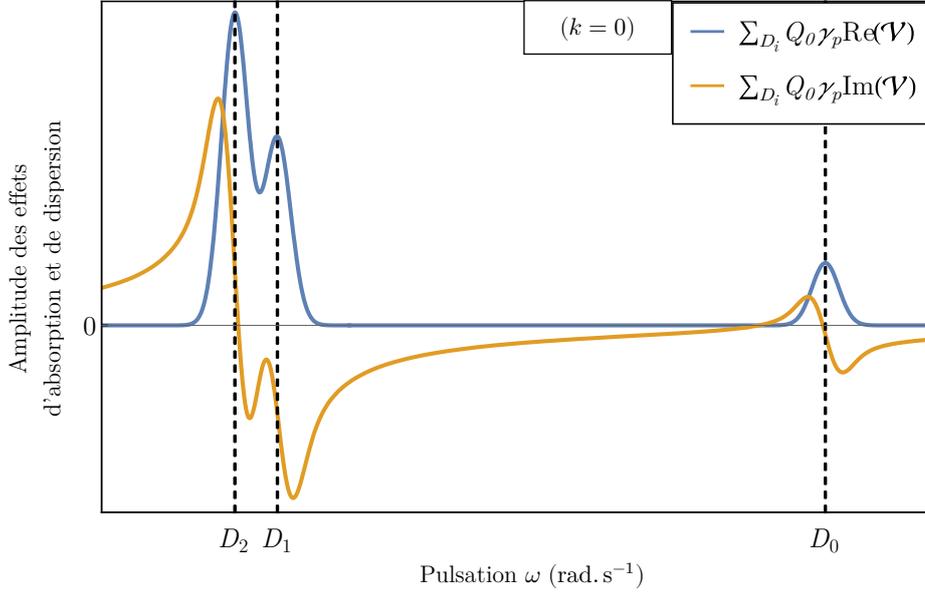


Figure 22 : Allure de la dépendance fréquentielle des propriétés d'absorption (bleu) et de dispersion (orange) de l'hélium liées à la population ($k=0$), à l'orientation ($k=1$) ou à l'alignement ($k=2$) autour des transitions atomiques $2^3S_1 \rightarrow 2^3P$. Toutes les courbes sont normalisées pour donner la même intensité à la raie D_0 .

Le terme χ_1 dépend uniquement de l'orientation atomique, et permet de retrouver les effets de premier ordre bien connus d'un milieu orienté sur la lumière : du dichroïsme et de la biréfringence circulaires (rotation de polarisation, généralement appelée rotation Faraday).

Le terme χ_2 est celui qui nous intéresse ici, ne dépendant que de l'alignement atomique. Il permet de faire apparaître les propriétés de dichroïsme linéaire et de biréfringence linéaire (changement d'ellipticité) d'un milieu aligné sur un faisceau lumineux.

2) Schémas de mesure expérimentaux

Dans le cadre d'une expérience de magnétométrie, il est courant d'employer un premier faisceau dit de pompe servant à polariser le milieu atomique, et un deuxième faisceau, dit de sonde, qui va lire l'état atomique après son évolution. C'est ce dernier faisceau que l'on recueille ensuite pour obtenir le signal de magnétométrie. Dans le cas général, ce faisceau peut traverser un polariseur afin d'acquérir un état de polarisation bien déterminé avant d'entrer dans la cellule, ainsi qu'un analyseur en sortie de cellule, avant la photodétection (fig 23). En considérant que le faisceau de sonde se propage suivant l'axe Oz , il a été montré [45,75,76] que l'intensité optique mesurée sur un photodétecteur situé après l'analyseur est donnée par :

$$I_{mes} = I_0 |\langle \mathbf{e}_\lambda | \mathbf{e}_a \rangle|^2 + \Delta I \quad (\text{III.15})$$

avec

$$\Delta I = -3\alpha I_0 \sum_{n=0}^3 b_n \left(\frac{\gamma_p}{2} R_n - \Delta E V_n \right) \quad (\text{III.16})$$

$|\mathbf{e}_\lambda\rangle$ et $|\mathbf{e}_a\rangle$ sont les états de polarisation du faisceau traversant le polariseur d'entrée et l'analyseur en sortie de cellule (définis en Annexe V), les b_n (III.18) représentent les variables atomiques du milieu (issus de la matrice de susceptibilité), γ_p et ΔE sont les taux d'absorption et de light-shift déjà introduits (II.40), R_n et V_n (définis en annexe également) sont des constantes qui dépendent exclusivement du choix du polariseur d'entrée et de l'analyseur de sortie. Enfin α est une constante dépendant uniquement de la densité atomique, de la longueur de cellule et de l'intensité optique.

$$\alpha = \frac{\omega_0 l}{I} n \hbar \quad (\text{III.17})$$

$$\begin{cases} b_0 = Q_0 \frac{m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} + Q_2 \frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} \\ b_1 = -Q_2 \text{Im}(m_2^{(2)}) \\ b_2 = -Q_1 \frac{m_0^{(1)}}{\sqrt{2}} \\ b_3 = -Q_2 \text{Re}(m_2^{(2)}) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Les coefficients Q_i ont été définis précédemment (tab 4).

Le principe du développement de ces expressions à partir de la matrice de susceptibilité et des considérations détaillées au début du chapitre est rappelé en Annexe V. Afin de justifier rapidement la forme des équations ci-dessus, signalons simplement que les éléments b_n sont directement issus de la restriction de la susceptibilité du milieu au plan (xOy) contenant les polarisations du faisceau sonde (III.8).

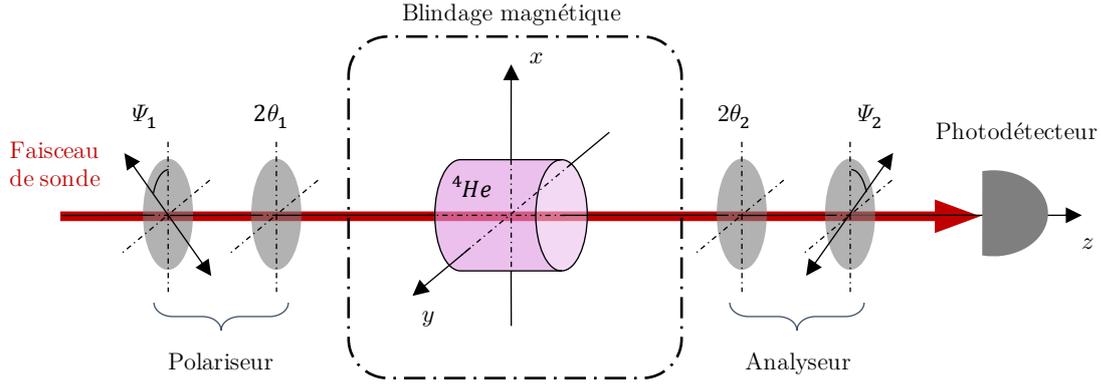


Figure 23 : Schéma de détection d'une expérience de pompage optique d'après [45]. Le polariseur et l'analyseur sont tous deux composés d'une lame polarisante d'angles Ψ_1 et Ψ_2 respectivement par rapport à Ox , et d'une lame biréfringente dont les axes neutres coïncident avec les axes Ox (axe rapide) et Oy (axe lent), et de retard $2\theta_1$ et $2\theta_2$.

Dans les cas que nous étudierons, nous considérerons systématiquement que le faisceau de sonde arrive sur la cellule avec une polarisation linéaire ($\theta_1 = 0$). En sortie de cellule, certaines expériences seront faites sans analyseur, et d'autres utiliseront un analyseur circulaire ($\theta_2 = \pi/4$ et $\Psi_2 = \pi/4$). Ces deux configurations permettent d'obtenir une sensibilité maximale aux variables d'alignement atomique, respectivement pour des mesures d'absorption et de biréfringence. Les coefficients R_n et V_n correspondants sont donnés dans le tableau 5 ci-dessous.

	$\Psi_1 = 0^\circ$ (ou 90°) Pas d'analyseur	$\Psi_1 = \pm 45^\circ$ Pas d'analyseur	$\Psi_1 = 0^\circ$ (ou 90°) Analyseur circulaire σ^+/σ^-	$\Psi_1 = \pm 45^\circ$ Analyseur circulaire σ^+/σ^-
R_0	2	2	1	1
R_1	0	± 2	0	$\pm 1 / \pm 1$
R_2	0	0	$1 / -1$	$1 / -1$
R_3	± 2	0	$\pm 1 / \pm 1$	0
V_0	0	0	0	0
V_1	0	0	$\mp 1 / \pm 1$	0
V_2	0	0	0	0
V_3	0	0	0	$\pm 1 / \mp 1$

Tableau 5 : Coefficients R_n et V_n dans les configurations optimales de mesure d'alignement atomique.

3) Représentation géométrique

Lorsqu'un milieu est orienté, on peut représenter son orientation atomique à l'aide d'un vecteur, à savoir le moment cinétique de spin moyen créé par le pompage optique $\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle$. Les opérateurs décrivant l'alignement sont plus complexes, et cette représentation vectorielle n'est plus possible. F. Laloë et S. Pancharatnam ont montré que l'on peut en revanche représenter cette polarisation de façon géométrique grâce à un ellipsoïde [46,77].

Nous avons vu dans les parties précédentes que l'alignement atomique influe sur un faisceau lumineux traversant les atomes par l'intermédiaire de la matrice de susceptibilité. En réécrivant cette matrice dans le repère cartésien des états de polarisation lumineuse ($|e_x\rangle, |e_y\rangle, |e_z\rangle$), et en la normalisant pour ne conserver que la dépendance aux variables d'alignement atomique, on obtient une matrice $M_{xyz}^{(2)}$:

$$M_{xyz}^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{-\langle \hat{T}_0^{(2)} \rangle}{\sqrt{6}} + \frac{1}{2} (\langle \hat{T}_{-2}^{(2)} \rangle + \langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle) & \frac{i}{2} \langle \hat{T}_{-2}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle & \frac{1}{2} \langle \hat{T}_{-1}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_1^{(2)} \rangle \\ \frac{i}{2} \langle \hat{T}_{-2}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle & \frac{-\langle \hat{T}_0^{(2)} \rangle}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2} (\langle \hat{T}_{-2}^{(2)} \rangle + \langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle) & \frac{-i}{2} \langle \hat{T}_{-2}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle \\ \frac{1}{2} \langle \hat{T}_{-1}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_1^{(2)} \rangle & \frac{-i}{2} \langle \hat{T}_{-2}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle & -\sqrt{\frac{2}{3}} \langle \hat{T}_0^{(2)} \rangle \end{pmatrix} \quad (\text{III.19})$$

Afin d'utiliser une matrice définie positive, on peut définir une nouvelle matrice $\mathcal{M}^{(2)}$ telle que :

$$M_{xyz}^{(2)} = N_J \left(\mathcal{M}^{(2)} - \frac{1}{3} J(J+1) \right) \quad (\text{III.20})$$

de sorte que ses éléments de matrice s'écrivent :

$$\langle e_{x_i} | \mathcal{M}^{(2)} | e_{x_j} \rangle = \frac{1}{2} \langle \hat{J}_{x_i} \hat{J}_{x_j} + \hat{J}_{x_j} \hat{J}_{x_i} \rangle \quad (\text{III.21})$$

$$x_i, x_j \in \{x, y, z\}$$

Cette matrice définit alors un ellipsoïde, dont l'ensemble des points P, de coordonnées (x, y, z) respectent l'équation :

$$(x \ y \ z) \mathcal{M}^{(2)} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \quad (\text{III.22})$$

Le vecteur \mathbf{OP}_Ω , orienté dans la direction Ω , a pour norme la valeur moyenne de l'opérateur \hat{J}_Ω^2 dans cette direction :

$$\|\mathbf{OP}_\Omega\| = \frac{1}{\sqrt{\langle \hat{J}_\Omega^2 \rangle}} \quad (\text{III.23})$$

L'ellipsoïde ainsi défini est en partie intérieur et en partie extérieur à une sphère de rayon $\sqrt{3/J(J+1)}$, correspondant à un milieu non aligné.

En présence d'un pompage en polarisation linéaire le long de l'axe Ox , et en l'absence de perturbation faisant évoluer l'alignement (champ magnétique), le système atomique est soumis à une

excitation de symétrie de révolution autour de l'axe du pompage. L'ellipsoïde d'alignement, qui doit donc refléter cette symétrie, est ainsi un ellipsoïde de révolution autour de l'axe Ox , dont ce dernier est le petit axe (fig. 24). De façon analogue au vecteur correspondant à l'orientation, un champ magnétique \mathbf{B} appliqué sur le système induit une rotation de l'ellipsoïde autour de \mathbf{B} , et la relaxation détruit progressivement l'alignement, forçant l'ellipsoïde à tendre vers la sphère de rayon $\sqrt{3/J(J+1)}$ (ellipsoïde d'un milieu non polarisé).

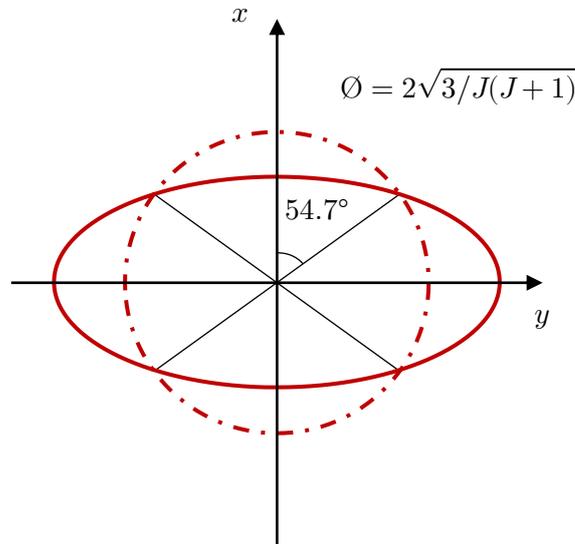


Figure 24 : (Trait plein) Schéma de principe d'une coupe de l'ellipsoïde d'alignement dans le plan (xOy) pour un pompage en polarisation linéaire suivant l'axe Ox . (Trait pointillé) Coupe de la sphère du milieu non polarisé.

Notons enfin que contrairement à l'orientation, un milieu pompé en alignement présente une valeur d'alignement non nulle dans presque toutes les directions, et pas uniquement dans la direction du pompage. Seule la direction à $\sim 54.7^\circ$ de l'axe de pompage présente un alignement nul. Un exemple typique est le pompage des magnétomètres scalaires SWARM, pour lesquels le champ magnétique se trouve le long de Oy à 90° de la direction de polarisation du laser. Le champ étant très fort, l'alignement global résultant est la moyenne temporelle de l'ellipsoïde en rotation autour du champ. Cette rotation ayant lieu autour de l'axe Oy , elle n'impacte pas le taux d'alignement dans cette direction.

4) Visualisation des effets de l'alignement

Afin de comprendre les architectures de capteurs qui seront présentées par la suite, et qui présentent certains aspects peu intuitifs, il est intéressant de décrire plus en détail comment se comporte un milieu aligné. Lorsqu'un faisceau de sonde traverse le milieu suivant une direction \mathbf{k} , l'impact de la susceptibilité sur le faisceau est contenu dans la restriction de la matrice de susceptibilité au sous espace des vecteurs polarisations contenus dans le plan normal à \mathbf{k} . Le milieu aligné apparaît alors pour le faisceau comme une lame biréfringente partiellement absorbante [79].

En l'absence de champ magnétique, et avec un pompage linéaire (\mathbf{E}_p) le long de l'axe Ox , la susceptibilité χ_2 du milieu est diagonale dans la base cartésienne, de sorte que l'ellipsoïde d'alignement est de révolution autour de l'axe Ox du pompage. Si un faisceau de sonde se propage le long de l'axe Ox , la coupe de l'ellipsoïde qu'il traverse est en fait un cercle, et le milieu apparaît isotrope pour ce

faisceau. Même en ajoutant un champ magnétique, quelle que soit sa direction, la rotation de l'ellipsoïde sera invisible au premier ordre. Cette configuration ne permet donc pas de réaliser un capteur.

Si on fait propager le faisceau de sonde dans une direction perpendiculaire à Ox , la coupe de l'ellipsoïde est bien une ellipse, faisant ainsi voir au faisceau un milieu aux propriétés anisotropes. Encore une fois l'ajout d'un champ magnétique suivant l'axe Ox laissera cette ellipse inchangée au premier ordre en champ magnétique. Il n'est donc pas possible de détecter un faible champ magnétique aligné avec l'axe de pompage lors d'une mesure par effet Hanle.

En ce qui concerne les deux types de mesures possibles en alignement (absorption et biréfringence), on peut montrer que le coefficient d'absorption du milieu vu par un faisceau polarisé linéairement est directement proportionnel à la norme du vecteur OP_Ω le long de la direction de polarisation de l'onde. Notons ainsi que l'absorption du faisceau par le milieu ne dépend que de la direction de polarisation de la lumière et est totalement indépendante de sa direction de propagation.

Concernant les effets de biréfringence, en considérant que le faisceau sonde se propage perpendiculairement à la direction de pompage ($\mathbf{k} \perp \mathbf{E}_p$) on voit que le milieu se comporte à champ nul comme une lame biréfringente dont les axes neutres sont l'axe de pompage et l'axe qui lui est perpendiculaire. Cette fois, le plan normal à la propagation du faisceau est essentiel pour déterminer les caractéristiques de la lame biréfringente, donc les effets du milieu sur la lumière. Les signaux de biréfringence sont donc totalement dépendants de la direction de propagation du faisceau sonde.

C. En résumé

Nous venons de voir qu'un milieu atomique aligné se comporte comme une lame biréfringente partiellement absorbante, dont l'action exacte sur le faisceau lumineux (absorption ou dispersion) dépend de la pulsation de ce dernier. Nous sommes désormais en mesure de prédire avec précision les signaux mesurables dans n'importe quelle configuration de pompage en alignement de l'hélium 4, en présence d'un faible champ magnétique. Ces différentes configurations correspondent à l'utilisation d'un ou plusieurs faisceaux permettant de pomper et de sonder les états atomiques, pour des directions de polarisations et de propagations quelconques, afin de réaliser des mesures d'absorption ou de biréfringence.

Nous pourrions ainsi étudier en détail les architectures intéressantes de capteurs hélium en alignement.

Chapitre IV

Magnétomètres Hanle basés sur l’alignement atomique

Nous allons maintenant utiliser les résultats précédents afin de décrire les différentes architectures permettant la mesure d’un champ magnétique, en particulier de ses diverses composantes. Nous pouvons imaginer principalement deux types d’architectures de capteurs magnétiques, utilisant respectivement les propriétés d’absorption ou de biréfringence du milieu afin de mesurer les différentes composantes du champ magnétique. Ces architectures ont fait l’objet de publications [81]¹³ et de brevets [82,83] dans le cadre de mes travaux de thèse.

Nous présenterons dans chacun des cas comment il est possible d’obtenir une réponse optique présentant une variation observable (intensité, polarisation, phase, ...) dispersive en fonction du champ magnétique. Nous essayerons également au maximum de comparer nos résultats théoriques aux valeurs expérimentales afin de vérifier la pertinence de notre approche théorique pour la suite.

Pour tous les calculs, nous conservons les configurations que nous avons étudiées. Le faisceau de pompe est polarisé linéairement suivant l’axe Ox , et le faisceau de sonde se propage suivant l’axe (Oz), sa polarisation est déterminée par les angles Ψ_1 et θ_1 (fig 23).

A. Magnétomètre Hanle à absorption

Nous cherchons dans ce cas à utiliser les propriétés d’absorption du milieu. De façon commune, nous sous-entendons alors que nous cherchons à réaliser une architecture n’utilisant aucun analyseur en sortie de cellule. Le faisceau sonde est directement recueilli par un photodétecteur, réalisant directement une mesure d’absorption (de transmission) du faisceau à travers l’hélium.

En considérant la projection de l’ellipsoïde dans le plan normal à la propagation du faisceau sonde (xOy), on veut que la variation d’absorption (inverse du rayon de l’ellipsoïde) soit maximale lors d’une petite rotation de l’ellipsoïde. On trouve alors aisément que cette variation est maximale pour un rayon situé à 45° entre le grand et le petit axe de l’ellipse. On a alors une intensité optique en sortie du milieu qui varie proportionnellement à l’angle de rotation, donc proportionnellement au champ magnétique.

Dans l’équation (III.16), chercher un signal d’absorption revient à maximiser les termes R_n . Cela revient donc à accorder parfaitement la pulsation du laser au centre de la transition atomique utilisée pour sonder l’hélium. En polarisant linéairement le faisceau de sonde avec un angle Ψ_1 par rapport à l’axe Ox ($\theta_1 = 0$), le signal de photodétection s’écrit :

¹³ Une autre publication sur la mesure de biréfringence est en cours de rédaction.

$$\begin{aligned}
I_{mes} &= I_0 + \Delta I \\
\Delta I &= -3\alpha I_0 \gamma_p \left(\frac{Q_0 m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} + \frac{Q_2 m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - Q_2 \operatorname{Re}(m_2^{(2)}) \cos(2\Psi_1) \right. \\
&\quad \left. - Q_2 \operatorname{Im}(m_2^{(2)}) \sin(2\Psi_1) \right)
\end{aligned} \tag{IV.1}$$

Comme il n'y a pas d'analyseur, et que toute l'intensité est recueillie par une photodiode, le signal n'est pas du tout influencé par les effets dispersifs du milieu. Nous avons vu à l'équation (II.21) et (II.45) que la composante du champ magnétique B_y suivant l'axe Oy apparaît sur la composante d'alignement $m_1^{(2)}$, à laquelle le faisceau de sonde n'a pas accès dans cette configuration. La composante du champ B_z suivant Oz apparaît par contre au premier ordre sur la partie imaginaire de $m_2^{(2)}$. Afin de maximiser la variation d'intensité provoquée par ce champ, on retrouve donc bien que le polariseur doit être réglé à 45° de l'axe de pompage Ox . Le signal de détection s'écrit alors au premier ordre en champ magnétique :

$$\begin{aligned}
I_{mes} &= I_0 - 3Q_0 \alpha I_0 \gamma_p \frac{m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} - 3Q_2 \alpha I_0 \gamma_p \left(\frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - \operatorname{Im}(m_2^{(2)}) \right) \\
I_{mes} &= I_0 - \alpha I_0 \left(\gamma_p - \frac{\gamma_p^2}{2(\Gamma_e + 2\gamma_p)} - \omega_z \frac{6\gamma_p^2}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p)} \right)
\end{aligned} \tag{IV.2}$$

Le signal se compose donc d'un fond clair, sur lequel se superpose une variation linéaire à faible champ magnétique. Par analogie, il serait possible de mesurer la composante de champ magnétique suivant l'axe Oy en utilisant un faisceau de sonde polarisé dans le plan (xOz) normal à cet axe, toujours à 45° de l'axe de pompage [81].

De façon plus générale, il est parfaitement possible de réaliser une mesure utilisant les propriétés d'absorption du milieu, tout en ayant recours à un analyseur afin d'étudier la polarisation du faisceau sonde en sortie de cellule. La pulsation du laser doit pour cela être encore parfaitement accordée sur la transition atomique utilisée pour sonder l'hélium. Un milieu aligné présentant un dichroïsme linéaire, il est possible, en utilisant un faisceau sonde polarisé linéairement d'observer un phénomène similaire à une rotation de polarisation¹⁴ [49]. Il faut pour cela utiliser un analyseur (séparateur) de polarisations linéaires (typiquement un prisme de Wollaston) dont les axes neutres sont à 45° de l'axe de polarisation du faisceau sonde. En polarisant le faisceau de sonde suivant l'axe Ox ($\Psi_1 = 0$, $\theta_1 = 0$), avec l'analyseur linéaire décrit ci-dessus ($\Psi_2 = \pi/4$, $\theta_2 = 0$), et en utilisant deux photodétecteurs pour les deux voies optiques obtenues, le signal de mesure s'écrit pour chaque photodétecteur, d'après (III.16) :

¹⁴ Il ne s'agit pas ici d'une rotation de polarisation physiquement identique à celle observée en orientation (souvent appelée effet Faraday), qui est un effet de dispersion du milieu. Ce sont ici les propriétés d'absorption (dichroïsme linéaire) qui entrent en jeu.

$$\begin{aligned}
I_p &= \frac{I_0}{2} + \Delta I_{com} \pm \Delta I_{sig} \\
\Delta I_{com} &= -\frac{3}{2} \alpha I_0 \gamma_p \left(Q_0 \frac{m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} + Q_2 \frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - Q_2 \operatorname{Re}(m_2^{(2)}) \right) \\
\Delta I_{sig} &= \pm \frac{3}{2} \alpha I_0 \gamma_p Q_2 \operatorname{Im}(m_2^{(2)})
\end{aligned} \tag{IV.3}$$

Comme le faisceau est accordée sur une raie atomique, nous ne faisons pas apparaître les termes proportionnels à ΔE qui s'annulent. Rappelons que l'information magnétique qui nous intéresse (variation proportionnelle à B_z au premier ordre) se situe dans la partie imaginaire de $m_2^{(2)}$. Le signal de chaque photodétecteur se compose donc d'un fond clair, auquel s'ajoute une variation linéaire au premier ordre suivant la composante B_z du champ magnétique. Le signe \pm indique que chaque photodétecteur reçoit un signal de signe opposé, il est donc intéressant ici d'effectuer la soustraction des deux voies de signal. Il vient alors après soustraction (au premier ordre en champ magnétique) :

$$\begin{aligned}
I_{mes} &= 2\Delta I_{sig} \\
I_{mes} &= \alpha I_0 \omega_z \frac{6\gamma_p^2}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p)}
\end{aligned} \tag{IV.4}$$

De plus, les faisceaux de pompe et de sonde partageant les mêmes réglages de pulsation et de polarisation, nous pouvons utiliser le même faisceau optique en tant que pompe et sonde. C'est le principe de base de fonctionnement des magnétomètres NMOR (Nonlinear Magneto Optical Rotation) [49]. Notons que dans cette configuration, le faisceau mesure la composante du champ magnétique alignée avec sa direction de propagation (comme dans une mesure de biréfringence, discutée ci-après).

B. Magnétomètre Hanle à biréfringence

Dans le cas de la mesure par biréfringence, nous voulons que la lame biréfringente (l'hélium) n'ait aucun effet sur le faisceau à champ nul, pour qu'un changement d'ellipticité apparaisse quand la lame tourne sous l'action du champ. Pour cela, il apparait immédiatement qu'il faut faire propager le faisceau de sonde selon le même axe que le champ magnétique que l'on veut mesurer, pour que la rotation de la lame se fasse dans le plan normal à la propagation de la lumière. De plus, l'axe de polarisation doit être confondu avec un axe neutre de la lame à champ nul (fig 25). Enfin il est nécessaire d'utiliser un analyseur pour déceler l'effet de dispersion du milieu. On utilise donc un analyseur circulaire, qui permet de mesurer le taux d'ellipticité de la lumière.

On cherche dans ce cas à maximiser le terme V_n de l'équation (III.16). On retrouve bien qu'il faut utiliser un polariseur linéaire couplé à un analyseur circulaire. On peut également remplacer la lame polarisante de l'analyseur par un séparateur de polarisations linéaires (prisme de Wollaston par exemple) afin de séparer les deux composantes circulaires droite et gauche issues de l'analyse. Ces deux composantes peuvent ensuite être ajoutées en utilisant deux photodétecteurs (et un circuit électronique de mesure adapté), afin de supprimer le mode commun sans information du signal, tout en doublant le signal réel de mesure.

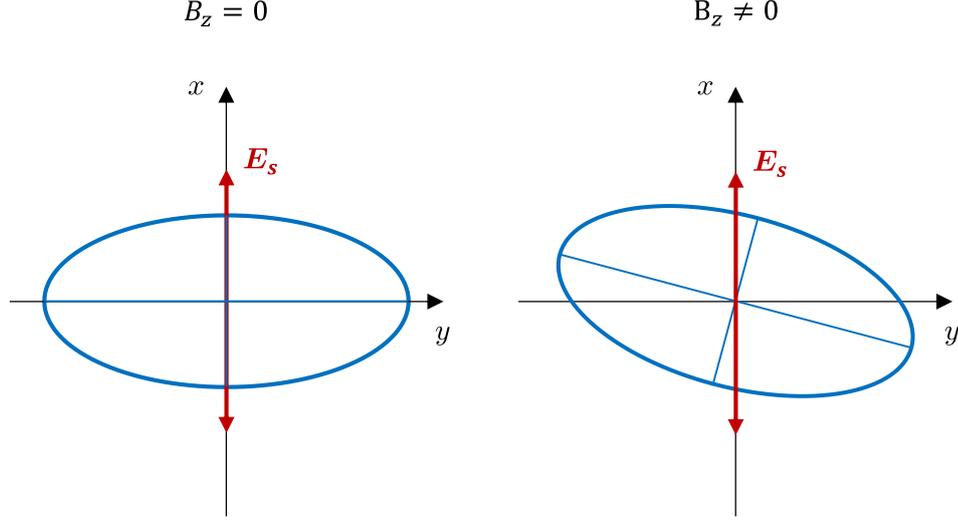


Figure 25 : Représentation de l'ellipsoïde d'alignement pour un système atomique pompé suivant l'axe Ox . Le faisceau de sonde, également polarisé suivant Ox est confondu avec un axe neutre du milieu à champ nul, et s'en éloigne à champ faible.

En utilisant (III.16), le signal mesuré par un photodétecteur s'écrit :

$$I_p = \frac{I_0}{2} + \Delta I_{com} \pm \Delta I_{sig}$$

$$\Delta I_{com} = -3\alpha I_0 \frac{\gamma_p}{2} \left(\frac{Q_0 m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} + \frac{Q_2 m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - Q_2 \operatorname{Re}(m_2^{(2)}) \cos(2\Psi_1) - Q_2 \operatorname{Im}(m_2^{(2)}) \sin(2\Psi_1) \right) \quad (\text{IV.5})$$

$$\Delta I_{sig} = 3\alpha I_0 \Delta E \left(Q_2 \operatorname{Im}(m_2^{(2)}) \cos(2\Psi_1) - Q_2 \operatorname{Re}(m_2^{(2)}) \sin(2\Psi_1) \right) + 3\alpha I_0 \frac{\gamma_p}{2} Q_1 \frac{m_0^{(1)}}{\sqrt{2}}$$

Le signe \pm indique que chaque photodiode reçoit un signal de biréfringence opposé. Chaque signal de photodétecteur fait apparaître un fond clair $\frac{I_0}{2} + \Delta I_{com}$ en plus du signal qui nous intéresse. Pour observer la partie imaginaire de $m_2^{(2)}$, on retrouve donc que l'on peut placer la polarisation du faisceau de sonde à 0° ou 90° de l'axe de pompage du système. Afin de simplifier l'architecture du capteur, nous choisissons ici de considérer que les deux polarisations sont alignées suivant Ox . Cela nous permettra en particulier par la suite de réaliser ces mesures avec un seul faisceau optique jouant à la fois les rôles de pompe et de sonde. Dans ce cas, en soustrayant les signaux des deux photodétecteurs, le signal optique au premier ordre en champ magnétique est finalement donné par :

$$I_{mes} = -2\Delta I_{sig}$$

$$I_{mes} = -6\alpha I_0 \left(\Delta E Q_2 \operatorname{Im}(m_2^{(2)}) + \frac{\gamma_p}{2} Q_1 \frac{m_0^{(1)}}{\sqrt{2}} \right) \quad (\text{IV.6})$$

$$I_{mes} = \alpha I_0 \omega_z \frac{24\Gamma_e \gamma_p \Delta E}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)}$$

Cette architecture est particulièrement intéressante car elle fait apparaître un comportement propre de l'alignement par rapport aux schémas de mesures habituels en orientation. Il apparaît ici qu'il est possible de réaliser une mesure d'effet Hanle d'une composante du champ magnétique en utilisant un seul faisceau optique, ou plus particulièrement un seul accès optique (comme pour le schéma NMOR). Le schéma de principe de cette mesure avec un seul faisceau (que nous avons étudiée

expérimentalement également) est présenté en figure 26. Même si l'on choisit de séparer les rôles de pompe et de sonde afin d'optimiser le rapport signal à bruit du capteur, les deux faisceaux ont toujours la possibilité de se propager suivant la même direction. Alternativement, Il est possible de légèrement basculer les directions de propagations de sorte que le faisceau de pompe ne soit pas détecté et n'apporte pas de bruit inutile sur la mesure.

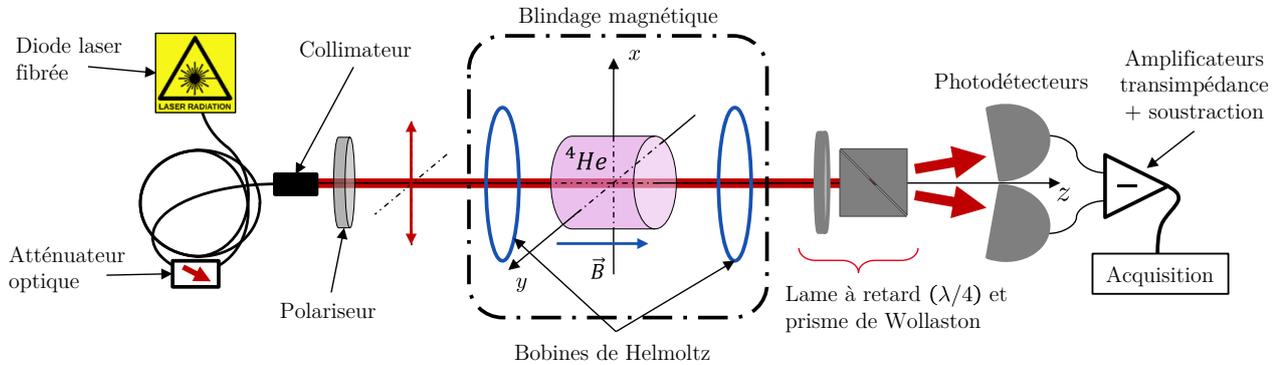


Figure 26 : Schéma de principe de la mesure de biréfringence en effet Hanle utilisant un seul faisceau optique jouant le rôle de pompe/sonde.

Ce type d'architecture à un accès optique n'est pas possible en orientation. A partir du moment où un faisceau crée une orientation dans une direction, une sonde se dirigeant le long de cette dernière serait forcément « éblouie » par le pompage à champ nul, et ne pourrait mesurer que des courbes résonnantes (donc sans variation pour de faibles champs magnétiques). Deux accès optiques sont donc nécessaires pour mesurer un signal dispersif. Cela impose des capteurs à effet Hanle relativement peu compacts, non idéaux pour des applications nécessitant un réseau dense de capteurs comme la MEG. Plusieurs solutions ont été envisagées pour résoudre ce problème en orientation, mais elles ne sont pas forcément idéales du point de vue de la performance des capteurs. Pour une mesure d'effet Hanle en particulier, il existe une solution présentée dans la référence [84]. L'idée dans cette référence est d'appliquer un offset de champ magnétique pour décaler la direction de polarisation (orientation) atomique par rapport à la direction de pompage initial. Cela permet par la suite de faire apparaître des variations d'orientation le long de l'axe initial (également l'axe de propagation de la sonde), afin de réaliser une mesure de champ magnétique avec des faisceaux de propagations parallèles ou quasi parallèles. Le champ mesuré est par contre normal à cette direction de propagation.

Une autre solution à ce problème est simplement d'utiliser une architecture fonctionnant en résonance paramétrique et non en simple effet Hanle. Cela marche à la fois en orientation et en alignement. Ce type de capteurs sera présenté dans le prochain chapitre.

Compte tenu de l'intérêt de cette architecture et de son caractère innovant vis-à-vis de l'état de l'art, nous avons tenu à vérifier la validité des expressions théoriques que nous avons obtenues. Nous avons pour cela comparé le signal attendu théoriquement à celui que l'on observe expérimentalement. Nous utilisons pour cela un seul faisceau assurant les rôles de pompe et de sonde. Une première mesure a consisté à tracer l'évolution du signal en champ magnétique. Nous utilisons pour cela une cellule d'hélium cylindrique de 1.2 cm de longueur sur 1 cm de diamètre. Nous estimons la densité de métastables via une mesure d'absorption à faible puissance optique à 10^{11} at/cm⁻³. Nous nous plaçons aux alentours de la raie D_0 , à 1083.200 ± 0.001 nm. Les résultats expérimentaux et les prédictions théoriques attendues aux puissances optiques utilisées sont présentées en figure 27. Dans ces conditions,

il n'est bien sûr pas légitime de considérer la cellule comme un milieu optiquement fin. Les résultats théoriques sont donc obtenus en assimilant la cellule à une succession de « couches » optiquement fines.

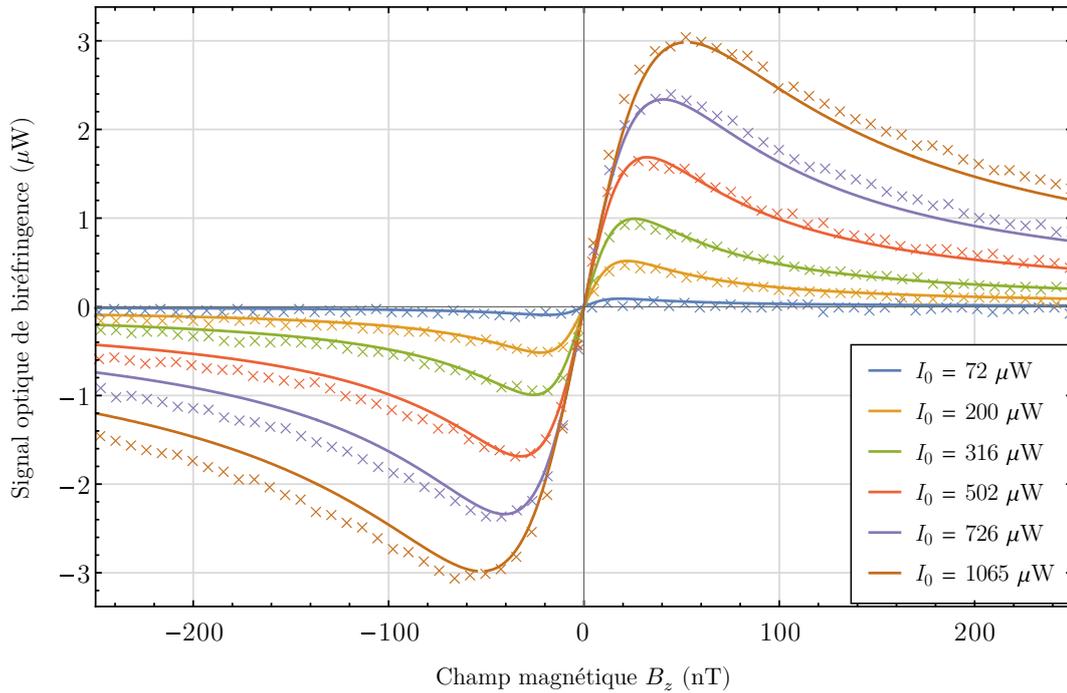


Figure 27 : Superposition des courbes de signal en champ magnétique issues des prédictions théoriques et de l'expérience. (Croix : points expérimentaux, Courbes pleines : prédictions théoriques). Les puissances optiques indiquées sont celles estimées vues par les atomes en début de cellule, d'après une mesure juste avant la cellule.

Il apparaît de façon évidente que les expressions calculées précédemment sont en très bon accord avec les données expérimentales. En particulier, les pentes des signaux à champ faible semblent extrêmement fidèles aux valeurs mesurées. A plus fort champ, on constate que plus l'intensité optique augmente, plus il apparaît un écart entre les prédictions et les courbes expérimentales. Cela n'est pas gênant pour la suite de notre exposé, ni pour l'étude des magnétomètres en général, puisque l'on se limite en pratique à la zone de réponse linéaire. Cependant, il est possible d'envisager plusieurs pistes pouvant expliquer ce désaccord. Dans un premier temps, nos calculs ne prennent pas en compte les inhomogénéités spatiales du système. Typiquement les gradients de champ magnétique peuvent avoir pour conséquence d'élargir les courbes de résonance. Ces gradients, issus majoritairement des bobines utilisées pour générer le champ magnétique, sont d'autant plus importants que le champ magnétique augmente. En outre, bien que l'on essaye lors des mesures d'annuler les composantes de champ le long des axes perpendiculaires à celui mesuré, il peut subsister un léger offset, qui a également pour conséquence d'élargir les courbes. Ces effets sont également pondérés par la puissance optique, de sorte qu'il est naturel de les voir augmenter avec cette dernière.

Afin de s'assurer que les pentes des signaux sont en bon accord avec la théorie, il est intéressant de tracer l'évolution de ces pentes en fonction de l'intensité optique envoyée sur les atomes (fig 28).

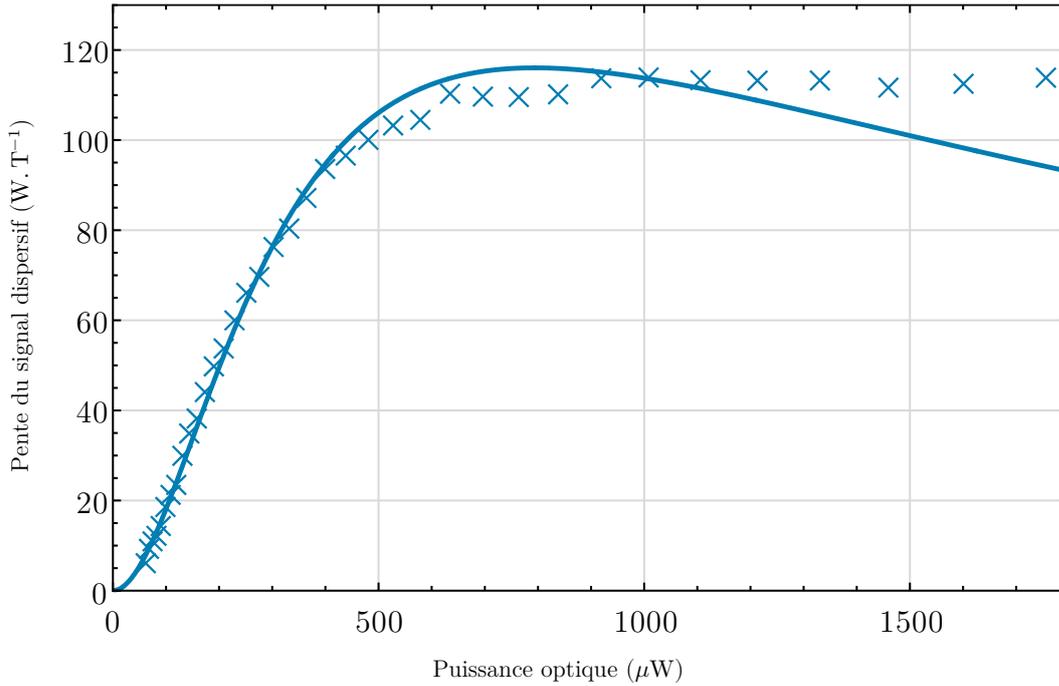


Figure 28 : Evolution de la pente du signal dispersif en champ magnétique lors de la mesure de biréfringence en effet Hanle en fonction de l'intensité optique utilisée. (Croix : points expérimentaux, Courbe pleine : prédiction théorique)

On constate ici que l'accord entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux est extrêmement bon à basse puissance optique, jusqu'à 1 mW environ. Le léger désaccord autour de 600 μW (5% d'erreur relative) semble en partie dû aux incertitudes de mesure, et reste suffisamment faible pour nous permettre d'estimer correctement les résultats expérimentaux. A plus forte puissance optique en revanche, il apparaît clairement que la théorie n'est plus en aussi bon accord avec les données mesurées. Une raison envisageable pour expliquer ce phénomène serait un début de saturation de la transition optique utilisée pour pomper le système (i.e. l'apparition d'émission stimulée). En effet, nous utilisons la valeur moyenne de l'intensité optique dans les calculs, alors que nous utilisons expérimentalement un faisceau gaussien. L'intensité au centre de la cellule peut donc être très importante, et assez vite atteindre l'intensité de saturation de la transition (nous y reviendrons dans une prochaine section : Chapitre IV-D). Il serait intéressant à l'avenir de rajouter dans les équations (II.39) deux termes permettant de prendre en compte ce phénomène (un terme de dépeuplement de l'état excité, et un terme de repeuplement de l'état métastable). Nous n'avons pas rajouté ici ces termes puisque les puissances optiques optimales d'un point de vue du rapport signal à bruit sont généralement de l'ordre de quelques centaines de micro Watt, donc dans la gamme où notre modèle est encore en accord avec l'expérience.

Enfin, pour achever la comparaison entre les prédictions théoriques et les résultats que l'on obtient expérimentalement, une dernière courbe importante pour cette architecture est l'évolution de la pente du signal en fonction de la longueur d'onde du laser. Cette dernière est présentée pour une puissance optique de 320 μW en figure 29. On constate encore une fois que pour une puissance optique de quelques centaines de micro Watt, l'accord entre théorie et expériences est très bon. Notons toutefois un léger désaccord d'amplitude maximale des raies un peu plus accentué autour des raies D_1 et D_2 que D_0 , mais néanmoins visible. En particulier la courbe expérimentale est légèrement dissymétrique autour de D_0 , ce qui ne devrait pas être le cas. Nous avons remarqué lors des expériences que de légers

désalignements de l'analyseur circulaire pouvaient se manifester par l'apparition de ces dissymétries. Nous avons essayé de les régler au mieux, mais l'alignement étant très fin, une légère erreur est encore possible. Nous imaginons que c'est également cet effet qui est au moins en partie responsable du faible désaccord que l'on observe sur les trois raies.

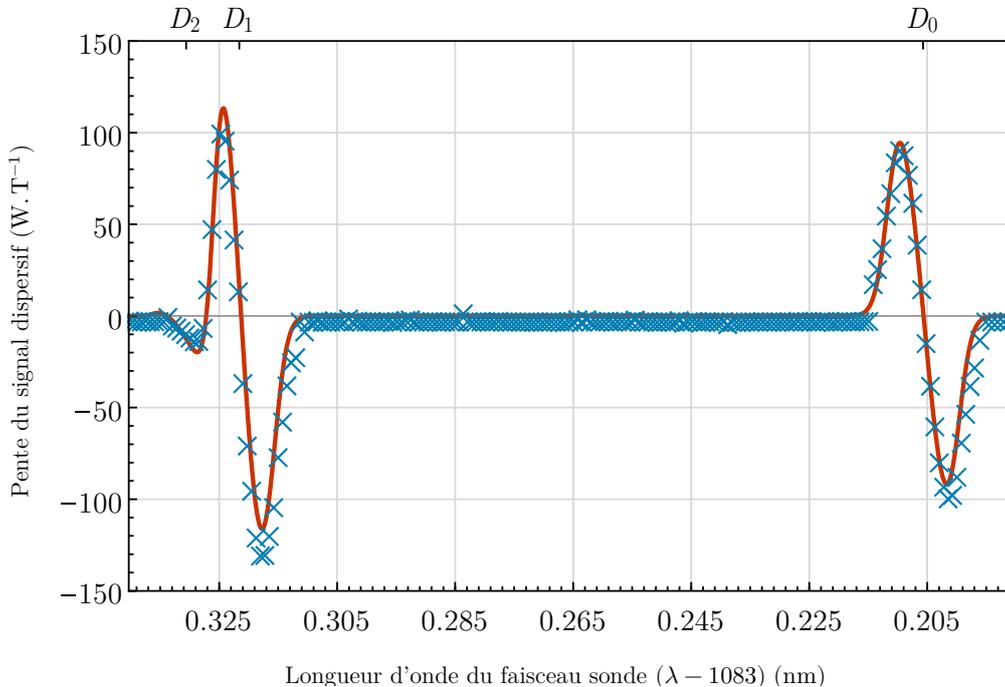


Figure 29 : Evolution de la pente du signal dispersif pour une mesure d'effet Hanle en biréfringence à un seul faisceau pompe/sonde. La puissance optique utilisée est de $320 \mu\text{W}$. (Croix : points expérimentaux, Courbe pleine : prédiction théorique)

C. Mesures multi-axes

Les architectures précédentes permettent à ce stade de mesurer une composante du champ magnétique. Elles peuvent également être légèrement modifiées pour permettre de mesurer plusieurs composantes du champ.

1) Absorption

Nous avons vu que l'élément essentiel pour mesurer un champ magnétique en absorption (i.e. sans analyseur) est que les polarisations de pompe et de sonde forment un angle de 45° dans le plan perpendiculaire à ce champ. Avec un pompage suivant l'axe Ox , on a alors accès aux champs magnétiques B_z et B_y avec des polarisations de sonde dans les plans (xOy) et (xOz) . Ces deux mesures sont réalisables à l'aide d'un seul accès optique de sonde, dont la direction de propagation est suivant la diagonale d'un cube formé par les vecteurs unitaires du repère $Oxyz$: ce schéma a fait l'objet de travaux du leti auxquels j'ai contribué, mais qui sont décrits en détail dans d'autres travaux de l'équipe [85,86].

Dans le cas d'un magnétomètre NMOR, il est possible de mesurer deux composantes du champ en utilisant deux faisceaux polarisés suivant la même direction Ox et se propageant suivant deux directions perpendiculaires Oy et Oz . On mesure alors respectivement les composantes B_y et B_z . Pour ce qui est d'une mesure trois axes, nous laissons le lecteur se reporter à la discussion ci-après dans le cas de la biréfringence, dont les problématiques sont rigoureusement identiques.

2) Biréfringence

En biréfringence, la mesure d'un champ magnétique nécessite que les directions de polarisation de la sonde et de la pompe forment un angle de 0° ou 90° . La direction de propagation du faisceau sonde définit la composante de champ magnétique que l'on mesure. Il est possible de mesurer plusieurs composantes du champ magnétique en utilisant plusieurs faisceaux sondes, se propageant suivant la composante de champ mesurée.

Pour une mesure deux axes (les composantes B_z et B_y par exemple), il suffit d'utiliser deux faisceaux polarisés linéairement suivant la direction non mesurée (Ox) et se propageant suivant les directions que l'on cherche à mesurer (Oz et Oy).

Si l'on veut avoir accès aux trois composantes de champ magnétique, il est possible de reproduire le schéma précédent. Il est ensuite nécessaire de rajouter un troisième faisceau se propageant suivant Ox pour mesurer la composante B_x . Ce dernier ne peut physiquement pas être polarisé suivant cette direction, et doit donc être polarisé suivant un des deux autres axes. Nous avons également vu que la mesure d'une composante du champ n'est possible en architecture Hanle que si le pompage optique se fait dans une direction transversale. Il est donc nécessaire d'une façon ou d'un autre d'introduire une composante d'alignement transverse à Ox (utilisation d'un faisceau de pompe partiellement dépolarisé, réglage d'un faisceau de sonde proche de la résonance atomique pour pomper le milieu suivant Oy ou Oz ...). Cette architecture n'a pas fait l'objet d'une étude approfondie. Elle est intéressante dans son principe car elle permet d'appréhender en profondeur les caractéristiques de l'alignement atomique, mais ne semble pas *a priori* efficace pour des applications. *A minima*, cette architecture est difficilement miniaturisable puisque nécessitant trois accès optiques. De plus, la nécessité d'un pompage « différent » pour les mesures des composantes $B_y + B_z$ et B_x rend difficile l'optimisation des signaux.

Notons enfin qu'il est également possible d'utiliser les effets dispersifs de l'alignement pour créer une déviation du faisceau sonde, permettant par exemple de mesurer deux composantes du champ à l'aide d'un même faisceau sonde. Le principe de la déviation optique par biréfringence atomique est décrit par exemple dans la référence [48].

D. Montage expérimental

Clôturons l'étude de l'effet Hanle avec la description détaillée des montages expérimentaux et une discussion sur les conditions utilisées. Nous avons développé au cours de cette thèse deux montages. Bien que la quasi-totalité des courbes expérimentales présentées dans ce texte aient été obtenues en utilisant le deuxième développé, nous les présenterons tous les deux, afin de mettre en avant les aspects positifs ou négatifs de chacun.

1) Premier montage

Le premier montage a été entièrement réalisé par mes soins en impression 3D (fig 30) dans un but de compacité. La contrainte principale de ce montage est de tenir à l'intérieur d'un blindage magnétique fermé ne possédant pas d'accès optique. Pour cette raison les éléments optiques sont inaccessibles lors des expériences, et doivent être solidement fixés pour résister aux diverses manipulations du système. Nous avons donc choisi de coller tous les éléments optiques sur le support imprimé.

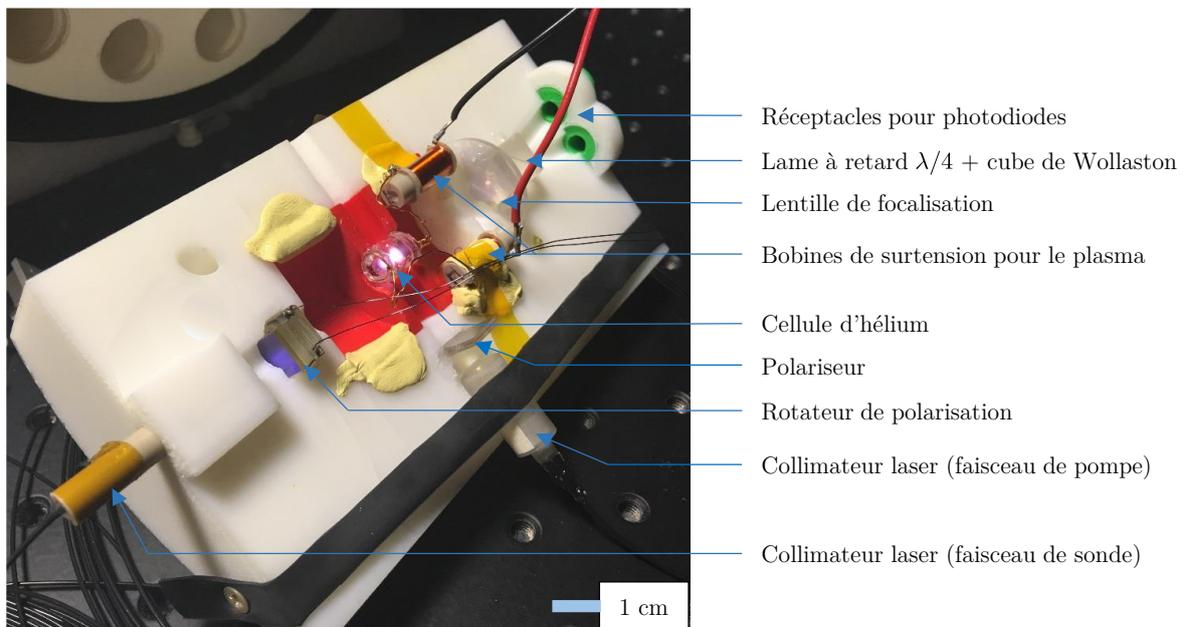


Figure 30 : Photo du premier montage expérimental développé pour étudier les caractéristiques des mesures de biréfringence.

Nous utilisons dans ce montage un polariseur couplé à un rotateur de polarisation à cristaux liquides en amont de la cellule d'hélium afin de pouvoir étudier l'influence de la direction de polarisation du faisceau de sonde sur le système. Conformément au schéma présenté en figure 23, le faisceau de sonde traverse en sortie de cellule un analyseur circulaire composé d'une lame à retard $\lambda/4$ et d'un prisme de Wollaston. Nous utilisons également une lentille afin de focaliser les deux faisceaux sur les photodiodes. Les champs magnétiques sont générés à l'aide d'une bobine tri-axes en selle de cheval qui entoure notre montage optique, le tout vient ensuite s'insérer dans le blindage magnétique (fig 31). Tous les éléments sont également présentés sur le schéma de ce montage en figure 32.

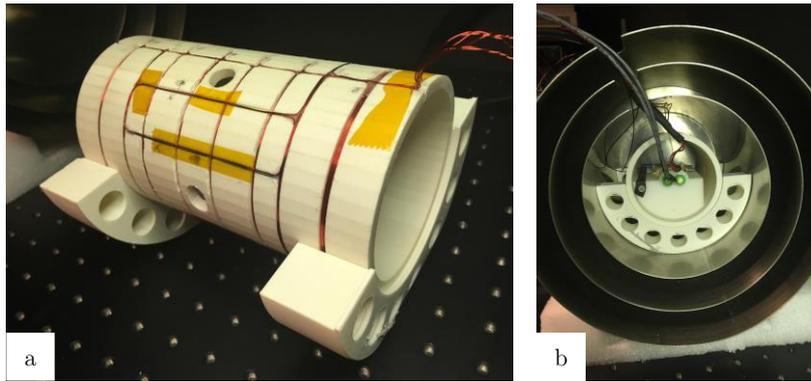


Figure 31 : (a) Bobine de champ magnétique tri-axes. (b) Montage expérimental assemblé dans le blindage à trois couches, avant fermeture des capots.

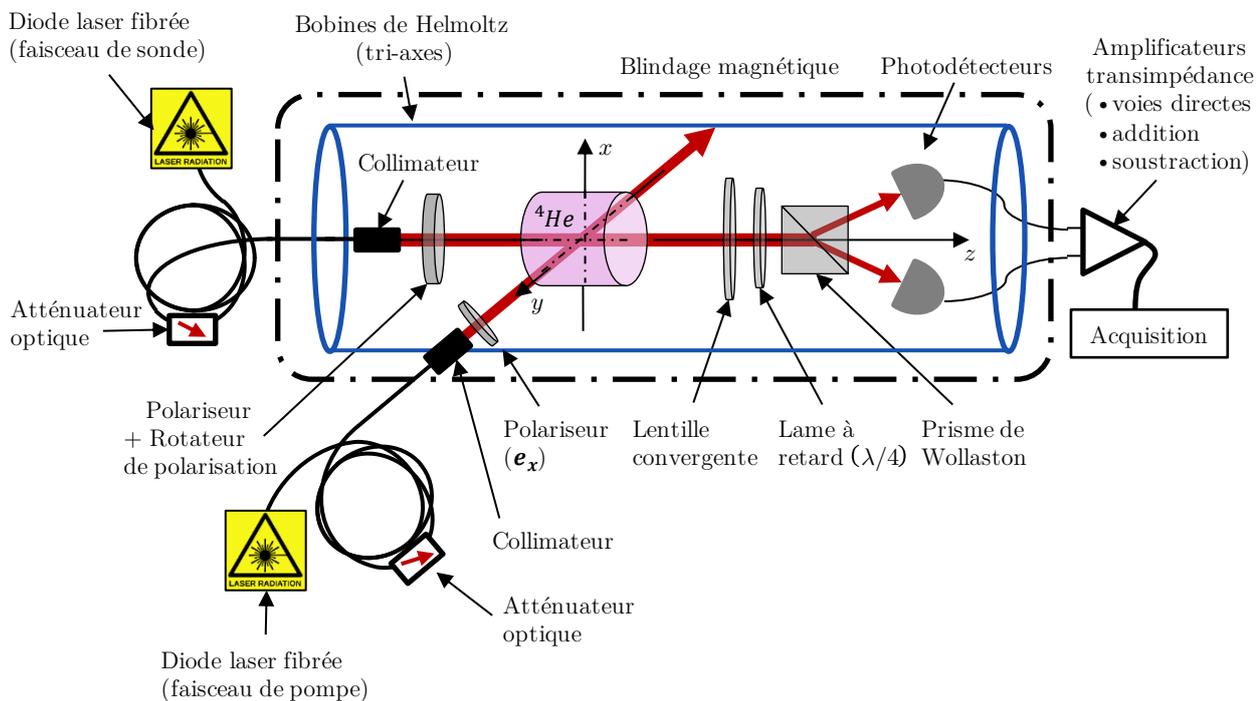


Figure 32 : Schéma détaillé du premier montage expérimental.

Ce montage présente bien sûr l'avantage d'être extrêmement robuste. Les éléments collés ne sont pas sensibles aux vibrations, et permettent des mesures parfaitement reproductibles. En revanche, il est évident qu'il possède des inconvénients pour les mêmes raisons. Principalement, le rotateur de polarisation à cristaux liquides utilisé pour modifier le faisceau de sonde sans avoir à démonter le système à chaque fois est source d'une polarisation partiellement circulaire (Polarization Extinction Ratio -PER- variant entre 18 et 26 dB en sortie selon l'angle de rotation) perturbant les mesures (apparition d'orientation, de légers offsets sur les mesures, ...).

2) Deuxième setup

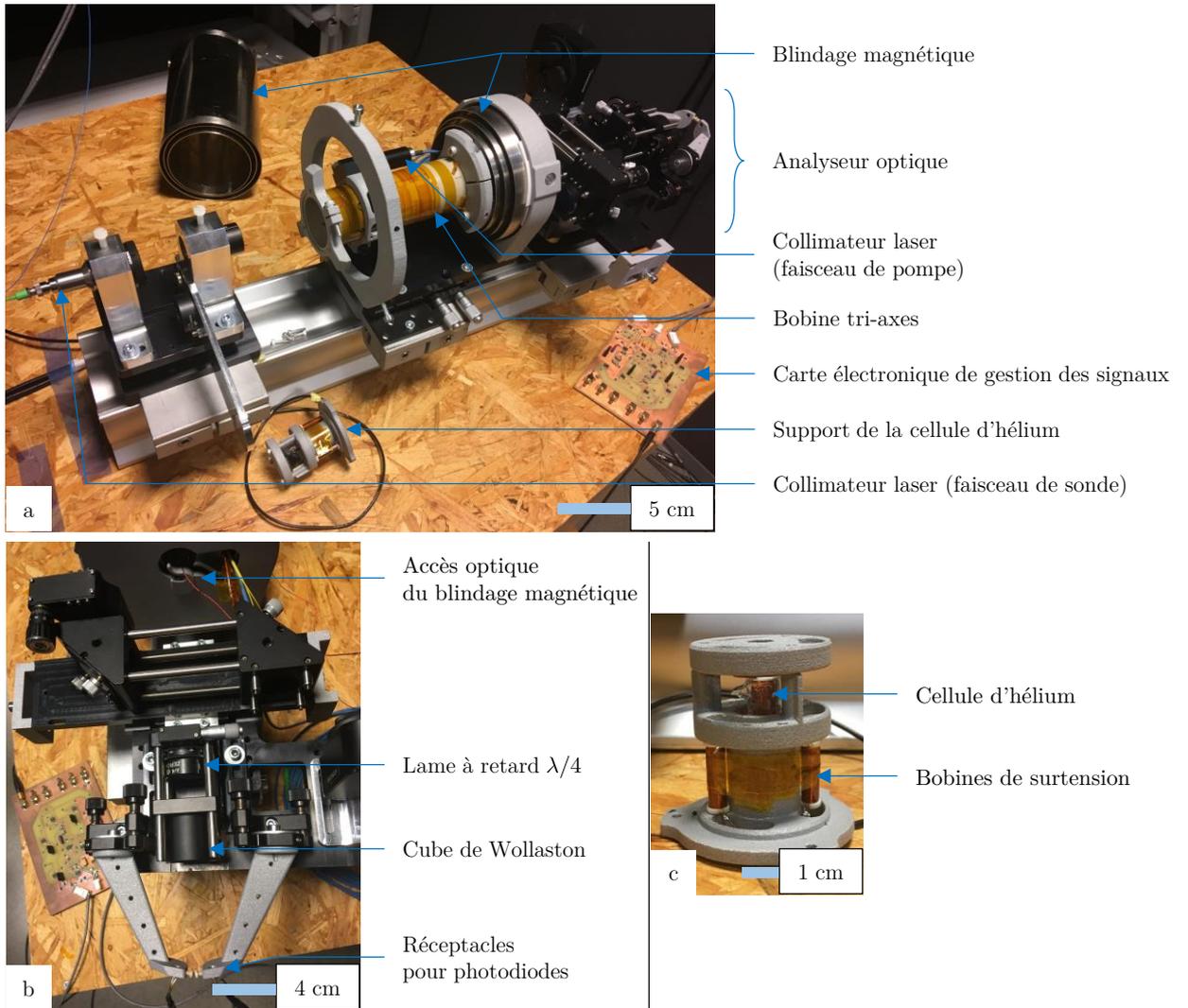


Figure 33 : Photos du second setup expérimental. (a) Vision générale. (b) Analyseur optique en sortie de cellule. (c) Support de la cellule d'hélium.

Le deuxième montage expérimental (banc optique visible en figure 33, schéma en figure 34) a été développé dans le cadre d'un projet en lien étroit avec cette thèse : la mise en cavité optique des cellules pour les mesures de biréfringence. Nous reparlerons de cet aspect dans les perspectives d'évolutions. Ce setup est bien sûr adaptable à des cellules sans cavité et nous a permis de réaliser la plupart des mesures présentées ici. Cette fois le blindage ne renferme que la bobine tri-axes, la cellule et le faisceau de pompe. Deux accès optiques aux extrémités du blindage permettent au faisceau de sonde de le traverser, la polarisation et l'analyse de ce faisceau peuvent donc être réalisées en dehors du blindage et sont facilement accessibles. Les éléments optiques sont finement ajustables à l'aide de diverses montures à rotations.

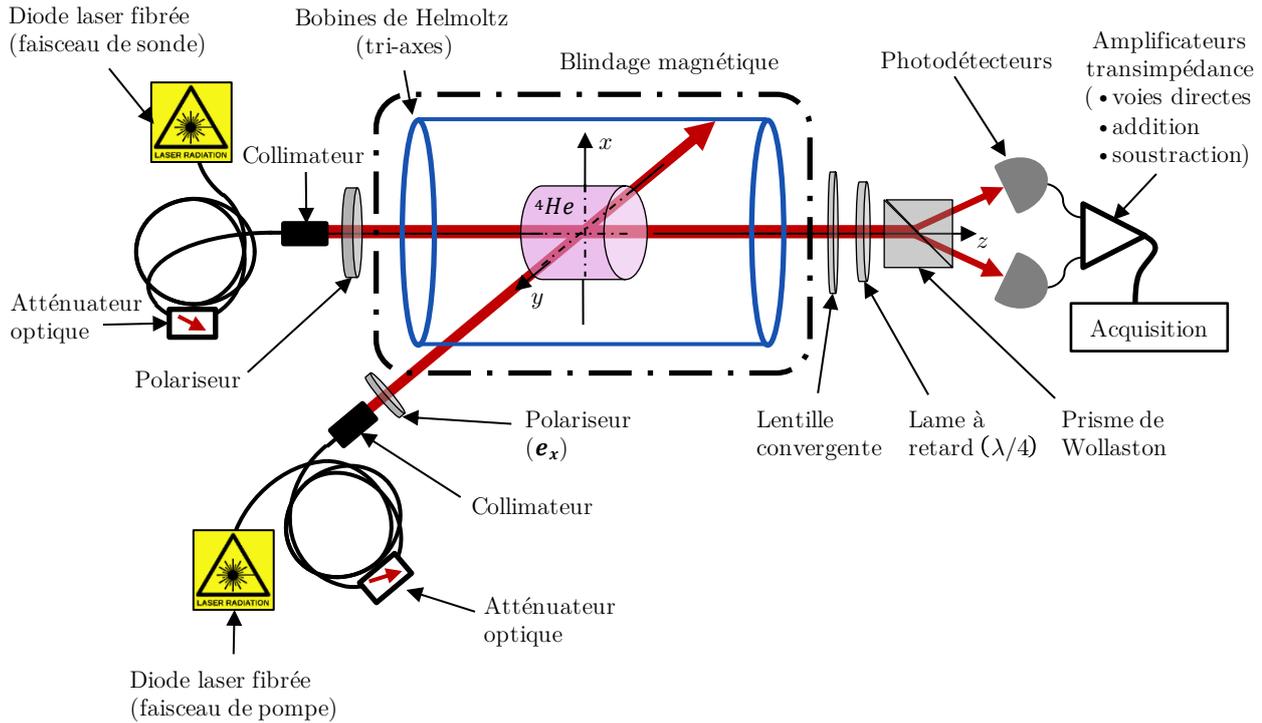


Figure 34 : Schéma détaillé du second montage expérimental.

3) Mesures des signaux et conditions expérimentales

Dans les deux cas présentés ci-dessus, nous utilisons deux diodes lasers *QD Laser QLD1061-8330* contrôlées par des contrôleurs lasers *Stanford LDC500*. Nous utilisons un atténuateur variable *OZ Optics* afin de faire varier la puissance des faisceaux sans faire varier leur longueur d'onde. Enfin les signaux optiques sont recueillis à l'aide de la carte électronique visible en figure 33, constituée d'amplificateurs transimpédance suivis de divers sous-systèmes permettant d'étudier en détail les signaux des photodiodes (signaux individuels, somme, soustraction). Pour les mesures de résonance paramétrique que nous présenterons au prochain chapitre, nous utilisons également une détection synchrone *Zurich MFLI* ou *Stanford SR865* pour démoduler les signaux. Ces derniers sont finalement envoyés sur une carte d'acquisition *DAQmx* de *National Instruments*.

Dans tous les cas, la cellule d'hélium utilisée est un cylindre de 1.2 cm de longueur, sur 1 cm de diamètre de base. L'hélium à l'intérieur de cette cellule est sous une pression de 9 Torr. Cette pression a été choisie dans ce type de cellules suite à une étude réalisée sur le plasma lors de la thèse de J. Rutkowski [64] de sorte que le temps de vie des atomes métastables soit maximisé. Nous utilisons pour cette même raison un plasma d'hélium très faible. Nous nous plaçons généralement à sa limite d'extinction. Nous obtenons ainsi une densité d'atomes métastables moyenne de $10^{11} \text{ at. cm}^{-3}$, et un temps de vie moyen de l'ordre de la milliseconde ($\Gamma_e/\gamma_g \approx 35 \text{ nT}$ en unité de champ magnétique).

Lorsqu'un faisceau de pompe distinct du laser de sonde est nécessaire, nous utilisons un faisceau collimaté de waist identique à la taille de la cellule (environ 1 cm) pour essayer d'obtenir un pompage homogène sur l'ensemble de la cellule. Le faisceau de sonde quant à lui, collimaté également, traverse systématiquement la cellule dans le sens de la longueur afin d'éviter une distorsion potentielle due aux surfaces arrondies du cylindre. Son waist est d'environ 5.7 mm, obtenu via un collimateur

adapté. Tous les collimateurs sont fabriqués au sein du laboratoire, et nous n'utilisons ici pas de diaphragme pour modifier la taille des faisceaux.

Nous pouvons alors faire un point sur la précision du modèle que nous avons développé. Nous utilisons ici des valeurs moyennes mesurées expérimentalement des différents paramètres, à savoir l'intensité du faisceau, la densité d'atomes métastables et leur taux de relaxation naturelle (par collision). Bien évidemment, toutes ces valeurs ne sont pas homogènes dans la cellule. Le faisceau laser est en réalité un faisceau gaussien, de sorte que l'intensité en son centre est bien plus importante qu'aux extrémités. Il peut en premier lieu s'ensuivre l'apparition d'émission stimulée au centre de la cellule, modifiant alors le comportement du système par rapport au modèle actuel, comme nous avons pu le mentionner précédemment. Mais cela n'étant pas prédominant dans la gamme de puissances qui nous intéresse, nous avons fait le choix de laisser ce phénomène de côté pour le moment. La densité d'atomes métastables suit quant à elle une distribution non homogène dans la cellule (densité forte au centre de la cellule et faible en bordure) dans notre mode de fonctionnement du plasma [64]. En ce qui concerne le taux de relaxation, il est forcément différent aux bords de la cellule vu que la probabilité de collision relaxante avec la paroi est très forte. Au centre de la cellule en revanche, cette probabilité s'annule, la longueur de diffusion des atomes métastables dans notre système étant d'environ 2 mm. Ainsi il semble légitime de remettre en question notre choix d'utiliser uniquement des valeurs moyennes pour ces trois paramètres. Cependant à l'heure actuelle, les modélisations sont tout de même en très bon accord avec les résultats expérimentaux dans la gamme de puissances optiques qui nous intéresse (200 – 600 μW), comme en attestent les résultats de ce chapitre, ainsi que ceux du prochain chapitre. Nous avons donc fait le choix de ne pas apporter de complexité supplémentaire au modèle. Il pourra bien sûr être envisagé par la suite de le retravailler en y intégrant ces considérations spatiales, couplées à l'ajout des termes décrivant l'émission stimulée dans les équations.

E. En résumé

Jusqu'à maintenant nous avons vu qu'il est possible de créer un alignement atomique au sein d'un gaz d'hélium par pompage optique, qui évolue ensuite sous l'action d'un champ magnétique extérieur et de la relaxation. Cet alignement modifie de façon anisotrope les propriétés optiques du milieu, et par suite celles (intensité, polarisation) du faisceau qui traverse le milieu. Nous avons également vu des architectures de capteurs à effet Hanle qui permettent de mesurer une ou plusieurs composantes du champ magnétique.

En revanche, les architectures vues jusqu'à maintenant présentent le désavantage suivant. Chaque faisceau de sonde utilisé n'est généralement sensible qu'à une seule composante du champ. Afin d'en mesurer plusieurs, il faut alors introduire plusieurs faisceaux sondes, nécessitant des accès optiques différents. Cet aspect est peu pratique d'un point de vue applicatif car il requiert un système de détection assez complexe et peu compact. Nous verrons dans le chapitre suivant que l'utilisation de champs radiofréquences permettant de moduler les signaux est une alternative intéressante permettant de résoudre ce problème.

Chapitre V

Magnétomètres à résonance paramétrique basés sur l’alignement atomique

Les magnétomètres à résonance paramétrique se basent sur un principe de fonctionnement tout à fait similaire aux magnétomètres à effet Hanle. Le seul point nouveau les concernant est l’ajout d’un ou plusieurs champs radiofréquences (RFs), (typiquement 10 – 500 kHz) ayant pour vocation de moduler la précession de la polarisation atomique [87]. Cette modulation permet de faire émerger un nouveau comportement du système. Entre autres, le signal de photodétection est alors modulé aux harmoniques du(des) champ(s) RF(s). En orientation, ces modulations présentent une dépendance dispersive en fonction du champ magnétique, rendant possible la mesure à un seul faisceau [16,88]. En alignement, un comportement similaire s’observe en absorption comme en biréfringence.

Le deuxième point avantageux de la résonance paramétrique est que lorsque deux champs RFs sont utilisés, un même faisceau optique contient alors des dépendances dispersives suivant plusieurs composantes du champ magnétique (jusqu’aux trois composantes) à des fréquences différentes, rendant simple et compacte la mesure de ces composantes.

A. Atome habillé par un champ radiofréquence

Nous considérons pour le moment que l’on ajoute au système étudié jusqu’à maintenant (une cellule d’hélium pompé optiquement par faisceau laser, fig 12) un champ radiofréquence de polarisation linéaire le long de l’axe Oz de la forme $(B_1 \cos(\omega t) \mathbf{e}_z)$, comme présenté en figure 35. En utilisant l’approximation à trois étapes, en considérant la relaxation optique isotrope, il est possible de résoudre directement l’équation différentielle régissant l’évolution du système. Le calcul est parfaitement analogue à celui d’un système pompé en orientation, pour lequel les calculs ont été détaillés par C. Cohen-Tannoudji [16,17]. Nous avons également présenté le principe du calcul en alignement dans la référence [69].

Cette méthode de résolution s’avère cependant très compliquée à mener analytiquement lorsque l’on applique deux champs radiofréquence non colinéaires simultanément et elle nécessite de nombreuses approximations [89]. Précisons simplement à ce stade que l’utilisation de deux champs RFs permet de mesurer les trois composantes du champ magnétique, qui se retrouvent portées à différentes fréquences. Concentrons-nous pour le moment sur la résolution du problème avec un seul champ RF.

Le formalisme quantique de l’atome habillé permet de s’affranchir d’une certaine partie de ces approximations, tout en permettant au calcul d’être mené simplement, et en rendant compte des phénomènes physiques sous-jacents. Nous nous concentrerons donc ici sur ce formalisme.

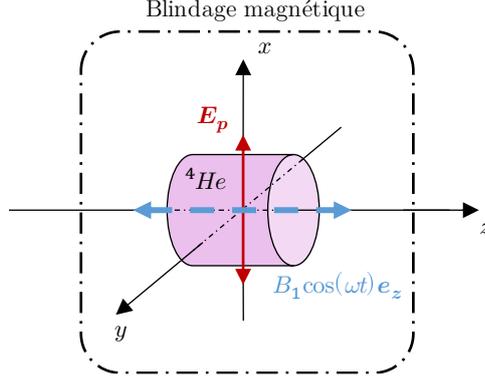


Figure 35 : Schéma d'un système de résonance paramétrique à un champ radiofréquence linéaire suivant l'axe Oz .

1) Formalisme mathématique

Le formalisme est expliqué de manière détaillée dans diverses références [69,86,88,89], nous en rappelons les éléments essentiels à la suite du développement, dans le cadre de l'approximation à trois étapes. Le principe du calcul est de quantifier le champ radiofréquence afin de supprimer la dépendance temporelle du hamiltonien et par suite de simplifier la résolution du système.

Le système global que nous étudions est donc constitué de l'atome soumis à un champ statique \mathbf{B}_0 , de la RF et d'un terme prenant en compte leur interaction :

$$\begin{aligned} H &= H_{at} + H_{RF} + H_{int} \\ &= -\hbar\gamma_g \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{J}} + \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + H_{int} \end{aligned} \quad (\text{V.1})$$

Avec \hat{a}^\dagger et \hat{a} les opérateurs de création et annihilation d'un photon de radiofréquence.

Considérons pour le moment les deux premiers termes uniquement, en négligeant l'interaction de la RF avec l'atome. Les états propres de ce système sont constitués du produit tensoriel des états propres de l'atome $|J, m_J\rangle$ avec les états propres du champ radiofréquence. Ces derniers sont les états du champ radiofréquence avec un nombre N précis de photons $|N\rangle$, appelés états nombres (états de Fock). Les états propres finaux sont donc :

$$|J, m_J\rangle \otimes |N\rangle = |m, N\rangle \quad (\text{V.2})$$

Le spectre d'énergie associé est constitué d'une infinité de diagrammes Zeeman d'un spin 1, séparés les uns des autres par l'énergie $\hbar\omega$ d'un photon de RF.

Le champ radiofréquence généré par les bobines possède une phase bien définie. Il ne peut donc pas être décrit directement à l'aide d'un état nombre $|N\rangle$ pour lequel la valeur moyenne du champ à tout instant est nulle [92]. Il correspond à un état dit « cohérent » ($|\alpha\rangle$, état de Glauber [93]) défini comme état propre de l'opérateur annihilation \hat{a} (parfois appelé opérateur amplitude). Ces états sont parfaitement adaptés à la description des ondes planes classiques. Ils peuvent s'écrire comme une superposition d'états du champ à N photons sous la forme :

$$|\alpha\rangle = \exp\left(\frac{-|\alpha|^2}{2}\right) \sum_N \frac{\alpha^N}{(N!)^{1/2}} |N\rangle \quad (\text{V.3})$$

On peut alors introduire la projection des opérateurs de moments cinétiques, et des opérateurs tensoriels irréductibles dans l'espace des multiplicités :

$$\begin{aligned} {}^{N,N'}\hat{\mathbf{J}} &= \hat{P}_N \hat{\mathbf{J}} \hat{P}_{N'}, & {}^{N,N'}\hat{T}_q^{(k)} &= \hat{P}_N \hat{T}_q^{(k)} \hat{P}_{N'} \\ \hat{\mathbf{J}} &= \sum_{N,N'} {}^{N,N'}\hat{\mathbf{J}}, & \hat{T}_q^{(k)} &= \sum_{N,N'} {}^{N,N'}\hat{T}_q^{(k)} \end{aligned} \quad (\text{V.10})$$

Les opérateurs ainsi projetés ne se comportent cependant pas comme leurs analogues dans l'espace de l'atome « nu », et ne respectent pas les relations de commutations usuelles (II.17). Il est donc préférable de définir de nouveaux opérateurs « habillés » ${}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)}$ qui possèdent les mêmes éléments de matrice dans la base $|m, \overline{N_m}\rangle$ que les opérateurs $\hat{T}_q^{(k)}$ de l'atome nu dans une base standard $|m\rangle$. Il vient alors la relation entre les opérateurs :

$${}^{N,N'}\hat{T}_q^{(k)} = J_{N-N'} \left(\frac{q\omega_1}{\omega} \right) {}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)} \quad (\text{V.11})$$

Ces opérateurs permettent d'effectuer tous les calculs de l'atome habillé de façon plus simple.

Enfin, on montre qu'en l'absence de perturbation ces opérateurs évoluent à la pulsation $(N - N')\omega$. Afin de simplifier les calculs, il sera également pratique de passer en représentation d'interaction en définissant des opérateurs tournants ${}^{N,N'}\widetilde{\mathcal{C}}_q^{(k)}$:

$${}^{N,N'}\widetilde{\mathcal{C}}_q^{(k)} = e^{-i((N-N')\omega t)} {}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)} \quad (\text{V.12})$$

On applique ensuite sur ce système le faible champ magnétique \mathbf{B}_0 lentement variable (par rapport au champ radiofréquence) dont l'effet est donné par le hamiltonien Zeeman habituel, que l'on projette également sur les différentes multiplicités :

$$\begin{aligned} V &= -\hbar\gamma_g \mathbf{B}_0 \cdot \hat{\mathbf{J}} \\ {}^{N,N'}\hat{V} &= \hat{P}_N \hat{V} \hat{P}_{N'} \end{aligned} \quad (\text{V.13})$$

2) Evolution atomique à faible puissance optique

Comme pour l'effet Hanle, il faut étudier le comportement des trois sources d'évolution du système atomique en présence du champ RF que sont le pompage optique, l'évolution magnétique et la relaxation.

a - Evolution magnétique

En présence du champ radiofréquence et d'un champ faible lentement variable, l'évolution hamiltonienne des opérateurs tensoriels s'écrit suivant l'équation d'Heisenberg [70] :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} {}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)} &= \frac{i}{\hbar} \left[\hat{H}_0 + \hat{V}, {}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)} \right] \\ &= (N - N')\omega {}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)} + \frac{i}{\hbar} \left[\sum_{l,l'} {}^{l,l'}\hat{V}, {}^{N,N'}\hat{\mathcal{J}}_q^{(k)} \right] \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

Le premier terme du membre de droite correspond à l'évolution de l'opérateur ${}^{N,N'}\hat{\mathcal{F}}_q^{(k)}$ sous l'action du hamiltonien \hat{H}_0 . Le deuxième terme fait apparaître des opérateurs de la forme $({}^{N,N'}\hat{\mathcal{F}}_q^{(k)N',N''}\hat{V})$ qui évoluent entre les multiplicités N et N'' , donc à la pulsation $((N - N'')\omega)$. A faible champ magnétique ($\gamma_g B_0, \Gamma \ll \omega$), leur influence sur les opérateurs ${}^{N,N'}\hat{\mathcal{F}}_q^{(k)}$ est très faible, et nous nous permettrons de les négliger si $(N - N' \neq N - N'')$ (approximation séculaire).

La représentation d'interaction définie par (V.12) permet de supprimer l'évolution des opérateurs due à \hat{H}_0 , pour écrire plus simplement :

$$\frac{d}{dt} {}^{N,N'}\tilde{\mathcal{C}}_q^{(k)} = \frac{i}{\hbar} \left[\sum_l {}^{l,l}\hat{V}, {}^{N,N'}\tilde{\mathcal{C}}_q^{(k)} \right] \quad (\text{V.15})$$

Le nombre de photons de RF étant très grand, on montre [94] que la perturbation due au champ magnétique \mathbf{B}_0 lentement variable peut se mettre sous la forme d'une perturbation effective :

$${}^{l,l}\hat{V} = \tilde{V} = -\hbar\gamma_g \bar{\mathbf{B}}_0 \cdot \hat{\mathbf{J}} \quad (\text{V.16})$$

où

$$\begin{cases} \bar{B}_x = J_{0,1} B_x \\ \bar{B}_y = J_{0,1} B_y \\ \bar{B}_z = B_z \end{cases} \quad (\text{V.17})$$

Ainsi du point de vue de l'atome habillé par le champ de radiofréquence, un champ magnétique lentement variable est vu comme un champ effectif $\bar{\mathbf{B}}$, dont les composantes perpendiculaires au champ RF sont modifiées par une fonction de Bessel qui elle, dépend de la radiofréquence.

Finalement, en passant aux valeurs moyennes, on peut réécrire l'évolution magnétique des opérateurs ${}^{N,N'}\tilde{\mathcal{C}}_q^{(k)}$ comme :

$$\frac{d}{dt} \left\langle {}^{N,N'}\tilde{\mathcal{C}}_q^{(k)} \right\rangle = \sum_{q'} \mathbb{H}(\bar{\mathbf{B}})_{q,q'} \left\langle {}^{N,N'}\tilde{\mathcal{C}}_{q'}^{(k)} \right\rangle \quad (\text{V.18})$$

b - Pompage optique

Nous avons vu ((II.14)/Annexe I) que le terme d'équilibre de pompage optique en l'absence de champ radiofréquence peut s'écrire sous la forme :

$$m_{q,ss}^{(k)} = \Gamma_p \text{Tr}(\rho_{ss} \cdot \hat{T}_q^{(k)}) \quad (\text{V.19})$$

Le temps caractéristique d'interaction de la lumière avec les atomes lors du pompage étant plus rapide que le temps propre de couplage avec la radiofréquence, il est montré [90,91] que les opérateurs tensoriels irréductibles pour l'atome habillé évoluent de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\langle \overset{N,N'}{\hat{\mathcal{F}}}_q^{(k)} \rangle}{p(N)} &= \Gamma_p m_{q,ss}^{(k)} e^{i(N-N')\omega t} e^{-iq\omega_1 \sin(\omega t)/\omega} \\ \frac{d}{dt} \frac{\langle \overset{N,N'}{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle}{p(N)} &= \Gamma_p m_{q,ss}^{(k)} e^{-iq\omega_1 \sin(\omega t)/\omega} \end{aligned} \quad (\text{V.20})$$

En ne gardant que la composante statique (approximation séculaire), il vient :

$$\frac{d}{dt} \frac{\langle \overset{N,N'}{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle}{p(N)} = \Gamma_p m_{q,ss}^{(k)} J_{0,q} = \Gamma_p \bar{m}_{q,ss}^{(k)} \quad (\text{V.21})$$

où nous avons défini chaque composante d'alignement à l'équilibre pour l'atome habillé $\bar{m}_{q,ss}^{(k)} = J_{0,q} m_{q,ss}^{(k)}$.

c - Relaxation

Nous avons vu que nous considérons la relaxation globale comme un phénomène isotrope dans le régime des faibles puissances optiques (approximation à trois étapes). On montre alors [70] que le phénomène est simplement décrit par :

$$\frac{d}{dt} \langle \overset{N,N'}{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle = -\Gamma \langle \overset{N,N'}{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle \quad (\text{V.22})$$

d - Evolution globale

L'évolution globale des variables de l'atome habillé est finalement :

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbb{H}(\bar{\mathbf{B}}_0) + \Gamma \right) \frac{\langle \overset{N,N'}{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle}{p(N)} = \Gamma_p \bar{m}_{q,ss}^{(k)} \quad (\text{V.23})$$

Cette équation est analogue à celle de l'effet Hanle sur un atome « nu » (II.18). Nous introduirons désormais pour l'atome habillé $\bar{m}_q^{(k)} = \langle \overset{N,N'}{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle / p(N)$, analogues des $m_q^{(k)} = \langle \hat{T}_q^{(k)} \rangle$ de l'atome « nu ». Les composantes d'alignement $\bar{m}_{q,ss}^{(k)}$ introduites par le pompage sont donc les mêmes qu'en effet Hanle, au terme $J_{0,q}$ près¹⁵ :

$$\bar{M}_{ss} = \left(\frac{1}{4} J_{0,2} \quad 0 \quad \frac{-1}{2\sqrt{6}} \quad 0 \quad \frac{1}{4} J_{0,2} \right)^t \quad (\text{V.24})$$

Dans les référentiels tournants (définis via la représentation d'interaction (V.12)), les cohérences introduites par le pompage optique dans le système sont partiellement détruites par le champ RF. De façon équivalente, pour les atomes, le faisceau de pompe est vu comme partiellement dépolarisé. On montre effectivement que le terme de pompage introduit par un faisceau partiellement polarisé suivant

¹⁵ Nous rappelons que nous notons M_{ss} (resp \bar{M}_{ss}) le vecteur colonne des cinq composantes d'alignement $m_q^{(k)}$ (resp $\bar{m}_{q,ss}^{(k)}$) introduites par le pompage.

l'axe Ox et se propageant suivant l'axe Oz , de paramètres de Stokes [40] $S_1 = p \leq 1$, $S_2 = S_3 = 0$ est en effet de la forme :

$$M_{ss,depol} = \begin{pmatrix} \frac{p}{4} & 0 & \frac{-1}{2\sqrt{6}} & 0 & \frac{p}{4} \end{pmatrix}^t \quad (\text{V.25})$$

Les solutions du système au premier ordre en champ magnétique sont ainsi celles d'un problème d'effet Hanle utilisant un faisceau de pompe partiellement dépolarisé, de taux de polarisation $p = J_{0,2}$:

$$\begin{cases} \bar{m}_0^{(2)} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Gamma_p}{4\Gamma} + O(B_i B_j) \\ \bar{m}_1^{(2)} = \omega_y \frac{\Gamma_p}{4\Gamma^2} J_{0,1} (1 + J_{0,2}) + i\omega_x \frac{\Gamma_p}{4\Gamma^2} J_{0,1} (J_{0,2} - 1) + O(B_i B_j) \\ \bar{m}_2^{(2)} = i\omega_z \frac{\Gamma_p}{2\Gamma^2} J_{0,2} + \frac{\Gamma_p}{4\Gamma} J_{0,2} + O(B_i B_j) \end{cases} \quad (\text{V.26})$$

Du point de vue des atomes dans les référentiels tournants, le pompage optique est effectué par un faisceau partiellement dépolarisé, dont les propriétés physiques ne sont donc plus parfaitement symétriques autour de l'axe de polarisation réelle (Ox). L'ellipsoïde d'alignement créé dans ce cas ne peut donc plus être de révolution autour de ce même axe, et un champ magnétique B_x non nul peut ainsi le mettre en rotation de façon visible. Les atomes deviennent donc sensibles au champ magnétique suivant l'axe de polarisation du faisceau de pompe, d'où l'apparition d'un terme ω_x dans les solutions ci-dessus par rapport à (II.21).

Dans le référentiel du laboratoire, les solutions s'expriment simplement en faisant tourner les variables de l'atome « habillé » d'un angle $\frac{\omega_1}{\omega} \sin(\omega t)$ autour de l'axe du champ radiofréquence [88,90,91] :

$$\begin{aligned} \langle \hat{T}_q^{(k)} \rangle &= \sum_{N,N'} J_{N-N',q} e^{i((N-N')\omega t)} p(N) \bar{m}_q^{(k)} \\ &= \bar{m}_q^{(k)} \exp\left(iq \frac{\omega_1}{\omega} \sin(\omega t)\right) \\ &= \bar{m}_q^{(k)} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} J_{p,q} \exp(ip\omega t) \end{aligned} \quad (\text{V.27})$$

Les signaux optiques mesurables sont donc constitués de toutes les fréquences harmoniques de la RF, pondérés par des fonctions de Bessel. Plus l'harmonique p d'intérêt est élevé, plus la fonction de Bessel $J_{p,q}$ associée atténue le signal. On préférera donc effectuer la mesure sur le premier harmonique pour maximiser le signal de mesure :

$$\begin{cases} m_0^{(2)}/m_{ss} = -\frac{1}{2} + O(B_i B_j) \\ m_1^{(2)}/m_{ss} = \frac{\sqrt{3/2}}{2\Gamma} \left(J_{0,1} (J_{0,1} + 2i\sin(\omega t) J_{1,1}) \right. \\ \quad \left. \times (\omega_y (1 + J_{0,2}) + i\omega_x (-1 + J_{0,2})) \right) + O(B_i B_j) \\ m_2^{(2)}/m_{ss} = \frac{\sqrt{3/2}}{2\Gamma} (2iB_z + \Gamma) J_{0,2} (J_{0,2} + 2i\sin(\omega t) J_{1,2}) + O(B_i B_j) \end{cases} \quad (\text{V.28})$$

B. Atome habillé par deux champs radiofréquences

Nous avons montré que l'utilisation d'un champ radiofréquence permet ainsi de moduler le signal du magnétomètre, mais ne permet pas pour autant d'accéder aux trois composantes du champ magnétique en une seule mesure. Cela n'est rendu possible que via l'application d'un deuxième champ RF linéaire de fréquence différente du premier, perpendiculaire à la fois à l'axe de pompage et au premier champ RF. Il est donc de la forme $B_2 \cos(\Omega t) \mathbf{e}_y$, avec $\Omega \ll \omega$. Nous ferons généralement référence à l'amplitude de ce champ via la pulsation $\Omega_1 = -\gamma_g B_2$.

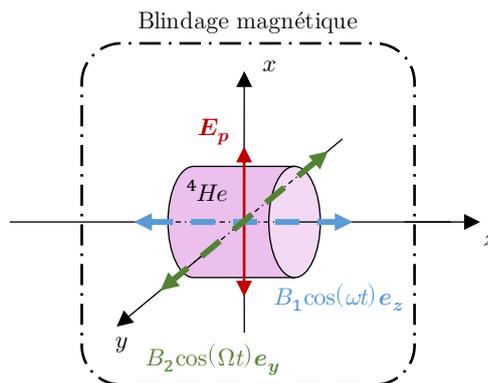


Figure 36 : Schéma d'un système à résonance paramétrique à deux champs radiofréquences linéaires suivant les axes Oz (RF « rapide ») et Oy (RF « lente »).

Procédure « d'habillage » de l'atome :

La fréquence du deuxième champ RF étant très inférieure à celle du premier, on peut considérer ce nouveau champ quasi-statique lors de l'habillage de l'atome par le premier champ RF. On utilise pour cela toujours l'approximation séculaire qui devient alors :

$$|\gamma_g B_0|, \Gamma, \Omega_1, \Omega \ll \omega \quad (\text{V.29})$$

Une fois l'habillage de l'atome par la RF « rapide » effectué, on peut réitérer l'opération avec la RF « lente », pour laquelle on a l'approximation séculaire :

$$|\gamma_g B_0|, \Gamma \ll \Omega \quad (\text{V.30})$$

La procédure d'habillage que nous avons présentée nécessitant de considérer la polarisation linéaire du champ RF alignée avec l'axe de quantification du système, on peut décomposer l'habillage de l'atome en étapes successives données ci-dessous [88] :

- On commence par habiller l'atome avec le champ RF le plus rapide (ici de pulsation ω). On place pour cela l'axe de quantification du système suivant l'axe Oz .
- En considérant des opérateurs tournants $\widetilde{\mathcal{T}}_q^{N, N'} \approx^{(k)}$, et l'approximation séculaire (V.29), on peut se ramener à un problème plus simple sans radiofréquence. Ces opérateurs évoluent alors sous l'action d'un champ effectif $\overline{\mathbf{B}}$ constitué du champ lentement variable que l'on cherche à mesurer et du champ de la seconde radiofréquence. Ce champ $\overline{\mathbf{B}}$ est donné par :

$$\begin{cases} \bar{B}_x = J_{0,1} B_x \\ \bar{B}_y = J_{0,1} (B_y + B_2 \cos(\Omega t)) \\ \bar{B}_z = B_z \end{cases} \quad (\text{V.31})$$

- Le terme de pompage optique introduit par le laser est également modifié par la radiofréquence via la relation

$$\bar{M}_{ss} = J_{0,q} M_{ss} \quad (\text{V.32})$$

- Afin d'habiller l'atome par le deuxième champ radiofréquence, on passe ensuite l'axe de quantification suivant l'axe Oy .
- On considère alors de nouveaux opérateurs tournants, agissant dans l'espace des multiplicités introduites par le deuxième champ RF. Par analogie avec le cas précédent, nous noterons leurs valeurs moyennes $\bar{\bar{m}}_q^{(k)}$. En utilisant l'approximation séculaire (V.30), on peut encore une fois se ramener à un problème simple où nos opérateurs évoluent uniquement sous l'action d'un champ magnétique effectif $\bar{\bar{B}}$ donné par :

$$\begin{cases} \bar{\bar{B}}_x = J_{0,1} \mathcal{J}_{0,1} B_x \\ \bar{\bar{B}}_y = J_{0,1} B_y \\ \bar{\bar{B}}_z = \mathcal{J}_{0,1} B_z \end{cases} \quad (\text{V.33})$$

Les $J_{0,1}$ désignent les fonctions de Bessel introduites par le champ RF « lent », définis comme : $\mathcal{J}_{m,n} = J_m\left(\frac{n\Omega_1}{\Omega} J_{0,1}\right)$.

- Le terme de pompage est encore une fois modifié par le champ radiofréquence suivant la relation :

$$\bar{\bar{M}}_{ss,y} = \mathcal{J}_{0,q} \bar{M}_{ss,y} \quad (\text{V.34})$$

Il s'écrit finalement :

$$\bar{\bar{M}}_{ss,y} = \frac{\Gamma_p}{\Gamma_p + \Gamma_e} \begin{pmatrix} \frac{-(1 + J_{0,2}) \mathcal{J}_{0,2}}{2} & 0 & \frac{1 - 3J_{0,2}}{4\sqrt{6}} & 0 & \frac{-(1 + J_{0,2}) \mathcal{J}_{0,2}}{2} \end{pmatrix}^t \quad (\text{V.35})$$

- On est alors ramené à un simple problème d'effet Hanle, de forme similaire à (II.18) dont les solutions sont, au premier ordre en champ magnétique :

$$\begin{cases} \bar{\bar{m}}_{0,y}^{(2)} = \frac{\Gamma_p}{4\Gamma} \frac{1 - 3J_{0,2}}{\sqrt{6}} + O(B_i B_j) \\ \bar{\bar{m}}_{1,y}^{(2)} = \frac{-\Gamma_p \mathcal{J}_{0,1}}{8\Gamma^2} \left(\omega_x J_{0,1} (1 + \mathcal{J}_{0,2} + J_{0,2}(-3 + \mathcal{J}_{0,2})) \right. \\ \left. + i\omega_z (-1 + \mathcal{J}_{0,2} + J_{0,2}(3 + \mathcal{J}_{0,2})) \right) + O(B_i B_j) \\ \bar{\bar{m}}_{2,y}^{(2)} = \frac{-\Gamma_p}{8\Gamma^2} (\Gamma + 2i\omega_y J_{0,1})(1 + J_{0,2}) \mathcal{J}_{0,2} + O(B_i B_j) \end{cases} \quad (\text{V.36})$$

- Afin d'obtenir les signaux mesurables dans le référentiel du laboratoire, il ne reste plus qu'à faire tourner ces solutions d'un angle $\frac{J_{0,1}\Omega_1}{\Omega} \sin(\Omega t)$ autour de l'axe Oy , et d'un angle $\frac{\omega_1}{\omega} \sin(\omega t)$ autour de l'axe Oz .

Cette fois, le signal optique sera composé de tous les harmoniques des deux champs radiofréquences, ainsi que de leurs interharmoniques. Pour obtenir un maximum de signal, on ne garde que les signaux de pulsations ω , Ω et $\omega \pm \Omega$. Les solutions dans le laboratoire sont assez lourdes à écrire d'un trait. Afin de les rendre plus lisibles, nous préférons donner successivement leurs dépendances aux différentes composantes ω_x , ω_y et ω_z du champ magnétique. 0_B indique un terme indépendant du champ :

$$\left\{ \begin{array}{l}
m_0^{(2)}(0_B) = \frac{\Gamma_p(-1 + 3J_{0,2} - 3(1 + J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2}^2)}{8\sqrt{6}\Gamma} \\
m_0^{(2)}(\omega_y) = \omega_y \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\Gamma_p J_{0,1}(1 + J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2}\mathcal{J}_{1,2}}{2\Gamma^2} \sin(\Omega t) \\
m_1^{(2)}(0_B) = \frac{\Gamma_p(1 + J_{0,2})(J_{0,1} + 2i \sin(\omega t)J_{1,1})\mathcal{J}_{0,2}\mathcal{J}_{1,2}}{4\Gamma} \sin(\Omega t) \\
m_1^{(2)}(\omega_x) = \omega_x \frac{\Gamma_p J_{0,1}(-iJ_{0,1} + 2\sin(\omega t)J_{1,1})\mathcal{J}_{0,1}^2(1 + J_{0,2}(-3 + \mathfrak{J}_{0,2}) + \mathfrak{J}_{0,2})}{8\Gamma^2} \\
m_1^{(2)}(\omega_y) = \omega_y \frac{\Gamma_p J_{0,1}(1 + J_{0,2})(J_{0,1} + 2i \sin(\omega t)J_{1,1})\mathcal{J}_{0,2}^2}{4\Gamma^2} \\
m_1^{(2)}(\omega_z) = \omega_z \frac{i\Gamma_p \sin(\Omega t)(J_{0,1} + 2i \sin(\omega t)J_{1,1})}{4\Gamma^2} \\
\quad \times \mathcal{J}_{0,1}\mathcal{J}_{1,1}(-1 + \mathcal{J}_{0,2} + J_{0,2}(3 + \mathcal{J}_{0,2})) \\
m_2^{(2)}(0_B) = \frac{\Gamma_p(J_{0,2} + 2i \sin(\omega t)J_{1,2})(-1 + \mathcal{J}_{0,2}^2 + J_{0,2}(3 + \mathcal{J}_{0,2}^2))}{16\Gamma} \\
m_2^{(2)}(\omega_x) = \omega_x \frac{i\Gamma_p(J_{0,2} + 2i \sin(\omega t)J_{1,2})}{4\Gamma^2} \sin(\Omega t) \\
\quad \times J_{0,1}\mathcal{J}_{0,1}\mathcal{J}_{1,1}(1 + J_{0,2}(-3 + \mathcal{J}_{0,2}) + \mathcal{J}_{0,2}) \\
m_2^{(2)}(\omega_y) = -\omega_y \frac{\Gamma_p \sin(\Omega t)J_{0,1}(1 + J_{0,2})(J_{0,2} + 2i \sin(\omega t)J_{1,2})\mathcal{J}_{0,2}\mathcal{J}_{1,2}}{4\Gamma^2} \\
m_2^{(2)}(\omega_z) = \omega_z \frac{i\Gamma_p(J_{0,2} + 2i \sin(\omega t)J_{1,2})\mathcal{J}_{0,1}^2(-1 + \mathcal{J}_{0,2} + J_{0,2}(3 + \mathcal{J}_{0,2}))}{8\Gamma^2}
\end{array} \right. \quad (V.37)$$

C. Architectures de capteurs possibles

Comme dans le cas d'une mesure par effet Hanle, il est possible d'avoir accès à la mesure des différentes composantes du champ magnétique via une mesure d'absorption ou de biréfringence.

1) Absorption

Rappelons rapidement les éléments qui constituent le schéma de mesure en absorption en résonance paramétrique. La cellule d'hélium est pompée en alignement à l'aide d'un laser de pompe polarisé rectilignement le long de l'axe Ox . Un faisceau de sonde polarisé rectilignement également se propage le long de l'axe Oz , et sa direction de polarisation fait un angle Ψ_1 avec Ox (fig 37). Un photodétecteur est placé en sortie de cellule pour collecter ce faisceau. Afin de générer les résonances paramétriques, nous appliquons deux champs RF linéaires le long des axes Oz et Oy . Leurs pulsations

sont respectivement ω et Ω et respectent les conditions précédemment énoncées de l'approximation séculaire. D'après (III.16), le signal optique mesuré s'écrit :

$$I_{mes} = I_0 + \Delta I$$

$$\Delta I \propto \frac{Q_0 m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} + \frac{Q_2 m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - Q_2 \operatorname{Re}(m_2^{(2)}) \cos(2\Psi_1) - Q_2 \operatorname{Im}(m_2^{(2)}) \sin(2\Psi_1) \quad (\text{V.38})$$

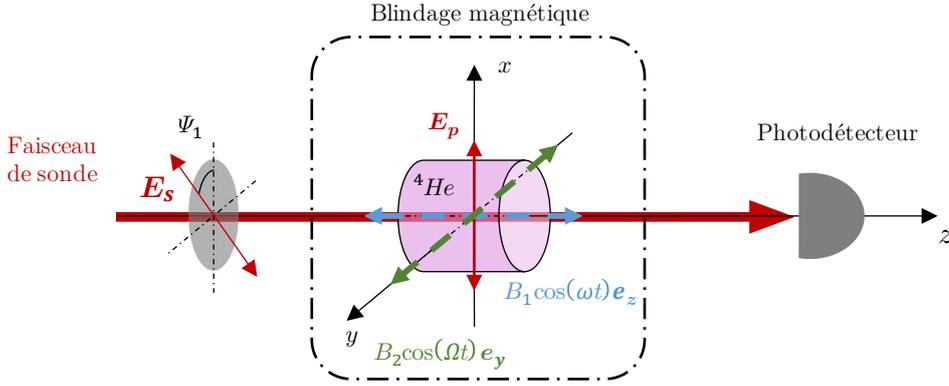


Figure 37 : Schéma de magnétomètre à résonance paramétrique à mesure d'absorption.

Il apparaît dans (V.28) que le champ RF bascule la dépendance au champ magnétique de partie imaginaire de $m_2^{(2)}$ (II.21) vers sa partie réelle. Ainsi en résonance paramétrique, lors d'une mesure d'absorption, il convient de placer la polarisation du faisceau de sonde le long de l'axe de pompage (ou à 90°) pour maximiser la réponse dispersive du magnétomètre. Le signal de mesure est alors composé de plusieurs harmoniques, chacun permettant la mesure d'une composante du champ magnétique. Nous limitons toujours les résultats aux premiers harmoniques des champs RF. En utilisant (V.37), il vient alors :

$$\Delta I(\omega_z) \propto \omega_z \frac{\Gamma_p J_{1,2} J_{0,1}^2 (-1 + J_{0,2} + J_{0,2}(3 + J_{0,2}))}{4\Gamma^2} \sin(\omega t)$$

$$\Delta I(\omega_y) \propto \omega_y \frac{\Gamma_p J_{0,1} J_{0,2} J_{1,2} (1 + J_{0,2})^2}{4\Gamma^2} \sin(\Omega t) \quad (\text{V.39})$$

$$\Delta I(\omega_x) \propto \omega_x \frac{\Gamma_p J_{0,1} J_{1,2} J_{0,1} J_{1,1} (1 + J_{0,2} + J_{0,2}(-3 + J_{0,2}))}{2\Gamma^2} \sin(\omega t) \sin(\Omega t)$$

Les faisceaux de sonde et de pompe devant avoir la même polarisation et le même réglage de pulsation (il faut ajuster le laser au centre de la transition atomique), il est préférable de n'utiliser qu'un seul faisceau qui assure les deux rôles simultanément¹⁶.

Nous avons tenu à vérifier la validité des dépendances des signaux avec les intensités des champs RFs (via les fonctions de Bessel). Nous avons pour cela mesuré la pente du signal dispersif des trois axes en faisant varier les amplitudes des deux champs RFs. La mesure permettant d'obtenir la pente du signal dispersif en réponse au champ B_z est présentée en figure 38. On balaye le champ B_z pour

¹⁶ En résonance paramétrique, la mesure différentielle à deux photodiodes de type NMOR (rotation de polarisation via le dichroïsme linéaire) n'a plus d'intérêt, puisque toute l'information utile est contenue dans la partie réelle de $m_2^{(2)}$, et non plus sa partie imaginaire (IV.3).

obtenir la réponse du système. Le signal optique transmis est mesuré à l'aide d'un photodétecteur, puis démodulé à la fréquence ω pour isoler la modulation dispersive contenant l'information magnétique ($\Delta I(\omega_z)$). Un fit numérique est alors utilisé pour isoler la pente à l'origine de ce signal, correspondant à un point de mesure. La dépendance aux champs radiofréquences est ensuite mesurée en faisant varier les amplitudes des deux champs RFs. Leurs fréquences sont fixes à 40 kHz et 9 kHz. Le principe est le même pour les mesures des autres axes (pentes associées à B_y et B_x). Seul le champ balayé et la fréquence de démodulation doivent être modifiées en accord avec la mesure effectuée. Les résultats sont présentés en figure 39.

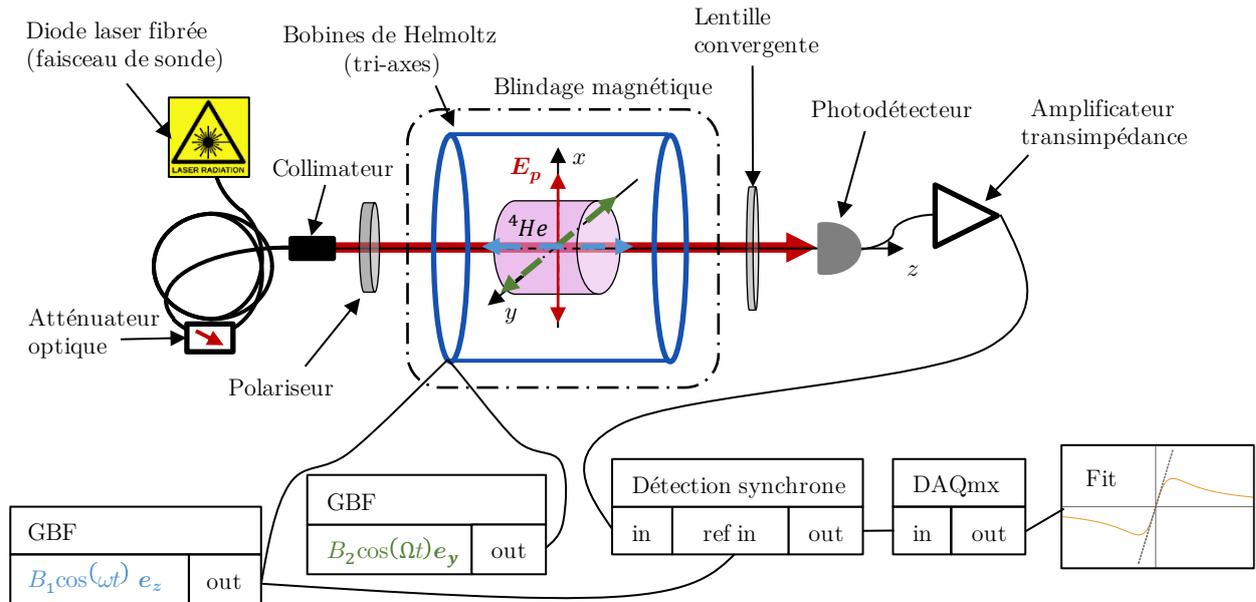


Figure 38 : Schéma de la mesure de la pente des signaux de résonance paramétrique en absorption (pour la composante B_z ici).

Nous remarquons que des différences apparaissent lorsque les intensités des champs RFs augmentent. En particulier, les signaux semblent décalés vers les basses intensités. Cela peut provenir d'effets de gradients d'autant plus intenses que l'on augmente le champ généré par les bobines. Les effets sont d'autant plus visibles sur la mesure de l'axe Ox pour lequel le signal est le plus faible. Notons enfin que nous utilisons ici des électrodes en plaque afin de générer le plasma, dans lesquelles peuvent être induits des signaux RF parasites par effet inductif. Serge Haroche rapporte en effet que de telles électrodes peuvent être à l'origine d'un petit pourcentage de polarisation circulaire des champs RFs, modifiant alors la forme des résonances [70]. Malgré tout, la théorie semble en bon accord avec nos résultats expérimentaux.

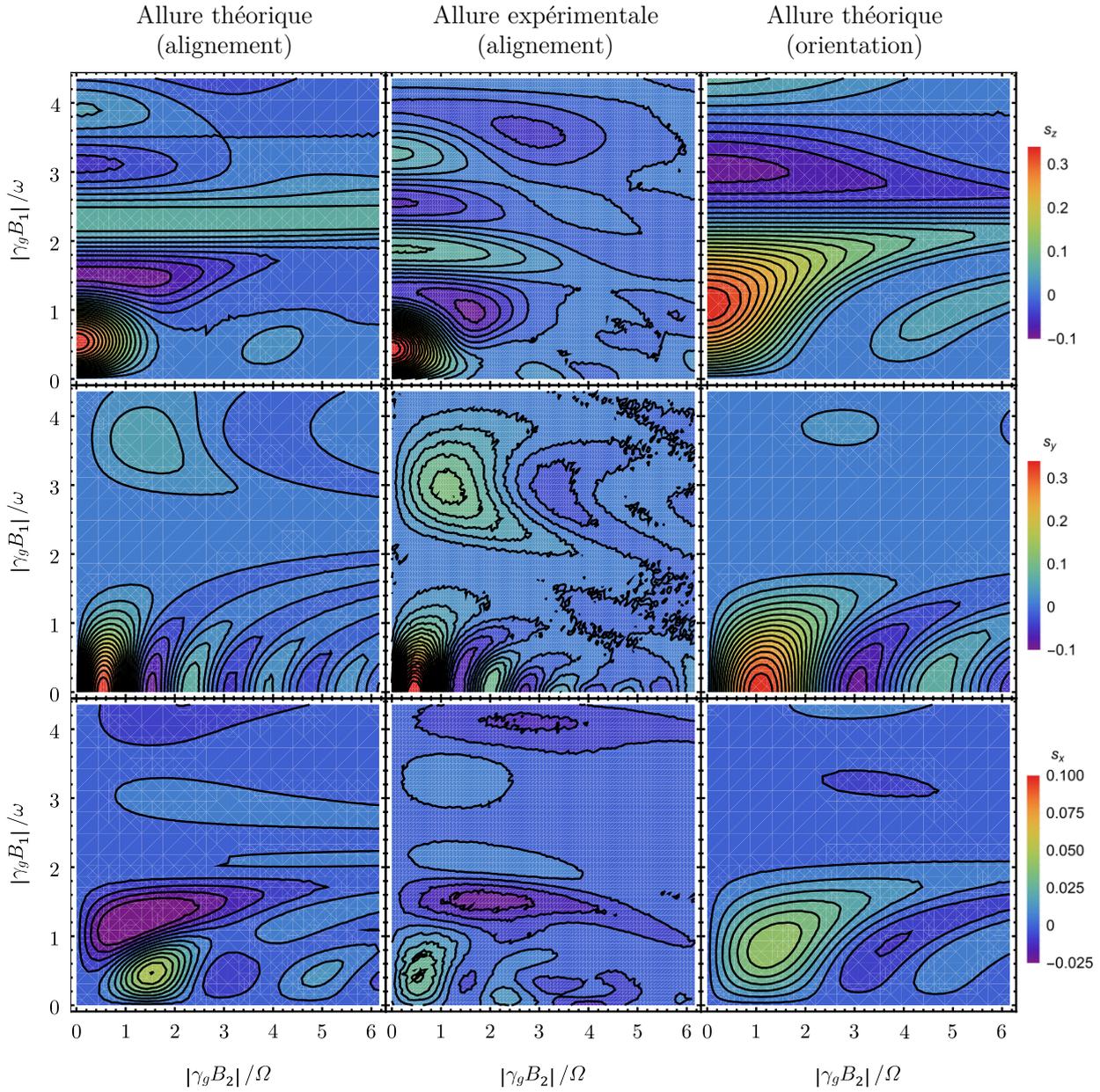


Figure 39 : Colonne gauche : Dépendance théorique de la pente du signal dispersif d'une mesure d'absorption en résonance paramétrique en fonction de l'amplitude des champs radiofréquence, dont les pulsations sont fixes. Colonne centrale : pentes expérimentales des signaux d'alignement réalisées avec une intensité optique incidente de $50 \mu\text{W}$. Colonne droite : pentes théoriques des signaux en orientation (données à titre comparatif).

En alignement comme en orientation, les signaux optimaux de mesure des composantes B_z et B_y s'obtiennent lorsqu'un seul champ RF est allumé. Les champs RF ont pour effet de « dépolariiser » le faisceau et donc rendre le pompage moins efficace, il est donc cohérent que l'optimum s'obtienne lorsque cet effet est minimum. L'intensité de RF nécessaire en alignement est également deux fois plus faible qu'en orientation. Cela provient des facteurs 2 à l'intérieur des fonctions de Bessel inhérents à l'alignement. La mesure de la composante B_x n'est en revanche possible que lorsque les deux champs RF sont allumés.

Afin d'utiliser le magnétomètre pour mesurer les trois composantes du champ magnétique, il est donc indispensable de légèrement dégrader les sensibilités¹⁷ aux composantes B_z et B_y . Etudions maintenant quel est le point de réglage optimal des champs RFs. L'idéal ici serait de chercher le point de fonctionnement pour lequel les pentes de mesure des trois composantes (appelons les s_z , s_y et s_x) sont égales et maximales. Nous les définissons comme la dépendance du signal aux champs RFs :

$$\begin{cases} s_z = \frac{1}{4} J_{1,2} J_{0,1}^2 (-1 + J_{0,2} + J_{0,2}(3 + J_{0,2})) \\ s_y = \frac{1}{4} J_{0,1} J_{0,2} J_{1,2} (1 + J_{0,2})^2 \end{cases} \quad (\text{V.40})$$

Le signal selon l'axe Ox étant issu d'un phénomène intrinsèquement faible, vouloir égaliser les performances des trois axes reviendrait à diminuer grandement celles des axes Oy et Oz . Nous nous contentons donc d'effectuer l'optimisation sur les axes Oz et Oy . Nous définissons pour cela une sensibilité deux axes comme $s = \sqrt{s_z^2 + s_y^2}$. Il convient ensuite de chercher pour quelles intensités de RF cette sensibilité est maximale, en respectant idéalement une contrainte d'iso-sensibilité sur les deux axes $s_z = s_y$ (fig 40).

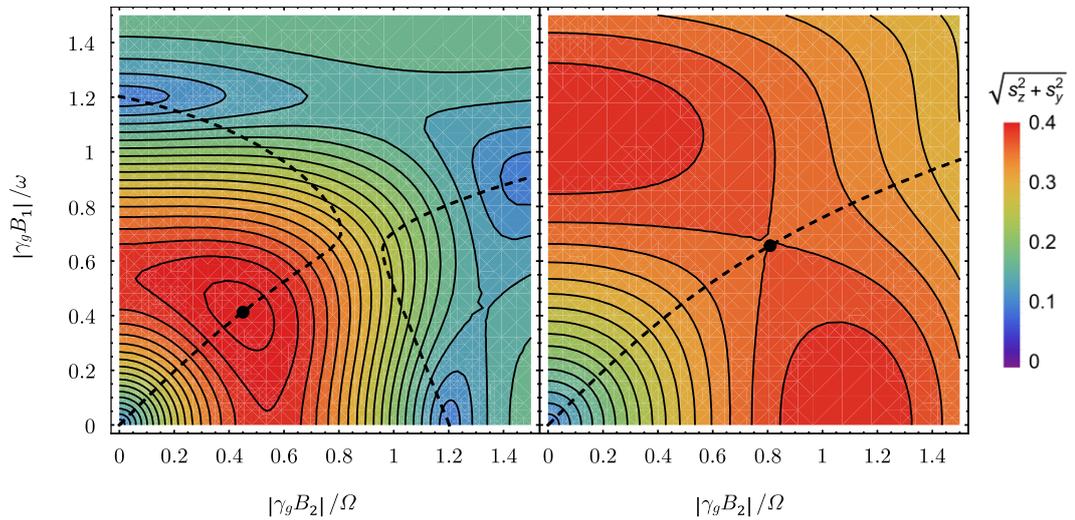


Figure 40 : Représentation théorique des sensibilités bi-axes $s = \sqrt{s_z^2 + s_y^2}$ en alignement (gauche) et orientation (droite) en fonction des intensités des champs RF. La courbe pointillée représente la courbe d'iso-sensibilité $s_z = s_y$, et le point noir est l'optimum de fonctionnement.

Encore une fois, les comportements des magnétomètres en alignement et en orientation sont assez différents. Le point optimal en alignement s'avère être un optimal global du magnétomètre opéré en mode « 3 axes » où la mesure des trois axes apporte plus d'information globale que la mesure d'un seul axe. En orientation en revanche, l'optimum de la mesure trois axes est situé sur un point selle de sorte que la mesure de plusieurs axes semble moins favorable que la mesure d'un seul axe. En alignement, le point optimal de fonctionnement correspond ici aux rapports d'intensité des deux champs RF suivants : $\frac{\omega_1}{\omega} = 0.413$ et $\frac{\Omega_1}{\Omega} = 0.45$. Par rapport à un magnétomètre mono axe, les sensibilités des axes Oz et Oy sont dégradées de 23%, ce qui est ici un réel avantage par rapport aux magnétomètres

¹⁷ Nous faisons ici référence à la variation du signal de mesure par rapport au champ magnétique, sans lien avec le niveau de bruit du capteur.

en orientation, pour lesquels la dégradation est de 37%. Pour l'hélium, et pour une mesure d'absorption en résonance paramétrique, le pompage en alignement semble donc plus approprié que le pompage en orientation.

2) Biréfringence

Le schéma de magnétomètre à résonance paramétrique en biréfringence est très similaire à celui de l'absorption. Cette fois cependant, on ajoute un séparateur des polarisations circulaires, afin de récolter ces deux dernières à l'aide de deux photodétecteurs et de faire la soustraction des signaux obtenus (fig 41). Nous considérons également que le faisceau sonde est accordé suffisamment loin de la résonance atomique pour ne pas pomper les atomes. Nous reviendrons plus tard sur les effets induits dans le cas contraire. Une fois cette soustraction effectuée, le signal optique de mesure s'écrit, toujours d'après (III.16) :

$$I_{mes} = \Delta I$$

$$\Delta I \propto Q_2 \text{Im}(m_2^{(2)}) \cos(2\Psi_1) - Q_2 \text{Re}(m_2^{(2)}) \sin(2\Psi_1) \quad (\text{V.41})$$

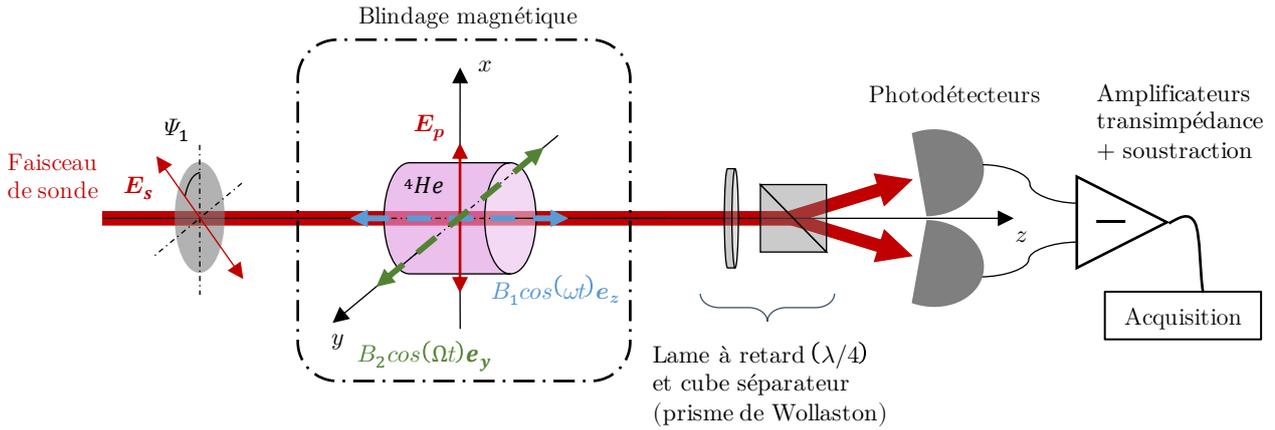


Figure 41 : Schéma de magnétomètre à résonance paramétrique à mesure de biréfringence.

Comme le signal intéressant pour la mesure magnétique se trouve sur la partie réelle de $m_2^{(2)}$, il faut cette fois placer les polarisations des faisceaux pompe et sonde à 45° l'une de l'autre. De même que précédemment, les premiers harmoniques des champs RF (V.37) permettent de mesurer chacune des composantes du champ magnétique :

$$\Delta I(\omega_z) \propto \omega_z \frac{\Gamma_p J_{1,2} J_{0,1}^2 \left(-1 + J_{0,2} + J_{0,2}(3 + J_{0,2}) \right)}{4\Gamma^2} \sin(\omega t)$$

$$\Delta I(\omega_y) \propto \omega_y \frac{\Gamma_p J_{0,1} J_{0,2} J_{0,2} J_{1,2} (1 + J_{0,2})}{4\Gamma^2} \sin(\Omega t) \quad (\text{V.42})$$

$$\Delta I(\omega_x) \propto \omega_x \frac{\Gamma_p J_{0,1} J_{1,2} J_{0,1} J_{1,1} \left(1 + J_{0,2} + J_{0,2}(-3 + J_{0,2}) \right)}{2\Gamma^2} \sin(\omega t) \sin(\Omega t)$$

Les signaux obtenus en mesure de biréfringence sont similaires à ceux issus d'une mesure d'absorption. La seule différence se trouve dans le signal de mesure de la composante B_y , pour laquelle le facteur contenant les fonctions de Bessel est modifié. Un terme $(1 + J_{0,2})$ de la mesure d'absorption

est remplacé par seulement $J_{0,2}$. Cela vient du fait que la mesure de la composante B_y est partiellement contenue dans $m_0^{(2)}$, qui n'intervient pas dans le signal de biréfringence. Notons enfin que le terme $(1 + J_{0,2})$ de l'absorption est nécessairement plus important que $(J_{0,2})$ de la biréfringence. Cette dernière est donc intrinsèquement désavantagée pour une mesure multi-axes. Pour une mesure mono-axe en revanche, la biréfringence ne présente pas cette caractéristique, les deux signaux sont de forme totalement identique.

D. Evolution atomique à forte puissance optique

Dans le régime des plus fortes puissances optiques, le principe d'habillage de l'atome par le champ de radiofréquence est le même. Cette fois cependant, la relaxation n'est pas isotrope est n'est plus indépendante du champ RF. Le terme de relaxation s'écrit [70] :

$$\frac{d}{dt} \frac{\langle \widetilde{\mathcal{C}}_q^{(k)} \rangle^{N,N'}}{p(N)} = - \sum_{k',q'} \tilde{\mathcal{R}}_{q,q'}^{(k,k')} \frac{\langle \widetilde{\mathcal{C}}_{q'}^{(k')} \rangle^{N,N'}}{p(N)} \quad (\text{V.43})$$

où la matrice de relaxation sous l'influence d'un champ RF linéaire dans l'approximation séculaire est :

$$\tilde{\mathcal{R}}_{q,q'}^{(k,k')} = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} J_r \left(q \frac{\omega_1}{\omega} \right) R_{q,q'}^{(k,k')} J_r \left(q' \frac{\omega_1}{\omega} \right) \quad (\text{V.44})$$

qui peut se simplifier sous la forme (d'après le théorème d'addition de Graf) [95] :

$$\tilde{\mathcal{R}}_{q,q'}^{(k,k')} = J_0 \left(|q - q'| \frac{\omega_1}{\omega} \right) R_{q,q'}^{(k,k')} \quad (\text{V.45})$$

Les équations de résonance paramétrique en alignement dans ce régime n'ont pas été écrites explicitement dans la littérature. Nous donnons ici les plus simples afin d'en étudier la forme.

1) Avec un champ RF

Pour un pompage suivant l'axe Ox accordé sur la transition D_0 , et en appliquant un seul champ RF suivant l'axe Oz , le signal de photodétection en s'écrit :

$$\Delta I = - \frac{48\omega_z I_0 \alpha \Gamma_e \gamma_p^2 J_{0,2} J_{p,2}}{(2\Gamma_e + 3\gamma_p) \left((2\Gamma_e + \gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p) - 3\gamma_p^2 J_{0,2}^2 \right)} \sin(p\omega t) \quad (\text{V.46})$$

pour les harmoniques impairs de ω , et :

$$\Delta I = \frac{12I_0 \alpha \Gamma_e \gamma_p^2 J_{0,2} J_{p,2}}{(2\Gamma_e + \gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p) - 3\gamma_p^2 J_{0,2}^2} \cos(p\omega t) \quad (\text{V.47})$$

pour les harmoniques pairs de ω .

Nous avons considéré pour calculer les équations ci-dessus que le champ magnétique que l'on mesure est parfaitement aligné le long de l'axe Oz .

De ces équations on remarque que seul le dernier terme du dénominateur est nouveau par rapport au régime de faible puissance optique. Il est pondéré par le carré de l'intensité optique via le taux de pompage, il est normal qu'il n'intervienne pas pour les basses puissances. Pour tester ces résultats nous les avons également mis en parallèle avec des mesures d'absorption, plus simples à réaliser que des mesures de biréfringence, car présentant moins de paramètres à ajuster, et moins de sources d'erreurs potentielles (nous en reparlerons au chapitre suivant). Le schéma de ces mesures est présenté ci-après (fig 42). Nous n'appliquons qu'un champ RF sur le système, suivant l'axe Oz . On fait varier le champ magnétique B_z et on démodule le signal optique à la fréquence du champ RF (ω).

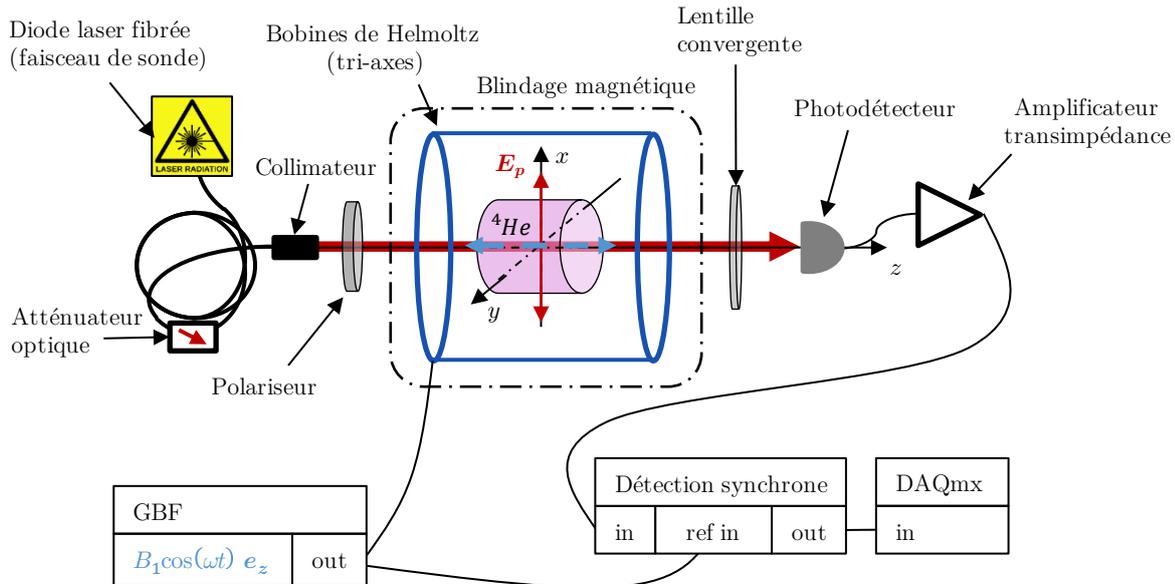


Figure 42 ; Schéma de la mesure des signaux de résonance paramétrique en absorption, en réponse à un champ magnétique B_z .

Nous pouvons ainsi remarquer que les équations sont en bon accord avec les mesures expérimentales, en particulier jusqu'à des puissances de l'ordre du milli Watt (fig 43 et 44). Au-delà, nous constatons que les prédictions théoriques s'éloignent progressivement de nos résultats. Nous pouvons sur ces courbes faire les mêmes remarques que pour les mesures d'effet Hanle en biréfringence. Les expériences et la théorie concordent extrêmement bien à bas champ magnétique, et pour des puissances optiques inférieures au milli Watt (ce qui est le régime qui nous intéresse particulièrement). Au-delà, il semble que les termes croisés en champ magnétique ainsi que les potentiels gradients de champ soient responsables d'un élargissement constaté légèrement supérieur à celui prédit. Le désaccord à forte puissance peut également être induit par l'apparition d'émission stimulée dans une partie de la cellule, où l'intensité optique est particulièrement importante. Notons également que pour les mesures de résonance paramétrique, les électrodes de la cellule (permettant d'allumer le plasma) peuvent induire une légère distorsion du champ RF [70]. Ce phénomène peut également être suspecté comme origine des écarts observés.

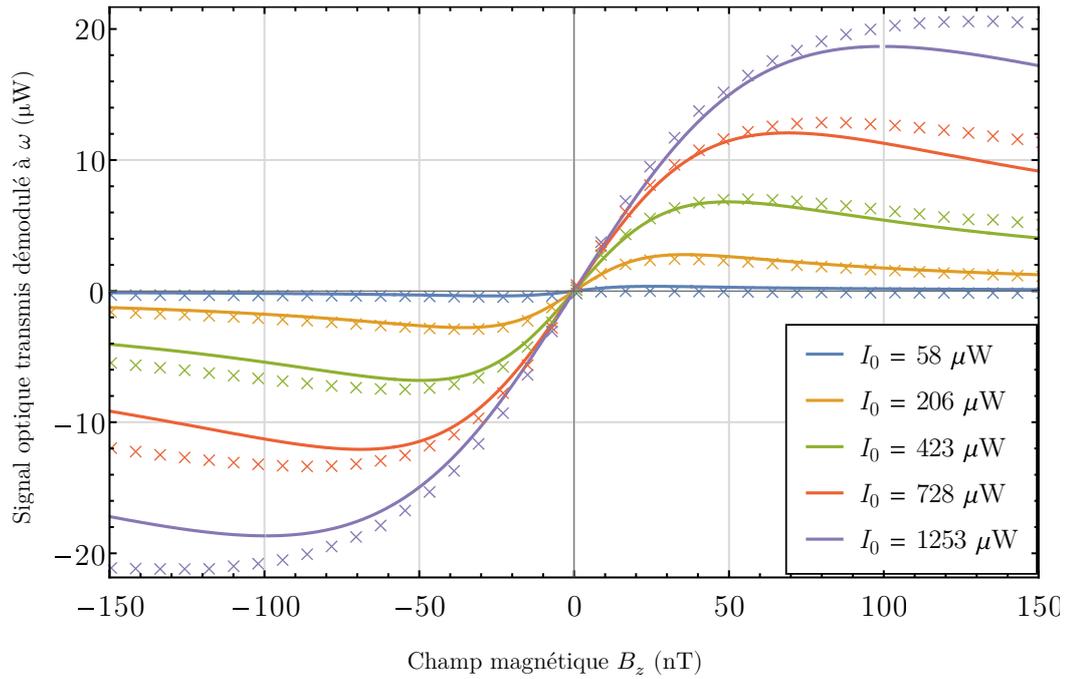


Figure 43 : Superposition des courbes de signal en champ magnétique issues des prédictions théoriques et de l'expérience. Le ratio ω_1/ω est de 0.5. (Croix : points expérimentaux, Courbes pleines : prédictions théoriques). Les puissances optiques indiquées sont celles estimées vues par les atomes en début de cellule, d'après une mesure juste avant la cellule.

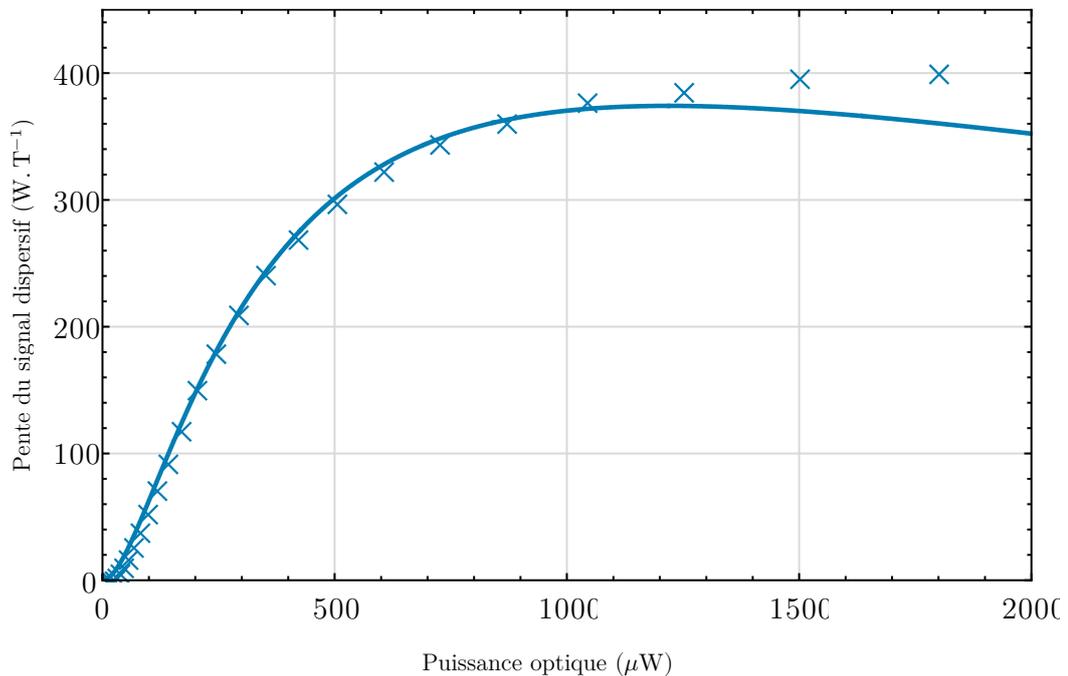


Figure 44 : Superposition des mesures et prédictions théoriques de la pente du signal dispersif à champ faible lors d'une mesure d'absorption en résonance paramétrique en présence d'un seul champ RF. (Croix : points expérimentaux, Courbe pleine : prédiction théorique)

2) Avec deux champs RFs

En présence des deux champs RF et en prenant Oy comme axe de quantification, la matrice de relaxation définie par 4.42 devient :

$$\tilde{\mathcal{R}}_{q,q'}^{(2,2)} = \begin{pmatrix} \Gamma_e + \frac{3}{4}\gamma_p(1+J_{0,2}) & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{4}(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_e + \frac{3}{8}\gamma_p(3-J_{0,2}) & 0 & \frac{3}{8}\gamma_p(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{4}(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} & 0 & \Gamma_e + \gamma_p\frac{(5-3J_{0,2})}{4} & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{4}(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} \\ 0 & \frac{3}{8}\gamma_p(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} & 0 & \Gamma_e + \frac{3}{8}\gamma_p(3-J_{0,2}) & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\gamma_p}{4}(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} & 0 & \Gamma_e + \frac{3}{4}\gamma_p(1+J_{0,2}) \end{pmatrix} \quad (\text{V.48})$$

Le terme de pompage est donné quant à lui par :

$$\overline{\overline{M}}_{ss} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} & 0 & \frac{(1-3J_{0,2})}{2\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{4}(1+J_{0,2})\mathcal{J}_{0,2} \end{pmatrix}^t \quad (\text{V.49})$$

La résolution du système avec les deux champs RFs n'est pas plus complexe dans ce cas qu'avec l'approximation à trois étapes, et s'effectue en suivant la même procédure, à partir de l'équation générale avec Oy comme axe de quantification :

$$\frac{d}{dt}\overline{\overline{m}}_q^{(k)} = \sum_{q'} \mathbb{H}(\overline{\overline{\mathbf{B}}}_0)_{q,q'}^{(k)} \overline{\overline{m}}_{q'}^{(k)} - \sum_{k',q'} \tilde{\mathcal{R}}_{q,q'}^{(k,k')} \overline{\overline{m}}_{q'}^{(k')} + \gamma_p \overline{\overline{m}}_{q,ss}^{(k)} \quad (\text{V.50})$$

Les résultats sont par contre extrêmement peu lisibles, nous ne les expliciterons donc pas ici.

E. En résumé

Les magnétomètres à résonance paramétrique en alignement présentent donc des caractéristiques identiques à leurs homologues en orientation. Des signaux dispersifs en champ magnétique sont visibles aux harmoniques et interharmoniques des champs RFs, et ce pour chacune des trois composantes. Il est donc possible d'effectuer les mesures avec un seul accès optique que ce soit en absorption ou en biréfringence.

A l'opposé des mesures en effet Hanle, il est maintenant possible de n'utiliser qu'un seul faisceau pour réaliser les mesures d'absorption (car les polarisations de la pompe et de la sonde peuvent être confondues) alors qu'il devient nécessaire d'utiliser deux faisceaux en biréfringence (car les polarisations des deux faisceaux doivent former un angle de 45°).

L'approche théorique de l'atome habillé, qui nous a permis d'écrire de façon détaillée les signaux optiques, permet de décrire quantitativement ces comportements de manière très précise dans la gamme d'intensités optiques et de champs magnétiques qui nous intéressent pour la réalisation des capteurs.

Chapitre VI

Imperfections de la mesure

Les cas que nous avons considéré jusqu'à maintenant sont des situations idéales. Bien que les équations que nous avons écrites soient exactes, il est possible d'observer certaines modifications des comportements des magnétomètres si certaines conditions ne sont pas respectées. Il convient donc afin de dresser un portrait complet de la magnéto-métrie hélium en alignement d'étudier les modifications des signaux optiques dans certains cas, courants en pratique.

A. Pompage optique par le faisceau sonde

Alors qu'en orientation (pour un spin $\frac{1}{2}$) un faisceau sonde linéaire ne peut qu'élargir les signaux de résonance (donc potentiellement légèrement diminuer le rapport signal à bruit [96]), en alignement il peut avoir des effets bien plus néfastes.

Dans les architectures nécessitant l'utilisation de deux faisceaux distincts (mesure de biréfringence) pour assurer les rôles de pompe et de sonde, nous avons jusqu'ici considéré que chaque faisceau jouait exclusivement le rôle qui lui était imparti. En réalité même s'il est accordé assez loin de la pulsation de transition atomique, le faisceau de sonde peut être à l'origine d'un pompage résiduel, qui risque d'entrer en « concurrence » avec la pompe. En particulier, cet effet devient gênant quand les polarisations des faisceaux de pompe et de sonde ne sont pas alignées suivant la même direction (mesure de biréfringence en résonance paramétrique et mesure d'absorption en effet Hanle). Dans ce cas l'ellipsoïde d'alignement global créé par les deux faisceaux n'est plus symétrique autour de l'axe de polarisation de la pompe, et la polarisation de la sonde n'est plus à 45° des axes propres de l'ellipsoïde (fig.45). Le signal de mesure n'est donc plus parfaitement dispersif, mais présente un caractère partiellement résonnant.

Dans le cas d'une mesure mono-axe il est cependant assez simple de contrecarrer cet effet. Il suffit pour cela de ramener l'axe de polarisation de la sonde à 45° des axes propres de l'ellipse d'alignement dans le plan normal au champ magnétique mesuré (fig.46).

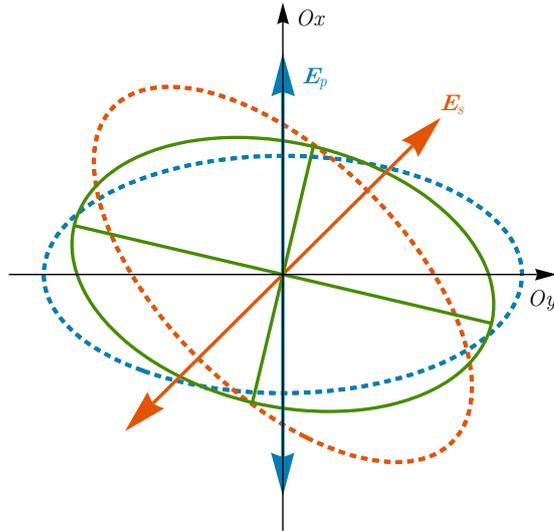


Figure 45 : Projection dans le plan (xOy) des ellipsoïdes d'alignement de la pompe seule (bleu) ou de la sonde seule (orange). L'alignement global issu des deux faisceaux est représenté en vert. Le taux de pompage de la pompe est ici deux fois plus important que celui de la sonde.

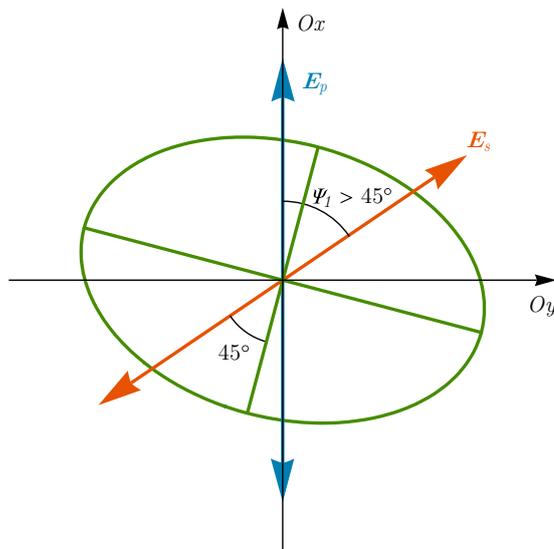


Figure 46 : Projection de l'ellipsoïde d'alignement global (vert) dans le plan (xOy) issu du pompage des faisceaux de pompe (bleu) et de sonde (orange). La polarisation de la sonde est positionnée de sorte à former un angle de 45° avec les deux axes principaux de l'ellipse. Le signal de mesure sera donc dispersif par rapport à la composante B_z .

Ce comportement se vérifie expérimentalement très bien. Nous avons pour cela effectué une mesure de biréfringence en résonance paramétrique, dans laquelle le faisceau de sonde est suffisamment proche de la raie pour pomper l'hélium avec une efficacité 1,7 fois moindre que la pompe. La polarisation de la sonde est également libre de tourner dans le plan (xOy) , et nous avons effectué les mesures des signaux de résonance par pas d'environ 5.6° (fig 47). Les résultats sont en parfait accord avec nos attentes (fig 48). Ne sont représentées que les courbes aux alentours des formes parfaitement résonantes et dispersives afin d'alléger la figure. Dans notre cas, pour obtenir un signal dispersif, il est nécessaire que les polarisations des deux faisceaux forment un angle $\Psi_1 \simeq 57^\circ$. Ce phénomène a pu faire l'objet d'un brevet également [97].

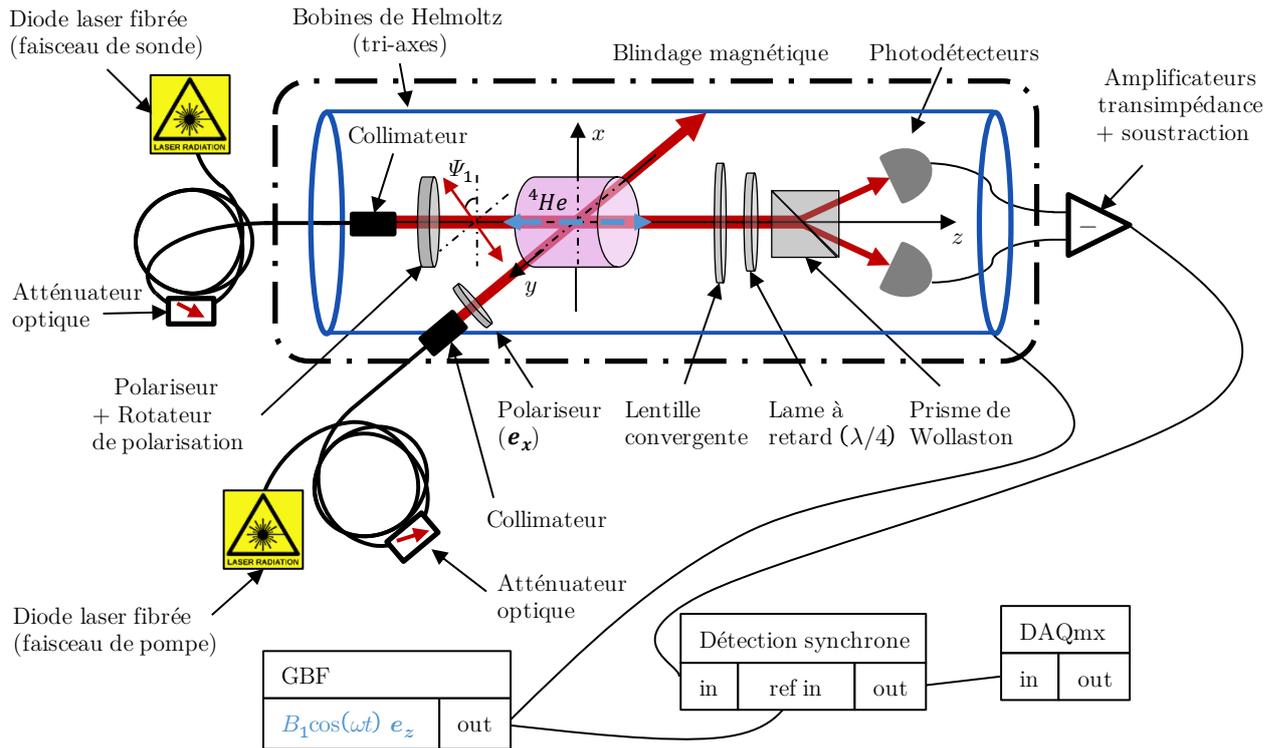


Figure 47 : Schéma de la mesure de l'effet de pompage des atomes par le faisceau sonde, lors d'une mesure de biréfringence en résonance paramétrique.

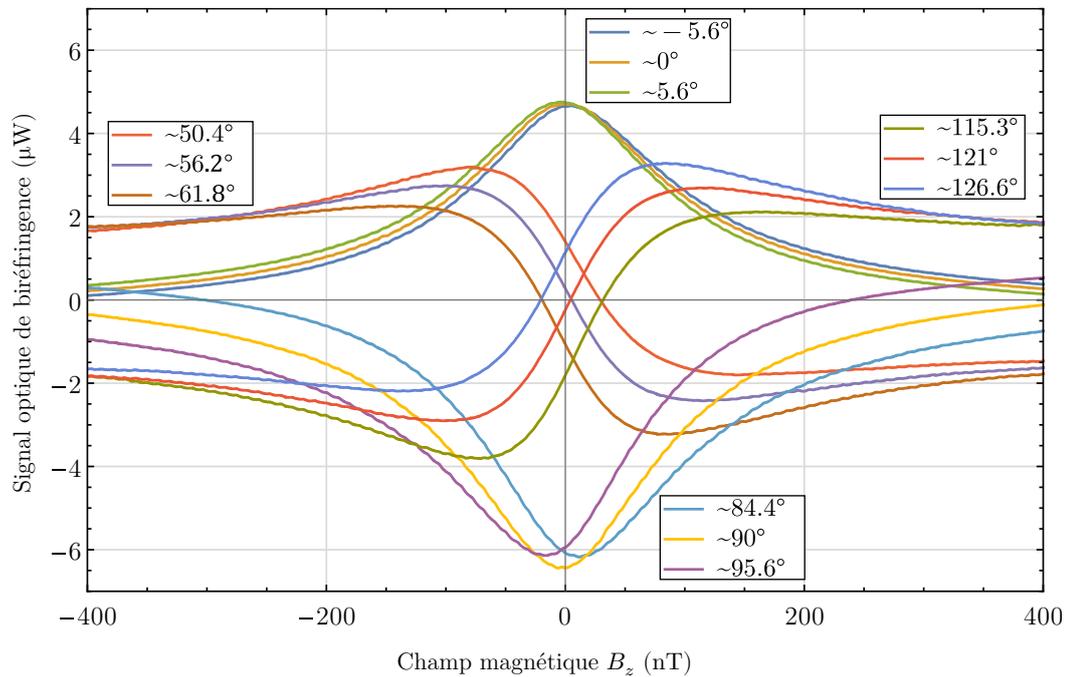


Figure 48 : Mesures en biréfringence des signaux de résonance paramétrique avec deux faisceaux. La polarisation du faisceau de pompe est fixe alors que celle de la sonde peut tourner dans le plan (xOy) , par pas d'environ 5.6° . La sonde induit un taux de pompage 1.7 fois inférieur à celui de la pompe. Les points expérimentaux sont reliés pour la clarté de l'image.

B. Effets de light-shifts

Le terme de light-shift virtuel que nous avons en partie passé sous silence doit maintenant être pris en compte afin d'évaluer les potentiels biais qu'il peut introduire dans la mesure.

Intrinsèquement reliés à la susceptibilité diélectrique, les effets de light-shifts peuvent également se décomposer en trois phénomènes dépendant de la population, de l'orientation et de l'alignement du faisceau lumineux. Pour cette raison, on dénomme couramment ces trois « types » de light-shifts scalaire, vectoriel et tensoriel. Du point de vue de l'atome, les phénomènes de light-shift correspondent à des déplacements des niveaux énergétiques (d'où le nom du phénomène).

1) Light-shift scalaire

Le déplacement énergétique du light-shift scalaire est donné par [44] :

$$\delta\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \frac{P}{S} Q_0 \frac{2\pi^2 r_e c f_{D_i}}{\omega} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \quad (\text{VI.1})$$

avec P/S l'intensité optique du faisceau et ω la pulsation du laser.

Ce premier terme (scalar light-shift) correspond à un déplacement global de tous les sous niveaux. Il n'est donc pas problématique pour le capteur. En effet il n'a pour incidence que de potentiellement modifier la valeur de pulsation de la transition atomique utilisée. Il suffit donc d'asservir le laser sur la transition, ou bien de s'assurer que le pompage optique est maximal pour s'en affranchir.

2) Light-shift vectoriel

Le light shift vectoriel est associé à la composante d'orientation contenue dans le faisceau, c'est-à-dire qu'il ne peut exister que si ce dernier est partiellement (ou totalement) polarisé circulairement (II.26). En considérant que le faisceau optique se propage le long de l'axe de quantification, le déplacement provoqué par ce phénomène s'exprime :

$$\delta\varepsilon_1 = \frac{3}{4} \frac{P}{S} Q_1 \frac{2\pi^2 r_e c f_{D_i}}{\omega} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) s \langle \hat{J}_z \rangle \quad (\text{VI.2})$$

s est le taux de polarisation circulaire $\frac{P_+ - P_-}{P_+ + P_-}$, P_+ et P_- sont les puissances optiques des polarisations circulaires droite et gauche.

Ce type de light-shift est potentiellement très handicapant pour un magnétomètre. En effet, il s'apparente à l'application d'un champ magnétique effectif dans la direction de propagation du faisceau, d'amplitude :

$$B_{LS} = \frac{3}{4} \frac{P}{S} \frac{Q_1 2\pi^2 r_e c f_{D_i}}{|\gamma_g| \hbar \omega} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) s \quad (\text{VI.3})$$

Il a donc pour effet direct de créer un offset de champ sur la mesure. En revanche, cet effet n'existe que pour une polarisation lumineuse circulaire. Pour cette raison, il est préférable d'effectuer

les mesures de biréfringence avec un faisceau sonde polarisé linéairement, afin de minimiser ce light-shift.

Enfin, bien que la biréfringence linéaire associée à l'alignement de la vapeur atomique convertisse une partie de la lumière linéaire en lumière circulaire, cet effet s'annule à champ magnétique nul. On est donc naturellement amené à préférer une architecture en boucle fermée asservie en champ magnétique nul, afin d'éviter l'apparition d'erreurs dues au light-shift.

3) Light-shift tensoriel

On montre que ce dernier type de light-shift est quant à lui proportionnel à la composante d'alignement contenue dans le faisceau lumineux, il apparaît notamment en présence d'une lumière polarisée linéairement. Il est donc nécessairement présent sur nos magnétomètres, en particulier lors des mesures de biréfringence dont la sonde n'est pas accordée sur la transition atomique. En considérant que le champ électrique de cette lumière définit l'axe de quantification de notre système, le déplacement énergétique du tensor light-shift est :

$$\delta\varepsilon_2 = \frac{-1}{2} \frac{P}{S} Q_2 \frac{2\pi^2 r_e c f_{D_i}}{\omega} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \left(\langle 3\hat{J}_z^2 \rangle - J(J+1) \right) \quad (\text{VI.4})$$

Les sous-niveaux de même nombre quantique en valeur absolue sont donc déplacés de façon identique. Du point de vue des observables atomiques, ce phénomène induit les termes d'évolution suivants d'après (II.32) :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} m_{\pm 1}^{(1)} = \mp 3i\Delta E Q_2 m_{\pm 1}^{(2)} \\ \frac{d}{dt} m_{\pm 1}^{(2)} = \mp 3i\Delta E Q_2 m_{\pm 1}^{(1)} \end{cases} \quad (\text{VI.5})$$

où ΔE donné par l'équation (II.40). Il représente l'intensité des transitions virtuelles induites par le faisceau.

Ce phénomène provoque donc une conversion d'alignement en orientation et réciproquement. Il n'est cependant pas problématique pour les magnétomètres, car comme nous le verrons ci-après, son effet se limite à élargir les courbes de résonance sans décaler les valeurs de champs mesurées. Ce light-shift peut donc partiellement dégrader la sensibilité¹⁸ du capteur, mais ne peut pas faire apparaître d'erreur de mesure, ce qui est un point non négligeable pour les applications, et constitue un avantage important du pompage en polarisation linéaire par rapport au pompage en polarisation circulaire. C'est ce terme qui est à l'origine de l'apparition d'un moment d'orientation dans la solution (II.46), que nous rappelons ci-après (pour D_0) :

¹⁸ i.e. le niveau de signal, bien que cela affecte en conséquence le niveau de bruit final (en $\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}$).

$$\left\{ \begin{array}{l} m_0^{(1)} = -\omega_z \frac{12\sqrt{2}\gamma_p \Delta E}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_1^{(1)} = \omega_y \frac{12i\gamma_p \Delta E}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_0^{(2)} = -\frac{\gamma_p}{\sqrt{6}(\Gamma_e + 2\gamma_p)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_1^{(2)} = \omega_y \frac{2\gamma_p(2\Gamma_e + 3\gamma_p)}{(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_2^{(2)} = \frac{\gamma_p(2\Gamma_e + 3\gamma_p)(4i\omega_z + 2\Gamma_e + 3\gamma_p) + 36\gamma_p \Delta E^2}{2(\Gamma_e + 2\gamma_p)((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2)} + O(\omega_i \omega_j) \end{array} \right. \quad (\text{VI.6})$$

Nous retrouvons la même conclusion pour une mesure de résonance paramétrique :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_0^{(1)} = -\frac{\omega_z}{\Delta_d} \frac{48\sqrt{2}\Gamma_e \gamma_p \Delta E J_{0,2}^2}{((2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2 J_{0,2}^2)} + O(\omega_i \omega_j) \\ m_0^{(2)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\gamma_p(-2\Gamma_e - 3\gamma_p + 3\gamma_p J_{0,2}^2)}{\Delta_d} + O(\omega_i \omega_j) \\ \text{Re}(m_2^{(2)}) = -\frac{\omega_z}{\Delta_d} \frac{8\Gamma_e \gamma_p(2\Gamma_e + 3\gamma_p) J_{0,2}}{(2\Gamma_e + 3\gamma_p)^2 + 36\Delta E^2 J_{0,2}^2} \sin\left(\frac{2\sin(\omega t)\omega_1}{\omega}\right) + O(\omega_i \omega_j) \end{array} \right. \quad (\text{VI.7})$$

$$\Delta_d = ((2\Gamma_e + \gamma_p)(2\Gamma_e + 3\gamma_p) - 3\gamma_p^2 J_{0,2}^2)$$

$$i, j \in \{x, y, z\}$$

C. Termes non séculaires

Dans le cas spécifique des magnétomètres à résonance paramétrique, lors du calcul des signaux optiques via le formalisme de l'atome habillé, on effectue généralement l'approximation séculaire. Celle-ci introduit entre autres des conditions liant la pulsation des champs RFs aux taux de relaxation et de pulsation de Larmor du système $\Gamma, \gamma B_0 \ll \Omega$. Ces dernières sont rarement respectées en pratique. Il peut être expérimentalement peu judicieux de vouloir trop augmenter les pulsations des champs RFs. Cela obligerait à augmenter l'amplitude de ceux-ci afin de maximiser les fonctions de Bessels qui pondèrent le signal (V.28), pouvant favoriser une augmentation des gradients de champ RF générés par les bobines, ainsi que l'induction de courants de Foucault dans les éléments conducteurs (électrodes...) et donc de champs parasites. Des termes dits non séculaires peuvent alors apparaître dans les signaux de mesure.

En orientation, ces termes non séculaires sont à l'origine de l'apparition d'un signal de mesure proportionnel à la troisième composante du champ magnétique (B_x dans nos architectures) qui n'est pas directement mesurable autrement [88,89]. En contrepartie, ils font également apparaître en quadrature de ce signal un terme constant à champ nul. Ce dernier peut se traduire par un offset sur la mesure en cas de mauvais réglage de phase de la détection synchrone, mais n'est pas problématique autrement.

En alignement, nous avons vu que le signal du troisième axe apparait naturellement même si l'approximation séculaire est parfaitement respectée. Il faut cependant s'assurer que dans le cas contraire, aucune erreur n'est introduite dans la mesure. Nous nous intéressons donc aux termes non séculaires, mais en nous limitant au premier ordre en $|\gamma_g B_0|/\Omega$ et Γ/Ω . Les termes d'ordres supérieurs sont en général encore négligeables au vu de nos conditions expérimentales usuelles ($\Gamma_e/2\pi \approx 1$ kHz, $\Omega/2\pi = 9$ kHz). De plus, au-delà du premier ordre il devient préférable d'utiliser directement une approche numérique plus simple à réaliser.

Notons enfin que pour simplifier les expressions, nous n'effectuons ce calcul que dans l'approximation des faibles intensités optiques, mais nous avons vérifié que le même comportement qualitatif reste valable pour des intensités plus élevées.

Nous appelons ici ${}^{(0)}\overline{m}_q^{(k)}$ les solutions des équations d'évolutions des observables obtenues par la méthode de l'atome habillé, à l'ordre 0 en $|\gamma_g B_0|/\Omega$ et Γ/Ω . Nous cherchons donc ici à obtenir ${}^{(1)}\overline{m}_q^{(k)}$. Tous les calculs et résultats sont donnés en considérant l'axe Oy (de la RF lente) comme axe de quantification. Les calculs sont détaillés en Annexe VI, nous ne présentons ici que les résultats. Sur notre architecture de magnétomètre à résonance paramétrique, les termes non séculaires pouvant influencer sur le signal de mesure qui apparaissent sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^{(1)}\overline{m}_0^{(2)} = {}^{(0)}\overline{m}_{0,eq}^{(2)} + \sqrt{6} \left[\left(\frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) C_0 \right. \\ \quad \left. + \left(\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) - \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) N_0 \right] \\ \operatorname{Im} \left({}^{(1)}\overline{m}_1^{(2)} \right) = \left(\frac{\Gamma}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_{1,eq}^{(2)} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_0^{(2)} \right) C_1 \\ \quad + \left(-\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) \right) C_3 \\ \quad + \left(\frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) \right) N_1 - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_0^{(2)} N_2 \\ \operatorname{Re} \left({}^{(1)}\overline{m}_2^{(2)} \right) = \left(\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) N_3 - \frac{\Gamma}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_{2,eq}^{(2)} N_4 \\ \quad + \left(\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) - \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) C_2 \end{array} \right. \quad (\text{VI.8})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l}
N_0 = \sum_{q>0} 2\sin(2q\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{2q,1}}{2q} \\
N_1 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{-q+2r,1} - \mathcal{J}_{-q-2r,1})}{q} \\
N_2 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r,1} - \mathcal{J}_{q-2r,1})}{q} \\
N_3 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r,2} - \mathcal{J}_{q-2r,2})}{q} \\
N_4 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,2}(\mathcal{J}_{q+2r,2} - \mathcal{J}_{q-2r,2})}{q} \\
C_0 = \sum_{q>0} 2\cos((2q-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{2q-1,1}}{2q-1} \\
C_1 = \sum_{q,r>0} 2\cos((2r-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r-1,1} + \mathcal{J}_{q-2r+1,1})}{q} \\
C_2 = \sum_{q,r>0} 2\cos((2r-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r-1,2} + \mathcal{J}_{q-2r+1,2})}{q} \\
C_3 = \sum_{q,r>0} 2\cos((2r-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{-q+2r-1,1} + \mathcal{J}_{-q-2r+1,1})}{q}
\end{array} \right. \quad (\text{VI.9})$$

Les termes $\overline{m}_q^{(2)}$ et $\overline{m}_{q,eq}^{(2)}$ sont donnés par les équations (V.36) et (V.34) - (V.35) respectivement.

On peut ensuite obtenir l'influence de ces termes sur le signal de mesure en remplaçant l'axe de quantification suivant l'axe Oz , et en écrivant ensuite le signal de mesure donné en équation (V.38). Appelons $^{(1)}\Delta I$ la modification apportée au signal par les termes non séculaires. Elle est donnée pour une mesure d'absorption par :

$$\begin{aligned}
^{(1)}\Delta I \propto & \frac{\overline{m}_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - \text{Re} \left(\overline{m}_2^{(2)} \right) - 3 \left(\frac{\overline{m}_0^{(2)}}{\sqrt{6}} + \frac{\text{Re} \left(\overline{m}_2^{(2)} \right)}{3} \right) \cos \left(\frac{2\sin(\omega t)\omega_1}{\omega} \right) \\
& + 2 \text{Im} \left(\overline{m}_1^{(2)} \right) \sin \left(\frac{2\sin(\omega t)\omega_1}{\omega} \right)
\end{aligned} \quad (\text{VI.10})$$

A partir de ces termes, on peut tirer plusieurs conclusions intéressantes. Dans un premier temps, le seul terme constant à faible champ magnétique qui apparaît dans la correction non séculaire au premier ordre est contenu dans la partie réelle de $\overline{m}_2^{(2)}$:

$$\frac{\Gamma_p}{4\Omega} J_{0,2} \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,2}(\mathcal{J}_{q+2r,2} - \mathcal{J}_{q-2r,2})}{q} \quad (\text{VI.11})$$

Ce terme étant modulé aux harmoniques pairs de Ω , il ne peut pas apparaître sur le signal de mesure des composantes B_y et B_x . Enfin dans le signal optique la partie réelle de $\overline{m}_2^{(2)}$ n'apparaît qu'aux modulations paires de ω via $\cos \left(\frac{2\sin(\omega t)\overline{\Omega}_1}{\omega} \right)$ et ne peut donc pas non plus apparaître sur la mesure de B_z .

Tous les autres termes sont proportionnels au champ magnétique et ne peuvent donc pas être à l'origine d'offsets quelconques. En outre ce sont des termes de deuxième ordre en champ magnétique qui apparaissent uniquement en quadrature du signal de réponse. Ils n'ont donc aucune influence sur la pente du signal de réponse du magnétomètre.

Pour une mesure de biréfringence, le signal de mesure contient moins de termes (VI.12), mais les conclusions restent identiques. On a dans ce cas :

$${}^{(1)}\Delta I \propto -3 \left(\frac{{}^{(1)}\overline{m}_0^{(2)}}{\sqrt{6}} + \frac{\operatorname{Re} \left({}^{(1)}\overline{m}_2^{(2)} \right)}{3} \right) \cos \left(\frac{2\sin(\omega t)\omega_1}{\omega} \right) + 2 \operatorname{Im} \left({}^{(1)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \sin \left(\frac{2\sin(\omega t)\omega_1}{\omega} \right) \quad (\text{VI.12})$$

D. Bruit intrinsèque des magnétomètres : principales sources

La sensibilité¹⁹ que peuvent atteindre les magnétomètres est limitée d'une part par le niveau de signal mesurable, dépendant directement de l'architecture de capteur choisie, mais également par les bruits intrinsèques du capteur. Afin de prédire les performances des magnétomètres, nous allons donc nous intéresser aux différentes sources de bruits présentes sur les capteurs. Nous commencerons par étudier les bruits dits fondamentaux, c'est-à-dire issus directement du principe physique de fonctionnement et de mesure des capteurs, puis nous regarderons quelques autres sources communes de bruits techniques.

1) Bruits fondamentaux

Les magnétomètres atomiques sont sujets à deux sources de bruits fondamentaux, à savoir la lumière et les atomes. Ils sont à l'origine de trois types de bruits que sont le shot noise de la lumière de sonde (δB_{SN}), le bruit de light shift qui correspond au bruit de l'action en retour de la lumière sur les atomes (δB_{LS}) et le bruit de projection quantique des atomes (δB_{PN}) [98]. Afin de caractériser les bruits et étudier la limitation qu'ils imposent sur la sensibilité du capteur, il convient d'étudier leurs densités spectrales de puissance δB . Ces trois bruits étant totalement indépendants, leurs densités spectrales de puissance s'ajoutent de façon quadratique, et la sensibilité fondamentale du capteur (δB_f) est donnée par :

$$\delta B_f = \sqrt{\delta B_{SN}^2 + \delta B_{LS}^2 + \delta B_{PN}^2} \quad (\text{VI.13})$$

a - Bruit shot du laser de sonde

Le laser en interaction avec les atomes pour effectuer la mesure de champ magnétique est un laser monomode. La lumière qu'il émet peut donc être modélisée par un état cohérent. Pour une puissance optique P en sortie du laser, $\langle N_p \rangle$ photons sont émis en moyenne par unité de temps. Le

¹⁹ i.e. le niveau de bruit en $\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}$, correspondant généralement au rapport bruit/signal.

nombre exact de photons émis, (et reçus par le photodétecteur) suit cependant une distribution de Poisson, dont l'écart type est $\sqrt{\langle N_p \rangle}$. Exprimées dans le domaine fréquentiel, ces variations correspondent à un bruit blanc de puissance optique, dont la valeur quadratique moyenne est donnée par :

$$\delta P = \sqrt{2\hbar\omega P} \text{ (W}/\sqrt{\text{Hz}}) \quad (\text{VI.14})$$

avec \hbar la constante de Planck réduite, ω la pulsation du laser.

A cela s'ajoute que le photodétecteur n'est pas parfait et ne produit du signal électrique que pour une certaine fraction de photons. Ce taux de photons utiles est donné par l'efficacité quantique η , qui diminue le nombre de photons réellement mesurés ($\eta\langle N_p \rangle$), ainsi que ses variations ($\sqrt{\eta\langle N_p \rangle}$). Le bruit de mesure de la puissance optique devient alors :

$$\delta P_{mes} = \sqrt{2\hbar\omega\eta P} \text{ (W}/\sqrt{\text{Hz}}) \quad (\text{VI.15})$$

Nous cherchons enfin la sensibilité du capteur donnée en $T_{\text{rms}}/\sqrt{\text{Hz}}$. Elle s'obtient, à l'instar d'un rapport signal à bruit, comme :

$$\delta B_{SN} = \frac{\sqrt{2\hbar\omega\eta P}}{\eta\Delta P} \text{ (T}/\sqrt{\text{Hz}}) \quad (\text{VI.16})$$

où ΔP est la pente du signal dispersif en champ magnétique explicitée dans les chapitres précédents, en W/T . Le signal de mesure est également affecté par l'efficacité du photodétecteur, de sorte que celle-ci diminue plus rapidement le signal qu'elle n'atténue le bruit de mesure. Il est donc important de s'assurer d'utiliser un bon photodétecteur pour ne pas dégrader la sensibilité du capteur.

Avec nos photodétecteurs, dont le rendement est d'environ 0.8, et un faisceau d'une puissance typique de 360 μW , le shot noise est de 10 $\text{pW}/\sqrt{\text{Hz}}$. De même, les pentes à l'origine de nos signaux dispersifs sont de l'ordre de quelques centaines de W/T . Le niveau de bruit moyen dû au shot noise dans ces conditions est ainsi de plusieurs dizaines de $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$.

$$\text{Typiquement : } \frac{10 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}}{200 \text{ W/T}} = 50 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}.$$

b - Bruit de light shift

Nous avons vu que les déplacements énergétiques induits par une lumière polarisée circulairement sont équivalents sur la mesure à la présence d'un champ magnétique fictif (VI.3), aboutissant à des erreurs de mesures. En particulier, bien que la lumière utilisée dans nos capteurs soit polarisée linéairement pour éviter ces erreurs, les fluctuations du nombre de photons traversant la cellule par unité de temps s'accompagnent d'une variation de l'ellipticité globale du faisceau vue par les atomes (Chapitre III-B, [99]). De celles-ci découlent des variations de champ magnétique fictif vu par les atomes, et donc un bruit de champ magnétique au niveau de la mesure finale. En séparant la puissance lumineuse totale P en deux flux de polarisations circulaires P_+ et P_- , on considère :

$$P = P_+ + P_- \approx 2P_+ \approx 2P_- \quad (\text{VI.17})$$

On peut ainsi obtenir une estimation du bruit de light shift [100] :

$$\begin{aligned}\delta B_{LS} &= \frac{3 P Q_1 2\pi^2 r_e c f_{D_0}}{4 S |\gamma_g| \hbar \omega} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial P_+} \delta P_+\right)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial P_-} \delta P_-\right)^2} \\ &\approx \frac{3 P Q_1 2\pi^2 r_e c f_{D_0}}{4 S |\gamma_g| \hbar \omega} \text{Im}(\mathcal{V}(\omega)) \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{P}} \text{ (T}/\sqrt{\text{Hz}}\text{)}\end{aligned}\quad (\text{VI.18})$$

Toujours avec des paramètres proches de nos conditions usuelles (faisceau collimaté de 5.7 mm, de 360 μW), et en considérant le laser accordé au maximum de la partie imaginaire du profil de Voigt, le bruit de light-shift estimé est d'environ 3 fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Ce bruit n'est pas prédominant dans nos architectures.

c - Bruit de projection quantique

Le bruit de projection quantique est lié au principe d'incertitude. On définit $\Delta\hat{O} = \hat{O} - \langle\hat{O}\rangle$ l'opérateur dont la variance définit l'incertitude de la mesure de l'observable \hat{O} . La déviation moyenne de la mesure peut être obtenue comme :

$$\sqrt{\langle(\Delta\hat{O})^2\rangle} = \sqrt{\langle\hat{O}^2\rangle - \langle\hat{O}\rangle^2} \quad (\text{VI.19})$$

Cette mesure étant répétée sur de nombreux atomes indépendants entre eux, l'incertitude de mesure est diminuée proportionnellement au nombre de mesures. En appelant $\delta\hat{O}_N$ l'écart type sur la mesure :

$$\delta\hat{O}_N = \sqrt{\frac{\langle(\Delta\hat{O})^2\rangle}{N}} = \sqrt{\frac{\langle\hat{O}^2\rangle - \langle\hat{O}\rangle^2}{N}} \quad (\text{VI.20})$$

avec N le nombre d'atomes sur lesquels on effectue la mesure dans la cellule.

Lors de l'intégration de la mesure sur un temps suffisamment long, l'atome a eu le temps de perdre sa cohérence et d'être ensuite repompé, fournissant ainsi plusieurs mesures indépendantes. La fonction de corrélation temporelle entre deux mesures de l'état d'un atome effectuées aux temps t et $t + \tau$ est donnée par :

$$K(\tau) = e^{-\tau/T_2} \quad (\text{VI.21})$$

où T_2 est le temps de relaxation de la cohérence atomique.

Pour un temps de mesure total T_m , l'écart-type de la mesure devient [101] :

$$\langle\delta\hat{O}_N\rangle = \delta\hat{O}_N \left(\frac{2}{T_m} \int_0^{T_m} \left(1 - \frac{\tau}{T_m}\right) K(\tau) d\tau\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{VI.22})$$

En considérant un temps de mesure bien plus grand que le temps T_2 , on simplifie cette expression comme :

$$\langle\delta\hat{O}_N\rangle = \delta\hat{O}_N (2\sqrt{T_2}) \text{ (Hz}^{-1/2}\text{)} \quad (\text{VI.23})$$

Au final, la sensibilité du capteur limitée par le bruit de projection quantique s'obtient en prenant le rapport entre le bruit de mesure lié à l'observable, et la pente de la mesure (en T^{-1}) donnée par la valeur moyenne de cette observable :

$$\delta B_{PN} = \frac{\langle \delta \hat{O}_N \rangle}{\langle \hat{O} \rangle} (T/\sqrt{\text{Hz}}) \quad (\text{VI.24})$$

Il est intéressant ici d'exprimer plus en détail l'incertitude de la mesure $\langle \delta \hat{O}_N \rangle$ dans un cas simple. Nous avons vu au Chapitre III-B que l'observable que l'on cherche systématiquement à mesurer en alignement est la partie réelle (ou imaginaire, mais les résultats seront identiques) de $\langle \hat{T}_2^{(2)} \rangle$. L'observable d'intérêt est donc :

$$\hat{O} = \frac{Q_2}{2} (\hat{T}_{-2}^{(2)} + \hat{T}_2^{(2)}) \quad (\text{VI.25})$$

En premier lieu, notons que l'on a la relation :

$$\hat{O}^2 = \frac{(Q_2)^2}{2} \left(\frac{\hat{T}_0^{(0)}}{\sqrt{3}} + \frac{\hat{T}_0^{(2)}}{\sqrt{6}} \right) \quad (\text{VI.26})$$

En outre, la sensibilité du capteur est donnée à champ faible. Cela implique que dans (VI.19), le terme $\langle \hat{O} \rangle^2$, proportionnel au champ magnétique (puisque l'on cherche un signal dispersif en champ magnétique) peut être négligé. En considérant ensuite que la mesure est effectuée sur de multiples atomes indépendants et pendant un temps long devant le temps de cohérence atomique, nous aboutissons finalement à :

$$\langle \delta \hat{O}_N \rangle = |Q_2| \sqrt{\frac{2T_2}{N} \left(\frac{\langle \hat{T}_0^{(0)} \rangle}{\sqrt{3}} + \frac{\langle \hat{T}_0^{(2)} \rangle}{\sqrt{6}} \right)} \quad (\text{VI.27})$$

Théoriquement, nous nous attendons à ce que ce bruit soit aux alentours de $4 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$.

2) Bruits techniques

Par ce terme nous entendons tous les bruits dont l'origine n'est pas liée au principe de fonctionnement du capteur. Ces bruits sont plutôt liés aux imperfections du système de mesure, et peuvent être éliminés en optimisant les différents composants du capteur. Nous ne les prendrons donc pas en compte pour le calcul des performances théoriques, mais nous en donnons les principales sources.

a - Bruit d'intensité du laser

Notons tout d'abord que sous la dénomination bruit d'intensité, il est communément entendu que les variations d'intensité sont celles de la puissance optique, après intégration sur l'aire du faisceau. Ces variations de puissance optique peuvent être dues à de nombreux phénomènes intrinsèques au laser (interaction de la lumière avec le milieu actif, pertes dans la cavité optique du laser, ...) ou à d'autres phénomènes liés au « système » laser (variations du courant de pompe, vibrations mécaniques, fluctuations thermiques, ...). Ces variations sont plutôt des phénomènes basse fréquence et induisent souvent un bruit d'intensité de forme $1/f$ (fig 49), potentiellement handicapant pour les mesures

magnétiques. A plus hautes fréquences ces bruits sont souvent atténués, de sorte que le shot noise devient le phénomène dominant le bruit d'intensité. On utilise pour quantifier le RIN (Relative Intensity Noise) généralement donné en $\text{dB}/\sqrt{\text{Hz}}$ (ou $\text{dB} - \text{Hz}$). Il correspond à la densité spectrale de bruit d'intensité du laser rapportée à la puissance moyenne. Pour une puissance optique s'écrivant $P(t) = \bar{P} + \delta P(t)$, le RIN avant passage en unités logarithmiques est donné par :

$$\text{RIN}(f) = \sqrt{\frac{2}{\bar{P}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta P(t) \delta P(t + \tau) \rangle e^{2i\pi f\tau} d\tau} \quad (\text{VI.28})$$

où $\langle \delta P(t) \delta P(t + \tau) \rangle$ est la fonction d'autocorrélation du bruit d'intensité.

Le RIN est généralement indépendant de la puissance optique du laser tant que les bruits sont d'origine technique. Typiquement une grande partie de nos lasers présente un RIN de l'ordre de -140 à $-150 \text{ dB}/\sqrt{\text{Hz}}$ autour de quelques kHz (fig 49).

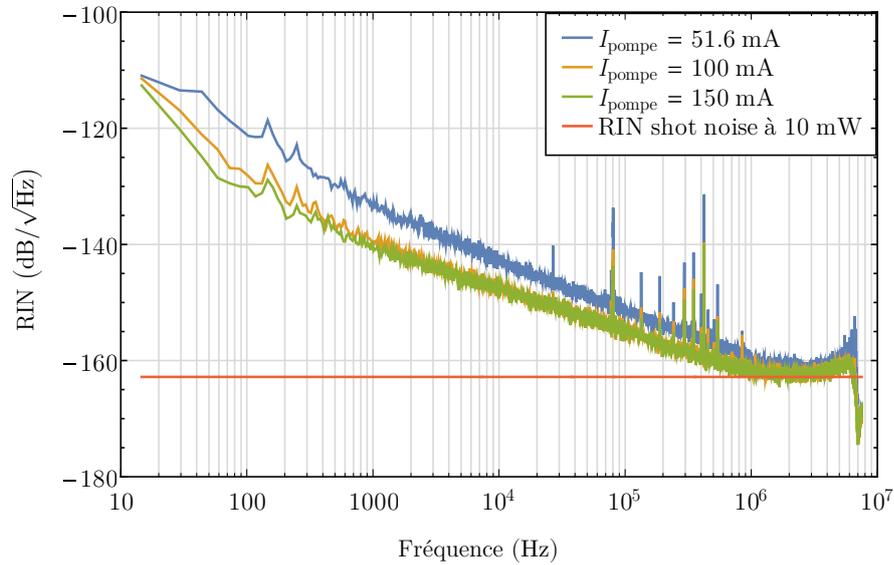


Figure 49 : Mesure du RIN d'une diode laser *QD Laser QLD1061-8330* pour plusieurs intensités du courant de pompe du laser, en maintenant la longueur d'onde à 1083.2057 nm . Un atténuateur est placé avant le photodétecteur pour maintenir la puissance reçue à 10 mW , puissance correspondant au courant de pompe 51.6 mA .

Cette indépendance à la puissance optique n'est plus vraie lorsque le shot noise devient la source principale de bruit. Dans ce cas, d'après (VI.15), le RIN est inversement proportionnel à la puissance optique. Il s'écrit :

$$\text{RIN}_{SN} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\eta\bar{P}}} \quad (\text{VI.29})$$

La puissance optique utilisée dans les magnétomètres n'est jamais aussi élevée que dans la figure 49 (10 mW). Pour les puissances usuelles (de l'ordre de quelques centaines de micro Watt) le RIN du shot noise est plus important, apparaissant ainsi beaucoup plus tôt en fréquence (fig 50). À $360 \mu\text{W}$, le shot noise correspond à un RIN de $-149 \text{ dB}/\sqrt{\text{Hz}}$.

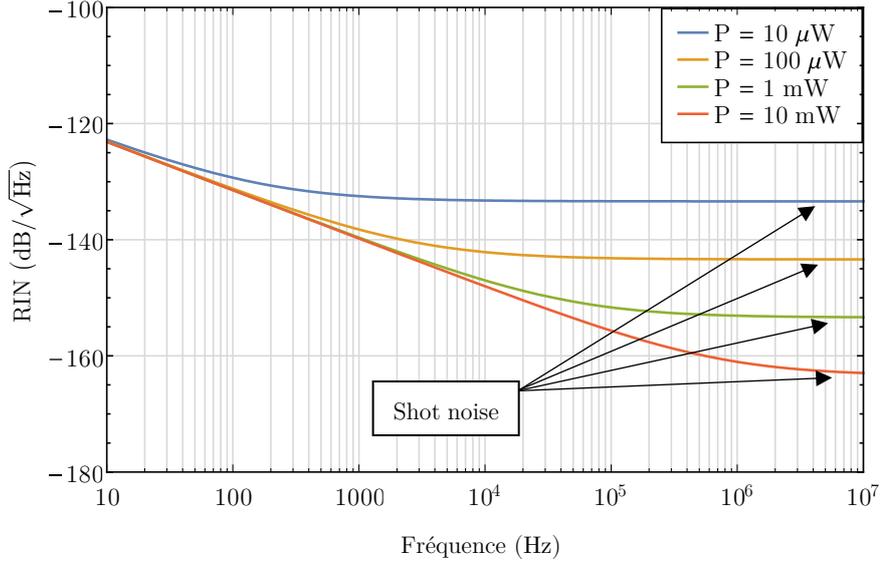


Figure 50 : Estimation du RIN du laser pour différentes puissances optiques mesurées.

b - Bruit du blindage magnétique

Le blindage magnétique que nous utilisons est un cylindre de mu-métal fermé, composé de plusieurs couches. Le mu-métal, matériau à grande permittivité magnétique et conducteur, génère, via le théorème de fluctuation-dissipation deux types de bruits thermiques à l'intérieur de notre enceinte : un bruit provenant de l'aimantation et un bruit de courant [102,103]. Pour une température donnée, les directions d'aimantation des domaines magnétiques fluctuent dans le temps, générant un faible champ magnétique fluctuant dans l'enceinte du blindage. C'est ce que l'on appelle ici le bruit d'aimantation. Outre cela, les électrons du métal sont sujets à un mouvement brownien, et génèrent ainsi également un faible champ magnétique aléatoire. C'est ce que l'on appelle ici le bruit de courant, plus généralement appelé bruit de Johnson.

Nous nous contentons ici de rappeler l'expression des bruits magnétiques vus par un système placé au centre du blindage magnétique, le long de l'axe du cylindre.

Le bruit d'aimantation est un bruit basse fréquence, de dépendance fréquentielle en $1/f$. Pour un cylindre infiniment long (de ratio d'aspect $\gtrsim 2$), il est de la forme [103]:

$$\delta B_{aimant} = \frac{0.26\mu_0}{r\sqrt{t}} \sqrt{\frac{4k_B T \mu''}{2\pi f \mu'^2}} \quad (\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}) \quad (\text{VI.30})$$

où r et t représentent le rayon et l'épaisseur du cylindre, μ_0 la perméabilité du vide, k_B la constante de Boltzmann, T la température, $G \approx 0.435$ une constante dépendant du ratio d'aspect du blindage, et f la fréquence d'intérêt. La perméabilité magnétique du matériau est $\mu = \mu' - i\mu''$. Pour une enceinte blindée de plusieurs dizaines de centimètres de diamètres, le bruit d'aimantation est de l'ordre de quelques fT/√Hz.

Le bruit de courant pour sa part est un bruit blanc à basse fréquence. Pour un blindage magnétique cylindrique fermé à haute permittivité, ce bruit s'exprime à très basse fréquence comme [103] :

$$\delta B_{courant} = \frac{\mu_0 \sqrt{k_B T \sigma t}}{r} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} G \text{ (fT}/\sqrt{\text{Hz}}) \quad (\text{VI.31})$$

σ est la conductivité. Pour nos blindages, l'ordre de grandeur du bruit de courant est également de quelques fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$.

Lorsque l'on monte en fréquence, la résistance due à l'effet de peau augmente, empêchant progressivement les courants de Johnson de circuler. Cela se produit à partir de la fréquence $f_{peau} = \frac{1}{\pi \mu' \sigma t^2}$, de l'ordre de quelques Hz.

Survient ensuite un deuxième phénomène de diminution du bruit de Johnson via l'auto inductance du blindage, à partir de la fréquence $f_{ind} = \left(\frac{\pi}{C^2}\right)^2 \frac{\mu'}{\mu_0^2 \sigma a^2}$, (C une constante de l'ordre de l'unité). On obtient pour nos blindages une fréquence de l'ordre de la centaine de kHz.

En parallèle, nous utilisons des électrodes métalliques collées aux parois de la cellule pour générer le plasma d'hélium. Celles-ci peuvent être à l'origine d'un bruit de courant (bruit de Johnson) du fait de leur conductivité de l'ordre de quelques fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$. En outre, lors de l'application du champ radiofréquence sur la cellule pour générer les résonances paramétriques, les électrodes (et tout élément métallique) peuvent, via des courants de Foucault, créer une distorsion du champ radiofréquence [70]. Le champ habillant en ressort alors généralement elliptique, induisant des modifications des résonances mesurées.

Il existe également des blindages dont la couche interne est en ferrite, matériaux dont la conductivité électrique est inférieure à celle du mu-métal. A l'intérieur de ces derniers, les bruits issus du blindage même peuvent alors descendre en dessous du fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$ [102].

Chapitre VII

Limites théoriques du bruit intrinsèque pour différentes architectures de magnétomètres

Nous avons vu comment décrire les différents phénomènes qui régissent le fonctionnement de différents types de magnétomètres hélium, ainsi que les principales sources d'erreur et de bruit sur la mesure. Nous pouvons donc maintenant utiliser l'ensemble de ces résultats afin de prédire les sensibilités (VI.13) optimales pour les différentes architectures.

Cependant, dès lors qu'un capteur peut comporter plusieurs faisceaux, il devient difficile de parler d'optimum au sens strict. L'optimisation des différents paramètres (longueurs d'ondes et intensités des différents faisceaux notamment) relève plus d'un choix de compromis en adéquation avec l'application visée et ses contraintes techniques. Nous limiterons donc l'étude numérique à deux architectures simples que sont la mesure de biréfringence en effet Hanle et la mesure d'absorption en résonance paramétrique (à un faisceau également). Nous discuterons tout de même des autres architectures possibles, et les points majeurs à prendre en compte afin d'optimiser les performances.

Dans ce qui va suivre, nous considérons généralement que le capteur est composé d'une cellule de gaz cylindrique de 1 cm de diamètre, et de 1.2 cm de longueur, ce qui est approprié pour les dispositifs médicaux visant la MCG/MEG. Le laser est en interaction avec une densité d'atomes métastables de $1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ sous une pression de 9 Torr environ, de sorte que les collisions sont suffisamment fréquentes pour refaire les mêmes hypothèses qu'au long de cet exposé. L'état excité est totalement dépolarisé avant que les atomes qui s'y trouvent ne retombent dans l'état métastable. Il n'y a donc aucun pompage par repopulation (ni aucun light-shift réel dû aux circulations de cohérences). De plus, les atomes des différentes classes de vitesses passent très rapidement d'une classe à une autre, de sorte que la polarisation atomique est homogène dans toutes les classes de vitesse. Enfin, la décharge plasma et la relaxation par collision sur les parois sont à l'origine d'un taux de relaxation isotrope de l'état métastable Γ_e tel que $\Gamma_e/\gamma_g = 35 \text{ nT}$ en unité magnétique.

A. Mesure d'effet Hanle en biréfringence

De toutes les architectures envisageables, la mesure d'effet Hanle en biréfringence permet de réaliser l'architecture fonctionnelle la plus simple. En effet, un seul faisceau suffit pour mesurer un signal dispersif en champ magnétique, et aucun champ radiofréquence n'est nécessaire. Une seule composante du champ est mesurée ici. Nous allons donc commencer par étudier ce cas.

Nous utilisons un seul faisceau servant de pompe et de sonde, pour mesurer uniquement le champ magnétique suivant l'axe de propagation du faisceau. Notons que cette architecture peut s'avérer intéressante pour les applications médicales, car elle présente une très grande simplicité de réalisation. En disposant un miroir au fond de la cellule elle permettrait la mesure de la composante radiale à la tête, qui est la composante la plus importante pour le MEG.

1) Niveau de sensibilité

Parmi les caractéristiques du système, seules l'intensité optique envoyée dans la cellule et la longueur d'onde du faisceau sont des variables d'optimisation. L'optimisation de la longueur d'onde se fait en réalité assez simplement ici. Nous voulons que le faisceau soit efficace à la fois comme pompe et comme sonde, donc que le produit $[\text{Re}(\mathcal{V}(\omega))\text{Im}(\mathcal{V}(\omega))]$ soit important. Nous allons donc étudier l'évolution de la sensibilité du capteur en fonction de l'intensité optique incidente sur la cellule. Pour la raie D_0 et la raie D_3 ²⁰, nous obtenons la dépendance suivante (fig 51). L'optimum de longueur d'onde se situe à environ une demi largeur (~ 3.3 pm) du centre de la raie (1083.2095 nm et 1083.324 nm respectivement) comme attendu. L'allure de la courbe en fonction de l'intensité est conforme à nos attentes, à savoir qu'à faible intensité le faisceau ne polarise pas beaucoup le milieu et ne peut en tirer beaucoup d'information, il n'est alors pas possible d'obtenir une bonne sensibilité. A trop forte intensité à l'inverse, le faisceau pompe tellement le milieu que la relaxation optique empêche l'accumulation de polarisation atomique, dégradant également la sensibilité. Entre les deux régimes, il est possible de trouver un point optimal, caractérisé dans nos conditions par des sensibilités de $114 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ et $80 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ pour chacune des deux raies, avec des puissances optiques de 311 et $242 \mu\text{W}$ respectivement.

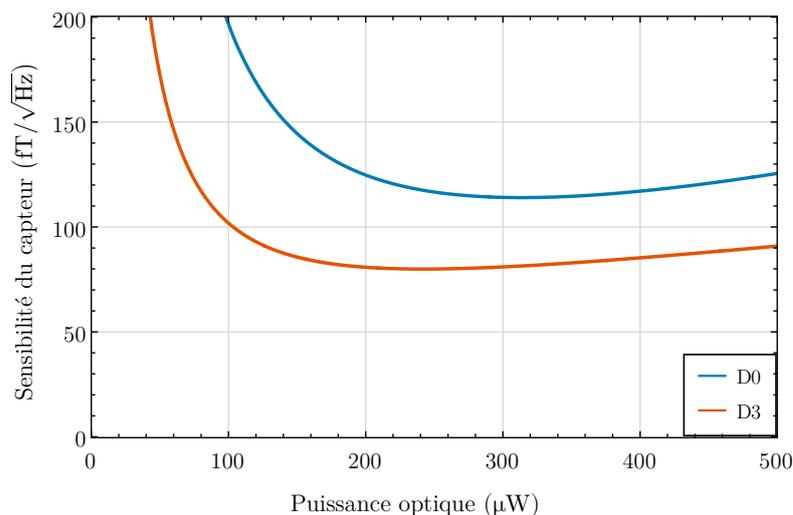


Figure 51 : Evolution de la sensibilité du magnétomètre à effet Hanle en biréfringence à un seul faisceau, pour les raies D_0 (bleu) et D_3 (rouge), en fonction de l'intensité optique incidente.

2) Influence de la longueur de cellule

Afin d'augmenter la sensibilité du capteur, une première modification intuitive du capteur serait l'utilisation d'une cellule plus longue, permettant d'augmenter le nombre d'atomes en interaction avec le laser. Il est intéressant de constater alors (fig 52) qu'une cellule d'un centimètre de long, avec notre densité d'atomes, est un cas qui n'est pas très favorable d'un point de vue de la sensibilité. Nuancions tout de même ce propos en précisant que ce résultat est obtenu en considérant que la puissance optique

²⁰ Les raies D_1 et D_2 ne sont pas suffisamment résolues pour être étudiées totalement indépendamment l'une de l'autre. Afin d'appuyer ce fait, en suivant la notation adoptée par certains auteurs, nous appellerons D_3 l'ensemble $D_1 + D_2$.

est adaptée à la longueur de cellule pour tirer un maximum d'information de l'hélium. On constate en effet que plus la cellule est grande, plus il devient nécessaire d'injecter de grandes puissances dans le système. Cela est d'autant plus vrai que la raie utilisée absorbe fortement la lumière. Dans tous les cas, il n'est pas pour autant envisageable d'utiliser des cellules de plusieurs centimètres de long, notamment dans le cas de signaux biomagnétiques où le champ décroît rapidement en s'éloignant de la surface du corps. Nous y reviendrons lorsque nous aborderons d'autres alternatives pour améliorer les capteurs.

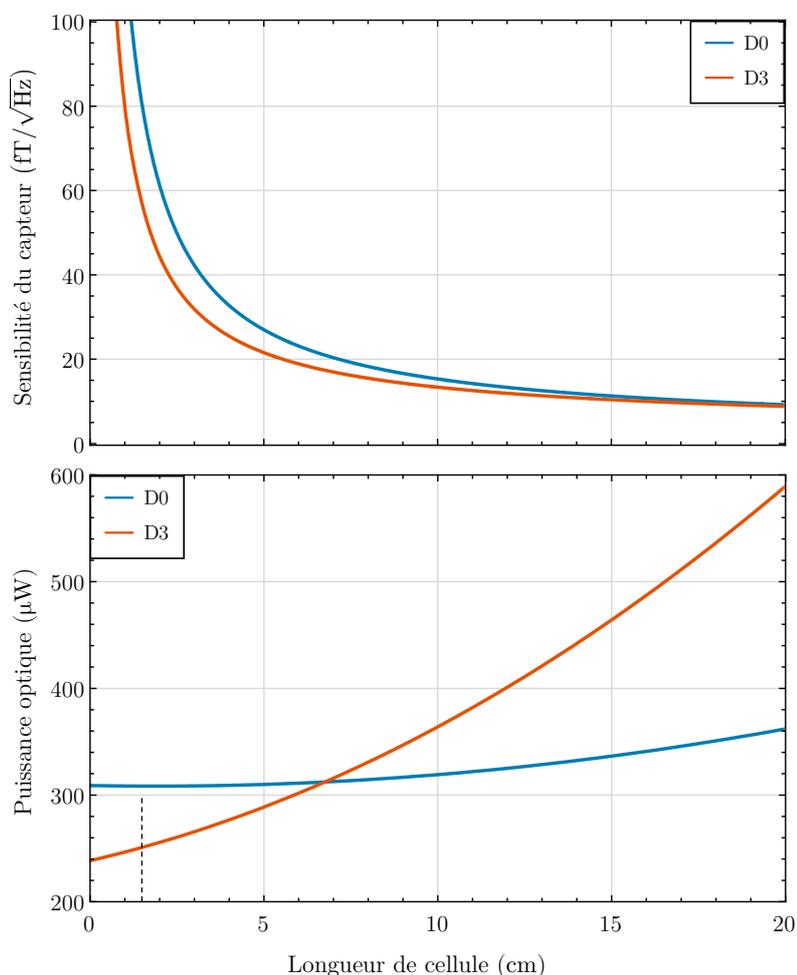


Figure 52 : (haut) Evolution de la sensibilité d'un capteur à effet Hanle à mesure de biréfringence à un faisceau, en fonction de la longueur de cellule utilisée. (bas) Evolution de la puissance optique permettant d'optimiser la sensibilité pour chaque longueur de cellule. Le trait en pointillé indique qu'au-delà de cette longueur de cellule, la longueur d'onde optimale passe à 1083.3178 nm pour la raie D_3 .

3) Séparation des rôles pompe / sonde

Nous avons pour le moment considéré l'architecture simple dans laquelle nous nous limitons à un seul faisceau jouant les rôles de pompe et de sonde. Pour une architecture de biréfringence, il est naturel d'envisager une architecture dans laquelle ces rôles sont séparés. Comme nous l'avons vu précédemment, la pompe est alors automatiquement accordée en résonance avec une transition de l'hélium, alors que la sonde est libre d'explorer toutes les longueurs d'onde possibles. Le choix est cependant loin d'être anodin car plusieurs phénomènes simultanés sont alors en concurrence :

- Si la longueur d'onde de la sonde est trop proche du centre d'une raie de transition atomique, elle peut pomper l'hélium. Ce phénomène n'est pas problématique pour une architecture Hanle mono-axe, mais peut vite le devenir dans d'autres cas (notamment en résonance paramétrique, cf. Chapitre VI-A).
- Plus la longueur d'onde de la sonde s'éloigne du centre de la raie, plus l'intensité de lecture du signal magnétique s'affaiblit, et plus l'intensité nécessaire au maintien d'une bonne sensibilité est importante.
- En parallèle, les effets de light-shift, de dépendance en longueur d'onde similaire à la lecture de l'information en biréfringence, s'intensifient également. En particulier leur effet est de basculer une partie de l'alignement atomique en orientation, le rendant alors inaccessible à la mesure.
- Enfin, en s'éloignant très loin des raies D_0 , D_1 et D_2 , leurs influences respectives se moyennent, annulant complètement l'intensité du signal accessible. En effet, un pompage (ou une mesure) affectant identiquement les trois raies a un effet globalement nul sur les variables de polarisations ($k \neq 0$) du milieu atomique (ou du faisceau).

Au final, il s'avère donc plus intéressant de ne pas trop éloigner la sonde d'une raie pour une mesure d'effet Hanle, afin de profiter au maximum de la forte intensité des effets dispersifs à une demi-largeur de raie du centre d'une transition. Au-delà d'une largeur de raie de désaccord (~ 6.6 pm), il devient vite nécessaire de très fortement augmenter l'intensité du faisceau de sonde, sans pour autant parvenir à améliorer la sensibilité du capteur (fig 53 et 54).

Ce résultat est commun que nous cherchions à utiliser la raie D_0 ou D_1 comme raie de pompage. Nous avons limité ici l'étude au cas où le faisceau de sonde se situe autour de la même raie que le faisceau de pompe.

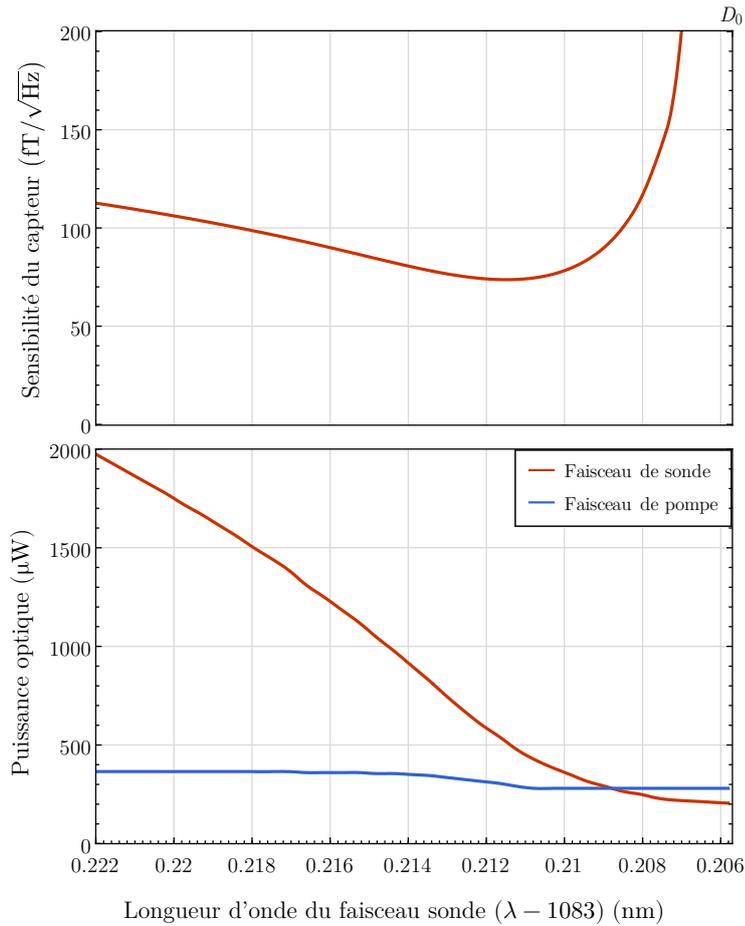


Figure 53 : (haut) Evolution théorique de la sensibilité d’une mesure de biréfringence en effet Hanle en fonction de la longueur d’onde du laser de sonde. (bas) Evolution des puissances des faisceaux de pompe et de sonde permettant de minimiser la sensibilité en fonction de l’accord en pulsation du faisceau de sonde. Le faisceau de pompe est accordé sur la raie D_0 .

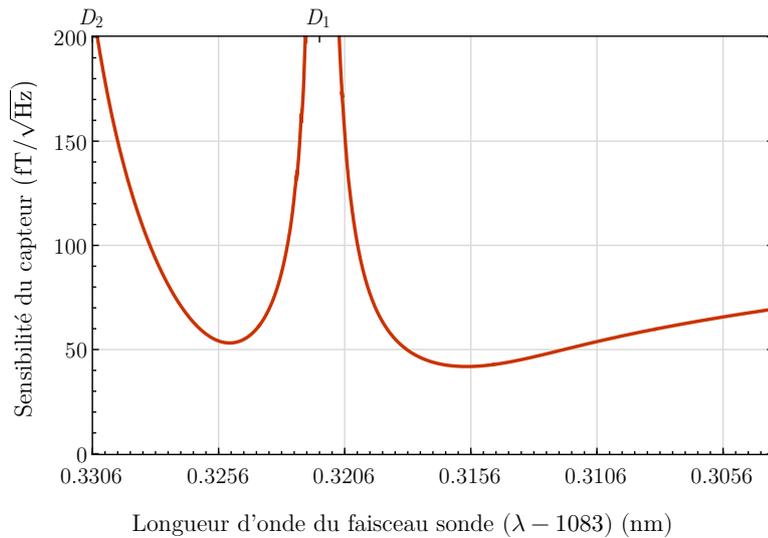


Figure 54 : Evolution théorique de la sensibilité d’une mesure de biréfringence en effet Hanle en fonction de la longueur d’onde du laser de sonde aux alentours de la raie D_1 . Le faisceau de pompe est accordé sur la transition D_1 . Les intensités des deux faisceaux sont constamment optimisées. L’optimum à $41 fT/\sqrt{Hz}$ nécessite une puissance optique de sonde de $500 \mu W$, et une puissance de pompe de $340 \mu W$.

B. Mesure d'absorption en résonance paramétrique.

Une deuxième architecture assez simple à étudier est la mesure d'absorption en résonance paramétrique. Dans ce cas le faisceau laser, servant de pompe et de sonde à la fois doit forcément être accordé sur une transition atomique pour maximiser l'absorption (donc le pompage et la lecture). Pour la raie D_0 il n'y a aucune ambiguïté sur l'accord en longueur d'onde, mais sur la raie D_3 la situation est un peu plus délicate. Nous avons vu aux chapitres précédents que la raie D_2 ne permet pas de pomper efficacement l'hélium et que l'optimum de pompage aux alentours reste sur D_1 . Concernant la lecture des états atomiques alignés, D_1 est encore une fois plus efficace que D_2 . Nous pouvons donc sans crainte ne considérer que le cas où le faisceau est accordé sur D_1 .

1) Mesure à un champ RF

Regardons dans un premier temps la sensibilité que l'on peut espérer atteindre en mesurant une seule composante du champ magnétique, donc en utilisant un seul champ RF. Comme dans le cas précédent, nous allons étudier l'influence de l'intensité optique (fig 55) et de la longueur de cellule (fig 56), en optimisant le champ RF.

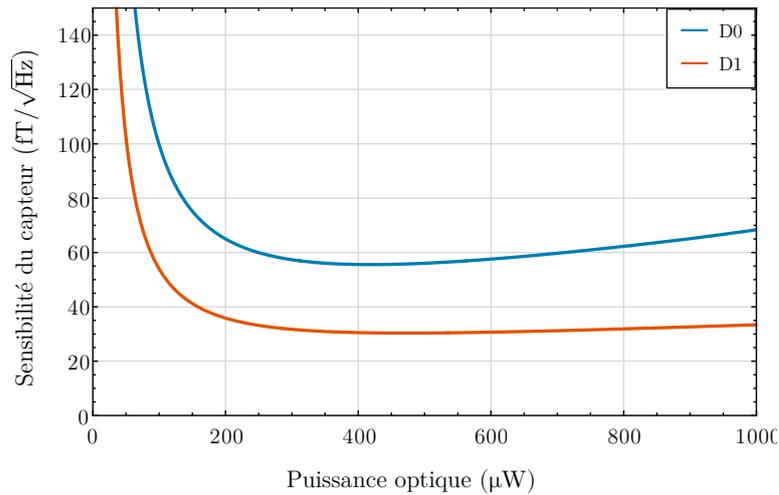


Figure 55 : Evolution théorique de la sensibilité du capteur à résonance paramétrique en absorption à un faisceau pour une mesure mono-axe, en fonction de la puissance optique incidente sur la cellule. Le champ RF appliqué est optimisé pour les valeurs $\frac{\omega_1}{\omega} = 0.495$ et 0.521 respectivement pour D_0 et D_1 . (On rappelle que $\omega_1 = -\gamma_g B_1$ et ω est la pulsation du champ RF B_1 .)

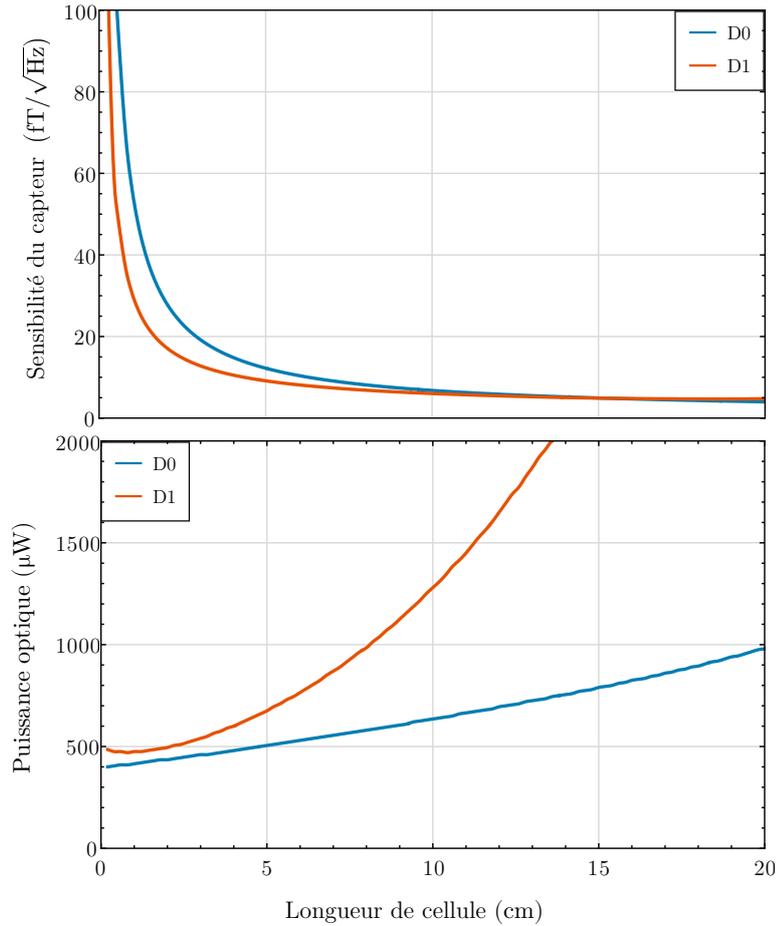


Figure 56 : (haut) Evolution théorique de la sensibilité du capteur à résonance paramétrique en absorption pour une mesure mono-axe, en fonction de la longueur de cellule utilisée. (bas) Evolution de l'intensité optique permettant d'optimiser la sensibilité.

Les résultats sont très similaires à ceux obtenus pour la mesure de biréfringence en effet Hanle. Quelle que soit la raie utilisée, il existe une intensité optique optimale à utiliser pour optimiser la sensibilité du capteur. Nous trouvons encore que la raie D_1 permet théoriquement d'obtenir de meilleures sensibilités que D_0 . Nous retrouvons également un autre résultat que nous avons mentionné en mesure de biréfringence. Bien que la raie D_1 possède une meilleure intensité de lecture de l'alignement ($f_{D_1} Q_2$) que la raie D_0 , son coefficient d'absorption de la lumière (principalement $f_{D_1} Q_0$) est également plus important. Ainsi plus l'interaction entre la lumière et les atomes devient grande, plus il est nécessaire d'injecter de fortes puissances optiques pour en retirer de l'information. En pratique, cela signifie que l'efficacité de D_0 (que l'on pourrait quantifier comme l'amplitude du signal mesuré rapportée à la puissance optique nécessaire) est souvent plus avantageuse que celle de D_1 . Nous avons représenté l'évolution de cette efficacité dans nos conditions ci-après (fig 57). Notons enfin que pour des cellules à multipassage par exemple, la raie D_0 devient d'autant plus vite intéressante que l'on force la lumière à interagir fortement avec les atomes.

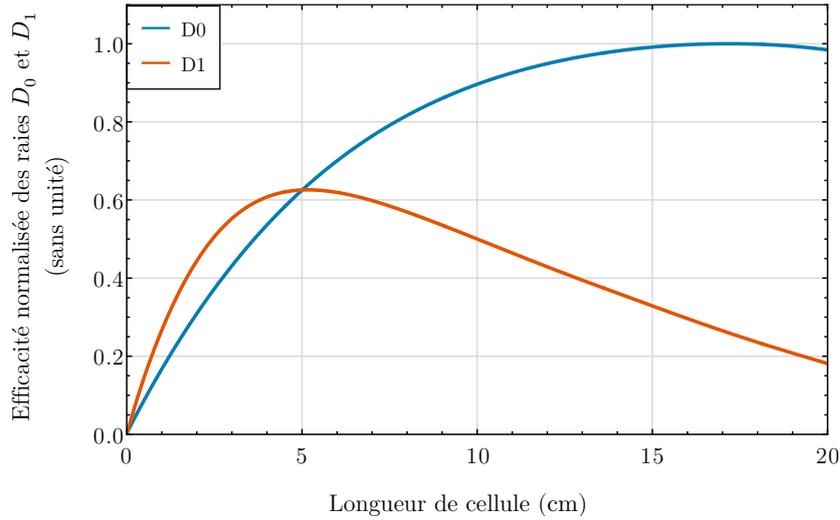


Figure 57 : Evolution de l'efficacité des raies D_0 et D_1 pour une mesure d'absorption mono-axe en résonance paramétrique en fonction de la longueur de la cellule.

Enfin, notons que ces résultats théoriques présentent un bon accord avec des mesures expérimentales réalisées dans l'équipe dans le cadre de projets visant à améliorer par pure ingénierie la sensibilité des capteurs (fig 58). Nous atteignons en effet sur la raie D_0 une sensibilité d'environ $42 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Quelques remarques peuvent cependant être faites sur ces résultats. En pratique, afin de rendre les capteurs compacts, nous utilisons des cellules cylindriques dont une face est réfléchissante (grâce à un miroir) de sorte que le faisceau optique entre et sort par la même face de la cellule (fig 59). Cela permet de mettre en contact la cellule directement avec le scalp du patient, et d'obtenir un capteur compact dans deux directions de l'espace (Ox et Oy si le faisceau se propage suivant Oz). Ainsi, il est possible d'envisager un réseau assez dense de capteurs pour réaliser les mesures médicales. En contrepartie, cela induit que le faisceau optique passe deux fois au travers de la cellule (en aller-retour), alors que dans tous nos calculs, nous avons considéré un passage simple. Il est donc cohérent d'obtenir des valeurs légèrement différentes entre le modèle « simple » et la réalité à double passage.

En réalisant quelques calculs simplistes pour modéliser cet effet (cellule deux fois plus longue, intensité optique plus importante dans une cellule de taille identique, ...) nous avons pu remarquer que la sensibilité peut être meilleure qu'avec un simple passage ($57 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$, cf. fig 55). Nous n'avons cependant pas trouvé de modélisation analytique simple satisfaisante pour décrire le double passage dans notre système qui n'est pas optiquement fin. En effet, l'état d'une « fine épaisseur optique d'atomes » est à tout instant déterminé par l'intensité lumineuse de l'aller, ainsi que celle du retour, ayant traversé toute la cellule. Mais l'intensité lumineuse est également déterminée par l'état de tous les atomes de la cellule ...

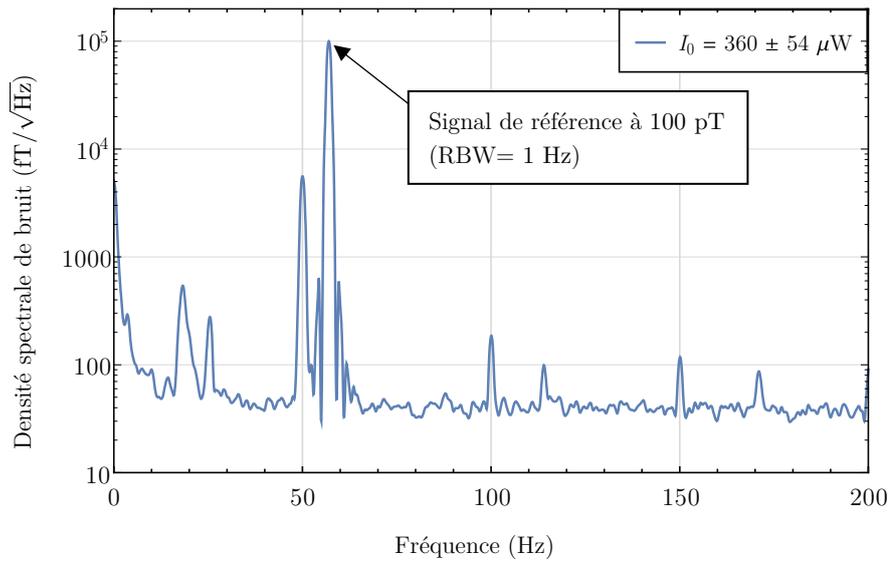


Figure 58 : Mesure de la sensibilité d'un capteur à résonance paramétrique un axe en absorption à deux passages, utilisant la raie D_0 . L'intensité optique vue par les atomes est de l'ordre de $360 \mu\text{W}$. Un signal de référence de 100 pT est appliqué afin de vérifier les unités de la mesure. Une bande équivalente de bruit de 1 Hz est paramétrée en contrepartie.

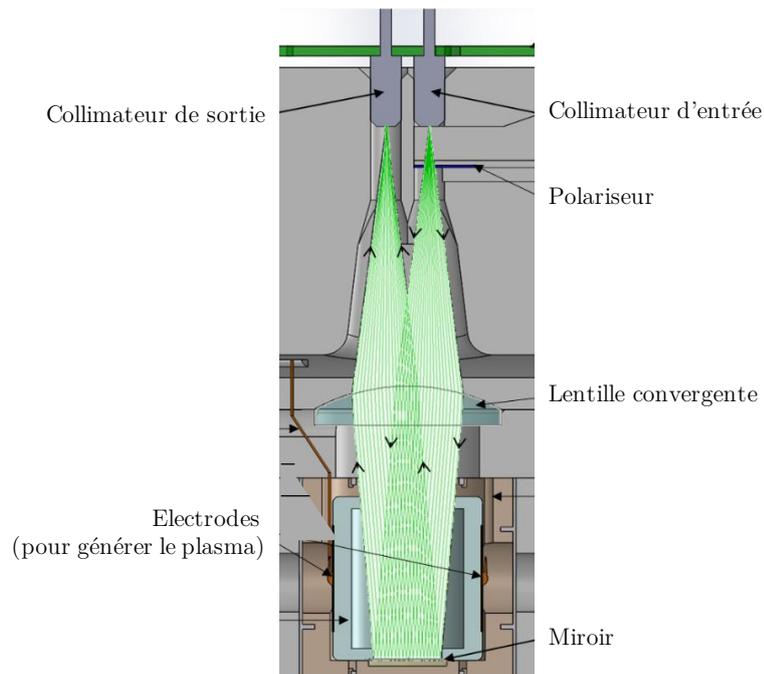


Figure 59 : Schéma d'un capteur à résonance paramétrique en absorption.

2) Mesure à 2 RFs

Afin de terminer notre étude des mesures en résonance paramétrique, donnons un aperçu de l'évolution du système lorsque deux champs RFs sont utilisés afin de mesurer les trois composantes du champ magnétique. Il y a dans nos conditions trois paramètres à optimiser (puissance optique, intensité des deux champs RFs). Le système étant très proche d'une mesure mono-axe, il est évident que l'effet des variations de puissance optique reste d'une forme similaire à ce qui a été présenté. Nous allons donc considérer la puissance optimisée, et n'allons regarder que l'évolution des champs RFs (fig 60).

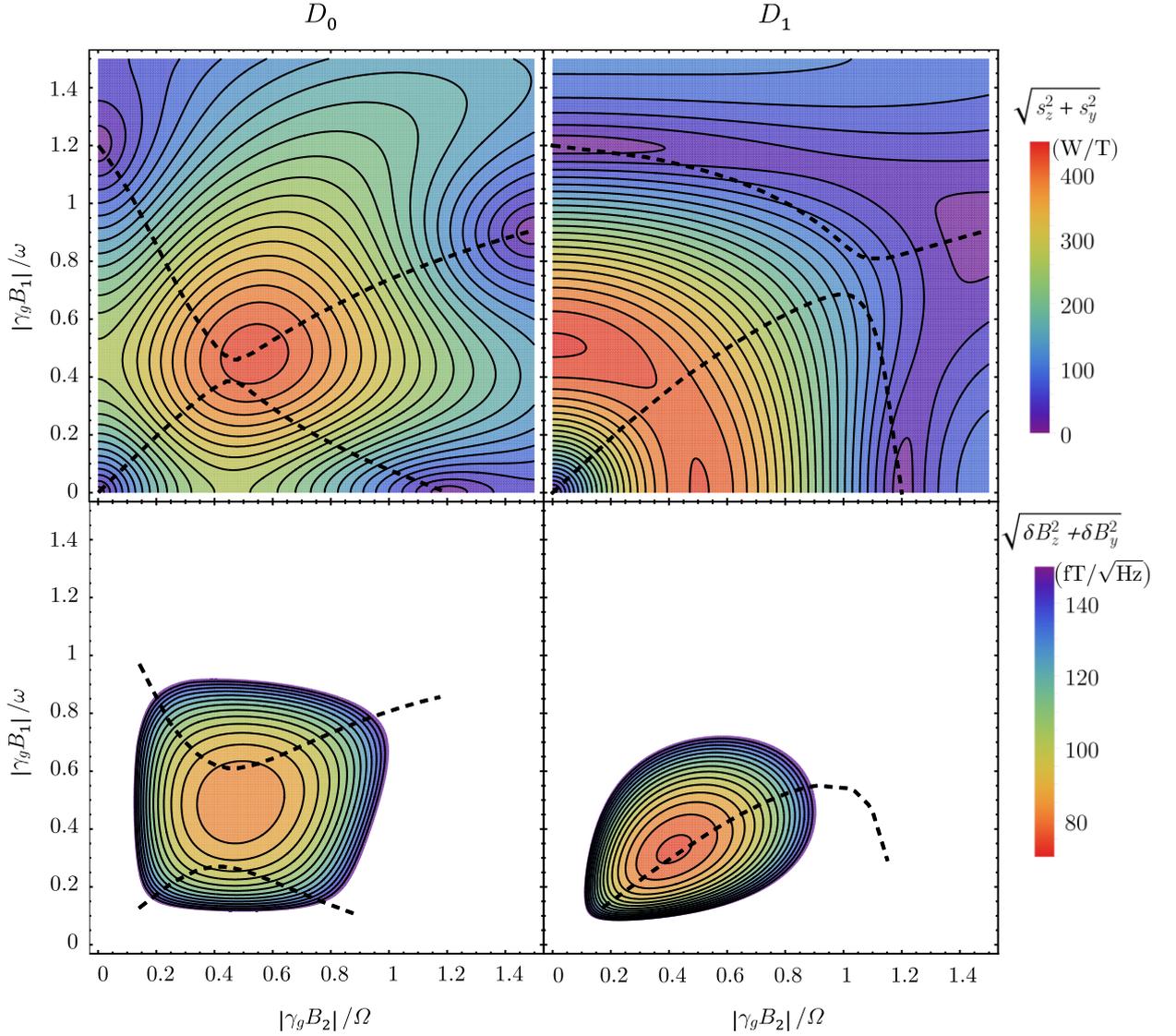


Figure 60 : (haut) Evolution théorique de la pente dispersive quadratique deux axes et (bas) de la sensibilité quadratique deux axes de mesure des champs $\sqrt{\delta B_z^2 + \delta B_y^2}$ en fonction des champs radiofréquences. Les colonnes correspondent aux données des raies D_0 (gauche) et D_1 (droite). Les courbes pointillées représentent les points où les mesures des axes B_z et B_y sont identiques. Les puissances optiques utilisées sont respectivement de $660 \mu\text{W}$ et $390 \mu\text{W}$.

Ces figures présentent plusieurs points intéressants à mentionner. En premier lieu, nous remarquons que l'évolution des pentes du signal est modifiée à forte puissance optique par rapport aux faibles puissances (cf. fig 40). En revanche le point optimal des champs RFs n'est quasiment pas

modifié. Le graphe d'évolution des pentes sur la raie D_1 présente par contre une forme assez différente de D_0 , avec notamment l'apparition d'un point selle comme point optimum. Dans les deux cas, l'optimum des pentes dispersives du signal coïncide assez bien avec l'optimum de sensibilité du capteur. Par contre, cet optimum général n'assure pas forcément l'égalité des sensibilités sur les deux axes de mesure, en particulier sur D_0 . Un point par contre semble assez étonnant. Par rapport à la situation à un champ RF, il a fallu augmenter la puissance optique sur D_0 , alors qu'il a fallu la diminuer sur D_1 .

C. En résumé

Sans redonner tous les résultats que nous venons de voir en détail, deux points sont assez importants à souligner ici. Premièrement, différentes architectures permettent d'atteindre des sensibilités de l'ordre $50\sim 100$ fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Rappelons qu'il a été montré [39] que des capteurs avec ces niveaux de sensibilité mis en contact avec le scalp permettent d'obtenir plus d'information utile en MEG que des capteurs d'une sensibilité bien meilleure (de l'ordre de 1 fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$) distants de 3 cm du scalp. Les magnétomètres hélium semblent donc être intéressants pour les applications médicales. Leur simplicité de mise en œuvre est également un argument à mettre en avant.

En second point, nous avons également vu que les modélisations théoriques semblent en bon accord avec les limites atteintes par le LCHP dans les projets qui ont visé par pure ingénierie le bruit des magnétomètres hélium 4. Cela nous laisse à penser que les outils développés pourront être réutilisés dans diverses études de conception de capteurs.

Conclusion, perspectives

Tout au long de cet exposé, nous avons vu que l'hélium, de par sa structure fine est un bon candidat à la réalisation de magnétomètres à champ faible, sous la seule condition d'amener les atomes dans l'état métastable 2^3S_1 . Nous réalisons cela à l'aide d'une décharge haute fréquence qui induit un plasma d'hélium dans la cellule, de sorte que certains atomes, en se désexcitant, peuplent l'état voulu. Cette méthode présente l'avantage d'être simple à mettre en œuvre expérimentalement, et n'impose pas de contrainte thermique sur le capteur du point de vue applicatif (à la différence des magnétomètres à alcalins qui sont chauffés aux alentours de $100 \sim 200^\circ\text{C}$). Ce plasma a cependant également des inconvénients. Parmi eux, citons notamment la difficulté d'établir un plasma présentant une grande densité d'atomes à l'état métastable, tout en conservant une grande durée vie de ces états.

Nous avons ensuite étudié le pompage optique de cet hélium métastable en utilisant à la fois un modèle simplifié (approximation à trois étapes) utilisée très fréquemment dans le domaine de la magnéto-métrie atomique, ainsi que les équations complètes du pompage optique développées par C. Cohen Tannoudji et J.P. Barrat au début des années 60. Nous avons pour cela préféré utiliser le formalisme tensoriel appliqué aux équations du pompage optique par J.P. Faroux. Ce dernier, permettant d'isoler les différents ordres de polarisation atomique donne un meilleur aperçu physique du comportement du système. Nous avons ainsi calculé explicitement le comportement d'un alignement atomique soumis à un faible champ magnétique. En couplant ces résultats aux équations décrivant l'évolution d'un faisceau lumineux traversant un milieu atomique polarisé décrites en détail par F. Laloë, nous avons pu mettre en évidence les différentes architectures de capteurs possibles à effet Hanle, en nous concentrant sur l'obtention d'un signal de mesure dispersif en fonction d'une composante précise du champ magnétique. En particulier, nous avons étudié en détail la mesure du champ magnétique via la biréfringence linéaire de la vapeur atomique, ce qui a été rarement présenté dans la littérature. Nous avons d'ailleurs vu qu'elle permet de réaliser une mesure dispersive d'une composante du champ magnétique en utilisant un seul faisceau (ou un seul accès optique), chose totalement impossible en orientation.

Après cela, il a été naturel d'étudier avec autant de détail les architectures en résonance paramétrique, dont le principe a été développé à l'ENS dans les années 60 également. En appliquant le formalisme de l'atome habillé à un alignement atomique nous avons abouti aux équations des signaux de ces magnétomètres et nous avons montré qu'elles concordent bien avec les observations expérimentales.

Enfin, nous nous sommes intéressés aux bruits intrinsèques des capteurs, avec pour objectif de prédire les sensibilités des différentes architectures dans nos conditions standards de fonctionnement et surtout leurs points optimaux de fonctionnement. Cette étude s'avère très intéressante d'un point de vue applicatif. Nous pouvons en premier lieu voir que les sensibilités sont globalement assez proches les unes des autres, indépendamment du type de mesure que nous réalisons. Dit autrement, aucune architecture ne se détache fortement des autres de par sa seule sensibilité. Il en découle ainsi que les choix de l'architecture sur le plan applicatif (en particulier pour la MEG) ne semblent pas devoir obéir à ce seul critère, mais plutôt aux autres aspects des capteurs. En particulier, peuvent être pris en compte la simplicité de réalisation, la compacité ou encore le nombre de composantes du champ mesurables. Pour toutes ces raisons, la mesure d'absorption en résonance paramétrique semble être le meilleur compromis : un seul faisceau optique permet de mesurer les trois composantes, permettant de

fait une très bonne compacité, évitant les effets de compétition de pompage entre différents faisceaux et permettant un fonctionnement en boucle fermée sain. Enfin, des trois raies, nous avons vu que D_2 ne présente que peu d'intérêt à forte pression. Pour choisir entre D_1 et D_0 , la sensibilité peut s'avérer déterminante, mais est à mettre en parallèle avec la puissance optique nécessaire. En pratique, plus l'interaction entre atomes et lumière sera importante, plus D_0 pourra se révéler intéressante au niveau de ce compromis.

En revanche, cela ne veut pas dire qu'il faille abandonner la recherche d'améliorations de la sensibilité. Ce paramètre reste un point déterminant du capteur et le deviendra encore lorsque la miniaturisation sera poussée au-delà des limites actuelles. Quelques pistes pour poursuivre les études sur le sujet semblent particulièrement intéressantes. La densité d'atomes au sein de la cellule est un point critique des magnétomètres. Nous avons considéré dans notre étude une densité d'atomes métastables de 10^{11} at. cm^{-3} . Ce nombre est parfaitement réaliste pour nos capteurs actuels mais peut certainement être amélioré. A titre comparatif, les magnétomètres à alcalins parviennent à des densités une centaine de fois supérieures. Des études sur le plasma d'hélium ont notamment déjà permis d'optimiser la pression des cellules pour maximiser le temps de vie des atomes métastables [64], mais le sujet est très vaste et très complexe et reste peu connu dans l'équipe encore aujourd'hui. Des travaux sur la question sont d'ailleurs en train d'être planifiés.

Une autre façon de sonder de nombreux atomes, nous l'avons d'ailleurs noté au chapitre précédent, serait d'augmenter la taille des cellules. Mais d'un point de vue applicatif, cette solution n'est pas satisfaisante pour plusieurs raisons. Tout d'abord, une grosse cellule limiterait radicalement la miniaturisation du capteur, ce qui est généralement peu souhaitable. De plus, l'augmentation de taille s'accompagne forcément d'une diminution de la résolution spatiale de la mesure (pour un réseau de capteurs). Pour des applications comme la MEG dans lesquelles cette résolution est extrêmement importante, une augmentation de taille est très insatisfaisante. Enfin, notons qu'interroger de nombreux atomes sur une grande étendue spatiale rend forcément le capteur beaucoup plus sensible aux gradients spatiaux de champs magnétiques qui ont tendance à diminuer les performances de la mesure.

Il existe tout de même des méthodes permettant d'augmenter « artificiellement » le nombre d'atomes que l'on interroge. Il suffit par exemple de faire passer le faisceau laser plusieurs fois dans la cellule. Pour cela, il a été imaginé des cellules dites à « multi-passages » [104–106] dont les deux extrémités sont en fait des miroirs concaves percés au centre, permettant à la lumière de réaliser de nombreux allers-retours (en général quelques centaines) dans la cellule avant d'en sortir (fig 61). Le gain d'une telle architecture est assez direct. L'intensité du signal accumulée par la lumière est d'autant plus grande que le nombre de passages est élevé, faisant grandement augmenter la pente du signal en comparaison du bruit optique (le shot noise principalement). Le bruit de projection diminue moins vite que le shot noise et devient ainsi le bruit dominant d'une telle architecture.

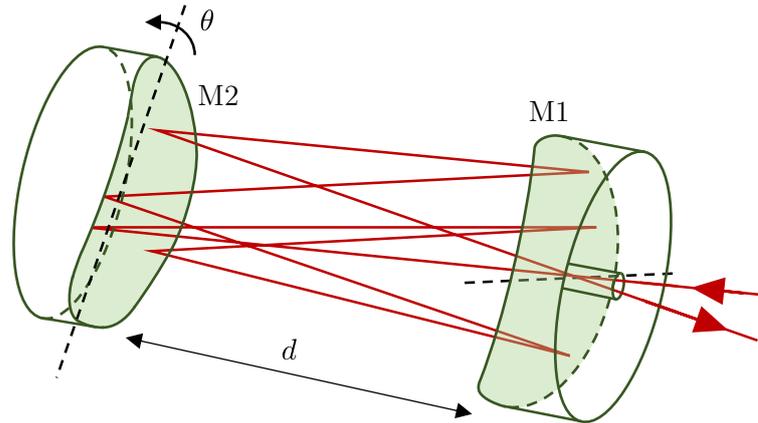


Figure 61 : D'après [104]. Cellule multi-passages composée de deux miroirs cylindriques dont les axes parallèles à un même plan sont décalés d'un angle θ . Le faisceau laser de sonde entre et sort de la cellule par le même trou. Le nombre de passages est déterminé par l'angle θ entre les deux miroirs et la distance d qui les sépare [107].

Ce type d'architecture semble particulièrement intéressant pour des mesures polarimétriques, dans lesquelles il est possible « d'accumuler » du signal sur un très grand chemin optique et ce sans subir d'atténuation par absorption. Pour une mesure par absorption, en revanche, il convient de vérifier que le nombre de passages n'est pas trop élevé, sous risque de perdre du signal à cause de l'absorption atomique. Un autre défaut, typique des cellules avec un petit trou d'entrée est la répartition inhomogène de l'intensité lumineuse dans la cellule. Le faisceau, fortement focalisé à l'entrée est ensuite élargi par les réflexions sur les miroirs au cours de ses multiples passages avant d'être refocalisé à la sortie. Cette focalisation induit une forte intensité lumineuse très locale. Les atomes présents à l'entrée de la cellule ont donc un poids beaucoup plus important dans la mesure que les autres et interviennent donc également de façon disproportionnée dans le bruit de projection, faisant perdre en partie l'intérêt d'interroger de multiples atomes [108]. Notons enfin que pour un milieu optiquement fin, dans lequel l'effet du milieu sur la lumière serait linéaire, il est assez difficile de prévoir avec certitude l'intérêt de ces architectures.

Une approche similaire à la volonté d'augmenter l'interaction entre la lumière et les atomes est d'insérer la cellule de gaz dans une cavité optique résonante de type Fabry-Pérot [109]. La cavité peut alors être choisie à miroirs plans ou concaves (fig 62). Il est évident que la deuxième option est plus simple à réaliser car moins sensible aux défauts d'alignement du faisceau lumineux. Le mode spatial résonant est cependant plus fin et limite par construction le nombre d'atomes participant effectivement à la mesure. Encore une fois cette approche semble idéale pour les mesures polarimétriques où l'interaction sera d'autant plus forte que la finesse de la cavité est importante. Pour les mesures d'absorption, il semble a priori important de ne pas forcer la lumière à séjourner trop longtemps dans la cavité pour éviter une trop forte absorption et donc une perte de signal. D'autres inconvénients peuvent par contre apparaître dans ce cas. A cause des interférences propres à la cavité, tout bruit de longueur d'onde du laser sera immédiatement traduit en bruit d'intensité d'autant plus fortement que la finesse est élevée. Enfin, le principe est ici d'utiliser des milieux optiquement anisotropes, agissant différemment sur les polarisations orthogonales à la propagation. A cause des interférences, les résonances optiques de ces polarisations avec la cavité se décalent l'une de l'autre lorsque la finesse ou l'épaisseur optique du milieu augmentent. De cette analyse qualitative semble ressortir que l'utilisation d'une cavité optique est particulièrement adaptée en magnétométrie aux milieux optiquement fins et

aux systèmes miniaturisés surtout s'il est possible de réaliser la cavité et l'alignement optique par microfabrication (permettant généralement un alignement plus simple que pour les systèmes mécaniques de grande taille).

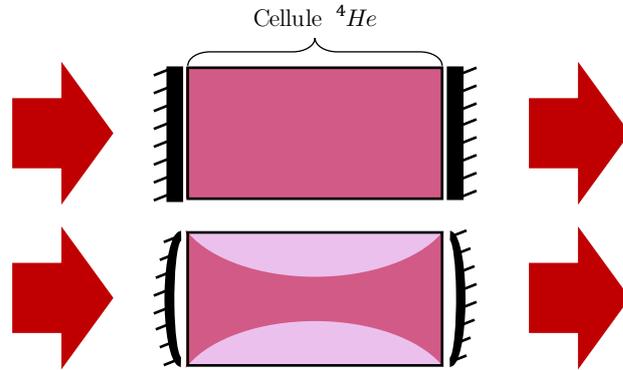


Figure 62 : Schéma de principe d'une mise en cavité optique de la cellule d'hélium pour une cavité à miroirs plans (Fabry-Pérot) et une cavité à miroirs concaves.

L'hélium semble donc assez bien adapté à l'utilisation d'une cavité. Il nous semble donc intéressant de donner quelques ordres de grandeur du gain que l'on peut espérer obtenir ainsi. L'objectif n'étant cependant pas de le quantifier de façon exacte, nous allons réaliser quelques approximations permettant de traiter le problème simplement. Nous considérons que le milieu est pompé de façon parfaitement homogène à l'aide d'un faisceau de pompe, de sorte que les atomes sont décrits en tout point de la cavité par la même matrice de susceptibilité. Les atomes induisent ainsi une absorption et une dispersion sur le faisceau de sonde traversant la cavité au travers d'une matrice exprimant les composantes du champ électrique de sortie en fonction des composantes d'entrée, que l'on appelle \mathbf{G} . En revanche, le faisceau de sonde à l'intérieur de la cavité est suffisamment peu puissant et/ou suffisamment éloigné de la résonance optique du milieu pour que son effet sur les atomes soit négligeable. Le faisceau de pompe est accordé sur la raie D_0 et le faisceau de sonde est aux alentours de cette même raie. Afin de ne pas trop nous éloigner des hypothèses qui viennent d'être énoncées, nous imposons la relation d'inégalité suivante entre les deux faisceaux :

$$\begin{cases} \gamma_{p,pompe} > 2 \frac{\gamma_{p,sonde}}{1-R} \\ \gamma_{p,pompe} > 2 \frac{\Delta E_{sonde}}{1-R} \end{cases}$$

où γ_p et ΔE sont les taux de pompage et de light-shift (II.40) et R est le coefficient de réflexion en intensité optique des miroirs de la cavité. De cette façon, nous nous assurons que les effets (de pompage et de light-shift) dus à la sonde ne soient pas des phénomènes dominants de la dynamique atomique. Le champ électrique en sortie de cavité est alors donné par :

$$\mathcal{E}_o = T \left(\sum_{n=0}^{\infty} R^n \mathbf{G}^{2n+1} \right) \cdot \mathcal{E}_i$$

où T et R sont les coefficients de transmission et de réflexion en intensité des miroirs. Le principe de calcul est rappelé en figure 63.

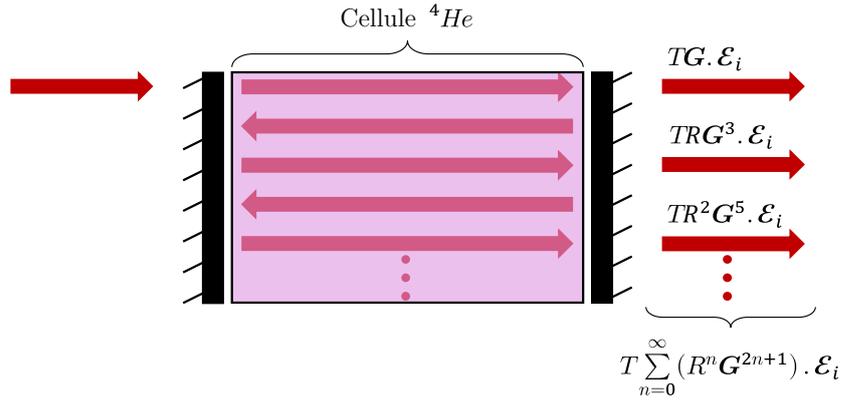


Figure 63 : Principe de calcul du champ électrique en sortie de la cavité Fabry-Pérot entourant une cellule d'hélium. T et R sont les coefficients de transmission et de réflexion des miroirs en terme d'intensité optique.

Nous avons ainsi pu calculer les sensibilités que l'on peut espérer atteindre en cavité pour une mesure mono-axe en biréfringence. Les courbes représentant l'évolution de cette sensibilité en fonction de la longueur d'onde du laser de sonde sont représentées en figure 64. Nous limitons volontairement l'intensité de la sonde à des valeurs assez basses en comparaison de l'architecture « classique » (ici $80 \mu\text{W}$ pour la sonde et $180 \mu\text{W}$ pour la pompe) de sorte que la dynamique des atomes est dominée par le pompage de la pompe et non par les effets de light-shifts induits par la sonde. De cette manière, nous pouvons affirmer sans trop commettre d'erreur que les résultats présentés sont cohérents avec le mode de calcul. Nous voyons donc ici que la mise en cavité semble s'avérer une bonne option pour améliorer la sensibilité mais ne semble pas non plus permettre d'atteindre simplement des niveaux de bruit de l'ordre de ceux des meilleurs magnétomètres à alcalins (typiquement inférieurs au $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$). Il pourrait malgré tout être intéressant d'explorer théoriquement ou expérimentalement les régimes plus complexes dans lesquels la sonde affecte le milieu atomique enfermé dans la cavité, dans la limite où l'absorption n'est pas trop intense afin de ne pas absorber tout le faisceau. Pour les mesures de biréfringence, cela semble parfaitement envisageable.

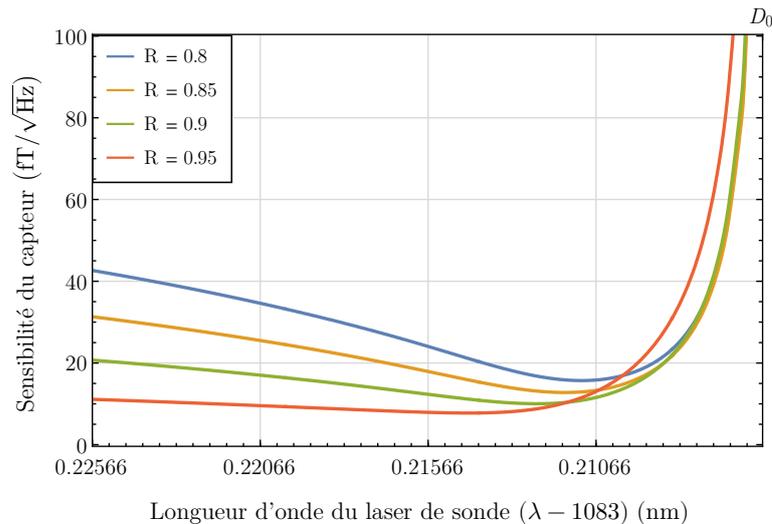


Figure 64 : Evolution de la sensibilité d'une mesure de biréfringence en cavité en effet Hanle en fonction de la longueur d'onde du laser de sonde. Quatre valeurs de réflectivité des miroirs sont représentées, toujours en vérifiant que la dynamique des atomes est dominée par le laser de pompe. Les puissances optiques des lasers sont ici de $80 \mu\text{W}$ pour la sonde et $180 \mu\text{W}$ pour la pompe.

Annexe I. Etat d'équilibre du pompage optique pour de faibles puissances optiques.

A l'équilibre thermique, et en l'absence de champ magnétique et d'irradiation lumineuse, les trois sous-niveaux Zeeman de l'état 2^3S_1 ($m = 0, \pm 1$) sont également peuplés, et la polarisation atomique du gaz d'hélium, $\langle \hat{T}_q^{(k \neq 0)} \rangle$, est nulle.

Par application d'un faisceau lumineux de polarisation linéaire (et dont l'axe de polarisation définit l'axe de quantification du système, ici l'axe Ox), les atomes subissent un « cycle de pompage optique » qui a pour effet de créer une polarisation atomique non nulle. Dans cette configuration, seuls les atomes dans l'état $m = 0$ peuvent absorber un photon et monter dans l'état 2^3P_0 . Ils retournent ensuite par émission spontanée dans l'état métastable, de façon équitable dans les trois sous-niveaux.

En négligeant la relaxation de cet état, au bout d'un certain nombre de cycles de pompage optique, il ne resterait aucun atome dans l'état $m = 0$, et les deux sous-niveaux $m = -1$ et $m = +1$ seraient identiquement peuplés. D'un point de vue de la polarisation atomique, cela se traduirait par l'apparition d'un alignement caractérisé par [68] :

$$\langle \hat{T}_{q,eq}^{(2)} \rangle = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{N_{-1} + N_{+1} - 2N_0}{N_{-1} + N_{+1} + N_0} = \frac{1}{\sqrt{6}} & \text{pour } q = 0 \\ 0 & \text{pour } q \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A.I.1})$$

où N_m représente la population du sous-niveau Zeeman m .

On peut montrer [60] que la polarisation atomique évoluerait sous l'action du faisceau lumineux de la façon suivante :

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{T}_q^{(2)} \rangle = \frac{1}{T_p} (\langle \hat{T}_{q,eq}^{(2)} \rangle - \langle \hat{T}_q^{(2)} \rangle) \quad (\text{A.I.2})$$

L'alignement de la vapeur tend vers la valeur imposée par le pompage optique, avec un temps caractéristique T_p , appelé temps de pompage, inversement proportionnel à l'intensité lumineuse. De façon rigoureuse, il faudrait considérer que les différents rangs q de polarisation tendent vers leur valeur limite avec des constantes de temps différentes. L'approximation à trois étapes étant un modèle principalement qualitatif, nous négligeons pour le simplifier le caractère anisotrope de la relaxation optique.

En parallèle du phénomène de pompage, les atomes de l'état métastable retombent dans l'état fondamental avec une constante de temps T_e . Cette relaxation est due à des collisions entre atomes ou à des collisions contre les parois de la cellule, qui agissent de façon totalement indépendante de la polarisation atomique. Cette relaxation est donc isotrope. Bien qu'elle diminue le nombre d'atomes dans l'état métastable à l'échelle de la cellule, le plasma repeuple en permanence cet état, de sorte que la population totale du niveau 2^3S_1 est constante. Enfin, les atomes qui arrivent dans l'état métastable ont une probabilité égale d'arriver dans n'importe quel sous-niveau, de sorte « l'évolution » de la population du niveau 2^3S_1 n'affecte pas la polarisation atomique. L'évolution de l'alignement atomique s'écrit alors simplement :

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{T}_q^{(2)} \rangle = -\frac{1}{T_e} \langle \hat{T}_q^{(2)} \rangle \quad (\text{A.I.3})$$

En ajoutant les deux causes d'évolution (pompage optique et relaxation), l'évolution de l'alignement est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{T}_q^{(2)} \rangle = - \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_p} \right) \langle \hat{T}_q^{(2)} \rangle + \frac{1}{T_p} \langle \hat{T}_{q,eq}^{(2)} \rangle \quad (\text{A.I.4})$$

À l'état stationnaire, la solution de cette équation s'obtient facilement :

$$\langle \hat{T}_{q,ss}^{(2)} \rangle = \frac{\Gamma_p}{\Gamma_e + \Gamma_p} \langle \hat{T}_{q,eq}^{(2)} \rangle \quad (\text{A.I.5})$$

avec $\Gamma_e = \frac{1}{T_e}$ et $\Gamma_p = \frac{1}{T_p}$ les taux de relaxation naturelle et optique. Finalement, en écrivant les cinq composantes d'alignement sous forme d'un vecteur colonne M , on obtient :

$$M_{x,ss} = \frac{\Gamma_p}{\Gamma_e + \Gamma_p} \left(0 \quad 0 \quad \frac{1}{\sqrt{6}} \quad 0 \quad 0 \right)^t \quad (\text{A.I.6})$$

Annexe II. **Décomposition tensorielle de la matrice densité des photons pour différentes directions de propagation**

Polarisation	Naturelle	Circulaire		Rectiligne ; $\phi = (\mathbf{Oz}, \mathbf{e}_\lambda)$				
		σ^+	σ^-	ϕ	0	$\pi/2$	$\pi/4$	$3\pi/4$
ϕ_0^0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
ϕ_0^1	0	0	0	0	0	0	0	0
$\phi_{\pm 1}^1$	0	$\mp \frac{1}{2}$	$\pm \frac{1}{2}$	0	0	0	0	0
ϕ_0^2	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}(3\cos^2(\phi) - 1)$	$-\frac{2}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$
$\phi_{\pm 1}^2$	0	0	0	$\frac{-i}{2}\sin(2\phi)$	0	0	$-\frac{i}{2}$	$\frac{i}{2}$
$\phi_{\pm 2}^2$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}\sin^2(\phi)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Faisceau se propageant suivant l'axe Ox

Polarisation	Naturelle	Circulaire		Rectiligne ; $\phi = (\mathbf{Oz}, \mathbf{e}_\lambda)$				
		σ^+	σ^-	ϕ	0	$\pi/2$	$\pi/4$	$3\pi/4$
ϕ_0^0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
ϕ_0^1	0	0	0	0	0	0	0	0
$\phi_{\pm 1}^1$	0	$-\frac{i}{2}$	$+\frac{i}{2}$	0	0	0	0	0
ϕ_0^2	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}(3\cos^2(\phi) - 1)$	$-\frac{2}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{6}}$
$\phi_{\pm 1}^2$	0	0	0	$\mp \frac{i}{2}\sin(2\phi)$	0	0	$\pm \frac{1}{2}$	$\mp \frac{1}{2}$
$\phi_{\pm 2}^2$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}\sin^2(\phi)$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$

Faisceau se propageant suivant l'axe Oy

Annexe III. Éléments de calcul pour les raies D_0 , D_1 et D_2

Au cours de ce manuscrit nous n'avons explicité en détail toutes les expressions des signaux pour la raie D_0 uniquement, afin de ne pas alourdir l'exposé inutilement. Les expressions finales des signaux ne peuvent pas être présentées simplement sans faire usage d'approximations. Nous n'allons donc pas essayer d'exprimer les résultats pour les trois raies, qui seraient nécessairement incomplets. En revanche, il est facile de donner les éléments essentiels pour chacune permettant de retrouver rapidement les résultats.

Nous avons vu que l'équation de Liouville en l'absence de champ RF se résume à trois termes que sont l'évolutions magnétique, la relaxation et un terme d'équilibre de pompage. Le premier est indépendant de la raie de pompage utilisée. Les deux autres en revanche en dépendent fortement. Nous allons donc les expliciter pour les trois raies D de l'hélium, dans le cas d'un pompage par dépopulation (donc à pression suffisamment forte pour dépolariiser l'état excité avant émission spontanée). Notons enfin que pour simplifier au maximum les expressions, il est plus intéressant ici de considérer que la direction de pompage (la direction de polarisation du faisceau de pompe) définit notre axe de quantification. Aucune cohérence n'est alors introduite dans le système, la matrice de relaxation est alors diagonale, et seul $m_0^{(2)}$ est peut être rendu non-nul par le pompage. Le terme de light-shift, si nécessaire, est donné de façon générale par (VI.5).

Nous notons " $diag[V]$ " la matrice diagonale dont les termes diagonaux sont donnés par le vecteur V et $\mathbb{1}$ la matrice identité.

	D_0	D_1	D_2
R	$diag \left[\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{2}\gamma_p \\ 2\gamma_p \\ \frac{3}{2}\gamma_p \\ 0 \end{pmatrix} \right] + \Gamma_e \mathbb{1}$	$diag \left[\begin{pmatrix} \frac{3}{2}\gamma_p \\ \frac{3}{4}\gamma_p \\ \frac{1}{2}\gamma_p \\ \frac{3}{4}\gamma_p \\ \frac{3}{2}\gamma_p \end{pmatrix} \right] + \Gamma_e \mathbb{1}$	$diag \left[\begin{pmatrix} \frac{9}{10}\gamma_p \\ \frac{21}{20}\gamma_p \\ \frac{11}{10}\gamma_p \\ \frac{21}{20}\gamma_p \\ \frac{9}{10}\gamma_p \end{pmatrix} \right] + \Gamma_e \mathbb{1}$
M_{ss}	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{5\sqrt{6}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Tableau A.V- 1 : Matrice de relaxation R et état stationnaire M_{ss} issus du pompage de l'hélium en polarisation linéaire suivant l'axe de quantification pour les raies D_0 , D_1 et D_2 .

Annexe IV. Matrices de susceptibilité en base cartésienne

Nous écrivons sous forme matricielle ici les expressions des différentes composantes de la susceptibilité diélectrique de l'hélium sous pompage optique. Le calcul est effectué à partir de la référence [44].

χ_0 n'est liée qu'à la population totale de l'état métastable. Elle ne crée aucune anisotropie au sein du milieu atomique et est totalement indépendante du pompage optique dans nos conditions.

χ_1 est uniquement liée à l'orientation atomique de la vapeur. L'anisotropie issue correspond à un dichroïsme circulaire ainsi qu'une biréfringence circulaire (rotation de polarisation du faisceau).

χ_2 est uniquement liée à l'alignement atomique de la vapeur. Elle est à l'origine d'un dichroïsme linéaire et d'une biréfringence linéaire de la vapeur (changement d'ellipticité du faisceau).

$$\frac{\chi_{0,xyz}}{3i\lambda n\pi r_e c f_{D_i} \mathcal{V}(\omega)} = Q_0 \frac{m_0^{(0)}}{\sqrt{3}} \mathbb{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{1,xyz}}{3i\lambda n\pi r_e c f_{D_i} \mathcal{V}(\omega)} &= \frac{i}{\sqrt{2}} Q_1 \begin{pmatrix} 0 & m_0^{(1)} & \sqrt{2}\text{Im}(m_1^{(1)}) \\ -m_0^{(1)} & 0 & -\sqrt{2}\text{Re}(m_1^{(1)}) \\ -\sqrt{2}\text{Im}(m_1^{(1)}) & \sqrt{2}\text{Re}(m_1^{(1)}) & 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{-i}{2} Q_1 \begin{pmatrix} 0 & -\langle \hat{J}_z \rangle & \langle \hat{J}_y \rangle \\ \langle \hat{J}_z \rangle & 0 & -\langle \hat{J}_x \rangle \\ -\langle \hat{J}_y \rangle & \langle \hat{J}_x \rangle & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{2,xyz}}{3i\lambda n\pi r_e c f_{D_i} \mathcal{V}(\omega)} &= Q_2 \begin{pmatrix} \frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} - \text{Re}(m_2^{(2)}) & -\text{Im}(m_2^{(2)}) & \text{Re}(m_1^{(2)}) \\ -\text{Im}(m_2^{(2)}) & \frac{m_0^{(2)}}{\sqrt{6}} + \text{Re}(m_2^{(2)}) & \text{Im}(m_1^{(2)}) \\ \text{Re}(m_1^{(2)}) & \text{Im}(m_1^{(2)}) & -\sqrt{\frac{2}{3}}m_0^{(2)} \end{pmatrix} \\ &= -Q_2 \begin{pmatrix} \langle \hat{J}_x^2 \rangle - (1/3)J(J+1) & (1/2)\langle \hat{J}_x \hat{J}_y + \hat{J}_y \hat{J}_x \rangle & (1/2)\langle \hat{J}_x \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_x \rangle \\ (1/2)\langle \hat{J}_x \hat{J}_y + \hat{J}_y \hat{J}_x \rangle & \langle \hat{J}_y^2 \rangle - (1/3)J(J+1) & (1/2)\langle \hat{J}_y \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_y \rangle \\ (1/2)\langle \hat{J}_x \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_x \rangle & (1/2)\langle \hat{J}_y \hat{J}_z + \hat{J}_z \hat{J}_y \rangle & \langle \hat{J}_z^2 \rangle - (1/3)J(J+1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

	Q_0	Q_1	Q_2
D_0	1	1	1
D_1	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
D_2	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

Annexe V. Expression du signal de photodétection

Le développement ci-dessous a été présenté en détail dans [45,75,76].

Considérons une onde plane se propageant suivant l'axe Oz , au travers d'un milieu diélectrique dont les propriétés optiques d'absorption et de dispersion sont données par une matrice de susceptibilité χ . Le champ électrique de l'onde lumineuse traversant le milieu est alors donné par :

$$\mathcal{E}_o = e^{i\frac{\omega l}{c}\sqrt{1+\chi_{xy}}} e^{-i\omega t} \mathcal{E}_i \quad (\text{A.V.1})$$

où l est la longueur de la cellule, χ_{xy} est la restriction de la susceptibilité au plan (xOy) contenant la direction de polarisation de l'onde.

Pour un milieu de faible susceptibilité électrique, et de faible épaisseur optique, on peut simplifier cette équation comme :

$$\mathcal{E}_o = \left(1 + i\frac{\omega l \chi_{xy}}{c}\right) e^{i(\frac{\omega l}{c} - \omega t)} \mathcal{E}_i \quad (\text{A.V.2})$$

Cette équation est suffisante pour trouver les effets du milieu sur la lumière de façon simple, mais présente l'inconvénient de donner l'évolution du champ électrique de l'onde. Il est généralement plus facile de travailler avec l'intensité optique, directement mesurable expérimentalement. On préfère ainsi utiliser une matrice de polarisation π qui se définit dans la notation de Dirac :

$$\pi = (2\epsilon_0 c) |\mathcal{E}\rangle \langle \mathcal{E}| = I_0 |e_\lambda\rangle \langle e_\lambda| = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_x & \mathcal{E}_y^* \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_x^* \mathcal{E}_y & \mathcal{E}_y^* \mathcal{E}_y \end{pmatrix} \quad (\text{A.V.3})$$

où $|e_\lambda\rangle$ correspond au vecteur polarisation du faisceau lumineux et I_0 à son intensité optique.

En appelant π_T et π_I les polarisations des faisceaux transmis et incident, on obtient :

$$\begin{aligned} \pi_T &= \left(1 + i\frac{\omega l \chi_{xy}}{c}\right) \pi_I \left(1 + i\frac{\omega l \chi_{xy}}{c}\right)^\dagger \\ &\approx \pi_I + i\frac{\omega l \chi_{xy}}{c} \pi_I + \pi_I \left(i\frac{\omega l \chi_{xy}}{c}\right)^\dagger \end{aligned} \quad (\text{A.V.4})$$

La matrice de susceptibilité diélectrique peut ensuite être décomposée en une partie hermitienne et une partie non hermitienne :

$$i\frac{\omega l \chi_{xy}}{c} = -3\alpha \left(\frac{\gamma_p}{2} + i\Delta E\right) B, \quad (B^\dagger = B) \quad (\text{A.V.5})$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega_0 l}{I} n \hbar \\ \frac{\gamma_p}{2} + i\Delta E &= I_0 \frac{\pi^2 r_e c f_{D_i}}{\hbar \omega_0} (\text{Re}(\mathcal{V}(\omega)) + i\text{Im}(\mathcal{V}(\omega))) \end{aligned} \quad (\text{A.V.6})$$

On obtient ensuite :

$$\begin{aligned}
\pi_T - \pi_I &= -3\alpha \left(\frac{\gamma_p}{2} + i\Delta E \right) B\pi_I + \pi_I \left(-3\alpha \left(\frac{\gamma_p}{2} + i\Delta E \right) B \right)^\dagger \\
&= -3\alpha \frac{\gamma_p}{2} (B \cdot \pi_I) - 3i\alpha \Delta E (B \cdot \pi_I) - 3\alpha \frac{\gamma_p}{2} (\pi_I \cdot B) + 3i\alpha \Delta E (\pi_I \cdot B) \quad (\text{A.V.7}) \\
&= -3\alpha \frac{\Gamma}{2} \{B, \pi_I\} - 3i\alpha \Delta E [B, \pi_I]
\end{aligned}$$

La matrice B est définie comme :

$$B = \begin{pmatrix} b_0 + b_3 & b_1 - ib_2 \\ b_1 + ib_2 & b_0 - b_3 \end{pmatrix} = \sum_n b_n \sigma_n \quad (\text{A.V.8})$$

avec σ_0 la matrice identité, et $\sigma_{1,2,3}$ les trois matrices de Pauli.

$$\begin{cases} b_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} (Q_0 \sqrt{2} m_0^{(0)} + Q_2 m_0^{(2)}) \\ b_1 = -Q_2 \text{Im}(m_2^{(2)}) \\ b_2 = -Q_1 \frac{m_0^{(1)}}{\sqrt{2}} \\ b_3 = -Q_2 \text{Re}(m_2^{(2)}) \end{cases} \quad (\text{A.V.9})$$

	Q_0	Q_1	Q_2
D_0	1	1	1
D_1	1	$1/2$	$-1/2$
D_2	1	$-1/2$	$1/10$

Dans une expérience de pompage optique, il est très courant d'utiliser un polariseur en entrée de cellule (ou identiquement un faisceau laser déjà polarisé), ainsi qu'un analyseur non absorbant en sortie de cellule avant la photodétection. De manière la plus générale le polariseur est constitué d'un polariseur linéaire faisant un angle Ψ_1 avec l'axe Ox , et d'une lame à retard dont les axes propres (rapide et lent) sont alignés avec Ox et Oy , de retard $2\theta_1$. L'analyseur est constitué d'une lame à retard de même alignement que la première, de retard $2\theta_2$, et d'un polariseur linéaire faisant un angle Ψ_2 avec l'axe Ox . En appelant $|e_\lambda\rangle$ et $|e_a\rangle$ les états de polarisations transmises par le polariseur et l'analyseur :

$$\begin{aligned}
|e_\lambda\rangle &= e^{-i\theta_1} \cos(\Psi_1) |e_x\rangle + e^{i\theta_1} \sin(\Psi_1) |e_y\rangle \\
|e_a\rangle &= e^{i\theta_2} \cos(\Psi_2) |e_x\rangle + e^{-i\theta_2} \sin(\Psi_2) |e_y\rangle
\end{aligned} \quad (\text{A.V.10})$$

L'intensité mesurée par le photodétecteur est la trace de la matrice polarisation, de sorte que l'on aboutit à :

$$\begin{aligned}
I_{mes} &= \text{Tr}(M_a(\pi_T)M_a^\dagger) \\
&= \text{Tr}(M_a(\pi_I)M_a^\dagger) + \text{Tr}(M_a(\pi_T - \pi_I)M_a^\dagger) \\
&= I_0|\langle \mathbf{e}_a | \mathbf{e}_\lambda \rangle|^2 + \text{Tr}(M_a(\pi_T - \pi_I)M_a^\dagger) \\
&= I_0|\langle \mathbf{e}_a | \mathbf{e}_\lambda \rangle|^2 + \Delta I
\end{aligned} \tag{A.V.11}$$

avec

$$\begin{aligned}
\Delta I &= -3\alpha I_0 \frac{\gamma_p}{2} (\langle \mathbf{e}_a | B | \mathbf{e}_\lambda \rangle \langle \mathbf{e}_\lambda | \mathbf{e}_a \rangle + c.c.) \\
&\quad - 3i\alpha I_0 \Delta E (\langle \mathbf{e}_a | B | \mathbf{e}_\lambda \rangle \langle \mathbf{e}_\lambda | \mathbf{e}_a \rangle - c.c.)
\end{aligned} \tag{A.V.12}$$

Cette équation peut finalement se réécrire sous la forme donnée en (III.16) :

$$\Delta I = -3\alpha I_0 \sum_{n=0}^3 b_n \left(\frac{\gamma_p}{2} R_n - \Delta E V_n \right) \tag{A.V.13}$$

où R_n et V_n sont des nombres qui dépendent uniquement du polariseur et de l'analyseur choisis, dont les valeurs sont données ci-dessous.

$$R_n + iV_n = 2\langle \mathbf{e}_a | \sigma_n | \mathbf{e}_\lambda \rangle \langle \mathbf{e}_\lambda | \mathbf{e}_a \rangle$$

n	R_n	V_n
0	$2\cos^2(\theta_1 + \theta_2)\cos^2(\Psi_1 - \Psi_2) + 2\sin^2(\theta_1 + \theta_2)\cos^2(\Psi_1 + \Psi_2)$	0
1	$\sin(2\Psi_1)\cos(2\theta_1) + \sin(2\Psi_2)\cos(2\theta_2)$	$\sin(2\Psi_1)\cos(2\Psi_2)\sin(2\theta_1) + \sin(2\Psi_2)\cos(2\Psi_1)\sin(2\theta_2)$
2	$\sin(2\Psi_1)\sin(2\theta_1) - \sin(2\Psi_2)\sin(2\theta_2)$	$\cos(2\Psi_1)\sin(2\Psi_2)\cos(2\theta_2) - \cos(2\Psi_2)\sin(2\Psi_1)\cos(2\theta_1)$
3	$2\cos(\Psi_1 + \Psi_2)\cos(\Psi_1 - \Psi_2)$	$-\sin(2\Psi_1)\sin(2\Psi_2)\sin(2(\theta_1 + \theta_2))$

Annexe VI. Corrections non séculaires à la dynamique du magnétomètre à résonance paramétrique en alignement

Les termes de correction non séculaire au premier ordre en Γ/Ω et $\gamma B_0/\Omega$ peuvent être calculés par récurrence à l'aide d'équations intégrales écrites par J. Dupont-Roc en orientation [88,89]. Sur le même principe, on définit ${}^{(1)}\overline{m}_q^{(2)}$ cette correction non séculaire, que l'on peut écrire en alignement dans le régime de faible puissance optique :

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^{(1)}\overline{m}_0^{(2)} = \exp(-\Gamma t) \int_{-\infty}^t \exp[\Gamma\tau] \\ \quad \times \left(i\sqrt{\frac{3}{2}} (\overline{\omega}_+ {}^{(0)}\overline{m}_{-1}^{(2)} + \overline{\omega}_- {}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)}) + \Gamma {}^{(0)}\overline{m}_{0,eq}^{(2)} \right) d\tau \\ {}^{(1)}\overline{m}_1^{(2)} = \exp \left[-\Gamma t + i\overline{\omega}_y t + i\frac{\overline{\Omega}_1}{\Omega} \sin(\Omega t) \right] \\ \quad \times \int_{-\infty}^t \exp \left[\Gamma\tau - i\overline{\omega}_y \tau - i\frac{\overline{\Omega}_1}{\Omega} \sin(\Omega\tau) \right] \\ \quad \times \left(i\sqrt{\frac{3}{2}} \overline{\omega}_+ {}^{(0)}\overline{m}_0^{(2)} + i\overline{\omega}_- {}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} + \Gamma {}^{(0)}\overline{m}_{1,eq}^{(2)} \right) d\tau \\ {}^{(1)}\overline{m}_2^{(2)} = \exp \left[-\Gamma t + 2i\overline{\omega}_y t + 2i\frac{\overline{\Omega}_1}{\Omega} \sin(\Omega t) \right] \\ \quad \times \int_{-\infty}^t \exp \left[\Gamma\tau - 2i\overline{\omega}_y \tau - 2i\frac{\overline{\Omega}_1}{\Omega} \sin(\Omega\tau) \right] \\ \quad \times \left(i\overline{\omega}_+ {}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} + \Gamma {}^{(0)}\overline{m}_{2,eq}^{(2)} \right) d\tau \end{array} \right. \quad (\text{A.VI.1})$$

L'intégration n'est pas compliquée mais les résultats sont très lourds à écrire. Nous nous contentons ici d'exprimer les termes qui interviennent dans les signaux des expériences que nous avons réalisées :

$$\left\{ \begin{array}{l}
{}^{(1)}\overline{m}_0^{(2)} = {}^{(0)}\overline{m}_{0,eq}^{(2)} + \sqrt{6} \left[\left(\frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) C_0 \right. \\
\quad \left. + \left(\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) - \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) N_0 \right] \\
\operatorname{Im} \left({}^{(1)}\overline{m}_1^{(2)} \right) = \left(\frac{\Gamma}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_{1,eq}^{(2)} - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_0^{(2)} \right) C_1 \\
\quad + \left(-\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) \right) C_3 \\
\quad + \left(\frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_2^{(2)} \right) \right) N_1 - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_0^{(2)} N_2 \\
\operatorname{Re} \left({}^{(1)}\overline{m}_2^{(2)} \right) = \left(\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) + \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) N_3 - \frac{\Gamma}{\Omega} {}^{(0)}\overline{m}_{2,eq}^{(2)} N_4 \\
\quad + \left(\frac{\overline{\omega}_x}{\Omega} \operatorname{Im} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) - \frac{\overline{\omega}_z}{\Omega} \operatorname{Re} \left({}^{(0)}\overline{m}_1^{(2)} \right) \right) C_2
\end{array} \right. \quad (\text{A.VI.2})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l}
N_0 = \sum_{q>0} 2\sin(2q\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{2q,1}}{2q} \\
N_1 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{-q+2r,1} - \mathcal{J}_{-q-2r,1})}{q} \\
N_2 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r,1} - \mathcal{J}_{q-2r,1})}{q} \\
N_3 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r,2} - \mathcal{J}_{q-2r,2})}{q} \\
N_4 = \sum_{q,r>0} 2\sin(2r\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,2}(\mathcal{J}_{q+2r,2} - \mathcal{J}_{q-2r,2})}{q} \\
C_0 = \sum_{q>0} 2\cos((2q-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{2q-1,1}}{2q-1} \\
C_1 = \sum_{q,r>0} 2\cos((2r-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r-1,1} + \mathcal{J}_{q-2r+1,1})}{q} \\
C_2 = \sum_{q,r>0} 2\cos((2r-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{q+2r-1,2} + \mathcal{J}_{q-2r+1,2})}{q} \\
C_3 = \sum_{q,r>0} 2\cos((2r-1)\Omega t) \frac{\mathcal{J}_{q,1}(\mathcal{J}_{-q+2r-1,1} + \mathcal{J}_{-q-2r+1,1})}{q}
\end{array} \right. \quad (\text{A.VI.3})$$

Bibliographie

- [1] E. K. Zavoisky - Paramagnetic relaxation of liquid solutions for perpendicular fields, *Journal of Physics* **9**, 211 (1945).
- [2] E.M. Purcell, H.C. Torrey, R.V. Pound - Resonance Absorption by Nuclear Magnetic Moments in a Solid, *Physical Review* **69**, 37 (1946).
- [3] F. Bloch, W.W. Hansen, M. Packard - Nuclear Induction, *Physical Review* **69**, 127 (1946).
- [4] F. Bloch - Nuclear Induction, *Physical Review* **70**, 460 (1946).
- [5] F. Bloch, W.W. Hansen, M. Packard - The Nuclear Induction Experiment, *Physical Review* **70**, 474 (1946).
- [6] A. Kastler - Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. Application à l'expérience de Stern et Gerlach et à la résonance magnétique, *Journal de Physique et Le Radium* **11**, 255 (1950).
- [7] A. Kastler - Les Méthodes Optiques d'Orientation Atomique et leurs Applications, *Proceedings of the Physical Society. Section A* **67**, 853 (1954).
- [8] F. Bitter - The Optical Detection of Radiofrequency Resonance, *Physical Review* **76**, 833 (1949).
- [9] J. Brossel, F. Bitter - A New "Double Resonance" Method for Investigating Atomic Energy Levels. Application to Hg P 1 3, *Physical Review* **86**, 308 (1952).
- [10] R.E. Slocum - Advances in optically pumped He4 magnetometers : Resonance and nonresonance techniques, *Revue de Physique Appliquée* **5**, 109 (1970).
- [11] D. Budker, D.F.J. Kimball - Optical Magnetometry, *Optical Magnetometry* (Cambridge University Press, 2013).
- [12] J.M. Leger, F. Bertrand - Swarm Absolute Scalar and Vector Magnetometer Based on Helium 4 Optical Pumping, *Procedia Chemistry* **1**, (2009).
- [13] W. Hanle - Über magnetische Beeinflussung der Polarisierung der Resonanzfluoreszenz, *Zeitschrift für Physik* **30**, 93 (1924).
- [14] J.P. Barrat, C. Cohen-Tannoudji - Étude du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité, *Journal de Physique et Le Radium* **22**, 329 (1961).
- [15] J.P. Barrat, C. Cohen-Tannoudji - Élargissement et déplacement des raies de résonance magnétique causés par une excitation optique, *Journal de Physique et Le Radium* **22**, 443 (1961).
- [16] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloë - Diverses résonances de croisement de niveaux sur des atomes pompés optiquement en champ nul, *Revue de Physique Appliquée* **5**, 95 (1970).
- [17] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloë - Diverses résonances de croisement de niveaux sur des atomes pompés optiquement en champ nul II. Applications à la mesure de champs faibles, *Revue de Physique Appliquée* **5**, 102 (1970).
- [18] W. Happer - Optical Pumping, *Reviews of Modern Physics* **44**, 169 (1972).
- [19] D.S. Betts, M. Leduc - L'hélium polarisé : méthodes et applications, *Annales de Physique* **11**, 267 (1986).
- [20] J.C. Allred, R.N. Lyman, T.W. Kornack, M.V. Romalis - High-Sensitivity Atomic Magnetometer Unaffected by Spin-Exchange Relaxation, *Physical Review Letters* **89**, 130801 (2002).
- [21] I.K. Kominis, T.W. Kornack, J.C. Allred, M.V. Romalis - A subfemtotesla multichannel atomic magnetometer, *Nature* **422**, 596 (2003).

- [22] E.B. Aleksandrov, M.V. Balabas, A.K. Vershovskii, A.E. Ivanov, N.N. Yakobson, V.L. Velichanskii, N.V. Senkov - Laser pumping in the scheme of an Mx-magnetometer, *Optics and Spectroscopy* **78**, 292 (1995).
- [23] D. Budker, V. Yashchuk, M. Zolotarev - Nonlinear Magneto-optic Effects with Ultranarrow Widths, *Physical Review Letters* **81**, 5788 (1998).
- [24] D. Budker, D.F. Kimball, S.M. Rochester, V.V. Yashchuk, M. Zolotarev - Sensitive magnetometry based on nonlinear magneto-optical rotation, *Physical Review A* **62**, (2000).
- [25] J. Clarke, A.I. Braginski, editors - The SQUID handbook, *The SQUID Handbook* (Wiley-VCH, Weinheim, 2004).
- [26] S. Supek, C.J. Aine, editors - Magnetoencephalography: From Signals to Dynamic Cortical Networks, *Magnetoencephalography: From Signals to Dynamic Cortical Networks* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2014).
- [27] J. Iivanainen, M. Stenroos, L. Parkkonen - Measuring MEG closer to the brain: Performance of on-scalp sensor arrays, *NeuroImage* **147**, 542 (2017).
- [28] H. Xia, A. Ben-Amar Baranga, D. Hoffman, M.V. Romalis - Magnetoencephalography with an atomic magnetometer, *Applied Physics Letters* **89**, 211104 (2006).
- [29] T.H. Sander, J. Preusser, R. Mhaskar, J. Kitching, L. Trahms, S. Knappe - Magnetoencephalography with a chip-scale atomic magnetometer, *Biomedical Optics Express* **3**, 981 (2012).
- [30] S. Knappe, T. Sander, L. Trahms - Optically-Pumped Magnetometers for MEG, in *Magnetoencephalography*, edited by S. Supek and C. J. Aine (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2014), pp. 993–999.
- [31] E. Boto, S.S. Meyer, V. Shah, O. Alem, S. Knappe, P. Kruger, T.M. Fromhold, M. Lim, P.M. Glover, P.G. Morris, R. Bowtell, G.R. Barnes, M.J. Brookes - A new generation of magnetoencephalography: Room temperature measurements using optically-pumped magnetometers, *NeuroImage* **149**, 404 (2017).
- [32] A. Borna, T.R. Carter, J.D. Goldberg, A.P. Colombo, Y.-Y. Jau, C. Berry, J. McKay, J. Stephen, M. Weisend, P.D.D. Schwindt - A 20-channel magnetoencephalography system based on optically pumped magnetometers, *Physics in Medicine and Biology* (2017).
- [33] E. Boto, N. Holmes, J. Leggett, G. Roberts, V. Shah, S.S. Meyer, L.D. Muñoz, K.J. Mullinger, T.M. Tierney, S. Bestmann, G.R. Barnes, R. Bowtell, M.J. Brookes - Moving magnetoencephalography towards real-world applications with a wearable system, *Nature* **555**, 657 (2018).
- [34] R. Zetter, J. Iivanainen, L. Parkkonen - Optical Co-registration of MRI and On-scalp MEG, *Scientific Reports* **9**, (2019).
- [35] N. van Klink, A. Hillebrand, M. Zijlmans - Identification of epileptic high frequency oscillations in the time domain by using MEG beamformer-based virtual sensors, *Clinical Neurophysiology* **127**, 197 (2016).
- [36] J. Velmurugan, S.S. Nagarajan, N. Mariyappa, S.G. Ravi, K. Thennarasu, R.C. Mundlamuri, K. Raghavendra, R.D. Bharath, J. Saini, A. Arivazhagan, J. Rajan, A. Mahadevan, M.B. Rao, P. Satishchandra, S. Sinha - Magnetoencephalographic imaging of ictal high-frequency oscillations (80-200 Hz) in pharmacologically resistant focal epilepsy, *Epilepsia* **59**, 190 (2018).
- [37] S. Morales, M.C. Corsi, W. Fourcault, F. Bertrand, G. Cauffet, C. Gobbo, F. Alcouffe, F. Lenouvel, M. Le Prado, F. Berger, G. Vanzetto, E. Labyt - Magnetocardiography measurements

- with ^4He vector optically pumped magnetometers at room temperature, *Physics in Medicine & Biology* **62**, 7267 (2017).
- [38] E. Labyt, M. Corsi, W. Fourcault, A. Palacios-Laloy, F. Lenouvel, G. Cauffet, M.L. Prado, F. Berger, S. Morales - Magnetoencephalography With Optically Pumped ^4He Magnetometers at Ambient Temperature, *IEEE Transactions on Medical Imaging* **38**, 90 (2019).
- [39] B. Riaz, C. Pfeiffer, J.F. Schneiderman - Evaluation of realistic layouts for next generation on-scalp MEG: spatial information density maps, *Scientific Reports* **7**, 1 (2017).
- [40] M. Auzinsh, D. Budker, S. Rochester - Optically Polarized Atoms: Understanding Light-atom Interactions, *Optically Polarized Atoms: Understanding Light-Atom Interactions* (OUP Oxford, 2010).
- [41] C. Guttin, J.M. Leger, F. Stoeckel - An isotropic earth field scalar magnetometer using optically pumped helium 4, *Le Journal de Physique IV* **04**, C4 (1994).
- [42] E. Breschi, A. Weis - Ground-state Hanle effect based on atomic alignment, *Physical Review A* **86**, 053427 (2012).
- [43] S. Pancharatnam - Theory of double refraction in a gas due to spin alignment: Observations of birefringence in optically pumped helium, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **1**, 250 (1968).
- [44] W. Happer, B.S. Mathur - Effective Operator Formalism in Optical Pumping, *Physical Review* **163**, 12 (1967).
- [45] F. Laloë, M. Leduc, P. Minguzzi - Relations entre l'état angulaire d'une vapeur atomique soumise au pompage optique et ses propriétés d'absorption et de dispersion - Première Partie, *Journal de Physique* **30**, 277 (1969).
- [46] F. Laloë, M. Leduc, P. Minguzzi - Relations entre l'état angulaire d'une vapeur atomique soumise au pompage optique et ses propriétés d'absorption et de dispersion - Seconde Partie, *Journal de Physique* **30**, 341 (1969).
- [47] S. Pancharatnam - Modulated birefringence of a spin-assembly in magnetic resonance, *Physics Letters A* **27**, 509 (1968).
- [48] H. Gilles, B. Cheron, J. Hamel - Dispersive effects in optically pumped ($2\ 3S1$) ^4He atomic vapor measured by using a geometrical optics technique, *Optics Communications* **190**, 179 (2001).
- [49] D. Budker, W. Gawlik, D.F. Kimball, S.M. Rochester, V.V. Yashchuk, A. Weis - Resonant nonlinear magneto-optical effects in atoms, *Reviews of Modern Physics* **74**, 1153 (2002).
- [50] A. Weis, G. Bison, A.S. Pazgalev - Theory of double resonance magnetometers based on atomic alignment, *Physical Review A* **74**, 033401 (2006).
- [51] G.W.F. Drake - Theory of Relativistic Magnetic Dipole Transitions: Lifetime of the Metastable $2\ S\ 3$ State of the Heliumlike Ions, *Physical Review A* **3**, 908 (1971).
- [52] S.S. Hodgman, R.G. Dall, L.J. Byron, K.G.H. Baldwin, S.J. Buckman, A.G. Truscott - Metastable Helium: A New Determination of the Longest Atomic Excited-State Lifetime, *Physical Review Letters* **103**, 053002 (2009).
- [53] S. Maeda - Comparative study of laser-induced metastability-exchange optical pumping of $\text{He}3$ atoms through $23S1$ - $33P1$ transition at 389nm with $23S1$ - $23P1$ transition at 1083nm, *Optical Engineering* **49**, 091014 (2010).
- [54] G.W.F. Drake, editor - Springer Handbook of Atomic, Molecular, and Optical Physics, *Springer Handbook of Atomic, Molecular, and Optical Physics* (Springer-Verlag, New York, 2006).

- [55] W.L. Wiese, J.R. Fuhr - Accurate Atomic Transition Probabilities for Hydrogen, Helium, and Lithium, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **38**, 155 (2009).
- [56] E. Courtade, F. Marion, P.-J. Nacher, G. Tastevin, K. Kiersnowski, T. Dohnalik - Magnetic Field Effects on the 1083 nm Atomic Line of Helium. Optical Pumping of Helium and Optical Polarisation Measurement in High Magnetic Field, *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular and Optical Physics* **21**, 25 (2002).
- [57] D. Bloch, G. Trenec, M. Leduc - Isotope shift of the 23S1-23P transition in helium, *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **18**, 1093 (1985).
- [58] C.J. Foot - Atomic physics, *Atomic Physics* (Oxford University Press, Oxford ; New York, 2005).
- [59] P.J. Nacher, M. Leduc - Optical pumping in 3He with a laser, *Journal de Physique* **46**, 2057 (1985).
- [60] C. Cohen-Tannoudji - Théorie quantique du cycle de pompage optique. Vérification expérimentale des nouveaux effets prévus, Thèse, 1962.
- [61] J R Singer - Advances in quantum electronics, *Advances in Quantum Electronics* (Columbia university press, 1961).
- [62] D.D. McGregor - High-sensitivity helium resonance magnetometers, *Review of Scientific Instruments* **58**, 1067 (1987).
- [63] R.E. Slocum - Orientation dependent resonance and nonresonance effects in optically pumped triplet helium, Thèse, 1969.
- [64] J. Rutkowski - Study and Realization of a Miniature Isotropic Helium Magnetometer, 139 (2014).
- [65] L.D. Schearer - Collision-Induced Mixing in the 2 P 3 Levels of Helium, *Physical Review* **160**, 76 (1967).
- [66] A. Cassimi - Pompage optique de l'hélium par un laser accordable pompe par diode laser : perspectives en magnetometrie, Thèse, 1989.
- [67] J.J. Sakurai, J.J. Napolitano - Modern Quantum Mechanics, *Modern Quantum Mechanics*, 2 edition (Addison-Wesley, Boston, 2010).
- [68] K. Blum - Density Matrix Theory and Applications, *Density Matrix Theory and Applications* (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012).
- [69] F. Beato, E. Belorizky, E. Labyt, M. Le Prado, A. Palacios-Laloy - Theory of a 4He parametric-resonance magnetometer based on atomic alignment, *Physical Review A* **98**, 053431 (2018).
- [70] Serge Haroche - Etude théorique et expérimentale des propriétés physiques d'atomes habillés par des photons de radiofréquence, Thèse, 1971.
- [71] J.-P. Faroux - Etude théorique et expérimentale de la relaxation du niveau 6^3P_1 du mercure (isotopes pairs et impairs) par collisions contre des atomes de gaz rares, Thèse, 1969.
- [72] M. Dumont - Théorie du pompage optique avec un laser. Etude expérimentale dans le cas du néon, de la réponse linéaire et de quelques effets de saturation, 348 (1971).
- [73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë - Mécanique quantique III, *Mécanique quantique III* (2017).
- [74] C. Larat - Laser LNA de puissance, application au pompage optique de l'hélium-3 et des mélanges hélium-3/hélium-4, Thèse, 1991.
- [75] C. Cohen-Tannoudji, F. Laloë - Modification de la matrice polarisation d'un faisceau lumineux lors de la traversée d'une vapeur atomique soumise au pompage optique. - Première Partie, *Journal de Physique* **28**, 505 (1967).

- [76] C. Cohen-Tannoudji, F. Laloë - Modification de la matrice polarisation d'un faisceau lumineux lors de la traversée d'une vapeur atomique soumise au pompage optique. - Deuxième Partie, *Journal de Physique* **28**, 722 (1967).
- [77] S. Pancharatnam - The Ellipsoid of Alignment and its Precessional Motion in Magnetic Resonance, *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **330**, 271 (1972).
- [78] N.G. Van Kampen, F. Lurçat - Causalité et relations de Kramers-Kronig, *J. Phys. Radium* **22**, 179 (1961).
- [79] E. C. Titchmarsh - Introduction to the Theory of Fourier Integrals, *Introduction to the Theory of Fourier Integrals* (1948).
- [80] F. Laloë - Etude des signaux de détection lumineuse dans une expérience de pompage optique. Orientation dans une décharge de niveaux atomiques excités., phdthesis, 1970.
- [81] G. Le Gal, G. Lieb, F. Beato, T. Jager, H. Gilles, A. Palacios-Laloy - Dual-Axis Hanle Magnetometer Based on Atomic Alignment with a Single Optical Access, *Physical Review Applied* **12**, 064010 (2019).
- [82] A. Palacios-Laloy, G. Lieb, F. Beato - Magnétomètre vectoriel en alignement à deux faisceaux de sonde polarisés différemment, FR18/56554 (n.d.).
- [83] F. Beato, A. Palacios-Laloy - Magnétomètre à effet Hanle compact, FR18/60319 (n.d.).
- [84] T. Karaulanov, I. Savukov, Y.J. Kim - Spin-exchange relaxation-free magnetometer with nearly parallel pump and probe beams, *Measurement Science and Technology* **27**, 055002 (2016).
- [85] G. Le Gal, G. Lieb, F. Beato, T. Jager, H. Gilles, A. Palacios-Laloy - Dual-axis Hanle magnetometer based on atomic alignment with a single optical access, *Accepted in Physical Review Applied* (n.d.).
- [86] G. Lieb - Magnétomètres atomiques tout-optique pour des applications spatiales et médicales, Thèse, 2019.
- [87] N. Polonsky, C. Cohen-Tannoudji - Interprétation quantique de la modulation de fréquence, *Journal de Physique* **26**, 409 (1965).
- [88] J. Dupont-Roc - Étude théorique de diverses résonances observables en champ nul sur des atomes « habillés » par des photons de radiofréquence, *Journal de Physique* **32**, 135 (1971).
- [89] J. Dupont-Roc - Détermination par des méthodes optiques des trois composantes d'un champ magnétique très faible, *Revue de Physique Appliquée* **5**, 853 (1970).
- [90] C. Landré - Contribution à l'étude des propriétés physiques d'un atome "habillé" par un champ de radiofréquence linéaire, Thèse, 1970.
- [91] C. Landré, C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche - Anisotropie des propriétés magnétiques d'un atome « habillé » par des photons de RF, *Journal de Physique* **31**, 971 (1970).
- [92] R. Loudon - The quantum theory of light, *The Quantum Theory of Light*, 3rd ed (Oxford University Press, Oxford ; New York, 2000).
- [93] R.J. Glauber - Coherent and Incoherent States of the Radiation Field, *Physical Review* **131**, 2766 (1963).
- [94] C. Cohen-Tannoudji, S. Haroche - Absorption et diffusion de photons optiques par un atome en interaction avec des photons de radiofréquence, *Journal de Physique* **30**, 153 (1969).
- [95] M. Abramowitz, I.A. Stegun - Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* (Courier Corporation, 1964).

- [96] M.P. Ledbetter, I.M. Savukov, V.M. Acosta, D. Budker, M.V. Romalis - Spin-exchange-relaxation-free magnetometry with Cs vapor, *Physical Review A* **77**, (2008).
- [97] F. Beato - Magnétomètre en alignement à décalage angulaire entre polarisations des faisceaux de pompe et de sonde, FR18/60642 (n.d.).
- [98] I.M. Savukov, S.J. Seltzer, M.V. Romalis, K.L. Sauer - Tunable Atomic Magnetometer for Detection of Radio-Frequency Magnetic Fields, *Physical Review Letters* **95**, 063004 (2005).
- [99] A. Grosz, M.J. Haji-Sheikh, S.C. Mukhopadhyay, editors - High Sensitivity Magnetometers, *High Sensitivity Magnetometers* (Springer International Publishing, 2017).
- [100] S.J. Seltzer - Developments in Alkali-metal Atomic Magnetometry, Thèse, 2008.
- [101] W.A. Gardner - Introduction to Random Processes, With Applications to Signals & Systems, *Introduction to Random Processes, With Applications to Signals & Systems*, 2nd edition (Mcgraw-Hill, New York, 1990).
- [102] T.W. Kornack, S.J. Smullin, S.-K. Lee, M.V. Romalis - A low-noise ferrite magnetic shield, *Applied Physics Letters* **90**, 223501 (2007).
- [103] S.-K. Lee, M.V. Romalis - Calculation of magnetic field noise from high-permeability magnetic shields and conducting objects with simple geometry, *Journal of Applied Physics* **103**, 084904 (2008).
- [104] S. Li, P. Vachaspati, D. Sheng, N. Dural, M.V. Romalis - Optical rotation in excess of 100 rad generated by Rb vapor in a multipass cell, *Physical Review A* **84**, 061403 (2011).
- [105] D. Das, A.C. Wilson - Very long optical path-length from a compact multi-pass cell, *Applied Physics B* **103**, 749 (2011).
- [106] D. Sheng, S. Li, N. Dural, M.V. Romalis - Subfemtotesla Scalar Atomic Magnetometry Using Multipass Cells, *Physical Review Letters* **110**, 160802 (2013).
- [107] J.A. Silver - Simple dense-pattern optical multipass cells, *Applied Optics* **44**, 6545 (2005).
- [108] V.G. Lucivero, N.D. McDonough, N. Dural, M.V. Romalis - Correlation function of spin noise due to atomic diffusion, *Physical Review A* **96**, 062702 (2017).
- [109] H. Crepaz, L.Y. Ley, R. Dumke - Cavity enhanced atomic magnetometry, *Scientific Reports* **5**, 15448 (2015).

Quelques résultats théoriques et expérimentaux sur les magnétomètres très bas bruit basés sur le pompage optique de l'hélium 4

François Beato

Résumé

Nous présentons une étude détaillée des magnétomètres hélium 4 à pompage optique en alignement. Ces capteurs fonctionnent intrinsèquement dans un régime de champ magnétique faible ($B \lesssim 150$ nT), mais leur gamme de fonctionnement peut être grandement étendue en utilisant une boucle de compensation du champ.

En réutilisant les théories du pompage optique et de l'atome habillé développées dans les années 60, nous obtenons les expressions détaillées des signaux optiques de nos magnétomètres pour les trois raies D_0 , D_1 et D_2 . Nous étudions ainsi les différentes architectures de capteurs qui peuvent être réalisées, en prenant soin de détailler les deux modes de mesure permis par l'alignement (absorption et biréfringence linéaire). Nous mettons ainsi en avant des nouvelles architectures innovantes des magnétomètres à effet Hanle, en faisant notamment apparaître la possibilité de réaliser une mesure avec un seul accès optique. Nous détaillons également l'étude des magnétomètres à résonance paramétrique dans les deux configurations de mesure permises par l'alignement. Systématiquement nous appuyons nos résultats théoriques via des validations expérimentales.

Enfin nous détaillons les sources intrinsèques d'imperfections (effet indésirable du faisceau sonde, light-shift ...) et de bruits des capteurs. Cela nous permet de mettre en avant les points forts et faibles des architectures, ainsi que d'étudier leurs performances en termes de sensibilité.

Abstract

This work presents a detailed study of helium 4 optically pumped magnetometers based on atomic alignment. Although their physical behavior is restricted to low magnetic fields ($B \lesssim 150$ nT), the dynamic range of such sensors may easily be extended using a back-action loop on the magnetic field.

We explicitly derive analytic expressions of the optical signals of helium magnetometers based on atomic alignment for the three atomic transitions D_0 , D_1 et D_2 . Doing so we are able to specifically study the different sensor architectures possible. We carefully present the two different ways of measuring a signal using atomic alignment: absorption and linear birefringence. We highlight new architectures of Hanle magnetometers, notably the possibility of measuring a field with one only optical access. We take a particular interest also in parametric resonance magnetometers to write their driving equations either in absorption and birefringence. We systematically complete our theoretical studies with experimental verifications.

We finish by studying the intrinsic sources of imperfections (pumping of the probe beam, light-shift ...) and noise of the sensors. Thus, we discuss pros and cons of the architectures and analyze their theoretical sensitivity.