

Table des matières

Introduction générale	7
1. Motivation.....	9
1.1. Contexte	9
1.1.1. Navigation	9
1.1.2. Pilotage	9
1.2. Anémométrie Laser Doppler	14
1.2.1. Lois de diffusion de la lumière	14
1.2.2. Régime « monoparticule » et « multiparticule »	16
1.2.3. Architecture optique.....	17
1.2.4. Fréquence Doppler / Vitesse radiale	20
1.2.5. Population de particules	21
1.3. Problématiques de la mesure de vitesse air	23
1.3.1. Disponibilité	23
1.3.2. Intégrité	24
1.3.3. Précision.....	25
1.3.4. Ecoulement perturbé.....	25
1.3.5. Sélection des aérosols utiles	26
1.4. Objectifs de la thèse	26
2. Chaîne de traitement du signal LiDAR proposée.....	28
2.1. Formalisation du problème	30
2.1.1. Caractéristiques des particules	30
2.1.2. Modélisation du problème direct	31
2.1.3. Inversion du modèle	32
2.2. Représentation du signal	35
2.2.1. Objectifs et critères de sélection	35
2.2.2. Méthodes non-paramétriques.....	36
2.2.3. Méthodes paramétriques	50
2.2.4. Conclusion.....	51
2.3. Détection des signaux.....	53
2.3.1. Traitement statistique	54
2.3.2. Détection individuelle des signaux	58
2.3.3. Résultats	63
2.3.4. Conclusion.....	68
2.4. Estimation des paramètres du modèle et des caractéristiques des particules	70
2.4.1. Estimation des paramètres du modèle	70
2.4.2. Estimation des caractéristiques des particules.....	80
2.4.3. Sélection des aérosols utiles	88
2.4.4. Conclusion.....	95
2.5. Estimation de la vitesse radiale locale	97
2.5.1. M-estimateur	98

2.5.2.	Estimation de l'incertitude.....	104
2.5.3.	Comportement de l'estimateur en fonction des populations de particules	106
2.5.4.	Evaluation	108
2.5.5.	Conclusion.....	109
2.6.	Evaluation de la chaîne de traitement du signal LiDAR	110
2.6.1.	Fond Stratosphérique	111
2.6.2.	Arctique	112
2.6.3.	Nuage.....	114
2.6.4.	Conclusion.....	115
2.7.	Conclusion.....	116
3.	Architecture du système de mesure de vitesse air	118
3.1.	Reconstruction du vecteur vitesse.....	119
3.1.1.	Configuration d'un axe LiDAR	119
3.1.2.	Formalisation du problème.....	121
3.1.3.	Inversion du problème.....	123
3.1.4.	Conclusion.....	127
3.2.	Optimisation d'une configuration à axes fixes	127
3.2.1.	Définition du problème.....	127
3.2.2.	Evaluation de la qualité d'une estimation et critère d'optimisation	129
3.2.3.	Formulation du problème d'optimisation	130
3.2.4.	Résultats	131
3.2.5.	Conclusion.....	136
3.3.	Configuration à balayage conique	137
3.3.1.	Principe	137
3.3.2.	Traitement	139
3.3.3.	Comparaison des performances	143
3.3.4.	Conclusion.....	145
3.4.	Conclusion.....	145
4.	Validation expérimentale.....	146
4.1.	Installation – Matériel	146
4.1.1.	Maquette LiDAR.....	147
4.1.2.	Caractérisation de la masse d'air	149
4.1.3.	Anémomètre.....	150
4.2.	Résultats	150
4.2.1.	Premier essai.....	150
4.2.2.	Deuxième essai	152
4.3.	Conclusion.....	154
5.	Conclusion générale	155
	Travaux effectués	155
	Perspectives	156

6. Annexes	158
6.1. Expression du courant hétérodyne	158
6.2. Calcul du facteur de correction.....	160
6.3. Calculs de la matrice de Fisher et des bornes de Cramer-Rao	161
6.4. Calcul des incertitudes	163
6.4.1. Distance au point de focalisation.....	163
6.4.2. Rayon des aérosols	163
6.4.3. Module de la vitesse	164
Table des illustrations	166
Résumé	174
Abstract	174

Introduction générale

L'aviation civile commerciale s'est considérablement développée depuis le début du XX^e siècle. L'intensification du transport de passagers a engendré des problématiques de sécurité et de réduction des coûts. L'augmentation du trafic aérien conduit par exemple à réduire le temps entre deux décollages ou l'écart entre les différents niveaux de vol tout en améliorant la sécurité des vols. Les exigences en termes de disponibilité, d'intégrité, de fiabilité et de précision portant sur les fonctions de navigation ou de pilotage sont donc renforcées et tout développement d'un équipement aéronautique doit traiter les questions de sécurité comme une priorité.

Un équipement embarqué sur un aéronef est placé dans un système complexe, avec lequel il interagit. Le niveau de sécurité d'un équipement ou d'un système est défini selon les conséquences qu'implique une éventuelle défaillance de ce dernier. Les autorités aériennes (OACI au niveau mondial, FAA pour l'Amérique du Nord et EASA pour l'Europe) définissent les exigences portant sur la sécurité des systèmes. Les défaillances les plus critiques, dont les conséquences sont dites « catastrophiques » car pouvant conduire à la perte de l'appareil, doivent avoir une probabilité d'occurrence inférieure à 10^{-9} par heure de vol.

Afin de satisfaire ces exigences, la stratégie usuelle consiste à tripler les voies et chaînes de mesure. La décision entre les différentes voies est prise par un vote majoritaire. Cette approche permet aujourd'hui de limiter le taux d'accident à un tous les deux millions de vols. Les autorités aériennes recommandent dans le document ARP 4754A [1] une autre voie d'amélioration de la sécurité consistant à faire en sorte que les chaînes de mesure reposent sur des technologies et des principes physiques différents. Cette solution permet de réduire la probabilité de pannes en mode commun, c'est à dire qu'un seul événement provoque une panne simultanée sur toutes les chaînes.

Les travaux effectués au cours de cette thèse s'inscrivent dans un projet de développement d'un anémomètre embarqué sur aéronef mené par Thales Avionics. La mesure de la vitesse relative de l'avion par rapport à la masse d'air qui l'entoure est critique. En effet, cette information permet de déterminer la portance de l'avion, soit la force opposée au poids lui permettant de maintenir son altitude. Les systèmes existants, utilisés depuis les débuts de l'aéronautique, reposent sur des mesures anémobarométriques, c'est-à-dire de pression et de température. L'ajout d'une voie LiDAR (Light Detection And Ranging) permet d'obtenir une dissimilarité sur la mesure de la vitesse et s'inscrit pleinement dans la politique des autorités aériennes.

Les précédents projets réalisés par Thales Avionics ont permis de tester un système capable de fonctionner dans tout le domaine de vol civil et militaire. Un tel équipement doit pouvoir fonctionner avec un fort niveau de disponibilité et d'intégrité. À ce jour, le système a montré un niveau de performance satisfaisant dans la plupart des situations connues. Cependant, l'exigence de disponibilité et d'intégrité du produit visé conduit à améliorer les traitements pour une meilleure prise en compte des cas marginaux et des conditions extrêmes d'utilisation.

Ce manuscrit est composé de quatre chapitres. Le premier définit le contexte et les objectifs de cette étude. La fonction de pilotage d'un avion est décrite, avec les objectifs, les enjeux et les moyens. Une partie porte spécifiquement sur les systèmes anémométriques et les problématiques liées. Les principes de l'anémométrie laser Doppler sont développés et les choix dans le mode de fonctionnement et l'architecture optique effectués par Thales sont justifiés. Les points les plus

critiques et les objectifs des travaux présentés sont décrits. Répondre à ces problématiques constitue l'enjeu des travaux de thèse et représentera un pas significatif dans le développement d'un futur capteur. Certains points portent sur les exigences de disponibilité, de précision et d'intégrité. D'autres, comme la sélection des traceurs de vitesse « utiles » et la prise en compte du champ aérodynamique proche de l'avion, sont spécifiques à l'anémométrie laser et aux choix d'architecture effectués.

La chaîne de traitement mise au point se décompose en deux parties. La première porte sur la chaîne de traitement du signal LiDAR permettant d'estimer la vitesse radiale locale sur chaque axe de mesure à partir du signal rétrodiffusé par les particules naturellement présentes dans l'air. Elle est détaillée au chapitre 2. Un modèle du signal a d'abord été établi. Les faibles rapports signal à bruit observés rendent inexploitable la représentation temporelle des signaux. Par conséquent, une représentation temps-fréquence du signal, plus adaptée, a été définie. Puis, des méthodes de détection de l'information et d'estimation des paramètres du modèle fondées sur la représentation temps-fréquence sont proposées. Les efforts pour la détection se sont portés sur les cas les plus critiques en termes d'ensemencement en aérosols afin de répondre aux enjeux de disponibilité. L'estimation des paramètres du modèle du signal permet de déduire les caractéristiques des aérosols rencontrés (vitesse, taille et position). Ces dernières sont utilisées afin de sélectionner les aérosols utiles pour estimer la vitesse. La dernière partie porte sur l'estimation conjointe de la vitesse radiale et d'un indicateur de qualité du résultat. Cet estimateur se doit d'être robuste aux données erronées (bruit, signaux parasites) et l'indicateur de qualité permet d'estimer la fiabilité de l'estimation.

Le système complet est composé de plusieurs capteurs positionnés autour de l'avion. L'approche système, traitée au chapitre 3, consiste à définir une méthode de calcul du vecteur vitesse air en prenant en compte le champ aérodynamique local de l'avion. L'estimation du vecteur vitesse air à partir des mesures locales est un problème inverse. En effet, la mesure étant effectuée à proximité du porteur, à quelques dizaines de centimètres du fuselage, la masse d'air est perturbée par le passage de l'avion et la vitesse radiale mesurée, dite vitesse locale, est biaisée. À partir d'une modélisation du champ aérodynamique autour d'un fuselage d'un avion moyen-courrier (type Airbus A320), une méthode d'inversion a été définie pour l'estimation du vecteur vitesse air. Une méthode d'optimisation de la position des capteurs a également été établie. Elle permet, à partir du modèle de l'écoulement autour de l'avion, de déterminer les configurations et la disposition des capteurs respectant les spécifications du système, optimales vis-à-vis d'un critère de performances donné. À partir de cette méthode d'optimisation, une configuration d'installation des axes LiDAR sur l'aéronef et des améliorations de l'architecture optique sont proposées.

Une validation expérimentale des traitements proposés est présentée au chapitre 4. En janvier 2014, une campagne d'essais a été réalisée à l'observatoire du Pic du Midi. Les traitements ont ainsi pu être évalués sur des signaux réels, recueillis dans des conditions proches de celles rencontrées au cours d'un vol à haute altitude.

1. Motivation

1.1. Contexte

En aéronautique, la mesure de la position et de la vitesse d'un avion est effectuée selon deux référentiels distincts. La navigation utilise le référentiel terrestre quand le pilotage se fait par rapport à la masse d'air dans laquelle vole l'aéronef.

1.1.1. Navigation

La navigation a pour but de déterminer et contrôler la position de l'avion lors de son trajet (vitesse, position géographique, hauteur sol...). Différentes classes d'instruments existent, telles que la navigation satellitaire (GPS), radio (radioaltimètre) ou inertielle (accéléromètres et gyroscopes).

1.1.2. Pilotage

Le pilotage comprend toutes les fonctions permettant de maintenir l'avion en vol. Cela regroupe les instruments de mesure de l'altitude, de la température et de la vitesse de l'avion par rapport à l'air. Les informations fournies par ces instruments sont indispensables pour la sécurité du vol. En effet, ces mesures permettent d'éviter à l'avion de se retrouver en situation de décrochage.

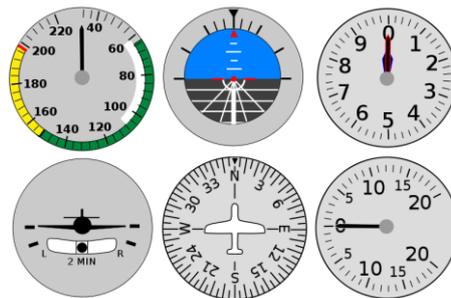


Figure 1 : Tableau de bord d'un avion ¹

Les différents instruments de pilotage d'un tableau de bord sont (Figure 1 de haut en bas et de gauche à droite) :

- L'anémomètre : la vitesse relative de l'avion par rapport à la masse d'air
- L'horizon artificiel : l'assiette et l'inclinaison de l'avion
- L'altimètre : l'altitude de l'avion (mesure de pression)
- La bille et l'indicateur de virage : indicateur de symétrie et de taux de virage (variation du cap en fonction du temps)
- Le compas (ou boussole)
- Le variomètre : la vitesse de montée ou de descente

En aéronautique, l'anémométrie représente l'ensemble des instruments de mesure de la vitesse de l'avion par rapport à l'air (dite vitesse air). La vitesse air est un vecteur 3D dont les trois composantes sont définies dans le repère de l'avion. Le vecteur vitesse air V_{air} peut se définir selon son module et deux angles :

- le module de la vitesse, TAS (True Air Speed),

¹ http://fr.wikipedia.org/wiki/Pilotage_d%27un_avion

- l'angle AOA (Angle Of Attack) ou angle d'incidence (α sur la Figure 2)
- l'angle SSA (Side Slip Angle) ou angle de dérapage (β sur la Figure 3)

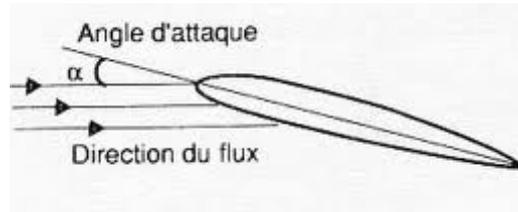


Figure 2 : Angle d'incidence (AOA)

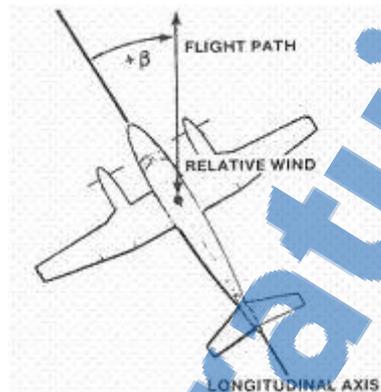


Figure 3 : Angle de dérapage (SSA)

1.1.2.1. Portance et trainée

Deux forces s'exercent sur un avion en vol : les résultantes aérodynamique et mécanique. Le poids et la traction sont les projections orthogonales de la résultante mécanique. La traction est la force exercée par le moteur, elle fait avancer l'avion.

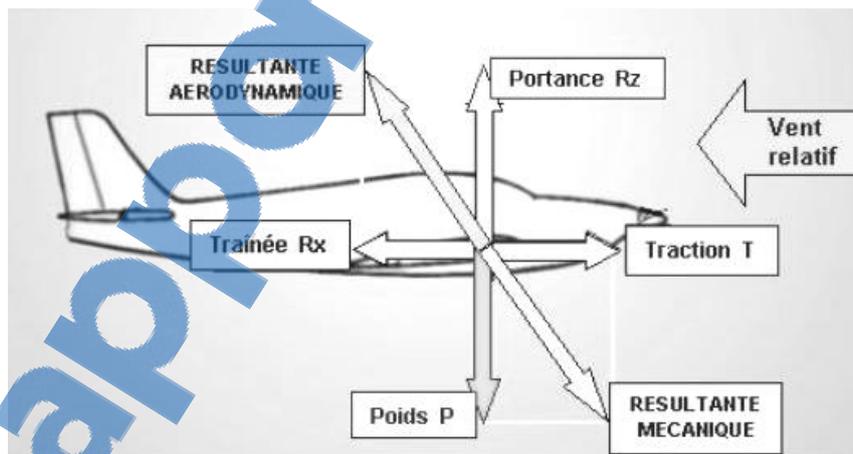


Figure 4 : Forces exercées sur un avion ²

La résultante aérodynamique est définie par la portance et la trainée.

² http://ffa-jeunes.ens-cachan.fr/BIA-P%C3%A9dago_files/C.pdf

L'expression de la résultante aérodynamique est :

$$R = d_{air} \cdot S_{aile} \cdot V_{air} \cdot C$$

d_{air} est la densité de l'air à l'altitude de vol

S_{aile} est la surface de l'aile

C est la constante aérodynamique

La portance d'un avion est une force orthogonale au vecteur vitesse de l'avion. Elle résulte de la combinaison d'une dépression au-dessus de l'aile (extrados) et d'une surpression en dessous (intrados). L'avion peut maintenir son altitude si la portance est égale ou supérieure au poids de l'avion. L'expression de la portance est :

$$R_Z = d_{air} \cdot S_{aile} \cdot V_{air} \cdot C_Z$$

C_Z est le coefficient de portance. Ce coefficient dépend, entre autres, de l'angle d'incidence, du nombre de Mach (fonction de la vitesse, de l'altitude et de la masse volumique de l'air) et du profil de l'aile.

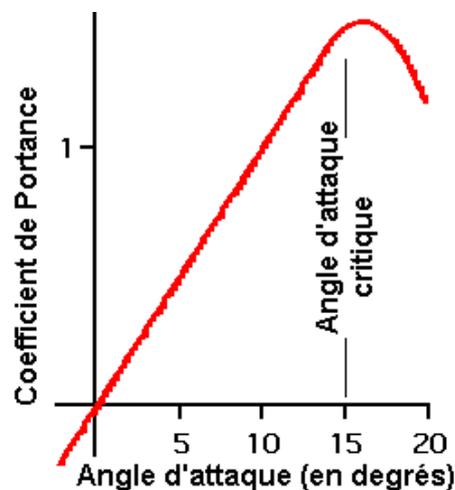


Figure 5 : Coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence ³

Le coefficient de portance croît avec l'incidence jusqu'à l'angle d'attaque critique au-delà duquel l'écoulement se décolle de l'extrados et devient turbulent (Figure 6). Dans ces conditions, le coefficient de portance décroît fortement et l'avion peut décrocher.

Le coefficient de portance d'une aile varie entre 0,3 et 0,7. Les systèmes hypersustentateurs, utilisés afin d'augmenter la portance de l'aile dans les phases de décollage et d'atterrissage, ont un coefficient de portance compris entre 2,3 et 2,7. Les profils d'aile sont étudiés pour optimiser la finesse de l'avion (rapport portance / traînée) et non la portance, et ce afin de limiter la consommation en vol de croisière. À basse vitesse, la portance diminue. Ces systèmes, en modifiant le profil des ailes par l'ajout de becs ou de volets, compensent la perte de portance.

³ <http://pierre.rondel.free.fr/portance.htm>

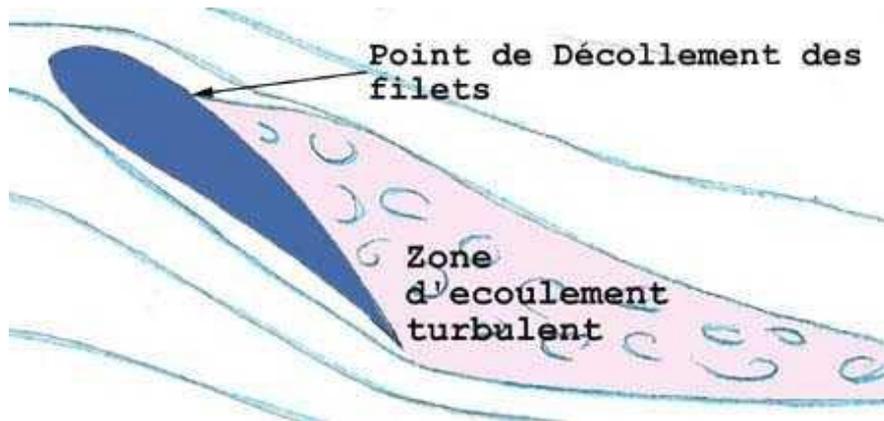


Figure 6 : Décollement des filets d'air sur l'aile ⁴

La traînée est une force opposée au déplacement de l'avion. Elle résulte des frottements générés lorsque l'avion pénètre dans l'air. Pour un avion de ligne dans un écoulement subsonique, la traînée a trois composantes : la traînée de frottements, la traînée de forme et la traînée induite.



Figure 7 : Illustration de la traînée ⁵

L'expression de la traînée est :

$$R_X = d_{air} \cdot S_{aile} \cdot V_{air} \cdot C_X$$

C_X est le coefficient de traînée. Il dépend, entre autres, des angles d'incidence et de dérapage, du nombre de Mach et du profil de l'aile.

La mesure du vecteur vitesse air permet de déterminer la portance et la traînée de l'avion. Parmi les trois composantes du vecteur vitesse, le module de la vitesse (TAS) et l'angle d'incidence (AOA) sont les plus critiques. En effet, ces deux grandeurs permettent d'estimer la portance qui est indispensable à la sécurité du vol. L'angle de dérapage influence uniquement sur la traînée. Réduire cette force a pour but de diminuer les coûts en optimisant la consommation de l'avion. En outre, un avion de ligne de taille moyenne va naturellement suivre le mouvement des flux d'air, et donc

⁴ <http://lyc21-liegeard.ac-dijon.fr/TPE1S/page01.htm>

⁵ http://ffa-jeunes.ens-cachan.fr/BIA-P%C3%A9dago_files/C.pdf

compenser le dérapage. Seuls les très gros porteurs (type A380) peuvent avoir des angles de dérapage importants impliquant une forte surconsommation. Actuellement, le dérapage n'est mesuré que sur ce type d'avion.

1.1.2.2. Anémobarométrie

1.1.2.2.1. Principe

Les systèmes embarqués sur des aéronefs ont toujours été basés sur des mesures de pression. La mesure de la vitesse s'effectue à l'aide de deux capteurs. Des prises d'air installées sur l'appareil permettent de déterminer la pression statique (P_s). L'altitude est déduite de la pression statique, moyennant un calage transmis au pilote par la tour de contrôle. L'équipement peut alors, selon le calage adopté (QNH/QFE), afficher une altitude par rapport au niveau moyen des mers (QNH) ou une hauteur par rapport au niveau des pistes (QFE).

Les sondes de pression totale (P_t) reposent sur le principe mis en évidence par Henri Pitot en 1732 lors de ses travaux sur la mesure de vitesse d'écoulement de fluides [2]. La pression totale (P_t) est la somme de la pression statique et de la pression dynamique (P_d).

L'expression de la pression dynamique est :

$$P_d = P_t - P_s = \frac{1}{2} \rho_{air} V^2$$

V est le module de la vitesse.

ρ_{air} est la masse volumique de l'air, fonction de la température et de l'altitude.

L'incidence et le dérapage sont mesurés par des girouettes identiques placées judicieusement, latéralement pour les sondes d'incidence et sous l'avion pour les sondes de dérapage.

1.1.2.2.2. Evolution de l'anémométrie en aéronautique

L'information de vitesse étant une donnée primordiale à la sécurité du vol, les avions possèdent généralement plusieurs chaînes séparées de mesure de vitesse. Par exemple, trois voies primaires et une voie de secours sont installées sur un Airbus A380.

Cependant, faute de méthode de mesure alternative, toutes ces chaînes de mesure reposent sur un principe physique similaire. Les autorités aériennes recommandent, à terme, l'utilisation de chaînes de mesure dissemblables, c'est-à-dire basées sur des principes physiques différents, pour la mesure de vitesse. L'objectif étant de réduire la probabilité de panne en mode commun.

En outre, les tubes de Pitot sont situés à l'extérieur de l'avion et sont donc soumis aux aléas climatiques. De ce fait, des systèmes de réchauffage et de dégivrage ont été intégrés aux sondes. Il s'agit de résistances électriques dont la consommation peut atteindre plusieurs centaines de watts par sonde. De plus, la criticité des mesures justifie l'emport de batteries capables de maintenir le système de dégivrage actif en cas de panne électrique.

Les systèmes LiDAR ont été envisagés car leur principe de mesure est radicalement différent des sondes de pression. Par ailleurs, ces sondes sont non protubérantes et n'ont pas besoin d'être dégivrées.

1.2. Anémométrie Laser Doppler

Cette thèse s'inscrit dans le cadre des recherches actuelles sur des systèmes de mesure de vitesse air 3D par technologie LiDAR dans le domaine aéronautique ([3], [4]).

L'anémométrie laser Doppler est une technique optique de mesure de la vitesse des fluides. Les particules entrainées par le fluide sont illuminées par un faisceau laser gaussien et le signal rétrodiffusé par ces particules est décalé d'une fréquence proportionnelle à la vitesse des particules. Pour l'application étudiée, il s'agit de mesurer la vitesse relative entre l'avion et la masse d'air dans laquelle il vole, à l'aide des aérosols naturellement présents dans l'air. Le système repose sur plusieurs voies LiDAR (Figure 8) afin de mesurer les trois composantes du vecteur vitesse. L'architecture visée comprend quatre axes LiDAR, symétriques deux à deux de chaque côté de l'avion. La quatrième voie apporte une redondance dans la mesure et permet de vérifier la cohérence entre les différentes voies.

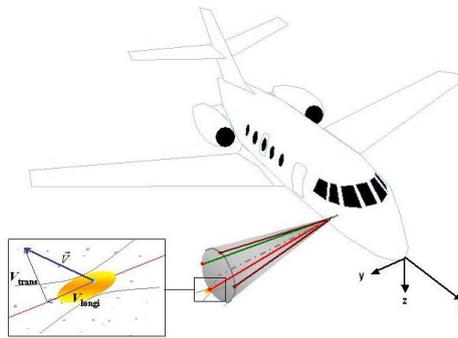


Figure 8 : Anémomètre laser installé sur avion

Les travaux réalisés par Thales Avionics au travers des projets européens NESLIE (2006-2009) et DANIELA (2008-2011), permettent d'envisager des dispositifs capables de mesurer en temps réel la vitesse 3D de l'avion. Ces systèmes ont été testés lors de campagnes d'essais en vol. Les résultats ont montré que le signal dépend fortement des conditions de vol, telles que l'altitude, les conditions météorologiques, la zone géographique.

Par la suite, les principes de l'anémométrie laser Doppler sont décrits et des choix pour l'architecture optique du système sont justifiés.

1.2.1. Lois de diffusion de la lumière

Les systèmes d'anémométrie laser embarqués utilisent deux catégories de traceurs de vitesse : les molécules et les particules naturellement présentes dans l'air. Ces aérosols sont supposés sphériques et leur rayon est de l'ordre du nanomètre pour les molécules et du micron pour les particules. Deux lois définissent la diffusion de la lumière par les aérosols.

La diffusion de Rayleigh [5] s'applique lorsque le diamètre du diffuseur est très inférieur à la longueur d'onde du laser. En pratique, la diffusion de Rayleigh est utilisée à des longueurs d'onde (λ) de l'ultraviolet ($\lambda < 400$ nm) pour une rétrodiffusion sur les molécules. L'intérêt est que l'air est très fortement concentré en molécules, donc la disponibilité est importante. Cependant, l'agitation thermique des molécules est forte, de l'ordre de 300 m/s. Le signal Doppler résultant sera fortement étalé en fréquence (Figure 9).

La diffusion de Mie [6] matérialise la diffusion de la lumière sur des aérosols dont le diamètre est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde. Elle est utilisée à des longueurs d'onde de l'infrarouge ($\lambda > 800 \text{ nm}$) pour les particules. Leur agitation thermique est négligeable (de l'ordre du cm/s) devant les précisions de mesure recherchées (Figure 9).

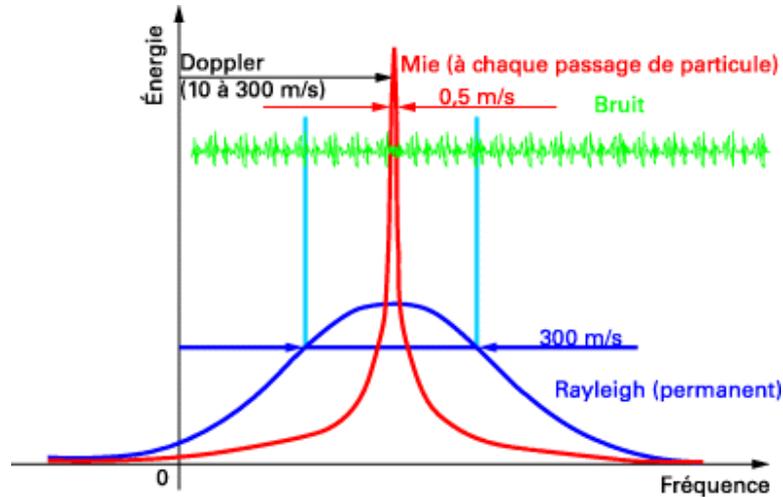


Figure 9 : Spectres de Mie et de Rayleigh [7]

Le spectre de Mie est plus étroit en fréquence et plus puissant (Figure 9). Il permet, avec les technologies actuelles, d'atteindre un meilleur rapport signal à bruit et une plus grande précision sur la fréquence Doppler. Pour une application d'anémométrie laser Doppler embarquée sur des avions, la diffusion de Mie est plus appropriée.

En outre, les lasers dont la longueur d'onde est supérieure à $1,4 \mu\text{m}$ sont dits sans danger pour l'œil. En effet, au-delà de $1,4 \mu\text{m}$, l'absorption de l'œil est forte évitant ainsi les brûlures de la rétine dues au rayonnement.

La longueur d'onde choisie est $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$. Les technologies fonctionnant à cette longueur d'onde ont connu un développement rapide au cours des années 2000, notamment sous l'impulsion des acteurs du domaine des télécommunications. Ces progrès permettent aujourd'hui de disposer de composants fiables à des coûts raisonnables pour une application industrielle.

La théorie de Mie permet de calculer la portion de l'onde émise rétrodiffusée par les particules en fonction de leur rayon r (les particules étant supposées sphériques) et de leur indice de réfraction. L'énergie rétrodiffusée par un aérosol n'est pas proportionnelle à sa surface, mais à la section efficace de rétrodiffusion (S_{eff}).

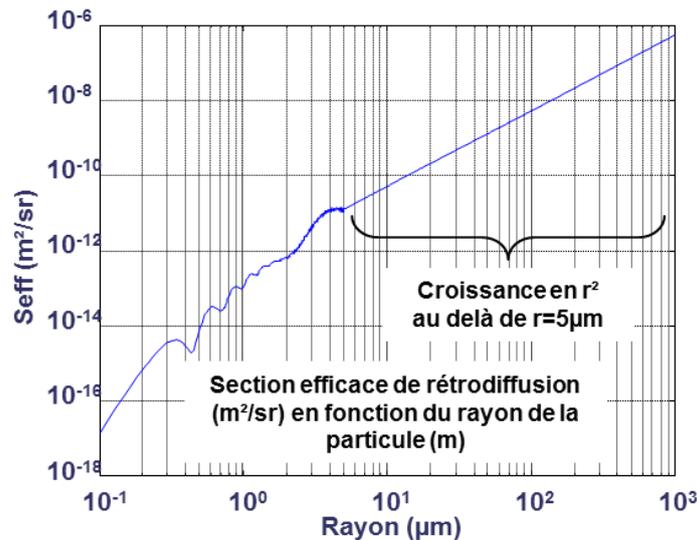


Figure 10 : Surface de rétrodiffusion en fonction du rayon

Pour une longueur d'onde $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, la surface de rétrodiffusion n'évolue pas de façon monotone avec le rayon des particules (Figure 10). Ce phénomène implique que deux particules de tailles différentes peuvent rétrodiffuser la même quantité d'énergie.

1.2.2. Régime « monoparticule » et « multiparticule »

Deux modes de fonctionnement peuvent être utilisés en anémométrie laser Doppler.

Le régime dit « multiparticule » se caractérise par un volume de mesure élevé, de l'ordre de quelques litres, de sorte qu'il contienne, à chaque instant, un grand nombre de particules. Le signal rétrodiffusé est alors une somme des contributions de chaque particule.

En raison du faible ensemencement de l'air en particules à haute altitude, le rapport signal à bruit (Signal to Noise Ratio, SNR) obtenu est trop faible pour assurer le niveau de disponibilité requis pour l'application avion.

En pratique, ce mode de fonctionnement est réservé à des applications basse altitude telles que l'hélicoptère par exemple, pour lequel il est nécessaire d'effectuer une mesure à une vingtaine de mètres pour sortir du flux d'air perturbé par le rotor.

Le régime dit « monoparticule » consiste à focaliser très fortement le faisceau laser. L'intérêt de ce mode est que le volume de mesure est réduite (le rayon du faisceau au point de focalisation ω_0 est inférieur à $100 \mu\text{m}$) afin d'augmenter la densité d'énergie. Cette densité est telle que le passage d'une seule particule dans le volume de mesure rétrodiffuse suffisamment d'énergie pour détecter le signal. À haute altitude, la concentration en aérosol est faible et une particule de taille suffisante pour être détectée ne croisera que rarement le faisceau laser.

La zone proche du point de focalisation du laser est appelé le waist. C'est dans cette zone que la densité d'énergie est maximale. Elle peut être représentée par un cylindre de rayon ω_0 et dont la longueur correspond à deux fois la zone de Rayleigh z_R (Figure 11) :

$$z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$$

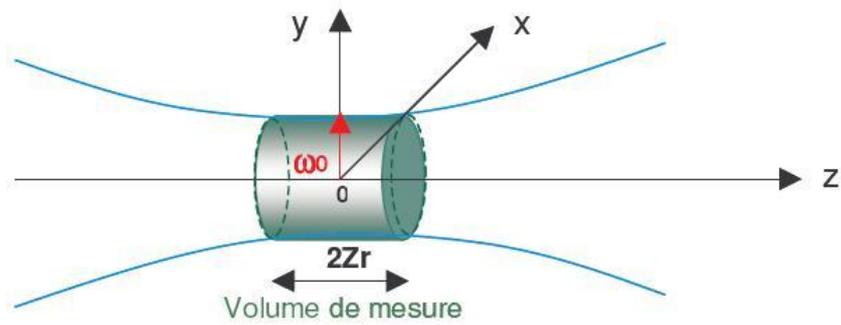


Figure 11 : Représentation du volume de mesure dans le faisceau optique

Avec un télescope de dimensions acceptable au regard des contraintes d'installation sur avion, un tel mode de fonctionnement ne permet pas de focaliser le faisceau à une distance supérieure au mètre. Le volume de mesure se trouve donc à proximité de l'appareil, dans une masse d'air perturbée par le passage de l'avion.

Pour l'application étudiée, le régime « monoparticule » est le plus approprié. En effet, les faibles SNR observés en régime « multiparticule » sont réhibitoires car ils ne permettent pas d'assurer une disponibilité suffisante.

1.2.3. Architecture optique

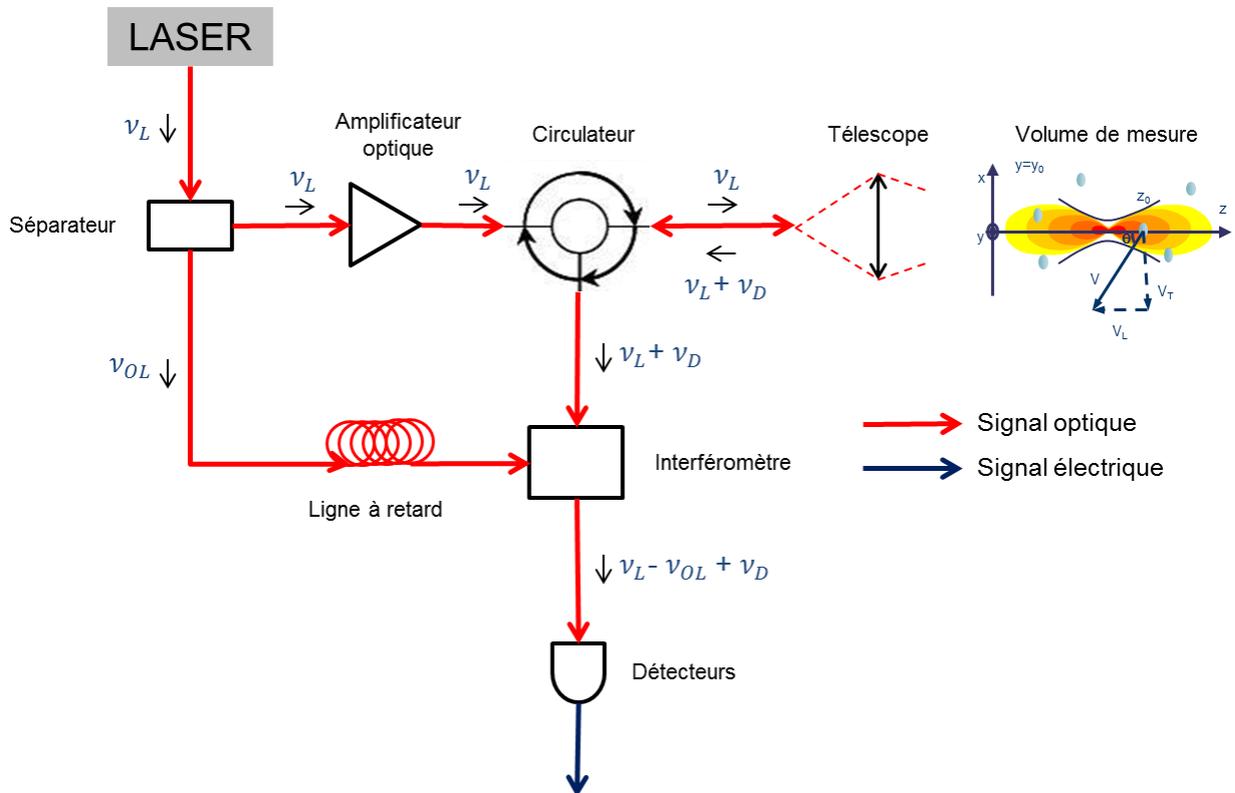


Figure 12 : Architecture optique

La source laser (Figure 12) délivre un signal de quelques dizaines de milliwatts à la fréquence ν_L . Le séparateur crée une « copie » de l'onde émise, appelée oscillateur local (OL). Cette onde, de fréquence $\nu_{OL} = \nu_L$, est propagée via une ligne à retard vers un interféromètre afin d'être couplée avec le signal rétrodiffusé.

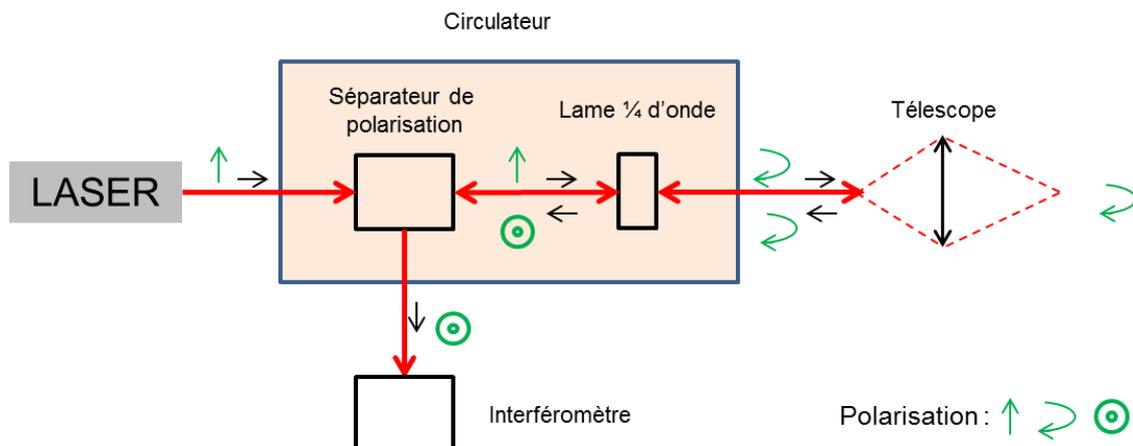


Figure 13 : Fonctionnement du circulateur

Le signal optique, d'une puissance $P_E = 1 \text{ W}$ en sortie de l'amplificateur, est transmis vers le circulateur par fibre optique. Le circulateur (Figure 13) est composé d'un séparateur de polarisation et d'une lame quart d'onde ($\lambda/4$). Il dirige le signal émis vers le télescope et le signal rétrodiffusé vers l'interféromètre. En sortie du séparateur de polarisation, le signal émis traverse la lame quart d'onde ($\lambda/4$) qui convertit la polarisation linéaire en polarisation circulaire. Le faisceau laser est ensuite émis dans l'air par le télescope. L'onde rétrodiffusée par les particules, décalée d'une fréquence ν_D proportionnelle à la vitesse entre la particule et le télescope, est reçue par le même télescope. L'onde optique rétrodiffusée, présente, après un passage par la lame quart d'onde, une polarisation perpendiculaire à celle de l'onde émise et le séparateur de polarisation permet de l'aiguiller vers l'interféromètre.

Le télescope permet de mettre en forme le faisceau avant de l'émettre dans l'air. Il permet de définir, entre autres, la distance de focalisation d_{foc} et le rayon du faisceau au point de focalisation ω_0 . Le faisceau étant gaussien [8], le rayon du faisceau est connu en tout point:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$$

Le faisceau laser est représenté dans le repère du faisceau laser (x, y, z) avec z son axe (Figure 11). Le faisceau laser est émis depuis le point C situé sur le fuselage de l'avion (Figure 14). Son orientation est définie par les angles d'azimut ϕ_F et d'élévation Δ_F .

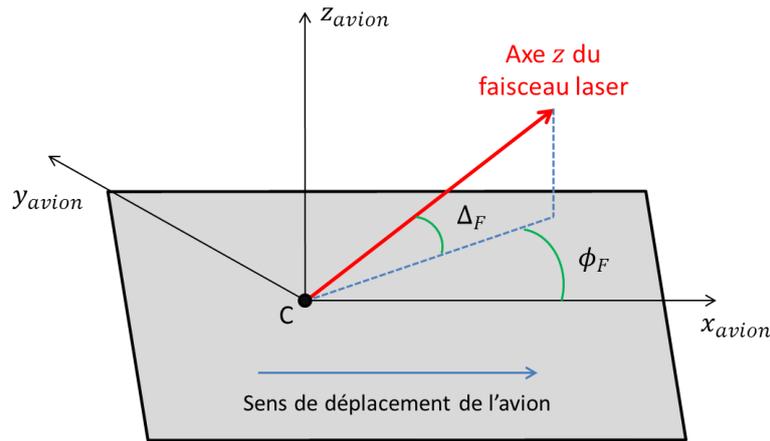


Figure 14 : Définition des repères

L'onde optique rétrodiffusée, de fréquence $f_R = f_L + f_D$ est transmise vers l'interféromètre. Elle vient battre avec la copie de l'onde émise, l'oscillateur local, de fréquence $f_{OL} = f_L$. La fréquence du signal de battement f_B entre les deux ondes est la fréquence Doppler (Figure 12).

$$f_B = f_R - f_{OL} = f_D$$

Une ligne à retard est placée sur la voie de l'oscillateur local. Elle permet de compenser le chemin optique parcouru par l'onde émise puis rétrodiffusée. Cette architecture permet de réduire le bruit basse fréquence du laser. La principale composante de ce bruit est due aux réflexions sur les optiques d'émission qui engendrent une raie parasite à la fréquence Doppler nulle (Figure 15). Dans le cas d'un capteur installé sur un avion, le début de la gamme de fréquence d'intérêt est environ 10 MHz. Cette fréquence correspond à la vitesse de l'avion au décollage.

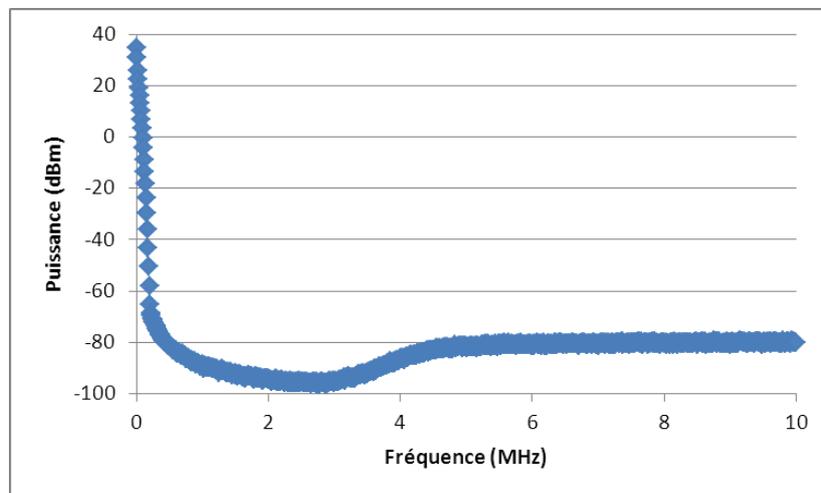


Figure 15 : Densité spectrale de puissance du bruit du laser à basse fréquence

Le détecteur convertit le signal optique en signal électrique. La puissance du bruit lié aux fluctuations d'intensité du laser (Figure 16), dit « RIN » (Relative Intensity Noise), s'exprime :

$$\langle i_{RIN}^2 \rangle = \sigma_{RIN}^2 S_D^2 P_{OL}^2 B$$

Avec :

$$\sigma_{RIN}^2 = \int \frac{R_1 f^2 + R_2}{(f^2 - R_3)^2 + R_4 f^2} df$$

$S_D = 1 \text{ A/W}$ est la sensibilité du détecteur, $P_{OL} = 1 \text{ mW}$ est la puissance de l'oscillateur local et B est la bande de fréquence utile.

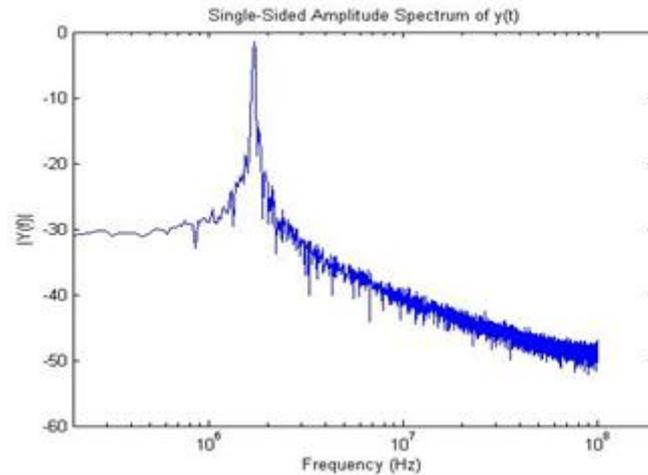


Figure 16 : Spectre du RIN

Deux modes de fonctionnement des détecteurs sont possibles. La détection simple consiste à envoyer toute la puissance optique sur un seul détecteur.

La détection équilibrée se base sur deux photo-détecteurs chacun éclairés par les puissances $P_{SR}/2$ (puissance du signal rétrodiffusé) et P_{OL} (Figure 17). Le RIN étant dû à une modulation de la puissance d'émission du laser, les bruits sur les deux voies sont cohérents. Les deux détecteurs sont déphasés de 180° afin de soustraire les deux composantes et de réduire le bruit. Cette technique de détection réduit la puissance du RIN, qui constitue la plus forte contribution au bruit avec le bruit de shot (décrit en 2.1.2.2).

$$\langle i_{RIN_DE}^2 \rangle = 10^{-\frac{CMRR}{10}} \langle i_{RIN}^2 \rangle$$

$CMRR = 25 \text{ dB}$ est le taux de réjection en mode commun.

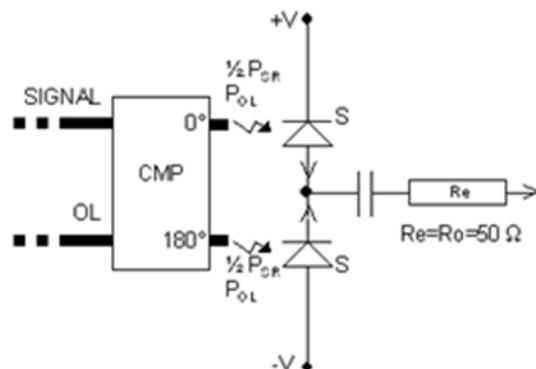


Figure 17 : Détection équilibrée

La détection équilibrée a été utilisée pour les précédentes maquettes d'anémomètre laser Doppler réalisées par Thales.

1.2.4. Fréquence Doppler / Vitesse radiale

Si une source mobile émet une onde de fréquence f , de longueur d'onde λ , se déplaçant à la vitesse V_s , un récepteur fixe percevra une onde de fréquence $f_{dec} = f + \Delta f$. La fréquence observée par le

récepteur est décalée de Δf . Ce décalage est dû à l'effet Doppler, mis en évidence par Christian Doppler [9].

$$\Delta f = \frac{V_s}{\lambda}$$

Pour l'application étudiée, l'émetteur est également le récepteur. De ce fait, le décalage en fréquence est doublé :

$$\Delta f = \frac{2V_s}{\lambda}$$

Ainsi, pour une particule croisant le faisceau laser avec une vitesse relative \vec{V}_{air} , le signal rétrodiffusé sera décalé en fréquence de :

$$\Delta f = \frac{2V_R}{\lambda}$$

$V_R = V \cos(\theta)$ est la vitesse radiale (projection du vecteur vitesse \vec{V}_{air} sur l'axe du laser).

V est le module de la vitesse air. θ est l'angle entre l'axe du faisceau laser et la trajectoire de la particule.

$$\begin{aligned} \cos(\theta) = & \cos(\phi_F) \cos(\Delta_F) \cos(AOA) \cos(SSA) + \sin(\phi_F) \cos(\Delta_F) \sin(SSA) \\ & + \sin(\Delta_F) \sin(AOA) \cos(SSA) \end{aligned}$$

1.2.5. Population de particules

Le LiDAR utilise les aérosols naturellement présents dans l'atmosphère. Les distributions de taille des particules et leur concentration varient selon les conditions atmosphériques, l'altitude et la position géographique. Des observations de l'atmosphère ont permis de définir des modèles empiriques décrivant la distribution de rayon des particules et la concentration d'une population d'aérosols [10].

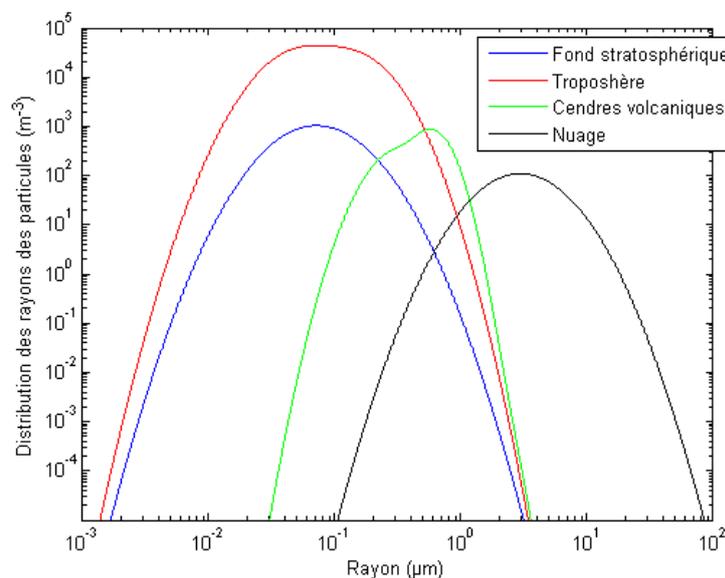


Figure 18 : Distribution des rayons des particules selon la population [10]

Les lois définissant la distribution des rayons des particules sont des lois log-normales, à un ou plusieurs modes (Figure 18).

Une particule peut rétrodiffuser un signal détectable si son rayon est supérieur à 0.2 μm . En effet, en dessous de 0.2 μm , la surface de rétrodiffusion, qui est proportionnelle à l'énergie rétrodiffusée,

décroît rapidement avec le rayon (Figure 10). Pour la population de type « Fond stratosphérique », la part des aérosols de plus de $0.2 \mu\text{m}$ est inférieure à 5 %.

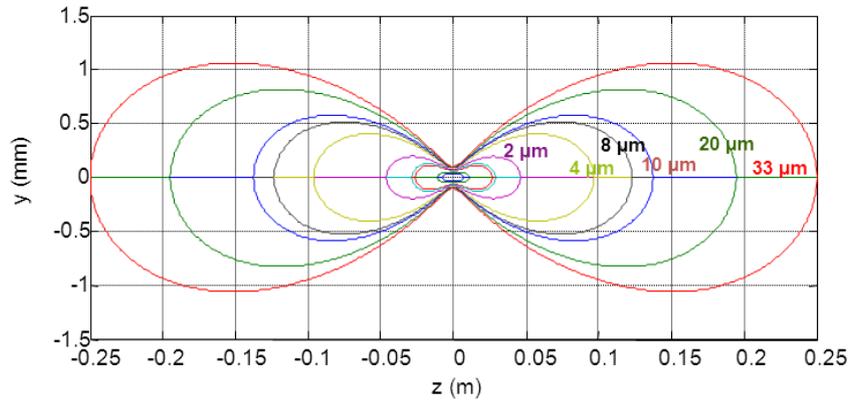


Figure 19 : Iso-puissance rétrodiffusée selon rayon de la particule

Le faisceau étant gaussien, la puissance du signal rétrodiffusée évolue selon :

$$P_{SR} = \frac{4\lambda^2}{\pi^2} P_E S_{eff} \frac{1}{\omega(z_0)^4} \exp\left(-\frac{y_0^2}{\omega(z_0)^2}\right)$$

Avec : Le rayon du faisceau $\omega(z_0) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}$

La distance au point de focalisation à laquelle l'aérosol croise l'axe du faisceau laser : z_0

La distance à l'axe du faisceau laser y_0

La puissance émise : $P_E = 1 \text{ W}$

La section efficace de rétrodiffusion : S_{eff}

La surface dans le plan (x, y) (Figure 19) dans laquelle une particule peut rétrodiffuser un signal détectable dépend de sa surface de rétrodiffusion. Les particules d'un rayon inférieur à $1 \mu\text{m}$ ne peuvent être détectées qu'à proximité du point de focalisation quand les plus grandes rétrodiffuseront un signal de puissance similaire à plusieurs centimètres du point de focalisation.

En outre, il apparaît que la distance selon l'axe du faisceau laser pour laquelle la probabilité de détecter une particule est maximale n'est pas $z = 0 \text{ cm}$, point pour lequel la densité d'énergie est maximale. Cet optimum, appelé z_{OPT} , dépend de la surface de rétrodiffusion de la particule. Plus la surface de rétrodiffusion est importante, plus z_{OPT} est grand.

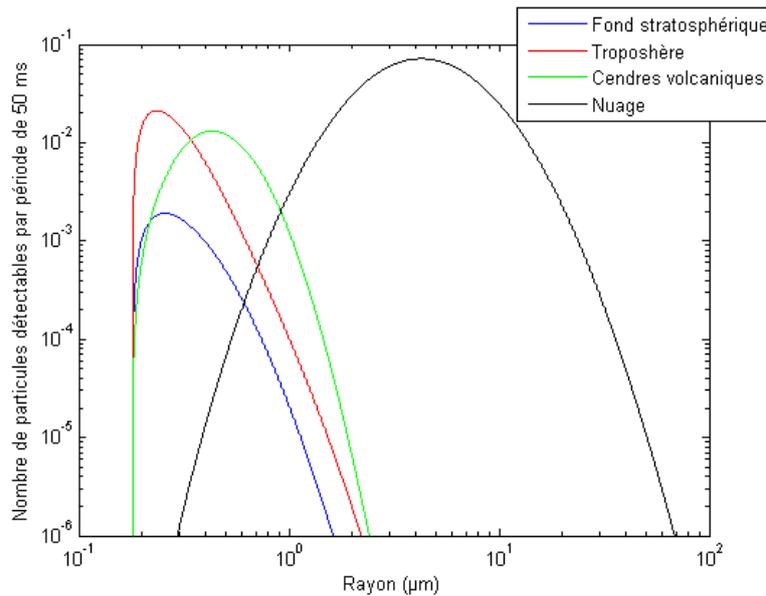


Figure 20 : Nombre de particules détectées en fonction du rayon

En tenant compte du volume dans lequel une particule est « détectable », c'est à dire tel que la puissance du signal rétrodiffusée soit suffisante pour être détectée, le fond stratosphérique apparaît être la population la plus critique en termes de nombre de détections. En effet, seulement 9 particules sont détectables par période de 50 ms en moyenne, contre près de 80 pour la troposphère et les cendres volcaniques et plus de 600 pour un nuage [10].

La diversité des populations d'aérosols induit deux problématiques. La première est que le système doit être capable de détecter suffisamment d'information afin d'estimer la vitesse radiale même dans les cas où le signal utile est rare, comme pour le fond stratosphérique.

La seconde problématique correspond aux populations de type nuage. Dans ce cas, les particules de rayon important (supérieur à 10 μm) peuvent se comporter comme des parasites car leur vitesse sera différente de celle de la masse d'air.

Ces deux problématiques sont développées dans le paragraphe suivant.

1.3. Problématiques de la mesure de vitesse air

Évalué lors d'essais en vol, le capteur a montré une capacité à estimer la vitesse air avec la précision requise dans la plupart des situations connues. Néanmoins, les exigences de performance du futur produit conduisent à améliorer les traitements pour une meilleure prise en compte des cas les plus critiques. Ainsi, les problématiques exposées ci-dessous sont le principal frein au développement d'un anémomètre laser Doppler embarqué sur avion.

1.3.1. Disponibilité

Un des enjeux majeurs de la thèse est la disponibilité du capteur, il s'agit de la probabilité de fournir une estimation fiable de la vitesse air avec une cadence de rafraichissement donnée. L'objectif est de fournir une estimation valide du vecteur vitesse toutes les 50 ms avec une disponibilité de 99.9 %.

Dans un mode de fonctionnement « monoparticule », le faisceau est fortement focalisé afin d'avoir une densité d'énergie importante permettant de détecter individuellement chaque aérosol croisant

le faisceau laser. Cette forte focalisation engendre un volume de mesure très mince. De ce fait, la probabilité qu'une particule passe dans le volume de mesure est faible. Dans les situations les plus critiques rencontrées lors de précédentes campagnes d'essais en vol, une centaine de particules sont détectées par seconde, avec un temps de parcours moyen dans le volume de mesure de $1 \mu\text{s}$. Dans ces cas, seulement 0.01 % du signal contient de l'information utile à la mesure de vitesse.

Un détecteur efficace doit être capable de reconnaître un signal utile issu du passage d'une particule dans le faisceau laser avec une probabilité de détection élevée. Sur une période d'analyse de 50 ms, cet événement est peu probable (quelques particules par période), imprévisible et de très faible durée ($1 \mu\text{s}$). En outre, les atmosphères faiblement concentrées sont généralement composées de petites particules. L'amplitude des signaux rétrodiffusés sera donc faible tout comme le rapport signal à bruit.

L'estimation de la vitesse est effectuée à partir des fréquences des signaux détectés sur une période de 50 ms. Les fréquences des signaux correspondant aux fausses alarmes étant erronées, un estimateur robuste est proposé afin de réduire leur impact sur la qualité de l'estimation. Néanmoins, le rapport entre le nombre de signaux utiles et le nombre de données erronées doit être élevé (supérieur à 1). Du fait de la faible occurrence des signaux utiles, le nombre de fausses alarmes ne peut excéder quelques détections par période de 50 ms. La probabilité de fausse alarme apparaît donc comme un élément discriminant entre les différents détecteurs proposés (Figure 21).

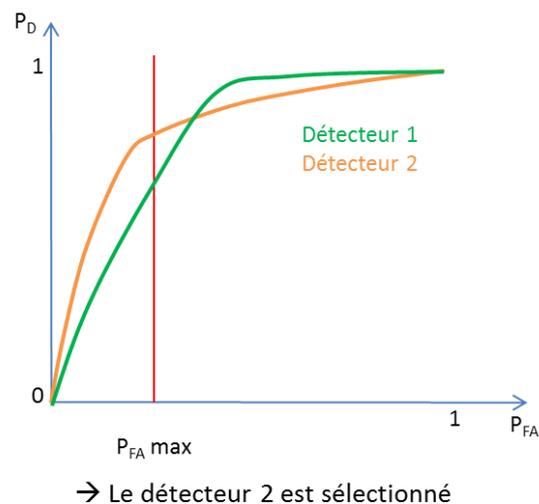


Figure 21 : Illustration de la méthode de sélection du détecteur

Dans des conditions difficiles en termes d'ensemencement en aérosols, la méthode utilisée antérieurement ne permet pas de détecter suffisamment de signaux utiles pour estimer la vitesse. Les travaux de thèse doivent permettre de répondre à ces situations. Un traitement statistique de l'information est proposé. Il permet d'exploiter des signaux de plus faible amplitude et de réduire la bande de fréquence analysée.

1.3.2. Intégrité

Un système intègre est capable de contrôler la qualité de l'information qu'il délivre afin de garantir sa validité. En aéronautique, le besoin est généralement exprimé par un seuil d'alerte et un taux d'erreur non détectée, c'est-à-dire le risque de considérer à tort comme fiable une estimation erronée au-delà du seuil d'alerte. Une analyse poussée doit être menée pour identifier les

contributeurs au risque et mettre en place les contrôles et dispositifs nécessaires à l'atteinte des spécifications d'intégrité.

Des méthodes d'estimation robustes fondées sur la cohérence entre les vitesses estimées des particules détectées ont été développées. Ces techniques permettent de réduire l'influence des données erronées sur l'estimation de la vitesse. Une estimation conjointe de la vitesse radiale locale et d'un intervalle de confiance de l'estimation est effectuée.

Le fait d'utiliser quatre axes LiDAR pour mesurer un vecteur à trois dimensions apporte un certain niveau de redondance dans la mesure. Un contrôle de la cohérence entre les différentes estimations sur chaque axe peut constituer un indicateur de l'intégrité du résultat. Les axes LiDAR étant disposés de chaque côté de l'avion, il faudrait une perturbation similaire tout autour de l'avion pour qu'elle ne soit pas détectée. Au contraire, des disparités importantes entre les différents axes indiquent la défaillance d'au moins une des voies LiDAR. Dans ce cas, il convient de rechercher la voie défaillante ou à minima d'invalider la mesure.

1.3.3. Précision

Les objectifs en termes de précision sont d'avoir un estimateur non biaisé et dont l'incertitude à trois écarts-types (loi normale) est de 2 kt (≈ 1 m/s) sur la TAS et 0.25° pour l'AOA et le SSA.

Différents facteurs impactent la précision de la mesure. Chaque signal est issu d'un traceur unique, dont la vitesse ne reflète pas exactement la vitesse de la masse d'air. En effet, la turbulence de l'air induit une dispersion sur la vitesse des particules. Il est donc nécessaire de prendre en compte un nombre minimal de détections lors de l'analyse. A haute altitude, la turbulence reste néanmoins faible et cinq détections par période de 50 ms suffisent à estimer la vitesse radiale sur un axe de mesure. Au niveau du sol, la turbulence est plus élevée et il est nécessaire de détecter une centaine de signaux pour répondre au besoin de précision. Néanmoins, à cette altitude, la concentration en aérosol est très importante et plusieurs milliers d'aérosols sont détectés par période de 50 ms.

En outre, le volume de mesure étant faible, le temps de présence d'une particule dans le faisceau laser est court : de l'ordre de la microseconde. Ce phénomène induit une faible résolution fréquentielle augmentant l'incertitude sur l'estimation de la fréquence Doppler et donc de la vitesse d'un aérosol.

1.3.4. Ecoulement perturbé

Le faisceau laser est focalisé à courte distance de l'avion, la distance de focalisation (d_{foc}) varie entre 20 et 50 cm. De ce fait, l'anémomètre laser mesure une vitesse locale impactée par le champ aérodynamique à proximité de la peau de l'avion. L'application d'une loi de correction à la mesure est donc nécessaire pour prendre en compte les perturbations du champ aérodynamique et passer du vecteur vitesse air local à la vitesse air infini amont (non perturbée par l'écoulement autour de l'avion). La reconstruction du vecteur vitesse 3D infini amont à partir de mesures de vitesses locales nécessite une étude de modélisation numérique et/ou analytique. Une optimisation globale du système doit également être menée, afin de déterminer la position des capteurs et l'architecture optique optimales pour la reconstruction de la vitesse 3D. Ce travail doit notamment prendre en compte le fait que les angles d'incidence et de dérapage ne peuvent être mesurés en un même point. En effet, le flux d'air à proximité immédiate du fuselage est très fortement influencé par l'avion, et

une sonde placée latéralement pour par exemple observer une incidence locale amplifiée d'un facteur proche de deux tout en étant insensible au dérapage.

1.3.5. Sélection des aérosols utiles

La mesure étant effectuée à proximité du porteur, la vitesse de la masse d'air est fonction de la distance par rapport à l'avion. La qualité de la mesure de vitesse air locale obtenue par ce système est conditionnée à l'hypothèse que les particules ont une vitesse identique à celle de la masse d'air au point de focalisation. Ces particules doivent donc croiser le faisceau laser à proximité du point de focalisation.

Du fait de la grande diversité des particules composant l'atmosphère, le système LIDAR utilise des particules dont le rayon est compris entre 0.1 et 100 μm . Les particules dont le rayon est élevé ont une surface de rétrodiffusion plus importante et elles peuvent être détectées en dehors du volume de mesure, à plusieurs centimètres du point de focalisation (Figure 19). Or, à cette distance du fuselage, de forts gradients de vitesse existent. La vitesse n'est donc pas homogène sur la longueur du volume de mesure.

En outre, du fait d'une plus grande inertie, une particule de taille élevée n'aura pas une vitesse représentative de celle de la masse d'air.

Les particules considérées comme de bons traceurs de vitesse croisent le faisceau laser à proximité du point de focalisation et sont de petite taille. Le traitement doit être capable de discriminer les bons traceurs des autres particules.

Pour répondre à ce problème, une étude des caractéristiques des particules a été réalisée et un modèle du signal a été établi afin d'estimer au mieux les caractéristiques des particules vis-à-vis de l'objectif de sélection des bons traceurs de vitesse.

1.4. Objectifs de la thèse

L'objectif de la thèse est de proposer des méthodes de traitement innovantes afin de répondre aux problématiques présentées ci-dessus et de permettre au système de mesure d'atteindre les performances requises.

Une analyse approfondie de la littérature et des signaux issus d'essais en vol réalisés par Thales a pour but de caractériser finement le signal LiDAR. En particulier, il s'agit de définir les signatures des différentes conditions atmosphériques sur le signal obtenu. Puis, la chaîne de traitement du signal LiDAR doit être repensée pour une meilleure prise en compte des cas marginaux. Il convient notamment de définir une méthode capable de détecter l'information recherchée dans les conditions les plus critiques en terme d'ensemencement en aérosols afin d'assurer un bon fonctionnement en toutes circonstances du capteur. Une méthode de sélection des aérosols utiles et un estimateur robuste sont à mettre au point dans le but de garantir l'intégrité et la précision de la mesure. Les méthodes proposées seront évaluées par simulation et la chaîne de traitement finale sera validée expérimentalement lors d'une campagne d'essais.

Une étude globale du système doit être menée afin d'optimiser la position des capteurs sur l'avion et l'architecture optique des LiDAR. Cette étude s'appuiera sur un modèle de champ aérodynamique proche de l'avion. Une méthode d'inversion du champ aérodynamique sera proposée pour le calcul

du vecteur vitesse air. L'optimisation du système sera effectuée en tenant compte des diverses contraintes liées à l'installation du capteur sur un avion.

2. Chaîne de traitement du signal LiDAR proposée

La chaîne de traitement (Figure 22), décrite dans cette partie analyse le signal hétérodyne en sortie du détecteur optique, issu de la rétrodiffusion de la lumière sur les particules, afin d'estimer la vitesse radiale locale.

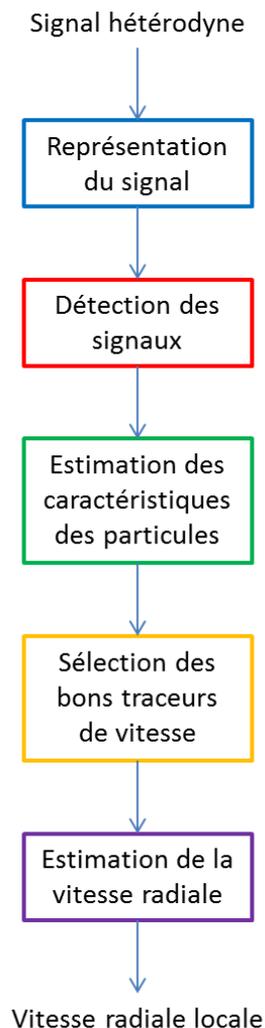


Figure 22 : Chaîne de traitement

Le problème direct est d'abord décrit. Il permet de définir l'influence des différentes grandeurs, telles que les paramètres optiques ou les caractéristiques des particules, sur le signal. Un modèle du signal utile comprenant cinq paramètres est formulé et les sources de bruit sont explicitées. Ensuite, une méthode d'inversion du problème est également présentée. Son objectif est d'estimer les caractéristiques des particules à partir des paramètres du modèle du signal. Ces caractéristiques sont utilisées par la suite pour sélectionner les aérosols utiles (2.4.2) et estimer la vitesse radiale sur l'axe de mesure (1.2.4).

En régime « monoparticule », le signal utile est parcimonieux. En effet, dans un air très clair à haute altitude, les particules ne sont présentes dans le faisceau qu'une faible proportion du temps, quelques dizaines de microsecondes par période de 50 ms. En outre, l'énergie rétrodiffusée varie fortement selon le rayon et la position de la particule. Afin de respecter les objectifs de disponibilité du capteur, il est nécessaire d'exploiter l'information contenue dans des signaux de faible rapport signal à bruit issus des petits aérosols. La question du choix d'une représentation du signal optimale au regard des performances de détection et d'estimation est donc posée.

Les propriétés recherchées sont la robustesse vis à vis du bruit et un coût calculatoire compatible avec une implémentation temps-réel. De plus, la représentation du signal doit permettre d'extraire efficacement les informations contenues dans le signal, en vue de la sélection des particules utiles et de l'estimation de la vitesse. Des méthodes non paramétriques et paramétriques ont été évaluées.

L'approche classique en détection de signaux LiDAR consiste en un seuillage de la représentation du signal. Cette approche pose d'une part le problème du choix du seuil et, d'autre part, dans des conditions atmosphériques difficiles (faible SNR), il se peut qu'aucun signal utile ne soit détecté. La méthode proposée vise à répondre à ces situations sévères.

Il s'agit d'une approche statistique recherchant la bande de fréquence des signaux utiles en comparant une fonction statistique de la représentation temps-fréquence observée à celle du bruit. Les signaux utiles modifient la statistique du bruit. De ce fait, aux fréquences d'intérêt, il y aura non adéquation entre les observations et la référence (fonction statistique du bruit seul). Cette méthode permet de prendre en compte les signaux utiles de plus faible amplitude et augmente la disponibilité du système.

Pour chaque aérosol détecté, les paramètres du modèle sont estimés à partir de méthodes d'estimation fondées sur la représentation du signal. Leurs performances seront comparées aux bornes de Cramér-Rao (CRB) et à la littérature. Ces paramètres permettent de déduire caractéristiques des particules afin de sélectionner les aérosols utiles pour l'estimation de la vitesse sur l'axe de mesure

La vitesse radiale sur l'axe de mesure est estimée à partir de tous les aérosols utiles détectés par période de 50 ms. L'estimateur doit être robuste aux données aberrantes, correspondant aux particules parasites mal identifiées, afin de fournir une estimation de la vitesse radiale précise et intègre. Différents estimateurs robustes ont été évalués, issus de la classe des M-estimateurs. Par ailleurs, un estimateur de l'incertitude associée à l'estimation de la vitesse est proposé. Cette information permet de déterminer la qualité de l'estimation de vitesse et de contrôler son intégrité.

2.1. Formalisation du problème

2.1.1. Caractéristiques des particules

Les caractéristiques des particules sont réparties selon trois classes. La première comprend la nature physique de la particule. Dans cette étude, seule la taille d'un aérosol est prise en compte mais d'autres informations, comme la forme, l'indice de réfraction ou la composition chimique, pourraient être utilisées pour d'autres applications. La position des aérosols dans l'espace constitue la seconde classe. Le paramètre d'intérêt de cette classe est principalement la position de la particule dans le repère du faisceau laser au point d'impact avec le faisceau laser. Enfin, la dernière catégorie regroupe les aspects de vitesse et de trajectoire.

L'objet de cette partie est de décrire les différentes caractéristiques définissant une particule. Il paraît intéressant d'analyser les lois de répartition de chaque caractéristique. Ce second point sera utilisé dans l'élaboration et la sélection des éléments de la chaîne de traitement du signal LiDAR.

Le rayon d'une particule est noté r et sa surface de rétrodiffusion S_{eff} . Les modèles de loi de distribution des rayons sont des lois log-normales, avec un ou plusieurs modes (Figure 18). La plage d'intérêt des rayons est d'environ trois ordres de grandeur, de 0.1 à 100 μm .

La position de la particule à l'instant auquel elle croise l'axe du faisceau laser ($x = 0$) est définie par :

- La distance z_0 , distance par rapport au point de focalisation à laquelle la particule coupe le faisceau laser
- La distance y_0 , distance par rapport à l'axe du faisceau laser à laquelle la particule coupe le faisceau

Les aérosols sont répartis uniformément dans l'espace, ils peuvent être détectés sur toute une plage allant de $-z_{lim}(r)$ à $z_{lim}(r)$. La distance maximale z_{lim} à laquelle ils sont détectables dépend du rayon de l'aérosol. La probabilité de détecter un signal rétrodiffusé par une particule de rayon r n'est pas maximale en $z = 0$. En effet, la densité d'énergie est maximale en ce point mais le volume du faisceau est minimal. Ainsi, pour chaque valeur de r , il existe un optimum en z , z_{OPT} pour lequel la probabilité de détecter un aérosol est maximale. Plus la surface de rétrodiffusion est importante, plus z_{OPT} est grand (Figure 19).

La particule suit une trajectoire rectiligne, l'angle θ représente l'angle entre cette trajectoire et l'axe du faisceau laser. Le module de la vitesse relative entre l'avion et la particule est V . Les deux composantes du vecteur vitesse d'une particule sont :

- La vitesse radiale V_R ou projection du vecteur vitesse selon l'axe du faisceau :
- $$V_R = V \cos(\theta)$$
- La vitesse transversale V_T , composante du vecteur vitesse dans le plan orthogonal à l'axe du faisceau :

$$V_T = V \sin(\theta)$$

La loi de répartition des vitesses des aérosols utiles est centrée sur la vitesse de la masse d'air avec une variance faible, liée à la turbulence de l'air (Figure 9). De ce fait, les vitesses de ces particules sont réparties sur une bande restreinte, de l'ordre de 1 m/s. Cette plage est faible devant le domaine de vitesse de l'avion, de 0 à 200 m/s.

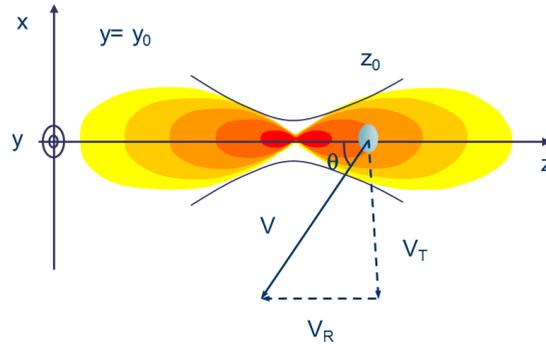


Figure 23 : Illustration des caractéristiques d'une particule

2.1.2. Modélisation du problème direct

Le signal recueilli en sortie du détecteur peut être modélisé selon l'expression suivante :

$$x(t) = s(t) + w(t)$$

$s(t)$ est le signal hétérodyne, rétrodiffusé par les particules, et $w(t)$ est le bruit.

2.1.2.1. Modèle du signal

L'expression du courant hétérodyne est donnée en annexe (6.1).

Un modèle $s(t)$ du courant hétérodyne peut être formulé selon :

$$s(t) = A_0 \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right)$$

A_0 est l'amplitude du signal, son expression est :

$$A_0 = \frac{4\lambda S_D \sqrt{P_e P_{OL} S_{eff}}}{\pi \omega^2(z_0)} \exp\left(-\frac{2y_0^2}{\omega^2(z_0)}\right)$$

t_0 est l'instant auquel la particule coupe l'axe du faisceau laser.

f_0 est la fréquence Doppler, elle est proportionnelle à la vitesse radiale :

$$f_0 = \frac{2V_R}{\lambda}$$

D est la durée du signal. La durée représente le temps de présence de la particule dans le faisceau, et nous considérons qu'aux extrémités du faisceau, l'amplitude du signal vaut $A_0 \exp(-2)$. La durée dépend de la distance au waist et de la vitesse transversale selon l'expression :

$$D = \frac{2\omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}}{V_T}$$

P est la vitesse d'évolution de la fréquence. Elle est constante au cours du temps et dépend de la distance au waist et de la vitesse transversale selon l'expression :

$$P = \frac{2V_T^2}{\lambda z_0 \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_0}\right)^2\right)}$$

P représente la pente de la représentation temps-fréquence du signal.

2.1.2.2. Bruit

Quatre sources de bruit non corrélées ont été identifiées parmi lesquels le RIN, présenté précédemment (1.2.3).

Le bruit de shot de l'oscillateur local est lié au comptage des électrons générés par l'éclairage optique du détecteur. La statistique du décompte du nombre de photons reçus par le détecteur par unité de temps suit une loi de Poisson. Néanmoins, le nombre moyen de photons reçus étant très élevé (4.10^{11} par période d'échantillonnage), la loi de Poisson tend vers une loi normale.

La variance du bruit de shot s'exprime selon :

$$\langle i_{shot}^2 \rangle = 2eS_D B P_{OL}$$

Où e est la charge de l'électron ($e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C).

Le bruit thermique est lié à l'agitation thermique des porteurs de charge du détecteur. L'expression de sa variance est :

$$\langle i_{therm}^2 \rangle = \frac{4kT}{Z} B$$

Avec Z l'impédance de l'amplificateur, k la constante de Boltzmann ($k = 1,380 \cdot 10^{-23}$ J.K⁻¹) et T la température dans le détecteur.

La variance du courant d'obscurité s'exprime selon :

$$\langle i_{obs}^2 \rangle = S_D^2 N E P^2 B$$

NEP est la puissance équivalente au bruit. (Noise Equivalent Power).

En détection équilibrée, l'expression de la densité spectrale de puissance du bruit est :

$$\sigma_W^2 = \langle i_{shot}^2 \rangle + \langle i_{RIN_DE}^2 \rangle + \langle i_{therm}^2 \rangle + \langle i_{obs}^2 \rangle$$

Lorsque que la détection est optimisée, la puissance du bruit de shot est très supérieure à celles des autres sources de bruit. De ce fait, le bruit du signal hétérodyne est considéré comme blanc gaussien et sa densité spectrale de puissance vaut :

$$\sigma_W^2 \approx \langle i_{shot}^2 \rangle = 2eS_D B P_{OL}$$

Le rapport signal à bruit s'exprime :

$$SNR = \frac{A_0^2}{\sigma_W^2} = \frac{8\lambda^2 S_D P_E S_{eff}}{\pi^2 \omega^4(z) e B} \exp\left(-4 \frac{y_0^2}{\omega^2(z)}\right) = \frac{2S_D P_{SR}}{e B}$$

2.1.3. Inversion du modèle

La stratégie de traitement mise en place consiste à estimer les paramètres du modèle pour chaque signal détecté. Les caractéristiques des particules sont déduites de ces paramètres.

La distance au point de focalisation z_0 peut être estimée selon :

$$z_0 = \frac{P D^2 \pi Z_R}{8}$$

La vitesse transversale s'exprime :

$$V_T = \frac{2\omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{Z_R}\right)^2}}{D} = \sqrt{\frac{\lambda z_0 \left(1 + \left(\frac{Z_r}{z_0}\right)^2\right) P}{2}}$$

L'expression de la vitesse radiale est :

$$V_R = \frac{\lambda f_0}{2}$$

Le module de la vitesse vaut :

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_T^2}$$

Le rayon peut être estimé selon :

$$S_{eff} = \frac{A_0 \pi^2 \omega^4(z_0)}{16 \lambda^2 S_d^2 P_e P_{OL}} \exp\left(\frac{4y_0^2}{\omega^2(z_0)}\right)$$

$$r = S_{eff}^{-1}(r)$$

Deux contraintes liées à l'utilisation de cette méthode d'estimation sont prises en compte :

- Pour les particules dont le rayon est du même ordre que la longueur d'onde du laser, la surface de rétrodiffusion n'est pas proportionnelle au carré du rayon et le problème de l'estimation du rayon à partir de la surface de rétrodiffusion est un problème mal posé (Figure 10). Une valeur de cette surface conduit en effet à différentes valeurs possibles du rayon.
- La surface de rétrodiffusion peut être exprimée en fonction de A_0 et de y_0 . Or, y_0 est inconnu. En faisant l'hypothèse que y_0 est compris entre 0 et $\omega(z_0)$ (rayon du faisceau laser en z_0) nous en déduisons que S_{eff} est compris entre 1 et 55 fois $S_{eff}(y_0 = 0)$. Dans le cas des grandes particules, nous pouvons supposer que le rayon est compris entre 1 et 7.5 fois $r(y_0 = 0)$.

Pour les petites particules, le rayon minimal est estimé. Il s'agit du plus petit rayon correspondant à la surface de rétrodiffusion estimée en $y_0 = 0$. Pour les particules de plus grande taille, le rayon peut être estimé à partir de la surface de rétrodiffusion. Dans ce cas, un intervalle sur le rayon peut être défini, pour $y_0 \in [0 \omega(z_0)]$.

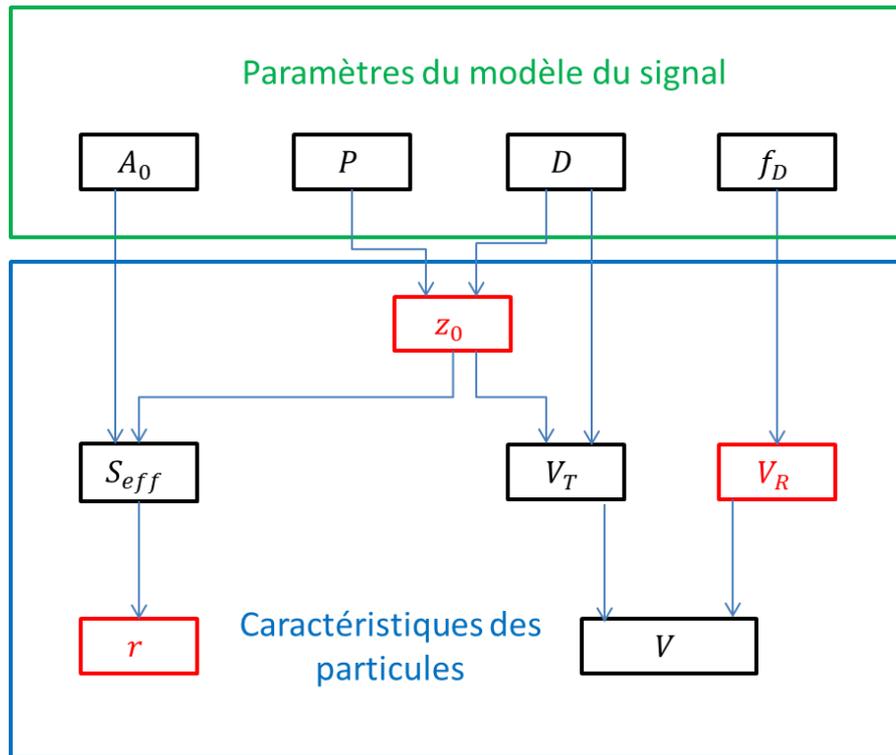


Figure 24 : Relation entre les paramètres de modèle du signal et les caractéristiques des particules

L'estimation des caractéristiques a deux utilités. La vitesse radiale estimée pour chaque particule permet d'estimer la vitesse radiale locale observée sur l'axe de mesure. Les vitesses locales sur chaque axe LiDAR permettent ensuite d'estimer le vecteur vitesse en inversant le modèle de champ aérodynamique autour de l'avion.

Le rayon des aérosols et la distance au point de focalisation déterminent la qualité d'un traceur de vitesse. Les aérosols dont le rayon ou la distance au point de focalisation sont trop élevés sont considérés comme des parasites. Ils ne seront donc pas pris en compte dans l'estimation du vecteur vitesse. Le rayon et la distance au point de focalisation maximaux des aérosols considérés comme de bons traceurs de vitesse dépendent du modèle de champ aérodynamique, donc de l'avion, et du lieu d'installation. Les précédents essais en vol réalisés par Thales ont permis d'établir de manière empirique que le rayon et la distance au point de focalisation maximaux des particules utiles sont respectivement de 10 μm et de 5 cm pour un avion d'affaires (une dizaine de passagers).

Le module de la vitesse locale peut être estimé sur un seul axe. Néanmoins, cette mesure n'est pas utilisée car l'incertitude sur l'estimation de la vitesse transversale est très supérieure à celle sur la vitesse radiale. De ce fait, l'estimation du module de la vitesse sur un seul axe ne permet pas d'atteindre les spécifications en termes de précision. Cet aspect est développé au paragraphe 2.4.2.4.

2.2. Représentation du signal

L'objectif principal de la chaîne de traitement est l'estimation de la fréquence Doppler des signaux issus du passage des particules dans le faisceau laser. De ce fait, l'analyse spectrale paraît être l'outil le plus adapté. En outre, le fait que le signal utile soit parcimonieux induit une problématique de détection de l'information. De plus, le modèle défini au chapitre précédent présente une variation temporelle de l'amplitude et de la fréquence instantanée du signal utile. Ces deux aspects montrent la nécessité d'avoir une représentation du signal en deux dimensions : le temps et la fréquence. Par conséquent, l'étude se portera sur une extension de l'analyse spectrale, les représentations temps-fréquence (RTF).

Le rôle de la représentation du signal est de mettre en forme le signal afin d'en permettre l'analyse. Les méthodes temps-fréquence peuvent se décomposer en deux classes : non-paramétrique et paramétrique.

La première, regroupant entre autres les méthodes basées sur la transformée de Fourier, ne requiert que peu d'informations sur le signal étudié. C'est une technique universelle, peu coûteuse et robuste au bruit. Son principal défaut est la limite en résolution induite par l'utilisation d'une durée d'observation finie. Cet inconvénient a conduit au développement des méthodes paramétriques. Elles s'appuient sur une modélisation du signal étudié afin d'introduire de l'a priori dans l'analyse.

2.2.1. Objectifs et critères de sélection

L'analyse spectrale n'est qu'une étape préliminaire dans une chaîne de traitement du signal. Dans la chaîne proposée, elle est suivie de décisions, comme la détection des signaux utiles et l'estimation des paramètres du modèle.

Précédemment, le signal a été défini comme non-stationnaire. Il convient de préciser que cette non-stationnarité s'applique au signal hétérodyne sur une période importante. Elle s'explique par le fait qu'il n'y ait pas en permanence une particule dans le faisceau laser, et donc que la présence de signal utile soit discontinue. En outre, chaque aérosol possédant des caractéristiques différentes, chaque signal utile et ses paramètres correspondant sont uniques. Le signal hétérodyne peut être modélisé comme une succession de signaux utiles, avec chacun des paramètres différents, entrecoupés de période d'absence d'information.

En revanche, sur toute la durée d'un signal utile, les paramètres sont constants. Une hypothèse de stationnarité locale peut donc être formulée.

La détection recherche les différents motifs présents sur la représentation du signal. Chaque motif pouvant être un signal utile ou un bruit. Il s'agit ensuite de définir les coordonnées du motif sur la représentation et de déterminer sa nature (signal utile ou bruit). La décision sur la nature d'un motif s'effectue selon un critère donné, l'amplitude maximale du motif par exemple. La représentation doit permettre de maximiser ce critère pour les signaux utiles.

Les paramètres des signaux dépendent de plusieurs caractéristiques des particules : vitesse, angle entre sa trajectoire et l'axe du faisceau laser et distance au point de focalisation. Afin d'optimiser la sensibilité aux signaux utiles, le détecteur doit prendre en compte un maximum de paramètres. Un des critères de choix de la méthode de représentation sera son aptitude à couvrir le plus grand domaine possible dans l'espace des trois caractéristiques (vitesse, angle et distance).

En outre, dans les conditions les plus délicates en termes de disponibilité, les signaux utiles ont un rapport signal à bruit faibles (< 0 dB) et sont de courtes durées, de l'ordre de la microseconde. Par conséquent, la méthode de représentation se doit d'être robuste au bruit et adaptée aux signaux courts.

La représentation du signal est également utilisée pour l'estimation des paramètres des signaux, dans le but d'estimer la fréquence Doppler puis la vitesse radiale. Les autres paramètres estimés (durée, pente et amplitude) permettent de déduire les caractéristiques des particules (rayon, distance au point de focalisation). Ces informations sont utilisées dans le but de sélectionner les aérosols utiles. Afin d'estimer précisément les paramètres, la représentation doit permettre d'extraire efficacement les informations contenues dans le signal, même pour les faibles SNR.

Le coût calculatoire est également un critère de sélection. En effet, l'application étudiée fonctionne en temps-réel et le temps de calcul est limité : environ 50 ms pour la chaîne complète.

2.2.2. Méthodes non-paramétriques

Différentes méthodes de représentations temps-fréquence (RTF) ont été étudiées :

- Les RTF linéaires : la Transformée de Fourier Court Terme (TFCT) et la Transformée en Ondelettes (TO) ;
- Les RFT quadratiques : la distribution de Wigner-Ville ;
- La réallocation, dont le but est d'améliorer certaines propriétés des RTF, a aussi été étudiée.

Les RTF linéaires étudiées s'appuient sur l'hypothèse qu'un signal non-stationnaire peut s'exprimer comme une succession de signaux stationnaires, la transformée de Fourier n'apportant aucune information temporelle sur le signal analysé. Ces méthodes se basent sur une analyse dite à « fenêtre glissante » et sont plus adaptées aux signaux à variations lentes. Par « variations lentes », il est entendu une variation sur une échelle de temps supérieure au pas entre deux spectres analysés.

La distribution de Wigner-Ville est une représentation quadratique permettant de répartir l'énergie du signal dans le plan temps-fréquence. Elle possède de nombreuses propriétés intéressantes dont l'absence de résolution limite. Cette RTF est particulièrement adaptée aux signaux non-stationnaires car elle n'implique pas d'hypothèse de stationnarité locale, au contraire de la transformée de Fourier.

Le principe de la réallocation est de concentrer plus efficacement l'énergie d'une représentation temps-fréquence en déplaçant la valeur d'un point du plan temps-fréquence vers le centre de gravité des points de la RTF considérés. Cette technique permet de compenser les défauts des RTF linéaires, telle que la faible résolution.

2.2.2.1. Transformée de Fourier Court Terme

2.2.2.1.1. Définition

L'expression de la Transformée de Fourier Court-Terme (TFCT) est :

$$F_T(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(\tau - t) \exp(-2i\pi f\tau) d\tau$$

Où $x(t)$ est le signal hétérodyne et $h(t)$ représente la fenêtre de pondération.

Le spectrogramme est le module carré de la TFCT :

$$X(t, f) = |F_T(t, f)|^2$$

2.2.2.1.2. Fenêtrage

Même si les méthodes non-paramétriques ne requièrent aucun a priori sur le signal analysé, la fenêtre de pondération permet d'optimiser la représentation selon certains critères.

Par exemple, choisir une fenêtre $h(t)$ similaire au signal analysé permet de maximiser l'amplitude de la RTF du signal. Cet aspect peut se révéler important lors d'une détection par seuillage sur l'amplitude.

Ainsi, dans notre cas, l'expression de la fenêtre adaptée au modèle est :

$$h(t) = \exp\left(-\left(\frac{8}{D_h^2} - i\pi P_h\right)t^2\right)$$

Cette fenêtre est une gaussienne et, dans ce cas, la TFCT et aussi appelée transformée de Gabor [11]. Ses paramètres, D_h et P_h , dépendent des paramètres des signaux recherchés, D et P . Or, ces deux paramètres sont fonctions des caractéristiques des particules telles que la vitesse transversale et la distance au point de focalisation. Pour les particules considérées comme de bons traceurs de vitesse, l'hypothèse considérant qu'elles ont toutes une vitesse transversale quasiment identique peut être effectuée. En revanche, les particules étant uniformément réparties dans l'espace, la distance au point de focalisation est différente pour chaque particule. La fenêtre de pondération ne peut correspondre qu'à un seul couple (V_T, z_0) . Par conséquent, elle ne peut pas être adaptée à toutes les particules recherchées.

Dans une masse d'air ne contenant que de petites particules ne pouvant être détectées qu'à proximité du point de focalisation, la distance la plus adaptée pour la détection est $z_0 = 0$ cm. Dans les autres cas, les aérosols sont répartis uniformément dans l'espace et aucune position n'est privilégiée.

La vitesse transversale permettant de définir les paramètres de la fenêtre est la vitesse transversale estimée sur la période de 50 ms précédente. Cette hypothèse semble justifiée car les variations de la vitesse air sont faibles sur 50 ms.

L'expression des paramètres de la fenêtre est :

$$D_h = \frac{2\omega_0}{\hat{V}_T}$$

$$P_h = 0$$

Un défaut majeur de la TFCT découle du principe d'Heisenberg [12], étendu aux RTF par Gabor[11]. Il s'agit de la limitation de résolution, représentant la capacité à dissocier deux signaux proches en temps ou en fréquence.

Le produit des supports moyens en temps et en fréquence est :

$$\overline{\Delta t_h} \cdot \overline{\Delta f_h} \geq \frac{1}{4\pi}$$

$$\overline{\Delta t_h}^{-2} = \int \frac{t^2 |h(t)|^2 dt}{\int |h(t)|^2 dt}$$

$$\overline{\Delta f_h}^{-2} = \int \frac{f^2 |h(t)|^2 dt}{\int |h(t)|^2 dt}$$

Il en résulte qu'une amélioration de la localisation temporelle sera faite au détriment de la résolution fréquentielle et inversement. L'égalité est atteinte en utilisant une fenêtre gaussienne.

Il est peu probable que deux signaux se croisent sur la représentation temps-fréquence du fait de leur parcimonie. C'est pourquoi la résolution n'est pas un critère primordial dans le choix de la représentation la plus adéquate.

Cette situation peut néanmoins être rencontrée dans une masse d'air très concentrée en particules, telle qu'un nuage, pour laquelle un grand nombre d'aérosols sont détectés. Dans ce cas, le traitement ne parvient pas à séparer les deux signaux. Le signal résultant est généralement long ou étalé en fréquence et la distance estimée (proportionnelle au produit de la pente et du carré de la distance), même si elle ne correspond pas à la réalité, sera élevée et conduira à l'élimination de ce signal.

2.2.2.1.3. Avantages – Inconvénients

Le coût calculatoire de la TFCT est faible et il est compatible avec une application temps-réel. Le calcul de la TFCT est effectué selon l'algorithme FFT (Fast Fourier Transform) [13] de calcul de la transformée de Fourier discrète. Sa complexité varie selon $\mathcal{O}(N \log_2(N))$ avec $N = 2^n$ le nombre de points, n étant un nombre entier positif.

Le spectrogramme est une distribution d'énergie et il a, comme la transformée de Fourier, la propriété de conserver l'énergie du signal. Il en résulte que tous les points sont positifs et qu'il n'y a pas de termes d'interférence entre les signaux. De ce fait, la détection des signaux utiles est simplifiée.

Dans le cas du spectrogramme, la variance de l'estimateur et sa moyenne ne dépendent que de la variance du bruit tandis que l'amplitude du spectrogramme du signal augmente avec le nombre de points utilisés. Cette propriété permet une robustesse élevée au bruit et permet l'analyse de signaux avec de faibles SNR. Elle est primordiale pour l'application visée car les signaux rétrodiffusés par de petites particules ont un SNR inférieure à 0 dB. Or, dans certaines conditions, seuls ces signaux sont disponibles et il est nécessaire d'en extraire une estimation fiable de la fréquence Doppler.

Le défaut majeur de la TFCT est la limitation du produit des résolutions temporelle et fréquentielle. En outre, une même fenêtre étant appliquée sur toute la plage de fréquence, la résolution est constante. Or, dans l'application étudiée, à haute fréquence, donc à vitesse élevée, les signaux seront de courte durée et la variation de fréquence sera importante. Une bonne localisation temporelle est préférable. La variation de fréquence est égale au produit de la pente par la durée du signal et elle est proportionnelle à la vitesse transversale. Au contraire, à basse fréquence, la durée croît alors que la variation de fréquence diminue. D'où le besoin d'avoir une bonne résolution fréquentielle.

Les vitesses des particules considérées comme de bons traceurs sont réparties sur une faible plage de vitesse. Il en résulte que les signaux utiles seront contenus dans une bande de fréquence étroite. Sur cette bande, il n'est pas nécessaire de faire varier la résolution.

2.2.2.1.4. Modèle Temps-Fréquence du signal hétérodyne

La Transformée de Fourier Court-Terme (TFCT) du signal analytique associé à $s(t)$ s'exprime :

$$F_T(t, f) = \int s(\tau)h^*(\tau - t) \exp(-2j\pi f\tau) \exp(j\pi ft) d\tau$$

$$h(t) = \frac{4}{\sqrt{2\pi}D_h} \exp\left(-\frac{8}{D_h^2}t^2\right)$$

D'où l'expression du spectrogramme :

$$S(t, f) = |F_T(t, f)|^2 = S_0 \exp\left(-\frac{C_1(t - t_0)^2 + C_2(f - f_0)^2 + C_3(t - t_0)(f - f_0)}{C_4}\right)$$

Avec :

$$S_0 = \frac{4A_0^2}{D_h^2 \sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 P^2}}$$

$$C_1 = \frac{16}{D_h^2} \left(\frac{16}{D^2} \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right) + 4\pi^2 P^2\right)$$

$$C_2 = 4\pi^2 \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)$$

$$C_3 = -\frac{128\pi^2 P}{D_h^2}$$

$$C_4 = \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 P^2$$

La valeur moyenne du spectrogramme du bruit s'exprime selon :

$$P_W = \sigma_W^2 B_{EQ}$$

Où B_{EQ} est la bande équivalente de bruit, c'est à dire la bande de fréquence donnant la même puissance de bruit en sortie du filtre $H(f)$ de la TFCT mais avec un gain constant $H(0)$ sur toute la bande de fréquence.

$$B_{EQ} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |H(f)|^2 df}{|H(0)|^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}D_h}$$

Afin de construire un critère de décision pour la détection de signaux utiles, nous introduisons le CNR défini selon :

$$CNR = \frac{S_0}{P_W} = \frac{2A_0^2\sqrt{\pi}}{\sigma_W^2 D_h \sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 P^2}} = SNR \frac{2\sqrt{\pi}}{D_h \sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 P^2}}$$

Et

$$X(t, f) = CNR \exp\left(-\frac{C_1(t - t_0)^2 + C_2(f - f_0)^2 + C_3(t - t_0)(f - f_0)}{C_4}\right)$$

Le CNR représente la valeur de l'amplitude maximale du spectrogramme d'un signal relative à la valeur moyenne du spectrogramme du bruit. Il est nécessaire de maximiser le CNR des signaux utiles afin d'augmenter la probabilité de détection de ces signaux.

2.2.2.2. Transformée en Ondelettes

2.2.2.2.1. Définition

Une famille d'ondelettes est définie par l'ondelette mère $\psi(t)$ et l'ensemble des ondelettes déduites par translation de τ et/ou dilatation d'un facteur d'échelle a de $\psi(t)$:

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right)$$

La transformation en ondelettes (TO) d'un signal $x(t)$ est l'ensemble des projections de ce signal sur la famille d'ondelettes. Elle s'exprime selon :

$$G(\tau, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{a,\tau}^*(t) dt$$

Contrairement à la TFCT qui n'utilise qu'une seule fenêtre, la transformée en ondelettes se base sur toute une famille de fonctions. De ce fait, la TO permet d'adapter la résolution selon l'échelle. Ainsi, la localisation temporelle s'améliore quand la fréquence augmente au détriment de la résolution fréquentielle. Cependant, le produit des résolutions conserve la même limitation que la TFCT.

Les représentations à base de transformée en ondelettes sont couramment utilisées pour des applications Doppler. Par exemple, dans l'article [14] sont présentés deux détecteurs basés une TFCT et une transformée en ondelettes pour une application biomédicale. La transformée en ondelettes permet d'atteindre de meilleures performances que la TFCT pour la détection des signaux pour un coût calculatoire du même ordre.

Une procédure de détection et d'estimation de paramètres est décrite dans [15] avec une représentation utilisant une transformée en ondelettes. Le domaine d'application est la vélocimétrie laser Doppler pour l'acoustique. Le détecteur présente de bonnes performances pour des SNR positifs et l'estimateur du temps de passage est non biaisé et sa variance est égale à la borne de Cramér-Rao (CRB).

Dans une application plus proche, en anémométrie laser Doppler pour la mesure de vitesse d'écoulement, une chaîne de traitement du signal utilisant une représentation à base de transformée en ondelettes est décrite dans l'article [16]. Cette méthode a été implémentée et évaluée en temps-réel et ses performances pour la détection de signaux et l'estimation de fréquence Doppler sont intéressantes, même à faible SNR.

2.2.2.2.2. Ondelettes

Afin d'optimiser l'amplitude des signaux recherchés, $\psi(t)$ doit être similaire à $s(t)$. Ainsi,

$$\psi(t) = \exp\left(-\left(\frac{8}{D_\psi^2} - i\pi P_\psi\right)t^2 + 2i\pi f_\psi t\right)$$

L'ondelette choisie est une ondelette de Morlet complexe. Elle possède des propriétés similaires à la fenêtre gaussienne. Elle permet notamment d'atteindre le compromis de résolution optimale :

$$\overline{\Delta t_h} \cdot \overline{\Delta f_h} = \frac{1}{4\pi}$$

Les paramètres de l'ondelette, D_ψ , P_ψ et f_ψ sont exprimés en fonction de la vitesse V , de l'angle entre la trajectoire de la particule et le faisceau laser θ et de la distance au point de focalisation z_0 :

$$D_\psi(V, \theta, z_0) = \frac{2\omega(z_0)}{V_T} = \frac{2\omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}}{V \sin \theta}$$

$$P_\psi(V, \theta, z_0) = \frac{2V_T^2}{\lambda z_0 \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_0}\right)^2\right)} = \frac{2V^2 \sin^2 \theta}{\lambda z_0 \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_0}\right)^2\right)}$$

$$f_\psi(V, \theta) = \frac{2V_R}{\lambda} = \frac{2V \cos \theta}{\lambda}$$

A partir des paramètres de l'ondelette $\psi(t)$, deux familles d'ondelettes présentent un intérêt pour l'application étudiée.

2.2.2.2.3. Famille d'ondelettes adaptées en vitesse

Une famille d'ondelette avec un facteur d'échelle a et les valeurs de θ et z_0 fixes permet d'obtenir une ondelette d'analyse adaptée au signal issu du passage d'une particule à la vitesse V recherchée :

$$a = \frac{V_M}{V}$$

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp \left(- \left(\frac{8}{D_\psi^2(a, V_M)} - i\pi P_\psi(a, V_M) \right) (t - \tau)^2 + 2i\pi f_\psi(a, V_M)(t - \tau) \right)$$

$$D_\psi(a, V_M) = \frac{2\omega(z_0)}{\frac{V_0}{a} \sin \theta}$$

$$P_\psi(a, V_M) = \frac{2 \frac{V_M^2}{a^2} \sin^2 \theta}{\lambda z_0 \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_0}\right)^2\right)}$$

$$f_\psi(a, V_M) = \frac{2 \frac{V_M}{a} \cos \theta}{\lambda}$$

La représentation temps-échelle obtenue avec l'ondelette adaptée en vitesse correspond à une représentation temps-fréquence où $f_\psi = f_M/a$, f_M étant la fréquence centrale de l'ondelette mère.

Cette famille d'ondelettes permet d'optimiser la détection des signaux sur toute la plage de vitesse, pour un angle θ et une distance z_0 donnés. Par rapport à la TFCT, cette famille d'ondelettes couvre une dimension de plus, la vitesse. Pour la TFCT, les paramètres de la fenêtre sont fixés à partir de l'estimation du vecteur vitesse à l'instant précédent. En l'absence de cette information (démarrage, indisponibilité du capteur), seule la transformée en ondelettes permet d'optimiser l'amplitude des signaux utiles en vue d'une détection.

Le *CNR* d'un signal estimé à partir du scalogramme est identique au *CNR* observé sur le spectrogramme avec cette famille d'ondelettes (décrit au chapitre 2.2.2.1.4).

2.2.2.2.4. Ondelette adaptée en distance

Une famille d'ondelette avec un facteur d'échelle a et les valeurs de V et θ fixes permet d'obtenir une ondelette d'analyse adaptée au signal issu du passage d'une particule à la distance au point de focalisation z_0 recherchée :

$$a = \frac{z_M}{z_0}$$

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp \left(- \left(\frac{8}{D_\psi^2(a, z_M)} - i\pi P_\psi(a, z_M) \right) (t - \tau)^2 + 2i\pi f_\psi(t - \tau) \right)$$

$$D_\psi(a, z_M) = \frac{2\omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_M/a}{z_R}\right)^2}}{V \sin \theta}$$

$$P_\psi(a, z_M) = \frac{2V^2 \sin^2 \theta}{\lambda \frac{z_M}{a} \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_M/a}\right)^2\right)}$$

La représentation temps-échelle obtenue avec l'ondelette adaptée en distance n'est pas une représentation temps-fréquence. En effet, toutes les ondelettes déduites de l'ondelette mère oscillent à la même fréquence f_ψ car la fréquence du signal est indépendante de la distance au point de focalisation.

Cette famille d'ondelettes peut être utilisée à la suite d'une première représentation temps-fréquence adaptée seulement pour une distance au point de focalisation, $z_0 = 0$ cm.

Une première RTF permet d'isoler les différents motifs et d'estimer leurs paramètres. Les caractéristiques des particules (vitesse des particules et l'angle entre la trajectoire de la particule et le faisceau laser) sont déduites. Pour chaque motif, une famille d'ondelettes adaptée à la distance est définie à partir des caractéristiques estimées et une nouvelle transformée en ondelettes est appliquée (Figure 25).

Cette seconde transformation a pour but d'augmenter le *CNR* des signaux utiles. Son expression suite à cette opération est :

$$CNR_z = SNR \frac{\sqrt{\pi} D}{16}$$

La première RTF étant optimisée pour les particules passant au point de focalisation, le gain apporté par l'ondelette adaptée à la distance au point de focalisation croît quand cette distance augmente. Par exemple, en $z_0 = z_R$, à la limite du waist (zone où la densité d'énergie est maximale), le gain est :

$$\frac{CNR_z}{CNR} \approx 0.5 \text{ dB}$$

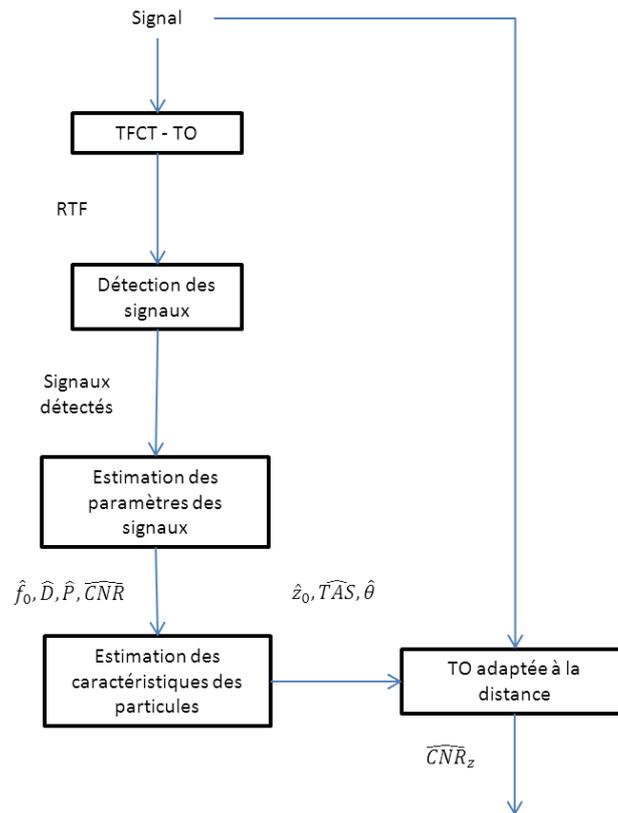


Figure 25 : Méthode combinant une RTF et la TO adaptée à la distance au point de focalisation

2.2.2.2.5. Conclusion

Les RTF à base d'ondelettes conservent une grande partie des propriétés des RTF basées sur la transformée de Fourier. Le principal intérêt de la transformée en ondelettes est qu'elle permet de faire varier la résolution selon la fréquence analysée.

Une méthode combinant une RTF et une transformée en ondelettes adaptée à la distance au point de focalisation permet d'optimiser la détection de signaux selon tous les paramètres d'influence.

2.2.2.3. Distribution de Wigner-Ville

2.2.2.3.1. Définition

La distribution de Wigner-Ville (DWV) d'un signal $x(t)$ est définie par :

$$W(t, f) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-2i\pi f\tau) d\tau$$

Cette transformation est une représentation temps-fréquence de l'énergie du signal. Elle possède de nombreux avantages par rapport à la TFCT ou la TO. En effet, elle ne requiert aucune hypothèse sur le signal analysé, d'où l'absence de fenêtre de pondération. Cette propriété permet d'optimiser la détection des signaux selon tous les paramètres d'influence. En outre, elle est parfaitement adaptée à l'analyse de chirps linéaires (signaux dont la fréquence varie linéairement dans le temps) du fait de l'absence de limitation des résolutions temporelle et fréquentielle.

Cependant, des termes d'interférences apparaissent sur cette transformation du fait de sa non-linéarité. Ces termes semblent rédhibitoires car ils rendent plus difficile l'utilisation de la DWV pour une future détection.

2.2.2.3.2. Distribution de Wigner-Ville pseudo lissée

Afin de réduire les termes d'interférence, un lissage est introduit. Ce lissage peut être monodimensionnel (seulement fréquentiel par exemple). Il s'agit alors de la distribution de pseudo Wigner-Ville. La distribution de pseudo Wigner Ville lissée (DPWVL) résulte d'un lissage bidimensionnel, en temps et en fréquence, selon deux fonctions séparables. Le spectrogramme est un cas particulier de la DPWVL avec un lissage 2D par la DWV de la fenêtre.

L'opération de lissage permet une réduction des termes d'interférences. Elle induit également la perte de certaines propriétés de la DWV, notamment une diminution de la résolution temps-fréquence. Le principal défaut de cette technique est son coût, très supérieur à celui de la TFCT (calculée par FFT), et donc incompatible avec une application temps-réel.

2.2.2.3.3. Conclusion

La distribution de Wigner-Ville présente un grand nombre de propriétés intéressantes que ne possèdent pas la TFCT ou la TO vis à vis de l'analyse de signaux LiDAR. Néanmoins, la présence de termes d'interférence rend son analyse délicate. La distribution de pseudo Wigner-Ville lissée permet de compenser les interférences au détriment de la résolution.

Le coût calculatoire de ces méthodes s'avère rédhibitoire car trop élevé pour une implémentation temps-réel.

2.2.2.4. Réallocation du spectrogramme

2.2.2.4.1. Définition

La technique de la réallocation est décrite dans l'article[17]. Un point de la TFCT est défini comme la moyenne des contributions énergétiques sur la fenêtre. Or, le centre de gravité de l'énergie du signal peut être différent de celui de la fenêtre. Dans ce cas, il en résulte une faible concentration de l'énergie au niveau du centre de gravité du signal.

La réallocation a pour but de compenser ce défaut en déplaçant la valeur d'un point de la TFCT vers le centre de gravité du signal.

Cette méthode supprime la limite de résolution de la TFCT. Une des propriétés intéressantes du spectrogramme réalloué pour l'application visée et la parfaite localisation des chirps dans le plan temps-fréquence.

Le spectrogramme d'un signal $x(t)$, $X(t, \omega_p)$, est une version lissée de la distribution de Wigner-Ville, $W_x(t, \omega_p)$ de ce signal, par un noyau représenté par la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre $h(t)$.

$$W_x(t, \omega_p) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-i\tau\omega_p) d\tau$$
$$X(t, \omega_p) = \frac{1}{2\pi} \iint W_x(\tau, \xi) W_h(\tau - t, \xi - \omega_p) d\tau d\xi$$

Le spectrogramme, au contraire de la distribution de Wigner-Ville, ne permet pas une localisation parfaite des signaux dans le plan temps-fréquence du fait du lissage qui induit un étalement de l'énergie au voisinage du signal. La réallocation permet de compenser l'étalement du spectrogramme en concentrant l'énergie au centre de gravité du signal. Ce dernier, de coordonnées \hat{t} et $\hat{\omega}_p$, est le

barycentre de la distribution de Wigner-Ville du signal dans un voisinage défini par de la distribution de Wigner-Ville de la fenêtre.

$$\hat{t}(t, \omega_p) = \frac{1}{2\pi X(t, \omega_p)} \iint \tau W_x(\tau, \xi) W_h(\tau - t, \xi - \omega_p) d\tau d\xi$$

$$\hat{\omega}_p(t, \omega_p) = \frac{1}{2\pi X(t, \omega_p)} \iint \xi W_x(\tau, \xi) W_h(\tau - t, \xi - \omega_p) d\tau d\xi$$

L'énergie présente en un point du spectrogramme réalloué est la somme des énergies dont le centre de gravité se situe en ce point.

$$\hat{X}(t, \omega_p) = \frac{1}{2\pi} \iint X(t, \omega_p) \delta(t - \hat{t}(\tau, \xi), \omega_p - \hat{\omega}_p(\tau, \xi)) d\tau d\xi$$

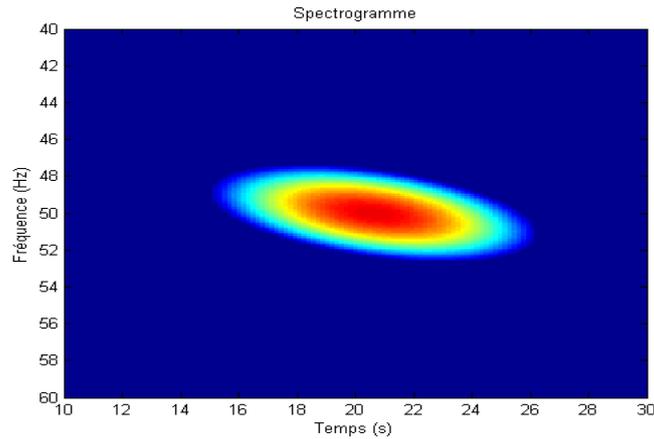


Figure 26 : Spectrogramme

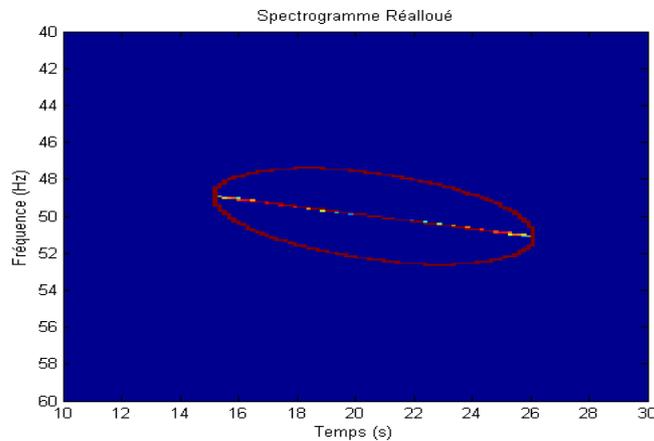


Figure 27 : Spectrogramme réalloué et support du spectrogramme (ellipse)

Les figures ci-dessus illustrent les effets de la réallocation sur un chirp linéaire d'enveloppe gaussienne. Nous remarquons que quasiment toute l'énergie du signal est concentrée sur la ligne de fréquence instantanée.

La thèse [18] présente les effets de la réallocation sur différents signaux, dont le chirp linéaire à enveloppe gaussienne. Dans ce cas, l'auteur montre que la réallocation est une opération qui combine les effets d'homothétie et de regroupement autour de la ligne de fréquence instantanée.

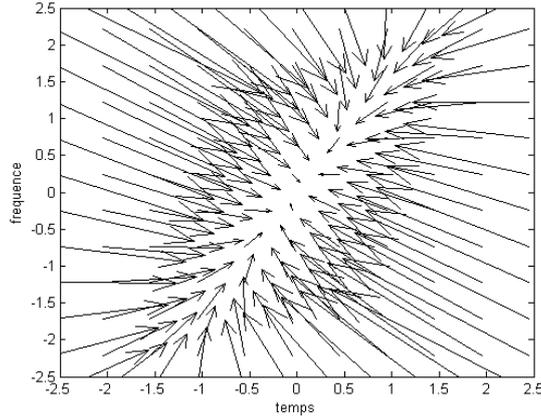


Figure 28 : Vecteur de réallocation pour un chirp gaussien

Les vecteurs de réallocation représentent le déplacement de l'énergie du centre de gravité de la fenêtre vers le centre de gravité du signal (Figure 28). Il apparaît que tous les vecteurs de réallocation sont dirigés vers la ligne de fréquence instantanée.

Un détecteur utilisant la réallocation du spectrogramme est proposée dans l'article [19]. La méthode proposée exploite les vecteurs de réallocation afin de déterminer les contours d'un motif sur le plan temps-fréquence. Un autre détecteur est proposé pour des applications de détection d'ondes gravitationnelles dans l'article [20]. Le détecteur basé sur le spectrogramme réalloué présente de meilleures performances que celui utilisant un simple spectrogramme sur des signaux comportant des variations de fréquences très fortes.

Le spectrogramme réalloué est utilisé pour l'estimation de paramètres sur des chirps dans un cas non-stationnaire dans l'article [21]. Une approche combinant la réallocation du spectrogramme avec du « multitapering » (utilisation de plusieurs fenêtre de pondération) est proposée. Elle permet de réduire la variance du bruit et d'améliorer la location des motifs sur la représentation.

2.2.2.4.2. Méthode de calcul du spectrogramme réalloué

Une méthode de calcul du spectrogramme réalloué basée sur la TFCT est proposée dans l'article [17]. L'auteur montre que les opérateurs de réallocation peuvent être exprimés sous la forme de la TFCT du signal $x(t)$, F , en utilisant :

- Une fenêtre égale à $t \cdot h(t)$

$$\frac{1}{2\pi} \iint \tau W_x(\tau, \xi) W_h(\tau - t, \xi - \omega_p) d\tau d\xi = \text{Re}\{F_T^{th}(t, \omega_p) F_T^*(t, \omega_p)\} + tX(t, \omega_p)$$

- Une fenêtre égale à la dérivée de $h(t)$

$$\frac{1}{2\pi} \iint \xi W_x(\tau, \xi) W_h(\tau - t, \xi - \omega_p) d\tau d\xi = \text{Im}\{F_T^{dh/dt}(t, \omega_p) F_T^*(t, \omega_p)\} + \omega_p X(t, \omega_p)$$

Les coordonnées du centre de gravité du signal s'expriment selon :

$$\hat{t}(t, \omega_p) = \tau + \text{Re}\left\{\frac{F_T^{th}(t, \omega_p)}{F_T(t, \omega_p)}\right\}$$

$$\hat{\omega}_p(t, \omega_p) = \omega_p + \text{Im}\left\{\frac{F_T^{dh/dt}(t, \omega_p)}{F_T(t, \omega_p)}\right\}$$

L'implémentation du calcul de la TFCT réallouée se décompose en trois étapes :

- Le calcul des trois TFCT avec les fenêtres $h(t)$, $t \cdot h(t)$ et $dh(t)/dt$
- Le calcul des coordonnées du centre de gravité du signal $\hat{t}(t, \omega_p)$ et $\hat{\omega}_p(t, \omega_p)$.
- La réallocation de l'énergie vers le centre de gravité du signal

De plus, dans le cas d'une fenêtre $h(t)$ gaussienne, nous avons :

$$\frac{dh(t)}{dt} = -\frac{16}{D_h^2} t \cdot h(t)$$

Seul deux calculs de TFCT doivent être effectués ($h(t)$, $t \cdot h(t)$).

2.2.2.4.3. Influence du bruit

L'influence du bruit sur les vecteurs de réallocation est décrite dans [18]. Le vecteur de réallocation définit le déplacement d'une valeur du centre de gravité de la fenêtre vers le centre de gravité du signal. Le bruit génère une incertitude dans l'estimation des vecteurs de réallocation et introduit des erreurs dans la nouvelle affectation des valeurs de la TFCT (Figure 29). L'auteur donne l'expression de la densité de probabilité du vecteur de réallocation :

$$\rho_v(v) = \frac{\left(1 + \frac{S}{2\sigma_W^2} \frac{|1 + vv_0^*|}{1 + |v|^2}\right) \exp\left(-\frac{S}{2\sigma_W^2} \frac{|v - v_0|^2}{1 + |v|^2}\right)}{\pi(1 + |v|^2)^2}$$

Avec v_0 la valeur exacte du vecteur de réallocation, S l'amplitude du spectrogramme sans bruit et σ_W^2 la puissance du bruit. Pour de faibles vecteurs de réallocation, la loi tend vers une loi normale. Le rapport $S/2\sigma_W^2$ peut être interprété comme un SNR.

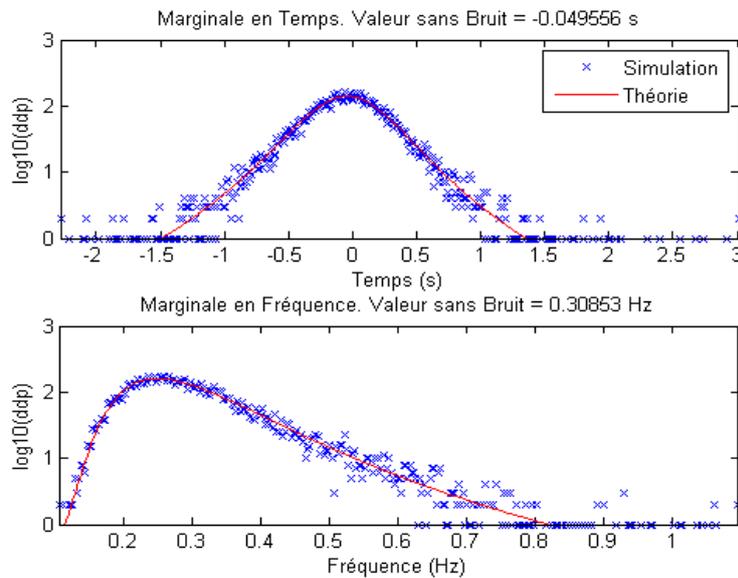


Figure 29 : Densité de probabilité des vecteurs de réallocation pour un chirp avec un SNR faible

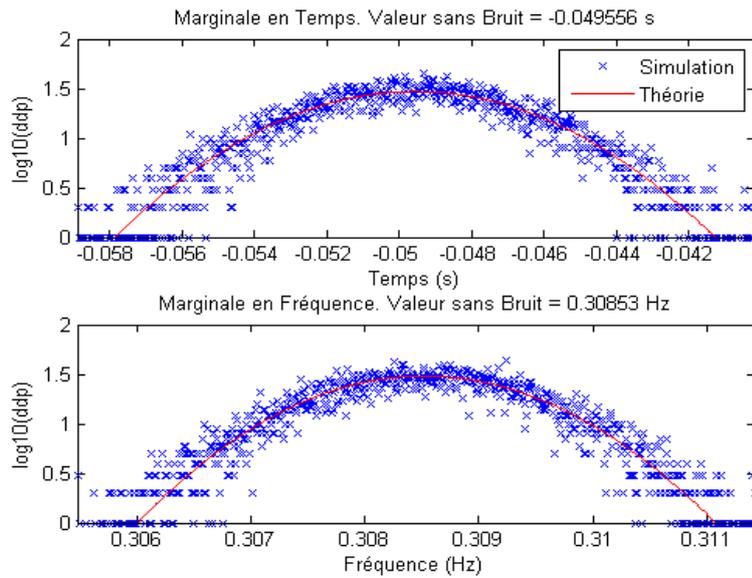


Figure 30 : Densité de probabilité des vecteurs de réallocation pour un chirp avec un SNR important

Quand le SNR tend vers 0, la densité de probabilité tend vers :

$$\rho_v(v) = \frac{1}{\pi(1 + |v|^2)^2}$$

Il s'agit de l'expression de la densité de probabilité d'un bruit seul (Figure 31).

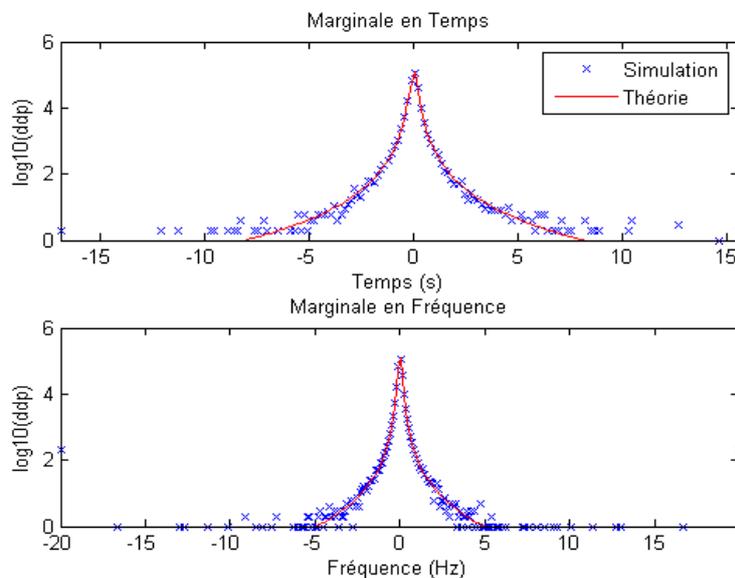


Figure 31 : Densité de probabilité des vecteurs de réallocation pour un bruit seul

La loi de probabilité des vecteurs de réallocation permet de caractériser l'erreur sur l'estimation de la position du centre de gravité du signal en fonction du SNR. Les simulations ont été réalisées à partir d'un chirp d'une durée de 20 s avec une pente de 0.1 Hz/s. La fréquence centrale du chirp est de 50 Hz. Les résultats sont présentés pour le point de coordonnées $t = t_0$ et $f = 49$ Hz.

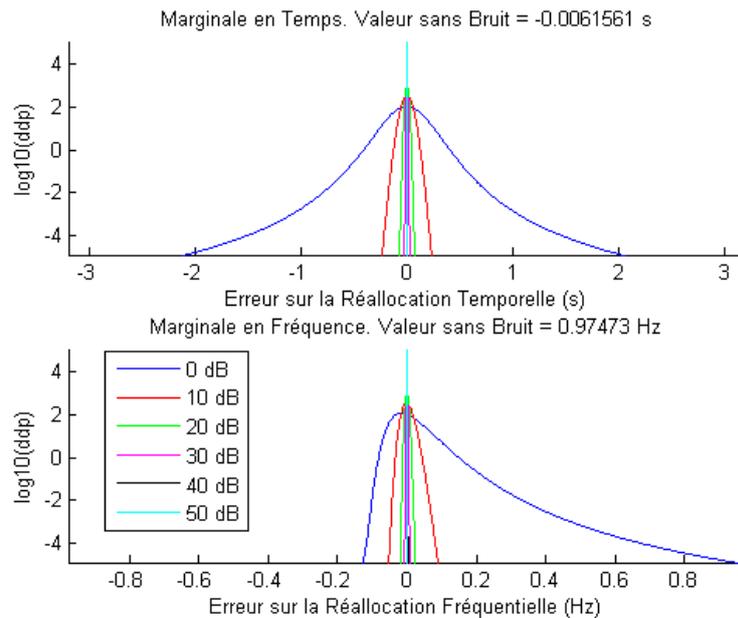


Figure 32 : Evolution des densités de probabilité pour le point à $t = t_0$ et $f = 49$ Hz

A faible SNR (0 dB), l'estimateur du vecteur de réallocation est biaisé et sa variance est élevée (Figure 32). Dans le cadre de cette thèse, le comportement de cet estimateur à faible SNR est rédhibitoire. En effet, une mauvaise réallocation des valeurs de la TFCT rend plus difficile son analyse (détection et estimation des paramètres).

2.2.2.4.4. Conclusion

La réallocation est une technique dont le but est de compenser la faible résolution du spectrogramme en réaffectant l'énergie positionnée sur le centre de gravité de la fenêtre sur le spectrogramme vers le centre de gravité du signal.

La réallocation nécessite le calcul d'une TFCT supplémentaire par rapport au spectrogramme dans le cas d'une fenêtre de pondération gaussienne.

Pour une application en anémométrie laser Doppler « monoparticule », cette technique ne semble pas adaptée du fait de performances réduites à faible SNR.

2.2.2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, différentes représentations temps-fréquence non paramétrique ont été présentées et évaluées en vue d'une implémentation temps réel dans un anémomètre laser Doppler. Malgré de nombreuses propriétés intéressantes, la distribution de Wigner-Ville et la réallocation ne peuvent être envisagées, essentiellement pour des raisons de coûts ou de robustesse au bruit.

Les deux RTF linéaires, la TFCT et la transformée en ondelettes présentent des caractéristiques similaires. La seconde présente l'intérêt de couvrir une dimension de plus, la vitesse.

Une méthode combinant une première transformée en ondelettes adaptées en vitesse avec une seconde évoluant selon la distance au point de focalisation permet d'optimiser le *CNR* en vue d'une détection par seuillage.

2.2.3. Méthodes paramétriques

Les méthodes paramétriques permettent de prendre en compte un a priori sur les signaux recherchés lors de l'analyse. Dans la présente étude, le modèle du signal défini au chapitre précédent, contenant cinq paramètres, permet d'envisager cette approche. Le nombre restreint de paramètres conduit à l'utilisation d'une méthode moins coûteuse et compatible avec une implémentation temps-réel.

Dans un contexte non-stationnaire, les méthodes paramétriques peuvent être envisagées selon deux approches. La première suppose une stationnarité locale et s'appuie sur une modélisation paramétrique stationnaire locale sur de courtes périodes. L'autre approche consiste à supprimer une condition de stationnarité du modèle fin d'obtenir une modélisation paramétrique non-stationnaire. Le modèle ARIMA[22] ou une modélisation avec des paramètres variables dans le temps[23] sont des exemples de méthodes utilisant un modèle non-stationnaire.

Par la suite, seules les méthodes supposant une stationnarité locale seront étudiées. En effet, le modèle défini implique des paramètres constants sur toute la durée d'un signal d'étude.

Plusieurs méthodes de modélisation paramétriques sont envisagées, telles que :

- AutoRégressive (AR) ou AutoRégressive à Moyenne Ajustée (ARMA) : modélisation par filtrage d'un bruit blanc
- Pisarenko : sommes de sinusoïdes pures
- Prony : somme d'exponentielles complexes

Sous le postulat d'une stationnarité locale, deux catégories de méthodes peuvent être employées, basées sur les modélisations paramétriques classiques (ARMA, Prony). La première consiste à appliquer ces méthodes sur une courte fenêtre d'observation de manière glissante. L'autre solution est dite adaptative. Elle permet de modifier les paramètres selon un critère donné à chaque nouvel échantillon

2.2.3.1. Méthodes glissantes

Les méthodes paramétriques définies dans le cas stationnaire peuvent être étendues aux cas non-stationnaires en considérant une situation non-stationnaire comme une suite d'évènements stationnaires. Dès lors, l'analyse est effectuée sur de courtes fenêtres temporelles glissantes selon l'axe temporel. Pour chaque fenêtre, les paramètres du modèle sont estimés.

Le choix de la fenêtre se fait selon deux critères. Elle doit être suffisamment courte afin que l'hypothèse de stationnarité locale reste valable. Le nombre de paramètres p conditionne N , la longueur de la fenêtre. Généralement, N est compris entre trois et cinq fois p .

Les travaux décrits dans [24] permettent une comparaison des méthodes paramétriques et non-paramétriques pour la détection de signaux Doppler pour des applications biomédicales. L'auteur compare trois détecteurs basés respectivement sur une TFCT (fenêtre gaussienne), une transformée en ondelette (Morlet) et une modélisation paramétrique AR. Il montre que la transformée en ondelettes a les meilleures performances au niveau de la détection. Elle permet notamment d'obtenir le pic d'amplitude le plus élevé par rapport au niveau de bruit, ce qui est intéressant en vue d'une détection par seuillage.

Un autre article [25] compare les performances d'estimateurs de la fréquence centrale d'un signal Doppler également pour des applications biomédicales. Ces estimateurs sont basés sur des méthodes non-paramétriques (TFCT) ou paramétriques (AR, ARMA et Prony). À SNR élevé (10-20 dB),

les estimateurs paramétriques, en particulier le modèle AR utilisant l'algorithme de Levinson-Durbin [26], ont les meilleures performances. Quand le SNR diminue (0 dB), l'estimateur utilisant une TFCT a des performances similaires à l'estimateur AR.

Une autre comparaison d'estimateurs paramétrique et non-paramétrique est effectuée dans l'article [27] dans un contexte de vélocimétrie laser Doppler. L'estimateur paramétrique proposé est non biaisé et a une variance proche de la borne de Cramér-Rao pour des SNR supérieurs à 0 dB. Sur des signaux réels, il a de meilleures performances que celui basé sur la TFCT dans les quatre situations présentées.

2.2.3.2. Méthodes adaptatives

Dans une modélisation adaptative, les valeurs des paramètres sont modifiées à chaque nouvel échantillon selon un critère donné. Contrairement aux méthodes glissantes, cette modélisation prend en compte les estimations passées avec une mémoire à oubli exponentiel.

Deux familles d'algorithmes sont classiquement utilisées pour des modélisations adaptatives, les algorithmes du gradient stochastique (Least Mean Square (LMS)) et les algorithmes de moindres carrés récursifs (Recursive Least Square (RLS)).

Dans l'article [28], les auteurs présentent une méthode de détection et d'estimation de paramètres basée sur un filtre de Kalman (algorithme proche du RLS) pour une application en anémométrie laser Doppler similaire à celle de cette thèse. Le signal a été modélisé comme une sinusoïde avec une enveloppe gaussienne. À chaque instant, les paramètres du modèle sont estimés et un détecteur est proposé. Il estime la variation de la fréquence Doppler d'un instant à l'autre pour décider de la présence ou non de signal utile. La méthode présente de bonnes performances pour un SNR élevé (30 dB). À plus faible SNR, une première analyse par TFCT est effectuée pour détecter la fréquence Doppler et un filtre passe bande est appliqué autour de cette fréquence pour réduire la bande d'analyse avant le filtrage de Kalman.

2.2.3.3. Conclusion

Les modélisations paramétriques permettent de prendre en compte un certain a priori sur le signal afin d'améliorer l'analyse via l'estimation des paramètres du modèle. Pour l'application étudiée, comportant à la fois une détection du signal utile et une estimation des paramètres du modèle, leur intérêt semble toutefois limité. En effet, ces méthodes semblent moins bien adaptées que les méthodes non-paramétriques pour la détection des signaux utiles avec de faibles SNR. Pour l'estimation des paramètres, les méthodes paramétriques sont plus performantes à fort SNR mais les deux techniques sont proches à faible SNR. Une chaîne couplant une première approche non-paramétrique pour la détection suivie d'une estimation paramétrique serait intéressante mais au prix d'une augmentation du coût calculatoire. C'est pourquoi une approche complètement non-paramétrique est retenue.

2.2.4. Conclusion

Les méthodes de représentations du signal ont été présentées, évaluées et sélectionnées dans ce chapitre. Situé au début de la chaîne de traitement du signal hétérodyne, la représentation a pour but de mettre en forme le signal avant d'en exploiter l'information. L'enjeu majeur de cette étude étant la disponibilité, un des critères de sélection de la représentation a été sa capacité à détecter des signaux de faibles SNR. Les méthodes non-paramétriques, en particulier la TFCT et la transformée

en ondelettes, présentent les meilleures performances selon ce critère. Les autres méthodes non-paramétriques ont été rejetées du fait de leur coût élevé ou d'un manque de robustesse au bruit. Concernant l'estimation des paramètres, les méthodes paramétriques semblent plus adaptées. Cependant, pour de faibles SNR, ces progrès sont peu significatifs. Par conséquent, pour la suite, la transformée en ondelettes est retenue.

2.3. Détection des signaux

La détection a pour but d'améliorer la disponibilité du système, c'est à dire sa capacité à fournir une estimation du vecteur vitesse dans toutes les conditions. Le fait que la présence de signaux utiles soit discontinue et parcimonieuse est une spécificité de l'application étudiée qui confère à la détection un enjeu majeur. En effet, il est nécessaire de détecter suffisamment d'information pour envisager une estimation précise et intègre du vecteur vitesse. Les performances élevées du futur capteur en termes de disponibilité nous amènent à considérer les situations les plus critiques, correspondant aux masses d'air très faiblementensemencées en aérosols. Ces derniers sont de surcroit petits (faible surface de rétrodiffusion) dans ce type d'atmosphère.

De telles conditions sont généralement rencontrées à haute altitude (> 40000 ft) et dans des zones où l'activité humaine est faible et les sources d'aérosols rares. Par exemple, lors d'un vol d'un avion de ligne au-dessus des pôles.

La détection a pour objectif de rechercher les signaux utiles issus du passage des particules dans le faisceau laser. L'approche classique, utilisée dans [15] et [29] par exemple, consiste à rechercher les points de la représentation temps-fréquence d'amplitude élevée. Un ensemble de points voisins d'amplitude élevée forment un motif. Ce motif aura des coordonnées définies sur la représentation temps-fréquence et tous ses points permettront l'estimation des paramètres du modèle. Il est d'abord nécessaire de définir la nature de ce motif : signal utile ou bruit. Pour cela, différentes méthodes seront décrites, la plus simple étant d'utiliser un seuil sur l'amplitude relative maximale du motif, le *CNR*.

Dans les cas les plus critiques, peu de signaux utiles ont une amplitude supérieure au seuil de détection, voire aucun. Il en résulte une impossibilité d'estimer la vitesse radiale et le vecteur vitesse air entraînant une indisponibilité du capteur.

La méthode proposée part du postulat que tous les signaux utiles ont des fréquences Doppler proches, contenues dans une bande très inférieure à la bande de fréquence représentant la plage de vitesse analysée (1% de la bande totale). Cette hypothèse est valide dans le cas d'une atmosphère ne contenant que des aérosols utiles et de petite taille (dont le rayon est inférieur à $1 \mu\text{m}$). Ainsi, déterminer cette bande et limiter l'analyse à cette dernière permet d'augmenter grandement le rapport signal à bruit. L'approche présentée suppose un bruit stationnaire sur la période d'analyse (50 ms) dont la statistique d'amplitude de la RTF est connue. Dans la bande de fréquence des signaux utiles, la statistique du bruit va être modifiée par ces signaux et cette déformation est estimée par un test d'adéquation. Un niveau de déformation important indique la présence de signal utile dans la bande analysée.

La réduction de la bande d'analyse conduit à une réduction du niveau de bruit et du seuil de détection. La diminution du seuil de détection implique une augmentation du nombre de signaux détectés et de la disponibilité du capteur.

En outre, dans les cas les plus critiques, pour lesquels le nombre de signaux utiles détectés reste insuffisant, une solution secondaire consistant à estimer la vitesse radiale sur l'axe LiDAR directement à partir du résultat du test d'adéquation est proposée. Cette méthode atteint de très bonnes performances en termes de disponibilité, au détriment d'une réduction de la bande passante du capteur.

La procédure de détection est définie comme suit :

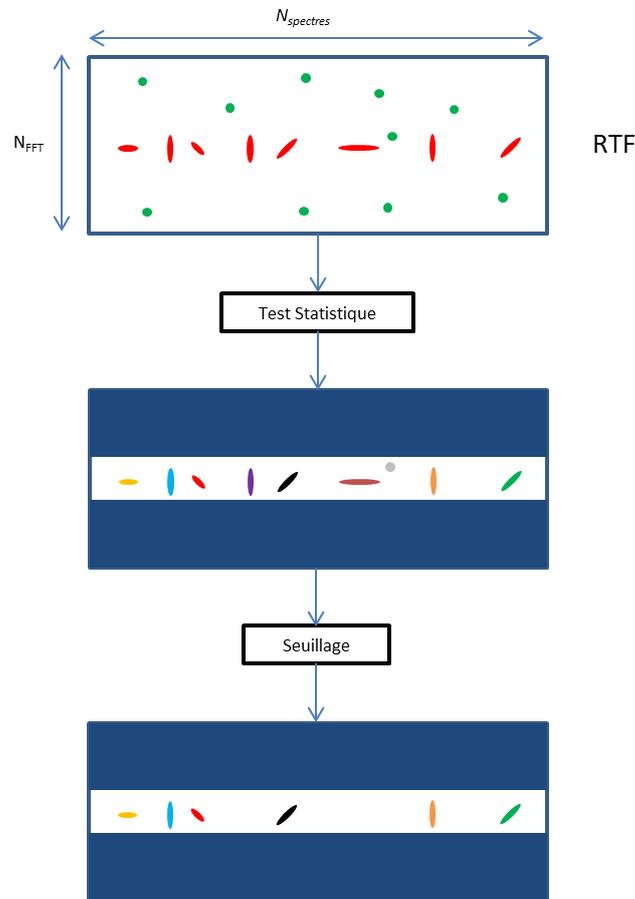


Figure 33 : Méthode de détection

2.3.1. Traitement statistique

La représentation temps-fréquence s'étend sur une large bande de fréquence correspondant à toute la plage de vitesse possible entre un avion et la masse d'air au cours d'un vol. Cette bande de fréquence doit couvrir un domaine de vitesse allant de 0 à 200 m/s. Or, à chaque instant, les vitesses des particules utiles sont réparties selon une distribution gaussienne centrée sur la vitesse de la masse d'air dont la largeur, correspondant à la turbulence de l'air, est de l'ordre de 0.25 m/s. Les fréquences des signaux issus des particules sont donc contenues dans une bande de fréquence très inférieure à celle de la RTF.

Le traitement statistique a pour but de sélectionner la bande de fréquence des signaux utiles (Figure 33). Il consiste en un test d'adéquation entre la distribution empirique des amplitudes de la RTF et la distribution connue du bruit. Ce test est effectué pour chaque fréquence de la RTF. Les signaux utiles vont modifier la statistique du bruit de sorte que la déformation induite ($C_f(f)$ Figure 34) soit suffisamment importante pour entraîner un rejet du test d'adéquation vérifiant l'hypothèse selon laquelle les observations proviennent de la distribution du bruit.

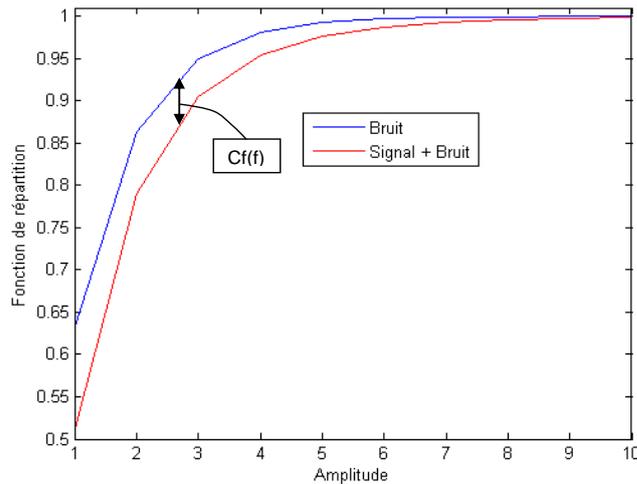


Figure 34 : Illustration du traitement statistique

2.3.1.1. Principe

Le traitement statistique consiste en un test d'adéquation entre deux fonctions de répartition. La fonction de référence est la fonction de répartition de l'amplitude du spectrogramme du bruit. Elle est comparée à la fonction de répartition empirique établie à partir des observations.

Pour notre application, le bruit est gaussien. De ce fait, la loi de distribution de l'amplitude du bruit sur la RTF est :

$$p_{RTF}(x_B) = \lambda_B \exp(-\lambda_B x_B)$$

$$\lambda_B = \frac{1}{\mu}, \mu = E[x_B]$$

La fonction de répartition F_R du bruit vaut :

$$F_R(x_B) = 1 - \exp(-\lambda_B x_B)$$

Différentes méthodes existent dans la littérature, telles que les tests du χ^2 [30], de Kolmogorov-Smirnov [31] ou de Cramér – Von Mises [32]. Une autre méthode est proposée, consistant à comparer les deux fonctions de répartition pour chaque fréquence selon :

$$C_f(f) = \sum_{x_B} \frac{(F_R(f, x_B) - \widehat{F}_{R_{obs}}(f, x_B))^2}{p_{RTF}(x_B)}$$

Si $C_f(f) \geq \alpha$, les observations ne correspondent pas à la loi de distribution du bruit. Cela signifie qu'à la fréquence f , il y a du signal utile (Figure 35).

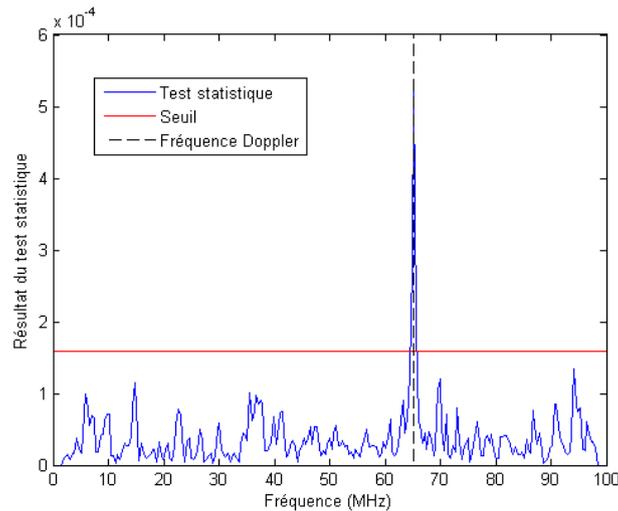


Figure 35 : Résultat du traitement statistique

Une comparaison des différents tests d'adéquation a été effectuée (Figure 36). Les fonctions de répartition sont estimées en dix points d'amplitude (x_B), allant de 1 à 10 par pas de 1 (Figure 34). Une amplitude de 1 correspond au niveau moyen du bruit sur la RTF. La fréquence d'échantillonnage est de 200 MHz et les pas entre chaque spectre est de 16 points. Il en résulte 625000 spectres sur 50 ms. Compte tenu de la distribution exponentielle de l'amplitude de la RTF du bruit, la probabilité d'occurrence d'un pic de bruit à une amplitude supérieure à 10 est faible (inférieure à cinq observations par période de 50 ms). Pour un test du χ^2 , il est conseillé en pratique de ne pas avoir de classe ayant moins de cinq observations en moyenne, c'est pourquoi la fonction de répartition n'est pas estimée au-delà de 10.

Il apparaît que les trois méthodes (χ^2 , Cramér – Von Mises et la méthode proposée (C_f)) ont des performances similaires. Le test de Kolmogorov-Smirnov est moins efficace. Une des raisons est que ce test est basé sur le maximum de l'écart entre la fonction de répartition de référence et celle estimée à partir des observations. De ce fait, il ne prend en compte qu'un seul point de la fonction de répartition, contrairement aux trois autres solutions qui utilisent tous les points.

La probabilité de fausse alarme visée correspond à la probabilité de détection d'une ligne de fréquence de la RTF ne contenant pas de signaux utiles par test. La probabilité de fausse alarme dépend de la variance de l'estimateur de la fonction de répartition observée.

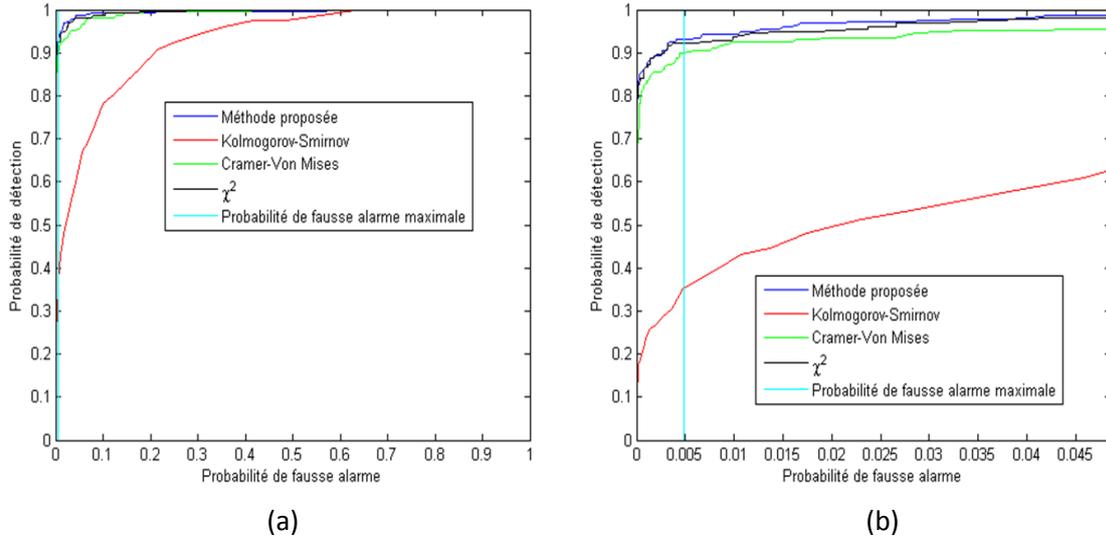


Figure 36 : Comparaison des méthodes de test d'adéquation, pleine échelle (a) et zoom (b)

2.3.1.2. Seuil de décision du traitement statistique

Pour le calcul du seuil α , nous avons :

$$\alpha = \sum_x \frac{(F_R(f, x_B) - \widehat{F}_{R_{obs}}(f, x_B))^2}{p_{RTF}(x_B)} = \sum_x \frac{(\exp(-\lambda_B x_B) - \exp(-\widehat{\lambda}_{B_{obs}} x_B))^2}{\lambda_B \exp(-\lambda_B x_B)}$$

$$\widehat{\lambda}_{B_{obs}} = \frac{1}{\widehat{\mu}} = \frac{1}{\mu \pm k\sigma_x}$$

Où σ_x représente l'incertitude sur $\widehat{\mu}$, σ_x dépend du nombre d'observations utilisées pour l'estimation de $E[x_B]$ selon :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{D_{eq}}{D_{obs}}}$$

D_{eq} est la durée équivalente, c'est à dire la largeur d'une fenêtre rectangulaire dont l'aire est identique à celui de la fenêtre de pondération gaussienne $h(t)$.

Afin d'obtenir un taux de fausse alarme de l'ordre d'une mauvaise détection par test, nous fixons $k = 3$.

2.3.1.3. Durée d'observation

Le capteur de vitesse a pour objectif de fournir une estimation du vecteur vitesse air de l'avion toutes les 50 ms. Le traitement statistique permet de sélectionner la bande de fréquence contenant les signaux utiles et il peut être réalisé sur une période plus longue que 50 ms.

La variance de l'estimateur de la fonction de répartition empirique diminue quand le nombre d'échantillons augmente, donc quand la durée d'observation croît. De ce fait, dans le cas d'un bruit seul, l'écart entre la fonction de répartition estimée et la référence diminue. Le seuil de détection peut donc être réduit quand la durée d'observation croît tout en conservant un taux de fausse alarme constant. Par conséquent, la probabilité de détection de la bande utile augmente (Figure 37). La déformation moyenne des signaux utiles est indépendante de la durée d'observation en

considérant les paramètres (vitesse, nature des aérosols et bruit) stationnaires sur cette même période.

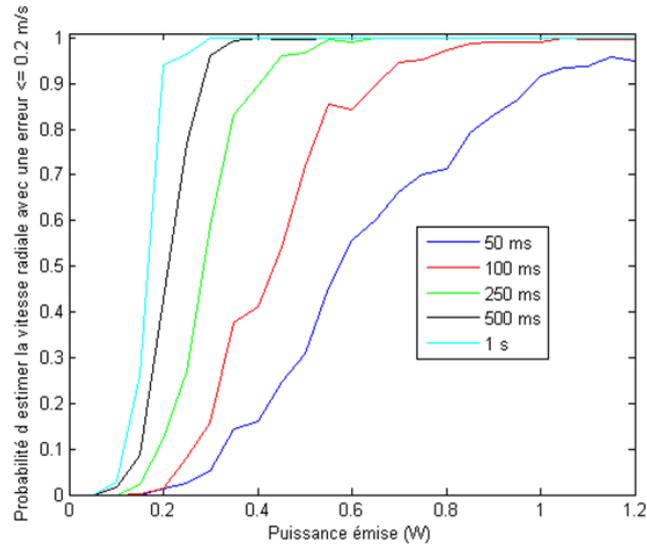


Figure 37 : Probabilité de détection dans la bande de fréquence des signaux utiles à partir du traitement statistique en fonction de la durée d'observation

Une durée d'observation comprise entre 100 et 250 ms semble être adaptée car les variations du vecteur vitesse air sont suffisamment faibles sur cette période pour considérer que la fréquence Doppler reste dans la même bande de fréquence. Au-delà de 250 ms, le gain apporté par une augmentation de la durée d'observation est faible. En outre, la fréquence Doppler peut varier dans des proportions importantes sur cette période.

Par ailleurs, il apparaît également que le traitement statistique est capable de fournir une estimation de la fréquence Doppler avec une disponibilité très forte et une bonne précision. En effet, pour une durée d'observation de 250 ms et une puissance émise de 1 W, ce test permet d'estimer la fréquence Doppler avec une disponibilité supérieure à 99.99 % (Figure 37).

Un mode secondaire peut être envisagé. Il consiste, dans les cas où un nombre trop faible de signaux seraient détectés, à estimer la fréquence Doppler directement depuis le résultat du traitement statistique. Cette solution dégrade la bande passante de la mesure (observations sur 250 ms au lieu de 50 ms) mais elle satisfait les exigences de disponibilité et de précision du système.

2.3.2. Détection individuelle des signaux

2.3.2.1. Localisation des motifs

Dans la bande de fréquence sélectionnée, un motif est composé d'un ensemble de points voisins de la représentation temps-fréquence. L'étape de localisation consiste à déterminer le nombre de motifs présents et de leur attribuer les points correspondants. La nature d'un motif, signal utile ou bruit, sera déterminée ultérieurement.

L'expression de la RTF d'un signal utile est :

$$S(t, f) = |F_T(t, f)|^2 = S_0 \exp\left(-\frac{C_1(t - t_0)^2 + C_2(f - f_0)^2 + C_3(t - t_0)(f - f_0)}{C_4}\right)$$

Les paramètres de la RTF d'un signal dépendent des caractéristiques de la particule.

$$C_1, C_2, C_3, C_4 = f(V, \theta, z_0)$$

L'amplitude d'un signal sur la RTF décroît selon une exponentielle en fonction du temps et de la fréquence. La vitesse de décroissance de l'amplitude dépend des caractéristiques de la particule. De ce fait, cette vitesse de décroissance est propre à chaque signal. Le seul comportement commun à tous les signaux utiles est que l'amplitude est maximale en $t = t_0, f = f_0$ et qu'elle décroît de manière monotone en s'éloignant de ce point.

La méthode de localisation consiste donc à rechercher les maximums locaux sur la RTF. Chaque maximum représente le point (t_0, f_0) d'un signal. À partir du maximum du signal, la méthode consiste à parcourir l'axe fréquentiel dans le sens croissant pour les fréquences supérieures à f_0 et dans le sens décroissant pour les fréquences inférieures à f_0 . Pour les fréquences supérieures à f_0 , l'amplitude décroît quand la fréquence augmente. La fréquence limite du signal f_{lim} est atteinte quand l'amplitude croît. Le signe de la dérivée de l'amplitude en fonction de la fréquence permet de déterminer cette limite. À la limite du signal, l'amplitude croît avec la fréquence et la dérivée est positive. Tous les points compris entre f_0 et f_{lim} définissent le motif.

2.3.2.2. Détection des signaux

Quand tous les motifs ont été définis, il convient de déterminer leur nature. Des méthodes basées sur l'évolution de l'amplitude des motifs en fonction du temps et de la fréquence sont présentées. Le modèle du signal permet de connaître l'allure des profils temporel et fréquentiel de l'amplitude de la représentation temps-fréquence du signal. Cependant, les paramètres du modèle dépendent des caractéristiques des particules telles que la vitesse et la position par rapport au point de focalisation. Différentes approches vont être présentées dans cette partie. La première consiste à sélectionner les motifs en fonction de leur amplitude maximale sur la RTF. Puis, une méthode cherchant à vérifier le profil gaussien de l'amplitude du motif sera décrite. Enfin, une solution basée sur plusieurs RTF avec des fenêtres de pondération de taille variable sera évaluée. Cette dernière approche se base sur l'hypothèse que les signaux utiles vont conserver un support quasiment constant selon la fenêtre utilisée alors qu'un motif de bruit aura un support directement proportionnel à la fenêtre.

La probabilité de fausse alarme maximale correspond à une fausse alarme par période de 50 ms.

2.3.2.2.1. Maximum du signal

Le CNR est l'amplitude quadratique de la RTF normalisée par puissance du bruit à l'instant où la particule croise l'axe du faisceau laser et à la fréquence Doppler :

$$CNR = S(t_0, f_0) = SNR \frac{2\sqrt{\pi}}{D_h \sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 P^2}}$$

Le CNR dépend du rayon, de la vitesse et de la distance au point de focalisation de la particule ainsi que des paramètres de l'optique.

L'approche proposée définit la nature d'un motif selon :

- $CNR \geq \text{Seuil} \rightarrow$ Le motif est un signal utile, il est conservé
- $CNR < \text{Seuil} \rightarrow$ Le motif est un bruit, il est rejeté

Dans le cas d'un bruit blanc gaussien, la distribution de l'amplitude du bruit est décrite par la loi suivante :

$$p_{RTF}(x_B) = \exp(-x_B)$$

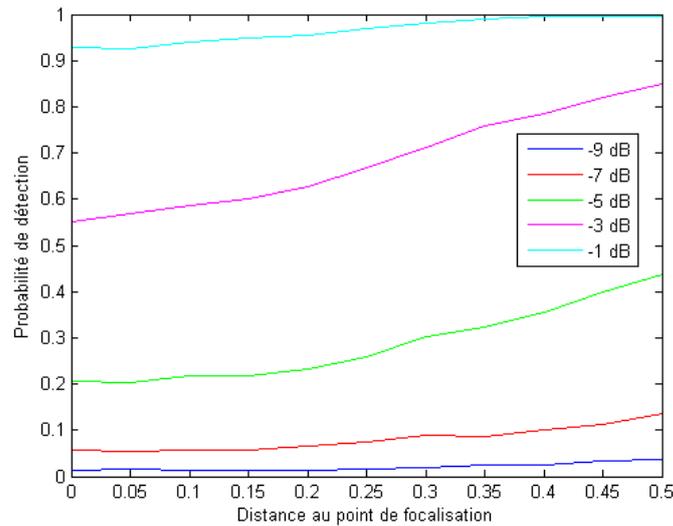


Figure 38 : Probabilité de détection en fonction de la distance au point de focalisation et du SNR

La probabilité de détection est élevée pour les signaux dont le SNR est supérieur à -1 dB. Elle décroît rapidement quand le SNR diminue et elle est quasiment nulle à -9 dB.

Cette rapide diminution de la probabilité de détection est due à la variance de l'estimateur du CNR (Figure 39). Les différentes estimations du CNR sont réparties sur environ 10 dB autour de la valeur réelle. C'est pourquoi, pour un seuil de détection donné, la probabilité varie de 0 à 1 sur une plage de SNR de 10 dB (Figure 38).

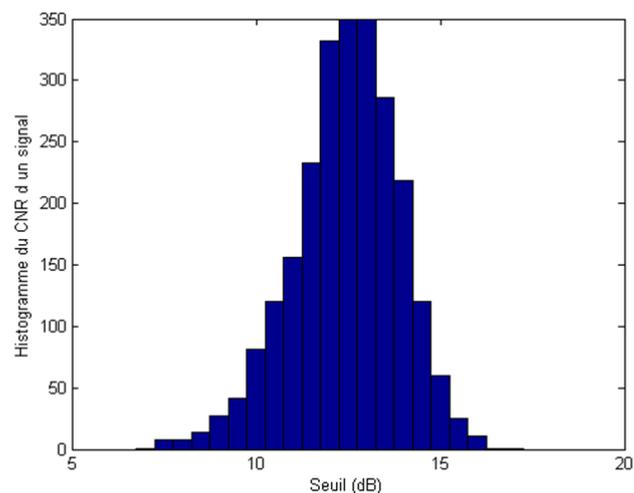


Figure 39 : Histogramme des estimations du CNR d'un signal utile

Quand la distance au point de focalisation augmente, le CNR croît, à SNR constant. Par conséquent, la probabilité de détection croît avec la distance au point de focalisation (Figure 38).

Comme défini au 2.2.2.1, la RTF ne peut être adaptée qu'à une seule distance ($z_0 = 0$ cm). Afin d'optimiser la détection de signaux pour toutes la plage de distance, une seconde RTF doit être effectuée sur chaque motif localisé. Cette RTF est fondée sur une famille d'ondelettes adaptées à la distance au point de focalisation (2.2.2.2.4).

De ce fait, pour le scalogramme optimisé selon la distance, l'amplitude maximale du signal sur la RTF quadratique normalisée devient :

$$CNR_z(t_0, f_0) = SNR \frac{\sqrt{\pi}D}{16}$$

SNR = -3 dB et $z_0 = 0.3$ cm

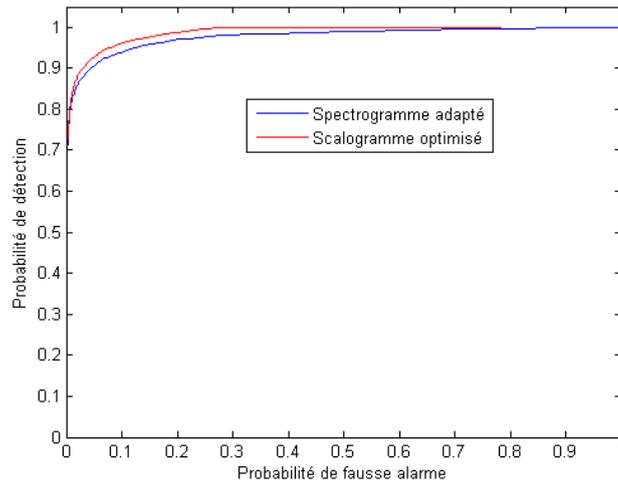


Figure 40 : Courbes COR

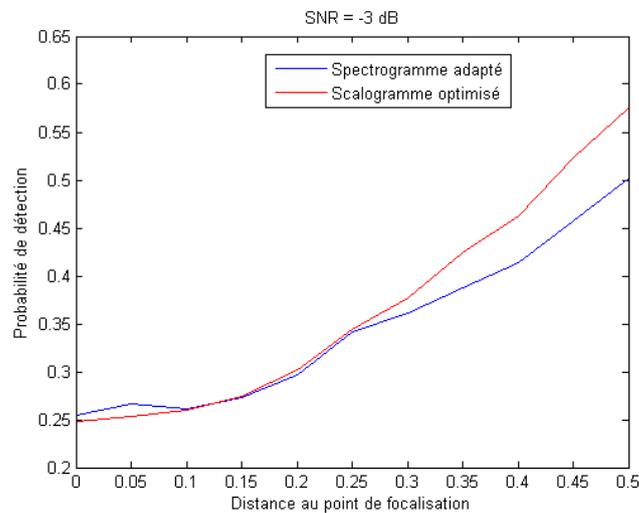


Figure 41 : Probabilité de détection en fonction de la distance au point de focalisation

Comme la RTF initiale (spectrogramme adapté) est adaptée à la distance $z_0 = 0$ cm, le gain apporté par la seconde RTF (scalogramme optimisé) croît quand la distance augmente (Figure 40). Il est de 0.5 dB pour $z_0 = z_R$. Il en résulte une augmentation de la probabilité de détection avec la distance au point de focalisation(Figure 41).

2.3.2.2.2. Profil de puissance instantanée

Une RTF linéaire ne permet qu'une approximation de la puissance instantanée d'un signal. Cependant, une estimation de la puissance instantanée d'un signal utile peut être obtenue à partir de son spectrogramme S selon :

$$p_S(t) = \int S(t, f) df = \exp\left(-\frac{1}{\frac{D^2}{16} + \frac{D_h^2}{16}} t^2\right)$$

Pour un motif de bruit, la puissance instantanée va tendre vers :

$$p_B(t) = \exp\left(-\frac{16}{D_h^2} t^2\right)$$

La méthode proposée est fondée sur l'écart quadratique moyen entre le profil de puissance instantanée observé $p_{obs}(t)$ et les deux profils attendus :

$$e_S = \int_{t_{deb}}^{t_{fin}} (p_{obs}(t) - p_S(t))^2 dt$$

$$e_B = \int_{t_{deb}}^{t_{fin}} (p_{obs}(t) - p_B(t))^2 dt$$

$$r_e = \frac{e_S}{e_B}$$

t_{deb} et t_{fin} définissent le début et la fin du motif sur la RTF.

Le rapport r_e est utilisé afin de déterminer si le motif est un signal utile ou un bruit.

- $r_e \geq \text{Seuil} \rightarrow$ Le motif est un signal utile, il est conservé
- $r_e < \text{Seuil} \rightarrow$ Le motif est un bruit, il est rejeté

La fenêtre utilisée pour la RTF a une largeur $D_h = D$ afin d'optimiser le *CNR*. De ce fait, pour un signal issu d'une particule croisant le faisceau proche du point de focalisation :

$$p_S(t) \approx \exp\left(-\frac{8}{D_h^2} t^2\right)$$

Les deux profils attendus, $p_S(t)$ et $p_B(t)$ sont proches. Afin d'augmenter les différences entre les deux profils, il convient de calculer une RTF avec une fenêtre de pondération plus étroite que les signaux recherchés ($D_h \ll D$).

Ainsi,

$$p_S(t) = \exp\left(-\frac{1}{\frac{D^2}{16} + \frac{D_h^2}{16}} t^2\right) \approx \exp\left(-\frac{16}{D^2} t^2\right)$$

$$p_B(t) = \exp\left(-\frac{16}{D_h^2} t^2\right)$$

Les signaux utiles auront une durée très supérieure à celle des bruits sur la RTF et les deux types de motifs seront mieux différenciables.

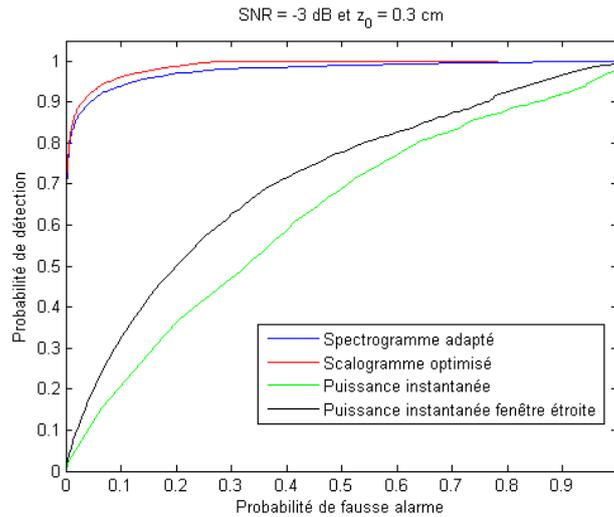


Figure 42 : Courbes COR

La méthode utilisant un seuil sur la RTF présente de bonnes performances pour les SNR supérieurs à -1 dB (Figure 38). Le gain apporté par l'étude du profil de puissance instantanée ne sera intéressant que pour des SNR inférieurs. Or, dans ce cas, les signaux utiles sont fortement bruités et l'écart entre le profil recherché et celui observé est important.

Il en résulte que ces méthodes ne sont pas efficaces à faible rapport signal à bruit (Figure 43). De ce fait, la nature des motifs sera déterminée uniquement par seuillage sur le CNR.

2.3.3. Résultats

Cette partie a pour objectif de quantifier le gain apporté par les méthodes proposées. La méthode de référence en début de thèse consistant à appliquer un seuil sur le CNR des motifs.

Afin d'avoir une mesure précise de la fréquence Doppler, il est nécessaire de détecter au moins cinq signaux utiles. En outre, dans le but de garantir l'intégrité de la mesure, il est nécessaire d'avoir plus de signaux utiles que de fausses alarmes. Cet aspect est détaillé dans le chapitre 2.5.

Le nombre de fausses alarmes détectées durant une période de 50 ms peut être modélisé par un processus de Poisson de loi :

$$p_{fa}(\Lambda = k) = \exp(-N_{fa}) \frac{N_{fa}^k}{k!}$$

Avec N_{fa} le nombre moyen de fausses alarmes détectées durant une période de 50 ms.

Pour satisfaire les exigences d'intégrité et de précision sur la mesure, il est nécessaire de limiter la probabilité de détecter plus de fausses alarmes que de signaux utiles à 10^{-3} .

Cette condition peut s'exprimer :

$$p_{fa}(\Lambda \geq 5) \leq 10^{-3}$$

Le nombre moyen de fausses alarmes par période de 50 ms correspondant à cette probabilité est $N_{fa} = 0.74$.

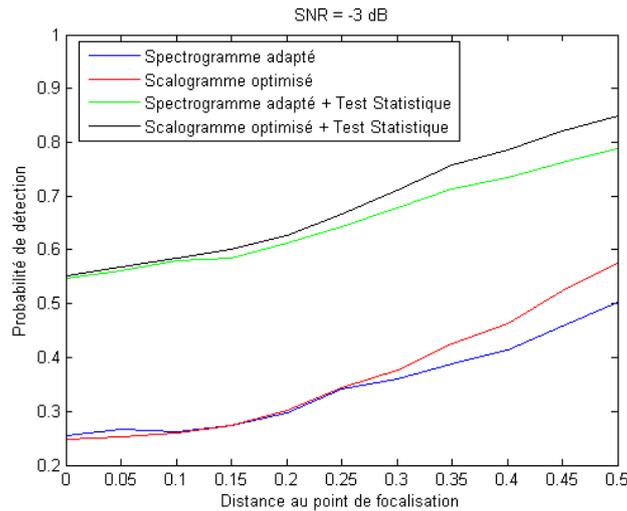


Figure 43 : Probabilité de détection en fonction de la distance au point de focalisation

Le traitement statistique permet de réduire fortement la bande de fréquence analysée (d'un facteur 50 environ). Dans le cas d'un bruit blanc gaussien, pour lequel le nombre de fausses alarmes est proportionnel à la bande de fréquence analysée, cette méthode élimine une très grande proportion de motifs de bruit sans supprimer de signaux utiles. Par conséquent, le traitement statistique apporte le gain le plus important en termes de probabilité de détection d'un signal, quelque soit la distance au point de focalisation (Figure 43).

L'optimisation du scalogramme selon la distance au point de focalisation augmente la sensibilité du détecteur aux signaux recherchés mais le bénéfice est bien moindre.

Pour la partie détection des signaux, les atmosphères les plus critiques sont celles ne contenant que des particules de faible taille. Parmi tous les modèles d'atmosphères établis, le « fond stratosphérique » a la plus grande proportion d'aérosols de petite taille. En effet, près de 95 % des aérosols ont un rayon inférieur à 0.2 μm (Figure 44). Or, le système LiDAR étudié ne peut détecter que des particules de rayon supérieur à 0.2 μm . Par conséquent, dans le cas du fond stratosphérique, seulement 5 % des aérosols seront utiles. Dans ces conditions, il se peut qu'un nombre insuffisant de signaux utiles soit détecté.

La distribution des rayons des particules du fond stratosphérique suit la loi suivante :

$$\rho_r(r) = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}r\ln(\sigma_r)} \exp\left(-\frac{\ln^2\left(\frac{r}{r_m}\right)}{2\ln^2(\sigma_r)}\right)$$

avec $r_m = 0.07 \mu\text{m}$, $\sigma_r = 1.86$ et $N_0 = 10 \text{ part/cm}^3$ [10].

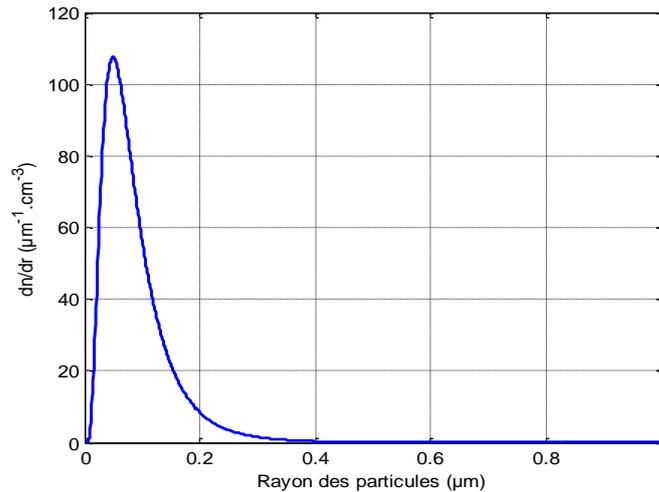


Figure 44 : Distribution des rayons des particules du fond stratosphérique

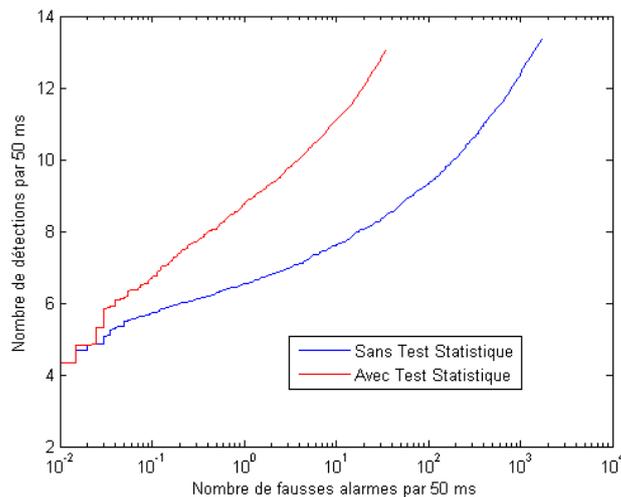


Figure 45 : Nombre de signaux utiles détectés en fonction du nombre de fausses alarmes

Le traitement statistique permet une augmentation de 30 % de nombre de signaux utiles détectés pour une même probabilité de fausse alarme (Figure 45).

Pour $N_{fa} = 0.74$, nous avons en moyenne :

- 6.1 signaux utiles détectés par 50 ms et un seuil de détection de 12.9 dB sans le traitement statistique
- 8.2 signaux utiles détectés par 50 ms et un seuil de détection de 11.7 dB avec le traitement statistique

Le traitement statistique permet donc de diminuer le seuil de détection de 1.2 dB et de détecter en moyenne 2.1 signaux utiles de plus par période de 50 ms dans le cas du fond stratosphérique. De plus, les fausses alarmes détectées avec le traitement statistique auront un impact limité sur l'estimation puisque leur fréquence est dans la bande des signaux utiles et donc proche de la fréquence recherchée.

2.3.3.1. Puissance émise

Des simulations ont été effectuées en faisant varier la puissance émise entre 0.05 et 1.2 W avec une population de type « fond stratosphérique ». L'objectif est de fonctionner avec une puissance émise de 1 W. Afin d'avoir une mesure intègre de la vitesse, la fréquence Doppler est estimée si au moins cinq signaux issus de particules ont été détectés. Dans le cas contraire, la mesure est considérée comme indisponible.

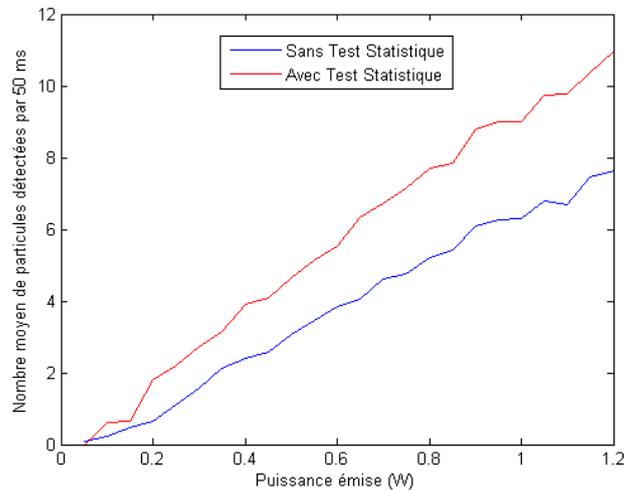


Figure 46 : Nombre moyen de signaux utiles détectés par période de 50 ms

Sur toute la plage de puissance étudiée, le traitement statistique permet un gain d'environ 30 % sur le nombre de signaux utiles détectés par période de 50 ms.

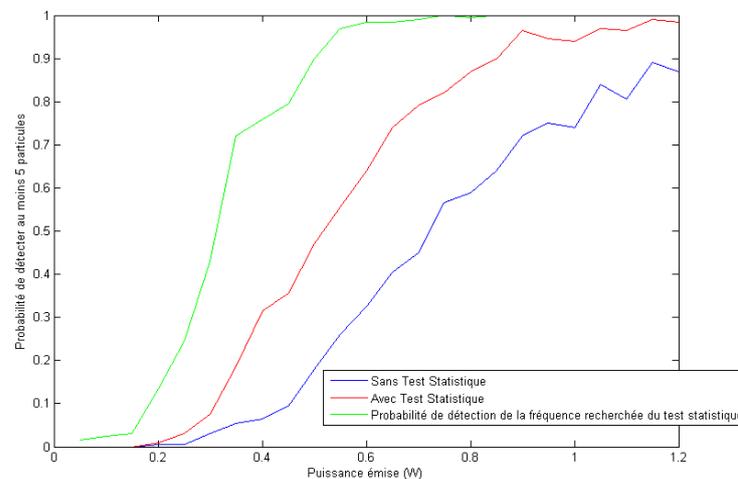


Figure 47 : Probabilité de détecter au moins 5 particules en fonction de la puissance émise

La disponibilité du capteur correspond à sa capacité à fournir une estimation fiable de la vitesse. Pour cela, il est nécessaire de détecter au moins 5 signaux issus de particules. La sélection de la bande de fréquence utile avec le traitement statistique permet d'augmenter sensiblement la disponibilité (Figure 47). Pour une puissance émise de 1 W, la disponibilité augmente : 0.74 sans le traitement statistique et 0.93 avec. Cependant, ces performances restent inférieures aux exigences de

disponibilité requises. Il convient donc, dans les cas d'indisponibilité, d'utiliser le mode secondaire basé sur le traitement statistique uniquement. Ce mode dont la disponibilité est supérieure à 99.99 % à partir de 0.6 W (Figure 47) permet de répondre efficacement aux situations de très faible ensemencement en particules. En revanche, ce traitement n'est pas capable de différencier les aérosols utiles des parasites.

2.3.3.2. Rayon maximal des particules

L'amplitude d'un signal n'est pas directement fonction du rayon de la particule mais de la surface efficace de rétrodiffusion. Pour les particules dont le rayon est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde du laser, la surface de rétrodiffusion est calculée à partir de la théorie de Mie (Figure 10). Le CNR d'un signal est directement proportionnel à la surface de rétrodiffusion des aérosols. Le traitement statistique permet de diminuer le seuil de détection de 1.2 dB. De ce fait, le rayon minimal d'un aérosol détectable passe de 0.18 μm à 0.165 μm (Figure 48). Compte tenu de la distribution des rayons d'une population de « fond stratosphérique » (Figure 44), ce gain permet d'utiliser environ 30 % d'aérosols supplémentaires.

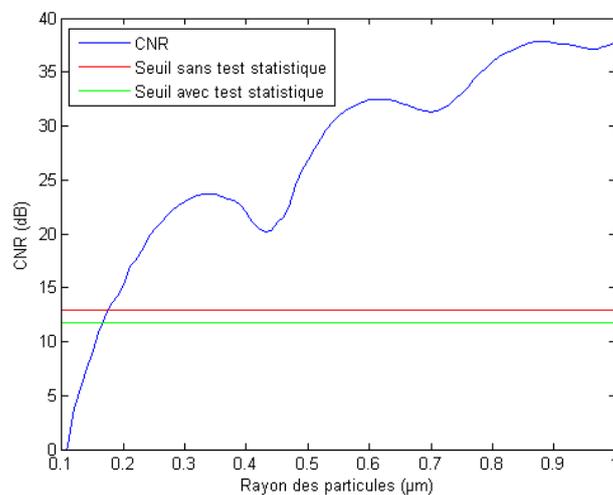


Figure 48 : CNR du signal en fonction de la taille de la particule pour $z_0 = 0 \text{ cm}$

Afin d'évaluer l'apport du traitement statistique et les performances de la chaîne de traitement, des simulations ont été effectuées en fixant le rayon maximal des particules. Le rayon maximal varie de 0.17 à 0.365 μm .

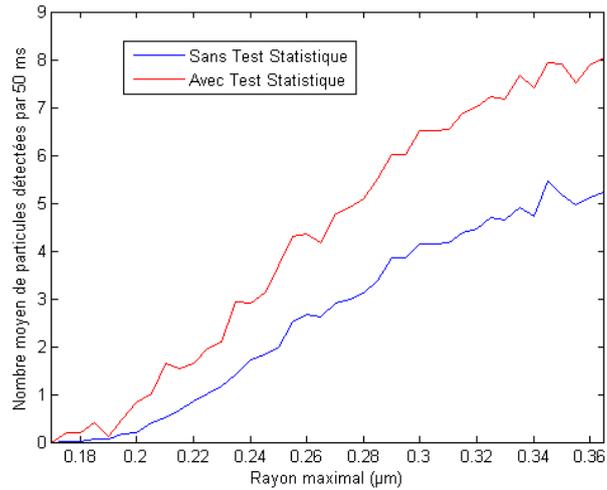


Figure 49 : Nombre moyen de signaux utiles détectés par période de 50 ms

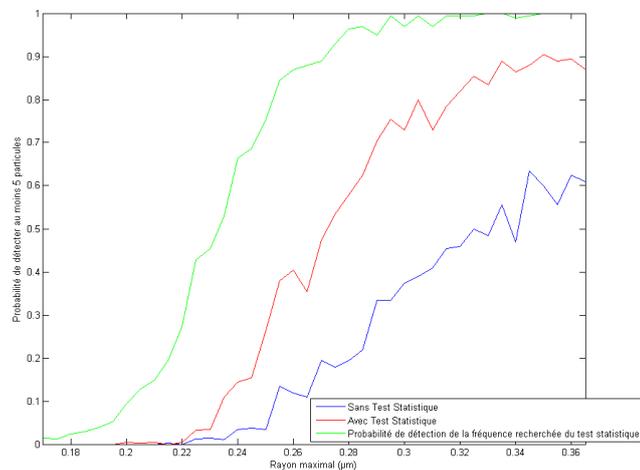


Figure 50 : Probabilité de détecter au moins 5 particules

Le traitement statistique permet de détecter jusqu'à deux fois plus de signaux utiles (Figure 49) et améliore la disponibilité, de 0.6 à 0.9 pour un rayon maximal de 0.36 μm (Figure 50). Le mode secondaire avec l'estimation de la vitesse radiale depuis le traitement statistique a une disponibilité proche de 1 quand le rayon maximal est supérieur à 0.3 μm .

2.3.4. Conclusion

Des méthodes de détection des signaux utiles ont été présentées (Figure 51). Elles visent à améliorer la capacité du système à fournir une estimation de la fréquence Doppler dans des conditions critiques, notamment en termes d'ensemencement en aérosols. Ceci afin de répondre aux exigences de disponibilité de la mesure.

Le traitement statistique proposé vise à détecter la bande de fréquence des signaux utiles et apporte un gain notable. Il permet de restreindre la bande de fréquence analysée à celle des signaux utiles et donc d'augmenter le rapport signal à bruit. En outre, dans des conditions extrêmes, un mode

secondaire basé sur un traitement statistique permet, en réduisant la bande passante, de conserver une disponibilité suffisante sur l'estimation de la vitesse radiale.

Une seconde RTF, optimisée selon la distance au point de focalisation, augmente la sensibilité du détecteur.

L'estimateur de la vitesse radiale à partir du traitement statistique présente de bonnes performances en précision et en disponibilité. L'intégrité de cette estimation n'a pas été évaluée au cours de cette étude. En effet, dans l'état actuel des travaux, si seule une bande de fréquence de bruit est détectée, la vitesse radiale estimée sera erronée et aucun indicateur n'a été mis en œuvre pour le signaler. Une solution envisageable et simple serait de regarder l'évolution de la vitesse estimée au cours du temps. Ses variations devraient être faibles lorsque l'estimateur détecte les signaux utiles et fortes dans le cas contraire.

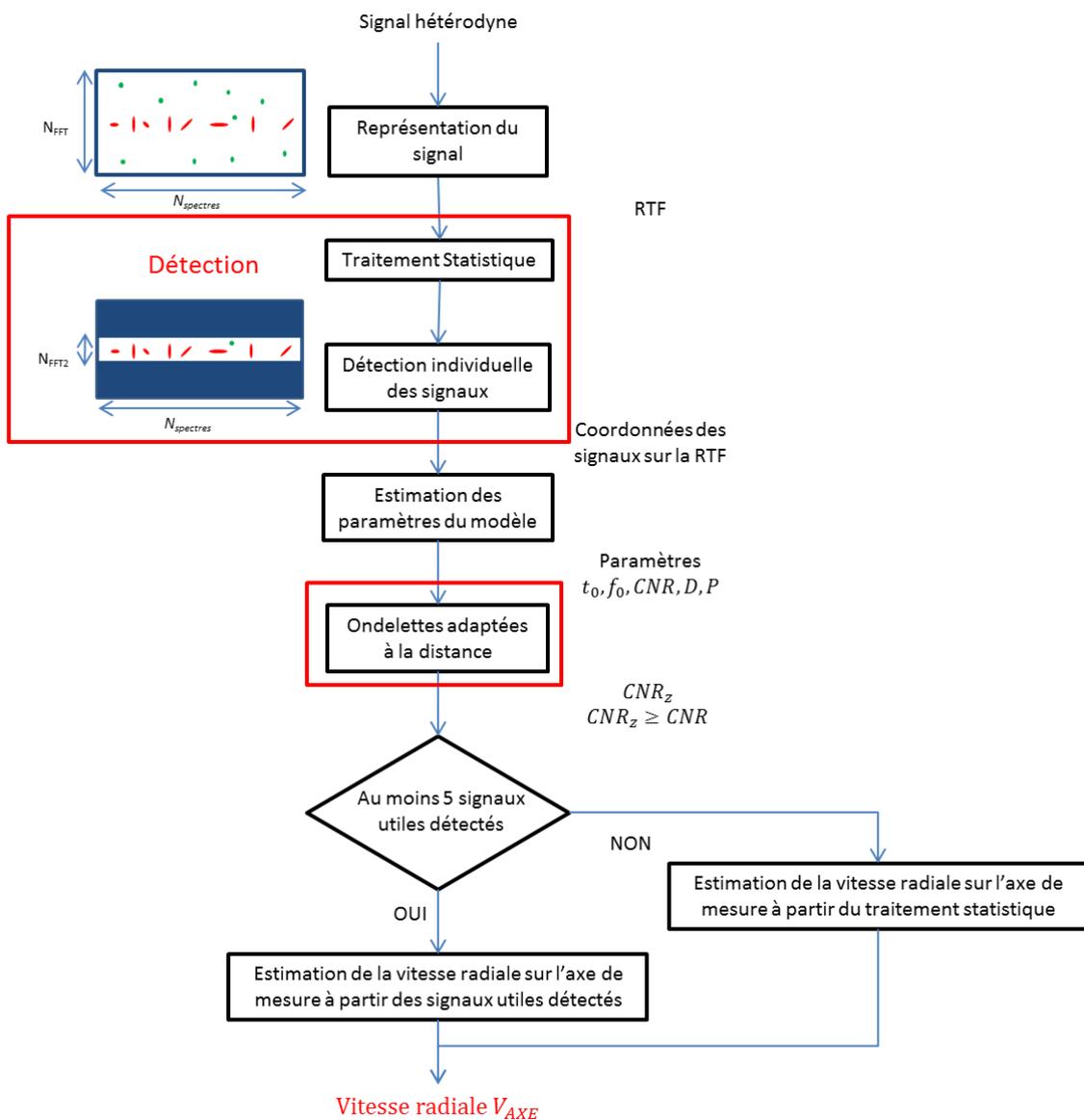


Figure 51 : Illustration de la chaîne de traitement d'un axe LIDAR proposée

2.4. Estimation des paramètres du modèle et des caractéristiques des particules

Pour chaque signal utile détecté, les paramètres du modèle sont estimés. Ces paramètres permettent de déduire les caractéristiques des aérosols (vitesse, distance au point de focalisation et rayon) afin de sélectionner les aérosols utiles (bons traceurs de vitesse) pour l'estimation de la vitesse radiale locale sur l'axe de mesure.

Des méthodes d'estimation des paramètres fondées sur une représentation temps-fréquence du signal sont présentées et leurs performances sont comparées aux bornes de Cramér-Rao (CRB) et aux méthodes proposées dans la littérature.

2.4.1. Estimation des paramètres du modèle

Le modèle du signal utile s'exprime :

$$x(t) = s(t) + w(t),$$

Où :

$$s(t) = A_0 \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right)$$

Il comprend cinq paramètres (Figure 52) que sont l'amplitude A_0 , la durée du signal D , la fréquence centrale f_0 , la vitesse de variation de la fréquence instantanée, appelée la pente P dans la suite de ce document, et l'instant de passage t_0 . Ce dernier n'est pas utilisé dans la chaîne de traitement du signal LiDAR proposée.

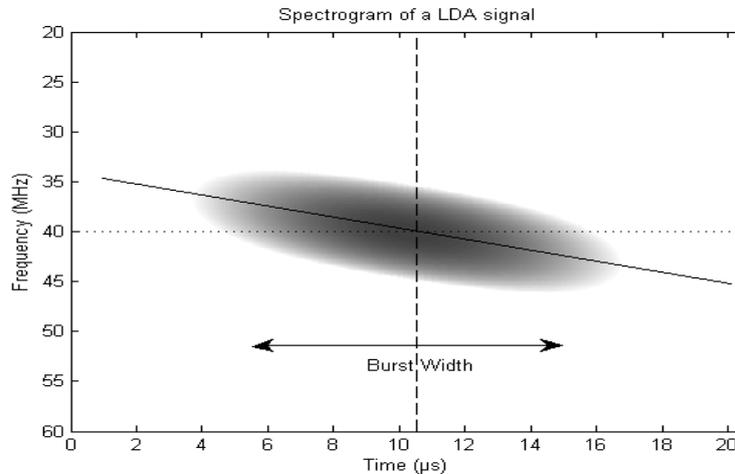


Figure 52 : Illustration des paramètres

Le bruit $w(t)$ est supposé être un bruit blanc gaussien de densité spectrale de puissance σ_w^2

2.4.1.1. Présentation des méthodes

Les estimations sont effectuées à partir de la représentation temps-fréquence utilisée pour la détection des signaux. Afin d'optimiser la détection, une fenêtre de pondération gaussienne a été choisie, dans le cas de la TFCT. Son expression est :

$$h(t) = \exp\left(-\frac{8}{D_h^2} t^2\right)$$

Pour une transformée en ondelette, une ondelette de Morlet est utilisée :

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp\left(-\frac{8}{D_\psi^2(a)}(t-\tau)^2 + 2i\pi f_\psi(a)(t-\tau)\right)$$

$D_\psi(a)$ varie en fonction de l'échelle. Cependant, un signal s'étend sur une faible plage d'échelle, et D_ψ peut être considéré constant pour chaque signal.

Dans la suite de ce chapitre, $D_\psi = D_h$ et les estimateurs sont identiques pour la TFCT et la transformée en ondelettes

L'expression de la RTF quadratique du modèle du signal est :

$$X(t, f) = CNR \exp\left(-\frac{C_1(t-t_0)^2 + C_2(f-f_0)^2 + C_3(t-t_0)(f-f_0)}{C_4}\right)$$

Avec :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{16}{D_h^2} \left(\frac{16}{D^2} \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2} \right) + 4\pi^2 P^2 \right) \\ C_2 &= 4\pi^2 \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2} \right) \\ C_3 &= -\frac{128\pi^2 P}{D_h^2} \\ C_4 &= \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2} \right)^2 + 4\pi^2 P^2 \\ CNR &= SNR \frac{2\sqrt{\pi}}{D_h \sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2} \right)^2 + 4\pi^2 P^2}} \\ SNR &= \frac{A_0^2}{\sigma_W^2} \end{aligned}$$

2.4.1.1.1. Estimation de la durée

La durée D du signal correspond au temps de passage de la particule dans le faisceau laser. Aux extrémités du faisceau, l'amplitude du signal vaut $\exp(-2)$ fois l'amplitude au niveau de l'axe du faisceau laser, notée A_0 .

Le spectrogramme du signal suit une gaussienne dont la variance peut s'exprimer selon :

$$\sigma^2 = E[t^2] - E[t]^2 = \frac{\iint (t-t_0)^2 X(t, f) dt df}{\iint X(t, f) dt df}$$

Introduisons $p(t)$, qui peut être considérée, dans le cas où $D_h \ll D$, comme une approximation de la puissance instantanée multipliée par l'énergie de la fenêtre :

$$p(t) = \int X(t, f) df = p_0 \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Avec :

$$p_0 = \frac{CNR}{2} \frac{\sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2} \right)^2 + 4\pi^2 P^2}}{\pi \left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2} \right)}$$

$$\sigma^2 = \frac{D^2 + D_h^2}{32}$$

σ est estimé à partir des points de la RTF représentant le signal au-dessus d'un seuil de détection. Ces points sont compris entre $t_0 - b$ et $t_0 + b$ (Figure 53). L'estimation $\hat{\sigma}$ est inférieure à l'estimée σ . Pour compenser ce biais, un facteur de correction C_f a été introduit.

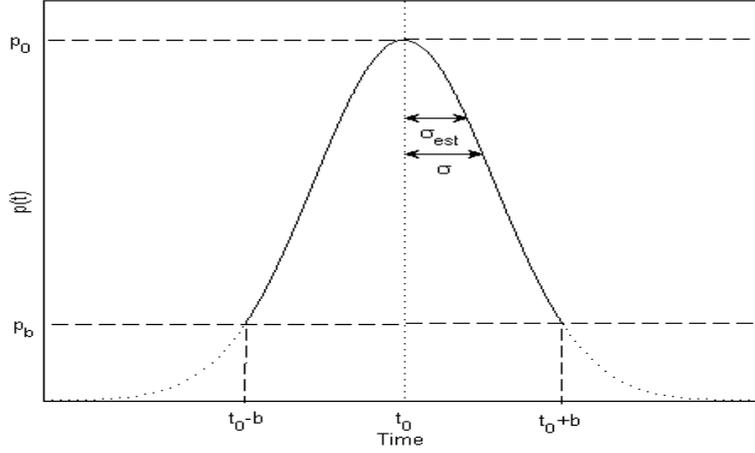


Figure 53 : Approximation de la puissance instantanée

À partir de la RTF, $\hat{\sigma}$ s'exprime :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\int_{t_0-b}^{t_0+b} (t - t_0)^2 p(t) dt}{\int_{t_0-b}^{t_0+b} p(t) dt} = \sigma^2 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \sigma \frac{\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right)}$$

Avec

$$\frac{b}{\sigma} = \sqrt{2 \ln\left(\frac{p_0}{p_b}\right)}$$

$$p_b = \frac{p(t_0 - b) + p(t_0 + b)}{2} \text{ et } p_0 = p(t_0)$$

D'où, le facteur de correction C_f :

$$C_f = \frac{\sigma^2}{\hat{\sigma}^2} = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{\sigma} \frac{\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right)}\right)^{-1} = f\left(\frac{b}{\sigma}\right)$$

Le calcul du facteur de correction C_f est détaillé en annexe 6.2.

L'expression de l'estimateur de la durée \hat{D} est :

$$\hat{D} = 4 \sqrt{2 \hat{\sigma}^2 C_f - \frac{D_h^2}{16}}$$

2.4.1.1.2. Estimation de la pente

L'expression de la fréquence instantanée du signal est :

$$f_{inst}(t) = f_0 + P(t - t_0)$$

Dans le cas où $D_h \ll D$, elle peut être approchée par :

$$\hat{f}_{inst}(t) = \frac{\int fX(t, f)df}{\int X(t, f)df}$$

L'estimation de la fréquence instantanée comme le barycentre en fréquence à chaque instant, plutôt que ne considérer que le maximum du spectrogramme, permet de compenser la faible concentration de la RTF et d'améliorer la robustesse au bruit.

L'estimation de la pente s'effectue selon une méthode des moindres carrés pondérés dont l'expression est :

$$\hat{P}_1 = \frac{\int_{t_0-b}^{t_0+b} (\hat{f}_{inst}(t) - f_0)(t - t_0)p(t)dt}{\int_{t_0-b}^{t_0+b} (t - t_0)^2 p(t)dt}$$

Cet estimateur est biaisé :

$$\hat{P}_1 = \frac{P}{1 + \frac{D_h^2}{D^2}}$$

Le biais peut être compensé en utilisant une fenêtre de largeur $D_h \ll D$. Sinon, l'expression de l'estimateur non biaisé est :

$$\hat{P} = \left(1 + \frac{D_h^2}{D^2}\right) \frac{\int_{t_0-b}^{t_0+b} (\hat{f}_{inst}(t) - f_0)(t - t_0)p(t)dt}{\int_{t_0-b}^{t_0+b} (t - t_0)^2 p(t)dt}$$

2.4.1.1.3. Estimation de la fréquence centrale

La fréquence centrale est le barycentre en fréquence de tous les points représentant le signal sur le spectrogramme.

$$\hat{f}_0 = \frac{\int \int f \cdot X(t, f) dt df}{\int \int X(t, f) dt df}$$

2.4.1.1.4. Estimation de l'amplitude

L'amplitude du signal peut être déduite du CNR, dont l'expression est :

$$CNR = \frac{A_0^2}{\sigma_W^2} \frac{2\sqrt{\pi}}{D_h \sqrt{\left(\frac{16}{D^2} + \frac{16}{D_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 P^2}}$$

La méthode la plus simple pour estimer le CNR est de prendre le maximum de la RTF du signal. Du fait de la discrétisation de la RTF, seuls les points de coordonnées $t = k \frac{\Delta_t}{F_E}$ et $f = k \frac{F_E}{N_{FFT}}$ sont représentés sur la RTF. Le point d'amplitude maximale, de coordonnées $t = t_0$ et $f = f_0$, n'est pas accessible. Il en résulte une sous-estimation du CNR.

Le pas temporel $\frac{\Delta_t}{F_E} = 0,08 \mu s$, est faible devant la durée des signaux utiles (quelques microsecondes) et il permet une précision satisfaisante pour l'estimation de l'amplitude. En revanche, le pas fréquentiel $\frac{F_E}{N_{FFT}} = 0,39 \text{ MHz}$, n'est pas négligeable devant l'étalement spectral des signaux (quelques MHz). Il va donc introduire un biais sur l'estimation de l'amplitude. Afin de compenser ce dernier, le zéro-padding, consistant à augmenter le nombre de points de la FFT dans le but de réduire le pas de discrétisation fréquentiel, apporte en gain en précision au détriment du coût calculatoire ($\mathcal{O}(N_{FFT} \log_2(N_{FFT}))$).

Une approche permettant de conserver des FFT de 512 points est proposée. Elle consiste à interpoler le CNR à partir de l'amplitude maximale estimée sur la RTF. Le point correspondant (t_M, f_M) est le plus proche de (t_0, f_0) :

$$\hat{t}_M = \min_{k_T} \left| k_T \frac{\Delta_t}{F_E} - \hat{t}_0 \right|$$

$$\hat{f}_M = \min_{k_F} \left| k_F \frac{F_E}{N_{FFT}} - \hat{f}_0 \right|$$

Et, le CNR peut être estimé à partir de l'amplitude en ce point :

$$\widehat{CNR} = X(\hat{t}_M, \hat{f}_M) \exp \left(\frac{C_1(\hat{t}_M - \hat{t}_0)^2 + C_2(\hat{f}_M - \hat{f}_0)^2 + C_3(\hat{t}_M - \hat{t}_0)(\hat{f}_M - \hat{f}_0)}{C_4} \right)$$

Dans le cas d'un bruit de densité spectrale σ_w^2 connue, l'amplitude du signal hétérodyne vaut :

$$\hat{A}_0 = \sigma_w \sqrt{\widehat{CNR} \frac{D_h \sqrt{\left(\frac{16}{\hat{D}^2} + \frac{16}{\hat{D}_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 \hat{P}^2}}{2\sqrt{\pi}}}}$$

2.4.1.2. Bornes de Cramér-Rao

Le vecteur des paramètres inconnus est $\gamma = [A_0 \ D \ t_0 \ f_0 \ P]^T$. Il est estimé à partir d'un signal $x(t) = s(t) + w(t)$ où s est le signal utile et w est un bruit blanc gaussien de densité spectrale de puissance σ_w^2 .

La vraisemblance de x pour un vecteur des paramètres γ donné est :

$$p(x|\gamma) = \frac{\exp \left(-\frac{1}{2\sigma_w^2} \int (x(t) - s(t))^2 dt \right)}{\sqrt{2\pi}\sigma_w}$$

Un n-échantillon apporte sur le paramètre γ une quantité d'information $I_n(\gamma)$, dite information de Fisher [33]. Cette quantité, positive ou nulle s'exprime selon :

$$I_n(\gamma) = E \left[\left(\frac{\partial \ln p(x|\gamma)}{\partial \gamma} \right)^2 \right]$$

La matrice d'information de Fisher est :

$$F_{j,k} = \frac{1}{\sigma_w^2} \int \frac{\partial s(t)}{\partial \gamma_j} \frac{\partial s(t)}{\partial \gamma_k} dt$$

$$= \frac{1}{\sigma_w^2} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\pi}D}{8} & \frac{A_0\sqrt{\pi}}{16} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_0\sqrt{\pi}}{16} & \frac{3}{32} \frac{A_0^2\sqrt{\pi}}{D} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_0^2 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{D} + \frac{\pi^{5/2}D^3P^2}{64} \right) & -\frac{A_0^2\pi^{5/2}D^3P}{128} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{A_0^2\pi^{5/2}D^3P}{128} & \frac{A_0^2\pi^{5/2}D^3}{64} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3A_0^2\pi^{5/2}D^5}{8192} \end{bmatrix}$$

Le détail des calculs est présenté en annexe 6.3.

Les bornes de Cramér-Rao sont les éléments de la diagonale F_i^{-1} :

$$\begin{aligned} \text{CRB}(A_0) &= \frac{12\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}D} \\ \text{CRB}(D) &= \frac{16D\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}A_0^2} \\ \text{CRB}(t_0) &= \frac{D\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}A_0^2} \\ \text{CRB}(f_0) &= \frac{\left(\frac{64}{\pi^2 D^3} + P^2 D\right)\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}A_0^2} \\ \text{CRB}(P) &= \frac{8192\sigma_w^2}{3\pi^{\frac{5}{2}}A_0^2 D^5} \end{aligned}$$

La borne de Cramer-Rao d'un paramètre est la variance minimale d'un estimateur non biaisé de ce paramètre. Un estimateur est dit efficace si son biais est nul et sa variance est égale à la borne de Cramer-Rao.

2.4.1.3. Evaluation des méthodes proposées

Les estimateurs sont évalués par des simulations de Monte-Carlo et leurs performances sont comparées à celles de méthodes proposées dans la littérature ainsi qu'aux bornes de Cramér-Rao. Les articles [34] et [35] traitent l'estimation de paramètres tels que la durée, la pente ou la fréquence centrale. Dans [36], [29] et [28], l'estimation des paramètres est évaluée pour une application en anémométrie laser Doppler.

Dans l'article [29], une méthode permettant d'estimer la durée, la fréquence centrale et le temps d'arrivée d'un signal pour lequel le paramètre P est nul est présentée. L'approche utilisée propose une première estimation de la fréquence centrale par TFD (Transformée de Fourier Discrète) et interpolation de Gauss des maxima de la TFD et de la durée à partir d'une estimation de l'enveloppe gaussienne par TFD, Transformée de Hilbert et TFD inverse. Une amélioration itérative de l'estimation de la fréquence centrale est proposée : une transformée en ondelettes à la fréquence centrale pré-estimée permet d'estimer le temps d'arrivée puis une transformée en ondelettes au temps d'arrivée estimé permet d'améliorer l'estimation de la fréquence centrale. Dans l'article [34], un estimateur du paramètre P fondé sur une modélisation paramétrique de la représentation temporelle du signal (signal modulé linéairement en fréquence et dont l'amplitude est un processus aléatoire) est proposé. Une première approche propose d'estimer la fréquence centrale et le paramètre P par minimisation d'un critère de moindres carrés non-linéaires (NLS) puis pour réduire le cout calculatoire propose de se ramener à un problème de minimisation à une dimension pour estimer P par FFT de la fonction d'ambiguïté (HAF). Dans les recherches bibliographiques effectuées, aucun article décrivant une procédure d'estimation de tous les paramètres étudiés n'a été trouvée.

La RTF utilisée pour l'évaluation des estimateurs proposés est la TFCT. Les spectrogrammes sont calculés avec des FFT fenêtrées de $N_{FFT} = 512$ points. Le recouvrement est de 96.88 %, soit un pas de $\Delta_t = 16$ points entre chaque spectre. Le calcul du spectrogramme requiert $\mathcal{O}(N_S N_{FFT} \log_2(N))$ opérations. N_S est le nombre de spectres sur lesquels s'étend le signal ($N_S \ll N_{FFT}$). L'estimation des paramètres nécessite $\mathcal{O}(N_p)$ opérations, avec N_p le nombre de points représentant le signal sur le

spectrogramme ($N_P \sim N_{FFT}$). Le coût de l'estimation des paramètres est donc faible devant celui du spectrogramme.

2.4.1.3.1. Estimation de la durée et de la fréquence centrale

L'estimateur à base d'ondelettes proposé dans [29] est évalué sur des signaux d'anémométrie laser Doppler. L'amplitude des signaux suit un profil gaussien et la fréquence est constante. Les résultats de l'article [29] montrent que l'estimateur de la fréquence centrale atteint les bornes de Cramér-Rao pour un SNR supérieur à 4 dB (Figure 55). En revanche, l'estimateur de la durée est biaisé (Figure 54a). Les estimateurs proposés (fondés sur le spectrogramme) sont évalués sur les mêmes signaux que ceux décrits dans l'article. Les paramètres sont $f_0 = 0.986$ MHz et $D/4 = 2.6$ μ s.

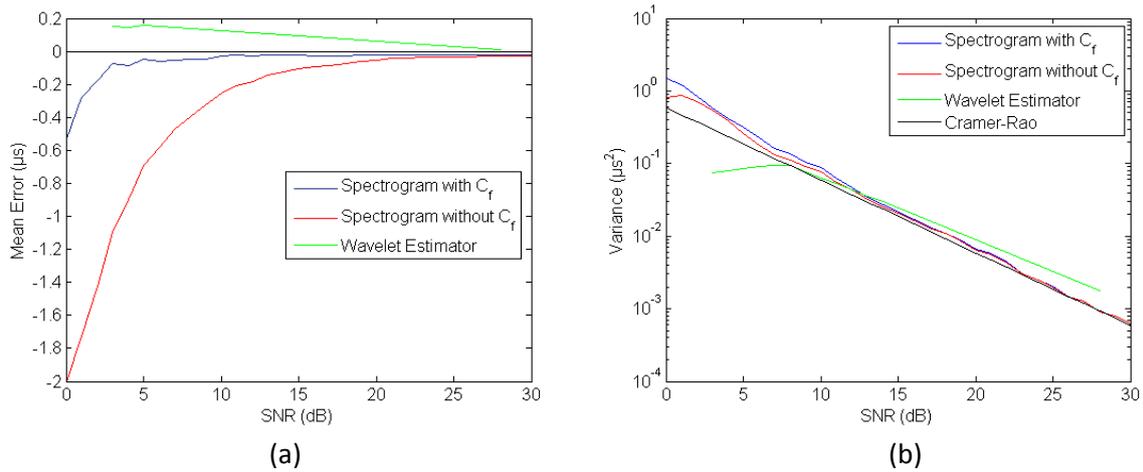


Figure 54 : Biais (a) et variance (b) de l'estimation de la durée avec les estimateurs fondés sur le spectrogramme et les ondelettes

Le facteur de correction C_f diminue le biais, particulièrement pour les faibles SNR (Figure 54a). L'estimateur proposé est sans biais à partir d'un SNR de 7 dB et la variance est proche de la CRB pour des SNR supérieurs à 11 dB (Figure 54b).

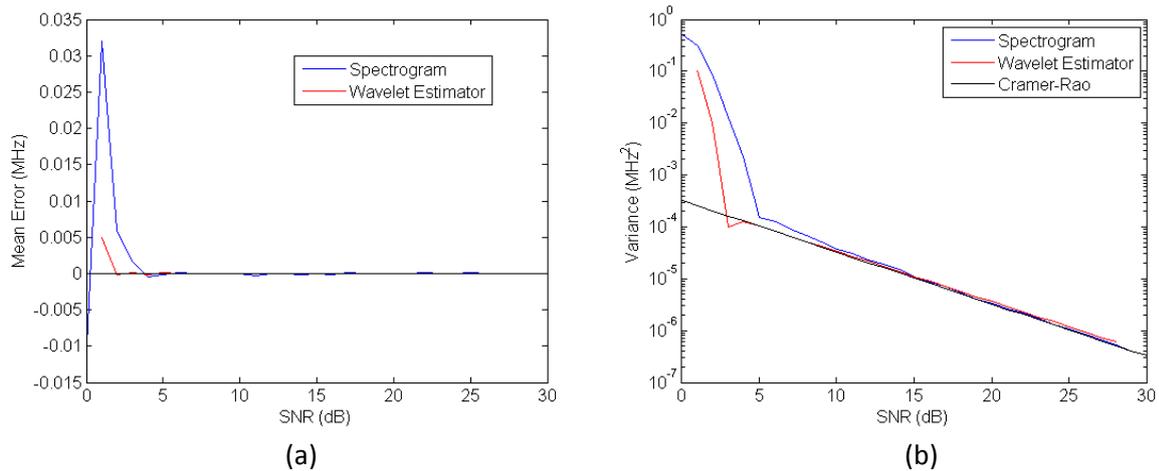


Figure 55 : Biais (a) et variance (b) de l'estimation de la fréquence centrale avec les estimateurs fondés sur le spectrogramme et les ondelettes

L'estimateur de la fréquence centrale proposé n'a pas de biais pour un SNR de 5 dB (Figure 55a) et sa variance est proche de la CRB à partir de 9 dB (Figure 55b).

2.4.1.3.2. Estimation de la pente

Dans l'article [34], deux méthodes d'estimation de la pente pour des signaux modulés linéairement en fréquence avec une amplitude qui varie au cours du temps sont proposées. L'estimateur NLS s'appuie sur une approche se ramenant à un problème de moindres carrés non-linéaires. D'après l'auteur, cette méthode est trop coûteuse pour envisager une application temps-réel. L'estimateur HAF est obtenu par FFT de la fonction d'ambiguïté. Il est moins coûteux que l'estimateur NLS mais il reste inutilisable pour une application temps-réel. L'estimateur de pente proposé est évalué avec les mêmes signaux que ceux décrits dans [34]. Les paramètres sont $P = 3 \cdot 10^{-4}$ et $f_0 = 0.18$.

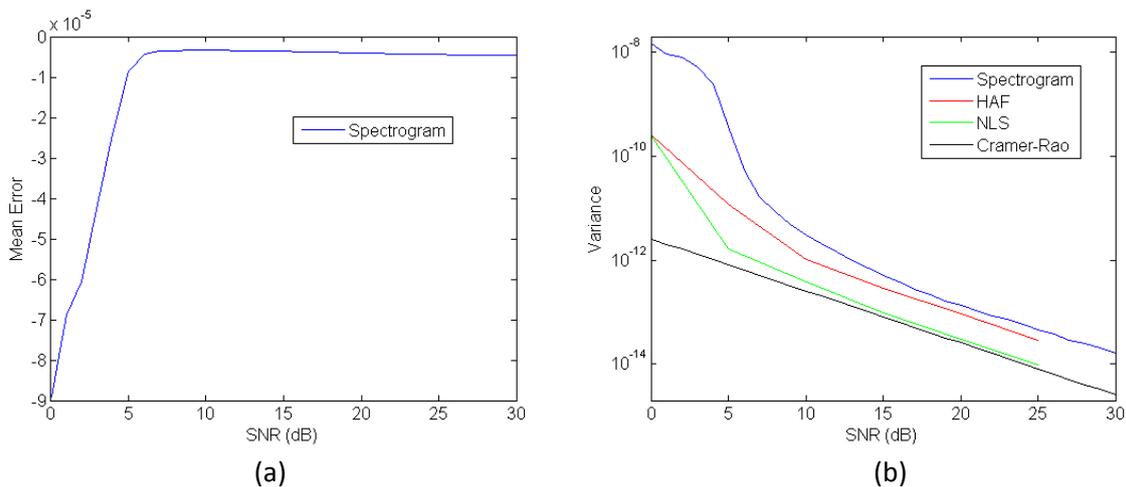


Figure 56 : Biais (a) et variance (b) de l'estimation de la pente avec les estimateurs NLS, HAF et fondé sur le spectrogramme

L'estimateur NLS a les meilleures performances. En effet, il atteint la CRB pour un SNR de 5 dB. L'estimateur HAF a une variance égale à 3.6 fois la CRB. L'estimateur proposé présente un biais inférieur à 1 % pour un SNR de 7 dB et la variance est 5 fois supérieure à la CRB pour un SNR de 13 dB (Figure 56).

La méthode proposée est moins précise que les estimateurs NLS et HAF mais son cout calculatoire est faible et elle est utilisable pour une application temps-réel.

2.4.1.3.3. Estimation de l'amplitude

Les méthodes d'estimation de l'amplitude sont fondées sur l'estimation du CNR . L'approche la plus simple consiste à considérer le CNR comme le maximum observé sur la RTF d'un signal. Or, cet estimateur est biaisé. Une approche visant à compenser ce biais introduit par le pas de discrétisation fréquentiel est proposée.

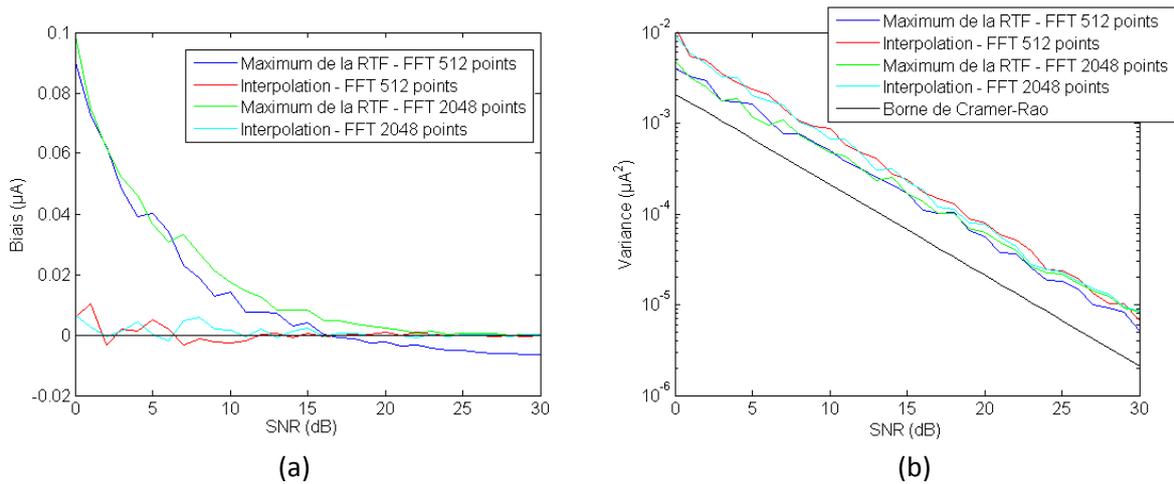


Figure 57 : Biais (a) et variance (b) des estimateurs de l'amplitude

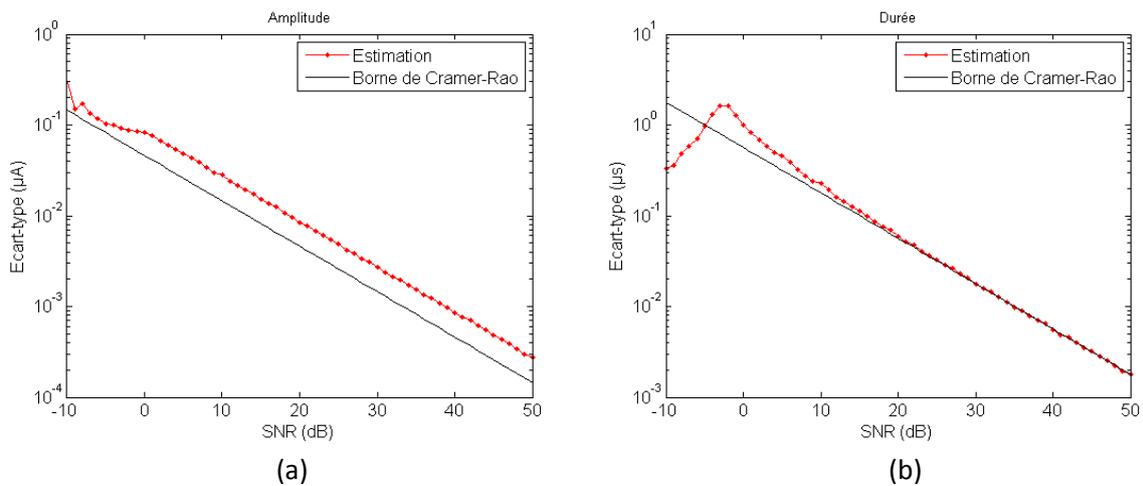
Les méthodes utilisant le maximum de la RTF du signal sont biaisées aux SNR inférieurs à 15 dB (Figure 57a). En outre, au-delà de 15 dB, l'estimateur basé sur une RTF calculée avec des FFT de 512 points présente un biais constant, de l'ordre de 1 % de la valeur réelle (0,66 µA). Calculer la RTF avec des FFT plus longues permet de réduire le biais pour les SNR élevés au prix d'une augmentation du coût.

L'estimateur proposé en 2.4.1.1.4 est non biaisé, indépendamment du nombre de points utilisé pour le calcul des FFT, sur toute la plage de SNR étudiée (Figure 57a). La variance de cet estimateur est quatre fois plus élevée que la borne de Cramér-Rao (Figure 57b).

2.4.1.3.4. Estimation conjointe des paramètres

Afin de quantifier les performances des estimateurs, une évaluation a été effectuée par simulation de Monte-Carlo avec un signal $s(t)$ dont les paramètres sont représentatifs des signaux observés lors d'essais en vol. Ces paramètres sont : $A_0 = 0,663 \mu\text{A}$, $f_0 = 66,2 \text{ MHz}$, $D = 7,04 \mu\text{s}$ et $P = 0.501 \text{ MHz}/\mu\text{s}$.

La fréquence d'échantillonnage est de 200 MHz et $SNR = \frac{A_0^2}{\sigma_w^2}$. Les performances des estimateurs sont comparées aux bornes de Cramér-Rao.



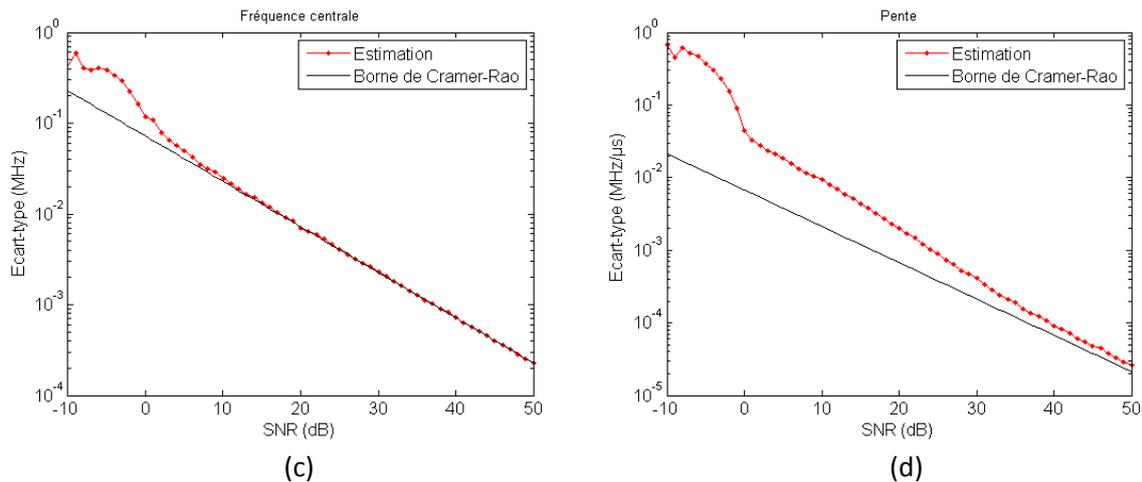


Figure 58 : Écart-types des estimateurs de l'amplitude (a), de la durée (b), de la fréquence centrale (c) et de la pente (d)

La précision sur l'estimation de la fréquence centrale est meilleure que pour les autres grandeurs. En effet, pour un SNR de -10 dB, le biais est inférieur à 0.03 MHz, soit 0.05 % de f_0 , et l'écart-type vaut 0.5 MHz (Figure 58c), soit 0.75 % de f_0 . Les signaux utiles sont détectés à partir d'un SNR de -10 dB et la fréquence centrale, ainsi que la vitesse radiale, peut être estimée avec une précision suffisante pour tous ces signaux.

Pour les autres grandeurs, le biais est élevé pour les faibles SNR (> 1% pour les SNR < 0 dB). L'écart-type est inférieur à 5% pour un SNR de (Figure 58 a, b et d):

- 7 dB pour l'estimation de la durée (0,35 μ s)
- 8 dB pour l'estimation de l'amplitude (0,033 μ A)
- 3 dB pour l'estimation de la pente (0.025 MHz/ μ s)

Les estimations de ces trois grandeurs sont fiables et exploitables pour des SNR plus élevés par rapport à l'estimation de la fréquence centrale. Elles permettent de déduire la distance au point de focalisation et le rayon des aérosols. Ces caractéristiques sont utilisées pour sélectionner les aérosols utiles.

2.4.1.4. Conclusion

Des méthodes d'estimation des paramètres ont été décrites et comparées à d'autres estimateurs et aux bornes de Cramér-Rao.

La vitesse radiale est déduite de la fréquence centrale. Il s'agit d'une donnée essentielle devant être mesurée dans toutes les conditions.

L'estimateur de la fréquence centrale proposé a des performances similaires à l'estimateur présenté dans [29]. Le biais est quasiment nul et l'incertitude est inférieure à 1 % sur toute la plage de SNR étudiée. L'estimation de la fréquence centrale est fiable et précise pour tous les signaux détectés et donc la vitesse radiale de tous les aérosols détectés peut être estimée.

Les autres paramètres sont utilisés afin d'estimer la distance au point de focalisation et le rayon des aérosols. Ces deux grandeurs permettent de différencier les aérosols utiles des parasites. Leur utilité est conditionnée à la présence de particules parasites. Ces particules sont présentes à l'intérieur de

masses d'air très concentrées en aérosols, dans lesquelles la chaîne de traitement peut détecter plusieurs milliers d'aérosols par seconde.

Les estimateurs des autres paramètres ont un biais important et une forte variance pour les SNR inférieurs à 0 dB. Ces estimations ne sont fiables que pour les signaux de SNR élevé.

L'approche envisagée, en présence de particules parasites, consiste à n'exploiter que les signaux de SNR élevé pour lesquels les estimations de tous les paramètres sont fiables. Les fortes concentrations en aérosols rencontrées permettent de négliger une part des signaux détectés tout en maintenant une disponibilité suffisante.

Par la suite, les estimateurs des caractéristiques des particules sont présentés et leurs performances sont évaluées à partir des performances des estimateurs des paramètres. Dans le chapitre suivant (2.5.3), une méthode permettant de déterminer la présence ou non d'aérosols parasites et éventuellement la part de signaux de SNR faibles devant être négligés est proposée.

2.4.2. Estimation des caractéristiques des particules

Les caractéristiques des particules sont estimées à partir des paramètres du modèle (Figure 59).

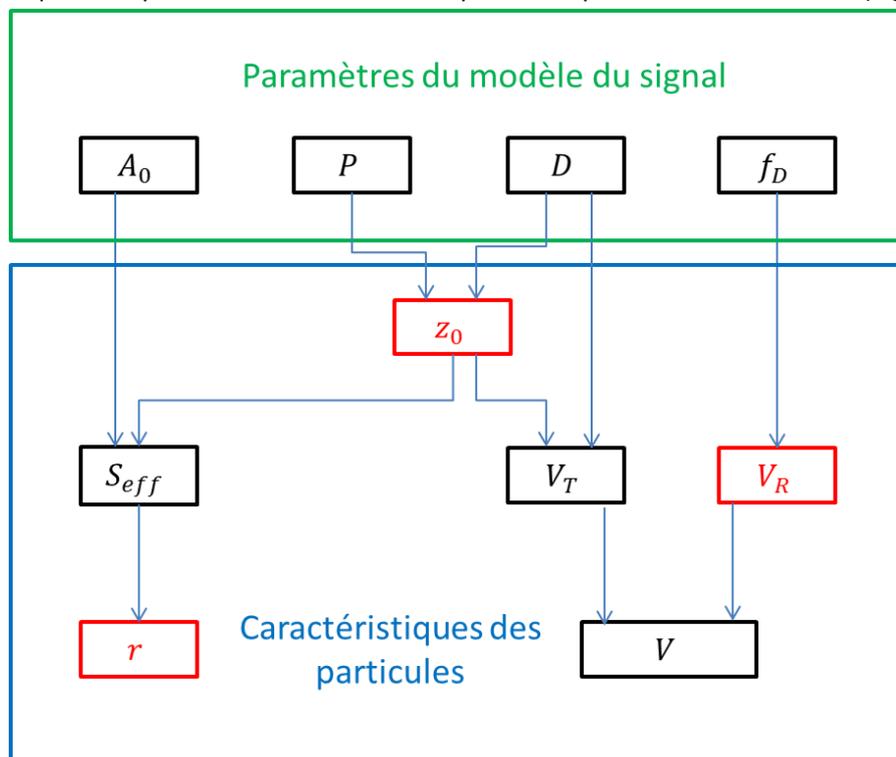


Figure 59 : Relation entre les paramètres de modèle du signal et les caractéristiques des particules

Parmi toutes les caractéristiques pouvant être estimées, seuls le rayon r de la particule, la distance au point de focalisation z_0 et la vitesse radiale V_R sont exploités. La précision de l'estimation des caractéristiques est évaluée dans la suite de ce chapitre par simulation de Monte-Carlo. La variance minimale attendue sur chaque caractéristique peut également être obtenue par la propagation des incertitudes sur l'estimation des paramètres. Les calculs de propagation des incertitudes sont présentés en annexe 6.4.

L'évaluation de la précision de l'estimation du rayon r et de la distance au point de focalisation z_0 a pour but de déterminer la proportion d'aérosols pouvant être identifiés à tort comme utiles. Ces aérosols seront pris en compte dans l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure et ils entraîneront une dégradation de la précision et de l'intégrité de l'estimation de la vitesse sur l'axe de mesure. Les performances des estimateurs ont été évaluées aux valeurs limites du domaine des aérosols utiles, défini par $r \leq 10 \mu\text{m}$ et $|z_0| \leq 5 \text{ cm}$.

La précision de l'estimation de la vitesse radiale d'un aérosol permet de déduire la précision sur l'estimation de la vitesse sur l'axe de mesure.

Le module de la vitesse du porteur par rapport au volume d'air sondé peut également être estimé (Figure 59) à partir d'un seul axe. Il permet de déduire le module du vecteur vitesse air, la TAS. Une étude de la précision de cette estimation est présentée afin de déterminer les conditions d'utilisation de cette méthode.

Les simulations présentées sont réalisées avec les paramètres suivants :

- $V = 150 \text{ m/s}$
- $\theta = 70^\circ$
- $z_0 = 5 \text{ cm}$
- $r = 10 \mu\text{m}$

2.4.2.1. Estimation de la distance au point de focalisation

La distance au point de focalisation dépend de la durée et de la pente selon :

$$z_0 = \frac{PD^2\pi z_R}{8}$$

L'incertitude sur la distance s'exprime :

$$\Delta_{z_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial z_0}{\partial P}\right)^2 \Delta_P^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial D}\right)^2 \Delta_D^2} = z_0 \sqrt{\left(2 \frac{\Delta_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_P}{P}\right)^2}$$

L'incertitude sur la durée est :

$$\frac{\Delta_D}{D} = \frac{\sqrt{CRB(D)}}{D} = 4\pi^{-1/4} \frac{1}{\sqrt{D \cdot SNR}}$$

L'incertitude sur la pente vaut :

$$\frac{\Delta_P}{P} = 8\sqrt{2/3} z_R \pi^{-1/4} \frac{1}{z_0 \sqrt{D \cdot SNR}} = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{z_R}{z_0} \frac{\Delta_D}{D}$$

En théorie, l'incertitude relative sur la pente est plus faible que celle sur la durée si :

$$z_0 > 2 \sqrt{\frac{2}{3}} z_R \sim 0.83 \text{ cm}$$

L'incertitude sur z_0 peut s'exprimer :

$$\Delta_{z_0} = 2 \frac{\Delta_D}{D} \sqrt{z_0^2 + \frac{2}{3} z_R^2}$$

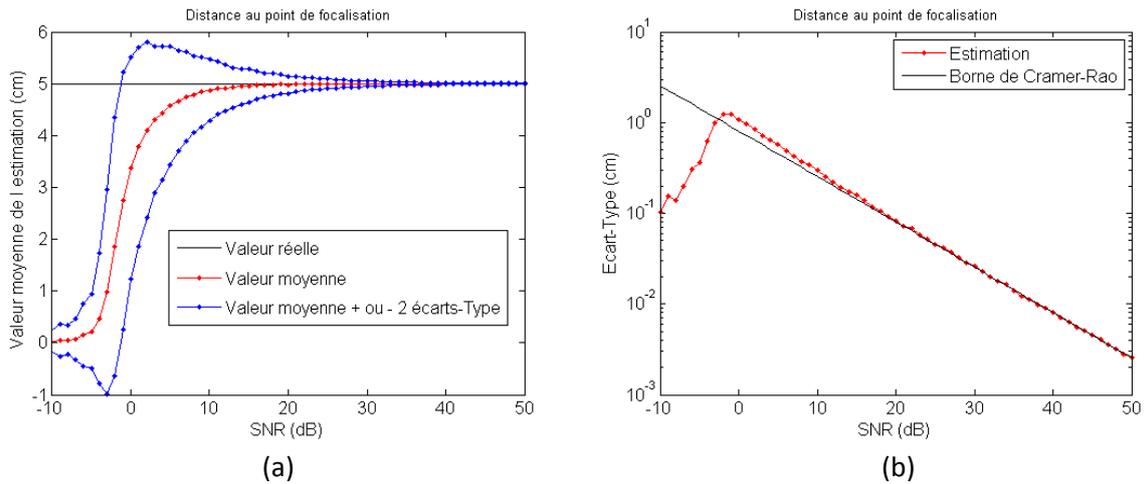


Figure 60 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation de la distance au point de focalisation

De même que les estimateurs de la durée et de la pente, l'estimateur de la distance au point de focalisation est biaisé aux faibles SNR (< 5 dB). À faible SNR, la distance est sous-estimée (Figure 60a). Il en résulte que des aérosols hors du volume de mesure utile seront détectés comme de bons traceurs de vitesse. L'écart-type est de 0.29 cm pour un SNR de 10 dB (Figure 60b), soit 6 % de la valeur réelle.

Une erreur dans l'estimation de la distance au point de focalisation peut conduire à une mauvaise identification d'une particule en vue de la sélection des aérosols utiles. Par exemple, pour un SNR de 10 dB, la répartition des erreurs sur l'estimation de la distance au point de focalisation suit une loi normale avec un biais $e_{z_0} = 0,12$ cm soit 2,4 % (Figure 61)

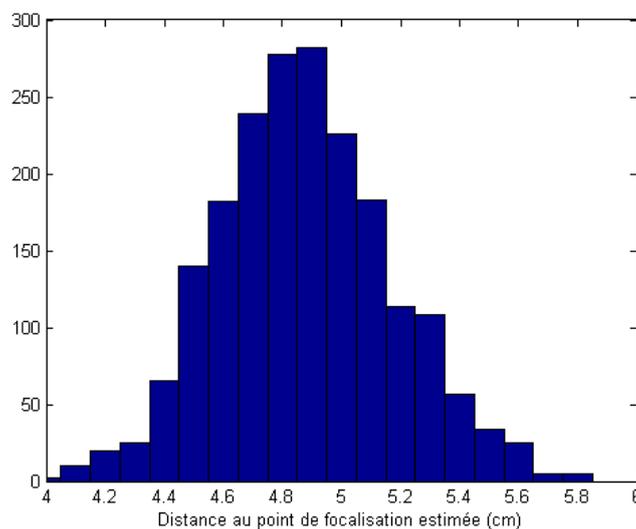


Figure 61 : Répartition des estimations de la distance au point de focalisation pour un SNR = 10 dB

L'intervalle de confiance à plus ou moins deux écarts-type est (Figure 60a) :

$$\hat{z}_0 \in [z_0 - 0,70; z_0 + 0,46] \text{ cm}$$

Cela signifie qu'une particule croisant le faisceau à 4,54 cm du point de focalisation et rétrodiffusant un signal d'un SNR de 10 dB peut être estimée hors du volume de mesure ($|z_0| \leq 5$ cm) et identifiée comme parasites avec une probabilité de 0,025.

De même, un aérosol croisant le faisceau à 5,70 cm du point de focalisation peut être considéré comme un bon traceur de vitesse avec une probabilité similaire. Le fait de conserver à tort un aérosol passant hors du volume de mesure induit une perte de précision sur l'estimation de la vitesse radiale. En effet, cette particule a une vitesse différente de celle de la masse d'air au point de focalisation.

2.4.2.2. Estimation du rayon

Le rayon des particules étant déduit de la surface de rétrodiffusion, il est d'abord nécessaire d'évaluer l'incertitude sur cette dernière. Pour rappel, l'expression de la surface de rétrodiffusion est :

$$\hat{S}_{eff} = \frac{\hat{A}_0^2 \pi^2 \omega_0^4 \left(1 + \left(\frac{\hat{z}_0}{z_R}\right)^2\right)^2}{16\lambda^2 S_D^2 P_E P_{OL}} \exp\left(\frac{4\hat{y}_0^2}{\omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)}\right)$$

Avec :

$$\hat{A}_0 = \sqrt{\frac{D_h \sqrt{\left(\frac{16}{\hat{D}^2} + \frac{16}{\hat{D}_h^2}\right)^2 + 4\pi^2 \hat{P}^2}}{\widehat{CNR}} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sigma_W^2}$$

La surface de rétrodiffusion dépend la position y_0 de l'aérosol sur l'axe y . Or, ce paramètre est inconnu.

Le biais de l'estimateur \hat{S}_{eff} est :

$$\begin{aligned} e_{S_{eff}} &= S_{eff} - E[\hat{S}_{eff}] \\ &= \frac{\pi^2 \omega_0^4}{16\lambda^2 S_D^2 P_E P_{OL}} \left(A_0^2 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)^2 \exp\left(\frac{4y_0^2}{\omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)}\right) \right. \\ &\quad \left. - (A_0 + e_{A_0})^2 \left(1 + \left(\frac{z_0 + e_{z_0}}{z_R}\right)^2\right)^2 \exp\left(\frac{4(y_0 + e_{y_0})^2}{\omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{z_0 + e_{z_0}}{z_R}\right)^2\right)}\right) \right) \end{aligned}$$

Où les biais e_{y_0} , e_{z_0} et e_{A_0} sont indépendants.

Pour les SNR élevés, les biais de \hat{A}_0 et \hat{z}_0 sont nuls et

$$e_{S_{eff}} = \frac{A_0^2 \pi^2 \omega_0^4 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)^2}{16\lambda^2 S_D^2 P_E P_{OL}} \left(\exp\left(\frac{4y_0^2}{\omega_0^2 (z_0)^2}\right) - \exp\left(\frac{4(y_0 + e_{y_0})^2}{\omega_0^2 (z_0)^2}\right) \right)$$

En considérant que les particules ne peuvent être détectées qu'à l'intérieur du faisceau laser, pour $y_0 \in [-\omega(z_0) \omega(z_0)]$, et pour :

$$\hat{y}_0 = \frac{\omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}}{\sqrt{2}}$$

Nous obtenons :

$$E[\hat{S}_{eff}] \in [S_{eff}(y_0 = 0); S_{eff}(y_0 = \omega(z_0))] \\ \frac{E[\hat{S}_{eff}]}{S_{eff}} \in [\exp(-2); \exp(2)]$$

La valeur moyenne de l'estimation de la surface de rétrodiffusion peut donc être jusqu'à sept fois plus faible ou sept fois plus élevée que la valeur réelle ($\exp(2) \approx 7$).

L'expression de l'incertitude sur la surface de rétrodiffusion est :

$$\Delta S_{eff} = \sqrt{\left(\frac{\partial S_{eff}}{\partial A_0}\right)^2 \Delta A_0^2 + \left(\frac{\partial S_{eff}}{\partial z_0}\right)^2 \Delta z_0^2} \\ = S_{eff} \sqrt{\left(\frac{2\Delta A_0}{A_0}\right)^2 + \left(2\frac{z_0}{z_0^2 + z_R^2} \Delta z_0\right)^2}$$

Pour les aérosols de rayon inférieur à 5 μm , la relation entre le rayon et la surface de rétrodiffusion n'est pas bijective (Figure 62).

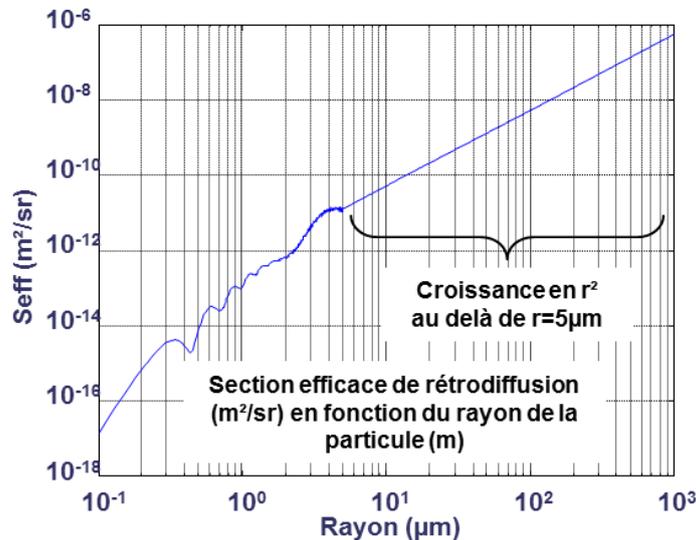


Figure 62 : Surface de rétrodiffusion en fonction du rayon

Le rayon est estimé selon :

$$\hat{r} = f^{-1}(\hat{S}_{eff})$$

Plusieurs valeurs du rayon peuvent conduire à une même surface de rétrodiffusion. La plupart des lois de répartition des rayons des aérosols connues sont de type log-normale avec un rayon moyen (correspondant à la probabilité maximale) inférieur à 0,2 μm , valeur correspondant au rayon minimal d'un aérosol pouvant être détecté. Pour les rayons supérieurs au rayon moyen, la concentration décroît quand le rayon. C'est pourquoi, quand plusieurs valeurs du rayon correspondent à la surface de rétrodiffusion estimée, la valeur minimale est conservée, car elle est la plus probable.

Pour les aérosols dont le rayon est supérieur à 5 μm , l'expression du rayon peut être simplifiée sous la forme :

$$\hat{r} = K(i_R, \lambda) \sqrt{\hat{S}_{eff}}$$

Avec $K(i_R, \lambda)$ une fonction dépendant de l'indice de réfraction de la particule i_R et de la longueur d'onde λ .

L'incertitude sur l'estimation du rayon vaut :

$$\Delta_r = \frac{\partial r}{\partial S_{eff}} \Delta S_{eff} = r \frac{\Delta S_{eff}}{2S_{eff}}$$

Et

$$\frac{E[\hat{r}]}{r} \in [\exp(-1); \exp(1)]$$

La valeur moyenne de l'estimation du rayon peut être jusqu'à 2,7 fois plus faible ou 2,7 fois plus élevée que la valeur réelle. Il en résulte qu'une particule d'environ 27 μm de rayon croisant le faisceau laser en $y_0 = \omega(z_0)$ sera identifiée comme un bon traceur de vitesse car le rayon estimé sera de 10 μm (les aérosols parasites ont un rayon supérieur à 10 μm). De même, un aérosol de 3,7 μm de rayon croisant le faisceau en $y_0 = 0$ sera éliminé car le rayon estimé sera trop élevé. Ainsi, un certain nombre de particules parasites seront mal identifiées du fait d'une estimation erronée du rayon et seront donc prises en compte lors de l'estimation de la vitesse radiale locale sur l'axe de mesure. Ces aérosols, plus lourds, ont une forte inertie et ne suivent pas l'écoulement d'air autour de l'avion. Leur vitesse est par conséquent différente de celle de la masse d'air.

Un estimateur robuste de la vitesse radiale sera développé dans le chapitre suivant. Il a été mis en œuvre afin de réduire l'influence des particules parasites sur l'estimation de la vitesse.

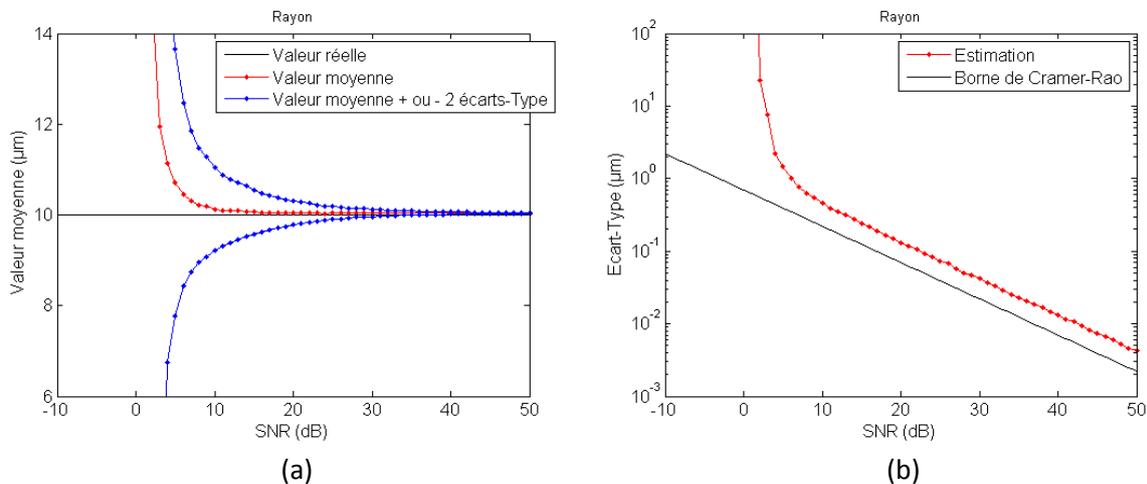


Figure 63 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation du rayon des particules (y_0 connu)

Le biais sur l'estimation du rayon est très important pour les SNR inférieurs à 5 dB (Figure 63a). Pour les SNR supérieurs à 10 dB, le biais est inférieur à 1 % et l'écart-type vaut deux fois la borne de Cramér-Rao (Figure 63b). Avec un SNR de 10 dB, la répartition des estimations montre que 95 % d'entre elles sont comprises entre 9,2 et 11,0 μm . L'incertitude de l'estimateur du rayon (dans le cas $\hat{y}_0 = y_0$) est faible devant l'erreur induite par une erreur sur y_0 (estimations réparties entre 3,7 et 27 μm).

2.4.2.3. Estimation de la vitesse radiale

La vitesse radiale est proportionnelle à la fréquence Doppler selon :

$$V_R = \frac{\lambda f_0}{2}$$

L'incertitude associée est :

$$\Delta_{V_R} = \frac{\lambda}{2} \Delta f_0$$

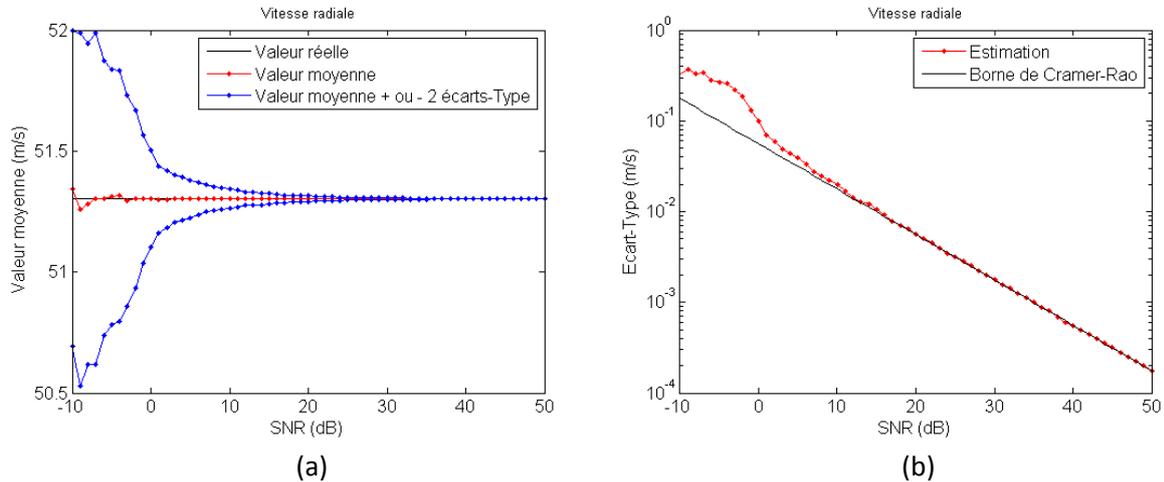


Figure 64 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation de la vitesse radiale

Comme pour la fréquence Doppler (Figure 58c), le biais de l'estimateur de la vitesse radiale e_{V_R} est faible (Figure 64a). Pour $SNR = -10$ dB :

$$e_{V_R} = 0,04 \text{ m/s}, \frac{e_{V_R}}{V_R} = 0,08 \%$$

La variance est proche de la borne de Cramér-Rao pour les SNR supérieurs à 0 dB (Figure 64b).

Pour un SNR de -10 dB, l'incertitude sur la vitesse radiale est de 0.32 m/s, soit 0,64 %. Considérant que la vitesse sur l'axe de mesure V_{AXE} est estimée comme la moyenne des N vitesses V_R estimées avec au moins cinq signaux utiles, l'incertitude associée sera :

$$\Delta_{V_{AXE}} = \frac{\Delta_{V_R}}{\sqrt{N}} \leq 0,14 \text{ m/s}$$

Le nombre de signaux détectés $N \geq 5$.

La spécification du capteur impose une précision sur le module de la vitesse TAS de :

$$\Delta_{TAS} = 0,33 \text{ m/s}$$

De ce fait, la précision obtenue sur l'estimation de la vitesse radiale paraît suffisante.

2.4.2.4. Estimation du module de la vitesse

Le module de la vitesse s'exprime :

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_T^2}$$

L'expression de l'incertitude sur le module de la vitesse est :

$$\Delta_V = \sqrt{(\Delta_{V_R} \cos(\theta))^2 + (\Delta_{V_T} \sin(\theta))^2}$$

L'incertitude sur la vitesse transversale est :

$$\Delta_{V_T} = V_T \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{\left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)^2} \frac{\Delta_D}{D}}$$

Le rapport des incertitudes sur chaque composante de la vitesse s'exprime :

$$\frac{\Delta_{V_T}}{\Delta_{V_R}} = \frac{2z_R}{\omega_0} \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{\left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)^2}}$$

En prenant $z_R \approx 5.10^{-3}$ m et $\omega_0 = 50.10^{-6}$ m, nous obtenons :

$$\frac{\Delta_{V_T}}{\Delta_{V_R}} \approx 200$$

L'incertitude sur le module de la vitesse est donc essentiellement due à l'incertitude sur la vitesse transversale.

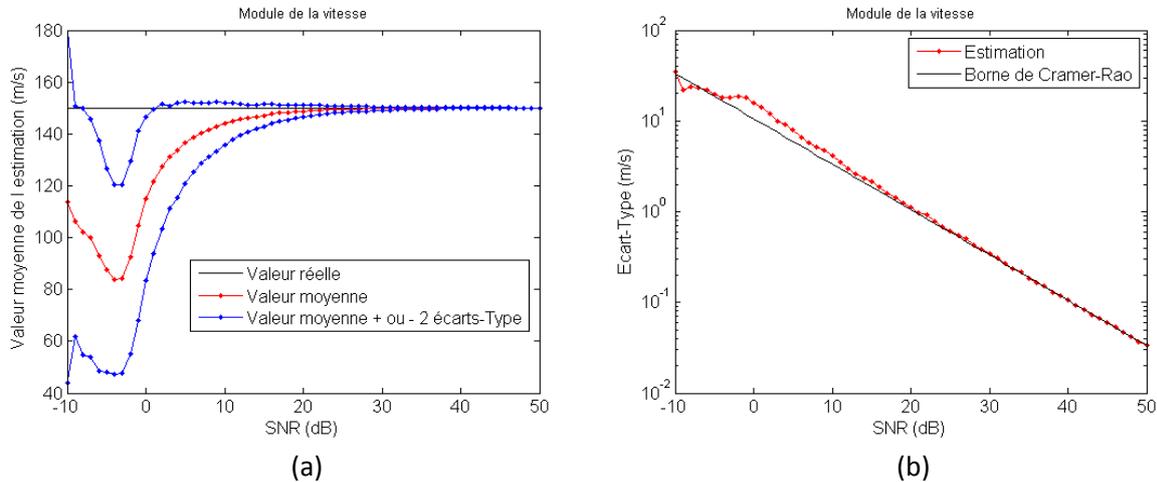


Figure 65 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation du module de la vitesse

Le biais de l'estimateur du module de la vitesse est faible (< 0.5 m/s) pour les SNR supérieurs à 20 dB (Figure 65a). Pour ces SNR, la variance est proche de la borne de Cramér-Rao (Figure 65b).

La précision requise sur l'estimation du module de la vitesse est de 0,33 m/s. Il est nécessaire de détecter au moins dix signaux utiles de SNR supérieur à 20 dB pour atteindre cette précision. À haute altitude, de tels rapports signal à bruit ne peuvent être obtenus que dans des nuages. Les contraintes de disponibilité ne pourront être respectées.

Une solution envisageable afin d'augmenter la précision de l'estimation du module de la vitesse serait de modifier l'orientation de l'axe du faisceau laser. En effet, diminuer l'angle entre le vecteur vitesse et l'axe du faisceau, ce qui revient à orienter l'axe vers l'avant de l'avion, permet de réduire l'incertitude sur l'estimation du module de la vitesse.

$$\Delta_V = \sqrt{(\Delta_{V_R} \cos(\theta))^2 + (\Delta_{V_T} \sin(\theta))^2} \approx \Delta_{V_T} \sin(\theta)$$

Les contraintes d'installation imposent d'avoir $\theta > 30^\circ$ pour un système embarqué sur avion. Le gain en précision serait d'un facteur 2, ce qui reste insuffisant.

L'estimation du module de la vitesse avec un seul axe de mesure n'est pas adaptée aux atmosphères de haute altitude. Cette solution pourrait être envisagée pour des appareils volant près du sol, où l'air est très fortement concentré en particules.

En outre, il s'agit d'une estimation du module de la vitesse locale, perturbée par le porteur. Une compensation de la perturbation de l'écoulement d'air autour du porteur devrait également être effectuée.

2.4.2.5. Conclusion

Les précisions des estimations des différentes caractéristiques des particules ont été présentées. À faible SNR, la vitesse radiale est la seule grandeur exploitable. Le biais de l'estimateur de la vitesse radiale est quasiment nul et l'incertitude relative est inférieure à 1 %.

Pour les aérosols de grande taille ($r > 5 \mu\text{m}$), l'impossibilité d'estimer y_0 peut engendrer une erreur importante sur l'estimation du rayon. Le rayon estimé peut être 2,7 fois plus grand que la valeur réelle. Les estimations de la distance au point de focalisation et du rayon (y_0 connue et $r > 5 \mu\text{m}$) ne sont précises et exploitables que pour des SNR supérieurs à 5 dB. Ces informations sont utilisées afin de sélectionner les aérosols utiles.

Compte tenu des performances des différents estimateurs, deux stratégies sont envisagées. Dans une masse d'air peu concentrée en aérosols, composé de petites particules, il n'y a pas d'aérosols parasites. La sélection selon le rayon et la distance au point de focalisation n'est donc pas nécessaire. En outre, afin de garantir la bonne disponibilité du système, il est indispensable d'exploiter les signaux de faible SNR. Par conséquent, dans ce cas, seule l'estimation de la vitesse radiale est utilisée, dans le but d'estimer la vitesse sur l'axe.

Dans un nuage, la concentration en aérosols est beaucoup plus élevée et la majorité des signaux détectés sont issus de particules parasites. Il convient de n'utiliser que les signaux de fort SNR, dont les estimations sont précises et fiables, pour obtenir une sélection efficace des bons traceurs de vitesse. Dans ces conditions, plusieurs milliers de signaux sont détectés par période de 50 ms et il est possible d'en ignorer une partie tout en garantissant la disponibilité requise.

Un estimateur du module du vecteur vitesse a également été proposé et évalué. La faible précision de cette estimation à faible SNR ne permet pas de l'exploiter.

2.4.3. Sélection des aérosols utiles

Dans un nuage ou lors d'un vol à basse altitude, la masse d'air peut contenir des aérosols de taille importante. Ces aérosols peuvent être détectés dans un large volume autour du point de focalisation, du fait de leur surface de rétrodiffusion élevée. Il est ainsi possible de les détecter en dehors du volume utile ($|z_0| \leq 5 \text{ cm}$). Or, la vitesse de la masse d'air n'étant pas homogène, seuls les aérosols croisant le faisceau près du point de focalisation sont de bons traceurs de vitesse.

Les particules de très grande taille, $r > 10 \mu\text{m}$, ne suivent pas parfaitement la masse d'air, du fait d'une inertie importante et du gradient vitesse induit par le porteur dans la zone de mesure. De ce fait, ces particules ne peuvent être utilisées comme des traceurs de vitesse.

L'estimation des caractéristiques comme le rayon et la distance au point de focalisation a pour but d'identifier et de sélectionner les aérosols utiles : $|z_0| \leq 5$ cm et $r \leq 10$ μm en vue de l'estimation de la vitesse sur l'axe de mesure.

Une simulation a été réalisée avec un modèle de répartition des rayons des particules typique d'un nuage[37] :

$$\rho_r(r) = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi r \ln(\sigma_r)}} \exp\left(-\frac{\ln^2\left(\frac{r}{r_m}\right)}{2 \ln^2(\sigma_r)}\right)$$

avec $r_m = 15$ μm , $\sigma_r = 1.86$ et $N_0 = 1$ part/ cm^3

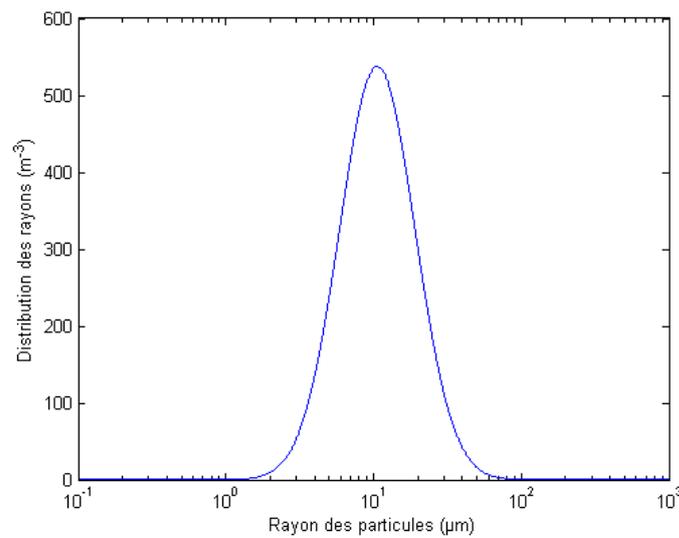


Figure 66 : Distribution des rayons des particules dans un nuage

Dans un nuage, environ 50 % des aérosols ont un rayon inférieur à 10 μm et sont considérés comme utiles (Figure 66).

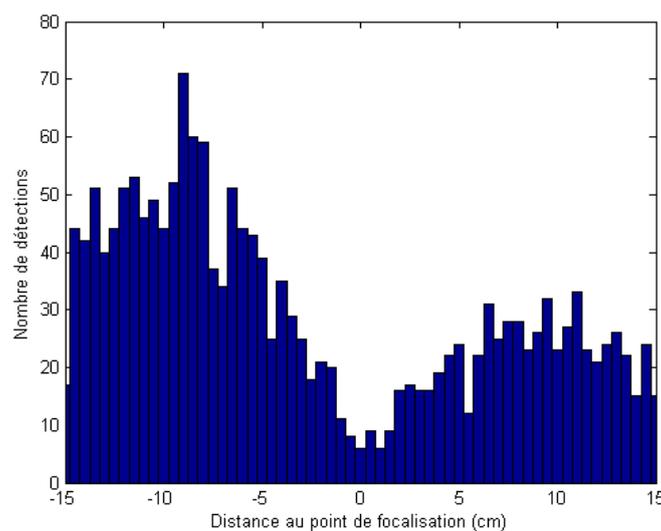


Figure 67 : Histogramme des signaux détectés selon la distance au point de focalisation

Les plus gros aérosols peuvent être détectés à plus de 10 cm du point de focalisation. À cette distance, le faisceau est 20 fois plus large qu'au point de focalisation et la probabilité qu'une particule croise le faisceau laser est donc 20 fois plus élevée. Par conséquent, les gros aérosols sont plus souvent détectés loin du point de focalisation. Au contraire, les petits aérosols ne peuvent être détectés qu'à proximité du point de focalisation, où la densité d'énergie est plus élevée.

Dans un nuage, la majorité des particules (80 %) seront détectées hors du volume de mesure (Figure 67).

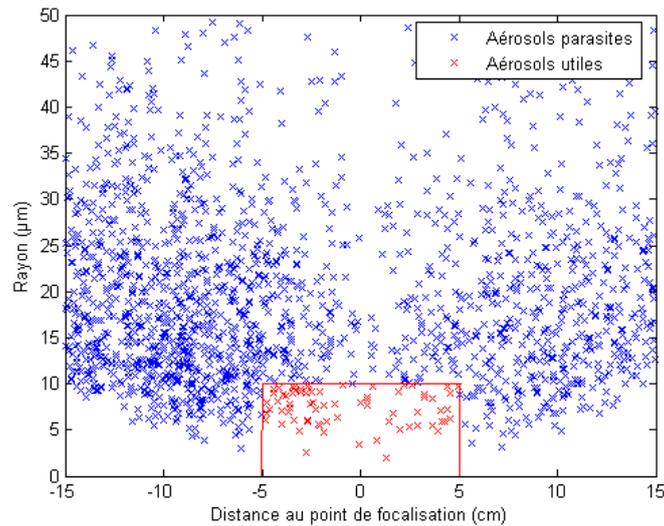


Figure 68 : Distance au point de focalisation en fonction du rayon pour chaque aérosol détecté

Dans un nuage, environ 10 % des signaux détectés issus d'aérosols utiles (Figure 68).

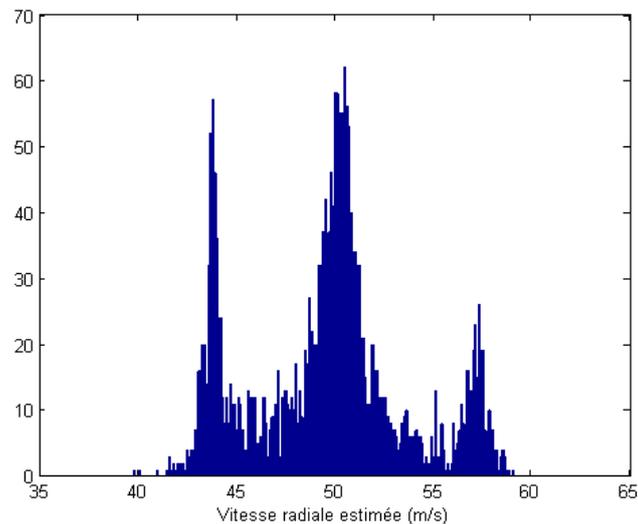


Figure 69 : Répartition des vitesses des aérosols

Un modèle empirique de répartition des vitesses des aérosols en fonction de la distance au point de focalisation a été établi[38] à partir d'observations issues d'essais en vol réalisés par Thales en 2011 [39]. Trois zones distinctes en vitesse peuvent être observées (Figure 69). La vitesse de la masse d'air

est de 150 m/s dans la simulation. La vitesse radiale résultante est de 50.52 m/s ($\theta = 70,37^\circ$). Près de l'avion, en amont du point de focalisation, la masse d'air est fortement accélérée, entraînant une augmentation du nombre d'aérosols croisant le faisceau laser et une diminution de la vitesse radiale (vitesse relative entre la masse d'air et l'avion). En s'éloignant du fuselage, les forces exercées par l'avion sur l'air diminuent et la vitesse radiale augmente. La répartition des vitesses des aérosols selon leur rayon n'est pas connue. Le modèle du simulateur définit la vitesse d'une particule par un tirage aléatoire suivant une loi normale de variance donnée. La variance de la loi dépend de la taille de l'aérosol : si le rayon est grand, la variance augmente.

2.4.3.1. Sélection par la distance

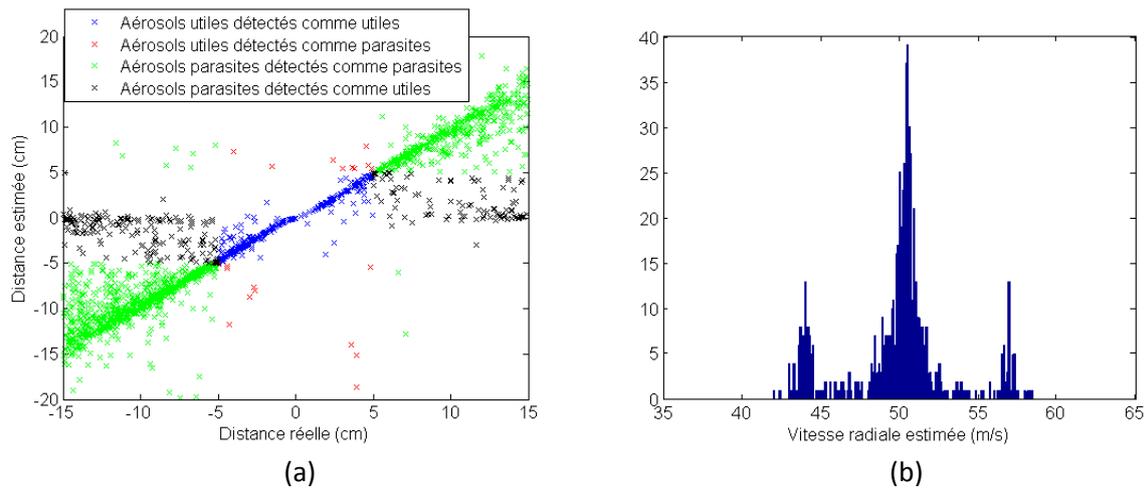


Figure 70 : Distance estimée en fonction de la distance réelle (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b)

En sélectionnant les aérosols utiles par la distance au point de focalisation et en prenant en compte tous les signaux détectés, il apparaît qu'une grande partie des aérosols parasites est éliminée (Figure 70a). Il en résulte que, sur l'histogramme des vitesses radiales estimées, le pic à la vitesse recherchée est beaucoup plus fort que les deux pics correspondants aux signaux parasites (Figure 70b). Cependant, une part importante des particules parasites est conservée à tort du fait de mauvaises estimations. Au chapitre 2.4.2.1, les performances de l'estimateur de la distance au point de focalisation ont été présentées. À faible SNR, la distance est fortement sous-estimée, entraînant une identification erronée de l'aérosol. La solution envisagée consiste à ne sélectionner que les signaux de SNR élevés, pour lesquels les estimations sont plus précises. En outre, la probabilité d'identifier un aérosol utile comme parasite est faible.

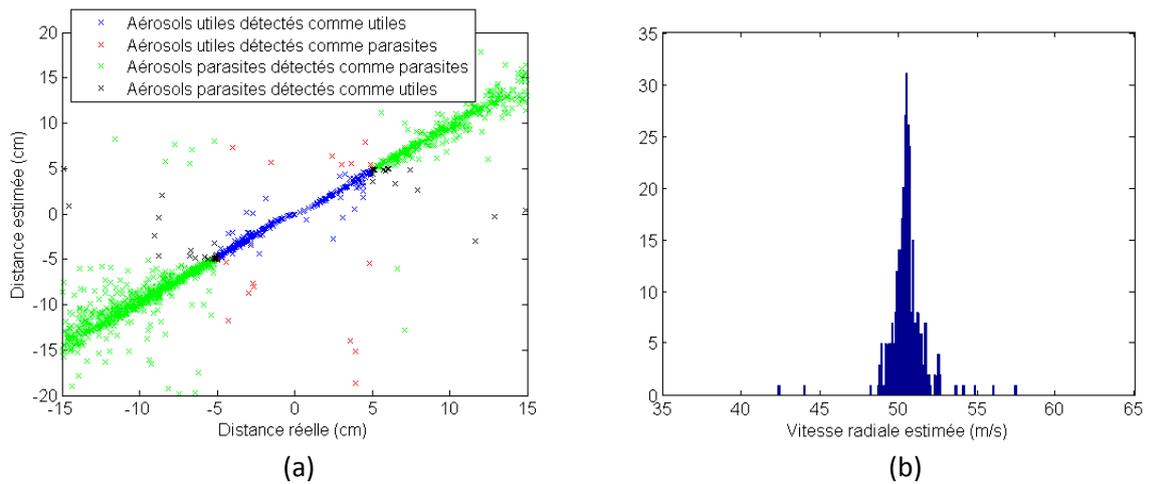


Figure 71 : Distance estimée en fonction de la distance réelle (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b) avec les signaux dont le CNR est supérieur à 20 dB

En ne conservant que les signaux dont le CNR est supérieur à 20 dB, ce qui correspond à un SNR compris entre 5 et 10 dB, la sélection est bien plus efficace. Le nombre d'aérosols mal identifiés est réduit (Figure 71a) et l'histogramme des vitesses estimées ne comprend plus que le pic à la vitesse recherchée (Figure 71b).

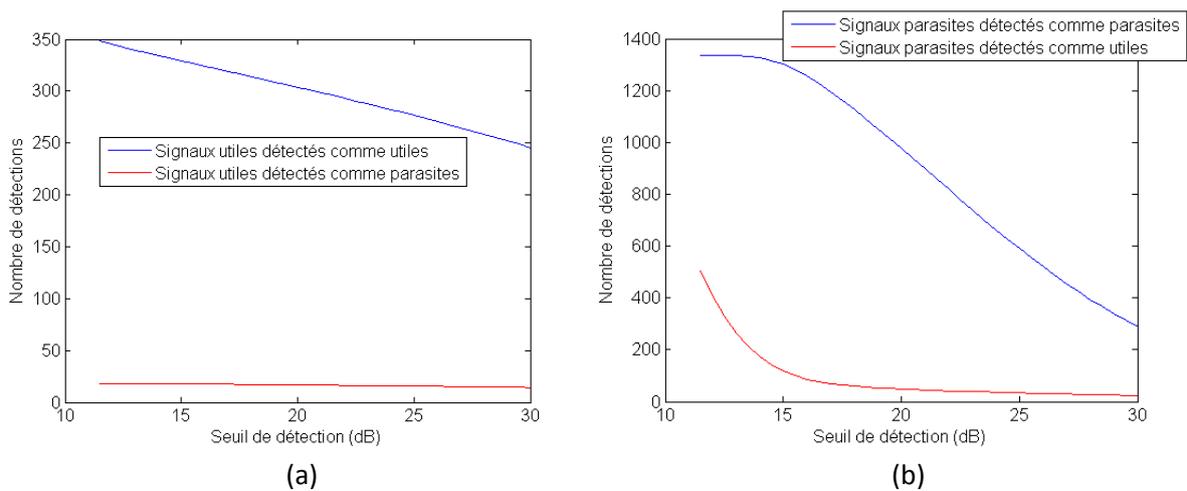


Figure 72 : Identification des aérosols en fonction du seuil de détection

L'augmentation du seuil de détection de 11,5 à 20 dB conduit à une perte de 13 % des aérosols utiles bien identifiés (Figure 72a). Sur le même intervalle, le nombre d'aérosols parasites identifiés comme utiles décroît de 91 % (Figure 72b). L'augmentation du seuil de détection afin de ne considérer que les signaux de forts SNR permet un gain important car la perte d'une partie des aérosols utiles est compensée par une meilleure efficacité de la sélection.

2.4.3.2. Sélection par le rayon

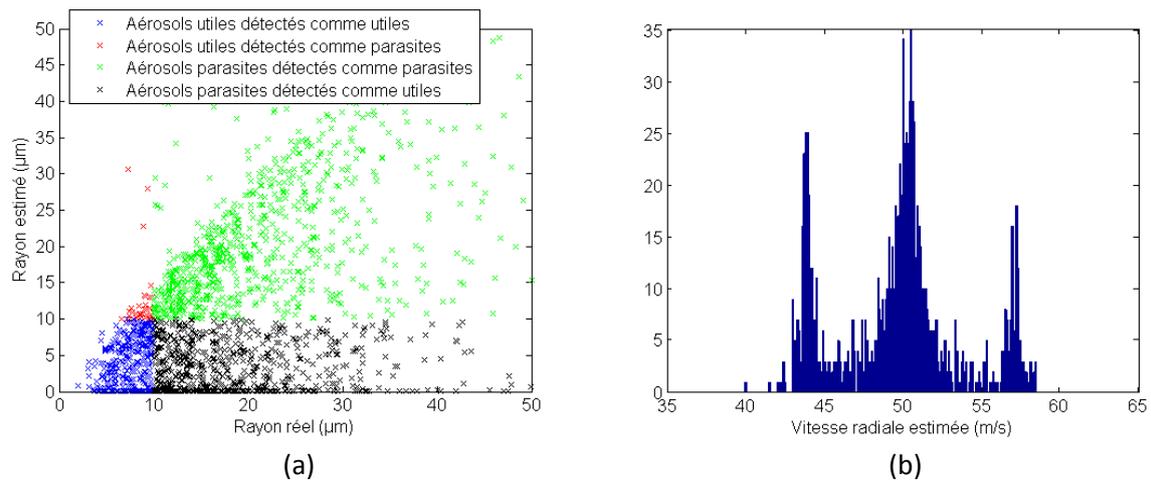


Figure 73 : Rayon estimé en fonction du rayon réel (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b)

Au chapitre 2.4.2.2, les performances de l'estimateur du rayon ont été présentées. Il a été montré qu'une forte incertitude existe sur cet estimateur et que son espérance mathématique peut être trois inférieure ou trois fois supérieure à la valeur réel du rayon. Par conséquent, de nombreuses estimations présentent une erreur importante et des aérosols parasites sont identifiés comme utiles à tort (Figure 73a). L'histogramme des vitesses radiales après sélection est difficilement exploitable.

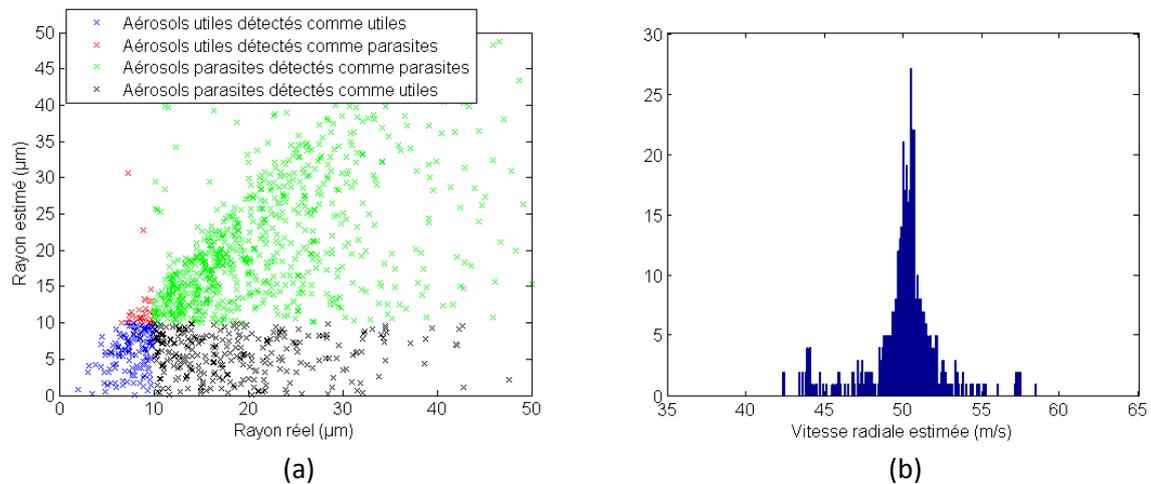


Figure 74 : Rayon estimé en fonction du rayon réel (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b) avec les signaux dont le CNR est supérieur à 20 dB

La prise des comptes des signaux dont le SNR est élevé améliore la sélection des aérosols utiles et permet d'obtenir un histogramme des vitesses radiales sur lequel la vitesse recherchée apparaît plus clairement (Figure 74b). Néanmoins, le nombre de particules parasites mal identifiées reste élevé.

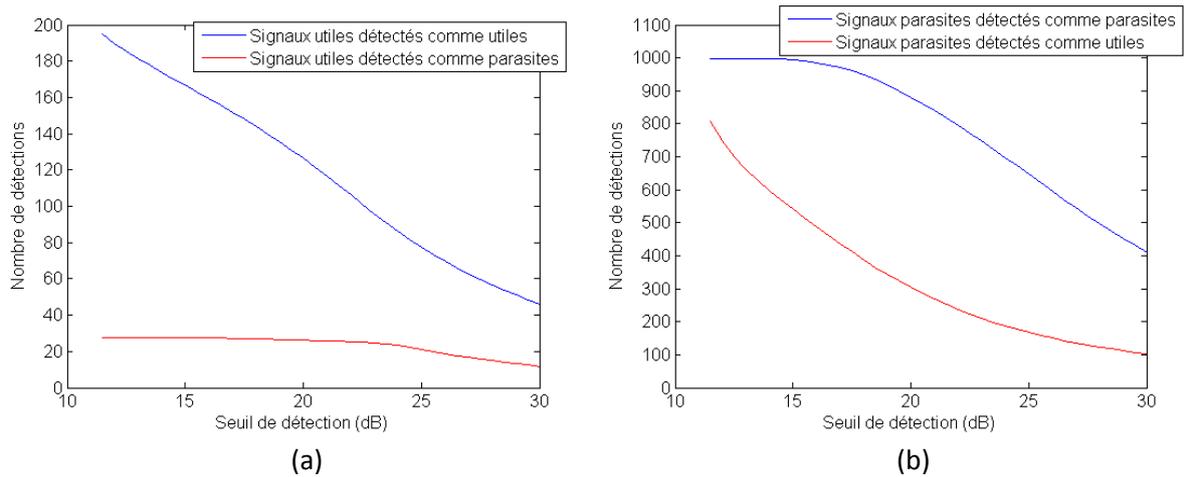


Figure 75 : Identification des aérosols en fonction du seuil de détection

L'augmentation du seuil de détection de 11,5 à 20 dB permet de réduire de 64 % le nombre d'aérosols parasites identifiés comme utiles (Figure 75b) contre une perte de 36 % des signaux utiles. L'augmentation du seuil de détection améliore la sélection des aérosols utiles. Cependant, le nombre de signaux parasites demeure élevé par rapport au nombre de signaux utiles.

2.4.3.3. Sélection par les deux grandeurs

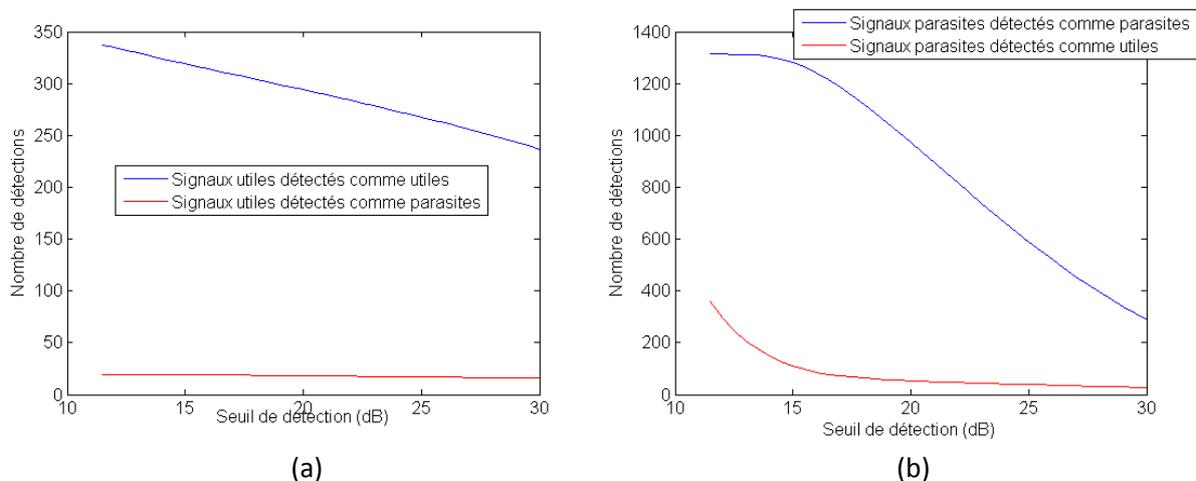


Figure 76 : Identification des aérosols en fonction du seuil de détection

En augmentant le seuil de détection de 10 à 20 dB, le nombre de particules parasites mal identifiés décroît fortement, de 359 à 53 en moyenne par période de 50 ms, alors que le nombre de particules utiles varie peu, de 337 à 291. Ainsi, ne prendre en compte que les signaux dont le CNR est supérieur à 20 dB permet d'obtenir environ cinq fois plus de signaux utiles que de parasites après sélection. En outre, pour un CNR de 20 dB, la sélection identifie correctement près de 95 % des aérosols utiles ou parasites.

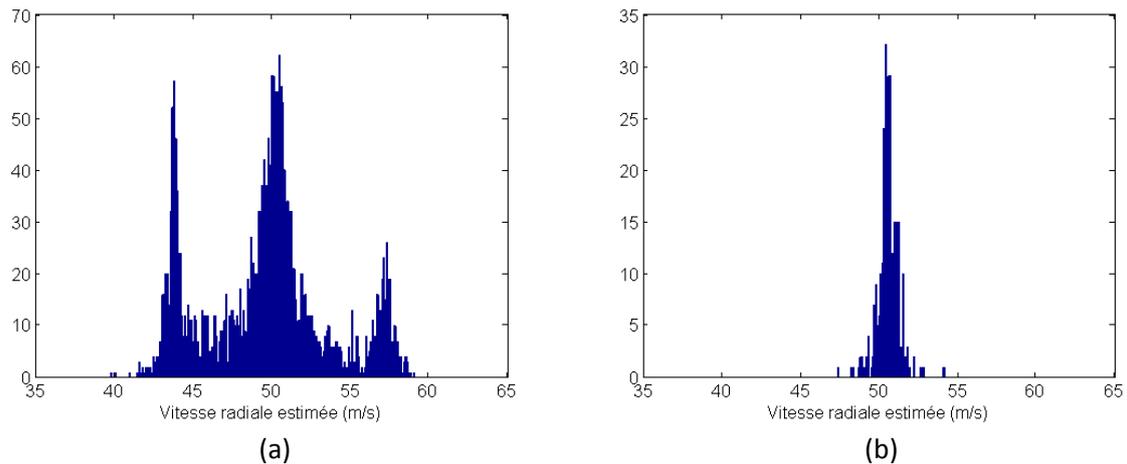


Figure 77 : Histogramme des vitesses radiales estimées avant (a) et après (b) sélection

Après sélection, les données sont exploitables pour l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure (Figure 77).

2.4.3.4. Conclusion

L'augmentation du seuil de détection en présence d'aérosols parasites permet une meilleure sélection des aérosols utiles en vue de l'estimation de la vitesse radiale observée sur l'axe de mesure. Il apparaît également que la sélection des aérosols utiles par la distance au point de focalisation est bien plus efficace que la sélection par le rayon, du fait d'une estimation plus précise.

2.4.4. Conclusion

Pour chaque signal détecté, les paramètres du modèle sont estimés. Les caractéristiques des particules sont déduites de ces paramètres et elles permettent de sélectionner les aérosols considérés comme de bons traceurs de vitesse pour estimer la vitesse radiale observée sur l'axe de mesure (Figure 78).

L'influence du rapport signal à bruit sur la précision des estimations a été étudiée. Il apparaît qu'à faible SNR, la vitesse radiale, déduite de la fréquence centrale, est l'unique grandeur fiable et exploitable. Les estimations de la distance au point de focalisation et du rayon des aérosols ne peuvent être utilisées que pour des SNR supérieurs à 10 dB. L'estimateur de la vitesse observée sur l'axe de mesure est présenté dans la partie suivante. L'étude des incertitudes sur l'estimation des grandeurs nous conduit à envisager deux modes de fonctionnement. Dans une masse d'air peu concentrée en aérosols, tous les aérosols sont utiles et donc exploités dans l'estimation de la vitesse. En revanche, s'il est nécessaire d'éliminer les aérosols parasites (à l'aide des estimations de la distance au point de focalisation et du rayon), seuls les signaux dont le SNR est supérieur à 10 dB seront utilisés.

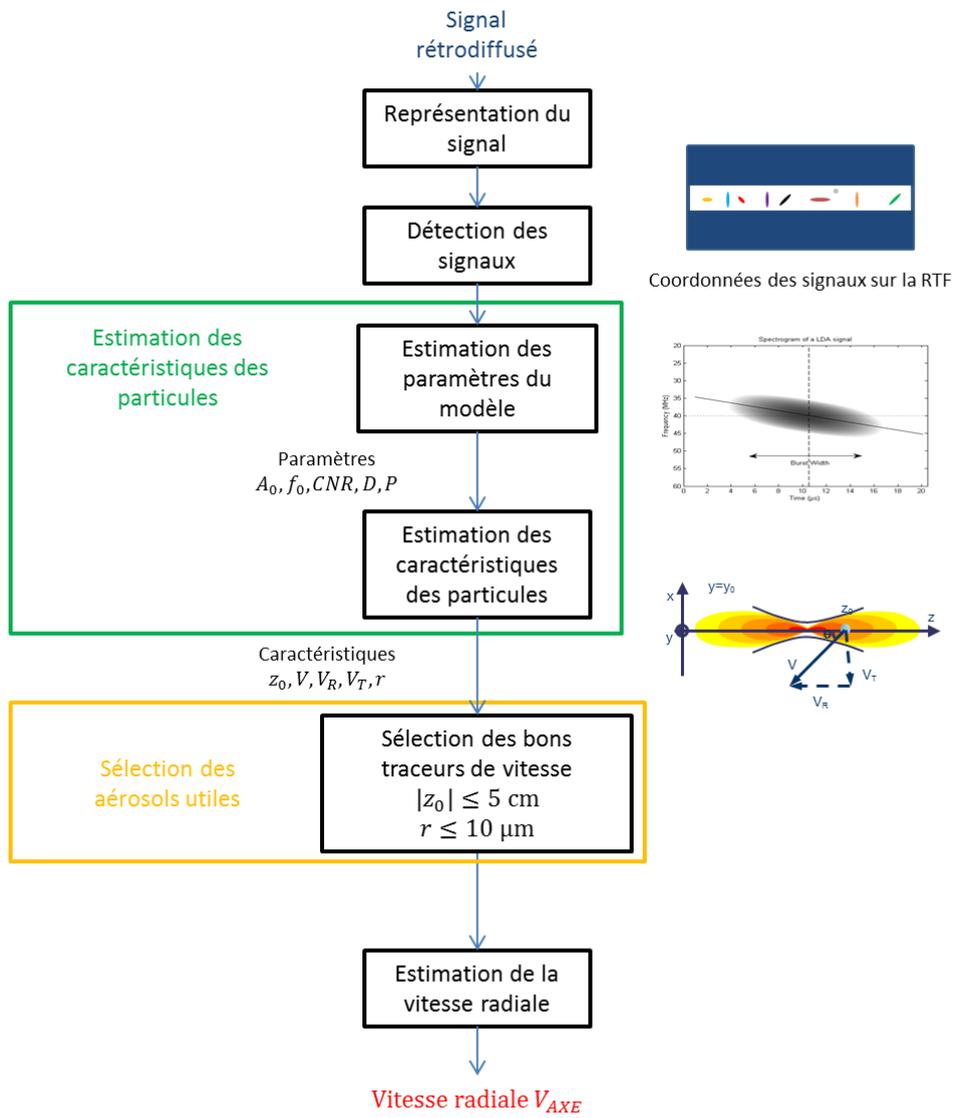


Figure 78 : Illustration de la chaîne de traitement d'un axe LiDAR

2.5. Estimation de la vitesse radiale locale

La vitesse radiale mesurée par un axe LiDAR V_{AXE} est estimée toutes les 50 ms à partir des vitesses radiales V_R estimées pour chaque signal détecté. Dans le cas où tous les signaux détectés proviennent d'aérosols considérés comme de bons traceurs de vitesse, la distribution des vitesses des particules suit la loi normale de moyenne V_{AXE} et d'écart-type σ_V :

$$f(V_{AXE}, V_R, \sigma_V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_V} \exp\left(-\frac{(V_R - V_{AXE})^2}{2\sigma_V^2}\right)$$

L'écart-type de la distribution dépend de la dispersion des vitesses des aérosols et de l'incertitude sur l'estimation de ces vitesses. La dispersion des vitesses des aérosols est fonction de la turbulence de la masse d'air, qui peut varier selon les conditions atmosphériques.

En pratique, des fausses alarmes (détection de bruit) et des signaux parasites peuvent être détectés et identifiés comme de bons traceurs de vitesse. Ces signaux seront donc pris en compte lors de l'estimation. Or, leurs vitesses estimées ne suivent pas la distribution attendue. Ils sont alors considérés comme aberrants (le terme anglais « outliers » est utilisé par la suite) car ils biaisent l'estimation de la vitesse sur l'axe de mesure. La distribution des vitesses réellement observée est :

$$f(V_{AXE}, V_R, \sigma_V, \epsilon) = (1 - \epsilon)f(V_{AXE}, V_R, \sigma_V) + \epsilon G(V_R)$$

ϵ représente la proportion d'outliers et G est la distribution des vitesses estimées pour les outliers. La distribution des vitesses estimées pour les fausses alarmes (détection de bruit) suit la distribution du bruit. Dans le cas d'un bruit blanc gaussien, les détections sont réparties uniformément en fréquence et donc en vitesse. La répartition des vitesses des particules parasites est inconnue.

Un estimateur robuste est un estimateur insensible à une légère variation du modèle pour lequel il a été optimisé. La variation peut provenir de données ne suivant pas le modèle (outliers). Le point d'effondrement d'un estimateur est la proportion maximale d'outliers ϵ ne modifiant pas le résultat de l'estimation. La moyenne n'est pas un estimateur robuste car une seule donnée peut faire varier significativement l'estimation de la moyenne. Le point d'effondrement de la moyenne est donc nul

L'estimateur robuste le plus classique est la médiane. Son point d'effondrement est :

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{n} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2n} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Précédemment, nous avons défini un nombre de fausses alarmes moyen de sorte que la probabilité de détecter plus de cinq fausses alarmes soit inférieure à 10^{-3} . L'objectif était de garantir que le nombre de signaux utiles détectés soit supérieur au nombre de fausses alarmes, et donc $\epsilon < \frac{1}{2}$.

D'autres estimateurs ont un point d'effondrement supérieur à 0,5. L'étude s'est portée sur la classe des M-estimateurs. Un M-estimateur minimise une fonction objectif adaptée au modèle de répartition des données.

Dans ce chapitre, les M-estimateurs seront d'abord présentés et la fonction optimale vis à vis du modèle sera définie. Une méthode d'estimation conjointe de la vitesse radiale et de l'incertitude associée sera proposée. Enfin, la procédure complète d'estimation sera décrite. Au chapitre précédent, il a été montré qu'en présence de particules parasites, seuls les signaux de SNR élevé

peuvent être utilisés. Dès lors, l'objectif est de détecter la présence de signaux parasites afin de déterminer si la méthode de sélection des aérosols utiles doit être appliquée.

2.5.1. M-estimateur

Le maximum de vraisemblance est un estimateur populaire. Pour une densité de probabilité f dépendant d'un paramètre V_{AXE} , cet estimateur maximise la fonction de vraisemblance dans l'espace des paramètres. Si les observations V_R^i (vitesse radiale du signal i) sont indépendantes et identiquement distribuées, l'estimateur du maximum de vraisemblance s'exprime :

$$\hat{V}_{AXE} = \arg \max_{V_{AXE}} \left(\prod_{i=1}^n f(V_R^i, V_{AXE}) \right)$$

Ou

$$\hat{V}_{AXE} = \arg \max_{V_{AXE}} \left(- \sum_{i=1}^n \log (f(V_R^i, V_{AXE})) \right)$$

Les performances de cet estimateur dépendent des hypothèses sur la loi de répartition des observations. Il est peu robuste car biaisé en présence d'observations ne suivant pas ce modèle, les outliers.

Peter Huber [40] propose une généralisation de l'estimateur du maximum de vraisemblance par minimisation de la fonction :

$$\hat{V}_{AXE} = \arg \min_{V_{AXE}} \left(\sum_{i=1}^n \rho_M(x_i) \right)$$

Où x_i représente l'écart relatif entre le modèle et les données :

$$x_i = \frac{|V_{Ri} - V_{AXE}|}{\sigma_x}$$

σ_x représente la dispersion des données. Les valeurs de σ_x les plus courantes sont l'écart-type ou la médiane des valeurs absolues. La minimisation est obtenue par la résolution du système suivant :

$$\sum_{i=1}^n \psi_M(x_i) = 0$$

Avec :

$$\psi_M(x) = \frac{\partial \rho_M(x_i)}{\partial x}$$

Dans la pratique, il existe rarement une solution analytique à cette équation. La méthode classique pour résoudre ce système non linéaire est celle de Newton [41]. Elle conduit à la récurrence indirecte suivante :

$$\hat{V}_{AXE}^{k+1} = \hat{V}_{AXE}^k - \frac{\sum_{i=1}^n \psi_M(x_i)}{\sum_{i=1}^n \psi_M'(x_i)}$$

Avec

$$x_i = \frac{|V_{Ri} - \hat{V}_{AXE}^k|}{\sigma_V}$$

2.5.1.1. Fonction décrivant les M-estimateurs

$\rho_M(x)$ est une fonction symétrique, positive et minimale en 0.

L'estimateur de la moyenne minimise l'écart quadratique moyen. C'est un M-estimateur avec la fonction suivante :

$$\begin{aligned}\rho_M(x) &= x^2 \\ \psi_M(x) &= 2x\end{aligned}$$

Il apparaît qu'un résidu élevé aura un poids important.

Pour la médiane, la fonction $\rho_M(x)$ s'exprime :

$$\begin{aligned}\rho_M(x) &= |x| \\ \psi_M(x) &= \text{sign}(x)\end{aligned}$$

Par rapport à la moyenne, l'estimateur de la médiane attribue un poids plus faible aux résidus élevés. C'est tout le sens de l'estimation robuste : minimiser l'influence des données très éloignées du modèle, les outliers.

Différents M-estimateurs sont présentés et évalués au cours de ce chapitre.

Huber [40] a proposé la fonction suivante :

$$\begin{aligned}\rho_M(x) &= \begin{cases} x^2/2 & \text{si } |x| \leq k \\ k(|x| - k/2) & \text{si } |x| > k \end{cases} \\ \psi_M(x) &= \begin{cases} x & \text{si } |x| \leq k \\ k \cdot \text{sign}(x) & \text{si } |x| > k \end{cases}\end{aligned}$$

L'estimateur dit « biweight de Tukey » [42] est défini selon :

$$\begin{aligned}\rho_M(x) &= \begin{cases} 1/6(1 - (1 - x^2)^3) & \text{si } |x| \leq k \\ 1/6 & \text{si } |x| > k \end{cases} \\ \psi_M(x) &= \begin{cases} x(1 - x^2)^2 & \text{si } |x| \leq k \\ 0 & \text{si } |x| > k \end{cases}\end{aligned}$$

L'estimateur de Andrew [43] s'exprime :

$$\begin{aligned}\rho_M(x) &= \begin{cases} 1/\pi^2(1 - \cos(\pi x)) & \text{si } |x| \leq k \\ 2\pi^2 & \text{si } |x| > k \end{cases} \\ \psi_M(x) &= \begin{cases} 1/\pi \sin(\pi x) & \text{si } |x| \leq k \\ 0 & \text{si } |x| > k \end{cases}\end{aligned}$$

Les deux derniers estimateurs affectent un poids similaire aux données très éloignées du modèle, identifiées comme aberrantes.

La répartition des vitesses des particules V_R autour de la vitesse de la masse d'air V_{AXE} est supposée gaussienne, c'est pourquoi un M-estimateur gaussien est également étudié :

$$\begin{aligned}\rho_M(x) &= \frac{1}{2}(1 - \exp(-x^2)) \\ \psi_M(x) &= x \exp(-x^2)\end{aligned}$$

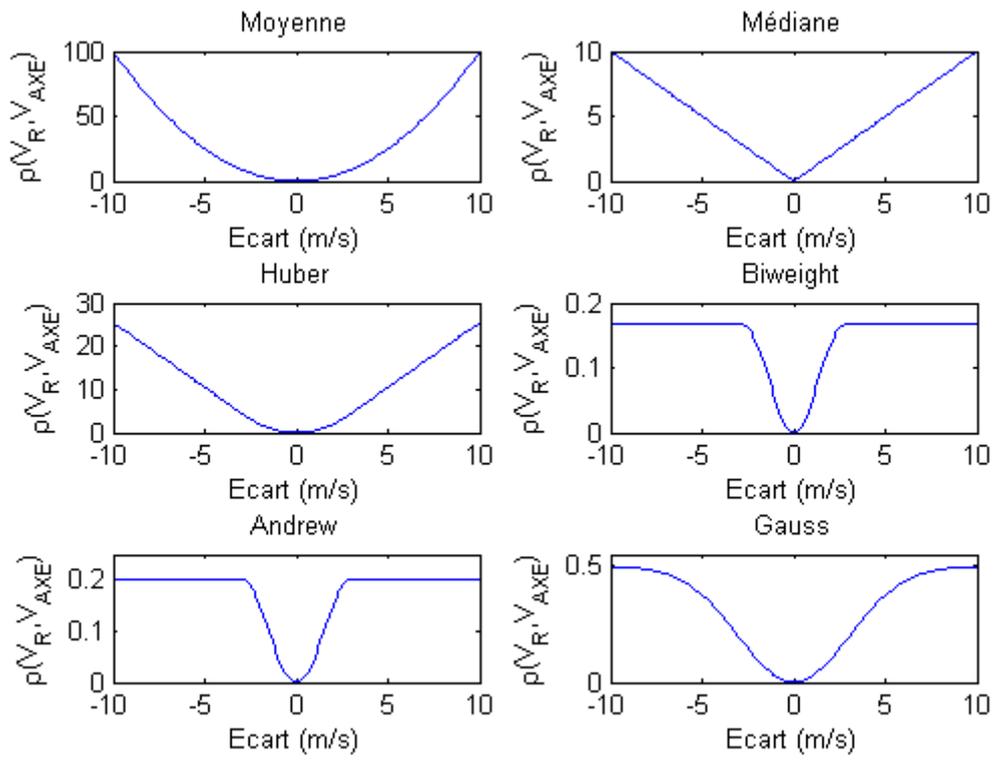


Figure 79 : Illustration des fonctions ρ_M des différents M-estimateurs

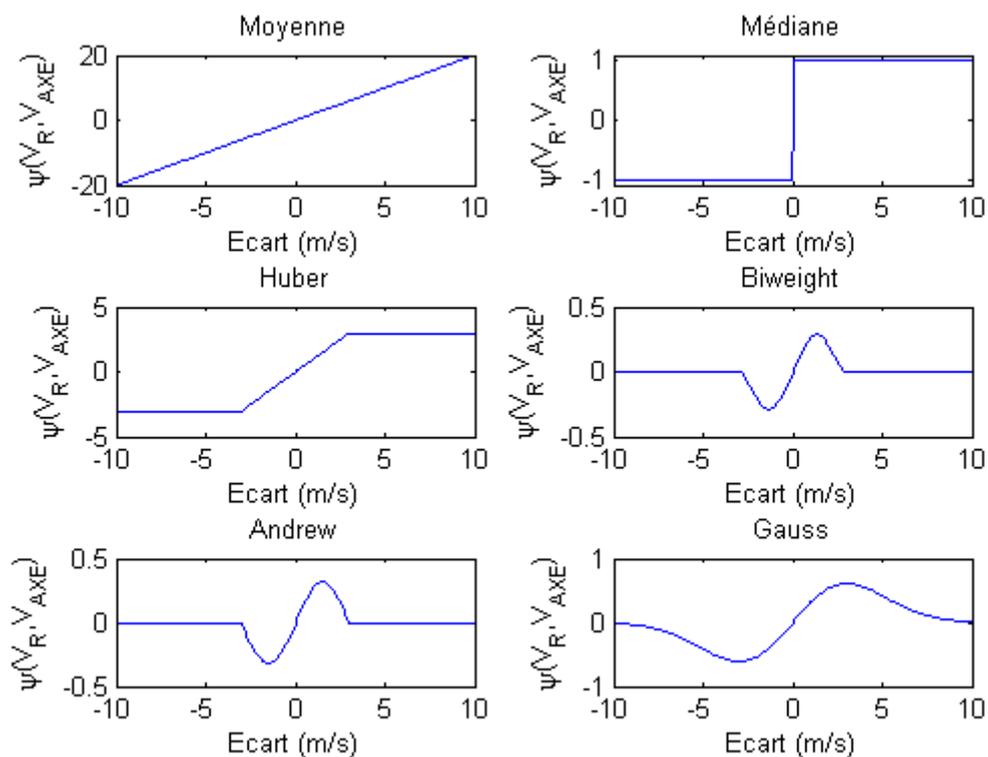


Figure 80 : Illustration des fonctions ψ_M des différents M-estimateurs

2.5.1.2. Evaluation

L'évaluation des différentes méthodes est effectuée par une simulation de Monte-Carlo. Dix données utiles sont réparties selon une loi normale centrée sur la vitesse radiale et de largeur $\sigma_V = 0.25$ m/s, soit la turbulence de l'air à haute altitude. L'incertitude minimale attendue est :

$$\sigma_{V_{AXE}} = 0.08 \text{ m/s}$$

Le nombre de données aberrantes varie de 0 à 30, soit de 0 à 5 fois le nombre de données utiles. Ces données aberrantes sont réparties selon une loi uniforme sur toute la plage de vitesse analysée. Pour une fréquence d'échantillonnage $F_E = 200$ MHz, cette plage de vitesse va de 0 à 160 m/s.

Cette situation correspond à un air clair, faiblement concentré en particules. Dans ce cas, il y a peu de signaux utiles et des fausses alarmes peuvent être détectées. L'apport d'un estimateur robuste dans un nuage, avec des aérosols utiles et des parasites, est évalué ultérieurement.

Nous définissons r_D comme le rapport entre le nombre de données aberrantes et le nombre de données utiles.

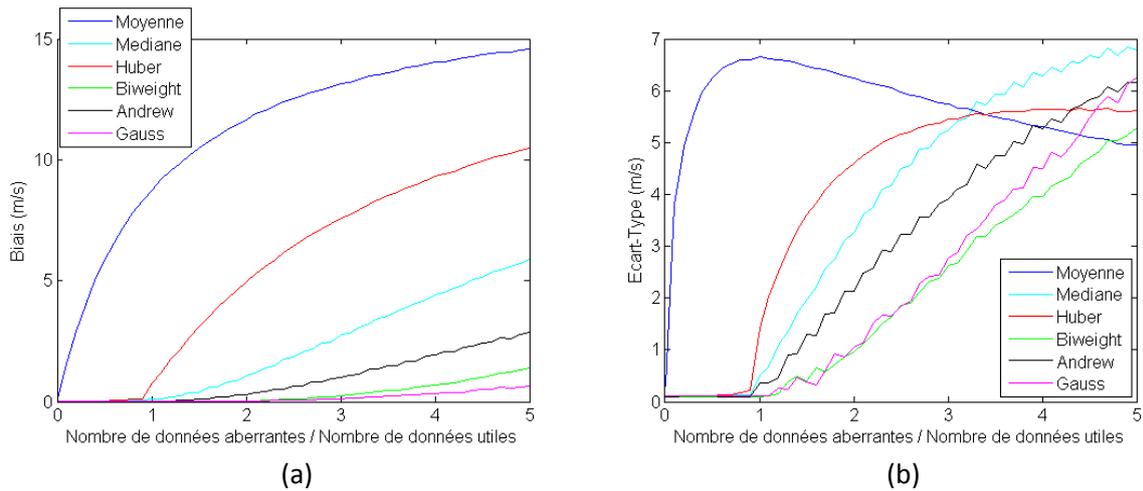


Figure 81 : Biais et écart-Type sur l'estimation de la vitesse radiale

La moyenne étant un estimateur non robuste, la présence d'une seule donnée aberrante dégrade ses performances (Figure 81a). Le M-estimateur de Huber ne paraît pas adapté aux données analysées car le biais et la variance augmente fortement dès que r_D est supérieur à 0,8. Les autres M-estimateurs ont de meilleures performances : un biais quasiment nul, inférieur à 10^{-3} m/s et un écart-type faible, inférieur à 0.1 m/s (Figure 81b), tant que r_D est inférieur à 1. Pour r_D supérieur à 1, le biais et l'écart-type de ces estimateurs augmentent. Les M-estimateurs de Biweight et de Gauss ont un biais et une variance plus faibles que les autres estimateurs présentés.

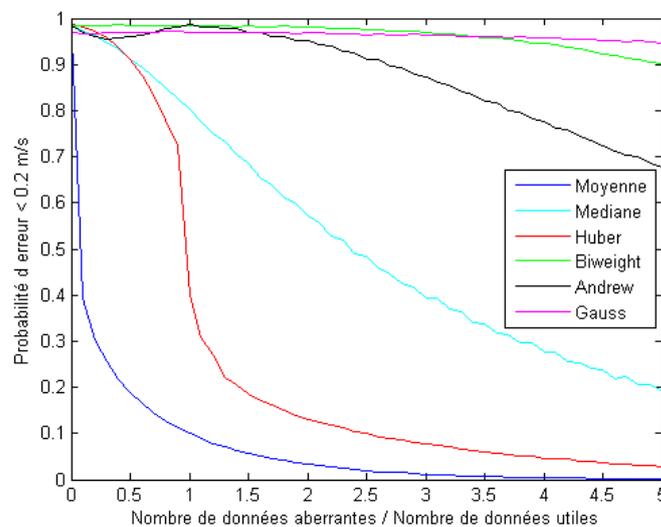


Figure 82 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 0.2 m/s

Alors que les M-estimateurs de Gauss et de Biweight ont un biais non négligeable et une variance élevée pour $r_D > 2,5$, il apparaît que la probabilité d'estimer la vitesse avec une erreur inférieure à 0,2 m/s reste élevée, supérieure à 0,9, pour $r_D < 5$ (Figure 82). Les estimations avec une erreur inférieure à 0,2 m/s vérifient les spécifications requises. Ainsi, le M-estimateur de Gauss est le plus performant car il permet d'estimer correctement la vitesse radiale avec une probabilité supérieure à 0,95 pour $r_D < 5$.

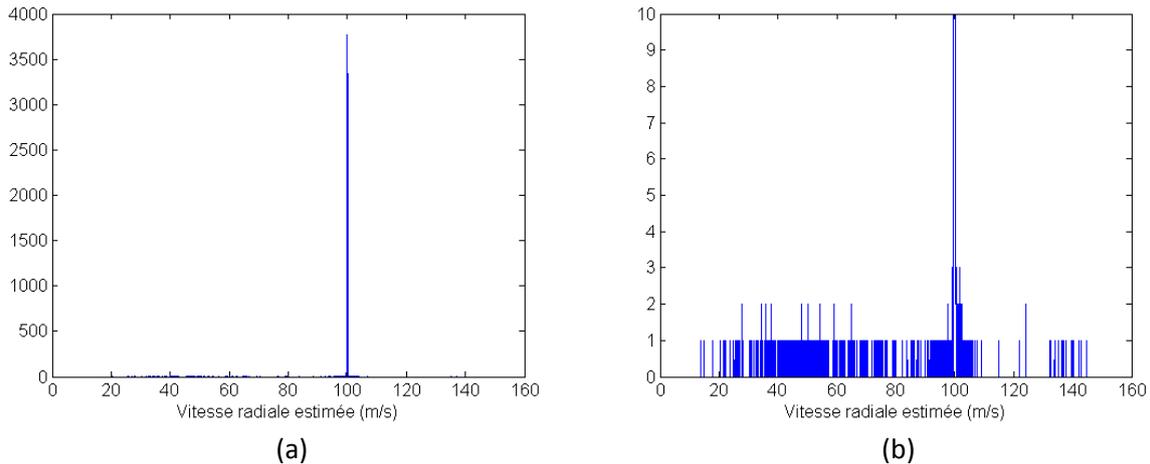


Figure 83 : Histogrammes des estimations pour le M-estimateur de Gauss pour $r = 3$, pleine échelle (a) et zoom sur les faibles amplitudes (b)

La répartition des estimations de la vitesse radiale avec le M-estimateur de Gauss dans un cas où il y a trois fois plus de données aberrantes que de données utiles (Figure 83) montre deux zones. Le pic autour de la vitesse radiale réelle (100 m/s) représente les estimations correctes. Il apparaît que cette zone concentre la grande majorité des estimations. Ces dernières sont réparties autour de la valeur réelle de la vitesse.

Une seconde zone, qui s'étend sur la plage étudiée, regroupe les estimations erronées pour lesquelles l'estimateur n'est pas parvenu à séparer les données utiles des données aberrantes (Figure 83b).

Dans le but d'améliorer la précision et l'intégrité de l'estimation de la vitesse radiale pour $r_D > 1$, un critère permettant d'identifier une estimation correcte ou erronée doit être défini. La solution envisagée consiste à estimer, conjointement à la vitesse radiale, l'incertitude associée à cette estimation.

Ce critère se fonde sur l'hypothèse que lors d'une estimation correcte, le M-estimateur est parvenu à détecter des données en adéquation avec son modèle. De ce fait, l'incertitude sur l'estimation est faible. Au contraire, une estimation erronée réside de la prise en compte de données aberrantes. Il en résulte une augmentation de l'incertitude d'estimation.

2.5.1.3. Conclusion

Différents estimateurs, issus de la classe des M-estimateurs, ont été présentés et évalués. Le M-estimateur de Gauss, correspondant au modèle de répartition des vitesses des aérosols, atteint les meilleures performances et sera retenu pour la suite de l'étude.

Cet estimateur est efficace tant que le nombre de données utiles est supérieur au nombre de données aberrantes. Dans le cas contraire, un certain nombre d'estimations sont erronées, dégradant ainsi l'intégrité et la précision de l'estimateur.

Afin de pallier ce défaut, une solution prenant compte l'estimation et l'incertitude associée est envisagée. L'objectif est de séparer les estimations correctes de celles erronées. C'est l'objet de la partie suivante de ce chapitre.

2.5.2. Estimation de l'incertitude

2.5.2.1. Estimateur proposé

De même que pour l'estimation de la vitesse radiale, l'estimateur proposé pour l'incertitude $\sigma_{V_{axe}}$ est robuste aux données aberrantes:

$$\hat{\sigma}_{V_{axe}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N w_i (V_{Ri} - \hat{V}_{AXE})^2}{\sum_{i=1}^N w_i}}$$
$$w(x) = \frac{\psi_M(x)}{x}$$

Pour le M-estimateur gaussien,

$$\psi_M(x) = x \exp(-x^2)$$
$$w(x) = \exp(-x^2)$$

2.5.2.2. Sélection des estimations par l'incertitude

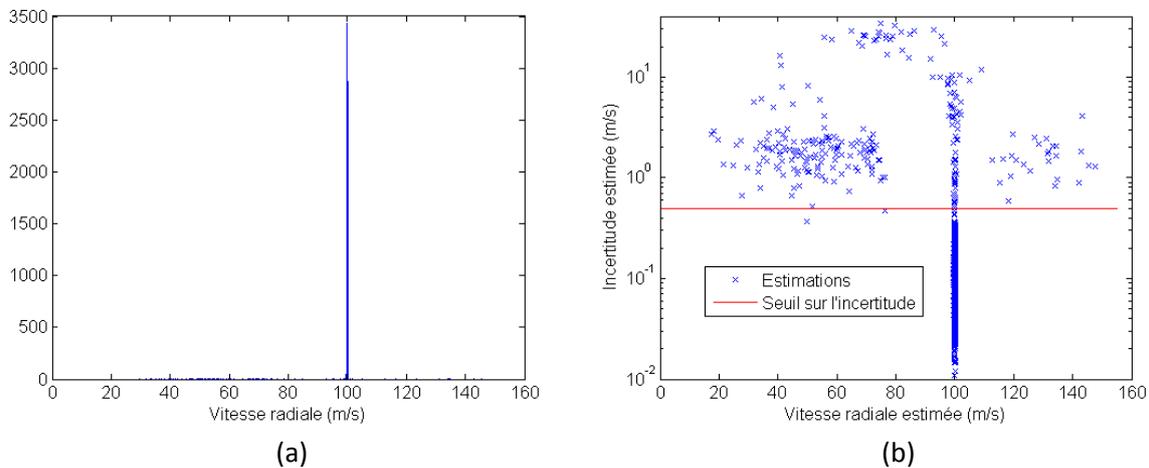


Figure 84 : Histogrammes des estimations de la vitesse radiale (a) et incertitude estimée en fonction de la vitesse estimée (b) pour $r = 3$

Sur la répartition des estimations de la vitesse radiale (Figure 84a), un pic correspondant à la vitesse réelle (100 m/s) apparaît. L'incertitude associée à ces estimations est faible, inférieure à 0.5 m/s dans la grande majorité des cas (Figure 84b). Les estimations restantes correspondent aux estimations erronées. Leur incertitude est plus importante et elles sont réparties sur toute la plage de vitesse. Ne conserver que les estimations considérées comme fiable, dont l'incertitude est faible (inférieure à 0,5 m/s), doit permettre de détecter et rejeter les estimations erronées.

2.5.2.3. Evaluation

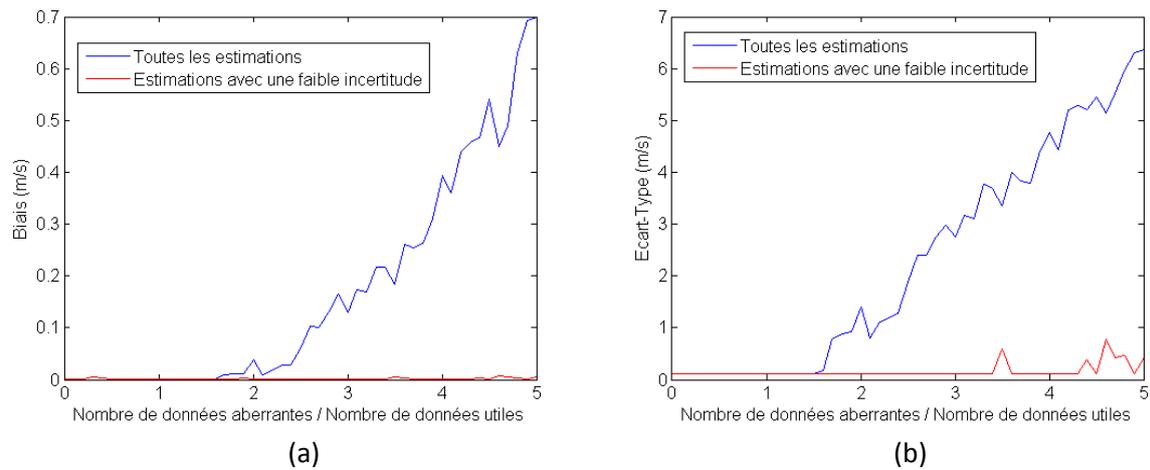


Figure 85 : Biais et écart-type sur l'estimation de la vitesse radiale

La sélection des estimations par l'incertitude permet de conserver un biais quasiment nul et une variance de 0,1 m/s (Figure 85) pour $r_D < 3$. Quand le nombre de données aberrantes augmente, quelques estimations erronées peuvent être retenues par erreur.

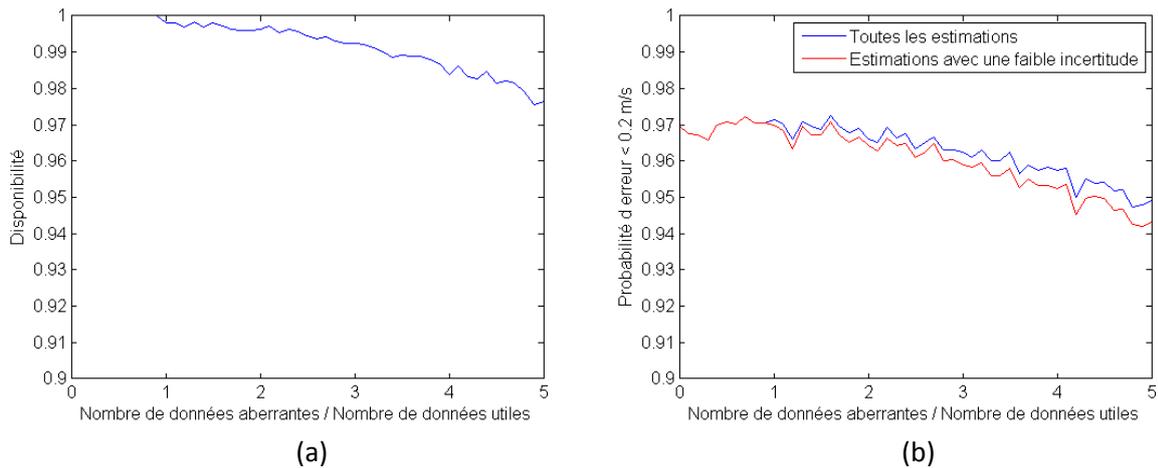


Figure 86 : Proportion d'estimation retenue après la sélection selon l'incertitude (a) et probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 0,2 m/s (b)

Le nombre d'estimations erronées croît avec le nombre de données aberrantes. Ces estimations sont détectées et rejetées (Figure 86a), ce qui diminue la disponibilité de la mesure. En revanche, quasiment toutes les estimations correctes sont conservées (Figure 86b).

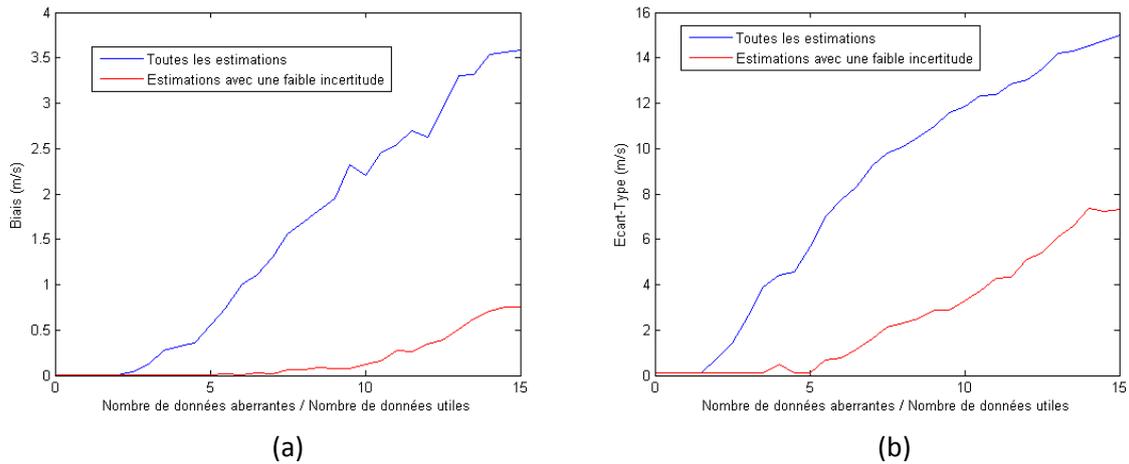


Figure 87 : Biais et écart-type sur l'estimation de la vitesse radiale

Quand le nombre de données aberrantes devient très supérieur au nombre de données utiles, $r_D > 5$, la sélection par l'incertitude ne permet pas d'éliminer toutes les estimations erronées. Le biais et la variance de l'estimateur augmente (Figure 87).

2.5.2.4. Conclusion

Une méthode d'estimation de l'incertitude de la mesure de vitesse radiale a été présentée. Cette estimation permet de déterminer la fiabilité de l'estimation de la vitesse, dans le but d'éliminer les estimations erronées.

La méthode proposée permet une sélection efficace des estimations fiables et correctes tant que le nombre de données aberrantes est moins de cinq fois supérieurs au nombre de données utiles.

2.5.3. Comportement de l'estimateur en fonction des populations de particules

2.5.3.1. Principe

Au chapitre précédent, les méthodes d'estimation des caractéristiques des particules ont été présentées et évaluées. Ces estimations servent, en particulier, à sélectionner les aérosols utiles. Il a été montré que l'estimation des caractéristiques utilisées pour la sélection, la distance au point de focalisation et le rayon des particules, n'est précise que pour des SNR supérieurs à 10 dB, alors que l'estimation de la vitesse radiale est exploitable pour un SNR de -10 dB.

Deux principaux modes de fonctionnement ont ainsi été définis. Le premier, dans un air dit « clair », c'est-à-dire peu concentré en particules, requiert d'utiliser tous les aérosols détectés pour l'estimation de la vitesse sur l'axe de mesure. Dans ce cas, il n'y a pas de particules parasites. L'autre situation, généralement rencontrée dans les nuages ou à basse altitude, concerne les masses d'air très concentrées en particules, dont la taille peut varier de plusieurs ordres de grandeurs. L'abondance de particules permet de ne pas utiliser tous les signaux détectés et la sélection impose un fort SNR.

La méthode envisagée consiste à réaliser différentes estimations de la vitesse radiale sur l'axe de mesure pour différents seuils de détection. Seuls les signaux détectés dont l'amplitude est supérieure au seuil sont pris en compte pour l'estimation. Augmenter le seuil de détection réduit le

nombre de signaux utilisés pour l'estimation de la vitesse mais fait croître le SNR moyen de ces signaux. L'estimation retenue est celle dont l'incertitude estimée est la plus faible.

2.5.3.2. Présentation

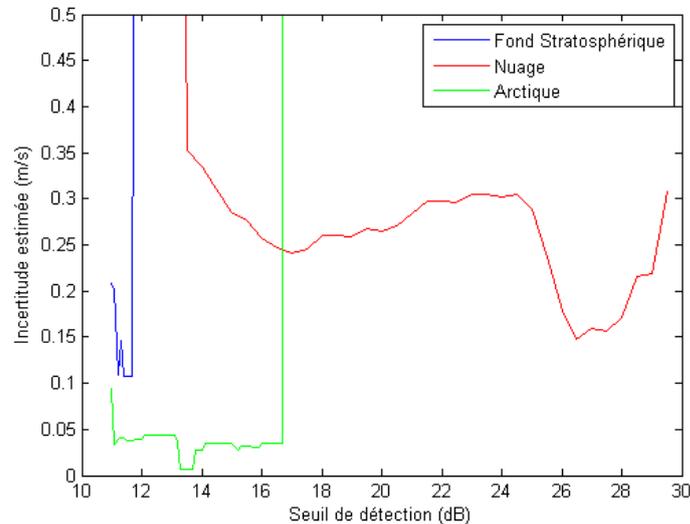


Figure 88 : Incertitude sur la vitesse estimée sur l'axe de mesure en fonction du seuil de détection

Le seuil de détection minimal a été défini en 2.3.2, il est de 11,7 dB. La probabilité de fausse alarme augmente fortement si ce seuil minimal est encore réduit. En contrepartie, le nombre de signaux utiles détectés augmente également, mais dans une proportion moindre. Or, comme cela a été exposé dans la partie précédente, un nombre de données aberrantes trop élevé accroît la probabilité de retenir une estimation erronée.

Dans une population de type « Fond Stratosphérique », composée essentiellement de petites particules, peu de signaux sont détectables mais ils correspondent tous à de bons traceurs de vitesse. Il est nécessaire de conserver un faible seuil de détection de façon à obtenir un nombre suffisant de détections pour en tirer une estimation précise de la vitesse. Au-delà d'un certain seuil, il n'y a plus assez d'information pour estimer la vitesse sur l'axe de mesure. Il apparaît qu'un seuil compris entre 11 et 12 dB au-dessus du niveau de bruit moyen permet de minimiser l'incertitude (Figure 88).

Dans un nuage, un faible seuil conduit à une estimation erronée du fait d'une sélection peu efficace des aérosols parasites. L'augmentation du seuil de détection permet de ne conserver que les aérosols dont les caractéristiques ont été estimées précisément. Il en résulte une sélection des particules parasites plus efficace et une estimation de la vitesse sur l'axe plus fiable. Le seuil optimal pour le modèle de nuage utilisé pour cette simulation est d'environ 26,1 dB.

Une population de type « Arctique », typique des pôles terrestres, comprend essentiellement des aérosols utiles avec une concentration supérieure au « Fond Stratosphérique ». Dans ce cas, l'augmentation du nombre d'aérosols utiles permet de réduire la variance et le seuil optimal est compris entre 13 et 14 dB.

2.5.3.3. Conclusion

La solution présentée a l'avantage de s'adapter aux populations de particules rencontrées. Elle permet de déterminer le seuil de détection adéquat en fonction des conditions atmosphériques et d'identifier les données pertinentes pour l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure.

2.5.4. Evaluation

Afin d'évaluer le bénéfice de la procédure d'estimation proposée, incluant le M-estimateur gaussien, les performances de la méthode sont comparées à celles d'un estimateur de la médiane, correspondant à la méthode utilisée avant ces travaux. L'évaluation est effectuée dans le cas d'une population de particules de type « Nuage » en fonction de la puissance émise.

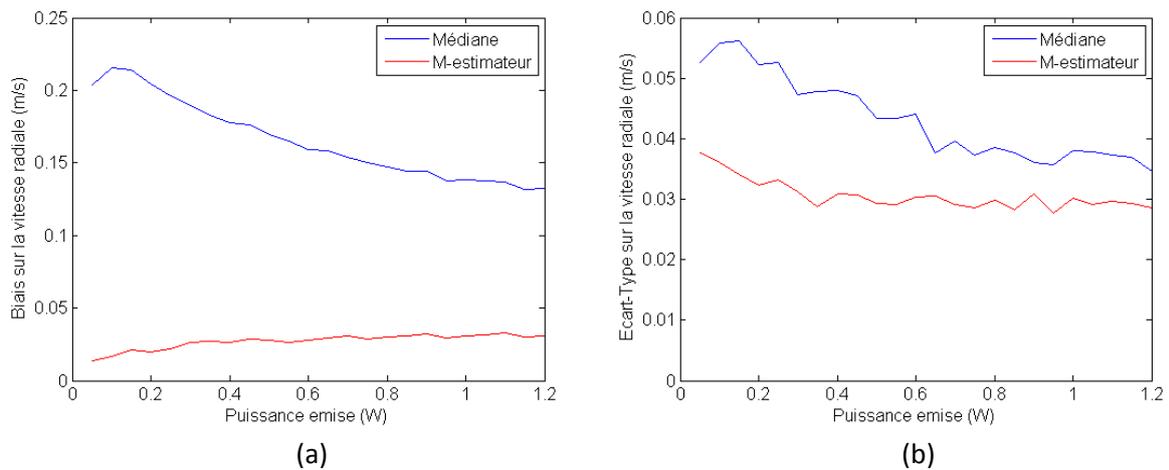


Figure 89 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale mesurée sur l'axe LiDAR pour un nuage

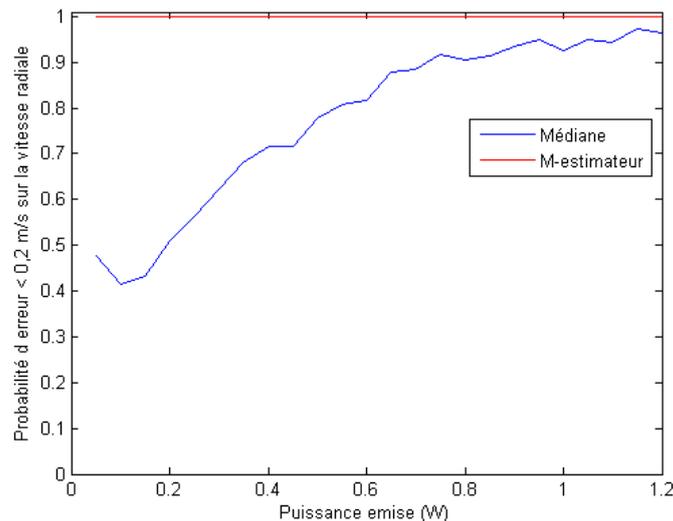


Figure 90 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 0,2 m/s (1000 réalisations)

Le M-estimateur a un biais et une variance inférieurs à l'estimateur de la médiane (Figure 89). Il permet une estimation précise avec une erreur maximale inférieure à 0,2 m/s et une disponibilité de

près de 100 % (Figure 90). L'estimateur de la médiane présente une erreur maximale plus importante, supérieure à 0,2 m/s.

2.5.5. Conclusion

La procédure d'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure présentée, à partir des vitesses radiales des aérosols, comprend un estimateur robuste de la vitesse et de l'incertitude associée (Figure 91). Sa capacité à déterminer le seuil de détection optimal pour la sélection des aérosols pris en compte dans l'estimation lui permet de répondre efficacement à la grande variété des situations rencontrées. Le gain apporté en précision et en intégrité sur l'estimation de la vitesse radiale est significatif car cette grandeur est directement utilisée par la suite pour l'estimation du vecteur vitesse. L'estimation de l'incertitude, critère de qualité de l'estimation de vitesse, permet de rejeter les estimations peu fiables pouvant être erronées. Cela apporte un contrôle de l'intégrité de la mesure indispensable pour répondre aux exigences du système de mesure.

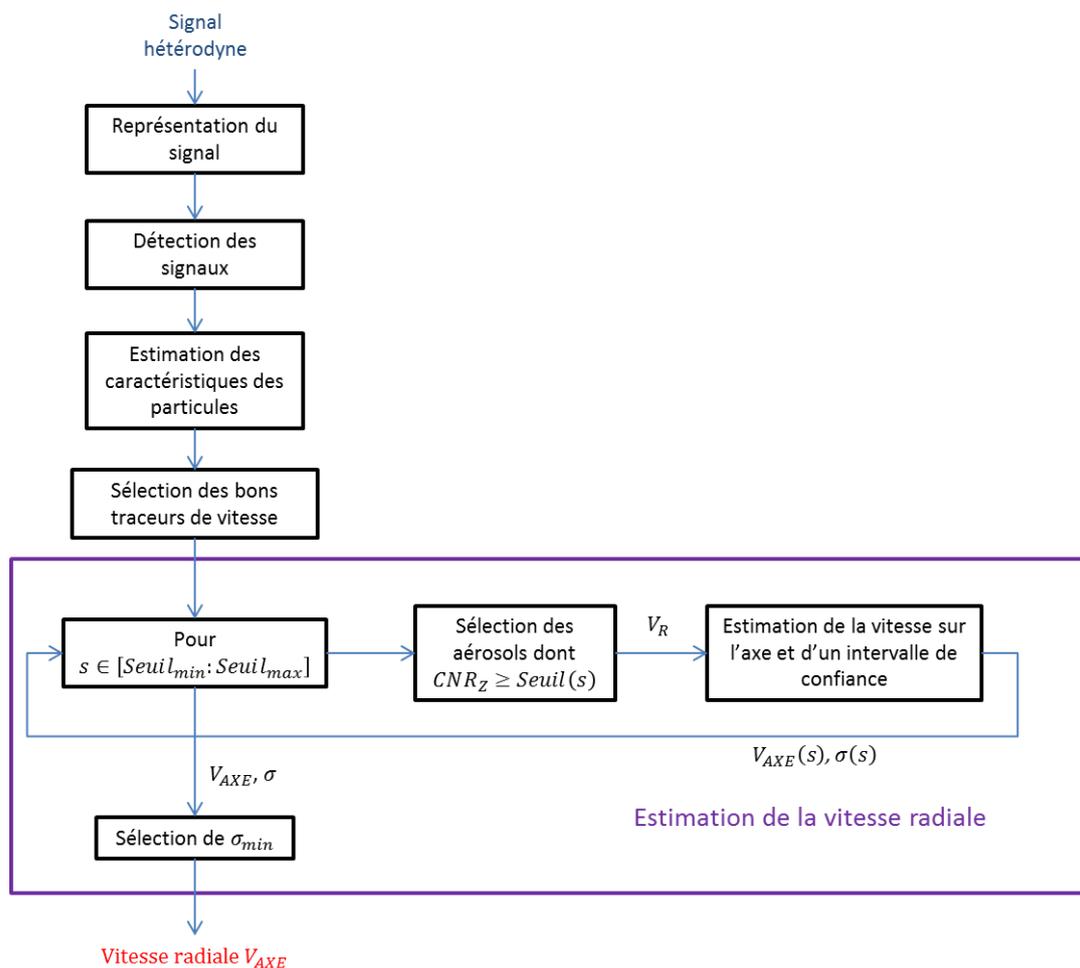


Figure 91 : Illustration de la chaîne de traitement d'un axe LiDAR

2.6. Evaluation de la chaîne de traitement du signal LiDAR

La chaîne de traitement du signal LiDAR présentée est fondée sur une représentation temps-fréquence du signal. L'analyse du signal inclut des étapes de détection de l'information suivie de l'estimation des paramètres du modèle du signal. Ces informations permettent d'identifier les aérosols selon leurs caractéristiques (rayon, distance au point de focalisation) et d'estimer la vitesse sur l'axe de mesure. Une procédure d'estimation robuste et adaptée aux différentes conditions atmosphériques rencontrées est proposée.

Dans le cas où le nombre de signaux détectés est insuffisant pour permettre une estimation fiable de la vitesse, un mode secondaire est proposé. Il consiste à utiliser le résultat du traitement statistique comme estimateur de la vitesse. Ce mode de fonctionnement présente des performances élevées en termes de détection du signal utile et s'applique aux populations faiblement concentrées en aérosols.

Les performances de la chaîne de traitement proposée ont été évaluées par simulation pour différentes populations de particules. Les populations de type « Fond Stratosphérique » et « Arctique » ne contiennent que des petites particules en faible concentration (Figure 92). Elles permettent d'évaluer le comportement de la chaîne de traitement en conditions de faible ensemencement. Les étapes de détection et d'estimation robuste sont particulièrement intéressantes pour ce type de population.

La population de type « Nuage » comprend des aérosols de taille importante. Elle permet d'évaluer le comportement de différentes étapes de la chaîne de traitement telles que l'estimation des caractéristiques des particules, la sélection des aérosols utiles et l'estimation robuste.

Les performances du traitement proposé sont comparées à celles du traitement utilisé avant le début de ces travaux de thèse. Les critères d'évaluation sont la disponibilité de la mesure, la précision et l'intégrité de l'estimation de la vitesse radiale.

Une mesure est dite disponible si la chaîne de traitement est capable de fournir une estimation de la vitesse radiale avec la précision requise. Le capteur doit fournir une estimation de la vitesse toutes les 50 ms avec une disponibilité supérieure à 99,9 %.

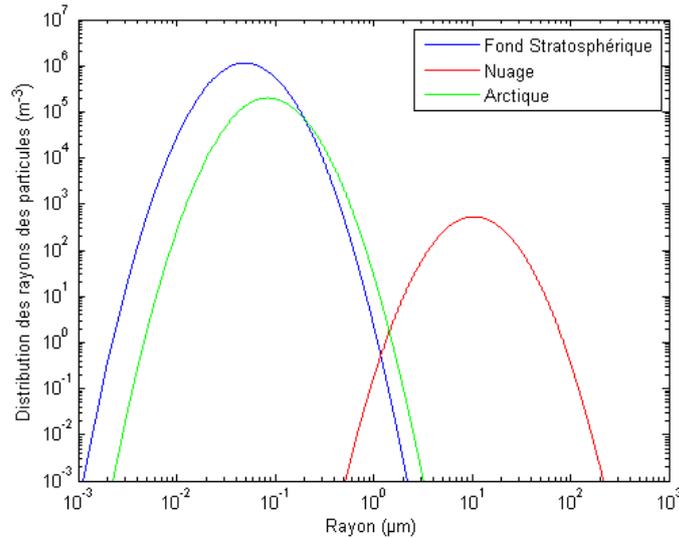


Figure 92 : Distribution des rayons des particules

2.6.1. Fond Stratosphérique

La population de type « Fond Stratosphérique » est la plus difficile en termes de disponibilité du signal utile car seul 5 % des aérosols ont une taille suffisante pour être détectés.

Le capteur est prévu pour fonctionner avec une puissance émise de 1 W.

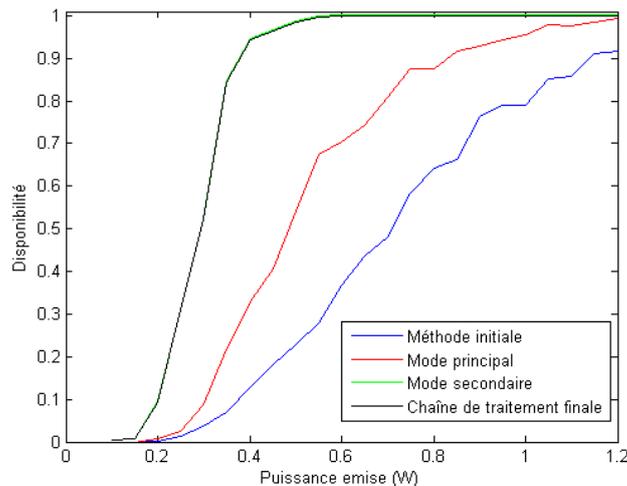


Figure 93 : Disponibilité de la mesure en fonction de la puissance émise

La chaîne de traitement principale, incluant l'estimation de la vitesse sur l'axe à partir des vitesses estimées des signaux utiles détectés, ne permet pas d'obtenir une disponibilité suffisante (99,9 %) pour une puissance de 1 W (Figure 93). Le mode secondaire, basé sur le traitement statistique avec une durée d'observation de 250 ms, permet d'obtenir une disponibilité supérieure à 99,99 % (100 % de disponibilité sur 50000 réalisations) pour une puissance supérieure à 0,6 W.

La chaîne de traitement finale est capable de choisir le mode de fonctionnement adéquat en fonction du nombre de signaux détectés. Par rapport à l'état initial, les méthodes proposées permettent d'augmenter la disponibilité de 0,77 à près de 1.

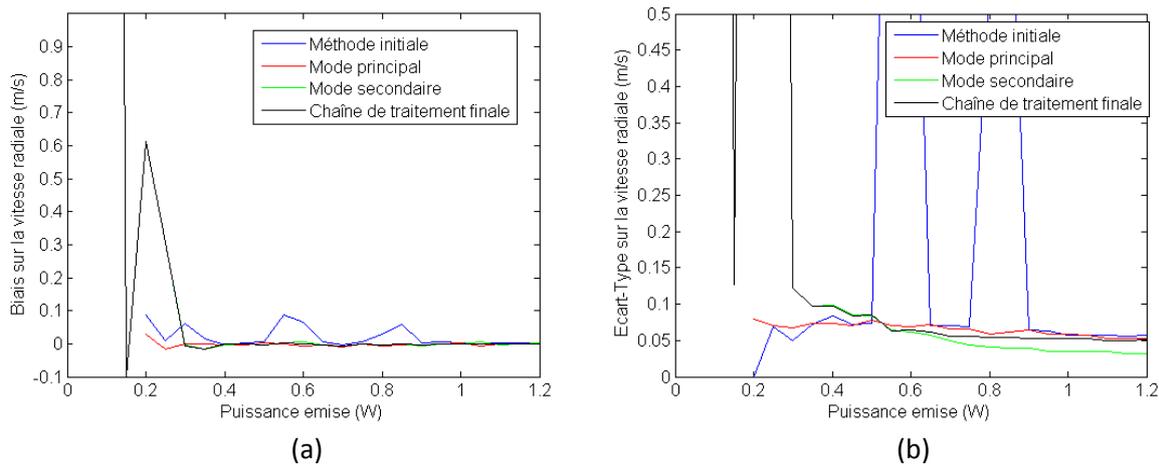


Figure 94 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure

Pour une puissance émise supérieure à 0,3 W, le traitement proposé présente un biais quasiment nul et une faible variance, l'écart-type est inférieur à 0,1 m/s (Figure 94). Alors qu'avec la méthode initiale, des mesures erronées apparaissent (forte augmentation du biais et de l'écart-type), le traitement proposé ne fournit que des estimations intègres. Pour une puissance supérieure à 0,6 W, l'erreur maximale sur l'estimation de la vitesse sur l'axe est inférieure à 0,2 m/s (Figure 95).

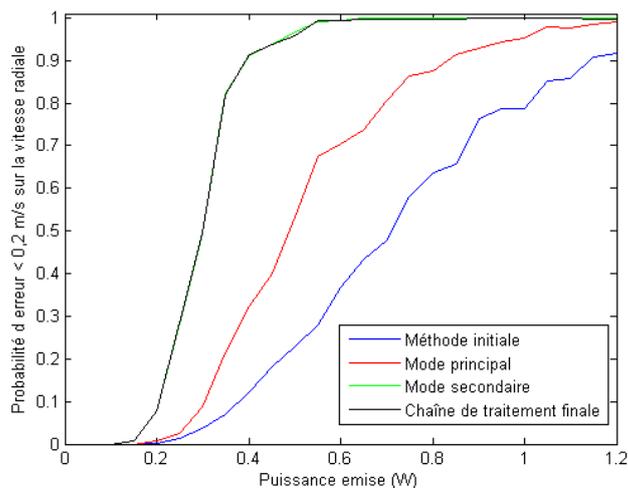


Figure 95 : Probabilité d'estimer la vitesse sur l'axe avec une erreur inférieure à 0,2 m/s

2.6.2. Arctique

La population de type « Arctique » pose également des problèmes vis-à-vis de la disponibilité de la mesure car environ 20 % seulement des aérosols sont détectables.

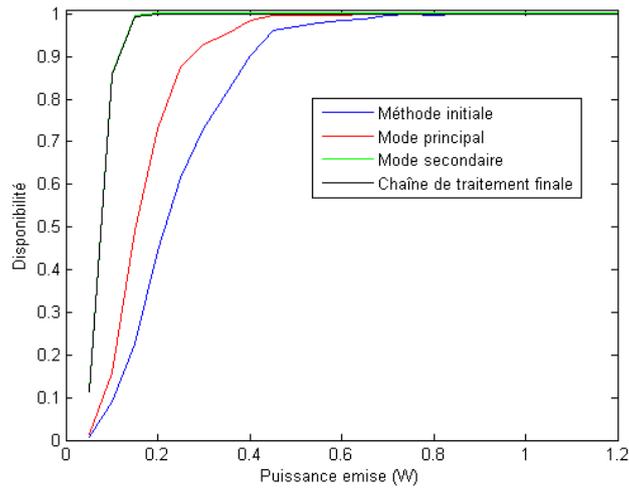


Figure 96 : Disponibilité de la mesure en fonction de la puissance émise

Pour cette population, le traitement initial permet une disponibilité suffisante pour une puissance de 1 W. Cependant, il apparaît que le traitement statistique permet une disponibilité proche de 1 pour une puissance de 0,2 W, contre 0,45 W pour le mode principal et 0,85 W pour la méthode initiale (Figure 96).

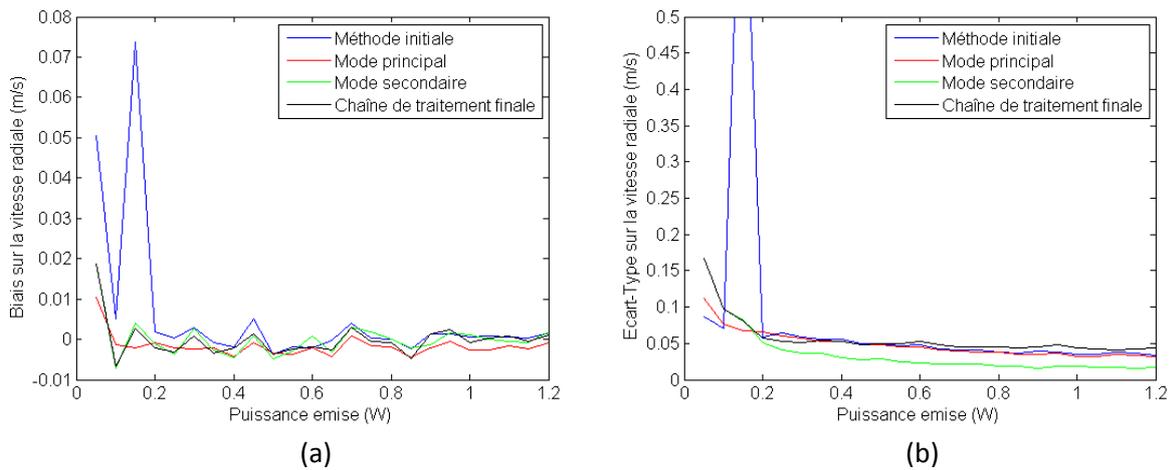


Figure 97 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure

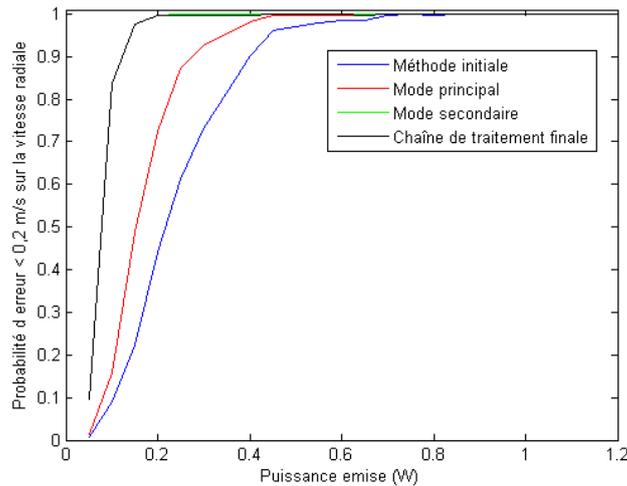


Figure 98 : Probabilité d'estimer la vitesse sur l'axe avec une erreur inférieure à 0,2 m/s

La chaîne de traitement proposée fournit une estimation de la vitesse radiale sur l'axe avec de faibles biais et variance (Figure 97) et l'erreur maximale est inférieure à 0,2 m/s pour une puissance supérieure à 0,2 W (Figure 98).

2.6.3. Nuage

La population « Nuage » est composée de particules de taille importante. Elle comprend une majorité de particules parasites.

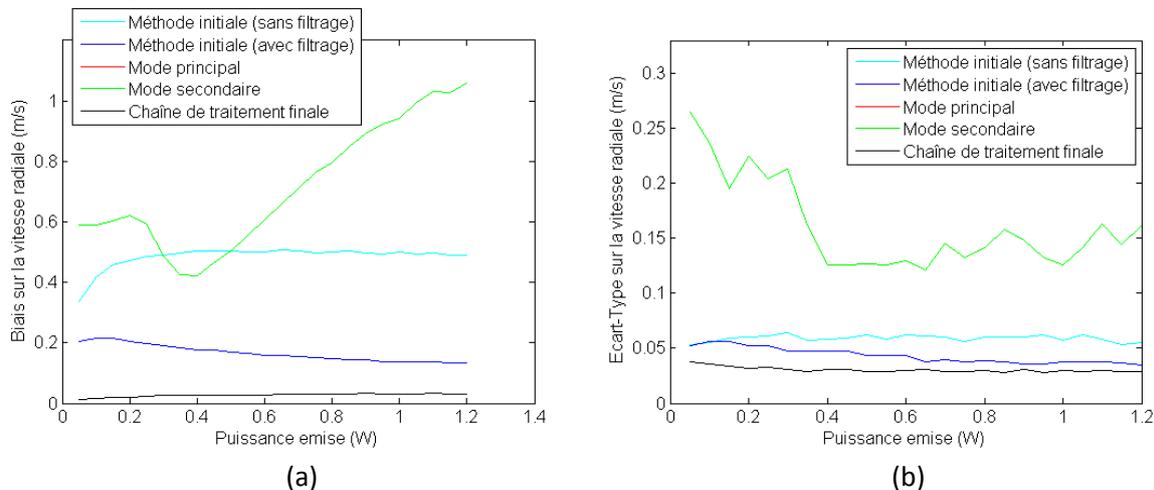


Figure 99 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure

Compte tenu de la forte disponibilité du signal, le mode principal est toujours sélectionné dans le cas d'un nuage. En outre, le traitement statique n'est pas capable de discerner les aérosols utiles des parasites. C'est pourquoi il ne permet pas une mesure précise de la vitesse sur l'axe de mesure dans ce cas.

La sélection apporte une réduction significative du biais et de la variance de l'estimation de la vitesse radiale (Figure 99). Le traitement final, incluant également l'estimateur robuste, présente un biais proche de zéro et un écart-type faible, inférieur à 0,05 m/s.

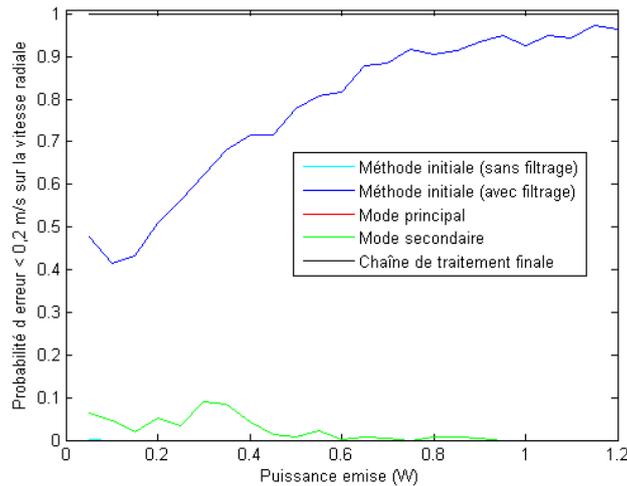


Figure 100 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale sur l'axe avec une erreur inférieure à 0,2 m/s

Les solutions sans capacité de discrimination des aérosols utiles et parasites présentent des erreurs d'estimation importantes (Figure 100). La chaîne de traitement finale permet d'obtenir une erreur d'estimation maximale sur la vitesse radiale inférieure à 0,2 m/s.

2.6.4. Conclusion

La chaîne de traitement présentée apporte un gain important dans les situations les plus critiques. Les méthodes de détection proposées augmentent fortement la disponibilité de la mesure dans des conditions de faible ensemencement en aérosols et l'efficacité de la sélection des bons traceurs permet une estimation précise de la vitesse en présence d'aérosols parasites. En outre, sa capacité d'adaptation aux conditions atmosphériques, choix du mode de fonctionnement approprié ou du seuil de détection optimal, lui permet de répondre à une grande diversité de situations.

2.7. Conclusion

Une chaîne de traitement du signal LiDAR monoparticule en vue de l'estimation de la vitesse radiale a été présentée (Figure 101). La solution antérieure à ces travaux présentait de bonnes performances dans la plupart des situations connues. Les améliorations apportées ont pour but de répondre aux situations les plus critiques. Ces dernières se décomposent en deux catégories : un faible ensemencement en aérosols conduisant à un manque d'information et la présence de particules parasites pouvant fausser l'estimation.

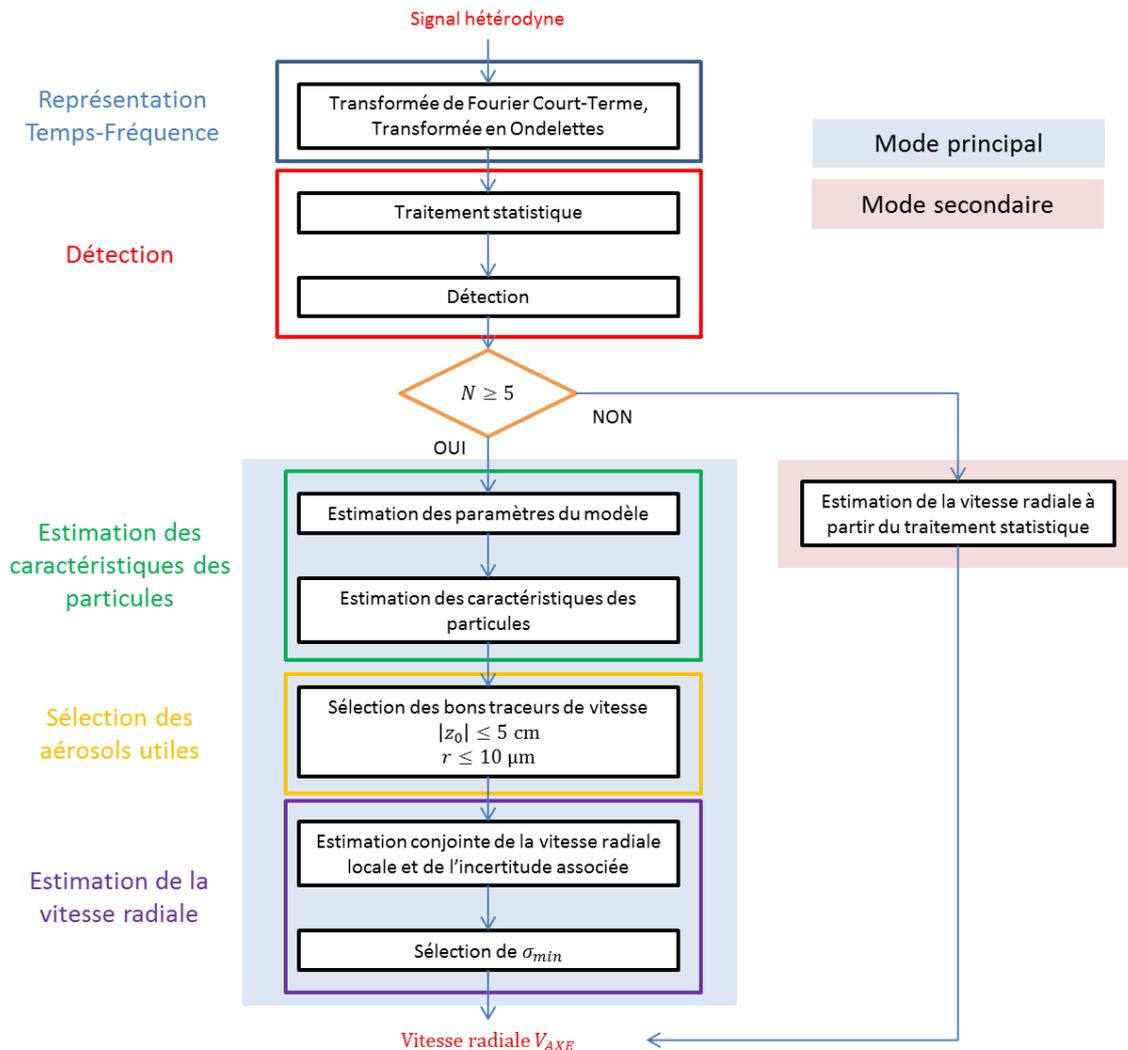


Figure 101 : Illustration de la chaîne de traitement du signal LiDAR proposée

Le traitement est fondé sur une représentation du signal. Les RTF linéaires (TFCT et TO) ont été sélectionnées pour leur capacité de détection, leur robustesse au bruit et un faible coût calculatoire. Cette représentation est utilisée à la fois pour la détection du signal utile et l'estimation des caractéristiques des particules.

Tout d'abord, l'étape de détection a pour objectif de déterminer la présence de signaux utiles. L'ajout d'un traitement statistique capable de sélectionner la bande de fréquence utile améliore grandement la détection des signaux utiles dans les situations critiques. De plus, ce traitement peut

également fournir une estimation de la vitesse radiale dans un mode secondaire, dont la disponibilité élevée permet de répondre aux situations extrêmes.

Puis, à partir d'un modèle du signal, une procédure d'estimation des paramètres des signaux utiles a été définie. Les caractéristiques des particules, déduites de ces paramètres, ont une double utilité : estimation de la vitesse sur l'axe de mesure à partir des vitesses des aérosols et sélection des particules utiles à partir de la distance au point de focalisation et du rayon. La sélection proposée s'avère efficace dans les situations simulées.

Enfin, un estimateur robuste conjoint de la vitesse radiale sur l'axe de mesure et de son incertitude a été présenté. Il apporte un gain significatif en précision et en intégrité sur l'estimation de cette donnée cruciale en vue de l'estimation du vecteur vitesse.

Le traitement a été conçu pour être capable de s'adapter aux situations très variées pouvant être rencontrées. Il peut ainsi passer sur un mode de fonctionnement optimisé pour la détection de l'information ou encore sélectionner les aérosols les mieux caractérisés pour le filtrage des parasites.

L'évaluation de cette chaîne par simulation a montré ses bonnes performances dans les situations étudiées. Une validation expérimentale, résultat d'une campagne d'essais réalisée à l'observatoire du Pic du Midi en janvier 2014, est présentée par la suite.

3. Architecture du système de mesure de vitesse air

Les trois composantes du vecteur vitesse air sont le module TAS , l'angle d'incidence AOA et l'angle de dérapage SSA . Comme il a été décrit en introduction, actuellement, seuls les très gros porteurs possèdent des sondes de dérapage. Par conséquent, deux systèmes sont envisagés.

Pour les avions de taille moyenne, un système à deux axes, placés du même côté, est à l'étude. Ce capteur ne mesure que le module du vecteur vitesse et l'angle d'incidence. Le système pour les gros porteurs est composé de quatre axes LiDAR fixes réparties symétriquement deux à deux autour de l'avion (Figure 102).

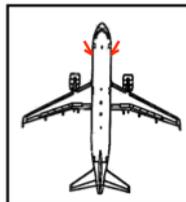


Figure 102 : Illustration du positionnement des axes sur l'avion

En régime « monoparticule », le faisceau laser est focalisé à proximité du fuselage (quelques dizaines de centimètres). À cette distance, le porteur engendre des perturbations modifiant l'écoulement d'air. C'est pourquoi les vitesses radiales estimées sur chaque axe LiDAR sont dites locales.

La reconstruction du vecteur vitesse air non perturbé s'appuie sur un modèle d'écoulement d'air autour d'un fuselage d'avion de ligne (type Airbus A320) [44]. Les travaux de thèse ont pour objectif de formaliser le problème posé par l'estimation du vecteur vitesse air. Ensuite, une méthode de résolution du problème inverse est proposée. Les méthodes utilisées pour les configurations à deux ou quatre axes sont similaires. Leurs performances sont évaluées par simulation.

Le positionnement des axes de mesure autour de l'avion et leur paramétrage ont une influence directe sur la qualité des résultats. Par exemple, le flux d'air est sensible à l'incidence sur le côté de l'avion alors que l'influence du dérapage est plus importante sous l'avion. Par conséquent, ces deux angles ne peuvent être mesurés précisément en un même point.

Une étude visant à optimiser l'architecture du système a été menée. L'influence des paramètres sur la chaîne de traitement du signal LiDAR a d'abord été étudiée. Puis, une procédure d'optimisation fondée sur la méthode d'inversion est présentée et une architecture optimale est décrite.

Enfin, dans le cas d'une mesure à deux dimensions (TAS et AOA), une seconde architecture s'appuyant sur un seul axe en rotation selon un cône est également étudiée. L'intérêt étant de doubler la puissance optique disponible par axe. La chaîne de traitement du signal LiDAR adaptée à cette configuration est présentée. Elle reprend un grand nombre d'éléments utilisés dans la configuration avec des axes fixes. Une étude comparative des performances des deux configurations est réalisée.

Le modèle d'écoulement d'air utilisé est peu représentatif d'une situation réelle (peu de données, fuselage sans aile). L'objectif premier de cette étude est de formaliser les différents problèmes et de définir des méthodes de résolution. L'évaluation des performances devra être affinée avec un modèle d'écoulement plus réaliste.

3.1. Reconstruction du vecteur vitesse

L'estimation du vecteur vitesse air à partir des vitesses radiales locales estimées est un problème inverse. Le problème direct est tout d'abord présenté. Il consiste à déterminer la vitesse radiale locale en fonction du vecteur vitesse air et de la configuration de l'axe de mesure. Une configuration regroupe tous les paramètres permettant de déterminer la position du capteur sur l'avion et du point de focalisation dans l'espace ainsi que les caractéristiques du faisceau laser.

La procédure d'inversion est ensuite décrite et les performances de l'estimateur du vecteur vitesse air sont évaluées.

3.1.1. Configuration d'un axe LiDAR

La configuration d'un axe LiDAR décrit tous les paramètres d'influence sur le signal hétérodyne et sur l'estimation du vecteur vitesse air. La longueur d'onde est imposée, $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, ce n'est donc pas un paramètre. Tous les paramètres sont représentés dans le repère avion (Figure 103) contrairement au chapitre précédent, dans lequel le repère de référence était celui du faisceau laser.

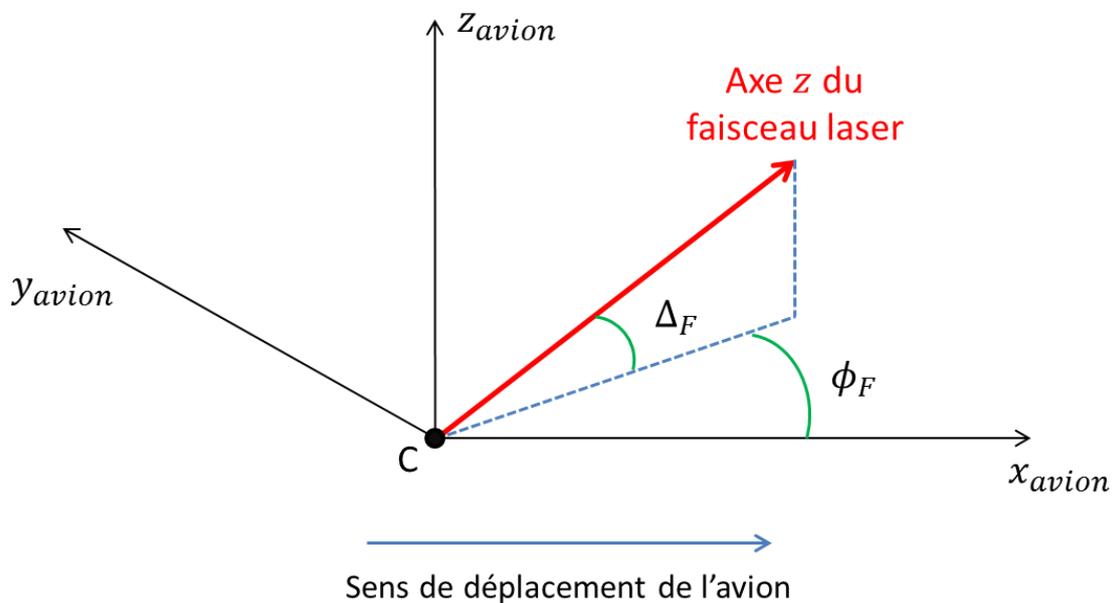


Figure 103 : Définition des repères

Le faisceau laser est émis depuis le point C , correspondant à la position du capteur sur l'avion, de coordonnées :

$$C = [x_C \theta_C]$$

x_C définit la position du capteur le long de l'avion (axe x_{avion}), $x_C = 0$ étant le nez de l'avion. θ_C représente la position du capteur sur la peau de l'avion, dans un plan $x_{avion} = x_C$ (Figure 104). Du fait du grand nombre de sondes déjà présentes sur un avion, le choix de la position des capteurs LiDAR est limité. Par conséquent, dans cette étude, les capteurs sont positionnés sur les emplacements actuels des sondes de pression et d'incidence.

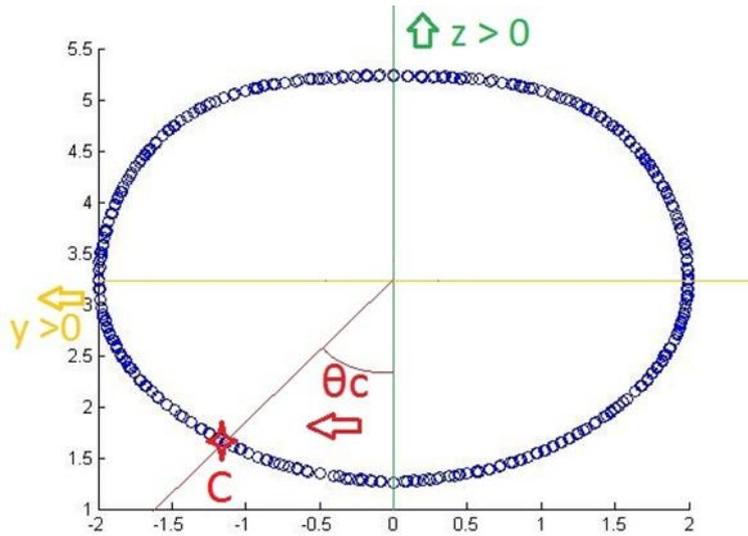


Figure 104 : Position du capteur sur la peau de l'avion

La position du point de focalisation, notée F , est définie selon trois paramètres :

$$F = [d_{foc} \Delta_F \phi_F]$$

d_{foc} est la distance de focalisation, distance entre C et F . En considérant le rayon du faisceau laser au point de focalisation constant, le rayon du télescope d'émission augmente linéairement avec la distance de focalisation. Du fait des contraintes de dimensionnement sur la taille du système, le rayon du télescope est limité et la distance de focalisation ne peut excéder 50 cm.

Les angles d'azimut ϕ_F et d'élévation Δ_F (Figure 105) définissent l'orientation du faisceau. L'azimut est nul lorsque le faisceau est orienté vers l'avant de l'avion, selon l'axe x_{avion} , et l'élévation est nulle quand l'axe du faisceau est dans le plan (x_{avion}, y_{avion}) .

Des contraintes matérielles, notamment sur la dimension des hublots par lesquels les faisceaux laser sont émis, impose la limitation suivante :

$$\text{acos}(\cos(\Delta_F) \cos(\phi_F)) > 30^\circ$$

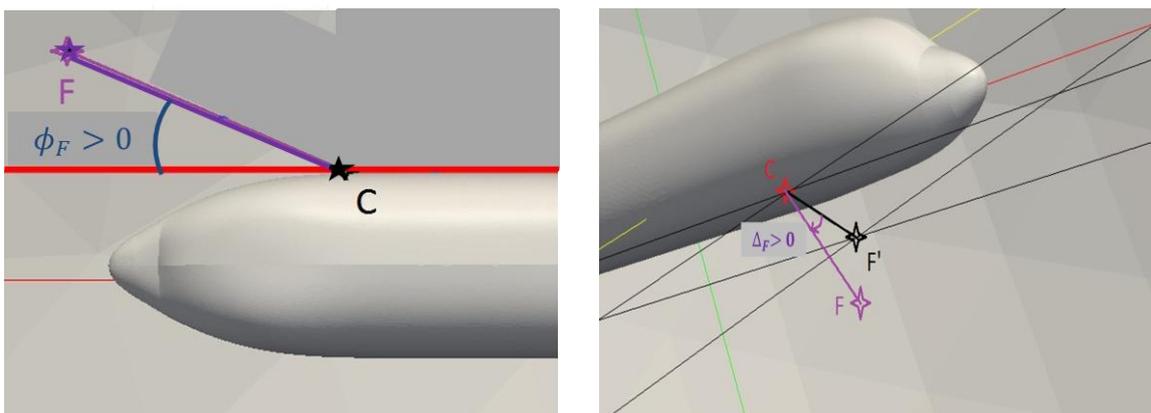


Figure 105 : Illustration de la position du point de focalisation

Dans le cas d'un faisceau gaussien, le rayon du faisceau est défini selon :

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$$

Avec ω_0 le rayon du faisceau au point de focalisation et z_R la distance de Rayleigh :

$$z_R = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$$

Un seul paramètre permet de caractériser le faisceau en tout point (pour une longueur d'onde donnée) : le rayon au point de focalisation ω_0 . Ce paramètre définit les dimensions du volume de mesure. Le choix du rayon au point de focalisation optimal peut être effectué indépendamment des autres paramètres car il n'a pas d'influence sur la reconstruction du vecteur vitesse air.

La configuration d'un axe LiDAR Θ comprend donc six paramètres :

$$\Theta = [x_c \ \theta_c \ d_{foc} \ \Delta_f \ \phi_f \ \omega_0]$$

3.1.2. Formalisation du problème

Le problème direct porte sur le calcul de la vitesse radiale locale V_R en fonction du vecteur vitesse air \vec{V}_{air} et de la configuration des axes LiDAR Θ . Pour un système avec N_{AXE} axes de mesure, il s'agit de définir le modèle suivant :

$$M(\Theta, \vec{V}_{air}) = \begin{pmatrix} V_{R_1} \\ \vdots \\ V_{R_{N_{AXE}}} \end{pmatrix}$$

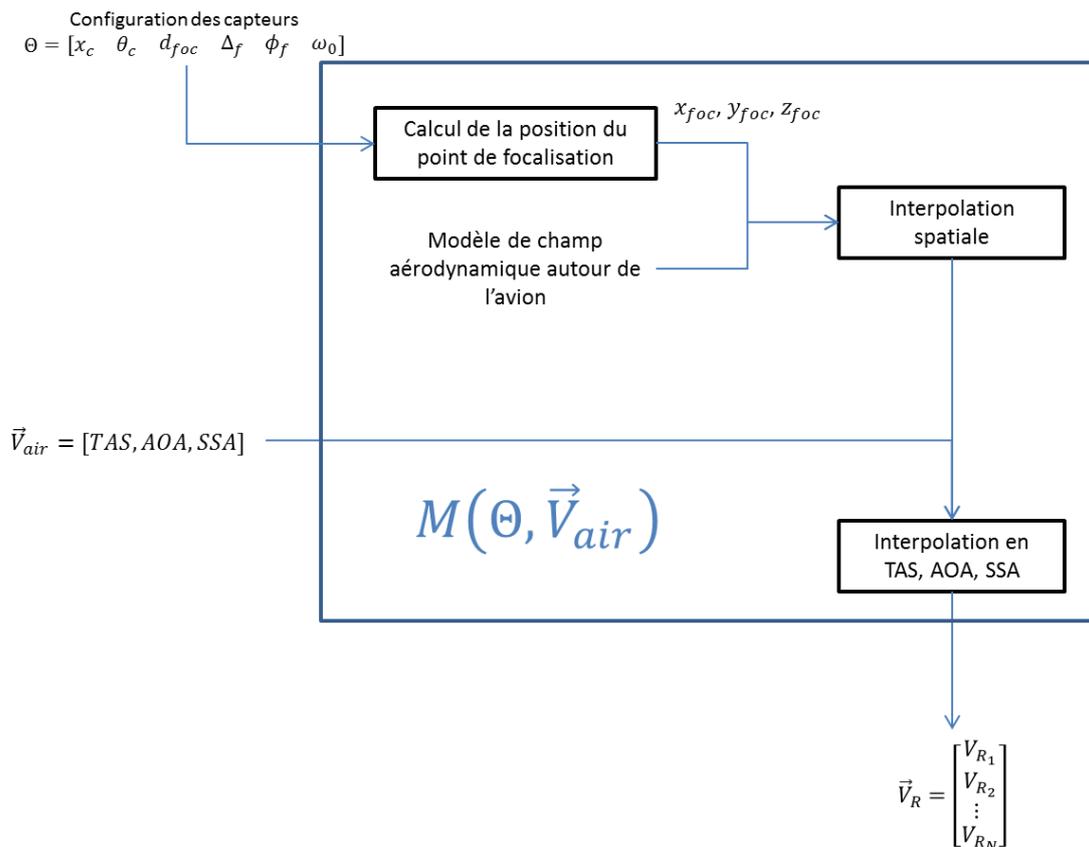


Figure 106 : Illustration du problème direct

Le modèle de champ aérodynamique utilisé a été calculé par simulations numériques pour un fuselage d'avion de type A320. Les données fournies correspondent à des valeurs discrètes du module du vecteur vitesse et des angles d'incidence et de dérapage. Les valeurs fournies sont les suivantes :

$$TAS \in \{203; 303; 497; 768\} \text{ m/s}$$

$$AOA \in \{-5; -2; 0; 2; 5; 10; 15; 20; 25\}^\circ$$

$$SSA \in \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 25\}^\circ$$

Le modèle a été réalisé avec un maillage uniforme dans l'espace, le pas entre chaque point est de 5 cm.

Ainsi, à partir des coordonnées du point de focalisation F , une première interpolation spatiale est réalisée afin de déterminer les valeurs des vitesses radiales en ce point en fonction du vecteur vitesse (Figure 107). Une interpolation par splines cubiques[45] est réalisée. Cette méthode apporte un gain en précision par rapport à d'autres méthodes (interpolation par pondération inverse à la distance ou par régression polynomiale) pour un coût acceptable.

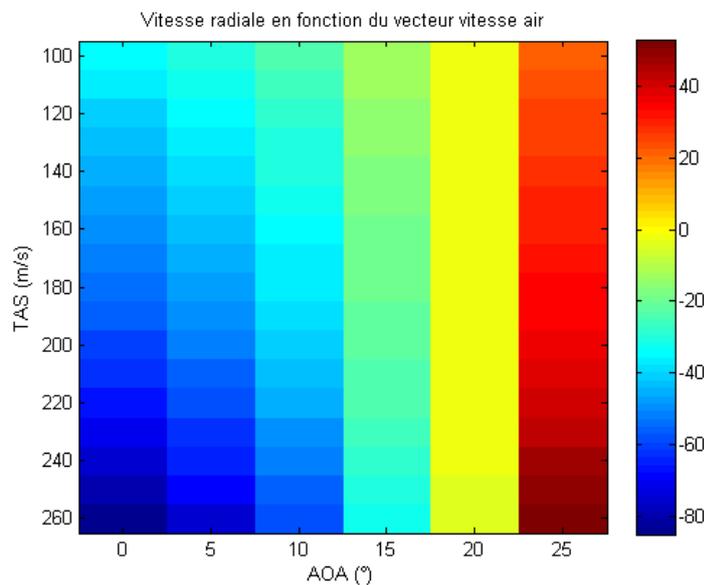


Figure 107 : Exemple des vitesses radiales obtenues (en m/s) à partir du modèle pour les tous les couples (TAS, AOA)

Afin de compenser la forte discrétisation de l'espace (TAS, AOA, SSA), une seconde interpolation est réalisée selon ces trois composantes pour déterminer la vitesse radiale correspondant au vecteur vitesse air recherché (Figure 108).

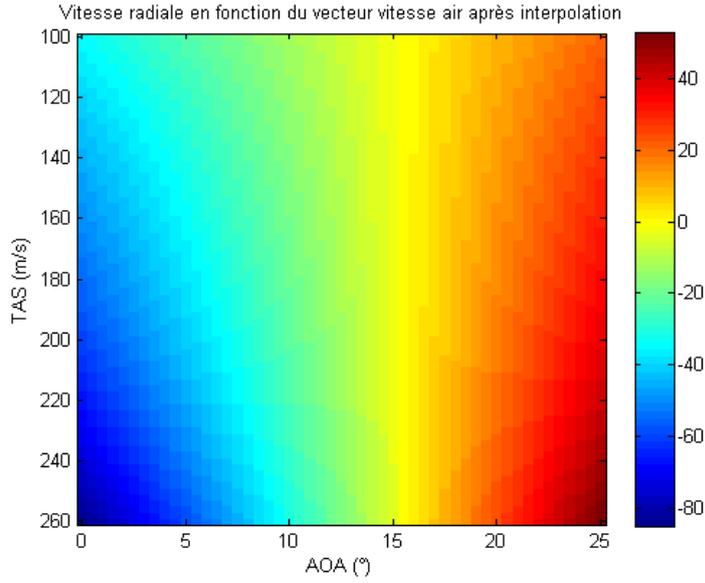


Figure 108 : Exemple des vitesses radiales obtenues (en m/s) à partir du modèle pour les tous les couples (TAS, AOA) après interpolation

3.1.3. Inversion du problème

3.1.3.1. Formalisation mathématique

Dans un système à N axes LiDAR, le vecteur des N_{AXE} vitesses radiales estimées est :

$$\widehat{\vec{V}}_R = \begin{pmatrix} \widehat{V}_{R_1} \\ \widehat{V}_{R_2} \\ \vdots \\ \widehat{V}_{R_{N_{AXE}}} \end{pmatrix}$$

Il est associé à chaque estimation de la vitesse radiale un bruit de mesure. En supposant ce bruit gaussien, l'écart-type associé au n -ième axe de mesure est notée σ_n , $n \in \{1, \dots, N_{AXE}\}$. Le vecteur des écarts-type est :

$$\vec{\varepsilon}_b = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_{N_{AXE}} \end{pmatrix}$$

Les écarts-type sont estimés conjointement à la vitesse radiale lors de l'analyse du signal hétérodyne (2.5.2). Les paramètres de la configuration de l'axe Θ influençant l'écart-type d'estimation de la vitesse radiale sont les angles d'azimut ϕ_F et d'élévation Δ_F et le rayon du faisceau au point de focalisation ω_0 .

Le vecteur des N vitesses radiales estimées s'exprime selon :

$$\widehat{\vec{V}}_R = M(\Theta, \vec{V}_{air}) + \vec{\varepsilon}_b$$

La log-vraisemblance associée à un vecteur $\widehat{\vec{V}}_R$ est :

$$l(\vec{V}_{air}) = \log \left(\prod_{n=1}^{N_{AXE}} \frac{1}{2\pi\sigma_n} e^{-\frac{(V_{Rn}(\vec{V}_{air}) - \widehat{V}_{Rn})^2}{2\sigma_n^2}} \right)$$

$$= \sum_{n=1}^{N_{AXE}} -\log(2\pi\sigma_n) - \frac{1}{2} \frac{(V_{Rn}(\vec{V}_{air}) - \hat{V}_{Rn})^2}{\sigma_n}$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance se ramène à la minimisation d'un critère des moindres carrés pondérés :

$$\widehat{\vec{V}_{air}} = \arg \min_{\vec{V}_{air}} \sum_{n=1}^{N_{AXE}} \left(\frac{V_{Rn}(\vec{V}_{air}) - \hat{V}_{Rn}}{\sigma_n} \right)^2$$

La fonction de coût est définie comme suit :

$$Crit(\vec{V}_{air}) = \sum_{n=1}^{N_{AXE}} \left(\frac{V_{Rn}(\vec{V}_{air}) - \hat{V}_{Rn}}{\sigma_n} \right)^2$$

La même fonction de coût est utilisée pour les configurations à deux ou quatre axes.

L'algorithme du simplexe de Nelder-Mead [46], une méthode d'optimisation non-linéaire, est utilisée pour réaliser l'inversion. Cette méthode de recherche du minimum d'une fonction continue est simple à mettre en œuvre, ne requiert que peu d'informations sur la fonction analysée (pas de calcul du gradient) et elle est efficace pour les espaces de faibles dimensions. Pour les fonctions complexes, présentant des minima locaux, cette méthode peut être associée à la technique du recuit simulé [47].

3.1.3.2. Evaluation

Dans le cas d'un capteur à deux axes (*TAS*, *AOA*), la fonction de coût possède un minimum global très marqué (Figure 109). En outre, aucun minimum local n'apparaît dans le domaine d'analyse.

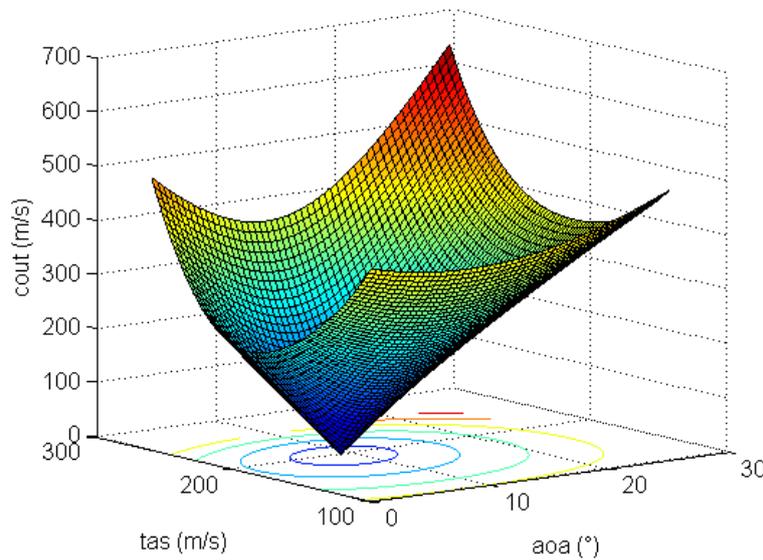


Figure 109 : Exemple de fonction de coût

Une simulation a été réalisée sur une population de type « Fond Stratosphérique » avec le vecteur vitesse suivant :

$$\begin{aligned} TAS &= 150 \text{ m/s} \\ AOA &= 3^\circ \end{aligned}$$

Le traitement global dans le cas d'un capteur à deux axes a été simulé, incluant les deux chaînes de traitement du signal LiDAR et la procédure d'inversion.

La configuration des deux axes est la suivante (Figure 110) :

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= [5 \text{ m } 77,5^\circ 0,39 \text{ m } 126^\circ 24^\circ 70 \mu\text{m}] \\ \Theta_2 &= [5 \text{ m } 77,5^\circ 0,39 \text{ m } 145^\circ - 10^\circ 70 \mu\text{m}]\end{aligned}$$

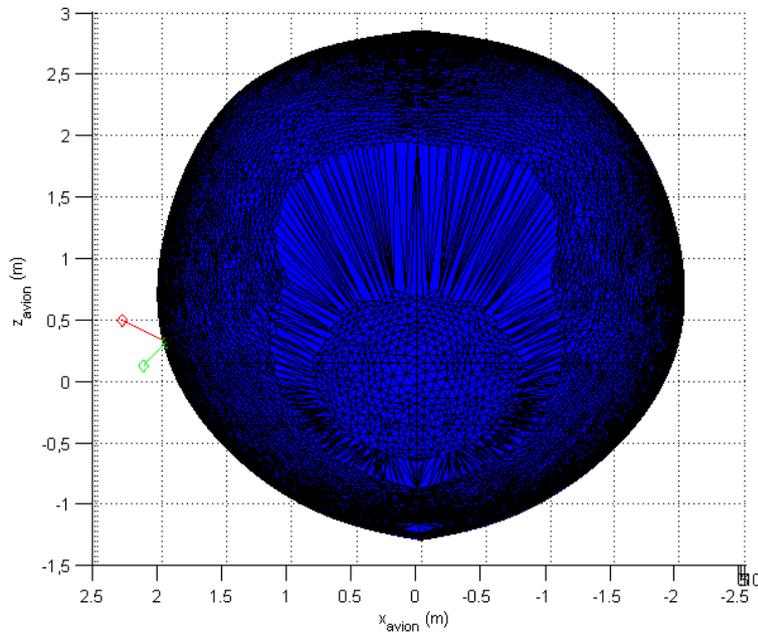


Figure 110 : Position des axes LiDAR sur l'avion dans le plan (x_{avion} , y_{avion})

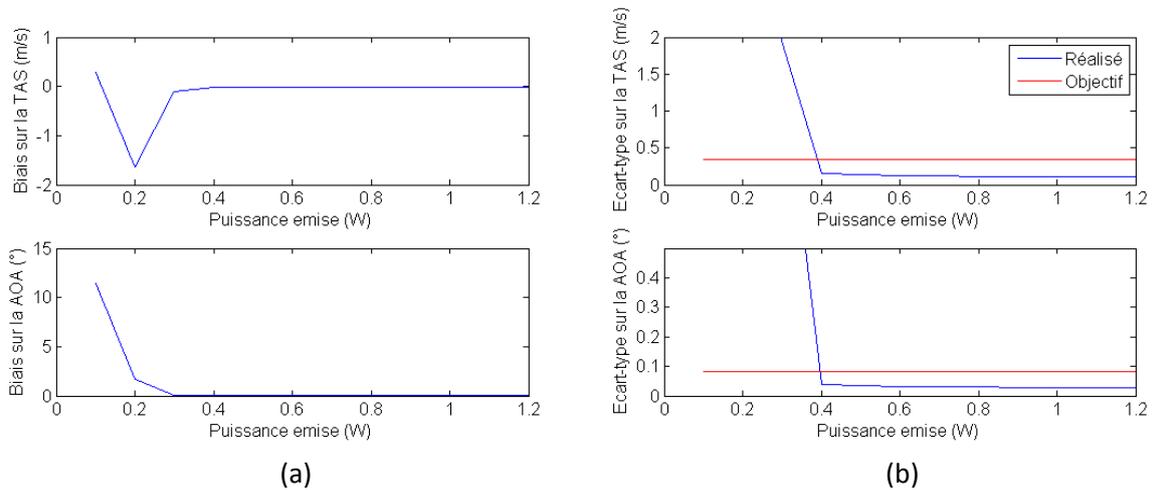


Figure 111 : Biases (a) et écart-type (b) sur l'estimation de la TAS et de l'AOA

Le biais sur l'estimation des deux composantes du vecteur vitesse est quasiment nul pour une puissance émise d'au moins 0,4 W (Figure 111a). Pour cette puissance émise, la variance de l'estimateur (Figure 111b) est inférieure aux exigences (0,34 m/s pour la TAS et 0.08 ° pour l'AOA).

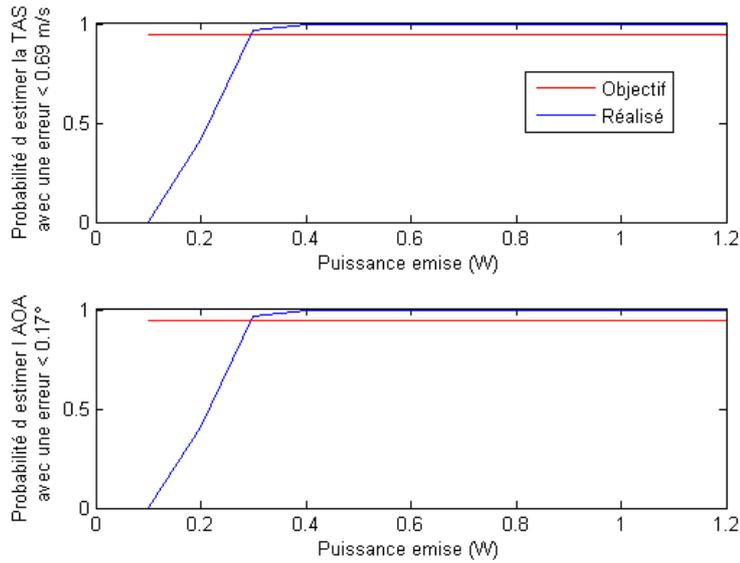


Figure 112 : Probabilité d'estimer la TAS avec une erreur inférieure à 0,69 m/s et l'AOA avec une erreur inférieure à 0,17°

Le traitement proposé permet d'estimer avec une disponibilité supérieure à 99,99 % (50000 réalisations) le vecteur vitesse air avec la précision requise (Figure 112). Pour cette simulation, les spécifications sont donc respectées.

Dans le cas d'un capteur à trois axes (*TAS, AOA, SSA*), la fonction de coût présente également un minimum global très net et pas de minimum local (Figure 113).

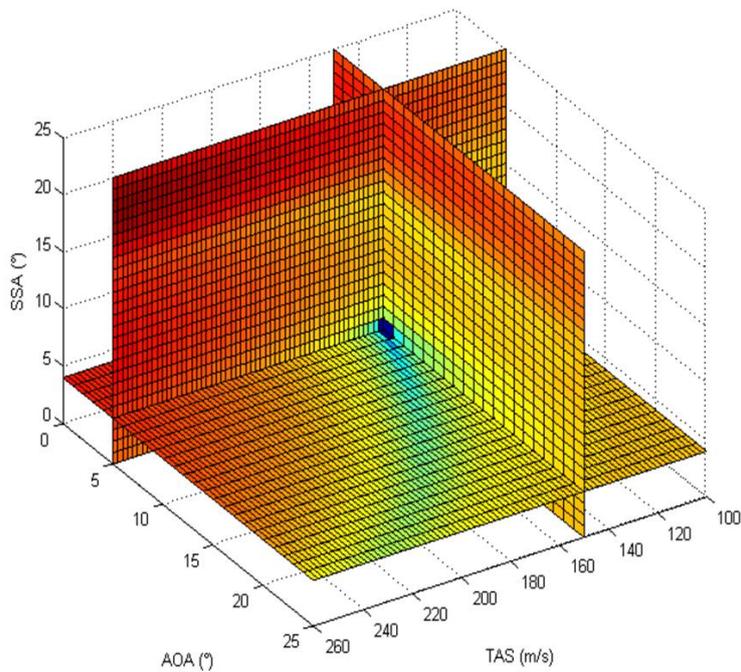


Figure 113 : Fonction de coût pour un système à quatre axes

3.1.4. Conclusion

Une méthode d'inversion pour l'estimation du vecteur vitesse a été présentée. Cette méthode peut être appliquée aux différents capteurs (deux ou quatre axes). Le traitement proposé respecte les exigences de performances requises pour le capteur dans les conditions simulées.

Néanmoins, le modèle d'écoulement utilisé ne comporte que peu de données et le fuselage de l'avion est simple (pas d'ailes). Par la suite, il sera nécessaire d'évaluer les performances sur un modèle plus complet.

3.2. Optimisation d'une configuration à axes fixes

La configuration des axes LiDAR a une influence directe sur les performances de la chaîne de traitement. Par exemple, la sensibilité à l'angle d'incidence varie selon la position du volume de mesure autour de l'avion et l'estimation de cet angle sera plus précise lorsque les axes LiDAR sont placés sur le côté de l'avion (Figure 114).

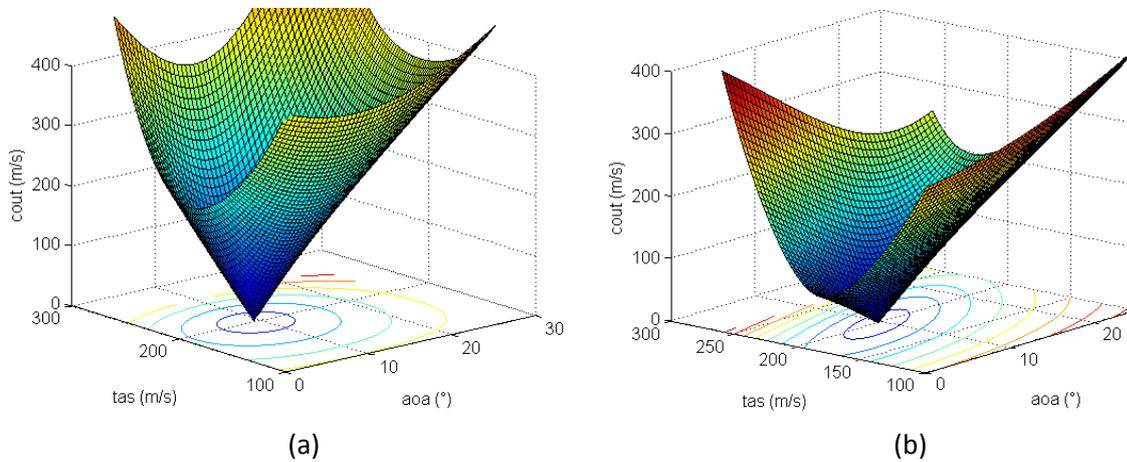


Figure 114 : Fonctions de coût pour des mesures effectuées sur le côté de l'avion (a) et en dessous (b)

L'objectif de ce chapitre est de définir une méthode d'optimisation de la configuration des axes LiDAR sur l'avion. La configuration d'un axe LiDAR θ comprend six paramètres :

$$\theta = [x_C \theta_C d_{foc} \Delta_F \phi_F \omega_0]$$

3.2.1. Définition du problème

Une architecture A est l'ensemble des configurations θ des N_{AXE} axes LiDAR du capteur :

$$A = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{N_{AXE}} \end{bmatrix}$$

Le problème d'optimisation à résoudre consiste à définir l'architecture optimale selon un critère de qualité de l'estimation :

$$A_{opt} = \arg \min_A Q(A)$$

$$A \in \Lambda$$

Avec Λ l'ensemble des architectures réalisables et Q est le critère choisi.

3.2.1.1. Définition d'une architecture

La méthode présentée correspond au cas d'un système à deux axes. Dans ce cadre, une architecture est l'ensemble des 12 paramètres suivant :

$$A = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{C1} & \theta_{C1} & d_{foc1} & \Delta_{F1} & \phi_{F1} & \omega_{01} \\ x_{C2} & \theta_{C2} & d_{foc2} & \Delta_{F2} & \phi_{F2} & \omega_{02} \end{bmatrix}$$

Une optimisation à 12 paramètres étant difficile à réaliser, le nombre de paramètres peut être réduit en tenant compte des différentes contraintes et symétries entre les axes.

Sur le fuselage de l'avion, les axes LiDAR doivent être positionnés au même emplacement que les sondes de pression actuelles. Ainsi,

$$\begin{aligned} x_{C1} &= x_{C2} = 5 \text{ m} \\ \theta_{C1} &= \theta_{C2} = 77,5^\circ \end{aligned}$$

La distance de focalisation et le rayon du faisceau au point de focalisation sont égaux sur les différents axes LiDAR :

$$\begin{aligned} d_{foc1} &= d_{foc2} \\ \omega_{01} &= \omega_{02} \end{aligned}$$

Une architecture peut donc être exprimée selon six paramètres :

$$A = [d_{foc} \Delta_{F1} \phi_{F1} \Delta_{F2} \phi_{F2} \omega_0]$$

L'optimisation est donc réalisée dans un espace à six dimensions.

Dans une configuration à quatre axes, les axes LiDAR sont symétriques deux à deux de part et d'autre de l'avion et le problème d'optimisation se fait selon les six mêmes paramètres.

3.2.1.2. Contraintes

Les trois caractéristiques d'un faisceau d_{foc} , Δ_F et ϕ_F possèdent différentes contraintes. La distance de focalisation doit être supérieure à 30 cm afin de sortir de la couche limite turbulente proche du fuselage. Cette distance ne peut excéder 50 cm pour limiter la taille des lentilles d'émission. Les axes sont orientés « vers l'avant » de l'avion, c'est-à-dire selon \vec{x}_{avion} et le faisceau laser ne peut être émis « à l'intérieur » de l'avion.

Ces contraintes peuvent être formulées selon :

$$\begin{aligned} 30 \text{ cm} &< d_{foc} < 50 \text{ cm} \\ 10^\circ &< \phi_F < 89^\circ \\ -\arctan(\sin(\theta_f) \tan(\theta_c)) &< \Delta_F < \arctan(\sin(\theta_f) \tan(\theta_c)) \end{aligned}$$

Le rayon du faisceau au point de focalisation est inversement proportionnel à la taille des lentilles d'émission. Il doit être supérieur à 30 μm pour limiter leur taille.

L'ensemble des architectures réalisables, noté Λ , est défini par :

$$\Lambda = \left\{ A = \begin{bmatrix} d_{foc} \\ \Delta_{F1} \\ \phi_{F1} \\ \Delta_{F2} \\ \phi_{F2} \\ \omega_0 \end{bmatrix} \left| \left\{ \begin{array}{l} 30 \text{ cm} < d_{foc} < 50 \text{ cm} \\ 10^\circ < \phi_F < 89^\circ \\ -\arctan(\sin(\theta_f) \tan(\theta_c)) < \Delta_F < \arctan(\sin(\theta_f) \tan(\theta_c)) \\ \omega_0 > 30 \mu\text{m} \end{array} \right. \right. \right\}$$

3.2.2. Evaluation de la qualité d'une estimation et critère d'optimisation

Le critère choisi pour définir la qualité d'une architecture est basé sur la variance des estimations des paramètres de la vitesse air infini-amont de l'aéronef. Pour déterminer ce critère, il est nécessaire de calculer la matrice de covariance des estimations. Cette matrice peut être estimée de manière empirique par simulation de Monte-Carlo ou une formule analytique peut être déterminée

La méthode de Monte-Carlo s'avère trop coûteuse et le critère auquel elle aboutit n'est pas régulier (condition nécessaire pour faciliter l'optimisation). C'est pourquoi la solution retenue est le calcul analytique de la matrice de covariance de l'estimateur.

3.2.2.1. Matrice de covariance de l'estimateur

La matrice de covariance de l'estimateur du vecteur vitesse air \vec{V}_{air} est :

$$\text{var}(\hat{V}_{air}) = E \left[(\hat{V}_{air} - \vec{V}_{air})(\hat{V}_{air} - \vec{V}_{air})^T \right] = E [\Delta V \cdot \Delta V^T]$$

$$\Delta V = \hat{V}_{air} - \vec{V}_{air}$$

Au voisinage de \vec{V}_{air} , $\|\Delta V\| \ll \vec{V}_{air}$, et le développement limité suivant au voisinage de \vec{V}_{air} peut

être formulé, sachant $M(\vec{V}_{air}) = \begin{pmatrix} V_{R_1} \\ \vdots \\ V_{R_{N_{AXE}}} \end{pmatrix}$:

$$M(\hat{V}_{air} + \Delta V) \approx M(\hat{V}_{air}) + \nabla M(\hat{V}_{air}) \Delta V$$

Soit

$$M(\hat{V}_{air} + \Delta V) \approx M(\hat{V}_{air}) + J \Delta V$$

Avec J la matrice jacobienne du modèle M en \hat{V}_{air} :

$$J = \nabla M(\hat{V}_{air})$$

La jacobienne du modèle est estimée à partir de l'interpolation par splines cubiques selon la méthode des différences finies. Son expression est :

$$J_k = \frac{\partial M_k}{\partial \vec{V}_{air}}(\hat{V}_{air}) \approx \frac{M_k(\hat{V}_{air} + \delta \vec{V}_{air}) - M_k(\hat{V}_{air})}{\delta \vec{V}_{air}}$$

L'erreur de mesure s'exprime selon :

$$\varepsilon = M(\vec{V}_{air}) - M(\hat{V}_{air}) = J \Delta V$$

D'où

$$J^T \varepsilon = J^T J \Delta V$$

Et

$$\Delta V = (J^T J)^{-1} J^T \varepsilon$$

La matrice de covariance de l'estimateur devient donc :

$$\text{var}(\hat{V}_{air}) = E [\Delta V \cdot \Delta V^T] = (J^T J)^{-1} J^T E [\varepsilon \varepsilon^T] J (J^T J)^{-1}$$

Et

$$E [\varepsilon \varepsilon^T] = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_{N_{AXE}}^2 \end{pmatrix} = \Sigma_b$$

Σ_b est la matrice de covariance du bruit et σ_n^2 est la variance du bruit de mesure sur l'axe n .

L'expression de la matrice de covariance de l'estimateur est :

$$\text{var}(\hat{V}_{air}) = (J^T J)^{-1} J^T \Sigma_b J (J^T J)^{-1}$$

3.2.2.2. Critère utilisé

Le critère d'évaluation d'une architecture est défini selon :

$$\text{Crit}(\vec{V}_{air}) = \max\left(\frac{\sigma_{TAS}^2}{\text{spec}(\sigma_{TAS})^2}, \frac{\sigma_{AOA}^2}{\text{spec}(\sigma_{AOA})^2}\right)$$

σ_{TAS}^2 et σ_{AOA}^2 sont les termes diagonaux de la matrice de covariance de l'estimateur du vecteur vitesse air. $\text{spec}(\sigma_{TAS})^2$ et $\text{spec}(\sigma_{AOA})^2$ sont les précisions spécifiées sur chaque composante du vecteur vitesse.

$$\begin{aligned} \text{spec}(TAS) &= 0,34 \text{ m/s} \\ \text{spec}(AOA) &= 0,08^\circ \end{aligned}$$

La fonction critère évaluée correspond à un vecteur vitesse air donné. Pour qu'une architecture respecte les spécifications, il est nécessaire d'avoir :

$$\text{Crit}(\vec{V}_{air}) \leq 1$$

3.2.3. Formulation du problème d'optimisation

L'approche utilisée, de type minimax, consiste à minimiser sur l'ensemble des architectures étudiées le critère maximal obtenu sur l'ensemble des vecteurs vitesse \vec{V}_{air} .

$$\begin{aligned} A_{opt} &= \arg \min_{A \in \Lambda} Q(A, \vec{V}_{air}) \\ Q(A, \vec{V}_{air}) &= \max_{\vec{V}_{air} \in \Gamma} \text{Crit}(\vec{V}_{air}) \end{aligned}$$

Où :

- A désigne une architecture,
- $\vec{V}_{air} = [TAS \quad AOA]^T$,
- Γ est l'ensemble des \vec{V}_{air}
- Λ est l'ensemble des architectures réalisables.

En pratique, le critère n'est pas régulier et il est préférable d'exprimer le problème sous la forme d'une minimisation de la distance à un objet de référence :

$$\begin{aligned} A_{opt} &= \arg \min \gamma \\ \left\{ \begin{array}{l} \forall \vec{V}_{air} \in \Gamma, \quad Q(A, \vec{V}_{air}) \leq \gamma \\ A \in \Lambda \end{array} \right. \end{aligned}$$

L'objet de référence est $\text{Crit}_0(\vec{V}_{air}) = 0$. Une architecture satisfait les spécifications si :

$$\begin{aligned} \sigma_{TAS} &\leq \text{spec}(TAS) \\ \sigma_{AOA} &\leq \text{spec}(AOA) \end{aligned}$$

D'où l'ajout d'une contrainte d'objectif sur l'architecture optimale :

$$\gamma(A_{opt}) \leq 1$$

La méthode SQP (Sequential Quadratic Programming) [48], couramment utilisée en optimisation non-linéaire sous contraintes, a été sélectionnée. Cette méthode peut être décrite comme une généralisation de la méthode de Newton-Raphson [49] appliquée aux problèmes sous contraintes.

3.2.4. Résultats

Le traitement proposé comprend deux étapes : une chaîne de traitement du signal LiDAR utilisée sur chaque axe de mesure et une procédure d'inversion pour l'estimation du vecteur vitesse. L'influence des différents paramètres d'une architecture varie selon les étapes.

Ainsi, le rayon du faisceau au point de focalisation ω_0 n'est pris en compte que dans la chaîne de traitement du signal, alors que la distance de focalisation d_{foc} n'intervient que lors de l'inversion du modèle de l'écoulement. Les autres paramètres, correspondant aux angles définissant l'orientation de chaque axe, influent sur les deux étapes.

L'optimisation va être effectuée en deux temps. Il convient tout d'abord d'étudier l'influence des paramètres sur la chaîne de traitement du signal LiDAR. Ensuite, une optimisation de l'architecture selon le critère défini précédemment est réalisée.

3.2.4.1. Chaîne de traitement du signal LiDAR

L'optimisation de la chaîne de traitement du signal LiDAR est effectuée par simulation de Monte-Carlo. Les simulations sont réalisées avec une population d'aérosols de type « Fond Stratosphérique » et le vecteur vitesse suivant :

$$\vec{V}_{air} = [TAS \quad AOA]^T = [100 \text{ m/s} \quad 0^\circ]^T$$

3.2.4.1.1. Orientation de l'axe du faisceau laser

La chaîne de traitement du signal LiDAR a pour objectif d'estimer la vitesse radiale observée sur l'axe de mesure. L'expression de cette vitesse est :

$$V_R = V \cos(\theta)$$

Avec V le module du vecteur vitesse air local et θ l'angle entre l'axe du faisceau laser et la trajectoire des aérosols :

$$\begin{aligned} \cos(\theta) = & \cos(\phi_F) \cos(\Delta_F) \cos(AOA) \cos(SSA) + \sin(\phi_F) \cos(\Delta_F) \sin(SSA) \\ & + \sin(\Delta_F) \sin(AOA) \cos(SSA) \end{aligned}$$

Pour un avion de ligne de taille moyenne, sur lequel aucune sonde de dérapage n'est installée, nous pouvons considérer :

$$SSA = 0^\circ$$

Et

$$\cos(\theta) = \cos(\phi_F) \cos(\Delta_F) \cos(AOA) + \sin(\Delta_F) \sin(AOA)$$

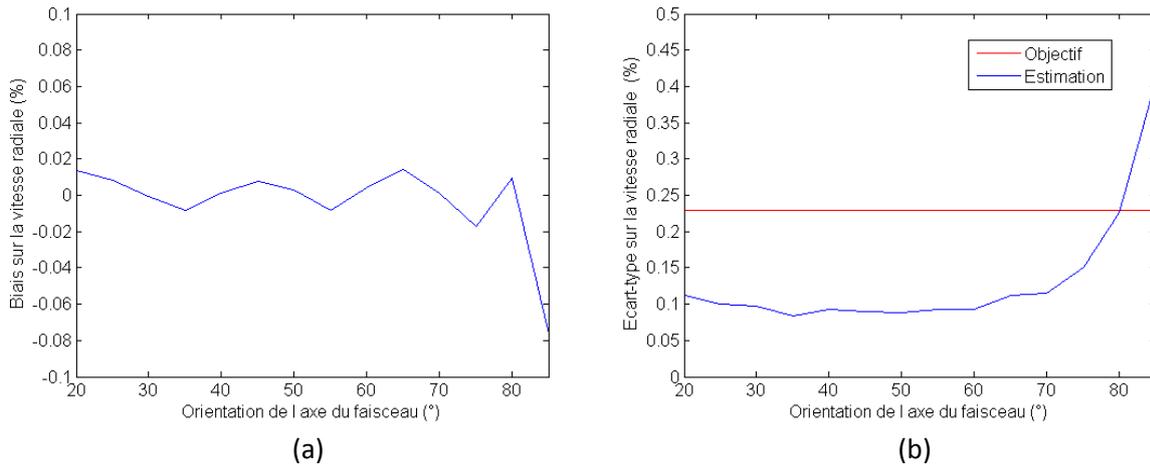


Figure 115 : Biais (a) et écart-type (b) relatifs de l'estimateur de la vitesse radiale sur l'axe de mesure en fonction de l'orientation de l'axe du faisceau laser θ

Le biais et l'écart-type relatifs de l'estimateur de la vitesse radiale varient peu pour un angle θ compris entre 20 et 70° (Figure 115). Dans cet intervalle, le biais est quasiment nul et la variance est deux fois inférieure aux spécifications.

L'écart-type maximum requis sur la vitesse radiale est :

$$spec(V_R) = spec(TAS) \cos(\theta)$$

Aux angles θ supérieurs à 70°, l'écart-type augmente fortement et dépasse la spécification.

Le volume balayé par le faisceau laser durant 50 ms (Figure 116), et donc le nombre d'aérosols interceptés, varie selon :

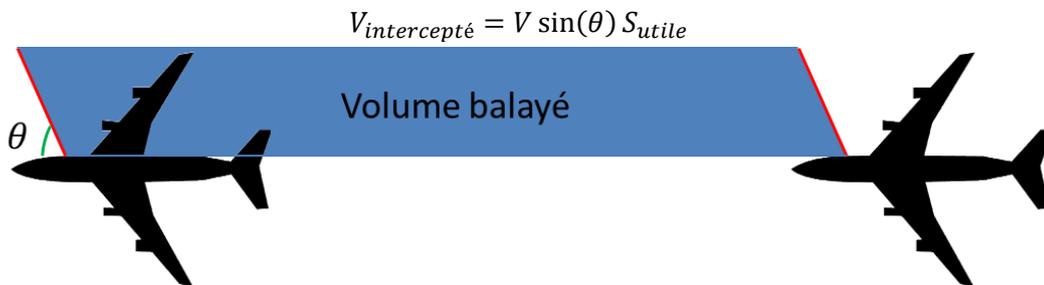


Figure 116 : Illustration du volume balayé

Avec S_{utile} la surface occupée par le volume de mesure dans le plan (y,z) (Figure 11).

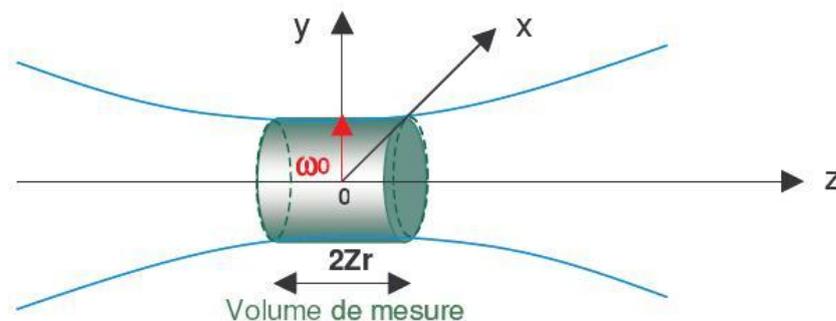


Figure 117 : Représentation du volume de mesure dans le faisceau optique

Afin d'augmenter le nombre d'aérosols détectés, il semble nécessaire d'orienter le faisceau selon la normale au fuselage de l'avion (Figure 118).

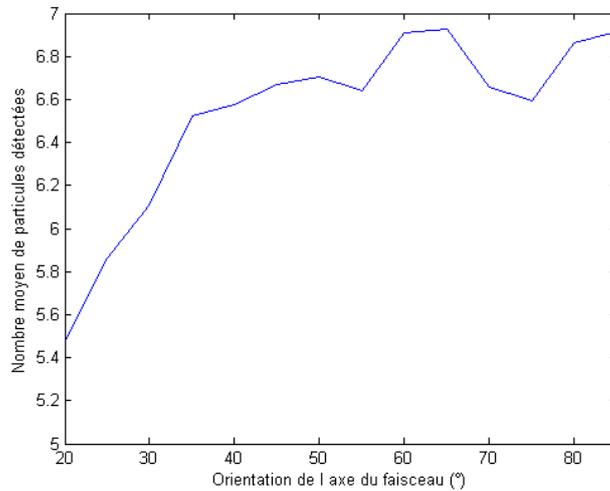


Figure 118 : Nombre moyen de particules détectées en fonction de l'orientation de l'axe du faisceau laser θ

L'orientation de l'axe du faisceau laser optimale pour l'estimation de la vitesse radiale est comprise entre 55 et 70°. Sur cette plage, les performances de l'estimateur sont satisfaisantes vis-à-vis des spécifications et le nombre d'aérosols détectés est maximal.

3.2.4.1.2. Rayon du faisceau au point de focalisation

Le rayon du faisceau au point de focalisation permet de définir la densité d'énergie dans le faisceau et ses dimensions. L'optimisation de ce paramètre consiste à déterminer le meilleur compromis entre un faisceau large permettant de couvrir un grand volume et une forte densité d'énergie (faisceau étroit) afin de détecter de plus petits aérosols.

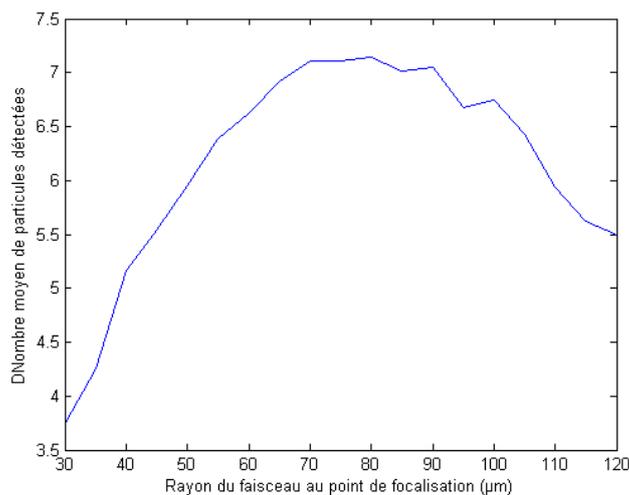


Figure 119 : Nombre d'aérosols détectés par période de 50 ms en fonction du rayon du faisceau au point de focalisation ω_0

Un rayon du faisceau au point de focalisation compris entre 70 et 80 μm permet de maximiser le nombre d'aérosols détectés (Figure 119) pour une population de type « Fond Stratosphérique ».

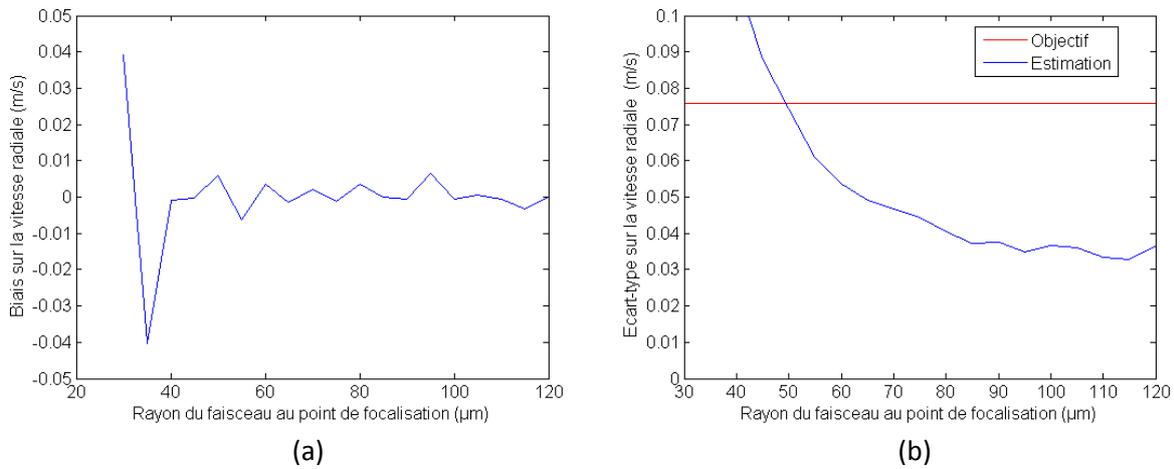


Figure 120 : Biais (a) et écart-type (b) relatifs de l'estimateur de la vitesse radiale sur l'axe de mesure en fonction du rayon du faisceau au point de focalisation ω_0

Le biais de l'estimateur de la vitesse radiale est nul sur la plage $\omega_0 \in [40; 120]$ μm (Figure 120a). L'écart-type de cet estimateur décroît quand ω_0 augmente. Pour les ω_0 supérieurs à 80 μm , l'écart-type est environ deux fois inférieur aux spécifications requises (Figure 120b).

D'après les résultats précédents, le rayon du faisceau au point de focalisation optimal est de 80 μm . En effet, à cette valeur, le nombre d'aérosols détectés est maximal, le biais est quasiment nul et la variance de l'estimateur de la vitesse radiale est deux fois inférieure aux spécifications.

3.2.4.2. Multiaxe

La procédure d'optimisation décrite en 3.2.3 a été répétée 1000 fois en modifiant les valeurs initiales dans le but ne pas rester bloqué dans un minimum local.

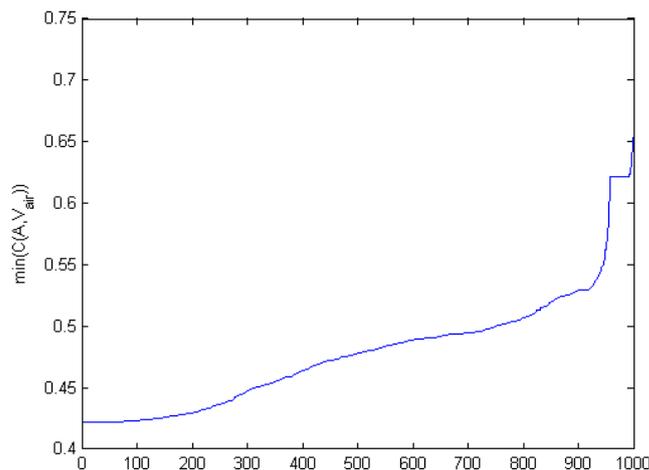


Figure 121 : Valeurs du critère obtenues pour chaque réalisation triées dans l'ordre croissant

La valeur du critère varie peu pour les 200 meilleures réalisations (Figure 121). La valeur minimale du critère est de 0,42. Cette valeur du critère signifie que la précision attendue sur les composantes du vecteur vitesse est de :

$$\sigma_{TAS} = 0,14 \text{ m/s}$$

$$\sigma_{AOA} = 0,034^\circ$$

L'architecture optimale correspondante à ce critère est :

$$A = \begin{bmatrix} d_{foc} = 0,3 \text{ m} \\ \Delta_{F1} = 68,24^\circ \\ \phi_{F1} = 25,82^\circ \\ \Delta_{F2} = 38,27^\circ \\ \phi_{F2} = -28,93^\circ \\ \omega_0 = 80 \mu\text{m} \end{bmatrix}$$

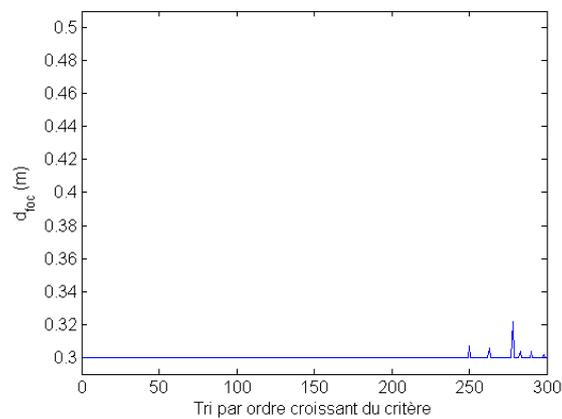


Figure 122 : Distance de focalisation optimale pour chaque réalisation (triée par ordre croissant du critère)

D'après les résultats, une distance de focalisation de 0,3 m paraît clairement être la valeur optimale. En effet, les 250 meilleurs résultats donnent cette valeur (Figure 122).

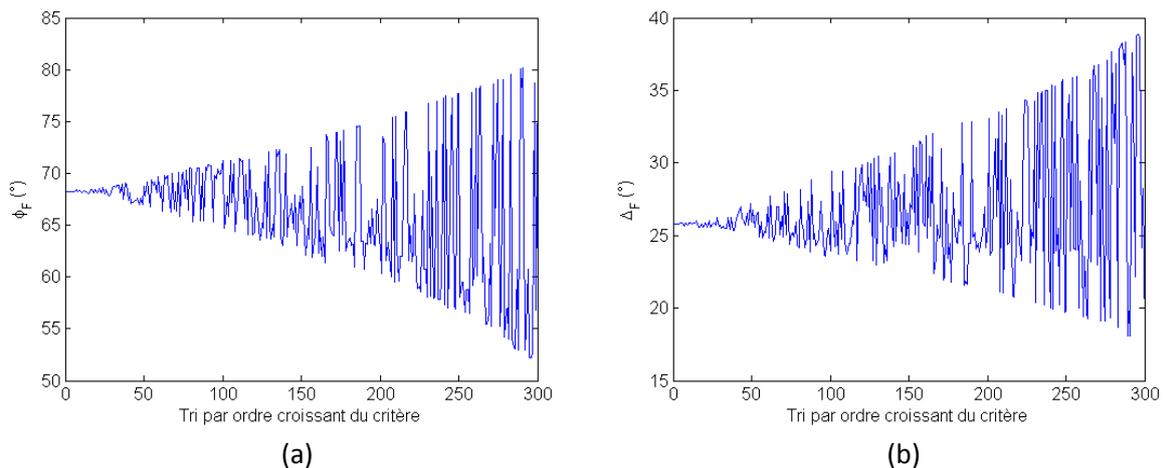


Figure 123 : Angle d'azimut (a) et d'élévation (b) optimaux pour chaque réalisation pour le premier axe LiDAR (triés par ordre croissant du critère)

Sur les 250 réalisations pour lesquelles le critère est inférieur à 0,45, la valeur de l'angle d'azimut varie de plus ou moins de 10° autour de la valeur optimale (Figure 123a). De même, sur ces 250 réalisations, les angles d'élévation sont répartis sur une plage de 16 ° autour de la valeur optimale (Figure 123b).

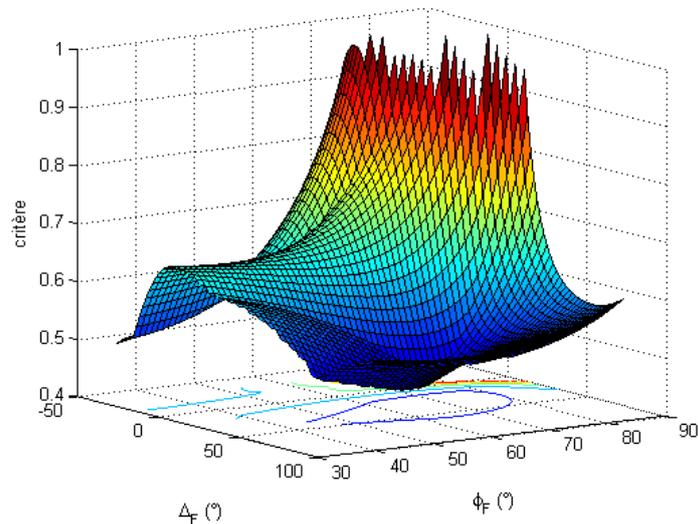


Figure 124 : Valeur du critère en fonction des angles d'azimut et d'élévation

La sensibilité du critère aux angles d'azimut et d'élévation est modérée et une variation de quelques degrés de ces angles ne dégradera pas significativement les performances du capteur (Figure 124).

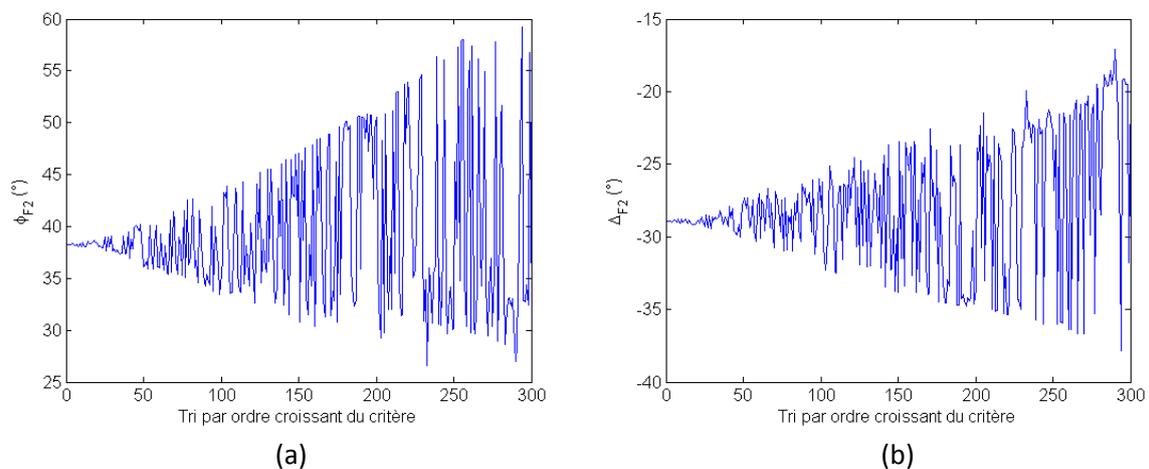


Figure 125 : Angle d'azimut (a) et d'élévation (b) optimaux pour chaque réalisation pour le premier axe LiDAR (triés par ordre croissant du critère)

Les résultats sur le second axe LiDAR (Figure 125) sont similaires à ceux du premier : la valeur du critère varie peu sur une plage de 15 à 20° autour des valeurs optimales de angles d'azimut et d'élévation.

3.2.5. Conclusion

Une procédure d'optimisation de l'architecture du système a été présentée. Une première étape, effectuée par simulation de Monte-Carlo, permet de déterminer les paramètres optimaux pour la

chaîne de traitement du signal LiDAR. Puis, une procédure d'optimisation basée sur la méthode d'inversion pour l'estimation du vecteur vitesse air a été proposée. Un critère analytique d'évaluation de la qualité d'une architecture a été formulé.

Une architecture optimale respectant les spécifications a pu être déterminée. Néanmoins, ces résultats sont issus d'une optimisation effectuée avec un modèle d'écoulement peu représentatif et l'interprétation des résultats est limitée.

3.3. Configuration à balayage conique

Dans une configuration à balayage conique, le faisceau laser effectue une rotation complète sur la période de mesure (Figure 8).

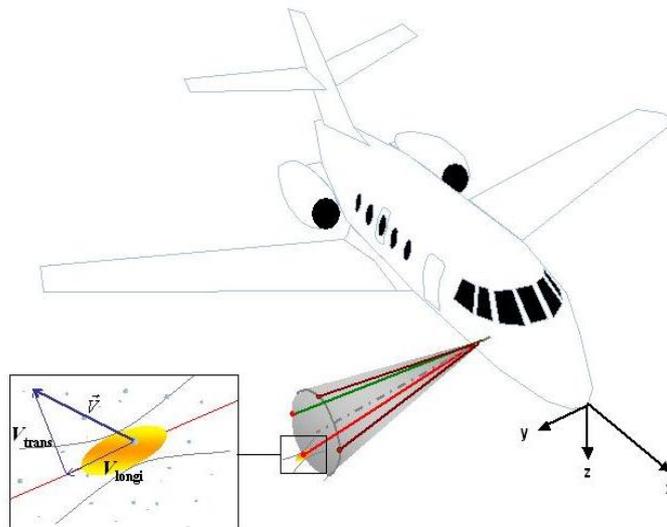


Figure 126 : Illustration d'un axe LiDAR en rotation

Le principal intérêt de cette solution est d'utiliser un seul axe LiDAR au lieu de deux dans une configuration avec des axes fixes. De ce fait, la puissance émise sur l'axe est doublée.

Par la suite, les principes de cette configuration sont définis. Puis, la chaîne de traitement adaptée à la configuration à balayage conique est présentée. Ce traitement reprend une grande partie des méthodes proposées pour une configuration avec des axes fixes. Enfin, une comparaison des performances entre les deux configurations est effectuée.

3.3.1. Principe

Le faisceau laser balaye un cône de centre O et d'angle au sommet β . L'axe du cône est orienté selon les angles d'azimut ϕ_C et d'élévation Δ_C (Figure 127).

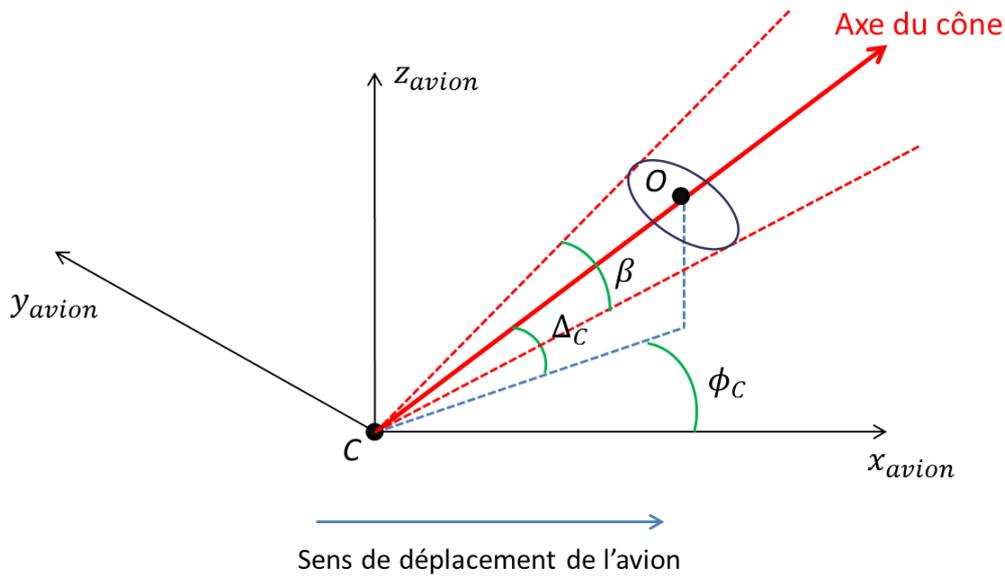


Figure 127 : Définition des repères

Dans le repère du cône (Figure 128), la direction du faisceau à chaque instant est donnée par :

$$\vec{u}(t) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \\ \cos(2\pi f_{rot}t + \varphi) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \\ \sin(2\pi f_{rot}t + \varphi) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \end{bmatrix}$$

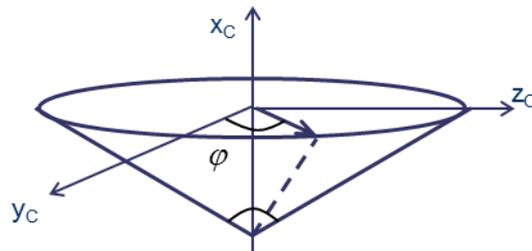


Figure 128 : Cône de mesure

Le vecteur vitesse dans le repère du cône vaut :

$$\vec{V}_{XYZ}^c = \begin{bmatrix} V_X^c \\ V_Y^c \\ V_Z^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_X^c \\ V_{YZ}^c \cos(\psi) \\ V_{YZ}^c \sin(\psi) \end{bmatrix}$$

Avec

$$V_X = TAS \cos(AOA) \cos(SSA)$$

$$V_Y = TAS \sin(SSA)$$

$$V_Z = TAS \sin(AOA) \cos(SSA)$$

ψ représente la direction du faisceau à l'instant $t = 0$

La projection du vecteur vitesse sur l'axe du faisceau laser s'exprime :

$$V_R(t) = \vec{V}_{XYZ}^c \vec{u}(t) = V_X^c \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) + V_{YZ}^c \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \cos(2\pi f_{rot}t + \varphi - \psi)$$

Ainsi, contrairement à une configuration avec des axes fixes, la vitesse radiale varie en fonction du temps. Elle décrit une sinusoïde de fréquence $f_{rot} = 20$ Hz sur un tour. Les paramètres de cette sinusoïde, l'amplitude, la moyenne et la phase, sont fonctions du vecteur vitesse air.

3.3.2. Traitement

Le traitement utilisé pour la configuration à balayage conique reprend l'essentiel des éléments proposés précédemment. Les modifications apportées pour cette configuration sont présentés dans cette partie.

3.3.2.1. Chaîne de traitement du signal LiDAR

Dans une configuration à balayage conique, la vitesse radiale varie au cours d'une période de 50 ms (correspond à un tour sur le cône). L'objectif de la chaîne de traitement du signal LiDAR n'est donc plus d'estimer la vitesse radiale observée sur l'axe de mesure mais la vitesse radiale de chaque aérosol détecté.

Deux étapes de la chaîne de traitement sont modifiées entre les deux configurations : la représentation du signal (2.2) et la détection (2.3). Les méthodes d'estimation des caractéristiques des aérosols sont similaires (2.4), de même que la sélection des aérosols utiles. En revanche, il est nécessaire d'estimer une caractéristique supplémentaire : l'instant auquel la particule croise l'axe du faisceau laser. En outre, l'étape d'estimation robuste de la vitesse radiale est supprimée (2.5).

3.3.2.1.1. Représentation du signal

Au cours d'un tour sur le cône balayé, l'angle entre la trajectoire des aérosols et l'axe du faisceau laser, noté θ , varie linéairement. Les paramètres du modèle du signal, fonctions de de cet angle, évoluent donc selon la position du laser sur le cône.

Afin d'optimiser la détection des signaux sur le tour complet, il est nécessaire d'adapter la représentation à la position du laser. La transformée en ondelettes, capable d'adapter la résolution en fonction de l'échelle, semble la plus appropriée.

La variable d'échelle a peut s'exprimer sous la forme :

$$a = \frac{\theta_M}{\theta}$$

Et les images de l'ondelette mère sont définies par :

$$\psi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp\left(-\frac{8}{D_\psi^2(a, \theta_M)}(t - \tau)^2 + 2i\pi f_\psi(a, \theta_M)(t - \tau)\right)$$

Cette variable permet de définir une famille d'ondelette pour laquelle chaque valeur d'échelle est adaptée à une position du laser au cours du tour sur le cône

L'expression des paramètres des images, $z_0 = 0$ m, pour est :

$$D_\psi(a, \theta_M) = \frac{2\omega_0}{TAS \sin\left(\frac{\theta_M}{a}\right)}$$

$$f_\psi(a, \theta_M) = \frac{2TAS \cos\left(\frac{\theta_M}{a}\right)}{\lambda}$$

La représentation temps-échelle obtenue avec l'ondelette adaptée à θ correspond à une représentation temps-fréquence où $f_\psi = f_M \cos\left(\frac{\theta_M}{a}\right) / \cos(\theta_M)$, f_M étant la fréquence centrale de l'ondelette mère.

3.3.2.1.2. Détection

La méthode de détection individuelle des signaux utiles (2.3.2), fondée sur un seuillage selon le *CNR* est inchangée par rapport à la configuration avec les axes fixes. En revanche, le traitement statistique est plus complexe.

Le traitement statistique part du postulat que tous les aérosols utiles ont une vitesse radiale similaire, ce qui n'est pas le cas dans une configuration à balayage conique. Une solution envisageable serait de réaliser le traitement statistique sur une durée d'observation si courte que la fréquence Doppler peut être considérée comme fixe. Or, comme il a été décrit au chapitre (2.3.1.3), le traitement statistique requiert un nombre d'échantillons élevé et donc une durée d'observation importante. Cette solution ne peut donc pas être appliquée.

Une autre option consiste à estimer la fonction de répartition en tenant compte de l'évolution de la vitesse radiale selon la position du laser (Figure 129). Cette estimation comporte deux étapes. Le signal est d'abord découpé en de multiples périodes pendant lesquelles la fréquence Doppler est considérée comme constante. Pour chaque période p , une fonction de répartition $\hat{F}_p(a, f)$ est estimée selon :

$$\hat{F}_p(a, f) = \frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^{N_p} 1_{\{a \leq X(t_k, f)\}}$$

La fonction de répartition sur toute la durée d'observation est un cumul cohérent de toutes les fonctions $\hat{F}_p(a, f)$ selon :

$$\hat{F}_R(a, f) = \sum_{p=1}^{N_p} \hat{F}_p(a, f - \tau_p)$$

$$\tau_p = f_D(1) - f_D(p)$$

La méthode décrite requiert une hypothèse sur l'évolution de la fréquence Doppler au cours du temps. Cette hypothèse permet de déterminer le décalage τ_p appliqué à chaque période p pour compenser la sinusoïde. L'hypothèse prise est généralement la sinusoïde déduite du vecteur vitesse air estimée à l'instant précédent. L'inconvénient est qu'en phase d'initialisation ou en cas de perte du signal, le traitement statistique ne pourra être utilisé.

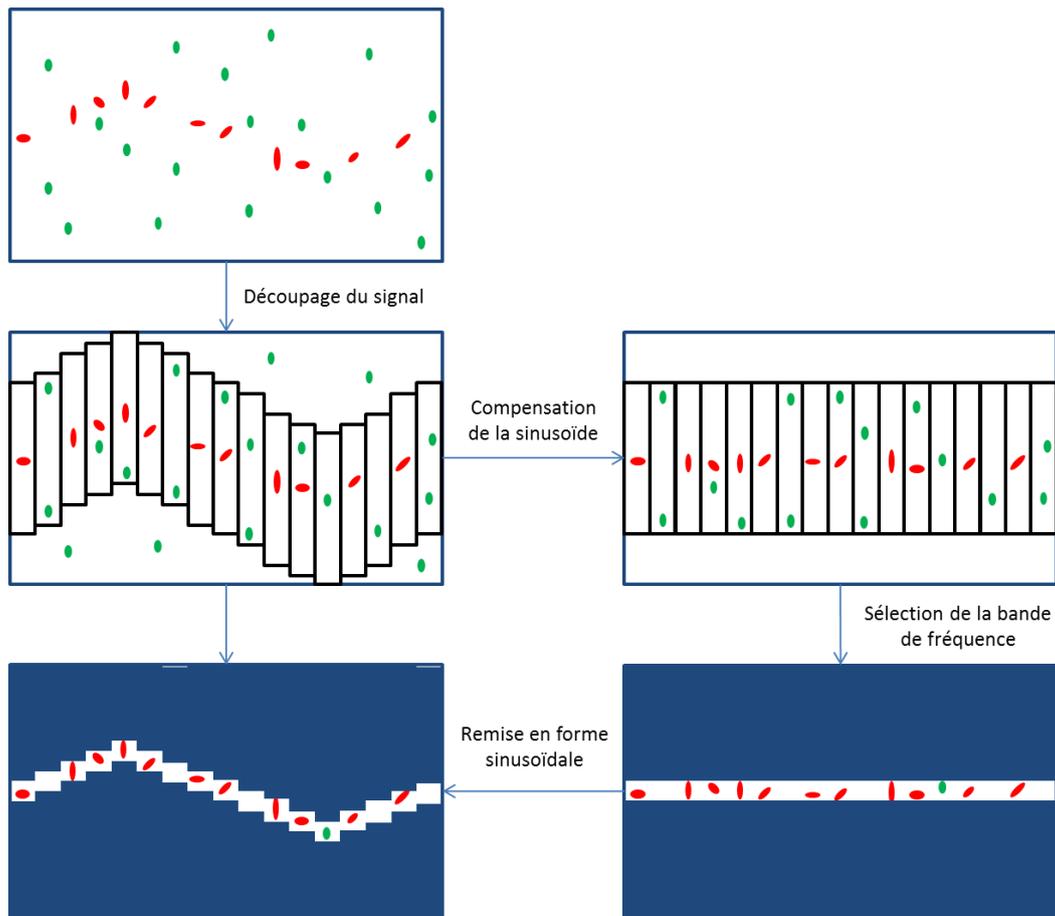


Figure 129 : Traitement statistique en configuration à balayage conique

En outre, du fait des variations de la vitesse radiale, le traitement statistique peut être utilisé pour la sélection de la bande de de fréquence utile (Figure 129) mais il ne permet pas d’estimer la vitesse radiale (mode secondaire), comme pour la configuration avec les axes fixes.

3.3.2.1.3. Estimation des paramètres du modèle et des caractéristiques des aérosols

Les méthodes d’estimations des quatre paramètres (durée, pente, fréquence centrale et amplitude) et des caractéristiques du modèle (rayon, distance au point de focalisation et vitesse radiale) sont identiques à celles proposées pour la configuration avec les axes fixes (2.4).

Une quatrième grandeur, la direction du faisceau $\vec{u}(t)$ à l’instant t_0 auquel chaque particule est détectée, est nécessaire pour estimer le vecteur vitesse air.

Pour une RTF quadratique dont l’expression est :

$$X(t, f) = CNR \exp\left(-\frac{C_1(t - t_0)^2 + C_2(f - f_0)^2 + C_3(t - t_0)(f - f_0)}{C_4}\right)$$

L’instant t_0 auquel chaque particule est détectée peut être estimé selon :

$$\hat{t}_0 = \frac{\int \int t \cdot X(t, f) dt df}{\int \int X(t, f) dt df}$$

La direction du faisceau $\vec{u}(t)$ s’exprime :

$$\vec{u}(\hat{t}_0) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \\ \cos(2\pi f_{rot}\hat{t}_0 + \varphi) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \\ \sin(2\pi f_{rot}\hat{t}_0 + \varphi) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \end{bmatrix}$$

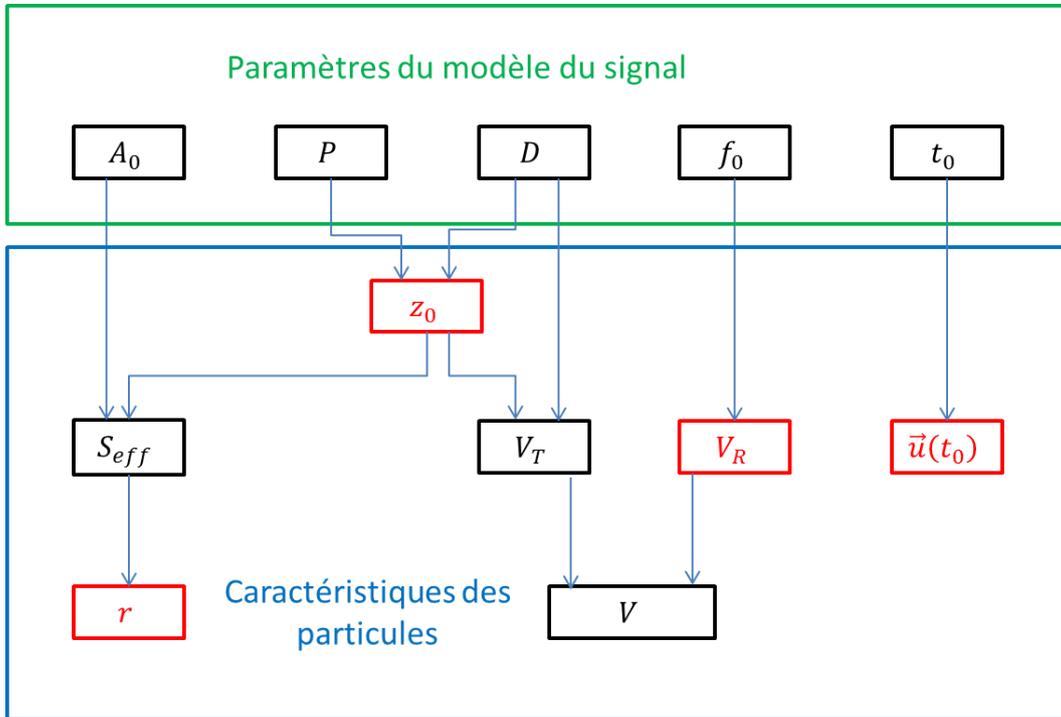


Figure 130 : Relation entre les paramètres de modèle du signal et les caractéristiques des particules

Dans la chaîne de traitement du signal LiDAR adaptée à la configuration à balayage conique, quatre grandeurs sont exploitées : la distance au point de focalisation z_0 et le rayon r pour sélectionner les aérosols utiles et la vitesse radiale V_R et la direction du faisceau $\vec{u}(t_0)$ pour estimer le vecteur vitesse air (Figure 130).

3.3.2.2. Inversion et estimation du vecteur vitesse air

L'estimation du vecteur vitesse est effectuée à partir des vitesses radiales estimées pour chaque particule détectée. La méthode utilisée est identique à celle de la configuration avec les axes fixes, excepté que, dans ce cas, chaque aérosol constitue un axe de mesure.

L'ensemble Γ comprend N_{AXE} axe LiDAR θ :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{N_{AXE}} \end{bmatrix}$$

$$\theta_n = [x_c \ \theta_c \ d_{foc} \ \Delta_F^n(\vec{u}(\hat{t}_0^n)) \ \phi_F^n(\vec{u}(\hat{t}_0^n)) \ \omega_0]$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance se ramène donc à la minimisation d'un critère des moindres carrés pondérés :

$$\widehat{\vec{V}}_{air} = \arg \min_{\vec{V}_{air}} \sum_{n=1}^{N_{AXE}} \left(\frac{V_{Rn}(\vec{V}_{air}) - \hat{V}_{Rn}}{\sigma_n} \right)^2$$

Avec N_{AXE} le nombre de signaux détectés, \hat{V}_{Rn} la vitesse radiale estimée et σ_n l'incertitude associée au signal n . σ_n est fixée à 0,25 m/s (turbulence de l'air à haute altitude).

Une simulation de Monte-Carlo a été réalisée dans le but de déterminer le nombre d'aérosols détectés minimal pour respecter les spécifications de précision pour cette configuration.

Les paramètres suivants ont été utilisés :

$$x_c = 5 \text{ m}; \theta_c = 77,5^\circ; d_{foc} = 0,39 \text{ m}; \Delta_C = 126^\circ; \phi_C = 24^\circ; \beta = 60^\circ; \omega_0 = 70 \mu\text{m}$$

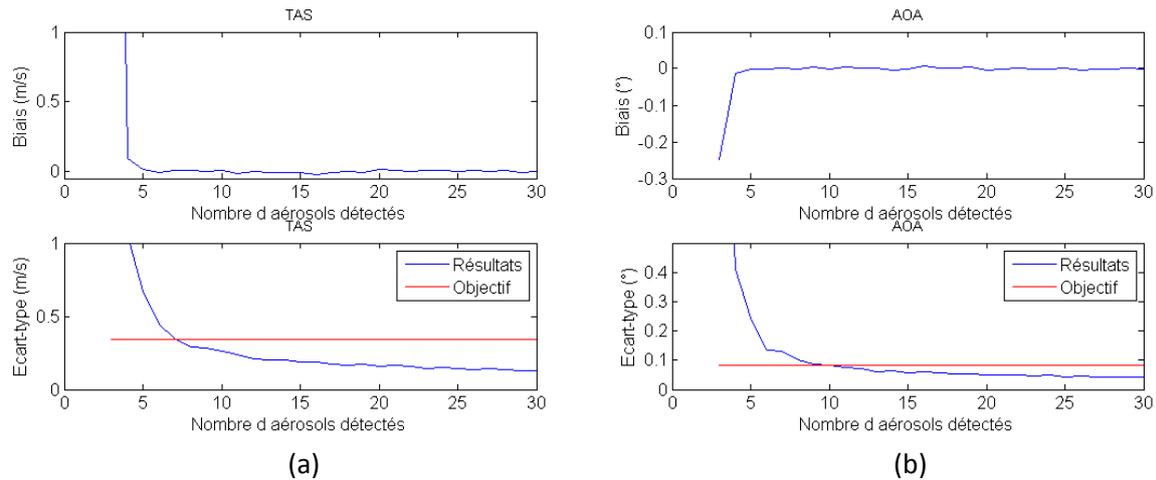


Figure 131 : Biases et écart-type sur l'estimation de la TAS (a) et de l'AOA (b)

Afin de répondre aux contraintes de précision sur l'estimation des deux grandeurs (TAS et AOA), il est nécessaire de détecter au moins dix aérosols utiles par période de 50 ms (Figure 131).

3.3.3. Comparaison des performances

Les performances des deux configurations ont été évaluées et comparées par simulation de Monte-Carlo sur une population de type « Fond Stratosphérique » avec le vecteur vitesse suivant :

$$TAS = 150 \text{ m/s}$$

$$AOA = 3^\circ$$

L'architecture des deux axes est la suivante :

$$\Theta_1 = [5 \text{ m } 77,5^\circ \text{ } 0,39 \text{ m } 126^\circ \text{ } 24^\circ \text{ } 70 \mu\text{m}]$$

$$\Theta_2 = [5 \text{ m } 77,5^\circ \text{ } 0,39 \text{ m } 145^\circ - 10^\circ \text{ } 70 \mu\text{m}]$$

Pour l'axe à balayage conique, les paramètres sont :

$$x_c = 5 \text{ m}; \theta_c = 77,5^\circ; d_{foc} = 0,39 \text{ m}; \Delta_C = 126^\circ; \phi_C = 24^\circ; \beta = 60^\circ; \omega_0 = 70 \mu\text{m}$$

Afin de comparer les configurations avec un coût identique, la puissance totale émise est de 2 W pour les deux configurations (1 W par axe pour une configuration à deux axes fixes et 2 W sur l'axe à balayage conique).

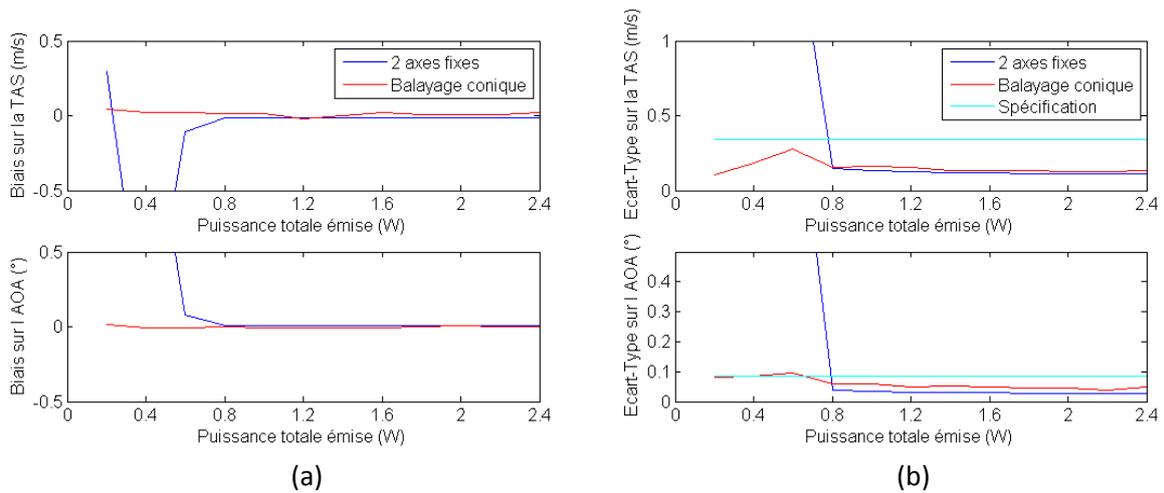


Figure 132 : Biais (a) et écart-type (b) sur l'estimation de la TAS et de l'AOA

À faible puissance (inférieure à 0,8 W), le biais et la variance pour la configuration à balayage conique sont très inférieurs à ceux de la configuration à deux axes fixes (Figure 132). Pour la configuration à balayage conique, le biais est quasiment nul et l'écart-type est inférieur aux spécifications pour la TAS et l'AOA sur toute la plage de puissance émise analysée.

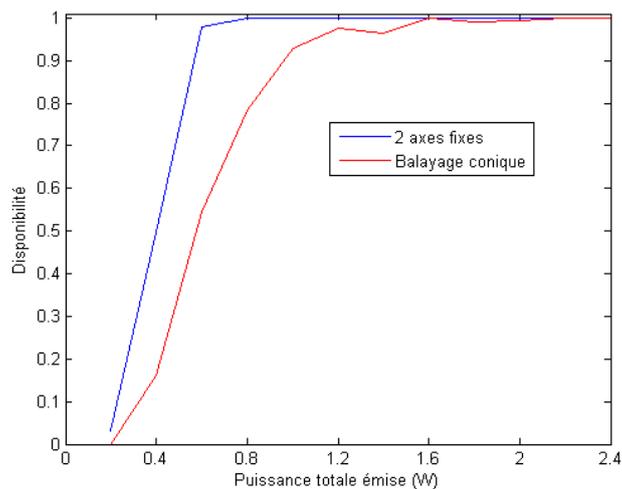


Figure 133 : Disponibilité

La disponibilité est la probabilité de fournir une estimation fiable du vecteur vitesse air. La configuration avec les axes fixes permet d'atteindre la disponibilité requise (0,999) à partir de 0,8 W contre 1,6 pour la configuration à balayage conique.

La principale différence entre les deux configurations est l'estimation de la vitesse radiale par le traitement statistique (mode secondaire). Cette méthode apporte un gain significatif pour la détection du signal utile (2.3.1).

La faible disponibilité de la configuration à balayage conique nous conduit à privilégier la configuration avec les axes fixes. Cette dernière respecte les spécifications pour une puissance émise totale de 0,8 W (0,4 W par axe). Néanmoins, pour une puissance totale de 2 W (fonctionnement nominal), les deux configurations ont les performances requises.

3.3.4. Conclusion

Une seconde configuration, utilisant un seul axe LiDAR en rotation, a été présentée. Le traitement adapté à cette configuration reprend l'essentiel des méthodes proposées pour la configuration avec des axes fixes. Les modifications nécessaires à certaines étapes ont été décrites.

Cette configuration présente des performances moindres qu'une configuration avec des axes fixes, notamment en termes de disponibilité. La différence s'explique par l'absence de mode secondaire, permettant d'estimer la vitesse radiale depuis le traitement statistique. Ce mode assure une bonne disponibilité dans des conditions de faible ensemencement en aérosols.

3.4. Conclusion

À partir d'un modèle d'écoulement autour d'un avion, une méthode d'inversion de ce modèle pour l'estimation du vecteur vitesse air a été proposée. Cette méthode présente de bonnes performances dans les situations étudiées. Puis, une procédure d'optimisation de l'architecture a été définie, fondée sur le modèle d'écoulement et la méthode d'inversion. Une architecture optimale a été déterminée dans une configuration à deux axes fixes.

Le modèle d'écoulement autour de l'avion utilisé est peu représentatif et l'interprétation des résultats reste limitée. L'objectif de ce chapitre consiste à formaliser le problème de l'estimation du vecteur vitesse air à partir des vitesses radiales locales et à définir une méthode d'optimisation. Par la suite, des études devront être réalisées avec des modèles plus réalistes afin de valider les méthodes proposées.

Une seconde configuration, avec un axe LiDAR à balayage conique, a été présentée. Les modifications apportées à la chaîne de traitement ont été présentées et une étude comparative des performances des deux configurations a été réalisée. Il apparaît que la configuration à deux axes fixes présente des performances supérieures dans des conditions de faible ensemencement en aérosols. L'apport du traitement statistique pour estimer la vitesse radiale (mode secondaire) permet un gain significatif en disponibilité dans le cas de la configuration avec les axes fixes.

4. Validation expérimentale

Une campagne d'essais a été réalisée à l'observatoire du Pic du Midi de Bigorre (64) en janvier 2014. Cette campagne d'acquisition de signal LiDAR a pour objectif de valider expérimentalement la chaîne de traitement du signal LiDAR proposée. L'apport du traitement statistique pour la détection de l'information sera particulièrement étudié.

Du fait de l'activité humaine, des essais à basse altitude ne sont pas représentatifs des masses d'air rencontrées aux altitudes de vol des avions de ligne. Le site du Pic du Midi est reconnu pour son air « pur » et bien adapté pour les observations météorologiques. En outre, cet observatoire dispose d'une plateforme d'instrumentation dotée de capteurs aérologiques dédiés à l'étude de l'atmosphère (Figure 134).

Plate-forme
d'instrumentation



Figure 134 : Plateforme d'instrumentation du Pic du Midi

L'originalité de ces essais, par rapport aux précédents essais en vol réalisés par Thales, consiste en l'exploitation de ces capteurs afin de caractériser les aérosols observés. Il est possible de corréliser les performances de la chaîne de traitement avec des données précises sur les masses d'air observées. Auparavant, seules des analyses qualitatives en fonction de phénomènes météorologiques (neige, grêle, pluie...) avaient été menées.

La présence d'aérosols parasites est due au fort gradient de vitesse induit par le passage de l'avion dans la masse d'air. Les grosses particules, dont l'inertie est importante, ont un temps de réponse plus long à la perturbation imposée et n'ont pas la vitesse des plus petites lors du croisement avec le faisceau. En revanche, dans une masse d'air au repos, tous les aérosols ont une vitesse identique et peuvent être exploités pour l'estimation de vitesse. C'est pourquoi ces essais ne permettent pas d'évaluer les performances de la méthode de sélection des aérosols utiles.

4.1. Installation – Matériel

Différents équipements ont été installés sur site pour l'acquisition du signal LiDAR et pour la caractérisation de la masse d'air observée.

4.1.1. Maquette LiDAR

La maquette est composée de deux éléments :

- Le caisson situé à l'extérieur du bâtiment contient le télescope (Figure 135). Le faisceau laser est focalisé à 50 cm pour un fonctionnement « monoparticules ». La direction des faisceaux laser est fixe : l'azimut est de 282° Ouest et l'élévation est de 8°. Le télescope est relié à la baie située à l'intérieur du bâtiment par fibre optique. Le caisson est étanche et il comprend un ventilateur, un chauffage et un essuie-glace afin de protéger les têtes optiques des conditions climatiques difficiles pouvant être rencontrées (Figure 136).



Figure 135 : Caisson installé sur la plateforme d'instrumentation

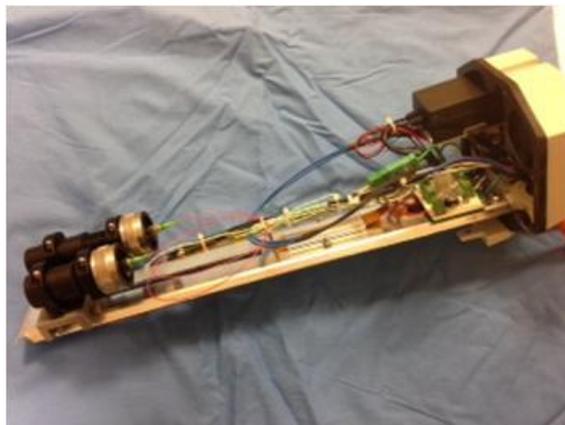


Figure 136 : Intérieur du caisson

- La baie 12 U 19'' située à l'intérieur du bâtiment (Figure 137) est composée de trois tiroirs. Le tiroir alimentation connecté au réseau et alimenté en 220 V. Le tiroir optique constitué d'un laser, d'un booster optique 1 W, d'un détecteur optique et de différentes servitudes. Une liaison fibrée permet de transmettre le signal optique au télescope et de recevoir le signal rétrodiffusé. Ce signal est converti en signal électrique qui est transmis par une liaison HF à l'enregistreur de données. Les fibres optiques ont une longueur de 12 m. L'architecture optique du LiDAR est similaire à celle décrite en 1.2.3. Un enregistreur de données permet une acquisition à haute cadence (la fréquence d'échantillonnage est de 200 MHz). Des acquisitions de 30 secondes de signal consécutives sont effectuées toutes les 5 minutes.



Figure 137 : Alimentations, tiroir optique et enregistreur

La densité spectrale de puissance du bruit σ_W a été estimée (Figure 138) en effectuant une acquisition de signal en coupant l'amplificateur optique pour annuler la puissance d'illumination et éviter la rétrodiffusion des aérosols tout en maintenant la puissance d'oscillateur local pour maintenir le même niveau de bruit qu'en fonctionnement normal. À très basse fréquence, le bruit dû aux réflexions du faisceau sur les lentilles d'émission apparaît. L'acquisition du bruit fournit également une référence pour le traitement statistique.

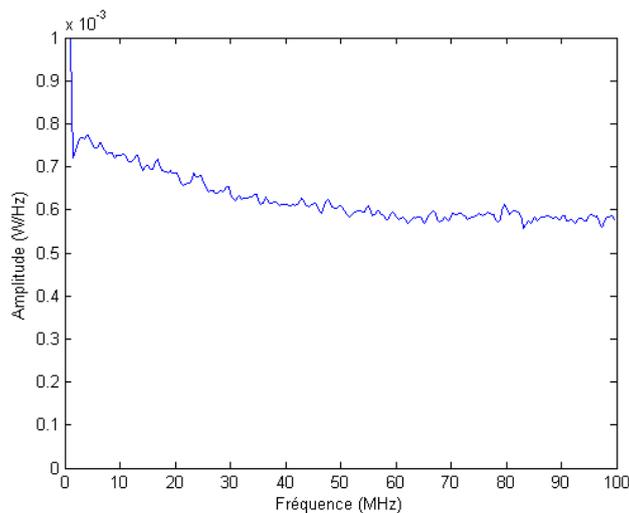


Figure 138 : Densité spectrale de puissance du bruit

4.1.2. Caractérisation de la masse d'air

Deux capteurs aérologiques ont été utilisés afin de mesurer les populations d'aérosols rencontrées. La veine d'air assurant le prélèvement des échantillons est installée sur la plate-forme d'instrumentation, à proximité du caisson (Figure 139).



Figure 139 : Veine d'air pour les capteurs aérologiques et anémomètre à ultrasons installés sur la plate-forme d'instrumentation

Le premier capteur, un SMPS (Scanning Mobility Particle Sizer) prêté par les équipes de Météo France permet de mesurer les particules de rayon compris entre 0,01 et 0,5 μm . Le second capteur, installé par le laboratoire d'aérogologie de l'université de Toulouse, possède une gamme de mesure allant de 0,3 à 10 μm .

Pour rappel, le système LiDAR est capable de détecter les aérosols de rayon supérieur à 0,2 μm .

Ces deux capteurs permettent de mesurer les distributions des rayons des particules (Figure 140).

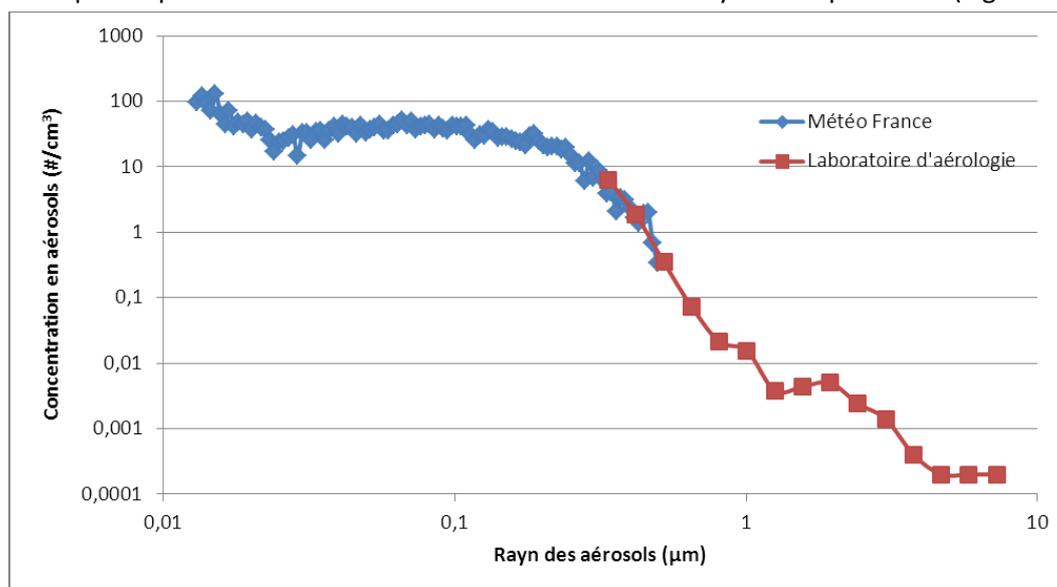


Figure 140 : Illustration des mesures effectuées par les deux capteurs aérologiques (enregistrement du 01/02/2014 à 00h00)

4.1.3. Anémomètre

Un anémomètre à ultrasons a été utilisé comme référence de vitesse. Cet anémomètre mesure le module et la direction du vent, avec une précision respectivement de 1 m/s et 1°. Les données enregistrées par cet anémomètre sont accessibles via la base de données PAES [50].

Du fait des contraintes d'installation sur la plateforme, l'anémomètre est situé à environ 5 m du volume de mesure du LiDAR. Par conséquent, la vitesse de la masse d'air peut varier entre les deux capteurs. La faible résolution de l'anémomètre et la distance entre les deux capteurs rendent difficile l'évaluation de la précision de la mesure effectuée par le capteur LiDAR. L'étude se concentrera sur l'évaluation du gain en disponibilité apporté par les méthodes proposées.

4.2. Résultats

Deux essais ont été sélectionnés afin de mettre en évidence les progrès effectués grâce aux méthodes de traitement du signal présentées. Le but premier est d'évaluer le gain en disponibilité apporté par les méthodes de détection.

Les capteurs aérologiques ont permis d'isoler une période d'acquisition dans des conditions de faible ensemencement en aérosols. Le capteur est en fonctionnement normal durant cet essai.

Le second essai a consisté à faire varier la puissance émise, de 18 à 30 dBm, dans le but de simuler des conditions de faible ensemencement.

4.2.1. Premier essai

Le premier essai a été réalisé par temps clair, dans des conditions de faible ensemencement en aérosols. La distribution des rayons observée est proche de celle du « Fond Stratosphérique » utilisé pour les simulations (Figure 141).

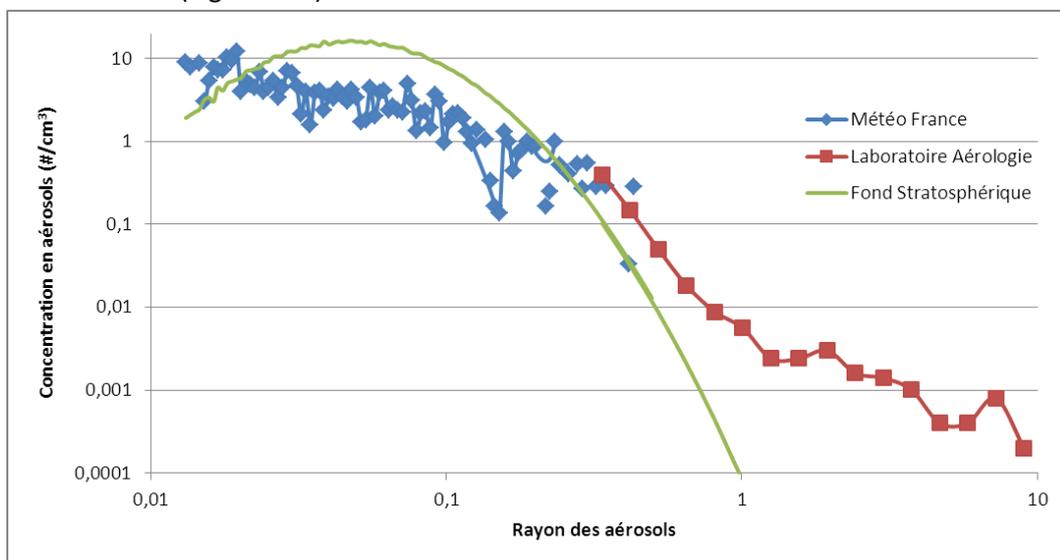


Figure 141 : Distribution des rayons des aérosols observés lors de l'essai comparée à la distribution de type « Fond Stratosphérique »

Au cours de cet essai, 31 acquisitions de 30 s de signal espacées de cinq minutes ont été effectuées. A chaque acquisition, la vitesse de référence, ainsi que la concentration en aérosols et la distribution

des rayons ont été enregistrées. Chaque acquisition de 30 s permet de réaliser 600 périodes de 50 ms.

L'objectif est d'évaluer la disponibilité de la mesure en fonction de la concentration en aérosols. La concentration en aérosols utiles (dont le rayon compris entre 0,3 et 10 μm) est utilisée. Durant l'essai, elle varie de 0,6 à 1,8 particules par cm^{-3} . Elle a été mesurée par le capteur aérologique fourni par le laboratoire d'aérologie.

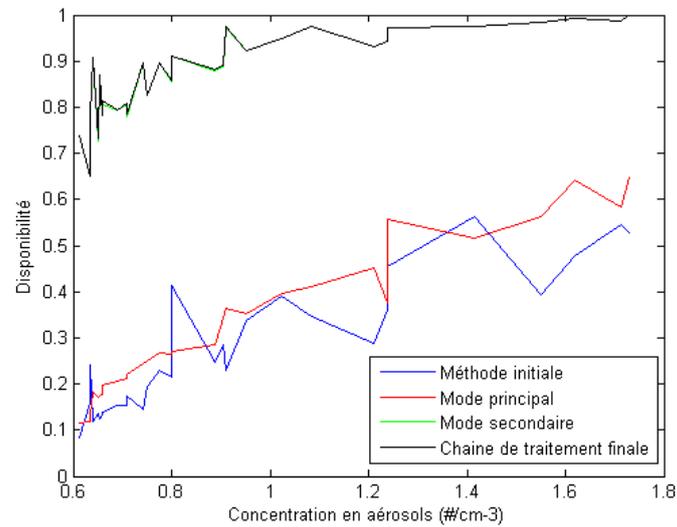


Figure 142 : Disponibilité de la mesure de la vitesse radiale en fonction de la concentration en aérosols

La disponibilité est la probabilité de fournir une estimation fiable de la vitesse radiale. Dans les conditions de l'essai, la disponibilité dépend essentiellement de la capacité de la chaîne de traitement à détecter suffisamment d'information utile pour l'estimation de la vitesse. Il apparaît que le traitement proposé apporte un gain important sur la disponibilité de l'estimation de la vitesse radiale (Figure 142). Ce gain est d'environ 0,5 point et la disponibilité obtenue est supérieure à 0,97 pour une concentration en particules supérieure à 1,2 aérosols par cm^{-3} . Elle est de 1 (600 sur 600) pour la concentration maximale observée (1,73 aérosols par cm^{-3}).

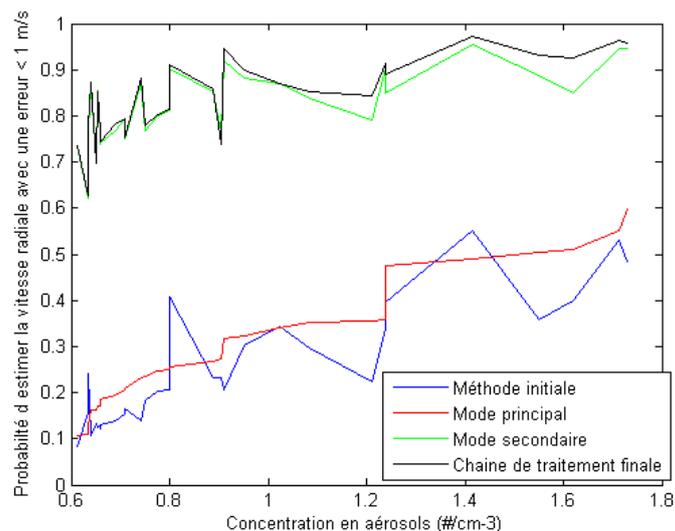


Figure 143 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 1 m/s en fonction de la concentration en aérosols

Les vitesses radiales estimées sont comparées à la vitesse de référence enregistrée par l'anémomètre. Pour rappel, l'anémomètre et le capteur LiDAR sont distants de 5 m environ et la vitesse de la masse d'air n'est pas strictement identique entre les deux capteurs. C'est pourquoi l'erreur tolérée sur la vitesse radiale est importante (1 m/s).

La chaîne de traitement proposée a des performances bien supérieures au traitement initial (Figure 143). Elle permet d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 1 m/s avec une probabilité supérieure à 0,9 pour une concentration supérieure à 1,2 aérosols par cm^{-3} .

Le mode secondaire fondé sur le traitement statistique et adapté aux conditions de faible ensemencement en particules est la principale contribution à l'amélioration des performances observée entre les deux chaînes de traitement.

Les discontinuités observées sur les figures ci-dessus proviennent d'autres facteurs météorologiques, comme l'humidité, non pris en compte dans cette analyse mais pouvant influencer, dans un degré moindre que la concentration en aérosols, sur les performances du capteur LiDAR.

4.2.2. Deuxième essai

Le second essai a été réalisé dans des conditions plus favorables en termes d'ensemencement en particules (Figure 144).

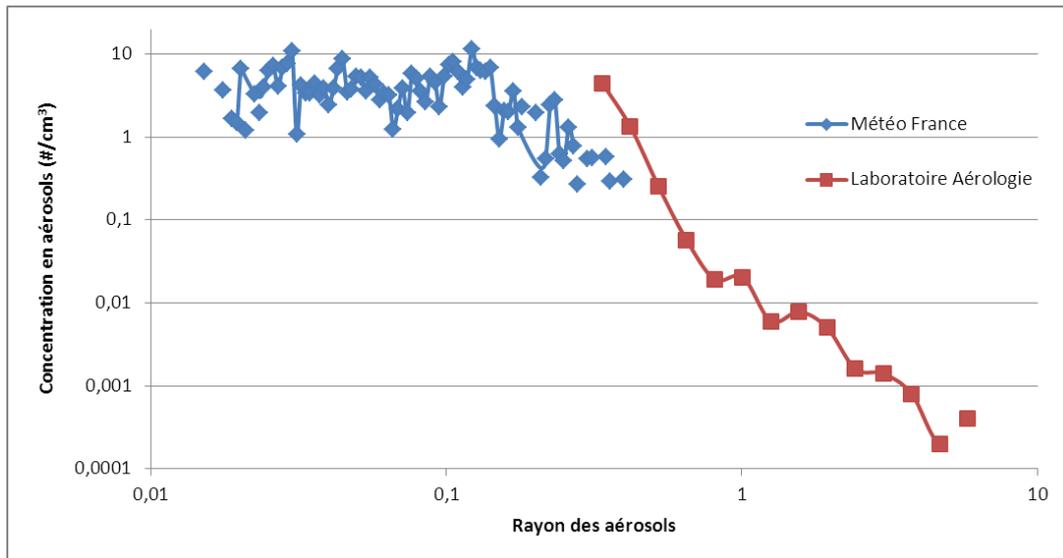


Figure 144 : Distribution des rayons des aérosols observés lors de l'essai

Afin de simuler un faible ensemencement, la puissance émise a été réduite, de 30 à 18 dBm, comme pour les simulations présentées en 2.6.

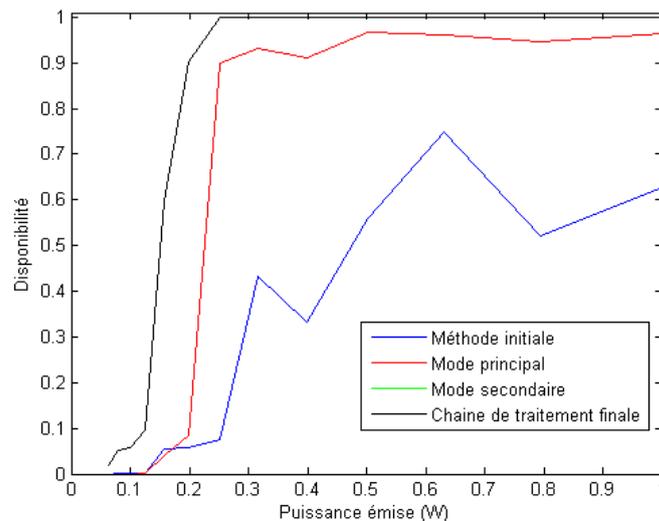


Figure 145 : Disponibilité de la mesure de la vitesse radiale en fonction de la puissance émise

Quand la puissance émise est supérieure à 23 dBm (0,25 W), la chaîne de traitement proposée permet d'atteindre une disponibilité de 1 (600 sur 600) dans des conditions plus favorables que lors du précédent essai (la concentration en aérosols est supérieure à 6 particules par cm^{-3}). Le mode principal ne permet pas d'atteindre une disponibilité supérieure à 0,95 (Figure 145).

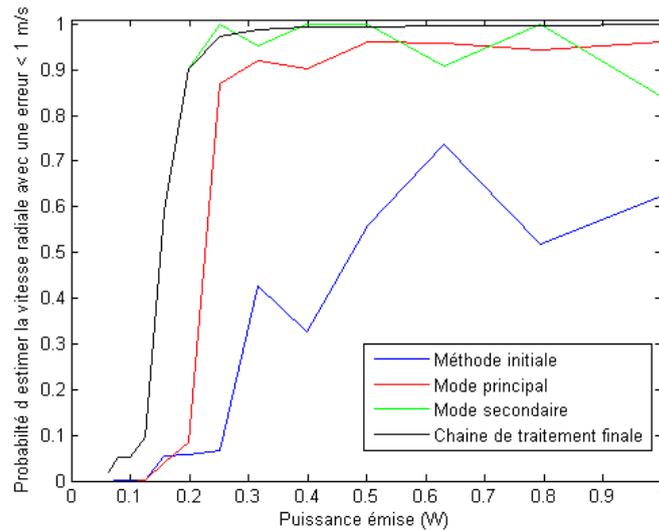


Figure 146 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 1 m/s en fonction de la puissance émise

La chaîne de traitement présente de bonnes performances pour les puissances émises supérieures à 0,35 W : la probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 1 m/s est supérieure à 0,99 (Figure 146). Le mode secondaire permet de combler les 5 à 10 % des cas pour lesquels le mode principal ne parvient pas à effectuer une estimation fiable de la vitesse radiale.

4.3. Conclusion

La campagne d'essais effectuée à l'observatoire du Pic du Midi avait pour objectif de valider expérimentalement la chaîne de traitement du signal LiDAR proposée. L'étude présentée s'est portée sur l'apport du mode secondaire fondé sur le traitement statistique adapté aux situations de faible ensemencement.

Il apparaît que ce mode apporte un gain important dans les situations rencontrées et permet d'atteindre la disponibilité requise.

5. Conclusion générale

Travaux effectués

L'objectif de cette thèse est le développement de méthodes de traitement pour un anémomètre laser Doppler. Ces travaux s'inscrivent dans le cadre d'un projet de développement d'un capteur de vitesse air embarqué sur aéronef initié par Thales Avionics.

L'étude a d'abord portée sur la chaîne de traitement du signal appliquée à chaque axe LiDAR. Le traitement initial présentant de bonnes performances dans les situations classiques, les efforts ont été axés sur les cas plus marginaux.

Fondées sur une représentation temps-fréquence non-paramétrique, des méthodes de détection, d'estimation et de sélection ont été proposées afin de répondre à la grande variété de conditions atmosphériques rencontrées. Plusieurs innovations majeures sont apportées par les travaux présentés, parmi lesquelles un traitement statistique permettant de détecter efficacement la bande de fréquence contenant du signal utile dans des conditions de faible ensemencement en particules. Puis, une méthode de sélection des aérosols utiles, selon des critères de taille et de position, améliore la précision de l'estimation de la vitesse lors des vols à basse altitude, ou dans des nuages. Enfin, un estimateur robuste de la vitesse radiale et de l'incertitude associée permet de contrôler la fiabilité de la mesure.

À partir du traitement statistique, un mode secondaire, suppléant le principal dans les conditions extrêmes, a été élaboré pour estimer la vitesse radiale. Ce mode présente des performances élevées en cas de raréfaction des particules. La chaîne de traitement est capable, selon des critères simples, de déterminer le mode de fonctionnement adéquat et de s'adapter aux conditions rencontrées.

Évaluées par simulation, la chaîne de traitement a des performances intéressantes vis-à-vis des spécifications tout en respectant les contraintes de coût inhérentes au fonctionnement temps-réel du capteur. Une validation expérimentale est également proposée. Elle met en avant les progrès apportés par le traitement statistique pour la détection du signal utile en conditions de faible ensemencement en aérosols. Par ailleurs, la présence d'aérosols parasites étant due au fort gradient de vitesse induit par le passage de l'avion dans la masse d'air, des essais en vol semblent nécessaires pour évaluer les méthodes de sélection des aérosols utiles et d'estimation robuste.

Le second axe d'étude a été l'instrumentation du capteur. L'objet de cette partie est principalement la formalisation des problèmes et la définition de méthodes de résolution. L'interprétation des résultats se retrouve limitée par la faible représentativité du modèle d'écoulement utilisé. Tout d'abord, une méthode de résolution de problèmes inverses pour l'estimation du vecteur vitesse air a été proposée et les résultats obtenus par simulation sont prometteurs. Ensuite, une procédure d'optimisation de l'architecture du système a été définie. Ces techniques génériques peuvent s'appliquer aux différentes configurations du capteur (deux ou quatre axes fixes, balayage conique). Une seconde configuration, avec un axe à balayage conique, a été présentée et la chaîne de traitement adaptée à cette configuration a été proposée. La principale différence, par rapport à la configuration avec des axes fixes, est l'absence du mode secondaire pour l'estimation de la vitesse radiale. Une analyse comparative a montré des performances supérieures avec une configuration

avec des axes fixes par rapport à l'utilisation d'un axe à balayage conique dans des conditions de faible ensemencement.

Perspectives

Les travaux présentés ont abouti à la définition d'une chaîne de traitement adaptée à un anémomètre laser Doppler embarqué sur avion. Les résultats permettent de quantifier l'apport des méthodes décrites et l'une des étapes les plus innovantes a également été validée expérimentalement. Une première perspective consiste à mettre en œuvre la chaîne de traitement dans des conditions réelles (essais en vol). L'objectif de ce type d'essais serait de sonder une grande variété de conditions atmosphériques et d'évaluer le gain apporté et les faiblesses éventuelles du traitement proposé en fonction de ces conditions.

En outre, l'évaluation de la méthode d'estimation du vecteur vitesse air requiert un modèle aérodynamique très précis de l'avion utilisé. Par la suite, des travaux devront être menés, certainement en collaboration étroite avec un avionneur, pour obtenir un modèle plus complet.

Une seconde perspective est l'exploitation de certaines informations estimées de manière peu précise et pouvant potentiellement être utilisées à d'autres fins. Par exemple, la méthode d'estimation proposée ne permet que d'estimer un intervalle de valeurs pour le rayon des aérosols. Une approche bayésienne, fondée sur l'a priori que les rayons des aérosols sont distribués selon une loi log normale, peut être envisagée. Une première étape consiste à analyser collectivement les signaux afin d'estimer les paramètres de cette distribution. Ces paramètres permettent de réduire l'intervalle estimé sur le rayon.

Une méthode d'estimation du module de la vitesse de chaque aérosol détecté a été présentée et évaluée. Ses performances ne permettent pas d'exploiter ces informations dans le capteur étudié. Néanmoins, un système de mesure de vitesse nécessitant des performances moindres, et non soumis à des perturbations du champ local, pourrait se satisfaire de cette méthode d'estimation. Par ailleurs, une telle méthode ne nécessiterait que deux axes pour estimer le vecteur vitesse air 3D (*TAS, AOA, SSA*).

Certaines méthodes, comme le traitement statistique, peuvent également être étendues à d'autres applications. L'utilisation de cette technique requiert deux conditions : une variation lente du paramètre d'intérêt (la fréquence Doppler ou la vitesse radiale dans le cas présent) afin d'estimer la fonction de répartition sur un grand nombre d'échantillons, et une statistique du bruit connue et stationnaire. L'utilisation du traitement statistique comme estimateur de la vitesse radiale est limitée par son incapacité à différencier les aérosols utiles des parasites. En outre, l'estimateur utilisé en mode secondaire n'est pas robuste. Néanmoins, pour une application réunissant les deux premières conditions et n'ayant pas les mêmes exigences que le capteur de vitesse air, ce mode, défini comme secondaire dans notre cas, pourrait constituer la chaîne de traitement à lui seul, supprimant ainsi les étapes de détection individuelle des signaux et d'estimation. Sa simplicité d'implémentation en ferait une solution intéressante pour un système temps-réel avec peu de ressources disponibles.

Une étude complémentaire visant à améliorer la précision et la robustesse de l'estimation de la vitesse radiale à partir du traitement statistique devra être menée. Par exemple, en l'état actuel, la bande de fréquence dont l'écart avec la distribution de référence est la plus élevée est considérée comme la bande de fréquence du signal utile. Or, si une fausse alarme présente un écart avec la

statistique de supérieur à celui du signal utile, la vitesse radiale estimée à partir de cette fausse alarme sera considérée comme la vitesse des aérosols. Une voie d'amélioration de la robustesse du mode secondaire serait de prendre en compte les estimations précédentes, en supposant que la vitesse air varie peu sur une courte durée (inférieure à une seconde). Au contraire, sur deux périodes indépendantes, la probabilité que deux fausses alarmes consécutives conduisent à des bandes de fréquence identiques est très faible.

6. Annexes

6.1. Expression du courant hétérodyne

Soit z l'axe de propagation du faisceau laser et d la distance à l'axe ($d^2 = x^2 + y^2$).

Une particule se déplace linéairement dans le plan $y = y_0$. À $t = t_0$, elle croise l'axe du faisceau laser et $x(t_0) = 0$, $z(t_0) = z_0$.

Les coordonnées de la particule à tout instant sont :

$$\begin{aligned}x(t) &= V \sin(\theta) (t - t_0) = V_T(t - t_0) \\y(t) &= y_0 \\z(t) &= V \cos(\theta) (t - t_0) + z_0 = V_R(t - t_0) + z_0\end{aligned}$$

Dans le cas d'un faisceau gaussien, l'amplitude du champ électrique complexe en tout point de l'espace (d, z) s'exprime :

$$E(d, z) = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp\left(-\frac{d^2}{\omega^2(z)}\right) \exp\left(-ikz - ik \frac{d^2}{2R(z)} + i \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)\right)$$

Avec $R(z)$ le rayon de courbure des fronts d'onde.

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right)$$

$$\text{Et } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

L'éclairement en tout point de l'espace (d, z) est :

$$I(d, z) = \frac{|E(d, z)|^2}{2\eta} = \frac{2P_E}{\pi\omega^2(z)} \exp\left(-\frac{2d^2}{\omega^2(z)}\right)$$

η est l'impédance caractéristique du milieu de propagation. Dans l'air, son expression est :

$$\eta = n \cdot c \cdot \varepsilon$$

n est l'indice de réfraction du milieu, c est la vitesse de la lumière dans le vide et ε est la permittivité du milieu.

L'intensité rétrodiffusée par une particule de section efficace de rétrodiffusion S_{eff} vaut :

$$I_{retro}(d, z) = I(d, z) S_{eff}$$

La puissance rétrodiffusée, couplée dans la fibre s'exprime :

$$P_{SR}(d, z) = \frac{2\lambda^2}{\pi} \frac{1}{\omega^2(z)} \exp\left(-\frac{2d^2}{\omega^2(z)}\right) I_{retro}(d, z) = \frac{4\lambda^2}{\pi^2\omega^4(z)} \exp\left(-\frac{4d^2}{\omega^2(z)}\right) P_E S_{eff}$$

La phase du courant hétérodyne vaut :

$$\varphi(d, z) = 2 \arg(E(d, z)) = 2 \left(-kz - k \frac{d^2}{2z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right)} + \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \right)$$

Le courant hétérodyne produit par le détecteur s'écrit :

$$i_{het}(t) = 2S_D \sqrt{P_{OL} P_{SR}(t)} \cos(\varphi(t))$$

$$= \frac{4\lambda S_D \sqrt{P_e P_{OL} S_{eff}}}{\pi \omega^2(z(t))} \exp\left(-2 \frac{x^2(t) + y_0^2}{\omega^2(z(t))}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} \left(z(t) + \frac{x^2(t) + y_0^2}{2z(t) \left(1 + \left(\frac{z_R}{z(t)}\right)^2\right)}\right) + 2 \arctan\left(\frac{z(t)}{z_R}\right)\right)$$

Le temps de passage d'une particule dans le faisceau laser est très court, de l'ordre de la microseconde. De ce fait, la variation de $z(t)$ sur cette période est faible. Si la particule est dans le faisceau de t_{deb} à t_{fin} , $V_T(t_{fin} - t_{deb}) \rightarrow 0$ et, pour $t \in [t_{deb}; t_{fin}]$, $z(t) = z_0$

Le courant hétérodyne peut alors s'exprimer :

$$i_{het}(t) = \frac{4\lambda S_D \sqrt{P_e P_{OL} S_{eff}}}{\pi \omega^2(z_0)} \exp\left(-\frac{2y_0^2}{\omega^2(z_0)}\right) \exp\left(-\frac{2V_T^2}{\omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)} (t - t_0)^2\right) \cos\left(2\pi \left(\frac{2V_R}{\lambda} + \frac{1}{2} \frac{2V_T^2}{\lambda z_0 \left(1 + \left(\frac{z_R}{z_0}\right)^2\right)}\right) + \phi_0\right)$$

6.2. Calcul du facteur de correction

Le signal $s(t)$ a un temps central t_0 qui correspond à l'instant où l'amplitude du signal est maximale et vaut A_0 . Sur le spectrogramme, les points qui dépassent le seuil de détection sont compris dans l'intervalle $[t_0 - b; t_0 + b]$.

Nous estimons σ selon :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\int_{t_0-b}^{t_0+b} (t - t_0)^2 p(t) dt}{\int_{t_0-b}^{t_0+b} p(t) dt}$$

Avec

$$p(t) = p_0 \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Nous avons :

$$\int_{t_0-b}^{t_0+b} (t - t_0)^2 p(t) dt = p_0 \left(\sqrt{2\pi}\sigma^3 \operatorname{erf}\left(-\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right) - 2b\sigma^2 \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right) \right)$$

$$\int_{t_0-b}^{t_0+b} p(t) dt = p_0 \sqrt{2\pi}\sigma \operatorname{erf}\left(-\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

D'où,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma^3 \operatorname{erf}\left(-\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right) - 2b\sigma^2 \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right)}{p_0 \sqrt{2\pi}\sigma \operatorname{erf}\left(-\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right)} = \sigma^2 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} b \sigma \frac{\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right)}{\operatorname{erf}\left(-\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right)}$$

Le facteur de correction vaut :

$$C_f = \frac{\sigma^2}{\hat{\sigma}^2} = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{\sigma} \frac{\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right)}{\operatorname{erf}\left(-\frac{b}{\sqrt{2}\sigma}\right)} \right)^{-1} = f\left(\frac{b}{\sigma}\right)$$

Et $p(t_0 \pm b) = p_0 \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right) = p_b$ donc

$$\frac{b}{\sigma} = \sqrt{2 \ln\left(\frac{p_0}{p_b}\right)}$$

6.3. Calculs de la matrice de Fisher et des bornes de Cramer-Rao

Le vecteur γ des paramètres du signal $s(t)$ est :

$$\gamma = [A_0 \quad D \quad t_0 \quad f_0 \quad P]^T$$

Avec

$$s(t) = A_0 \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) + w(t)$$

La matrice de Fisher F_i est composée des éléments suivants :

$$F_{j,k} = \frac{1}{\sigma_w^2} \int \frac{\partial s(t)}{\partial \gamma_j} \frac{\partial s(t)}{\partial \gamma_k} dt$$

Avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial s(t)}{\partial A_0} &= \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) \\ \frac{\partial s(t)}{\partial D} &= \frac{16A_0(t-t_0)^2}{D^3} \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) \\ \frac{\partial s(t)}{\partial t_0} &= A_0 \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \left(\frac{16(t-t_0)}{D^2} \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) + \right. \\ &\quad \left. 2\pi P(t-t_0) \sin\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) \right) \\ \frac{\partial s(t)}{\partial f_0} &= -2\pi t A_0 \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \sin\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) \\ \frac{\partial s(t)}{\partial A_0} &= -\pi A_0 (t-t_0)^2 \exp\left(-\frac{8(t-t_0)^2}{D^2}\right) \sin\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{P}{2}(t-t_0)^2\right)\right) \end{aligned}$$

La matrice de Fisher vaut donc :

$$F_i = \frac{1}{\sigma_w^2} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\pi}D}{8} & \frac{A_0\sqrt{\pi}}{16} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{A_0\sqrt{\pi}}{16} & \frac{3A_0^2\sqrt{\pi}}{32D} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_0^2 \left(\frac{\sqrt{\pi}}{D} + \frac{\pi^{5/2}D^3P^2}{64} \right) & -\frac{A_0^2\pi^{5/2}D^3P}{128} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{A_0^2\pi^{5/2}D^3P}{128} & \frac{A_0^2\pi^{5/2}D^3}{64} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3A_0^2\pi^{5/2}D^5}{8192} \end{bmatrix}$$

Et les bornes de Cramer-Rao sont les éléments sur la diagonale de F_i^{-1} :

$$\begin{aligned} \text{CRB}(A_0) &= \frac{12\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}D} \\ \text{CRB}(D) &= \frac{16D\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}A_0^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{CRB}(t_0) &= \frac{D\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}A_0^2} \\ \text{CRB}(f_0) &= \frac{\left(\frac{64}{\pi^2 D^3} + P^2 D\right)\sigma_w^2}{\sqrt{\pi}A_0^2} \\ \text{CRB}(P) &= \frac{8192\sigma_w^2}{3\pi^{\frac{5}{2}}A_0^2 D^5}\end{aligned}$$

6.4. Calcul des incertitudes

6.4.1. Distance au point de focalisation

Nous avons :

$$z_0 = \frac{PD^2\pi z_R}{8}$$

L'incertitude sur z_0 s'exprime :

$$\Delta z_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial z_0}{\partial D}\right)^2 \Delta D^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial P}\right)^2 \Delta P^2} = \sqrt{\left(\frac{PD\pi z_R}{4}\right)^2 \Delta D^2 + \left(\frac{D^2\pi z_R}{8}\right)^2 \Delta P^2} = z_0 \sqrt{4 \frac{\Delta D^2}{D^2} + \frac{\Delta P^2}{P^2}}$$

L'incertitude sur la durée est :

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\sqrt{CRB(D)}}{D} = 4\pi^{-1/4} \frac{1}{\sqrt{D \cdot SNR}}$$

L'incertitude sur la pente vaut :

$$\frac{\Delta P}{P} = 8\sqrt{2/3} z_R \pi^{-1/4} \frac{1}{z_0 \sqrt{D \cdot SNR}} = 2 \sqrt{\frac{2 z_R}{3 z_0}} \frac{\Delta D}{D}$$

D'où :

$$\Delta z_0 = 2 \frac{\Delta D}{D} \sqrt{z_0 + \frac{2}{3} z_R}$$

6.4.2. Rayon des aérosols

Le rayon est estimé à partir de la surface de rétrodiffusion selon l'expression :

$$\hat{r} = K(i_R, \lambda) \sqrt{\hat{S}_{eff}}$$

Avec $K(i_R, \lambda)$ une fonction dépendant de l'indice de réfraction de la particule i_R et de la longueur d'onde λ .

L'estimateur de la surface de rétrodiffusion s'exprime :

$$\hat{S}_{eff} = \frac{\hat{A}_0^2 \pi^2 \omega_0^4 \left(1 + \left(\frac{\hat{z}_0}{z_R}\right)^2\right)^2}{16\lambda^2 S_D^2 P_E P_{OL}} \exp\left(\frac{4\hat{y}_0^2}{\omega_0^2 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)}\right)$$

Avec

$$\hat{y}_0 = \frac{\omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\hat{z}_0}{z_R}\right)^2}}{\sqrt{2}}$$

Et l'incertitude associée à cet estimateur est :

$$\Delta S_{eff} = \sqrt{\left(\frac{\partial S_{eff}}{\partial A_0}\right)^2 \Delta A_0^2 + \left(\frac{\partial S_{eff}}{\partial z_0}\right)^2 \Delta z_0^2}$$

$$= \sqrt{\left(2A_0 \frac{\pi^2 \omega_0^4 \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)^2}{16\lambda^2 S_D^2 P_E P_{OL}} \exp(2)\right)^2 \Delta A_0^2 + \left(\frac{\hat{A}_0^2 \pi^2 \omega_0^4}{16\lambda^2 S_D^2 P_E P_{OL}} 4 \frac{z_0}{z_R^2} \left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right) \exp(2)\right)^2 \Delta z_0^2}$$

$$= S_{eff} \sqrt{\left(\frac{2\Delta A_0}{A_0}\right)^2 + \left(2 \frac{z_0}{z_0^2 + z_R^2} \Delta z_0\right)^2}$$

L'incertitude sur l'estimation du rayon vaut :

$$\Delta r = \frac{\partial r}{\partial S_{eff}} \Delta S_{eff} = r \frac{\Delta S_{eff}}{2S_{eff}}$$

6.4.3. Module de la vitesse

Le module de la vitesse s'exprime :

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_T^2}$$

L'expression de l'incertitude sur le module de la vitesse est :

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial V_R}\right)^2 \Delta V_R^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial V_T}\right)^2 \Delta V_T^2} = \sqrt{\left(\frac{V_R}{V} \Delta V_R\right)^2 + \left(\frac{V_T}{V} \Delta V_T\right)^2}$$

$$= \sqrt{(\Delta V_R \cos(\theta))^2 + (\Delta V_T \sin(\theta))^2}$$

La vitesse radiale est proportionnelle à la fréquence Doppler selon :

$$V_R = \frac{\lambda f_0}{2}$$

L'incertitude associée est :

$$\Delta V_R = \frac{\lambda}{2} \Delta f_0$$

L'expression de la vitesse transversale est :

$$V_T = \frac{2\omega_0}{D} \sqrt{1 + \left(\frac{PD^2\pi}{8}\right)^2}$$

L'incertitude associée est :

$$\Delta V_T = \sqrt{\left(\frac{\partial V_T}{\partial D}\right)^2 \Delta D^2 + \left(\frac{\partial V_T}{\partial P}\right)^2 \Delta P^2} = V_T \sqrt{\left(\left(1 - 2 \frac{\left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}{1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}\right) \frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}{1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2} \frac{\Delta P}{P}\right)^2}$$

$$= V_T \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{\left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{z_0}{z_R}\right)^2\right)^2} \frac{\Delta D}{D}}$$

Avec :

$$\frac{\Delta P}{P} = 2 \sqrt{\frac{2 z_R \Delta_D}{3 z_0 D}}$$

Table des illustrations

Figure 1 : Tableau de bord d'un avion	9
Figure 2 : Angle d'incidence (AOA).....	10
Figure 3 : Angle de dérapage (SSA)	10
Figure 4 : Forces exercées sur un avion	10
Figure 5 : Coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence	11
Figure 6 : Décollement des filets d'air sur l'aile	12
Figure 7 : Illustration de la trainée	12
Figure 8 : Anémomètre laser installé sur avion.....	14
Figure 9 : Spectres de Mie et de Rayleigh [7].....	15
Figure 10 : Surface de rétrodiffusion en fonction du rayon.....	16
Figure 11 : Représentation du volume de mesure dans le faisceau optique	17
Figure 12 : Architecture optique	17
Figure 13 : Fonctionnement du circulateur.....	18
Figure 14 : Définition des repères	19
Figure 15 : Densité spectrale de puissance du bruit du laser à basse fréquence	19
Figure 16 : Spectre du RIN.....	20
Figure 17 : Détection équilibrée.....	20
Figure 18 : Distribution des rayons des particules selon la population [10].....	21
Figure 19 : Iso-puissance rétrodiffusée selon rayon de la particule	22
Figure 20 : Nombre de particules détectées en fonction du rayon	23
Figure 21 : Illustration de la méthode de sélection du détecteur.....	24
Figure 22 : Chaîne de traitement	28
Figure 23 : Illustration des caractéristiques d'une particule.....	31
Figure 24 : Relation entre les paramètres de modèle du signal et les caractéristiques des particules	34
Figure 25 : Méthode combinant une RTF et la TO adaptée à la distance au point de focalisation	43
Figure 26 : Spectrogramme	45
Figure 27 : Spectrogramme réalloué et support du spectrogramme (ellipse).....	45
Figure 28 : Vecteur de réallocation pour un chirp gaussien	46
Figure 29 : Densité de probabilité des vecteurs de réallocation pour un chirp avec un SNR faible	47
Figure 30 : Densité de probabilité des vecteurs de réallocation pour un chirp avec un SNR important	48
Figure 31 : Densité de probabilité des vecteurs de réallocation pour un bruit seul.....	48
Figure 32 : Evolution des densités de probabilité pour le point à $t = t_0$ et $f = 49$ Hz.....	49
Figure 33 : Méthode de détection.....	54
Figure 34 : Illustration du traitement statistique	55
Figure 35 : Résultat du traitement statistique	56
Figure 36 : Comparaison des méthodes de test d'adéquation, pleine échelle (a) et zoom (b)	57
Figure 37 : Probabilité de détection dans la bande de fréquence des signaux utiles à partir du traitement statistique en fonction de la durée d'observation.....	58
Figure 38 : Probabilité de détection en fonction de la distance au point de focalisation et du SNR....	60
Figure 39 : Histogramme des estimations du CNR d'un signal utile	60
Figure 40 : Courbes COR.....	61

Figure 41 : Probabilité de détection en fonction de la distance au point de focalisation	61
Figure 42 : Courbes COR.....	63
Figure 43 : Probabilité de détection en fonction de la distance au point de focalisation	64
Figure 44 : Distribution des rayons des particules du fond stratosphérique	65
Figure 45 : Nombre de signaux utiles détectés en fonction du nombre de fausses alarmes	65
Figure 46 : Nombre moyen de signaux utiles détectés par période de 50 ms.....	66
Figure 47 : Probabilité de détecter au moins 5 particules en fonction de la puissance émise.....	66
Figure 48 : CNR du signal en fonction de la taille de la particule pour $z_0 = 0$ cm	67
Figure 49 : Nombre moyen de signaux utiles détectés par période de 50 ms.....	68
Figure 50 : Probabilité de détecter au moins 5 particules	68
Figure 51 : Illustration de la chaîne de traitement d'un axe LiDAR proposée	69
Figure 52 : Illustration des paramètres	70
Figure 53 : Approximation de la puissance instantanée	72
Figure 54 : Biais (a) et variance (b) de l'estimation de la durée avec les estimateurs fondés sur le spectrogramme et les ondelettes	76
Figure 55 : Biais (a) et variance (b) de l'estimation de la fréquence centrale avec les estimateurs fondés sur le spectrogramme et les ondelettes.....	76
Figure 56 : Biais (a) et variance (b) de l'estimation de la pente avec les estimateurs NLS, HAF et fondé sur le spectrogramme	77
Figure 57 : Biais (a) et variance (b) des estimateurs de l'amplitude	78
Figure 58 : Écarts-type des estimateurs de l'amplitude (a), de la durée (b), de la fréquence centrale (c) et de la pente (d).....	79
Figure 59 : Relation entre les paramètres de modèle du signal et les caractéristiques des particules	80
Figure 60 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation de la distance au point de focalisation	82
Figure 61 : Répartition des estimations de la distance au point de focalisation pour un SNR = 10 dB	82
Figure 62 : Surface de rétrodiffusion en fonction du rayon.....	84
Figure 63 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation du rayon des particules (y_0 connu).	85
Figure 64 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation de la vitesse radiale	86
Figure 65 : Valeur moyenne (a) et écart-type (b) de l'estimation du module de la vitesse.....	87
Figure 66 : Distribution des rayons des particules dans un nuage.....	89
Figure 67 : Histogramme des signaux détectés selon la distance au point de focalisation	89
Figure 68 : Distance au point de focalisation en fonction du rayon pour chaque aérosol détecté.....	90
Figure 69 : Répartition des vitesses des aérosols.....	90
Figure 70 : Distance estimée en fonction de la distance réelle (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b).....	91
Figure 71 : Distance estimée en fonction de la distance réelle (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b) avec les signaux dont le CNR est supérieur à 20 dB.....	92
Figure 72 : Identification des aérosols en fonction du seuil de détection	92
Figure 73 : Rayon estimé en fonction du rayon réel (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b).....	93
Figure 74 : Rayon estimé en fonction du rayon réel (a) et répartition des vitesses radiales estimées après sélection (b) avec les signaux dont le CNR est supérieur à 20 dB	93
Figure 75 : Identification des aérosols en fonction du seuil de détection	94

Figure 76 : Identification des aérosols en fonction du seuil de détection	94
Figure 77 : Histogramme des vitesses radiales estimées avant (a) et après (b) sélection.....	95
Figure 78 : Illustration de la chaîne de traitement d'un axe LiDAR.....	96
Figure 79 : Illustration des fonctions ρ_M des différents M-estimateurs.....	100
Figure 80 : Illustration des fonctions ψ_M des différents M-estimateurs.....	101
Figure 81 : Biais et écart-Type sur l'estimation de la vitesse radiale	102
Figure 82 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 0.2 m/s.....	102
Figure 83 : Histogrammes des estimations pour le M-estimateur de Gauss pour $r = 3$, pleine échelle (a) et zoom sur les faibles amplitudes (b)	103
Figure 84 : Histogrammes des estimations de la vitesse radiale (a) et incertitude estimée en fonction de la vitesse estimée (b) pour $r = 3$	104
Figure 85 : Biais et écart-type sur l'estimation de la vitesse radiale	105
Figure 86 : Proportion d'estimation retenue après la sélection selon l'incertitude (a) et probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 0,2 m/s (b).....	105
Figure 87 : Biais et écart-type sur l'estimation de la vitesse radiale	106
Figure 88 : Incertitude sur la vitesse estimée sur l'axe de mesure en fonction du seuil de détection.....	107
Figure 89 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale mesurée sur l'axe LiDAR pour un nuage.....	108
Figure 90 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 0,2 m/s (1000 réalisations).....	108
Figure 91 : Illustration de la chaîne de traitement d'un axe LiDAR.....	109
Figure 92 : Distribution des rayons des particules	111
Figure 93 : Disponibilité de la mesure en fonction de la puissance émise	111
Figure 94 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure	112
Figure 95 : Probabilité d'estimer la vitesse sur l'axe avec une erreur inférieure à 0,2 m/s.....	112
Figure 96 : Disponibilité de la mesure en fonction de la puissance émise	113
Figure 97 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure	113
Figure 98 : Probabilité d'estimer la vitesse sur l'axe avec une erreur inférieure à 0,2 m/s.....	114
Figure 99 : Biais et écart-type de l'estimation de la vitesse radiale sur l'axe de mesure	114
Figure 100 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale sur l'axe avec une erreur inférieure à 0,2 m/s..	115
Figure 101 : Illustration de la chaîne de traitement du signal LiDAR proposée.....	116
Figure 102 : Illustration du positionnement des axes sur l'avion.....	118
Figure 103 : Définition des repères	119
Figure 104 : Position du capteur sur la peau de l'avion	120
Figure 105 : Illustration de la position du point de focalisation.....	120
Figure 106 : Illustration du problème direct	121
Figure 107 : Exemple des vitesses radiales obtenues (en m/s) à partir du modèle pour les tous les couples (TAS, AOA).....	122
Figure 108 : Exemple des vitesses radiales obtenues (en m/s) à partir du modèle pour les tous les couples (TAS, AOA) après interpolation	123
Figure 109 : Exemple de fonction de coût.....	124
Figure 110 : Position des axes LiDAR sur l'avion dans le plan (x_{avion} , y_{avion})	125
Figure 111 : Biais (a) et écart-type (b) sur l'estimation de la TAS et de l'AOA	125

Figure 112 : Probabilité d'estimer la TAS avec une erreur inférieure à 0,69 m/s et l'AOA avec une erreur inférieure à 0,17°.....	126
Figure 113 : Fonction de coût pour un système à quatre axes	126
Figure 114 : Fonctions de coût pour des mesures effectuées sur le côté de l'avion (a) et en dessous (b)	127
Figure 115 : Biais (a) et écart-type (b) relatifs de l'estimateur de la vitesse radiale sur l'axe de mesure en fonction de l'orientation de l'axe du faisceau laser ϑ	132
Figure 116 : Illustration du volume balayé.....	132
Figure 117 : Représentation du volume de mesure dans le faisceau optique.....	133
Figure 118 : Nombre moyen de particules détectées en fonction de l'orientation de l'axe du faisceau laser ϑ	133
Figure 119 : Nombre d'aérosols détectés par période de 50 ms en fonction du rayon du faisceau au point de focalisation ω_0	133
Figure 120 : Biais (a) et écart-type (b) relatifs de l'estimateur de la vitesse radiale sur l'axe de mesure en fonction du rayon du faisceau au point de focalisation ω_0	134
Figure 121 : Valeurs du critère obtenues pour chaque réalisation triées dans l'ordre croissant.....	134
Figure 122 : Distance de focalisation optimale pour chaque réalisation (triée par ordre croissant du critère).....	135
Figure 123 : Angle d'azimut (a) et d'élévation (b) optimaux pour chaque réalisation pour le premier axe LiDAR (triés par ordre croissant du critère)	135
Figure 124 : Valeur du critère en fonction des angles d'azimut et d'élévation.....	136
Figure 125 : Angle d'azimut (a) et d'élévation (b) optimaux pour chaque réalisation pour le premier axe LiDAR (triés par ordre croissant du critère)	136
Figure 126 : Illustration d'un axe LiDAR en rotation	137
Figure 127 : Définition des repères	138
Figure 128 : Cône de mesure.....	138
Figure 129 : Traitement statistique en configuration à balayage conique	141
Figure 130 : Relation entre les paramètres de modèle du signal et les caractéristiques des particules	142
Figure 131 : Biais et écart-type sur l'estimation de la TAS (a) et de l'AOA (b)	143
Figure 132 : Biais (a) et écart-type (b) sur l'estimation de la TAS et de l'AOA	144
Figure 133 : Disponibilité.....	144
Figure 134 : Plateforme d'instrumentation du Pic du Midi.....	146
Figure 135 : Caisson installé sur la plateforme d'instrumentation	147
Figure 136 : Intérieur du caisson	147
Figure 137 : Alimentations, tiroir optique et enregistreur.....	148
Figure 138 : Densité spectrale de puissance du bruit	148
Figure 139 : Veine d'air pour les capteurs aérologiques et anémomètre à ultrasons installés sur la plate-forme d'instrumentation	149
Figure 140 : Illustration des mesures effectuées par les deux capteurs aérologiques (enregistrement du 01/02/2014 à 00h00)	149
Figure 141 : Distribution des rayons des aérosols observés lors de l'essai comparée à la distribution de type « Fond Stratosphérique ».....	150

Figure 142 : Disponibilité de la mesure de la vitesse radiale en fonction de la concentration en aérosols	151
Figure 143 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 1 m/s en fonction de la concentration en aérosols	152
Figure 144 : Distribution des rayons des aérosols observés lors de l'essai.....	153
Figure 145 : Disponibilité de la mesure de la vitesse radiale en fonction de la puissance émise.....	153
Figure 146 : Probabilité d'estimer la vitesse radiale avec une erreur inférieure à 1 m/s en fonction de la puissance émise.....	154

Bibliographie

- [1] Society of Automotive Engineers (SAE), *Guidelines for Development of Civil Aircraft*, 2010.
- [2] H. Pitot, «Description d'une machine pour mesurer la vitesse des eaux courantes et le sillage des vaisseaux,» *Histoire de l'Académie royale des sciences avec les mémoires de mathématique et de physique tirés des registres de cette Académie*, pp. 363-378, 1732.
- [3] V. Banakh, C. Werner et I. Smalikho, «The effect of aerosol microstructure on the error in estimating wind velocity with a Doppler Lidar,» *Atmos. Oceanic Opt*, vol. 13, pp. 685-691, 2000.
- [4] M. Harris, G. Paerson, K. Ridley, C. Karlsson, F. Olsson et D. Letalick, «Single-Particle Laser Doppler Anemometry at 1.55 μm ,» *Applied Optics*, vol. 40, pp. 969-973, 2001.
- [5] J. Rayleigh, «On the transmission of light through an atmosphere containing small particles in suspension, and on the origin of the blue of the sky,» *Philosophical Magazine*, vol. 47, pp. 375-394, 1899.
- [6] G. Mie, «Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen,» vol. 25, pp. 377-445, 1908.
- [7] J. Mandle, J.-P. Schlotterbeck et A. Verbeke, «Anémométrie laser embarquée sur aéronef,» *Techniques de l'ingénieur Systèmes optroniques*, 2013.
- [8] G. Deschamps, «Gaussian beams as a bundle of complex rays,» *Electronics Lett*, vol. 7, pp. 684-685, 1971.
- [9] C. Doppler, «Über das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels,» *Abhandlungen der Königl. Böhm. Gesellschaft der Wissenschaften*, vol. 2, 1842.
- [10] X. Lacondemine, «Synthèse des travaux TS DT,» 2010.
- [11] D. Gabor, «Theory of communication : Part 1: The analysis of information,» *Journal of the Institute of Electrical Engineering*, pp. 429-457, 1946.
- [12] W. Heisenberg, «Über den anschulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik,» *Z. Phys.*, vol. 43, pp. 172-198, 1927.
- [13] J. W. Cooley et J. W. Tukey, «An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series,» *Mathematics of Computation*, vol. 19, pp. 297-301, 1965.
- [14] B. Krongold, A. Sayeed, M. Moehring, J. Ritcey, M. Spencer et D. Jones, «Time-Scale Detection of Microemboli in Flowing Blood with Doppler Ultrasound,» *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 46, pp. 1081-9, 1999.
- [15] A. Degroot, S. Montresor, B. Gazengel, O. Richoux et L. Simon, «Burst detection and particle time of flight estimation with wavelets for acoustic velocity estimation,» Lisbonne, 2006.
- [16] W. Hateveld, Mudde R. et H. Van den Akker, «Dual burst wavelet LDA processor implemented and tested on real flows,» chez *12th international symposium on application of laser techniques to fluid mechanics*, Lisbonne, 2004.
- [17] F. Auger et P. Flandrin, «Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by Reassignment Methods,» *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 1995.
- [18] E. Chassande-Mottin, «Méthodes de réallocation dans le plan temps-fréquence pour l'analyse et le traitement de signaux stationnaires,» Université de Cergy-Pontoise, 1998.

- [19] F. Millioz et N. Martin, «Réallocation du spectrogramme pour la détection de frontières de motifs temps-fréquence,» chez *GRETSI*, Troyes, 2007.
- [20] E. Chassande-Mottin et P. Flandrin, «On the Time-Frequency Detection of Chirps and its Application to Gravitational Waves,» *Second Workshop on Gravitational Wave Data Analysis*, 1999.
- [21] J. Xiao et P. Flandrin, «Multitaper Time-Frequency Reassignment for Nonstationary Spectrum Estimation and Chirp Enhancement,» *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 55, 2007.
- [22] G. Box et G. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco, CA: Holden-Day, 1970.
- [23] Y. Grenier, «Modèles ARMA à coefficients dépendant du temps : estimateurs et applications,» chez *Traitement du Signal*, vol. 3, 1986, pp. 219-233.
- [24] S. G. Ballakur, *The Detection of Microemboli using Doppler Ultrasound : Signal Analysis and Detector Performance*, Pennsylvania State University, 2007.
- [25] H. Sava, L.-G. Durand et G. Cloutier, «Performance of short-time spectral parametric methods for reducing the variance of the Doppler ultrasound mean instantaneous frequency estimation,» *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 37, pp. 291-297, 1999.
- [26] S. L. Marple, *Digital spectral analysis with applications*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987.
- [27] F. Galtier et O. Besson, «Analysis of a frequency estimator for a class of laser signals with time-varying amplitude,» *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, vol. 145, pp. 109-118, 1998.
- [28] T. Gaudo et B. Rais, «Real-time estimator of Laser Doppler Anemometer signal parameters based on Kalman filtering,» Juillet 2009.
- [29] H. Nobach et H. R. E. Van Maanen, «LDA and PDA signal analysis using wavelets,» *Experiments in FLUIDS*, vol. 30, pp. 613-625, 2001.
- [30] K. Pearson, «On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling,» *Philosophical Magazine*, vol. L, pp. 157-175, 1900.
- [31] A. Kolmogorov, «Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione,» *G. Ist. Ital. Attuari*, vol. 4, 1933.
- [32] T. Anderson, «On the Distribution of the Two-Sample Cramer-von Mises Criterion,» *The Annals of Mathematical Statistics*, pp. 1148-1159, 1962.
- [33] R. Fisher, «On the mathematical foundations of theoretical statistics,» *Philosophical Transactions of the Royal Society*, pp. 309-368, 1922.
- [34] O. Besson, M. Ghogho et A. Swami, «Parameter Estimation for Random Amplitude Chirp Signals,» *IEEE Trans. On Signal Processing*, vol. 47, n° 112, pp. 3208-3219, Dec. 1999.
- [35] P. M. Djuric et S. M. Kay, «Parameter Estimation of Chirp Signals,» *IEEE Trans. On Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 38, pp. 1068-1089, Dec. 1990.
- [36] A. Le Duff, G. Plantier, J.-C. Valière et R. Perdriau, «Acoustic velocity measurements in the air by means of laser Doppler velocimetry: Cramer-Rao bounds and maximum likelihood estimation,» Mai 2002.
- [37] X. Lacondemine, «Etude TS DT - Thales,» 2009.

- [38] G. Baral-Baron, «Rapport de stage, Etudes algorithmiques et mise en œuvre de traitements avancés pour l'augmentation de la disponibilité et de l'intégrité de la mesure vitesse 3D par LiDAR, dans le domaine aéronautique,» 2010.
- [39] X. Lacondemine, G. Baral-Baron, N. Martin et P. Rondeau, «Etude TS DT - Synthèse des travaux,» Thales, 2011.
- [40] P. Huber, «Robust Estimation of a Location Parameter,» *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 35, pp. 73-101, 1964.
- [41] J. Lagrange et L. Poincot, *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés*, Bachelier, 1826.
- [42] Mosteller et Tukey, «Data Analysis and Regression: A Second Course in Statistics,» Addison-Wesley, 1977, pp. 203-209.
- [43] D. Andrews, «A Robust Method for Multiple Linear Regression,» *Technometrics*, vol. 16, pp. 523-531, 1974.
- [44] X. Molles, K. N. Tan. et J.-B. Valet, «Optimisation du placement d'une sonde laser sur un fuselage générique,» 2009.
- [45] J.-B. Bourrat, E. Marguerat et A. Touiel, «Étude et optimisation des méthodes d'estimation des trois composantes de la vitesse air d'un aéronef à partir de mesures issues de lidar doppler pour différentes configurations des axes de visée laser,» 2013.
- [46] J. Nelder et R. Mead, «A simplex method for function minimization,» *Computer Journal*, vol. 7, pp. 308-313, 1965.
- [47] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling et B. P. Flannery, «Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing,» *Cambridge University Press, Third Edition*, 2007.
- [48] K. Schittkowski, «NLQPL: A FORTRAN-Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems,» *Annals of Operations Research*, vol. 5, pp. 485-500, 1985.
- [49] J. F. Bonnans, J. C. Gilbert, C. Lemaréchal et C. A. Sagastizabal, *Numerical Optimization - Theoretical and Practical Aspects*, Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2006.
- [50] F. Gheusi, A. Chevalier, R. Delmas, J. Cousin, G. Athier, P. Bouchou, Y. Meyerfield, P. Laj, K. Sellegri et G. Ancellet, «Ozone et pollution atmosphérique à grande échelle : Le réseau de surveillance Paes,» *La météorologie*, 2007.

Résumé

Afin de satisfaire les exigences de sécurité requises dans l'aviation civile, la stratégie adoptée consiste à multiplier les chaînes de mesure pour une même information. Il est aujourd'hui recommandé d'introduire une chaîne de mesure dissemblable (reposant sur un principe physique différent) afin d'augmenter le niveau de sécurité. Dans cette optique, Thales mène des travaux sur le développement d'un anémomètre laser Doppler embarqué sur aéronef. Ce capteur, composé de quatre axes LiDAR (Light Detection And Ranging) répartis autour de l'avion, permet d'estimer la vitesse air par l'analyse de la réflexion de l'onde laser émise sur les particules présentes dans l'air.

L'objectif de ces travaux est de concevoir une chaîne de traitement du signal LiDAR adaptée à un capteur sur avion. Cette chaîne, basée sur une représentation temps-fréquence, inclut des étapes de détection du signal utile optimisée pour les conditions de faible ensemencement en particules, de sélection des aérosols utiles dans un nuage et d'estimation robuste afin de contrôler la qualité de la mesure. Cette chaîne de traitement, évaluée lors d'une campagne d'essais réalisée à l'observatoire du Pic du Midi, apporte un gain de performances élevé dans les situations critiques.

L'architecture du système a été le second axe d'étude. Une méthode d'estimation du vecteur vitesse à partir des estimations effectuées sur chaque axe LiDAR et d'un modèle aérodynamique de l'avion permet de compenser les perturbations observées à proximité de ce dernier. Puis, une procédure d'optimisation de l'architecture est proposée afin d'améliorer les performances du capteur.

Les performances de la chaîne de traitement présentée devront être évaluées en conditions réelles, lors d'essais en vol, afin de sonder une grande variété de conditions atmosphériques et d'évaluer le gain apporté et les faiblesses éventuelles du traitement proposé en fonction de ces conditions.

Mots-clés : anémométrie laser Doppler, traitement du signal LiDAR, représentation temps-fréquence, détection / estimation

Abstract

The method use to respect security requirements in civil aviation consists in multiplying measuring chains for the same information. Now, it is recommended to add a dissimilar measuring chain, based on a different physical principle, in order to improve security level. Thus, Thales works on the development of a laser Doppler anemometer embedded on aircraft. This sensor is composed by four LiDAR (Light Detection And Ranging) axis distributed around the aircraft and air speed is estimated by the analysis of the reflection of the emitted laser wave on particles.

This thesis objective is to design a LiDAR signal processing chain adapted to an aircraft sensor. The process is based on a time-frequency representation and it includes methods for signal detection in low concentrated air mass, useful particles selection in clouds and robust estimation to control measure reliability. The process has been evaluated during a test campaign realized at the Pic du Midi observatory. Its performances are greatly improved, especially in critical situations.

The system architecture has also been studied. An estimation method designed from estimations performed on different LiDAR axis and an aerodynamic model of an aircraft is proposed in order to compensate for air mass perturbations close to the aircraft. Then, an optimization process is presented to improve sensor performances.

The signal processing chain will have to be evaluated by flight tests, to explore a large atmospheric conditions variety and to quantify its strengths and weaknesses depending on conditions.

Keywords: laser Doppler anemometry, LiDAR signal processing, time-frequency representation, detection / estimation