

# INTRODUCTION

*Rapport-gratuit.com*   
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES



Les acteurs de la sécurité dans les transports améliorent leurs systèmes de protection en effectuant des crash tests. Ces essais sont réalisés en grandeur réelle, en mettant en œuvre des voitures de série et des mannequins de mousse truffés de capteurs. Ces humanoïdes peuvent, par exemple, être équipés d'accéléromètres ou de jauges extensiométriques. Ce sont les dégâts que subissent les mannequins lors de ces tests qui permettent de voir si la voiture possède une structure protectrice vis-à-vis de ses passagers. Ces essais permettent donc aux constructeurs de véhicules de transport de concevoir et de développer des systèmes dits de « *sécurité active* », qui permettent de réduire au maximum les dégâts corporels que subissent les passagers dans le cas d'un accident réel. Nous pouvons citer comme organes de protection qui découlent de ces essais : les air bags frontaux et latéraux, ainsi que la ceinture à déformation programmée. Le coût de réalisation de tels essais est élevé.

Le problème rencontré par les industriels du secteur du transport est qu'ils ne savent pas si leurs mannequins tests possèdent le même comportement qu'un être humain vivant. Il est même fort probable qu'il soit complètement différent. Déjà, d'un point de vue structurel, ils sont complètement différents, l'un est composé de mousse et de métal alors que l'autre est composé de matière biologique vivante. De plus, il est difficile de déterminer les lésions internes sur un mannequin test, comme on pourrait le faire sur un être vivant. Comme il est difficile de faire un rapport entre les dégâts commis sur un mannequin et sur un être vivant, le principe de précaution impose aux constructeurs que le mannequin subisse un minimum de dégâts et que ce soit la structure du véhicule qui absorbe toute l'énergie du choc. Or, lors d'un accident, il est possible de tolérer des dégâts corporels réversibles tels que des fractures, ce qui revient à tolérer les lésions qui n'handicaperont pas l'accidenté dans sa vie future. Cela nécessite une meilleure connaissance des dégâts corporels subis par un passager lors d'un accident.

C'est donc pour se rapprocher le plus possible de la réalité que les industriels ont demandé l'aide des modélisateurs, afin de concevoir un humanoïde virtuel. Ce mannequin numérique doit permettre de déterminer si les lésions qu'il subit lors d'un choc virtuel sont temporaires ou irréversibles. L'un des avantages des simulations numériques d'accidents est qu'elles peuvent être refaites plusieurs fois sans augmenter le coût, à la différence des crash tests réels.

Pour concevoir un mannequin numérique qui soit capable de se comporter mécaniquement comme un être humain vivant ou tout du moins s'en rapprocher le plus possible, le modélisateur doit connaître le maillage de chaque organe qui compose le corps humain, ainsi que les lois de comportement mécanique qui les régissent. Le maillage d'un objet s'obtient à l'aide de sa forme ou de son relief. Par contre, les lois de comportement ne peuvent être déterminées que par l'intermédiaire des caractéristiques mécaniques et qui sont elles mêmes déduites d'essais mécaniques adaptés. Cela explique pourquoi la littérature est pauvre, en ce qui concerne les données sur le comportement mécanique des organes biologiques.

Fort d'une expérience dans le domaine de la mesure optique, nous avons pensé pouvoir apporter notre contribution à l'étude du comportement des organes. Nous pouvons citer, comme travaux biomécaniques à l'actif de notre équipe, ceux réalisés sur le maïs, le chanvre et le peuplier. C'est donc dans le cadre d'un DEA de Mécanique que nous avons étudié l'adaptabilité des méthodes optiques de mesure pour la détermination des propriétés mécaniques des matériaux biologiques humains. Lors de cette étude préliminaire, nous avons mis en œuvre les techniques de corrélation, de suivi de marqueurs et du moiré de projection. La première permet la mesure des champs de déplacements plans, la deuxième mesure des champs de déformations planes et la dernière détermine le relief d'un objet ou les déplacements hors plan. De cette pré-étude, ressort la conclusion suivante : les résultats obtenus à l'aide des techniques de corrélation et de suivi de marqueurs peuvent nous permettre d'établir des lois de comportement. Quant au relief obtenu à l'aide de la technique de moiré de projection, il peut être utilisé pour la conception d'un maillage en éléments finis.

\* \* \* \* \*

Ce mémoire de thèse présente deux des trois techniques qui ont été retenues dans l'étude préliminaire. Il s'agit de la technique de moiré de projection, ainsi que celle du suivi de marqueurs. Nous expliquerons alors pourquoi la technique de corrélation n'est plus indiquée pour l'étude des organes biologiques.

La première partie porte sur la conception d'un maillage en éléments finis. Dans le premier chapitre, nous verrons d'abord les différents travaux qui ont été réalisés en matière de réalisation de maillages, qu'ils soient grossiers ou les plus proches possibles de la réalité. Puis, nous présenterons un aperçu des différentes techniques de mesure de reliefs avec ou sans contact. Nous aborderons plus particulièrement les techniques de scanner lasers et de

projection de lumière structurée. Pour clore ce chapitre, nous expliquerons le choix de l'utilisation des techniques à base de moiré.

Le deuxième chapitre présentera le principe du phénomène de moiré, ainsi que les deux techniques de mesure de reliefs basées sur ce phénomène. Nous aborderons les différents domaines d'application, les avantages et les limites des moirés d'ombre et de projection. Après avoir exposé les capacités de ces deux méthodes, nous nous orienterons vers la technique du moiré de projection. Nous remarquerons les similitudes de cette méthode avec d'autres techniques de mesure de reliefs. Après avoir avancé les principes des techniques basées sur le phénomène de moiré, nous reprendrons la théorie de base du moiré de projection. Afin d'améliorer l'exactitude de cette technique, nous verrons comment de la technique de moiré de projection nous sommes arrivés à la technique que nous appellerons « *technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux* ». Pour différentes modélisations de montage, nous obtiendrons un système de trois équations permettant de définir le relief recherché. Comme l'analyse d'un réseau de traits se fait à l'aide de sa phase, nous présenterons deux techniques basées sur le décalage de phases. Nous examinerons une technique de quasi-hétérodynage à trois images et une hétérodyne de Morimoto avec un nombre d'images multiple de huit. Pour chacune d'entre elles, nous aborderons les différentes étapes du processus permettant d'obtenir un champ de phase continu à partir d'images de réseaux de traits. Afin d'améliorer cette technique de mesure de reliefs, nous présenterons un processus de calibrage permettant de déterminer les différents paramètres géométriques pour deux modélisations de montage.

Dans le troisième chapitre concernant les applications, nous quantifierons l'exactitude obtenue par la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux pour deux modélisations de montage et les deux techniques d'analyse de phases. Puis nous envisagerons différentes mises en œuvre possibles comme, par exemple, la mesure de profils sur des bas-reliefs ou sur des blocs de sédiments érodés. Nous étudierons aussi la capacité de cette technique pour la mesure du relief complet d'une statuette. En ce qui concerne les applications biomécaniques, nous verrons l'apport de cette technique pour l'étude de la scoliose chez l'enfant, pour la conception de chaussures orthopédiques, ainsi que pour la conception d'un maillage en éléments finis de la partie supérieure d'un tibia. Pour tester la robustesse de cette technique de mesure, nous présenterons une dernière application sur une pyramide mexicaine qui permettra de mettre en évidence des problèmes de discontinuité, ainsi que les moyens d'y remédier.

La seconde partie concerne la mesure de grandeurs mécaniques en vue d'établir une loi de comportement. Dans le premier chapitre, nous ferons le point sur les données expérimentales qui sont à notre disponibilité dans la littérature. Puis, après avoir réalisé un bref inventaire des méthodes optiques de mesure que nous pouvons envisager pour l'étude mécanique des organe biologiques, nous développerons la théorie de suivi de marqueurs qui nous semble la plus appropriée pour la mesure de déformations sur des objets biologiques.

Le dernier chapitre aborde la mise en œuvre expérimentale de cette technique de mesure optique pour l'étude biomécanique de la peau de porc. Afin d'essayer de visualiser l'ensemble des phénomènes mécaniques qui régissent ce tissu, nous avons réalisé des essais de traction simple à vitesse constante, de relâchement, ainsi qu'à accélération constante. Pour finir, nous essaierons de savoir si ce tissu possède un comportement isotrope, comme nous l'avons supposé dans les précédents essais, ou orthotrope. Pour cela, nous nous aiderons d'essais biaxiaux.

# **PARTIE I**

## **Les maillages**

Rapport-Gratuit.com





# **Chapitre 1**

**Conception du maillage en éléments finis  
par mesures tridimensionnelles d'un relief**



## 1-1. Les maillages en éléments finis en biomécanique.

Le maillage dans le domaine des éléments finis représente la forme géométrique des objets intervenant dans la simulation numérique. Il est constitué d'une somme de plusieurs éléments volumiques (3D) ou coques (2D). Il existe plusieurs types d'éléments qui sont classés en fonction de leur forme (triangulaire, quadrilatère, etc.) et de leur nombre de nœuds. Deux exemples d'éléments simples sont présentés en figure 1-1, l'un est volumique à 20 nœuds et l'autre est plan à 8 nœuds. Il existe, dans la littérature, des ouvrages qui énumèrent les éléments, ainsi que leurs matrices de rigidité associées [Batoz 1992] [Imbert 1991].

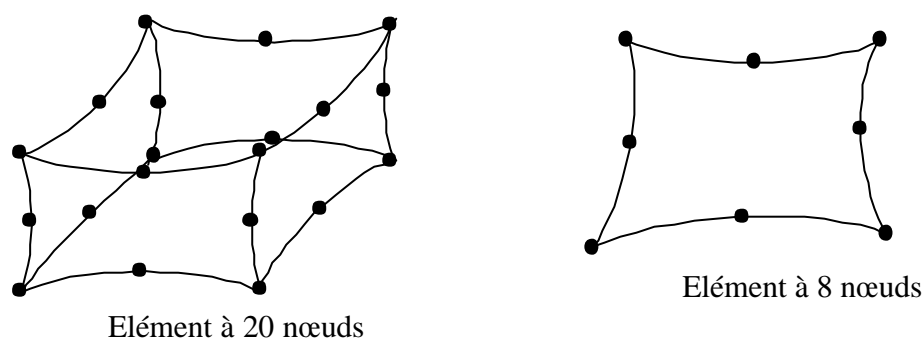


Figure 1-1. Deux exemples d'éléments utilisés dans les maillages des logiciels de simulation.

Dans les domaines industriel et universitaire, deux manières de réaliser un maillage en éléments finis sont utilisées : la méthode directe et la méthode par mesures. Chaque méthode a son propre domaine d'application. Nous allons donc présenter les caractéristiques de ces deux méthodes, ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.

### 1-1-1. La méthode directe.

Cette première méthode permet de générer mathématiquement le maillage à l'aide de formes géométriques planes ou volumiques de base (pavés, cylindres, cônes, etc.) ou par des algorithmes mathématiques. Pour ce dernier cas, ce sont généralement des équations tridimensionnelles polynomiales d'un degré supérieur ou égal à 2 qui sont utilisées. Cette méthode directe est utilisée lorsque la structure de l'objet à modéliser est symétrique ou de forme assez simple (pièce de moteur, structure métallique, etc.). En principe, ce sont des pièces qui proviennent de la CAO-DAO<sup>1</sup>, le maillage est alors réalisé, de manière automatique, à partir du fichier numérique de la pièce, à la condition qu'il y ait compatibilité entre le logiciel de dessins et le logiciel de maillages appelé «*mailleur* ». Il est maintenant courant d'avoir, dans les logiciels de CAO-DAO, des modules d'éléments finis qui permettent directement de simuler divers phénomènes mécaniques, afin d'optimiser la pièce lors de sa conception. Cette solution de maillage peut difficilement être appliquée pour la modélisation du corps humain, étant donné la complexité géométrique des organes qui le composent.

Néanmoins, certains travaux dans le domaine de la biomécanique ont déjà été réalisés avec cette technique de réalisation de maillages mathématiques. C'est notamment le cas de la plupart des modélisations simplifiées pour les parties du corps humain.

Ainsi, S.Gross et E.W.Abel [Gross 2001] ont réalisé des travaux numériques sur les implantations de prothèse à l'intérieur d'un os. Ils ont pour cela utilisé le maillage de la figure 1-2, qui est composé de formes géométriques de base (cylindres). Ce maillage a l'avantage d'être très simple à générer, mais pas obligatoirement proche de la réalité. La question que nous pouvons alors nous poser est de savoir si cette simplification de maillage permet quand même d'obtenir des résultats fiables et proches de la réalité. Certains chercheurs et industriels s'en contentent.

Des études sur des prothèses de hanche insérées dans le fémur ont été réalisées avec des maillages en éléments finis plus proches de la réalité. Par exemple, Pays [Pays 2001], ainsi que Peter *et al.* [Peter 2001] ont simulé numériquement l'effet d'une prothèse de hanche sur la densité de l'os. Il est courant de rencontrer dans la littérature des travaux effectués sur les prothèses de hanche utilisant des maillages plus ou moins proches de la réalité, mais toujours réalisés avec une méthode directe.

---

<sup>1</sup> Conception Assistée par Ordinateur et Dessin Assisté par Ordinateur.

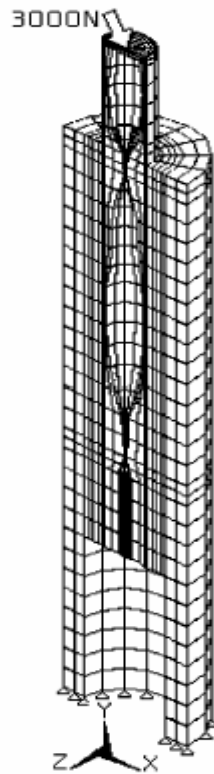


Figure 1-2. Maillage utilisé par S.Gross et E.W.Abel pour simuler le contact entre une prothèse et l'os [Gross 2001].

Le niveau de complexité du maillage est fonction des besoins de l'utilisateur et des moyens qu'il a à sa disposition. Certains logiciels industriels d'éléments finis possèdent, dans leurs banques de données, des modules prédéfinis de maillages en éléments biomécaniques simples. Les logiciels Radioss [Radioss 2001] et Pam Crash [Pam Crash 2002] proposent des modèles de mannequin, comme, par exemple, le modèle Eurosid de la figure 1-3. Des mannequins numériques d'enfant et d'adulte, avec divers niveaux de complexité, sont aussi disponibles (figure 1-4).

Des sous-systèmes de modèles pour l'étude de la protection du piéton sont aussi inclus dans la base de données des logiciels Radioss et Pam Crash. Il existe des impacteurs de cuisse de piéton (figure 1-5) et des impacteurs de tête de piéton (figure 1-6). Nous pouvons tout de suite remarquer que la modélisation de la tête et des membres est très simple.

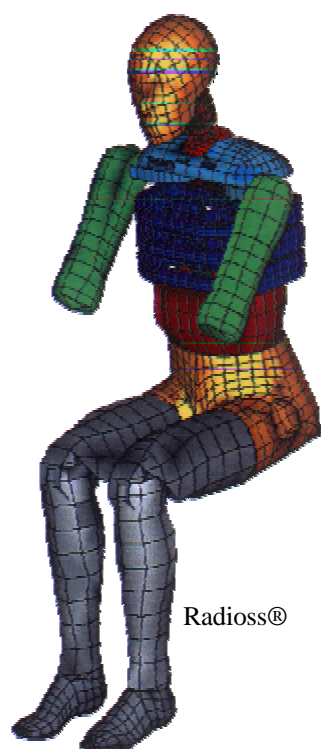


Figure 1-3. Mannequin EUROSID élaboré dans le cadre d'un projet européen [Radioss 2001].

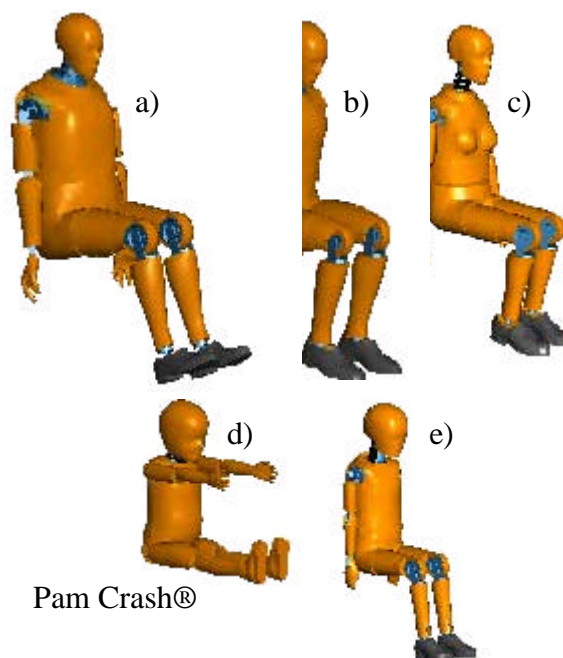


Figure 1-4. Modèles factices de l'hybride III  
a) Modèle 1 (27872 éléments), b) Modèle 2 (25878 éléments),  
c) Modèle 3 (24316 éléments), d) Enfant de 3 ans (13345 éléments),  
e) Enfant de 6 ans (34535 éléments) [Pam Crash 2002].

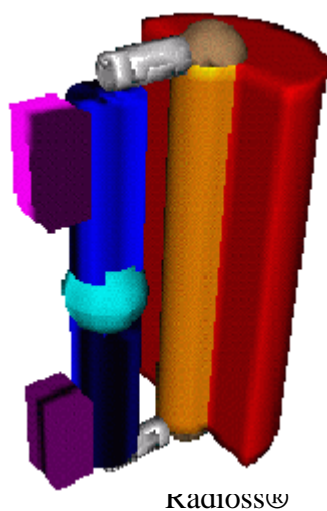


Figure 1-5. Impacteur de cuisse de piéton [Radioss 2001].

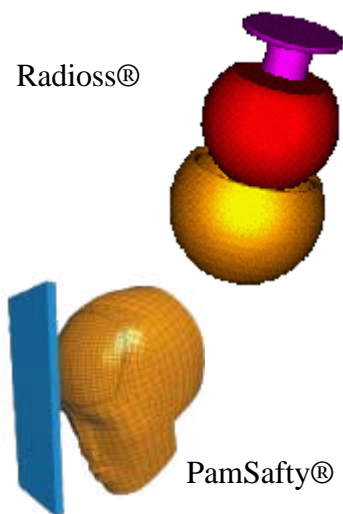


Figure 1-6. Impacteur de tête de piéton [Radioss 2001] [Pam Crash 2002].

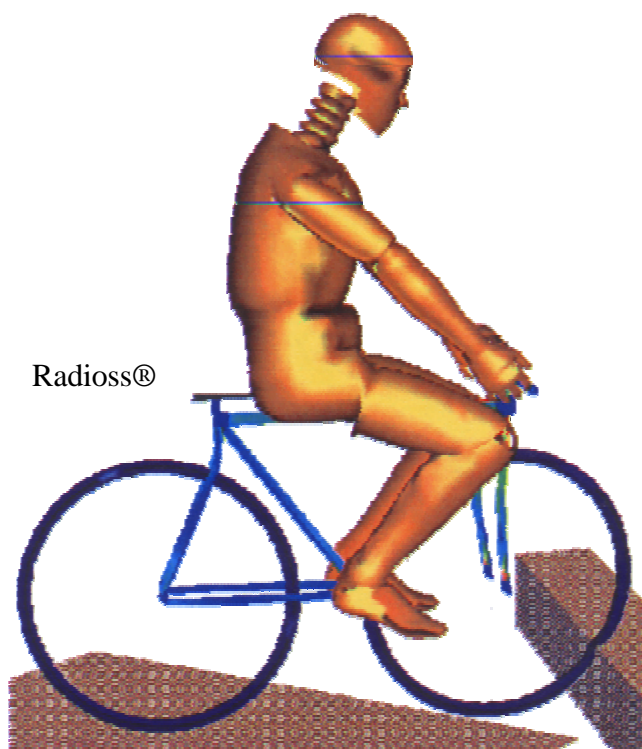


Figure 1-7. Simulation d'impact d'un vélo contre un trottoir à l'aide du logiciel Radioss® [Radioss 2001].

La simplicité géométrique des maillages utilisés peut satisfaire la plupart des utilisateurs industriels qui veulent simplement avoir un point de vue global des tests virtuels. Mais nous pouvons nous poser quelques questions sur la fiabilité des résultats en observant la grossièreté du maillage lorsque nous voulons avoir un comportement local du corps humain, comme par exemple pour la modélisation du genou.

Un exemple de simulation biomécanique utilisant un maillage simplifié, que nous allons commenter, est celui de l'impact d'un vélo contre un trottoir. Ce résultat qui est présenté en figure 1-7, a été obtenu à l'aide du logiciel Radioss® [Radioss 2001]. L'image présentée correspond à la fin de la simulation de l'impact. Nous pouvons remarquer que le cycliste est toujours assis sur le vélo et que les dommages corporels qu'il a subis semblent être une fracture aux deux fémurs, ce qui paraît extraordinaire lorsque l'on percute un trottoir perpendiculairement. Dans le monde du cyclisme, on appelle ce type d'accident : plier une roue en huit. Mais nous avons rarement vu de tels dégâts corporels. Dans la réalité, le cycliste passe par-dessus le guidon du vélo si le choc est trop violent. A propos de la roue avant, il nous semble qu'elle subit très peu de déformations. Elle n'est même pas voilée. En ce qui concerne le maillage, il suffit de se poser une seule question : comment fait le cycliste pour pédaler, étant donné que la position de ses pieds sur le pédalier est sur l'axe de rotation des manivelles ? C'est donc l'exemple même qui est globalement satisfaisant, mais qui n'est pas fiable si l'on veut déterminer les différents dégâts corporels sur ce cycliste avec plus de précision.

La génération de maillages par une méthode directe est couramment utilisée dans la simulation de crashes, car elle est simple, rapide et peu coûteuse à mettre en œuvre. En ce qui concerne les simulations numériques plus localisées dans le corps humain, telles que l'implantation d'une prothèse de hanche, cette méthode n'est pas adaptée. Les industriels du domaine de la biomécanique commencent juste à s'intéresser à l'utilisation de maillages les plus fidèles possibles pour améliorer la précision de leur simulation.

### **1-1-2. La méthode par mesures.**

La seconde méthode pour obtenir le maillage d'un objet en éléments finis consiste à utiliser les techniques de mesure tridimensionnelle afin d'obtenir celui-ci sous forme de nuage de points. Cette méthode est généralement utilisée pour les objets possédant des formes complexes, c'est-à-dire qui ne peuvent pas être représentés par des formes géométriques ou mathématiques simples. Cette méthode provient du domaine de la productique où elle est



appelée « *procédé de fabrication inverse* » et consiste à numériser un objet réel dont il n'existe aucun fichier DAO-CAO, de manière à obtenir un fichier de type XYZ<sup>2</sup>. C'est à partir de celui-ci ou d'un autre fichier ayant la même fonction que le maillage en éléments finis est créé.

Avec la capacité des nouveaux outils numériques, cette méthode par mesures est de plus en plus utilisée. Dans le domaine de la biomécanique, cette méthode a commencé à être mise en œuvre pour l'élaboration d'un maillage en éléments finis d'une petite partie du corps humain.

Pour obtenir l'objet 3D sous forme d'un nuage de points, il existe deux solutions :

- **Les micro scanners à coupes transversales.**

Les micro scanners à coupes transversales sont utilisés pour la mesure de reliefs d'organes sur des sujets vivants. Ce sont généralement les techniques d'I.R.M.<sup>3</sup> qui sont mises en œuvre. Elles sont couplées à des techniques de traitement d'images permettant la détection des contours. Ces appareils permettent d'obtenir des images représentant l'objet suivant plusieurs plans de coupe parallèles les uns par rapport aux autres. La distance entre deux plans de coupe peut varier entre 0,1 mm et 1 mm, selon la taille de l'objet et la résolution désirée. Cette solution a été utilisée par Couteau *et al.* [Couteau 2000], Keyak *et al.* [Keyak 2000] et Lener *et al.* [Lener 1998] pour la réalisation d'un maillage de fémur. Cet os est l'une des parties du corps humain les plus rencontrées dans le domaine de la modélisation biomécanique, ceci afin de concevoir et de développer des implants de hanche. Cette technique de scanner par coupes transversales a aussi été utilisée par Beek *et al.* [Beek 2000] pour l'étude de l'interface des mâchoires supérieures et inférieures. Le fait que les I.R.M. soient répandues dans les Centres Hospitaliers Universitaires fait que cette technique de génération de maillages est répandue et couramment utilisée.

Les techniques de scanner par coupes transversales utilisent généralement des processus de détection de contours d'objets pour déterminer le relief 3D. Or, leur précision n'est pas leur point fort. En effet, ces techniques de traitement d'images sont basées sur l'intensité lumineuse des images obtenues par I.R.M., qui n'est pas une information stable et précise au cours des différentes prises de vue.

---

<sup>2</sup> XYZ : fichier comprenant les coordonnées dans un repère orthonormé.

<sup>3</sup> IRM : Imagerie par Résonance Magnétique.

L'exemple le plus spectaculaire de scanner par coupes transversales, qui n'utilise pas l'I.R.M., est celui d'un corps humain congelé qui a été coupé mécaniquement en fines tranches. Chacune de ces tranches, correspondant à une coupe, a été photographiée. L'assemblage de ces différentes prises de vue permet d'obtenir un film comme si l'on passait à travers le corps humain. La photographie de la figure 1-8 est un exemple de coupe transversale. Ce projet a été appelé : « *the visible human project* » [visible human 1998].

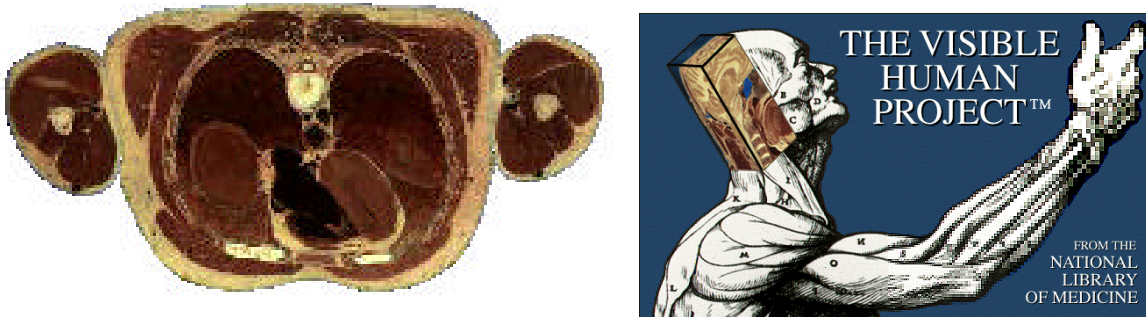


Figure 1-8. Exemple de coupe mécanique transversale dans le cadre du projet :  
« *the visible human project* » [visible human 1998].

- **Les palpeurs.**

Mais pour ceux qui n'ont pas à leur disposition un appareil d'I.R.M., il existe les techniques de mesures tridimensionnelles classiques telles que les palpeurs mécaniques. La précision obtenue sur les maillages est meilleure qu'avec un appareil d'I.R.M. Par contre, cette méthode ne peut pas être appliquée sur des organes in vivo, car les mesures sont effectuées soit par contact soit par l'intermédiaire de rayonnements lumineux. Teo EC et Hg HW [Teo 2001] ont utilisé un appareil de mesures tridimensionnelles constitué d'un palpeur mécanique monté sur un bras articulé à quatre axes. Le maillage de la première cervicale (bassin) ainsi obtenu est présenté sur la figure 1-9. Nous pouvons remarquer qu'il aurait été difficile de générer ce maillage par des algorithmes mathématiques, étant donné la complexité des formes rencontrées pour cet objet. Pour la même raison, il aurait été simpliste de modéliser cette forme par un assemblage de formes géométriques simples (cylindres, pavés, etc.).

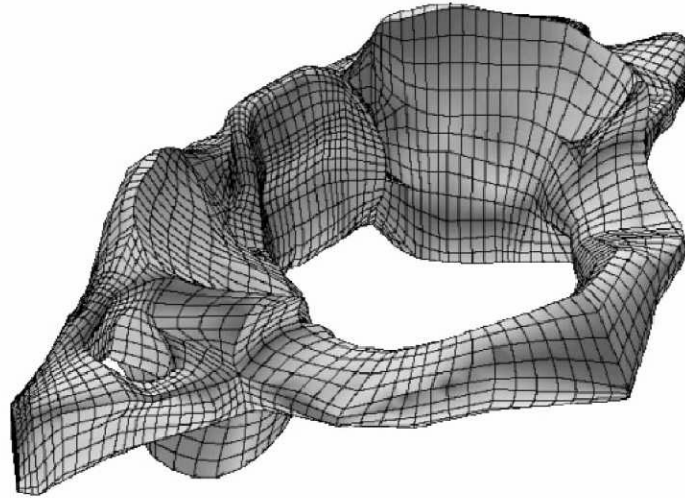


Figure 1-9. Maillage de la première cervicale humaine (bassin) réalisé par Teo et Ng [Teo 2001] à l'aide d'un palpeur mécanique monté sur un bras articulé.

Aujourd'hui, les exigences des utilisateurs (industriels et chercheurs) concernant la modélisation numérique ont poussé les concepteurs de logiciels d'éléments finis à établir des maillages plus fidèles. Cette tendance est aussi venue des docteurs en médecine qui ont commencé à intégrer les éléments finis dans leurs recherches ou leurs simulations préopératoires. Leurs travaux n'ont pas pour objectif d'obtenir un comportement global du corps humain, mais plutôt local. Mais les maillages prédéfinis disponibles dans les bases de données des fabricants de logiciels d'éléments finis et présentés précédemment ne correspondaient plus à leurs attentes. De plus, l'exigence des nouvelles normes de sécurité nationales et européennes dans le transport ont aussi contribué au perfectionnement des maillages prédéfinis dans les bases de données. Les industriels se sont donc investis dans divers projets pour affiner les modèles numériques existants.

Nous avons aujourd'hui à notre disposition des maillages plus proches de la réalité. Par exemple, le logiciel Radioss a été utilisé pour effectuer le maillage des membres inférieurs humains. Le maillage de la figure 1-10 permet de modéliser la structure osseuse, ainsi que le tissu humain, avec beaucoup plus de détails sur les formes. Il a été réalisé en effectuant une étude anatomique. Ce type de maillage est assez représentatif de l'anatomie humaine. Son inconvénient est que son niveau de détails est souvent lié à la taille numérique du fichier de données. Ceci n'est pas vraiment un problème à l'heure actuelle, étant donné les nouveaux moyens informatiques disponibles sur le marché.

Des industriels et des universitaires se sont regroupés dans le cadre d'un projet européen nommé HUMOS. Les différents partenaires de ce projet sont : PSA (coordinateur du projet), Renault, Volvo, ISAM (groupe Radioss), Faurecia, BMW, VW, INRETS, LBA Marseille, TNO, ESI, les Universités de Chalmers, de Heidelberg et d'Athènes. Les objectifs de ce projet européen sont d'améliorer les connaissances du comportement du corps humain et des tolérances lors d'une simulation de crash, afin de réduire le coût des nouveaux systèmes de sécurité passive. Cela implique une amélioration du maillage utilisé en éléments finis. Le projet HUMOS est présenté en figure 1-11. Il possède plus de détails, au niveau anatomique, que le projet EUROSID (figure 1-3). Le nombre d'organes pris en compte dans la modélisation est donc aussi beaucoup plus important. Cela nécessite donc au préalable un travail d'inventaire minutieux des organes.

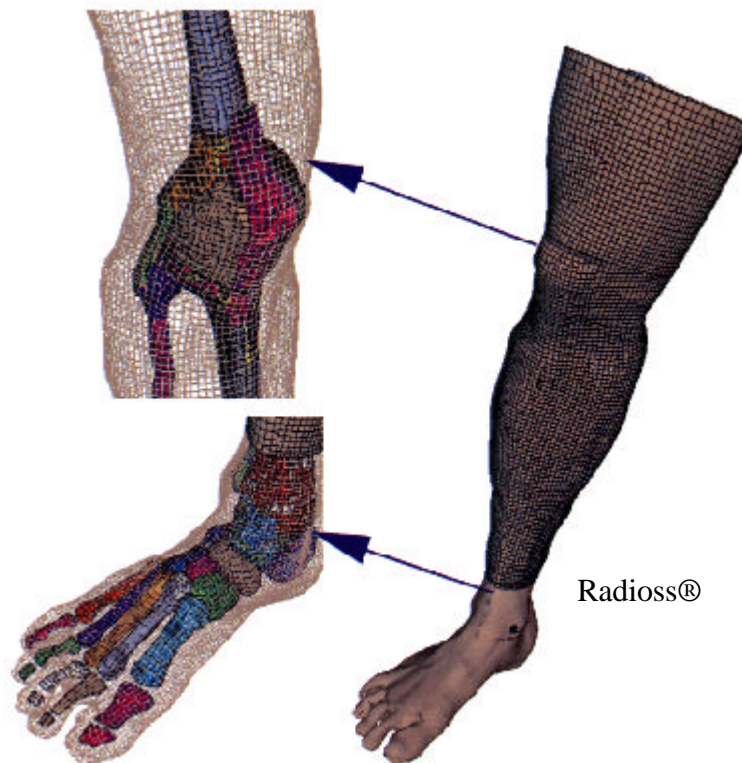


Figure 1-10. Maillage en éléments finis d'un membre inférieur humain avec les os et la peau [Radioss 2001].

L'inventaire des organes du corps humain à prendre en considération pour la réalisation d'un maillage biomécanique est la première étape importante, car c'est lors de cette étape, que la complexité du maillage est déterminée. Par exemple, lors de la modélisation, Hoek von Dyke *et al.* [Hoek von Dyke 1999] ont développé un modèle numérique comprenant le bassin,

les deux fémurs et les 5 premières lombaires. A cela, ils ont ajouté 94 muscles et 6 ligaments modélisés par des vecteurs. Il ont aussi pris en compte six contacts surfaciques qui sont modélisés par 18 vecteurs. Nous pouvons alors imaginer la complexité du modèle, si l'on veut prendre en considération tous les organes qui composent le corps humain avec beaucoup de détails.

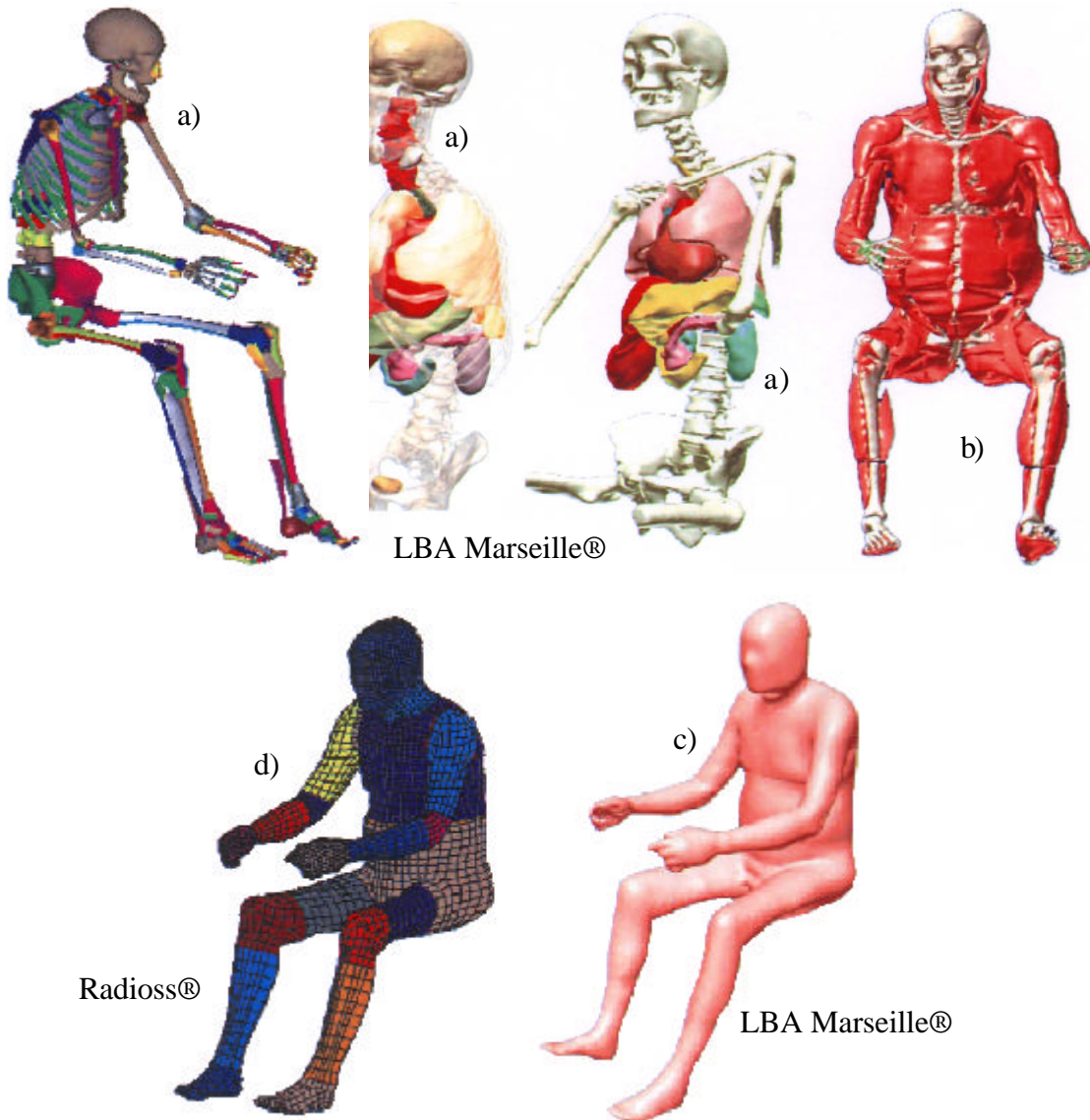


Figure 1-11. Modélisation du corps humain dans le cadre du projet européen HUMOS  
a) Ossature et organes internes, b) Muscles, c) Peau et d) HUMOS [Pam Crash 2002].

La modélisation complète du corps humain la plus fidèle possible du point de vue maillage en éléments finis nécessite la connaissance géométrique des organes qui le composent. Des modèles numériques d'humanoïde sont déjà disponibles dans les banques de données des logiciels, mais ils ne contentent pas la totalité des utilisateurs. Afin de progresser dans ces recherches, il faut établir un inventaire des organes et leurs géométries à l'aide des techniques de mesure tridimensionnelle avec ou sans contact.

### 1-1-3. Les interfaces graphiques 3D.

Il existe plusieurs types d'interface graphique 3D qui permettent de représenter, sur un écran d'ordinateur, un objet tridimensionnel numériquement défini par un nuage de points ou par maillage. Le plus simple est de visualiser les points de l'objet dans un repère 3D comme le montre la figure 1-12. La solution NURBS<sup>4</sup> consiste, elle, à relier les points entre eux par des courbes (figure 1-13). Cette représentation se rapproche plus de l'aspect d'un maillage en éléments finis. Une autre solution, qui est plus agréable du point de vue de l'utilisateur, consiste à relier les points par des facettes (figure 1-14). Ces facettes peuvent être triangulaires ou carrées. La particularité de ces facettes est que l'orientation de la normale à la surface de chaque facette permet de définir une face transparente (figure 1-15). Le format de ce style de représentation le plus couramment utilisé est celui du format DXF<sup>5</sup>. Il a l'inconvénient de prendre beaucoup de capacité de stockage. Un exemple de fichier de type DXF correspondant à la figure 1-14 est commenté en Annexe 1.

Ces formats de représentation sont normalisés, donc compatibles, et permettent ainsi d'effectuer des échanges entre divers logiciels comme par exemple entre un logiciel de dessins et un logiciel de simulation de phénomène physique. C'est pour cette raison qu'ils sont aussi appelés «*formats d'échange graphique* ». Il en existe beaucoup d'autres, comme par exemple les fichiers IGES<sup>6</sup> STEP<sup>7</sup>. Certains logiciels possèdent même leurs propres formats de fichier graphique qui ne peuvent pas être lus par tous les autres logiciels.

---

<sup>4</sup> Non-Uniform Rational B-Spline. Courbe plane définie par des points appelés «*nœuds*», à la manière des courbes de Bézier. Très pratique pour modéliser simplement en 3D des objets apparemment très complexes. Les courbes de Bézier (Pierre de son prénom, un Français qui travaillait à la Régie Renault) servent à dessiner des formes (p.e. : des caractères) ou à modéliser des surfaces, en CAO ou en imagerie de synthèse. Elles sont pratiques, car elles permettent de tracer des courbes compliquées à partir de seulement quelques points.

<sup>5</sup> Data eXchange Format. Format d'objet 3D, propriété à l'origine d'Autocad.

<sup>6</sup> Le fichier graphique initial d'échange est un format de fichier pour permuter les modèles géométriques entre différents systèmes de DAO.

<sup>7</sup> STandard for Exchange of Product model data. Norme de l'ISO.

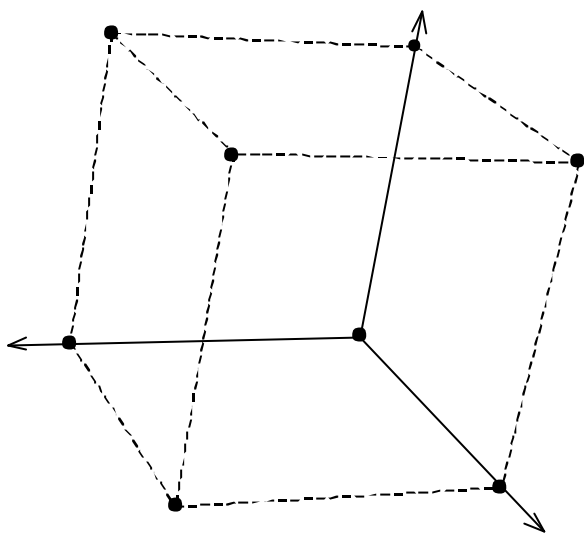


Figure 1-12. Représentation par un nuage de points XYZ.

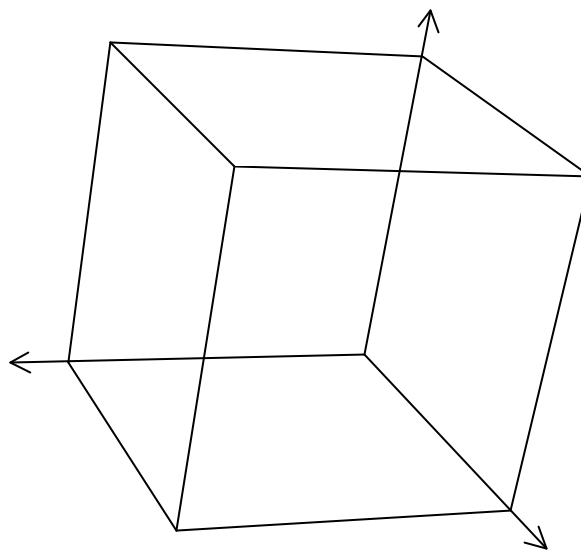


Figure 1-13. Représentation NURBS.

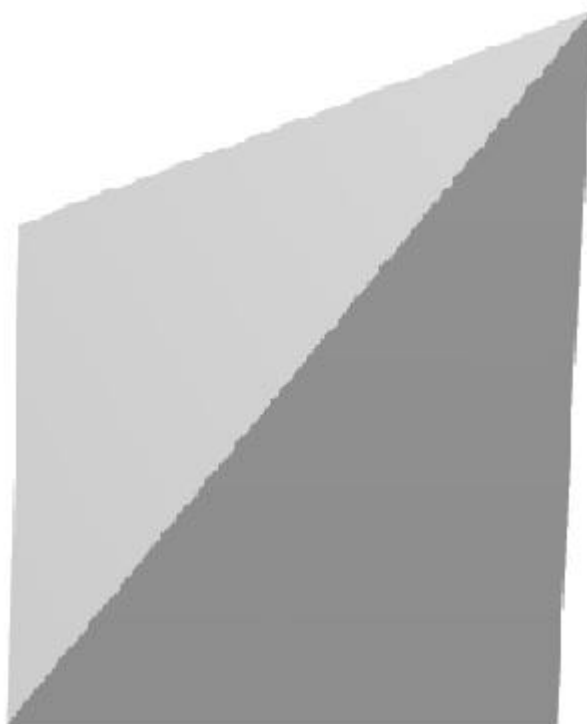


Figure 1-14. Représentation par facettes.

Il existe aussi les techniques de visualisation à l'aide de lunettes polarisées spécialement conçues pour l'observation 3D. Elles ne sont utilisées pour le confort de visualisation et sont rarement utilisées pour une quantification. Elles sont généralement mises en œuvre dans l'industrie cinématographique ou pour la stéréovision<sup>8</sup>.

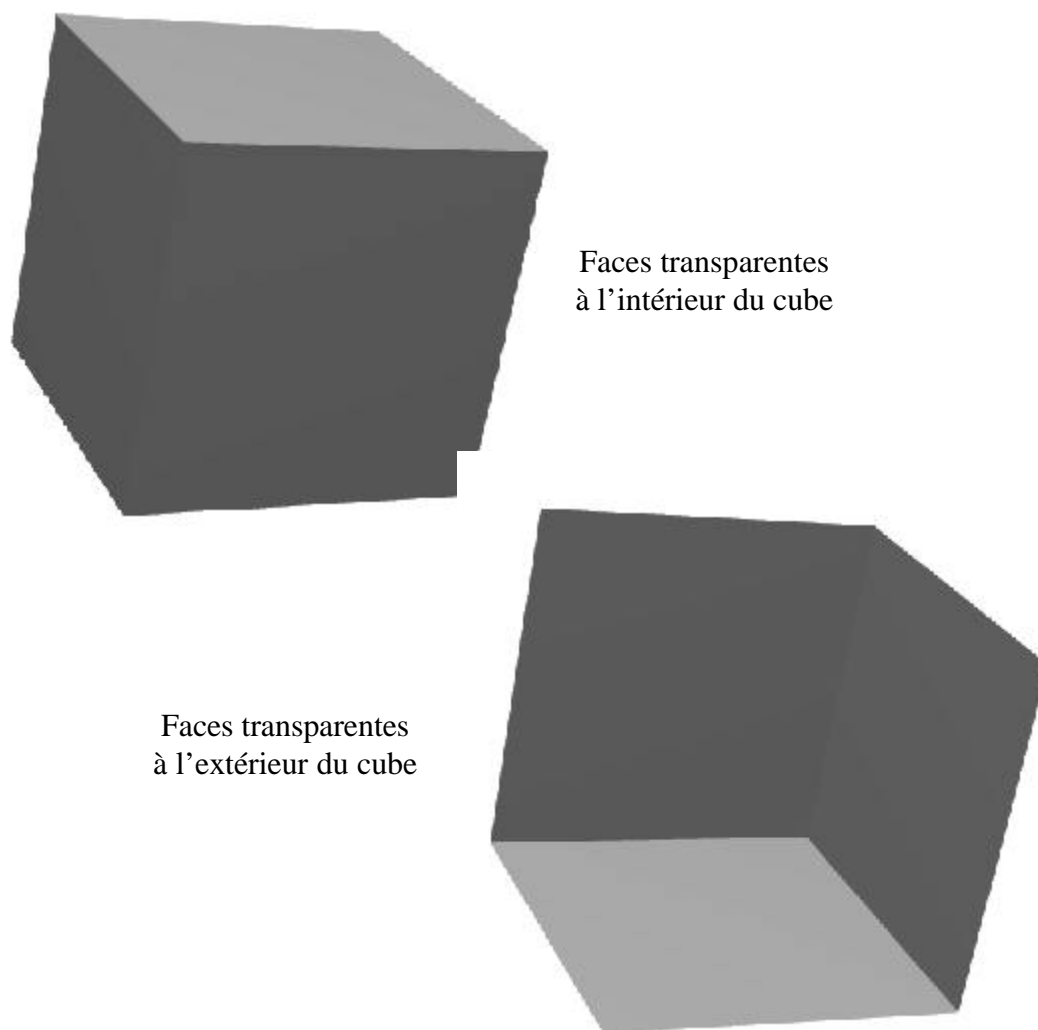


Figure 1-15. Exemples d'objets avec des faces de facette transparente.

---

<sup>8</sup> Relatif au stéréoscope.



## 1-2. Méthodes de mesure 3D par contact.

Ces techniques de mesure sont souvent appelées «*méthodes de mesure traditionnelle* », car elles sont connues et très répandues dans le domaine de la métrologie et du contrôle qualité. Pour la mesure de cotation manuelle, ce sont les palpeurs, les pieds à coulisse ou les comparateurs qui sont utilisés.

Pour pouvoir obtenir des cartographies de forme ou de relief, ce sont les machines de mesure tridimensionnelle qui sont généralement utilisées. Elles possèdent de 3 à 5 degrés de liberté en fonction des formes que l'on veut étudier, chaque degré de liberté équipé d'un codeur incrémental permettant ainsi de déterminer la position de la pointe de mesure. Les machines les plus performantes possèdent des degrés de liberté motorisés, comme par exemple celle présentée sur la figure 1-16. La figure 1-17 montre un bras de mesure 3D portable qui est une version non motorisée d'une machine de mesure tridimensionnelle.

L'exactitude de certaines de ces machines peut atteindre le dixième de micromètre. Par exemple, la Machine JOHANSSON présentée en figure 1-16 a une capacité de 1000×1500×800 mm avec une exactitude de 5 µm.



Figure 1-16. Machine de mesure tridimensionnelle CNC JOHANSSON.



Figure 1-17. Bras de mesure 3D portable FARO.

L'ensemble de ces machines de mesure 3D possède des performances inégalées au niveau de leur exactitude. C'est pour cette raison qu'elles sont largement utilisées dans le contrôle qualité. Par contre, leur coût de mise en œuvre fait que ces techniques ne sont réservées qu'à certains industriels. Par exemple, la machine de mesure JOHANSSON coûte à l'achat 29 000 €. Leur grande exactitude se fait au détriment de leur vitesse d'acquisition des points de mesure.

Dans le cadre d'une application sur des organes biologiques cette technique de mesure avec contact ne peut pas être envisagée, car la résistance à la pression du palpeur mécanique sur la surface de l'organe n'est pas uniforme, ce qui a pour conséquence d'entacher les diverses mesures de relief d'erreur. La mesure peut être effectuée sur un os, car cet organe est dur, par contre sur un cœur ou un poumon, cela paraît moins évident.

### **1-3. Méthodes de mesure 3D sans contact.**

Les techniques de mesure tridimensionnelle sans contact sont généralement basées sur un principe fondamental optique. C'est d'ailleurs un moyen simple d'effectuer des mesures sans contact. Certaines de ces techniques sont basées sur le modèle biologique, comme la stéréovision du système oculaire de l'être humain, et d'autres sont plus complexes. Nous allons donc faire l'inventaire des techniques optiques de mesure tridimensionnelle qui sont à notre disposition.

Il existe, dans la littérature, de nombreux articles qui proposent des techniques optiques de mesure de relief. Certaines peuvent être regroupées par familles de techniques. Nous allons donc essayer de fournir une vue d'ensemble des moyens de mesure tridimensionnelle qui utilisent un phénomène optique. Nous aborderons leurs domaines d'application, leurs performances, ainsi que leurs inconvénients. Les méthodes présentées, qui sont les plus couramment utilisées, sont donc : la vitesse de la lumière, le scanner laser, l'interférométrie, la stéréoscopie, le moiré et la projection de lumière structurée.

#### **1-3-1. La vitesse de la lumière.**

La méthode du temps de vol de la lumière est basée sur la mesure directe de la durée de vol de l'impulsion d'un laser. L'impulsion est envoyée simultanément dans une fibre optique et sur l'objet réfléchissant. Puis, les deux informations sont renvoyées sur un capteur d'impulsions. La différence de temps au niveau du capteur entre les deux impulsions est convertie en distance. Des travaux sur cette technique ont été réalisés par Moring *et al.* [Moring 1989]. Cette technique permet d'effectuer une mesure ponctuelle avec une exactitude de l'ordre du centième de millimètre. C'est sur ce principe que les palpeurs optiques, adaptables aux machines de mesure tridimensionnelle, sont réalisés. Les travaux plus récents de Massa *et al.* [Massa 1998] ont permis d'obtenir une répétitivité de mesures de distance inférieure au micron pour une distance de mesure d'un mètre.

### 1-3-2 Le scanner laser.

Le principe des scanners lasers est basé sur la relation de triangulation célèbre en optique. Le faisceau laser est projeté sur la surface de l'objet, puis observé à l'aide d'une caméra CCD<sup>8</sup> ou d'un détecteur de positions sensibles (PSD). Cela permet d'obtenir une mesure ponctuelle de relief. Par contre, pour avoir un champ complet de mesure de relief, le point projeté doit balayer la surface de l'objet étudié, permettant ainsi d'avoir une fréquence de mesure de 40 kHz ou plus. Les articles de Ji et Leu [Ji 1989], ainsi que ceux de Keferstein et Marxer [Keferstein 1998], expliquent plus en détail le fonctionnement et les capacités des scanners lasers. Pour le système d'observation, ce sont généralement les capteurs CCD qui sont utilisés, car ils sont plus précis à cause de leur résolution.

L'exactitude des scanners lasers 3D est généralement fonction de la taille de l'objet étudié. Par exemple, pour l'appareil VI 300 de chez Minolta, les constructeurs nous donnent une exactitude de 0,45 mm pour un objet de 190×190 mm et une exactitude de 1 mm pour une surface de mesure de 400×400 mm.

### 1-3-3. L'interférométrie.

Le phénomène d'interférométrie permet d'obtenir un réseau de franges en superposant deux faisceaux cohérents provenant d'un même laser, dont l'un est en retard ou en avance par rapport à l'autre. Ce décalage entre les deux faisceaux est généralement dû à un chemin optique différent. Il existe plusieurs configurations de montage d'interféromètre, mais les plus couramment utilisés sont ceux de Michelson et de Mach Zehnder [Humbert 2000]. Les interféromètres ont l'avantage d'avoir une très grande exactitude, c'est-à-dire de l'ordre du dixième de micron. Par contre, leur capacité de mesure de relief est de l'ordre de quelques millimètres maximum. Les interféromètres nécessitent généralement un objet soit réfléchissant soit transparent.

Il existe d'autres techniques basées sur le phénomène d'interférence entre deux faisceaux de lumière cohérente, comme par exemple la microscopie interférentielle ou la shearographie, utilisée par Shang *et al.* [Shang 2000] et Tay *et al.* [Tay 1994]. Ces méthodes sont utilisées pour la mesure de microreliefs ou des microdéplacements hors plan, sur des

---

<sup>8</sup> CCD : Couple-Charged Device [Dispositif à Transfert de Charge].

petites surfaces. Comme exemple de travaux utilisant l'interférométrie pour la mesure de relief 3D, nous pouvons aussi citer ceux de Yamaguchi *et al.* [Yamaguchi 2000].

### 1-3-4. La stéréoscopie.

Les techniques stéréoscopiques utilisent le principe même de la triangulation à partir de deux points de vue, comme le montre le schéma de la figure 1-18. Elle consiste à observer un point dans un repère tridimensionnel réel, à l'aide de deux points de vue, comme par exemple des caméras CCD.

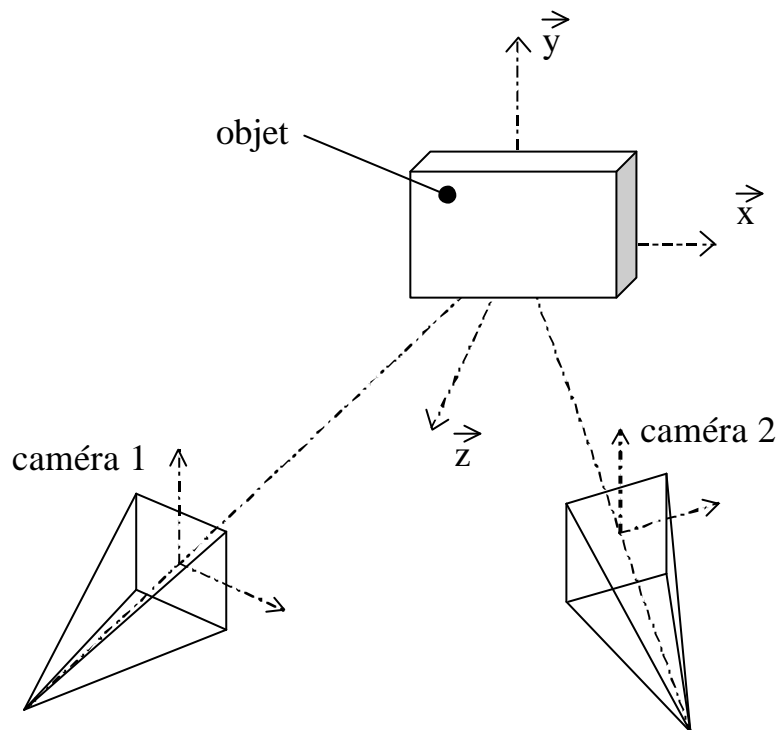


Figure 1-18. Schéma de principe d'une méthode stéréoscopique.

Les deux points dans les plans images correspondant à un même point dans le repère réel sont appelés «*points homologues*». C'est à partir des quatre données et des paramètres géométriques du montage que le relief est calculé. Etant donné qu'il faut connaître précisément les caractéristiques du montage, les techniques de mesure stéréoscopique sont généralement couplées à une procédure de calibrage. Il existe deux moyens de localiser les points homologues s'ils sont visibles et bien distincts : la stéréophotogrammétrie et la stéréolocalisation de points. Dans le cas où les points homologues sont aléatoires, comme par

exemple pour un champ de granularité, c'est la stéréocorrélation d'images qui sera mise en œuvre.

La stéréophotogrammétrie a, par exemple, été utilisée dans le relevé topographique géographique terrestre ou aérien. Cette dernière application a vu le jour avec l'apparition des avions et s'étend aujourd'hui à des applications spatiales. Nous pouvons citer quatre ouvrages de Bonneval [Bonneval 1972-a] [Bonneval 1972-b] [Bonneval 1972-c] [Bonneval 1972-d] qui présentent bien ces applications.

En mécanique, il existe de nombreuses applications des techniques stéréoscopiques, nous pouvons citer entre autres celles de Chen *et al.* [Chen 1996], Gussekloo *et al.* [Gussekloo 1999], Craievich *et al.* [Craievich 1999], Tsai [Tsai 1986] [Tsai 1987], Luo [Luo 1993], Pollastri [Pollastri 1989], Caprile *et al.* [Caprile 1990], Lenz *et al.* [Lenz 1987], Daucher *et al.* [Daucher 1994], Faugeras *et al.* [Faugeras 1987], Zhou [Zhou 1992], Zhuang [Zhuang 1995], Garcia *et al.* [Garcia 2001], et bien d'autres encore. En ce qui concerne le domaine de la biomécanique, nous pouvons citer les travaux sur la stéréovision de Vrooman *et al.* [Vrooman 1998], ainsi que ceux de Valstar *et al.* [Valstar 2001].

Il existe aussi d'autres méthodes, comme celle d'Aguilar [Aguilar 1996], qui combinent la stéréovision avec la projection de points lasers. Elles peuvent être appelées « *stéréo scanner laser* ». Nous pouvons aussi citer, en ce qui concerne ce type de techniques, les travaux de Cardenas *et al.* [Cardenas 1995].

### **1-3-5. Le moiré.**

Le phénomène de moiré est utilisé pour la mesure de relief sur tout un champ. Il existe plusieurs sortes de moiré. Tout d'abord, il y a le moiré d'ombre qui fut développé par Meadows *et al.* [Meadows 1970] et Takasaki [Takasaki 1970] [Takasaki 1973]. La deuxième technique est celle du moiré de projection conçue pour l'étude d'objets de grande taille, dont nous pouvons citer les premiers travaux de Durelli et Parks [Durelli 1970], Pirroda [Pirroda 1982] et Théocaris [Théocaris 1964] [Théocaris 1969]. Elles sont généralement couplées à des techniques d'analyse de franges permettant d'obtenir une résolution du dixième ou du centième d'interfrange. L'exactitude ainsi obtenue sur le relief est fonction de la taille de l'objet mesuré et peut varier de 0,01 mm à quelques millimètres. Ces deux techniques de mesure seront expliquées plus en détail dans le début du chapitre 2.

Il existe aussi une autre technique de mesure, appelée «*moiré binaire* ». Étudiée par Asundi [Asundi 1993] et Wong [Wong 1993], elle consiste à utiliser le réseau de la grille CCD pour obtenir le phénomène de moiré. C'est une technique assez complexe à mettre en œuvre à cause des problèmes de haute résolution du réseau objet. C'est pour cela qu'elle est peu répandue.

Dans la littérature, nous pouvons trouver de nombreux articles utilisant le phénomène de moiré qui est, en fait, une technique de mesure très répandue. Elle est aussi appelée «*moiré topographique* ». Des applications du moiré d'ombre ou de projection ont été présentées par Zhong *et al.* [Zhong 2001], Brémand [Brémand 1994], Mauvoisin *et al.* [Mauvoisin 1993], Jin et Bao [Jin 2001], He *et al.* [He 1998], Groves *et al.* [Groves 2001], Choi et Kim [Choi 1998], Matsumoto *et al.* [Matsumoto 1996], Yoshizawa et Tomisawa [Yoshizawa 1993], Xie *et al.* [Xie 2001], ainsi que Wang *et al.* [Wang 2002]. Certains ont même mis en œuvre des réseaux de couleurs, comme par exemple Lim et Chung [Lim 1988] ou encore Gilbert et Blatt [Gilbert 2000].

### **1-3-6. Projection de lumière structurée.**

La technique de projection de lumière structurée consiste à analyser un réseau de traits projetés sur la surface d'un objet, à l'aide d'un projecteur de réseau, comme par exemple un vidéoprojecteur. Les réseaux projetés sont binaires et composés de traits verticaux, horizontaux ou croisés. Il est à noter qu'un réseau de points uniformément répartis est le complément, du point de vue imagerie, d'un réseau de traits croisés. Le calcul du relief est basé sur la triangulation entre l'image projetée et celle observée. Elle ressemble à la technique de scanner laser, sauf que dans ce cas, ce n'est plus un point qui est projeté, mais une image. Nous pouvons citer comme référence, pour cette technique, les travaux de Guisser *et al.* [Guisser 2000] et ceux de Guangjun et Liqun [Guangjun 2000]. L'une des techniques de projection de lumière structurée les plus utilisées est celle qui consiste à projeter des réseaux avec un codage de Gray.

Le code Gray est un codage binaire particulier utilisé plus généralement dans le domaine électronique. Pour les initiés, dans ce domaine, il est aussi appelé «*binaire réfléchi* ». Le table 1-1 représente le codage du code gray pour un mot de quatre bits. Les images associées à un codage de Gray de quatre bits sont représentées sur la figure 2-19. Par convention, le niveau 0 correspond au noir et le niveau 1 au blanc. Le montage expérimental est le même que pour la technique de moiré de projection. Le principe de cette technique de

mesure est le suivant. Les quatre images du réseau binaire, de la figure 2-19, sont projetées successivement sur l'objet. Pour chacune d'entre elles, nous obtenons quatre images résultats à l'aide du système d'observation. En superposant les quatre images résultats et en utilisant le code Gray, nous obtenons un champ numérique. En effectuant une triangulation entre le champ numérique imposé (au niveau du projecteur) et celui observé (au niveau de la caméra), nous pouvons déterminer le relief. Le schéma de principe de l'utilisation du code Gray est représenté sur la figure 2-20.

Bits mot	C <sub>0</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>14</sub>	C <sub>15</sub>
poids 3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
poids 2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
poids 1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
poids 0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
Valeur numérique	0	1	3	2	6	7	5	4	12	13	15	14	10	11	9	8

Table 1-1. Séquences du code Gray pour un nombre de quatre images.

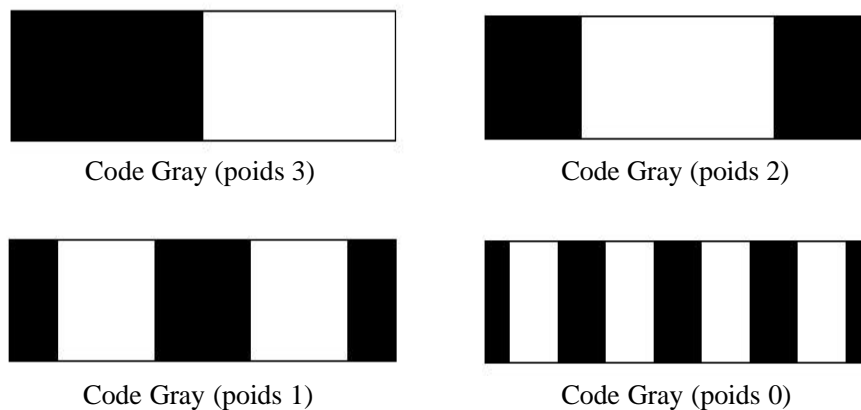


Figure 2-19. Images projetées pour obtenir le code Gray de quatre bits.

La particularité de ce code Gray est que le passage d'un bit mot au suivant ne se fait qu'en changeant une seule valeur de poids. Par exemple, pour passer du bit mot C<sub>0</sub> au bit mot C<sub>1</sub>, seule la valeur du poids 0 change en passant de 0 à 1. Ce code est très utilisé dans la conception de codeurs incrémentaux, car il est beaucoup plus stable que le code binaire. En



effet, pour passer d'une valeur à une autre, il n'y a qu'un seul bit qui change, il n'y a donc pas de valeur intermédiaire. Par contre, en ce qui concerne le code binaire, le passage d'une valeur à la suivante se fait par un changement de plusieurs bits. Si ces changements ne s'effectuent pas en même temps, nous avons des valeurs intermédiaires parasites. Par exemple, pour passer du code binaire 0011 au suivant qui est 0100, nous pouvons avoir pendant la durée de transition les valeurs intermédiaires suivantes : 0010, 0111, 0001, 0110, 0101. Le code gray permet ainsi d'éviter les problèmes de synchronisation de passage de bits.

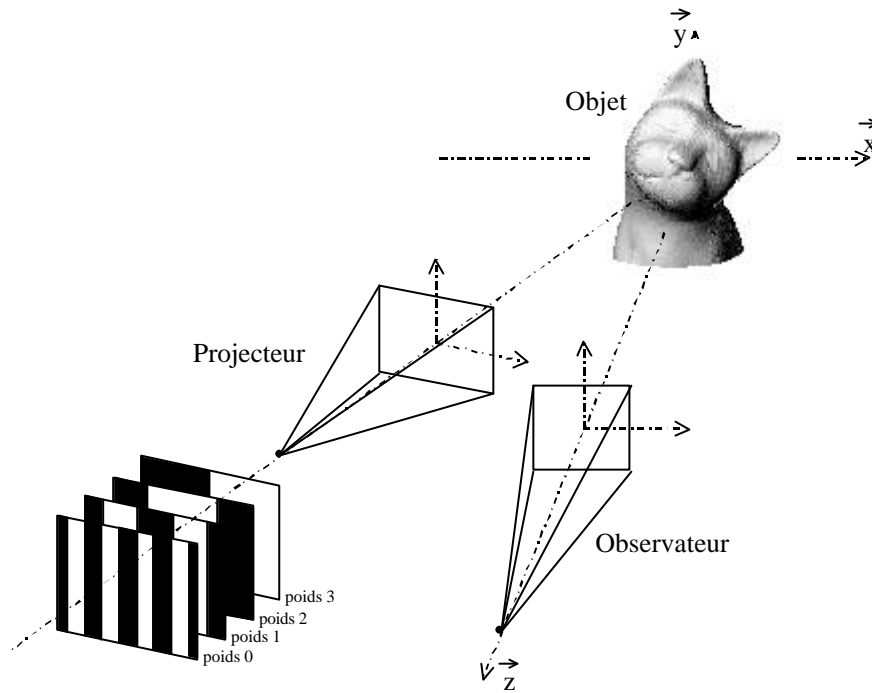


Figure 2-20. Schéma de principe pour l'utilisation du code Gray.

Dans la technique de mesure de reliefs 3D, le problème de synchronisation ne se fait pas au niveau temporel, mais au niveau spatial. Dans le cas d'un codage binaire classique, comme le montre la figure 2-21, nous pouvons avoir deux valeurs intermédiaires si le changement de plusieurs bits s'effectue pour la même coordonnée x. Ce mauvais codage binaire apparaît lors de la superposition des images observées, ce qui permet d'obtenir un champ numérique. Nous pouvons voir que dans ce cas, le problème de synchronisation fait apparaître les valeurs 0001 et 0101. Des travaux réalisés avec ce type de codage, pour la mesure de reliefs, ont été présentés par Sansoni *et al.* [Sansoni 1997] [Sansoni 1999], ainsi que Gartner *et al.* [Gartner 1995].

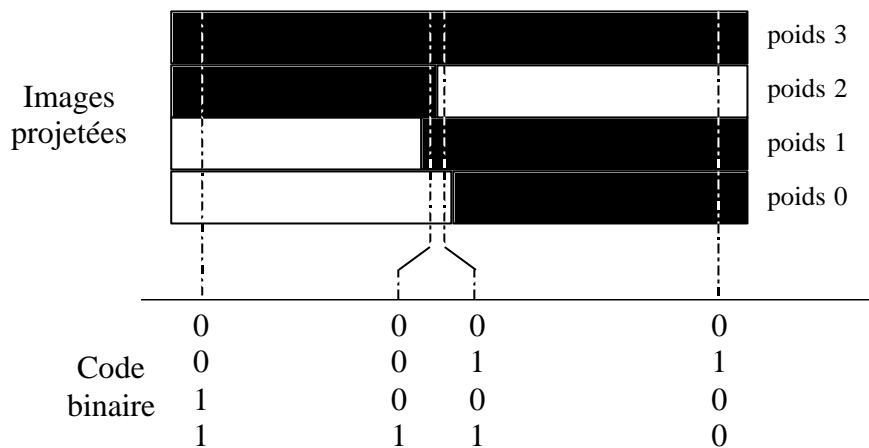


Figure 2-21. Problème de synchronisation dans le cas d'un codage binaire pour le passage de la valeur 0011 à celle de 0100.

## 1-4. Synthèse.

Nous avons vu que la conception d'un maillage en éléments finis pouvait être réalisée par des techniques de CAO-DAO ou par la mesure du relief d'un objet. Dans le premier cas, les maillages sont réalisés par un assemblage de formes géométriques élémentaires. Cette technique s'applique généralement au domaine des pièces mécaniques. Le maillage est alors généré à partir d'un fichier numérique conçu par les logiciels de DAO-CAO. C'est donc une méthode simple et rapide à mettre en œuvre. La deuxième technique pour réaliser un maillage en éléments finis est utilisée lorsqu'il n'existe aucun fichier numérique définissant l'objet et que le relief de ce dernier est complexe.

Les premières modélisations numériques concernant le domaine de la biomécanique ont été réalisées avec des formes géométriques simples. Elles ont permis des études globales du corps humain dans les crash tests. Aujourd'hui, la recherche d'une modélisation numérique plus réaliste, permettant de définir des comportements plus locaux, passe par une meilleure définition du maillage. Il est donc nécessaire de faire des études anatomiques et morphologiques de chaque organe qui compose le corps humain. La mesure du relief de ces organes biologiques permettrait donc d'affiner les maillages en éléments finis.

Nous avons fait l'inventaire des techniques de mesure de reliefs avec ou sans contact. Pour les organes biologiques, les techniques de mesure avec contact sont à proscrire du fait que pour certains d'entre eux, la résistance à la pression exercée par le capteur n'est pas

homogène sur toute leur surface. Comme les tissus vivants ne sont ni transparents ni réfléchissants, toutes les techniques utilisant l'interférométrie sont à éliminer. De plus, elles sont sensibles aux micro déplacements qui sont inévitables lors de sollicitations mécaniques sur les organes du vivant. En ce qui concerne les techniques basées sur la vitesse de la lumière, elles n'effectuent que des mesures ponctuelles et sont donc lentes lors d'une mesure de champs. Quant aux scanners lasers, c'est leur coût de mise en œuvre qui freine leur utilisation. Mais ils sont aussi précis que les techniques de moiré d'ombre ou de projection de lumière structurée. C'est vers ces deux techniques que nous nous sommes orienté.

Nous avons aussi vu qu'il existait plusieurs moyens pour représenter numériquement un maillage numérique, mais que le plus explicite était celui du format DXF, grâce aux facettes. De plus, il a l'avantage d'être un format d'échange standard.

Nous allons donc développer une méthode optique de mesure de reliefs dans le but d'obtenir un maillage des organes qui composent le corps humain. Dans le chapitre 3, nous présenterons des exemples de mesure de reliefs sur un être humain pour un buste, une voûte plantaire, une paume de main, ainsi qu'un tibia.



## **Chapitre 2**

### **Méthodes de mesure par technique de projection de réseaux de traits sinusoidaux**



Les techniques des moirés d'ombre et de projection permettent de mesurer le relief d'un objet. Nous expliquerons d'abord en quoi consiste le phénomène de moiré, puis les avantages et les inconvénients de ces deux techniques de mesures de reliefs basées sur ce phénomène. En reprenant la théorie du moiré de projection, nous développerons une technique plus précise. Les processus de calcul et de calibrage de cette nouvelle approche du moiré de projection seront aussi abordés.

## **2-1. Principe du phénomène de moiré.**

Le moiré est un phénomène optique. Il se produit lorsque deux réseaux sont superposés. Il est souvent aperçu dans la vie courante. Prenons l'exemple d'un personnage télévisuel qui porte des vêtements rayés. Il est alors possible de voir apparaître un réseau qui est indésirable. Dans ce cas, c'est la superposition entre le réseau du vêtement porté par le personnage à l'écran et la grille de points (pixels) qui définit l'image de votre téléviseur. C'est pour cette raison que les présentateurs de journaux télévisés portent rarement, voire jamais, des vestes ou des chemises à rayures. En résumé, le phénomène de moiré peut être défini ainsi : la superposition de deux réseaux physiques génère un troisième réseau visible qui est différent et fonction des deux premiers. Les réseaux peuvent être de différente nature. Ils peuvent provenir d'un imprimé, d'une matrice, de la structure de l'objet observé, etc. Les réseaux peuvent aussi être constitués géométriquement de traits, de traits croisés, de cercles, d'ellipses, etc.

Le phénomène de moiré (figure 2-1) le plus simple que nous pouvons rencontrer est celui qui consiste à superposer deux réseaux de traits identiques avec un décalage angulaire. Ce phénomène peut devenir plus complexe lorsque les réseaux superposés sont circulaires et elliptiques (figure 2-2) et encore plus lorsque ce sont deux réseaux elliptiques qui sont mis en œuvre (figure 2-3). Ce phénomène peut aussi s'étendre à la superposition de trois réseaux ou plus, par exemple, le moiré de moiré qui met en œuvre quatre réseaux de traits, comme sur la figure 2-4 utilisant des réseaux elliptiques.

D'un point de vue artistique, ce sont ces derniers qui sont les plus jolis et les plus agréables à regarder. Comme nous voulons utiliser ce phénomène de moiré pour déterminer des caractéristiques géométriques, il est donc plus judicieux d'utiliser des franges de moiré simples, afin d'avoir une analyse moins complexe à réaliser. C'est pour cela que dans les techniques de moiré, ce sont généralement des réseaux de traits parallèles qui sont utilisés.

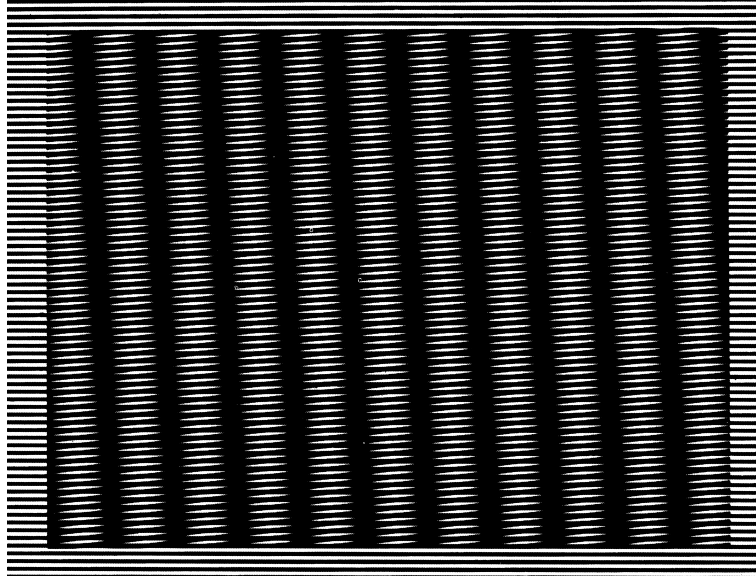


Figure 2-1. Franges de moiré formées par deux réseaux de traits linéaires identiques avec un décalage angulaire entre les deux.

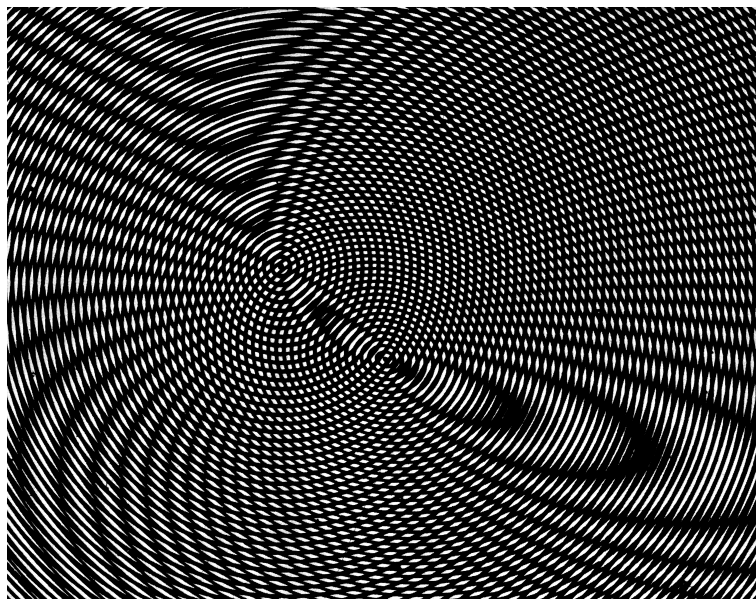


Figure 2-2. Franges de moiré formées par un réseau circulaire et un réseau elliptique.



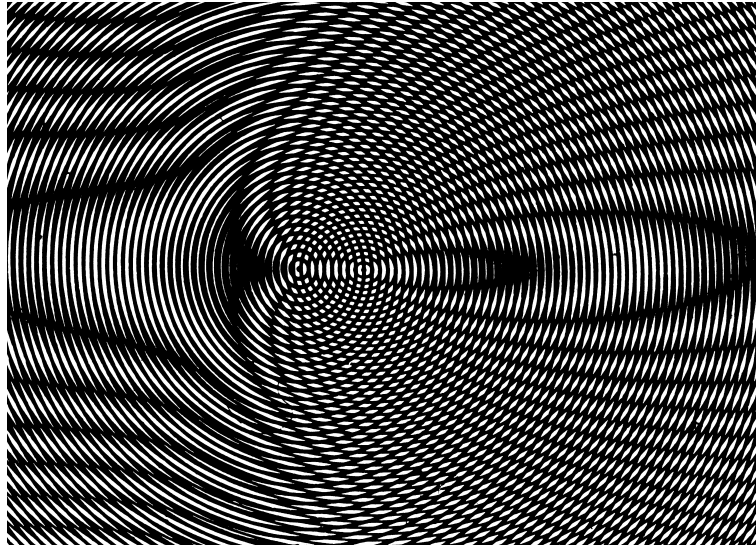


Figure 2-3. Franges de moiré formées par des réseaux elliptiques excentrés.

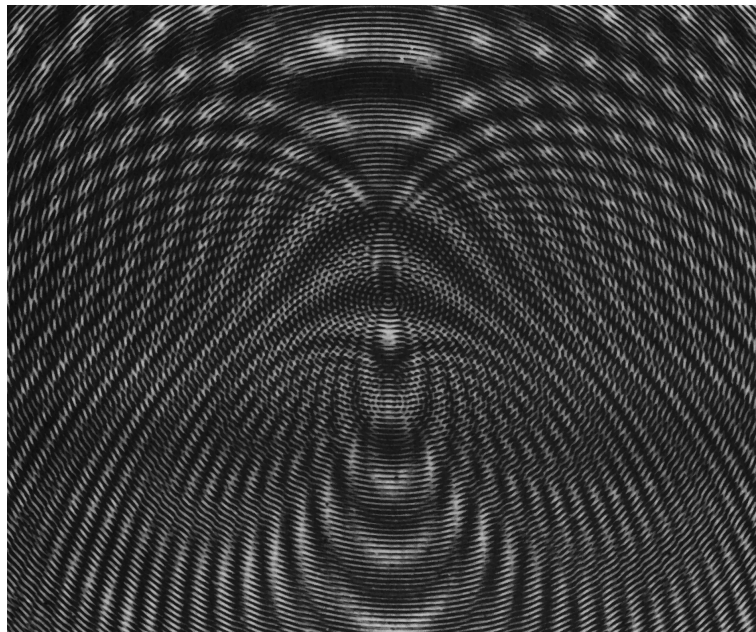


Figure 2-4. Franges de moiré formées par la superposition de quatre réseaux elliptiques excentrés appelées aussi moiré de moiré.

## 2-2. Théorie des techniques de mesure basées sur le phénomène de moiré.

Dans notre équipe de Photomécanique et Rhéologie du Laboratoire de Mécanique des Solides, des méthodes permettant la mesure de reliefs ont déjà été développées. Il existe le moiré d'ombre qui fut développé par Mauvoisin [Mauvoisin 1993], ainsi que le moiré de projection qui fut élaboré par Brémand [Brémand 1994]. Ces deux méthodes sont basées sur le phénomène de moiré.

### 2-2-1. Notions de base.

Nous allons maintenant définir les notations qui sont généralement utilisées dans le domaine des méthodes de mesure mécanique basées sur le phénomène de moiré. Le réseau maître est celui qui est parfaitement connu et qui ne subit aucune déformation au cours du temps. Le réseau objet est celui qui est solidaire de l'objet à étudier. Il peut être assimilé à une image de l'objet. La superposition des deux forme le réseau de franges de moiré. Les réseaux maître et objet possèdent chacun un trait initial numéroté respectivement  $p$  et  $q$ , comme le montre le schéma de la figure 2-5. Les franges du réseau résultant du phénomène de moiré sont désignées par leur ordre de frange  $k$ . La relation qui relie les différents réseaux est la suivante :

La frange d'ordre  $k$  passe par les points d'intersections des deux réseaux où  $q + p = C_{te} = k$ .

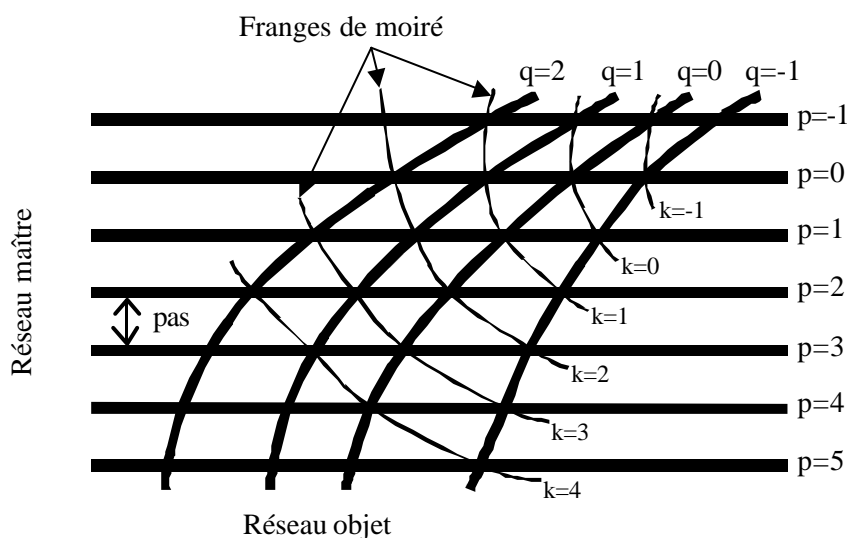


Figure 2-5. Principe de superposition de réseaux.

Le réseau des franges de moiré est en général moins dense que les deux autres réseaux, ce qui facilite son analyse avec plus d'exactitude (problèmes de visualisation, d'échantillonnage, etc.). C'est sur ce principe que les techniques de mesure de moiré reposent. En effet, à partir de l'analyse du réseau de moiré et connaissant le réseau maître, il est possible de déterminer le réseau objet qui contient l'information que nous recherchons et qui nous intéresse. C'est directement de ce principe que la technique du moiré de pas voisin découle. Elle permet la mesure de déplacements dans le plan avec une exactitude de l'ordre du centième de millimètre. Il est à noter que cette technique ne peut pas être utilisée sur des organes biologiques, car elle nécessite un réseau de traits solidaires de l'objet étudié.

### 2-2-2. Le moiré d'ombre.

Le moiré d'ombre aussi appelé « *moiré topographique* » fit son apparition dans les années 1970. Les premiers à avoir développé cette technique furent Théocaris [Théocaris 1964] [Théocaris 1969], Meadows *et al.* [Meadows 1970] et Takasaki [Takasaki 1970] [Takasaki 1973]. Son principe consiste à superposer un réseau physique de traits (réseau maître) et son ombre projetée sur l'objet étudié (réseau objet) de manière à observer le phénomène de moiré. Le réseau de franges observé correspond aux lignes de niveau de l'objet. Donc l'analyse du phénomène de moiré permet de déterminer le relief de l'objet.

Le schéma de principe du moiré d'ombre est présenté sur la figure 2-6. Il est composé d'une source lumineuse ponctuelle ( $S_{\text{lumineuse}}$ ), d'un système d'observation ( $O_{\text{bs}}$ ) et d'un réseau de traits verticaux de pas  $P_r$  placé devant l'objet. Nous pouvons alors bien voir sur le schéma que les ordres de franges de moiré correspondant aux lignes de niveau  $k$  du relief de l'objet. Les caractéristiques géométriques du montage du moiré d'ombre sont les suivantes : la distance entre l'objet et la source lumineuse ( $h_p$ ), la distance entre l'objet et le point d'observation ( $h_o$ ) et la distance entre la source lumineuse et le point d'observation ( $d$ ).

Le relief peut alors être déterminé en fonction de l'ordre de frange  $k$ , par l'équation suivante [Mauvoisin 1994] :

$$k = \frac{Z}{P_r} \left( \frac{x}{h_p + Z} \cdot \frac{d-x}{h_o + Z} \right) \quad (\text{eq. 2-1})$$

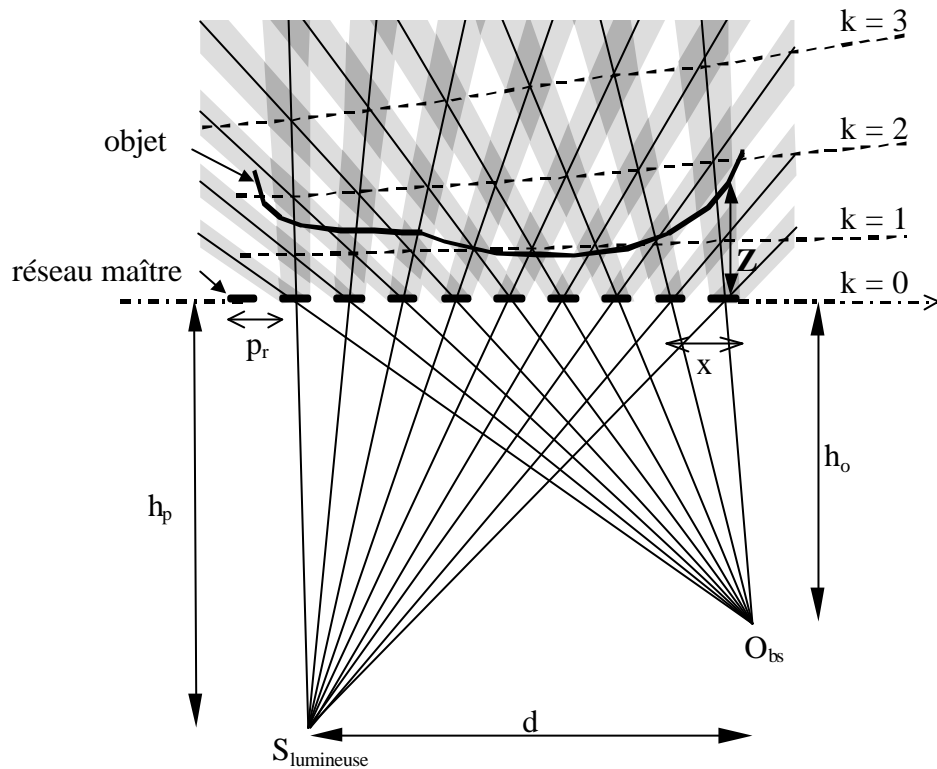


Figure 2-6. Schéma de principe du moiré d'ombre.

Dans le cas d'une configuration quelconque, les ordres de frange  $k$  ne sont pas proportionnels au relief  $Z$ . C'est pour éviter ce problème que les utilisateurs se placent dans une configuration dite de faisceaux parallèles, dans le but de supprimer cet effet de distorsion. Cette hypothèse simplificatrice peut être faite si la distance  $h_p$  est égale à la distance  $h_o$  et que ces distances sont grandes devant l'amplitude du relief  $Z$ . Dans ce cas, le relief  $z$  est directement proportionnel aux ordres de frange  $k$  et s'exprime de la manière suivante :

$$Z = k \cdot \frac{P_r \cdot h_p}{d} = k \cdot \Delta Z \quad \text{où } \Delta Z \text{ est le facteur de sensibilité} \quad (\text{eq. 2-2})$$

Si le réseau sinusoidal de franges de moiré est décrit par sa phase  $\phi = k \cdot 2\pi$ , ce qui implique que son intensité lumineuse varie suivant une sinusoïde dans le plan  $(O, x, y)$ , alors l'équation précédente devient :

$$Z = \frac{\phi}{2\pi} \cdot \frac{P_r \cdot h_p}{d} = \frac{\phi}{2\pi} \cdot \Delta Z \quad (\text{eq. 2-3})$$

Le montage en lui-même impose deux limitations optiques. La première est celle qui est due à la diffraction du réseau (figure 2-7) [Mauvoisin 1994]. Le relief maximum mesurable est de :

$$Z < \frac{P_r^2}{4\lambda} \quad \text{où } \lambda \text{ est la longueur d'onde de la lumière.} \quad (\text{eq. 2-4})$$

La deuxième limitation est celle due à la taille de la source [Mauvoisin 1994] qui, dans la réalité, ne peut pas être ponctuelle, ce qui réduit la capacité de mesure de relief (figure 2-8) :

$$Z < \frac{P_r \cdot h_p}{2\phi_{\text{source}} - P_r} \quad \text{où } \phi_{\text{source}} \text{ est le diamètre de la source lumineuse.} \quad (\text{eq. 2-5})$$

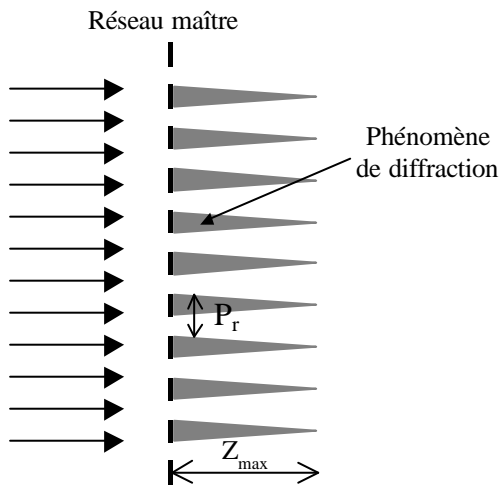


Figure 2-7. Limitation du moiré d'ombre due à la diffraction optique.

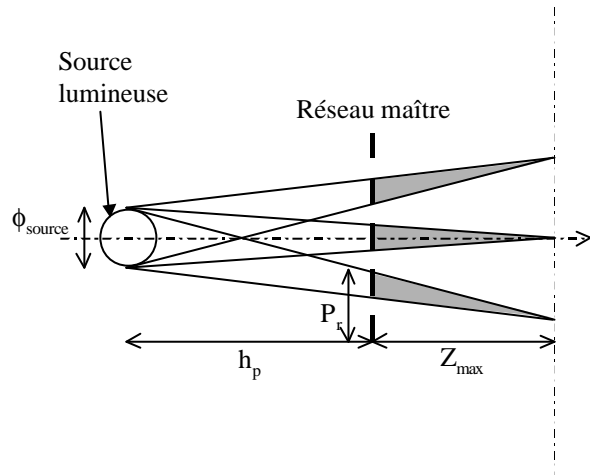


Figure 2-8. Limitation du moiré d'ombre due à la taille de la source lumineuse.

L'équation 2-4 indique que le pas du réseau ne doit pas être trop petit à cause du phénomène de diffraction. Mais d'après l'équation 2-3, pour que nous obtenions une bonne exactitude, il faut que ce pas de réseau soit le plus petit possible. C'est pour cela que le pas de réseau est généralement de l'ordre du millimètre. Or, l'équation 2-5 dit que le diamètre de la

source lumineuse doit être inférieure à la moitié du pas du réseau ( $\phi_{\text{source}} \leq P_r/2$ ), ce qui revient à dire que la source lumineuse doit être la plus ponctuelle possible ( $\phi_{\text{source}} \leq 0,5 \text{ mm}$ ).

La figure 2-9 montre l'application du moiré d'ombre sur une dent de mammifère. Dans ce cas, le facteur de sensibilité  $\Delta Z$  correspondant au relief entre deux franges de moiré (ou deux lignes de niveau) est de 6 mm.

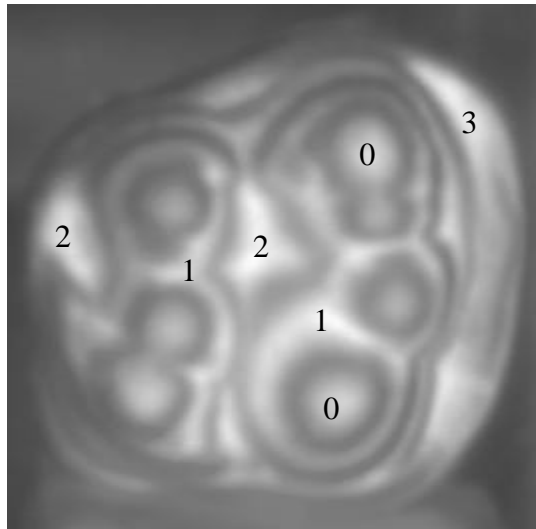


Figure 2-9. Relief d'une dent de mammifère obtenu par moiré d'ombre.

Le moiré d'ombre permet de mesurer des reliefs ou des déplacements hors plan. La nécessité d'avoir, devant l'objet, un réseau physique limite cette technique de mesure à des objets de petite taille (de l'ordre de  $10 \times 10 \text{ cm}^2$ ). De plus, si nous utilisons un réseau à 50% (autant de noir que de blanc), le contraste de l'image varie de 0 à 50%. Cela impose que l'objet soit clair et de couleur à peu près uniforme, si l'on veut obtenir de bons résultats expérimentaux. A cela s'ajoutent les deux limitations optiques qui réduisent la capacité de mesure de reliefs. Il est possible d'augmenter cette capacité en prenant un pas de réseau plus grand, mais au détriment de l'exactitude.

### 2-2-3. Le moiré de projection.

Afin de permettre l'étude d'objets de plus grandes dimensions et de remédier à la limite du moiré d'ombre, Durelli et Parks [Durelli 1970], Pirroda [Pirroda 1982] et Théocaris [Théocaris 1964] [Théocaris 1969] ont développé une autre méthode toujours basée sur le

phénomène de moiré. Elle est appelée «*moiré de projection*». Le schéma de principe est présenté sur la figure 2-10.

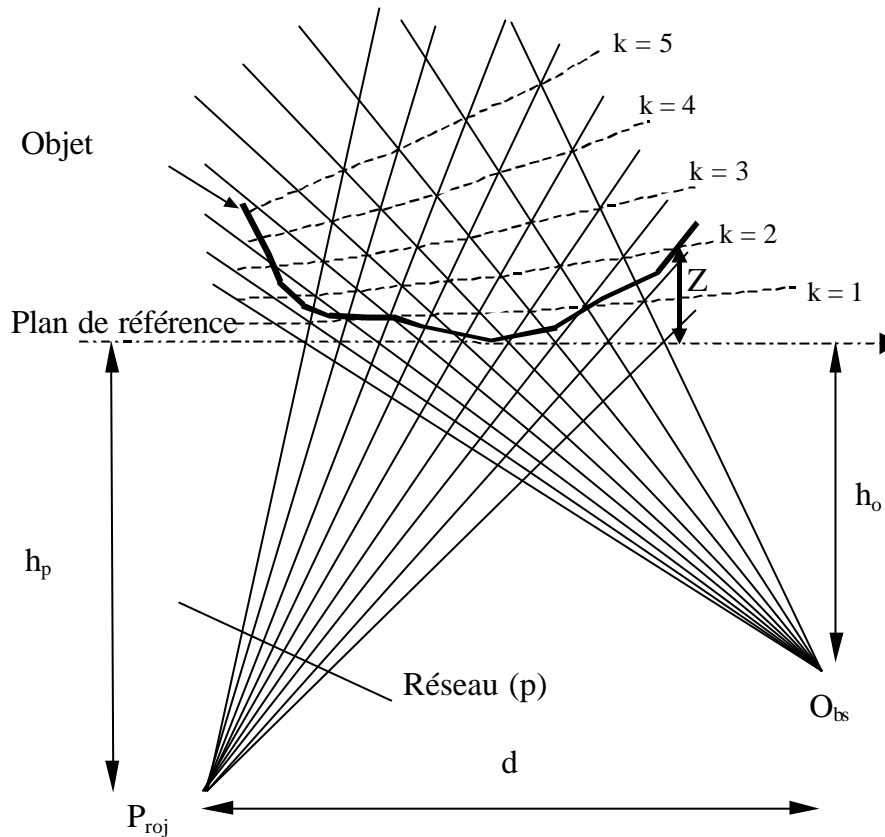


Figure 2-10. Schéma de principe du moiré de projection.

A l'origine, le principe de cette méthode consistait à superposer deux images de réseau sur la même plaque photographique en double exposition. La première étant issue de l'observation faite en projetant un réseau sur un plan de référence, cette image correspondait au réseau physique du moiré d'ombre. La deuxième image provenant du réseau projeté sur l'objet correspondait donc à l'ombre du réseau utilisée dans le moiré d'ombre. Des franges similaires à celles du moiré d'ombre apparaissaient alors sur la plaque photographique. Ce principe de superposition est schématisé sur la figure 2-11.

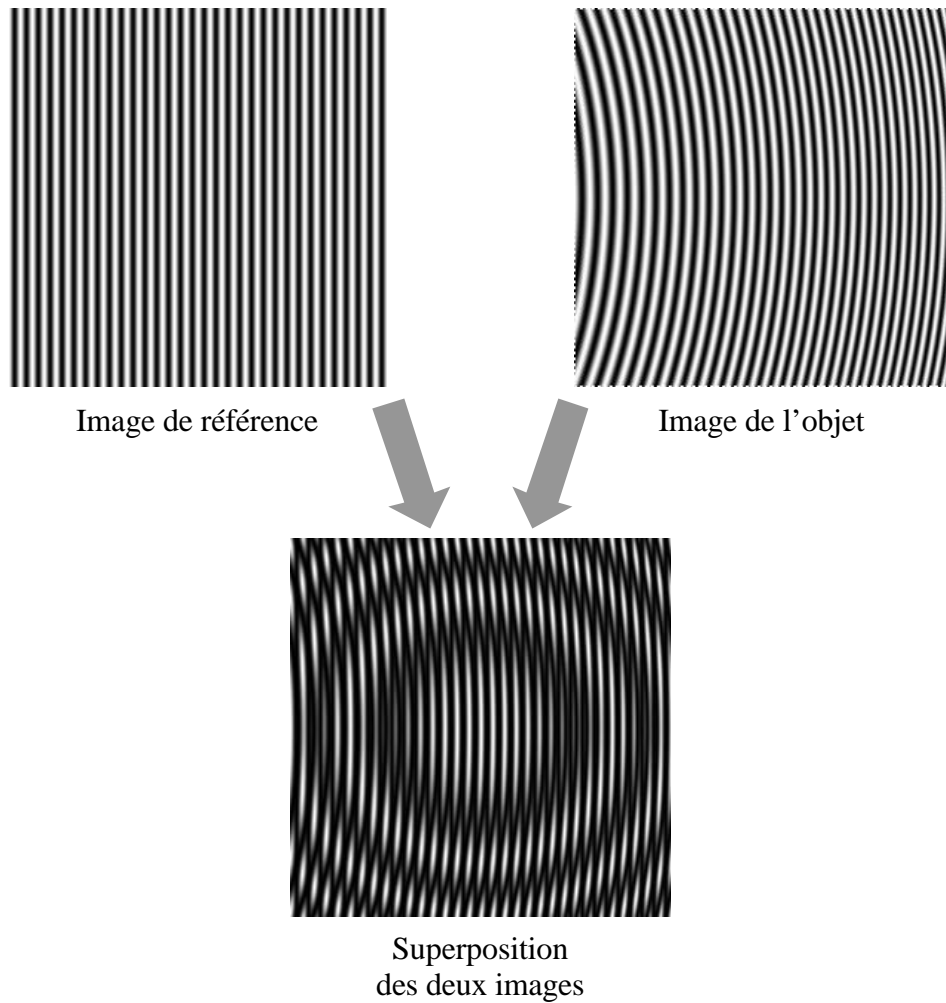


Figure 2-11. Principe de superposition de deux réseaux pour obtenir des franges de moiré.

Aujourd'hui avec l'apparition de l'outil numérique plus facile d'utilisation, les deux images sont enregistrées indépendamment et analysées séparément par technique de décalage de phases [Schmit 1995]. Si dans le moiré d'ombre, l'introduction du déphasage est assez difficile à réaliser (sans modification des franges de niveau), pour le moiré de projection, il suffit de déplacer le réseau physique dans son plan [Mauvoisin 1993].

Si l'hypothèse des faisceaux parallèles est conservée, le relief est alors proportionnel à la différence de phases entre le réseau de référence et le réseau de l'objet. Brémand *et al.* [Brémand 1994] proposent la formule simplifiée suivante qui est similaire à celle du moiré d'ombre, pour déterminer le relief :

$$Z = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \cdot \frac{P_{\text{proj}}}{\tan \alpha} \quad \text{avec} \quad \tan \alpha = \frac{d}{h_p} \quad \text{et} \quad P_{\text{proj}} = \frac{p}{\cos \alpha} \quad (\text{eq. 2.6})$$



avec  $\alpha$  l'angle de projection,  $P_{proj}$  le pas du réseau au niveau du plan  $O, \vec{x}, \vec{y}$ ,  $\phi$  la phase du réseau de frange de moiré et  $p$  le pas du réseau projeté.

L'hypothèse des faisceaux parallèles suppose des conditions géométriques fortes. Il faut donc vérifier l'influence de ces contraintes et dans quelles proportions elles sont vérifiées. Pour évaluer l'effet de cette hypothèse restrictive, nous avons simulé numériquement la mesure du relief d'un plan incliné (angle  $\beta$ ), comme le montre la figure 2-12. L'erreur ainsi commise (figure 2-13) peut être supérieure à 9% du relief total mesuré. Elle résulte, en partie, du fait que le champ de phase  $\phi$  projeté au niveau du plan de référence n'est pas réellement linéaire à la coordonnée  $x$ , comme le suppose l'hypothèse des faisceaux parallèles. Cette constatation conduit donc à examiner les critères de choix des paramètres géométriques du montage permettant de justifier ou non l'emploi de l'analyse simplifiée.

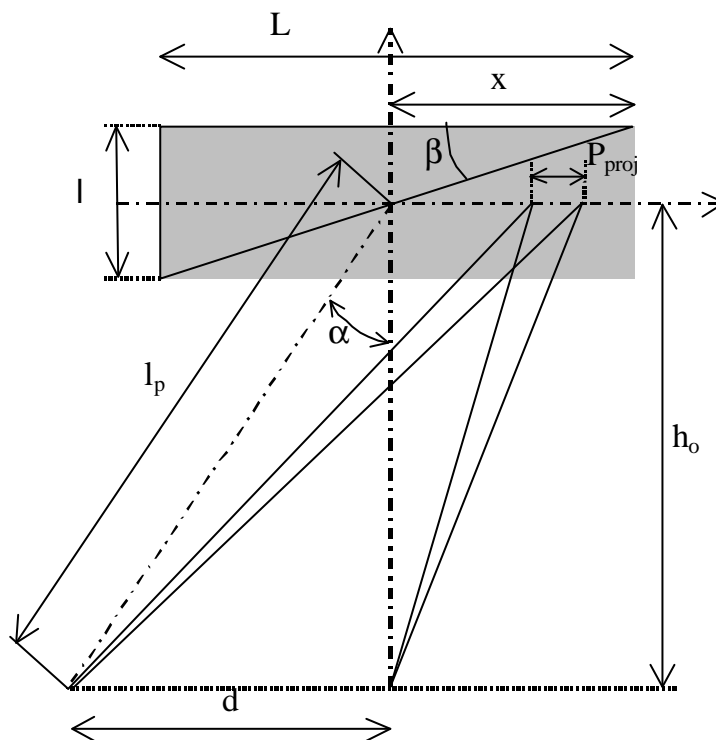


Figure 2-12. Montage simulé avec  $l_p=2000$  mm,  $\alpha=45$  deg,  $\beta= 20$  deg et  $P_{proj}=5$ mm.

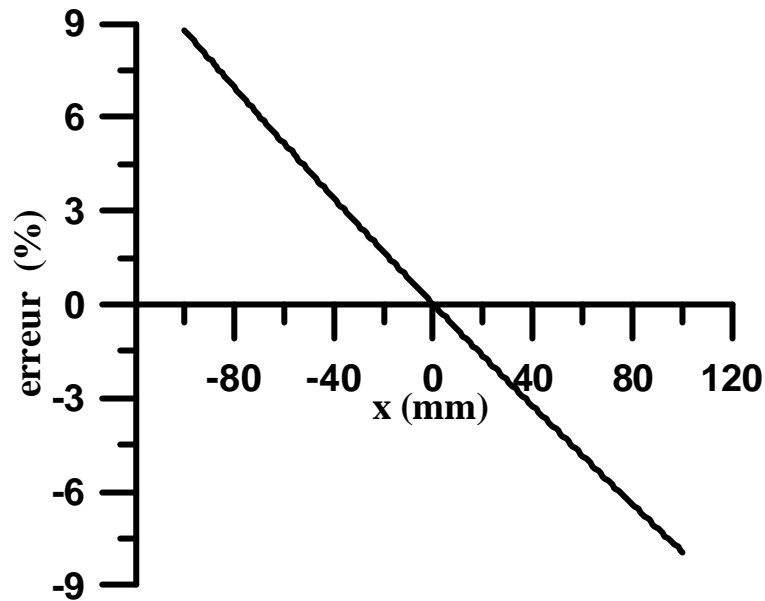


Figure 2-13. Erreur simulée sur la mesure du relief.

D'après Brémand *et al.* [Brémand 1994], la technique simplifiée (faisceaux parallèles) ne peut se justifier que si :

- $h_p = h_o = h$ , Droite S O parallèle au plan de référence.
- $z \ll h$ , Relief petit devant la distance d'observation.
- $x \ll d$  Taille de l'objet petite devant la distance S O.

En ce qui nous concerne, nous nous sommes fixé, à l'aide des équations de la théorie du moiré de projection, les ordres de grandeur des deux distances ( $h$  et  $d$ ) du montage expérimental à environ 100 fois la taille de l'objet :

$$h_{\min} = 100 |Z_{\max}| \quad d_{\min} = 100 |x_{\max}| \quad (\text{eq. 2-7})$$

où  $Z_{\max}$  et  $x_{\max}$  sont les dimensions de l'objet et  $h_{\min}$  et  $d_{\min}$  sont les caractéristiques géométriques minimales pour avoir une erreur inférieure à 1% du relief total.

Donc, pour l'utilisation de cette technique de mesure, si l'hypothèse des faisceaux parallèles est faite, il faut que les critères que nous avons établis précédemment soient vérifiés. En effet, dans le cas d'un abus, le relief mesuré sera soumis à une distorsion géométrique.

L'application de tels critères (eq. 2-7) impose des montages de grandes dimensions dans le cas de certains objets, ce qui peut parfois poser certains problèmes d'application. Prenons l'exemple d'un objet de 50×50 cm de dimension, la distance d'observation doit être de 5 mètres, ainsi que celle entre le point d'observation et la source lumineuse. C'est donc pour cette raison que nous avons repensé la technique du moiré de projection, en ne faisant pas l'hypothèse simplificatrice des faisceaux parallèles.

#### **2-2-4. Remarques sur la mise en œuvre du moiré de projection.**

Nous avons vu précédemment que le moiré de projection consistait à projeter un réseau de traits sinusoïdaux à la surface d'un objet, afin d'obtenir le relief de ce dernier. Cette technique de moiré de projection possédait certaines similitudes avec d'autres techniques de mesure de reliefs, que ce soit du point de vue montage ou analyse.

En effet, si nous remplaçons le projecteur de réseau de traits par un système d'observation, nous obtenons une configuration de montage stéréoscopique<sup>1</sup>. Inversement, nous pouvons donc dire que le moiré de projection est un montage stéréoscopique dont l'un des points de vue a une image imposée. Il est à noter que les équations théoriques du moiré de projection, ainsi que les techniques stéréoscopiques découlaient du principe de triangulation qui est célèbre en optique.

La deuxième remarque qui peut être faite concerne la forme du réseau projeté. Dans le cas du moiré de projection, le réseau projeté est sinusoïdal. Mais si ce dernier était binaire, la technique de mesure se rapprocherait plus de celle de la projection du code Gray. La différence est que l'analyse du code Gray se fait par décodage numérique, alors que celui du réseau de traits se fait généralement par technique de décalage de phases. Il existe d'autres techniques voisines du moiré de projection qui consistent à projeter un nuage de points uniformément répartis ou un réseau de traits croisés. Il est à noter que ces deux dernières formes projetées sont complémentaires (inverses) l'une de l'autre. Les techniques de projection sont similaires entre elles, seul le principe d'analyse est différent, car seule la forme projetée permet de les différencier les unes des autres.

---

<sup>1</sup> Stéréoscopique : relatif au stéréoscope.

Stéréoscope : instrument d'optique dans lequel deux images planes, superposées par la vision binoculaire, donnent l'impression d'une seule image en relief.

En ce qui concerne la technique du moiré de projection elle-même, il existe plusieurs moyens pour déterminer le relief à partir de réseaux observés. Comme nous l'avons dit dans le sous-chapitre précédent, à l'origine, le phénomène de moiré était obtenu en superposant, sur une même plaque photographique, le réseau de référence et le réseau objet. Les franges de moiré correspondent alors aux lignes de niveau du relief. Seulement avec l'apparition des caméras CCD et des vidéoprojecteurs LCD<sup>2</sup>, le phénomène de moiré est produit numériquement et n'est donc plus directement visible par l'utilisateur.

L'analyse numérique d'un réseau de traits sinusoïdaux se fait par sa phase  $\phi$ . Pour la technique de moiré de projection, il existe trois solutions pour déterminer le relief à partir de champs de phase, qui sont les suivantes :

- Le champ de la phase de référence, ainsi que celui de la phase objet sont déterminés expérimentalement. La différence entre ces deux champs de phase donne alors le relief de l'objet (eq. 2-6).
- Le champ de phase objet est déterminé expérimentalement, alors que le champ de la phase de référence est calculé à l'aide des paramètres géométriques du montage. Le relief est toujours déterminé à l'aide de la différence entre les deux champs de phase (eq. 2-6).
- Le champ de phase objet est déterminé expérimentalement. Le champ de phase de référence n'est plus calculé, il est directement intégré dans l'équation donnant le relief, par l'intermédiaire des paramètres géométriques du montage. Le relief est alors, simplement, fonction du champ de phase objet.

La première solution nécessite l'acquisition de deux champs de phase, alors que les deux autres n'en utilisent qu'un seul. C'est pour cette raison que pour la suite, nous nous sommes orienté vers la troisième solution qui semble plus rapide. Il est à noter que dans tous les cas, les paramètres géométriques du montage sont connus.

Le problème est que le phénomène de moiré n'est plus du tout observable dans le cas de la troisième solution, c'est-à-dire qu'il n'y a plus de superpositions de réseaux de traits visibles par l'opérateur. C'est pour cette raison que pour la suite de la présentation de nos travaux, nous utiliserons le terme de « *technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux* » au lieu de « *moiré de projection* ». Ceci provient du fait que les images de réseaux projetés possèdent un niveau de gris qui varie suivant une sinusoïde dans le plan de l'image. Mais la base de notre travail reste cette dernière technique.

---

<sup>2</sup> LCD : Liquid Crystal Display [Affichage à cristaux liquides].

## 2-3. Nouvelle approche de la théorie de la technique de projection de réseaux.

Nous avons présenté, dans le chapitre précédent, la technique de mesure de reliefs par moiré de projection. Elle est basée sur la différence de phases ( $\Delta\phi$ ) entre celle d'un plan de référence ( $\phi_{\text{ref}}$ ) et celle de l'objet ( $\phi_{\text{obj}}$ ). Cette différence de phases permet de déterminer le relief  $Z$ . Si nous voulons que la valeur de  $Z$  soit une fonction d'une différence de phases ( $\Delta\phi$ ), il faut que les phases ( $\phi_{\text{ref}}$  et  $\phi_{\text{objet}}$ ) au niveau du plan de référence soient linéaires à la coordonnée  $x$ , ce qui est rarement le cas, sauf en faisant l'hypothèse des faisceaux parallèles.

Cela nous amène à penser que si nous voulons améliorer l'exactitude de cette technique de mesure, il faut repartir de l'origine de cette technique en ne faisant qu'un minimum d'hypothèses simplificatrices. Pour la suite de notre problème, nous ne ferons que les hypothèses qui peuvent être réalisées expérimentalement.

### 2-3-1. Les hypothèses.

#### 2-3-1-1. Optiques.

- Phénomène de réverbération.

Du point de vue optique, nous négligerons les effets de réverbération. La distance d'observation est faible et la température normale ( $\approx 20^\circ\text{C}$ ) pour que cette hypothèse ne soit pas aberrante. Elle est même généralement prise inconsciemment dans les problèmes de vision. Ce phénomène est fonction de l'état de surface de l'objet scanné. Si nous voulions le prendre en compte, il faudrait alors prendre aussi en considération l'état de surface.

- Phénomène de distorsion optique radiale.

Les distorsions optiques radiales sont négligées. Ce phénomène a pour effet de déplacer les points de l'image. Il a été montré que la distorsion est totalement dominée par sa composante radiale. La figure 2-14 montre concrètement comment ce phénomène intervient sur une image. Ce phénomène a donc tendance à modifier les objets réels qui sont visualisés par des objectifs. Par exemple, un carré, dans le plan réel, sera légèrement étiré par les coins dans le plan image. Ce phénomène de distorsion a été étudié par Slama *et al.* [Slama 1980], Beyer [Beyer 1992], Weng *et al.* [Weng 1992] et Rémy *et al.* [Rémy 1996].

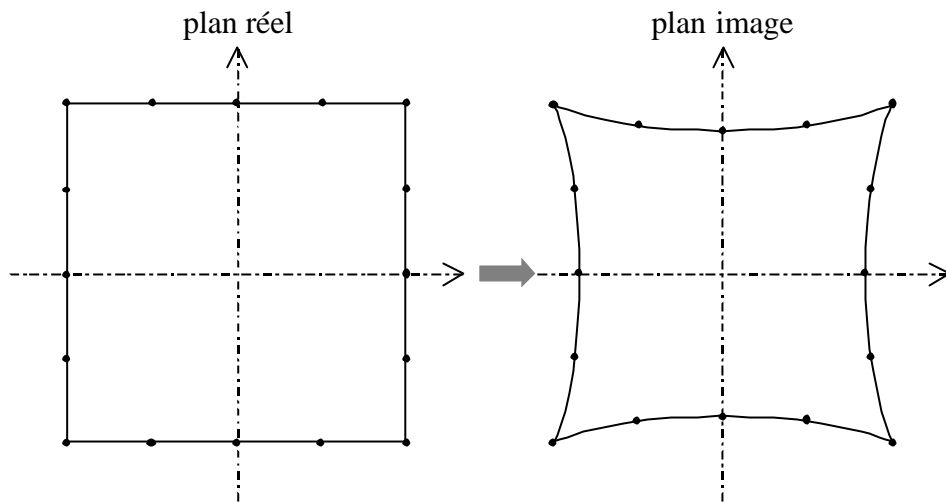


Figure 2-14. Visualisation du phénomène de distorsion optique.

Pour pouvoir valider cette hypothèse, nous avons réalisé un essai très simple à mettre en œuvre. A l'aide d'une caméra CCD, nous observons une mire composée de taches qui décrivent un carré. La position des différentes taches qui composent cette mire est supposée connue et parfaite. Un logiciel de localisation de taches nous permet d'avoir les coordonnées de ces taches par rapport au repère image au dixième de pixel [Dupré 1992]. La figure 2-15 représente l'image observée. La caméra CCD (512\*512), placée à une distance d'environ 2 000 mm, est équipée d'un objectif NIKON de 50 mm.

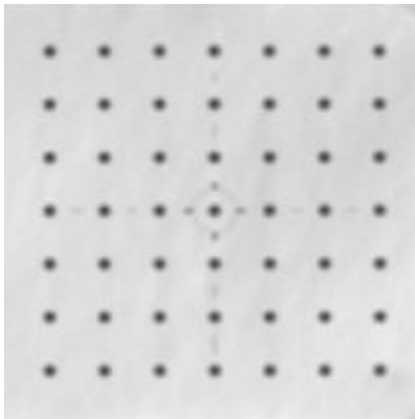


Figure 2-15. Visualisation d'une mire pour l'étude de l'effet de distorsion optique.

Nous avons donc étudié la position des taches de la ligne supérieure. Si l'objectif est parfait, sans aberration optique, alors les taches de cette ligne supérieure doivent se situer sur une droite. Nous avons donc interpolé les positions des 7 taches par une droite. Puis nous avons déterminé l'écart entre la position expérimentale des taches et la droite interpolée.

Le graphique de la figure 2-16 montre les positions des taches et la droite d'interpolation de ces dernières. Nous pouvons donc voir que l'erreur engendrée par ce phénomène de distorsion optique radiale est de 0,1 pixel.

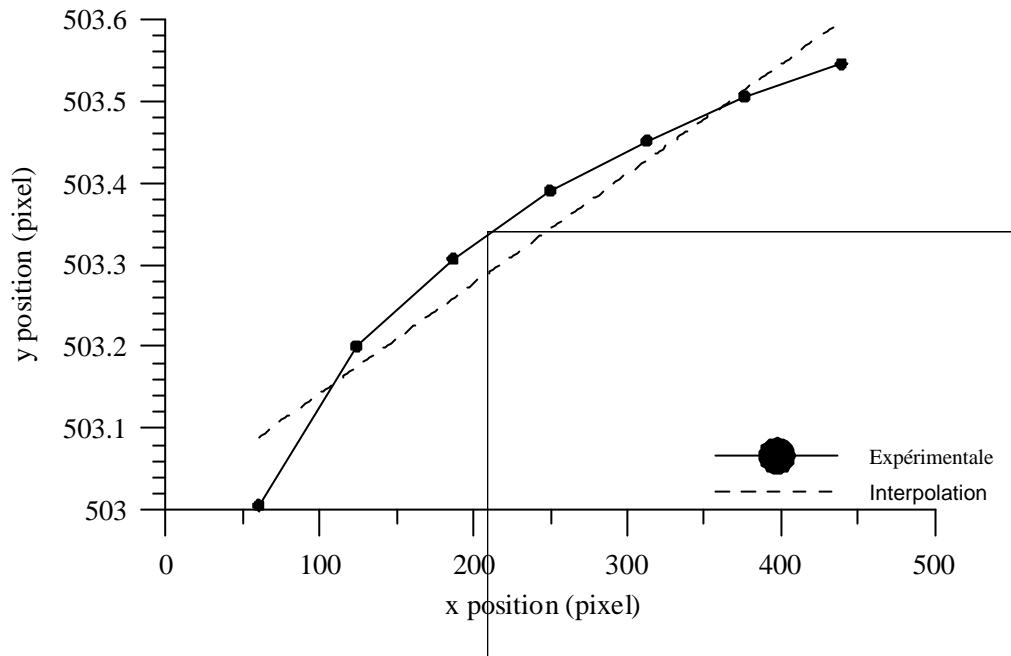


Figure 2-16. Valeur des distorsions optiques engendrées par un objectif NIKON de focale 50 mm pour une ligne dans la partie supérieure de l'image.

Cette valeur étant la même que l'exactitude obtenue sur la localisation de la tache par Dupré [Dupré 1992], il nous est donc impossible de savoir si l'erreur introduite est due aux effets de distorsion de l'objectif ou à l'imprécision de la technique de localisation des taches. Ce qui est certain est que les effets de distorsion sont inférieurs à 0,1 pixel. Généralement, les effets de distorsion sont négligeables dans le cas d'objectifs de qualité photographique avec de grandes focales (> 50 mm), ce qui n'est pas le cas pour des objectifs de webcam.

A titre d'information, dans le cas où l'hypothèse selon laquelle les effets de distorsion optique ne sont pas négligeables, la position d'un point réel sur le plan image est définie par Beyer [Beyer 1992] et Weng *et al.* [Weng 1992] :

$$x_{p\text{distor}} = x_p + x_p \sum_{k=1}^{\infty} R_k (x_p^2 + y_p^2)^k \quad y_{p\text{distor}} = y_p + y_p \sum_{k=1}^{\infty} R_k (x_p^2 + y_p^2)^k \quad (\text{eq. 2-8})$$

où  $R_k$  est le coefficient de distorsion.

### 2-3-1-2. Géométriques.

#### • Modèle de caméra CCD.

L'étude théorique des systèmes de mesure utilisant des appareils de vision, tels que les caméra CCD, nécessite un modèle de caméra. C'est le modèle de caméra sténopé, ou « *pin-hole* » [Ayache 1989] [Faugeras 1993] [Horaud *et al.* 1993] [Gonzalez *et al.* 1993] [Zhou 1992], qui est généralement utilisé. Il est basé sur le trou de Young.

Le modèle peut être structuré schématiquement de deux manières. Le plus facile d'utilisation est celui de la figure 2-17, car il n'inverse pas l'image, contrairement à celui de la figure 2-18. C'est donc le modèle « *focale, plan image, plan réel* » qui sera utilisé pour la suite de nos recherches.

Ce modèle suppose que le plan image et que le plan réel sont parallèles. L'autre hypothèse géométrique, faite pour ce modèle, est que l'origine des deux repères liés à ces plans ( $O_i$  et  $O_r$ ) et que le point focal ( $f$ ) se situe sur l'axe optique du système d'observation. Certains utilisateurs de systèmes de visualisation utilisent le terme d'axe principal pour l'axe optique et parle de point principal pour désigner le point  $O_i$ .

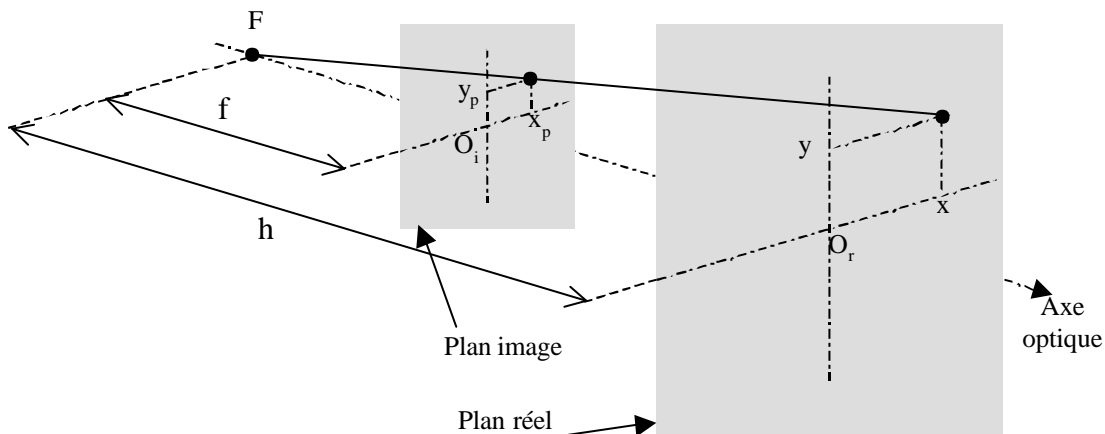


Figure 2-17. Modèle sténopé (focale, plan image, plan réel).



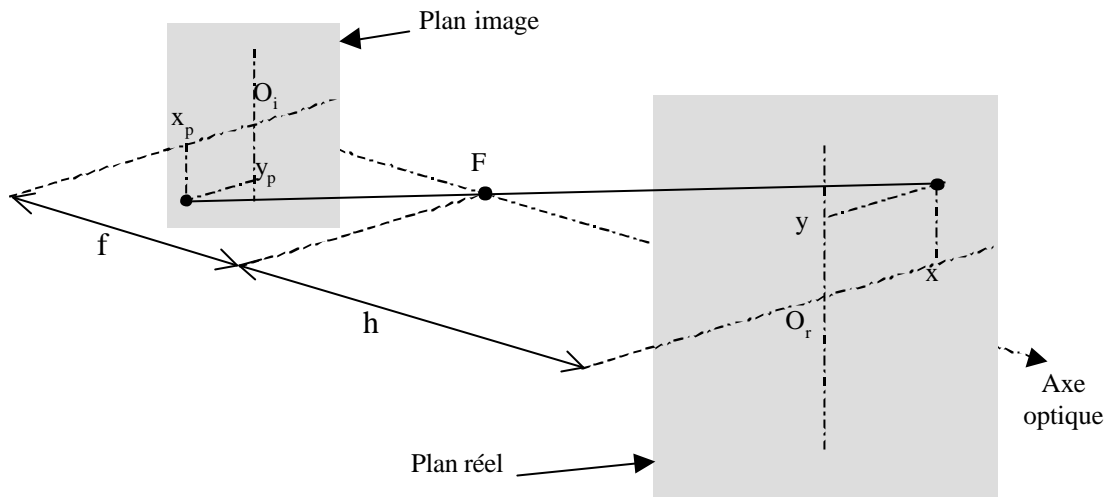


Figure 2-18. Modèle sténopé (plan image, focale, plan réel).

Certains auteurs prennent en considération une translation plane du plan image en ajoutant, au modèle mathématique, deux paramètres intrinsèques ( $u_0$  et  $v_0$ ) de translation, ce qui revient à dire que l'axe optique  $\mathfrak{r}$  passe pas au centre du plan image, mais au point de coordonnées ( $u_0$  et  $v_0$ ). Le problème dans notre cas est que nous ne connaissons pas précisément la position de cette origine ( $O_i$ ) du plan image. Seule la position de l'origine du plan réel ( $O_r$ ) peut être localisée correctement. Nous nous sommes donc affranchi de ce problème de localisation d'origine du plan image, en considérant la position de cette origine comme étant celle de l'origine réelle, mais projetée sur le plan image. Cela revient à déterminer directement la position de l'origine  $O_i$ , ayant subi une translation de valeurs  $u_0$  et  $v_0$  dans le plan image. Donc pour la suite, nous prendrons des valeurs de  $u_0$  et de  $v_0$  nulles.

Les caractéristiques du modèle sténopé utilisé sont les suivantes :

- La distance d'observation ( $h$ ) est celle entre le plan réel et le point focal (F).
- La focale ( $f$ ) est la distance entre le plan image et le point focal (F).
- Un point du plan réel de coordonnées  $(x, y)$  correspond à un seul point du plan image de coordonnées  $(x_p, y_p)$ .

• Rapport entre le plan réel et le plan image.

Il existe des relations géométriques reliant ces différents paramètres. Pour cela, des grandissements axiaux sont introduits :  $G_x$  et  $G_y$ , ainsi qu'un rapport hauteur / largeur des pixels ( $R_{CCD}$ ). Nous obtenons alors les relations suivantes :

$$G_x = \frac{x}{x_p} = \frac{h}{f} \qquad G_y = \frac{y}{y_p} \qquad R_{CCD} = \frac{G_x}{G_y} \qquad (\text{eq. 2-9})$$

où  $G_x$  et  $G_y$  sont en mm/pixel et  $R_{CCD}$  sans dimension.

Les deux paramètres intrinsèques de la caméra CCD sont déterminés avec l'aide de la procédure suivante : nous plaçons dans le plan réel une mire possédant quatre taches décrivant un carré connu, ayant comme caractéristique  $x_{\text{mire}} = y_{\text{mire}}$ . Ce carré doit être le plus grand possible, afin d'avoir la plus grande exactitude possible. Les taches au niveau de la grille CCD sont localisées à l'aide d'un logiciel de localisation de taches basé sur le centre géométrique pondéré par les intensités lumineuses (cf. Partie II ch. 1) . La mire dans les plans réel et image est schématisée sur la figure 2-19, ce qui nous permet de définir les valeurs de  $x_{\text{pixel}}$  et  $y_{\text{pixel}}$  (en pixel). Les deux paramètres sont alors déterminés à l'aide des formules suivantes :

$$G_x = \frac{x_{\text{mire}}}{x_{\text{pixel}}} \qquad R_{CCD} = \frac{y_{\text{pixel}}}{x_{\text{pixel}}} \qquad (\text{eq. 2-10})$$

La distance entre deux taches sur le plan image est calculée avec la formule :

$$\text{distance}_{ij} = \sqrt{(R_{CCD}(x_i - x_j))^2 + (y_i - y_j)^2} \qquad (\text{eq. 2-11})$$

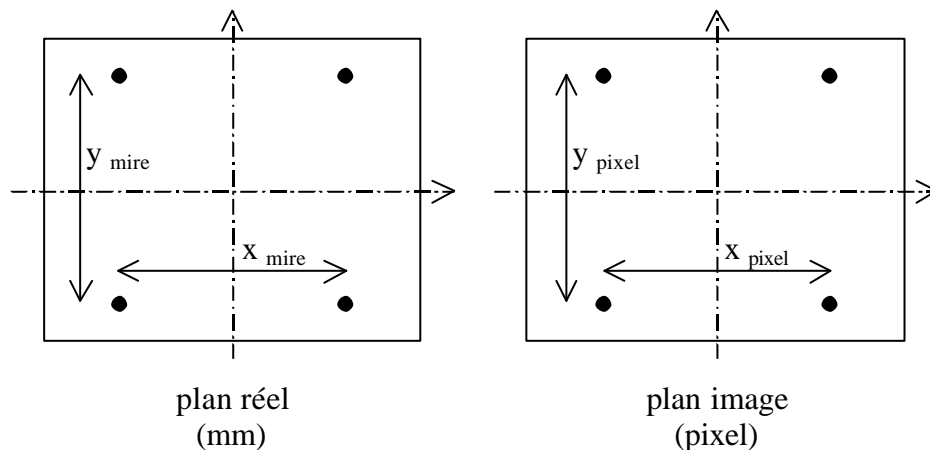


Figure 2-19. Principe pour la détermination du grandissement ( $G_{CCD}$ ) et du rapport hauteur / largeur des pixels ( $R_{CCD}$ ).

• Modèle de vidéoprojecteur.

En ce qui concerne les caractéristiques du vidéoprojecteur, elles sont beaucoup plus difficiles à déterminer. Cet appareil ayant une fonction généralement multimédia, les paramètres optiques, fournis par le constructeur, sont généralement approximatifs. Nous avons donc choisi de le modéliser comme un modèle de caméra sténopé.

Le modèle du vidéoprojecteur sera caractérisé par sa focale ( $f_p$ ) et le pas du réseau maître au niveau de la LCD ( $P_r$ ). Sa position par rapport au repère de travail sera défini par  $l_p$  et  $\theta$ . Cet appareil pouvant être considéré comme une boîte noire, c'est-à-dire que nous ne pouvons pas intervenir sur les paramètres intrinsèques ni même les définir. Nous négligerons alors les effets de distorsion optique du vidéoprojecteur, ce qui n'est pas vraiment le cas lorsqu'il est placé à une grande distance de projection.

Nous avons modélisé, par des paramètres géométriques, les différents éléments qui composent le montage du moiré de projection. Nous pouvons alors maintenant déterminer les équations permettant de définir le relief de l'objet étudié.

## **2-3-2. Théorie des équations du relief.**

### **2-3-2-1. Modèle de la technique de projection dans le plan.**

Le montage expérimental (figure 2-20) suppose lui aussi quelques hypothèses géométriques permettant ainsi d'effectuer une modélisation géométrique du montage. Pour simplifier la présentation, nous avons considéré le schéma géométrique dans le plan  $O, \bar{x}, \bar{z}$  (figure 2-21), mais la réflexion se fera dans un repère tridimensionnel.

L'objet est placé dans un repère de travail est  $O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ . La surface de cet objet est définie par un nuage de points de coordonnées  $M(X,Y,Z)$ . La caméra, localisée par son point focal ( $F_o$ ), est placée à une distance  $h_o$  suivant l'axe  $O, \bar{z}$ . Elle possède, comme caractéristiques, un rapport hauteur / largeur des pixels ( $R_{CCD}$ ) et un grandissement ( $G_{CCD}$ ). Le vidéoprojecteur, lui aussi localisé par son point focal ( $F_p$ ), est positionné par deux paramètres : la distance  $l_p$  et l'angle de rotation  $\theta$ .

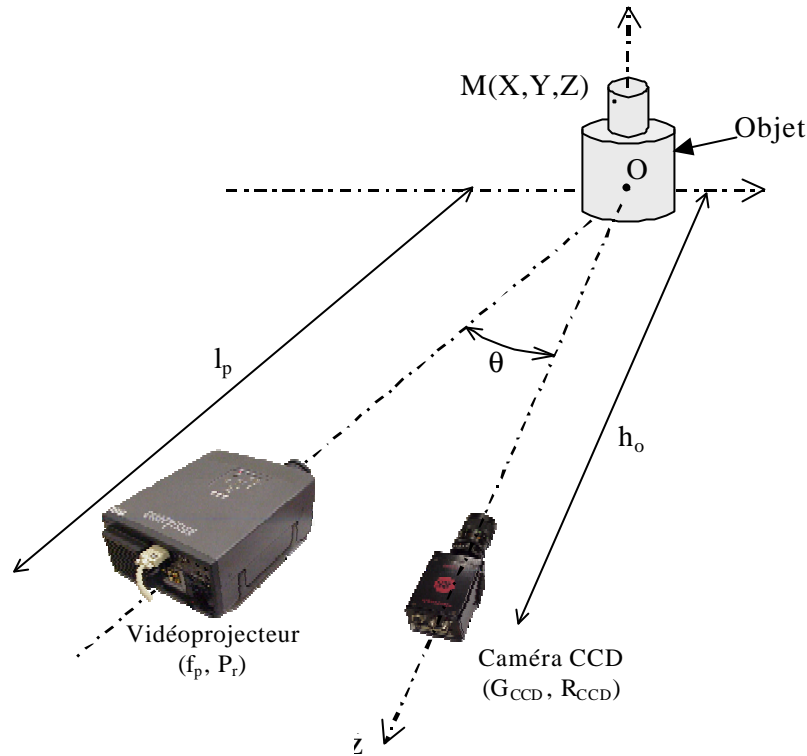


Figure 2-20. Schéma de principe du montage expérimental du moiré de projection.

Nous pouvons alors définir les coordonnées des points suivants :

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad \vec{F}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_o \end{bmatrix} \quad \vec{F}_p = \begin{bmatrix} -l_p \cdot \sin(\theta) \\ 0 \\ l_p \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d \\ 0 \\ h_p \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-12})$$

Il est à noter que les coordonnées du point focal du vidéoprojecteur sont déterminées à l'aide de la matrice de rotation d'axe  $O, \vec{y}$  suivante :

$$\text{Rot}_{\vec{y}} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-13})$$

A l'aide de la figure 2-21, nous allons définir les points A, B, C et D géométriquement et symboliquement. L'ensemble de ces points définit un faisceau équiphase. Cela signifie que sur la droite  $F_p M$ , passant par A et B, ainsi que sur la droite  $M F_o$ , passant par C et D, la

phase du réseau de traits ne change pas de valeur. Cette propriété nous permet de réaliser la correspondance entre le réseau projeté au niveau de la LCD et celui observé par la CCD. C'est ce qui est appelé la triangulation.

Le point A appartient au plan de projection (LCD) dont la valeur de la phase  $\phi$  (en rad) est connue, étant donné qu'elle est fonction du réseau de traits qui est projeté. De même, le point D appartient au plan image (LCD), avec la même valeur de phase  $\phi$ . Cette valeur de phase est déterminée à l'aide du système d'observation. Nous détaillerons, par la suite, comment cette valeur de phase  $\phi$  est mesurée par technique de décalage de phases.

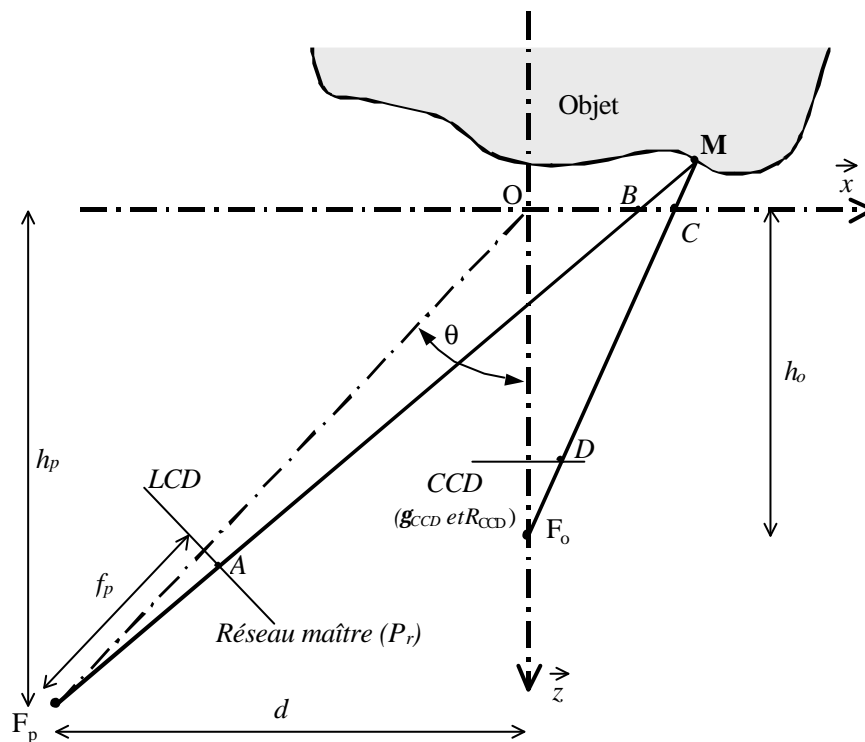


Figure 2-21. Modélisation géométrique du montage du moiré de projection.

Le point C correspond au point D, mais dans le plan réel et non plus dans le plan image de la caméra CCD. Il est déterminé à l'aide du grandissement ( $G_{CCD}$ ) et du rapport hauteur / largeur des pixels ( $R_{CCD}$ ), ainsi que des coordonnées du point image D en pixels. Le point C est associé à une valeur de phase, qui correspond à la phase objet du moiré de projection définie dans la partie précédente.

Le point B est un cas particulier du point C. En effet, lorsque le relief est nul, les points B et C sont confondus et correspondent au point M. Le point B permet de définir le repère de

travail. La phase associée au point B correspond à la phase initiale utilisée dans le moiré de projection et qui a été définie dans la partie précédente.

Les coordonnées des points A, B, C et D peuvent alors être définies par :

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} \cos(\theta).P_x - \sin(\theta).(l_p - f_p) \\ A_y \\ \sin(\theta).P_x + \cos(\theta).(l_p - f_p) \end{bmatrix} \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-14})$$

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{D} = \begin{bmatrix} i \\ j \\ h_o - f_o \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-15})$$

où,  $P_x$  est le pas du réseau horizontal et  $i$  et  $j$  sont en pixel.

Les points C et D peuvent être considérés comme redondants, car ils sont reliés par le grandissement ( $G_{\text{CCD}}$ ) et le rapport hauteur / largeur des pixels ( $R_{\text{CCD}}$ ). Les lois reliant ces deux points sont les suivantes :

$$C_x = i.G_x \quad C_y = \frac{j.G_x}{R_{\text{CCD}}} \quad (\text{eq. 2.16})$$

ce qui nous donne :

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i.G_x \\ j.G_x/R_{\text{CCD}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-17})$$

Ce que nous cherchons à déterminer sont les coordonnées du point M appartenant à l'objet que l'on veut étudier. Ces coordonnées sont définies par l'intersection des droites de projection ( $F_p$  M) et d'observation ( $F_o$  M). Il faut donc établir deux systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues qui définissent ces deux droites. Nous avons pris pour définir une droite tridimensionnelle un système à deux équations structuré de la manière suivante :

$$\begin{cases} y = A.x + B \\ z = C.x + D \end{cases} \quad (\text{eq. 2-18})$$

En appliquant le système eq. 2-18 au point  $F_p$ , puis au point A, nous obtenons un système de quatre équations permettant de définir la droite de projection ( $F_p M$ ) :

$$\begin{cases} 0 = -A.l_p.\sin(\theta) + B \\ l_p.\cos(\theta) = -C.l_p.\sin(\theta) + D \\ A_y = A.\cos(\theta).P_x - \sin(\theta).(l_p - f_p) + B \\ \sin(\theta).P_x + \cos(\theta).(l_p - f_p) = C.\cos(\theta).P_x - \sin(\theta).(l_p - f_p) + D \end{cases} \quad (\text{eq. 2-19})$$

Il en est de même pour la droite d'observation ( $F_o M$ ) passant par  $F_o$  et C :

$$\begin{cases} 0 = E.O + F \\ h_o = G.O + H \\ C_y = E.C_x + F \\ 0 = G.C_x + H \end{cases} \quad (\text{eq. 2-20})$$

Après résolution et simplification de ces deux systèmes d'équations, nous pouvons définir les deux droites dans le repère tridimensionnel par les deux systèmes suivants :

$$\begin{cases} y = \frac{A_y}{\cos(\theta).P_x + \sin(\theta).f_p} (x + l_p.\sin(\theta)) \\ z = \frac{\sin(\theta).P_x - \cos(\theta).f_p}{\cos(\theta).P_x + \sin(\theta).f_p} .x + \frac{l_p.P_x}{\cos(\theta).P_x + \sin(\theta).f_p} \end{cases} \quad (\text{eq. 2-21})$$

$$\begin{cases} y = \frac{C_y}{C_x} .x \\ z = -\frac{h_o}{C_x} .x + h_o \end{cases} \quad (\text{eq. 2-22})$$

L'intersection de ces droites équiphases s'effectue au point M de coordonnées (X,Y,Z). Le système d'équations précédent peut alors être modifié de la manière suivante :

$$\begin{cases} Y = \frac{A_y}{\cos(\theta).P_x + \sin(\theta).f_p} (X + l_p \sin(\theta)) \\ Z = \frac{\sin(\theta).P_x - \cos(\theta).f_p}{\cos(\theta).P_x + \sin(\theta).f_p} X + \frac{l_p.P_x}{\cos(\theta).P_x + \sin(\theta).f_p} \end{cases} \quad (\text{eq. 2-23})$$

$$\begin{cases} Y = \frac{C_y}{C_x} X \\ Z = -\frac{h_o}{C_x} X + h_o \end{cases} \quad (\text{eq. 2-24})$$

En effectuant la résolution de ce système, nous pouvons déterminer les coordonnées du point M tout en isolant la coordonnée  $A_y$ . Il est à noter que le  $P_y$  (pas vertical du réseau est infini), ce qui implique que l'analyse d'un tel réseau ne permet pas de déterminer la coordonnée  $A_y$ . Dans le sous-chapitre suivant, le réseau projeté ne sera plus considéré comme étant vertical, mais orienté d'un angle  $\gamma$ .

Les trois équations qui permettent de déterminer le point M de l'objet sont alors :

$$X = \frac{(h_o - Z).C_x}{h_o} \quad (\text{eq. 2-25})$$

$$Y = \frac{(h_o - Z).C_y}{h_o} \quad (\text{eq. 2-26})$$

$$Z = \frac{h_o.(C_x \sin(\theta).P_x - C_x \cos(\theta).f_p + l_p.P_x)}{\cos(\theta).P_x.h_o + \sin(\theta).f_p.h_o + C_x \sin(\theta).P_x - C_x \cos(\theta).f_p} \quad (\text{eq. 2.27})$$

Le réseau maître qui se situe au niveau de la LCD peut être décrit par sa phase, si celui-ci est sinusoidal. Ce type de réseau peut alors être défini par l'équation suivante :

$$I_{(i, j)} = A_{(i, j)} + B_{(i, j)} \cos(\phi_{(i, j)} + \psi) \quad (\text{eq. 2.28})$$

où  $A_{(i, j)}$  est l'intensité moyenne,  $B_{(i, j)}$  est l'amplitude,  $\phi_{(i, j)}$  est la phase et  $\psi$  est le déphasage.



Cela nous permet de définir la coordonnée  $P_x$  avec la phase  $\phi$  par la relation suivante :

$$P_x = \frac{\phi \cdot P_r}{2\pi} \quad (\text{eq. 2.-29})$$

Si nous passons des coordonnées cylindriques ( $l_p, \theta$ ) aux coordonnées cartésiennes ( $h_p, d$ ) et que nous effectuons un changement de variables permettant de remplacer  $P_x$  par la phase  $\phi$ , la relation qui donne le relief devient :

$$X = \frac{(h_o - Z) \cdot C_x}{h_o} \quad (\text{eq. 2-30})$$

$$Y = \frac{(h_o - Z) \cdot C_y}{h_o} \quad (\text{eq. 2-31})$$

$$Z = \frac{h_o \cdot (C_x \cdot d \cdot \phi \cdot P_r - 2\pi \cdot C_x \cdot h_p \cdot f_p + l_p^2 \cdot \phi \cdot P_r)}{h_p \cdot \phi \cdot P_r \cdot h_o + 2\pi \cdot d \cdot f_p \cdot h_o + C_x \cdot d \cdot \phi \cdot P_r - 2\pi \cdot C_x \cdot h_p \cdot f_p} \quad (\text{eq. 2-32})$$

Le relief  $Z$  est donc fonction des différents paramètres géométriques du montage ( $h_o, h_p, d, P_r$  et  $f_p$ ), ainsi que du champ de phase  $\phi_{(i,j)}$  observé. Pour rappel, ce sont les entiers  $i$  et  $j$  (en pixels) qui déterminent respectivement les valeurs  $C_x$  et  $C_y$  à l'aide du grandissement et du rapport  $R_{CCD}$ . De plus, la valeur de la phase qui est associée au point  $C$  est la même en  $A, B, M$  et  $D$ , ce qui nous donne :

$$\phi_A = \phi_B = \phi_C = \phi_D = \phi_M = \phi_{(i,j)} \quad (\text{eq. 2-33})$$

C'est donc cette valeur  $\phi_{(i,j)}$  qui est mesurée expérimentalement. Pour cela, nous projetons, à la surface de l'objet, un réseau de traits sinusoïdaux. Le système d'observation permet de visualiser ce réseau de traits sur l'objet. L'analyse de ce réseau observé nous permet de déterminer le champ de phase  $\phi_{(i,j)}$ , ce qui permet d'accéder directement au champ  $\phi_{(C_x, C_y)}$  que nous recherchons. La procédure permettant d'obtenir le champ de phase  $\phi_{(C_x, C_y)}$  sera présentée dans la suite de ce chapitre.

### 2-3-2-2. Modèle de la technique de projection dans un repère 3D.

La configuration précédente du moiré de projection possède cinq paramètres qui sont  $l_p$ ,  $h_o$ ,  $\theta$ ,  $P_r$  et  $f_p$ . Mais elle suppose que les deux axes optiques se situent dans le plan  $O, \bar{x}, \bar{z}$ , impliquant ainsi de fortes hypothèses géométriques qui ne sont pas toujours évidentes à réaliser expérimentalement (réseau projeté parfaitement vertical).

Dans le modèle plan présenté dans le sous-chapitre précédent, les hypothèses géométriques du montage sont fortes, comme par exemple celle d'un réseau projeté parfaitement vertical. Afin de s'affranchir de ces hypothèses, nous avons ajouté des paramètres géométriques. D'un modèle plan, nous passons donc à un modèle 3D permettant ainsi de prendre en considération la troisième dimension. Le réseau de traits sinusoïdaux projeté au niveau du plan LCD est orienté d'un angle  $\gamma$ . L'axe optique et la focale ( $F_p$ ) du système de projection sont définis spécialement par la distance  $l_p$  et deux angles de rotation  $\theta$  et  $\alpha$ , qui sont respectivement des rotations d'axe  $O, \bar{y}$  et  $O, \bar{x}$ . Tous ces paramètres géométriques du montage sont représentés sur le schéma du montage du moiré de projection 3D de la figure 2-22.

L'hypothèse selon laquelle l'axe optique d'observation est perpendiculaire au plan  $O, \bar{x}, \bar{y}$  est gardée. Elle aurait pu être supprimée en ajoutant deux angles de rotation ( $Rot\alpha$  et  $Rot\theta$ ) permettant ainsi de définir, dans le repère de travail, l'axe d'observation qui n'est plus considéré comme confondu avec l'axe  $O, \bar{z}$ . Cela aurait introduit deux nouveaux paramètres géométriques ( $Rot\alpha$  et  $Rot\theta$ ) dans les formules déterminant le relief. Nous avons choisi de ne pas les prendre en considération pour la raison détaillée ci-après.

Pour déterminer les différents paramètres, nous avons mis en place une procédure de calibrage qui sera développée par la suite. Or, si nous considérons ces deux angles d'orientation de l'axe d'observation ( $Rot\alpha$  et  $Rot\theta$ ), il nous est impossible de déterminer leur valeur, ainsi que les angles  $\alpha$  et  $\theta$ . En effet, la procédure de calibrage que nous avons mise en place permet seulement de définir la somme des angles  $Rot\theta$  et  $\theta$ , ainsi que celle de  $Rot\alpha$  et  $\alpha$ . Il existe donc une infinité de solutions qui découleraient de cette procédure de calibrage, définissant les quatre angles indépendants. Cette indétermination provient du fait que nous obtenons un système de deux équations (deux sommes) à quatre inconnues ( $Rot\alpha$ ,  $Rot\theta$ ,  $\alpha$  et  $\theta$ ) pour la procédure de calibrage, qui est donc hyperstatique. Nous pouvons noter, qu'il en aurait été de même, avec l'angle  $\gamma$ , si nous avions considéré une rotation du plan CCD par

rapport à l'axe  $O, \vec{z}$ . Nous pouvons alors dire que les angles  $\theta$  et  $\text{Rot}\theta$  sont complémentaires et donc indéterminables, ainsi que les angles  $\alpha$  et  $\text{Rot}\alpha$ .

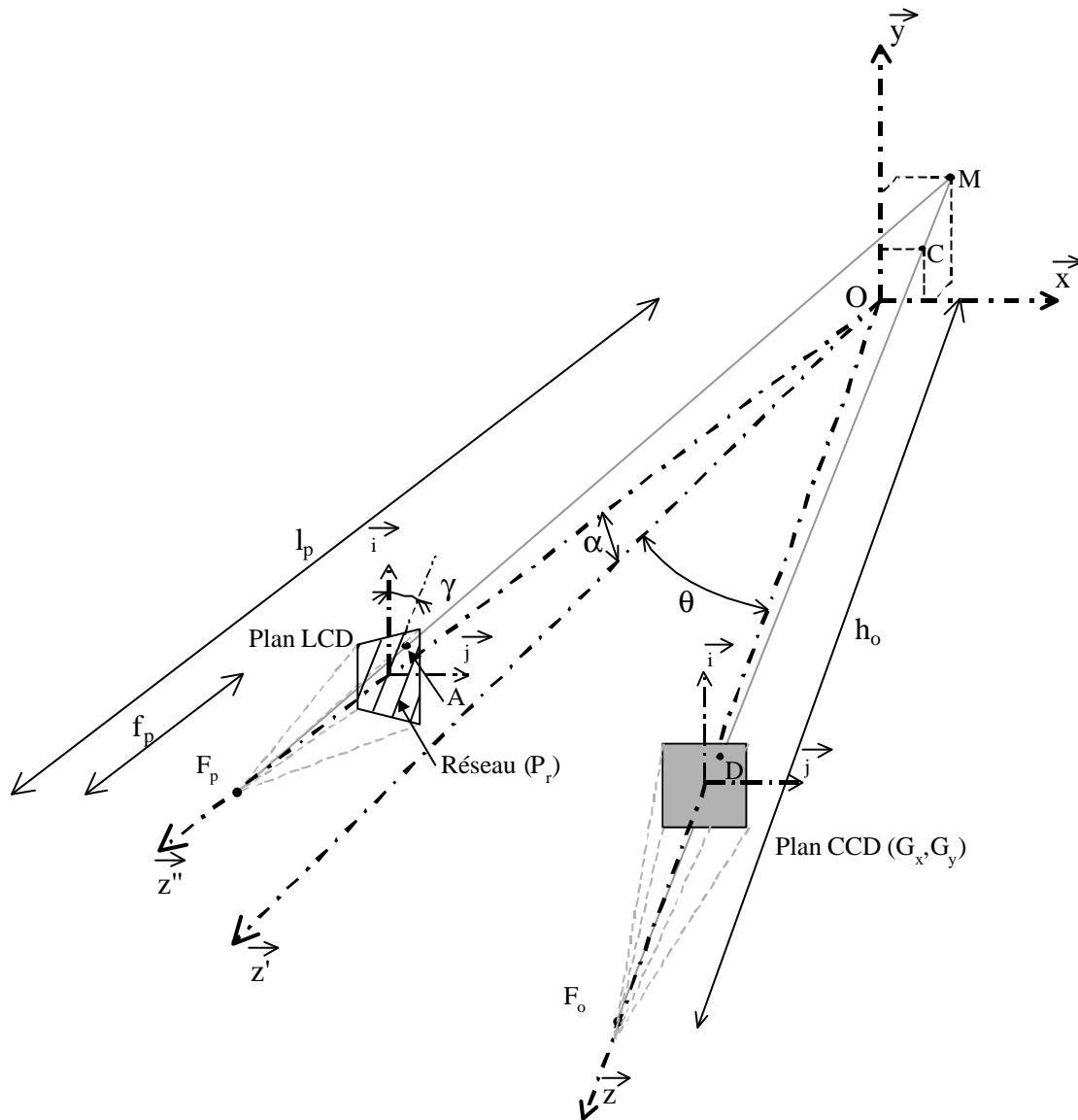


Figure 2-22. Schéma du montage du moiré de projection 3D.

Nous aurions pu aussi inclure, dans les formules du relief, le grandissement ( $G_{\text{CCD}}$ ) et le rapport hauteur / largeur de pixel ( $R_{\text{CCD}}$ ) de la caméra CCD. Mais là aussi, lors de la procédure de calibrage, nous aurions rencontré une indétermination. Cette fois, elle se serait située entre les variables  $G_{\text{CCD}}$  et la distance  $h_b$ , ce qui paraît logique, car pour un point dans le plan réel associé à un point dans le plan image, il existe une infinité de couples ( $G_{\text{CCD}}$  et  $h_b$ ) permettant de relier ces deux points, comme le montrent les formules présentées dans le paragraphe traitant de la modélisation de la caméra. Comme la distance  $h_b$  est un paramètre

géométrique inconnu, il nous faut donc connaître obligatoirement les paramètres intrinsèques ( $G_{\text{CCD}}$  et  $R_{\text{CCD}}$ ) de la caméra CCD indépendamment de  $h_b$ . C'est donc pour cette raison que nous supposons toujours connus les paramètres  $G_{\text{CCD}}$  et  $R_{\text{CCD}}$  de la caméra.

Nous avons gardé les autres hypothèses qui ont été faites dans la configuration précédente et qui sont les suivantes : les plans image et réel sont parallèles, les axes optiques des systèmes de projection et d'observation passent par l'origine du repère  $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ , de même que le parallélisme entre les axes  $O, \vec{x}$  et  $O, \vec{j}$  de la caméra CCD.

Pour une raison de procédure de calibrage, nous nous sommes donc limité à sept paramètres géométriques pour l'étude de ce modèle 3D, qui sont les suivants :  $l_p, \theta, \alpha, \gamma, P_r, f_p$  et  $h_b$ . Il est néanmoins possible d'introduire tous les paramètres énumérés ci-dessus ( $\text{Rot}\alpha, \text{Rot}\theta, \alpha$  et  $\theta$ ) afin de déterminer des équations plus complètes permettant de définir le relief.

L'étude théorique se fait comme pour celle du modèle plan présenté dans le sous-chapitre 2-3-2-1. Il nous faut donc établir les coordonnées tridimensionnelles des différents points nécessaires. Nous obtenons alors les vecteurs suivants :

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad \vec{F}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_o \end{bmatrix} \quad \vec{C} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-34})$$

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cdot (\cos(\gamma) \cdot p_x - \sin(\gamma) \cdot p_y) - \sin(\theta) \cdot (\sin(\alpha) \cdot (\sin(\gamma) \cdot p_x + \cos(\gamma) \cdot p_y) + \cos(\alpha) \cdot (l_p - f_p)) \\ \cos(\alpha) \cdot (\sin(\gamma) \cdot p_x + \cos(\gamma) \cdot p_y) - \sin(\alpha) \cdot (l_p - f_p) \\ \sin(\theta) \cdot (\cos(\gamma) \cdot p_x - \sin(\gamma) \cdot p_y) - \cos(\theta) \cdot (\sin(\alpha) \cdot (\sin(\gamma) \cdot p_x + \cos(\gamma) \cdot p_y) + \cos(\alpha) \cdot (l_p - f_p)) \end{bmatrix}$$

$$\vec{F}_p = \begin{bmatrix} -l_p \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\alpha) \\ -l_p \cdot \sin(\alpha) \\ l_p \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

où A est un point du plan LCD, M un point de l'objet et C un point appartenant au plan  $O, \vec{x}, \vec{y}$ .

Ces coordonnées tridimensionnelles sont obtenues en appliquant successivement des rotations suivant les axes  $O, \vec{z}$ , puis  $O, \vec{x}$  et enfin  $O, \vec{y}$ . Ces rotations sont modélisées par l'intermédiaire des matrices de rotation suivantes :

$$\text{Rot } \vec{z} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-35})$$

$$\text{Rot } \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-36})$$

$$\text{Rot } \vec{y} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 2-13})$$

Après avoir déterminé les équations de la droite d'observation ( $F_o, C$ ) et de la droite de projection ( $F_p, A$ ), nous obtenons un système de quatre équations. Donc, à partir de ce système, nous pouvons établir des équations permettant de définir les coordonnées 3D du point  $M(X, Y, Z)$ . Le relief de l'objet est alors défini par un ensemble de points  $M$  qui sont déterminés par les formules suivantes :

$$X = \frac{(h_o \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot f_p + h_o \cdot \sin(\theta) \cdot f_p \cdot \cos(\gamma) + \cos(\alpha) \cdot h_o \cdot \cos(\theta) \cdot p_x - p_x \cdot l_p) \cdot C_x}{C_x \cdot f_p \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + h_o \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot f_p + C_y \cdot \sin(\alpha) \cdot p_x + \cos(\alpha) \cdot C_x \cdot p_x \cdot \sin(\theta) + \cos(\alpha) \cdot h_o \cdot \cos(\theta) \cdot p_x - C_x \cdot f_p \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\gamma) - C_y \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot f_p + h_o \cdot \sin(\theta) \cdot f_p \cdot \cos(\gamma)} \quad (\text{eq. 2-37})$$

$$Y = \frac{(h_o \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot f_p + h_o \cdot \sin(\theta) \cdot f_p \cdot \cos(\gamma) + \cos(\alpha) \cdot h_o \cdot \cos(\theta) \cdot p_x - p_x \cdot l_p) \cdot C_y}{C_x \cdot f_p \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + h_o \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot f_p + C_y \cdot \sin(\alpha) \cdot p_x + \cos(\alpha) \cdot C_x \cdot p_x \cdot \sin(\theta) + \cos(\alpha) \cdot h_o \cdot \cos(\theta) \cdot p_x - C_x \cdot f_p \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\gamma) - C_y \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot f_p + h_o \cdot \sin(\theta) \cdot f_p \cdot \cos(\gamma)} \quad (\text{eq. 2-38})$$

$$Z = \frac{h_o.(p_x.l_p + C_x.f_p.\sin(\theta).\sin(\gamma).\sin(\alpha) + C_y.\sin(\alpha).p_x + \cos(\alpha).C_x.p_x.\sin(\theta) - C_x.f_p.\cos(\theta).\cos(\gamma) - C_y.\sin(\gamma).\cos(\alpha).f_p)}{C_x.f_p.\sin(\theta).\sin(\gamma).\sin(\alpha) + h_o.\cos(\theta).\sin(\gamma).\sin(\alpha).f_p} \quad (\text{eq. 2-39})$$

$$+ C_y.\sin(\alpha).p_x + \cos(\alpha).C_x.p_x.\sin(\theta) + \cos(\alpha).h_o.\cos(\theta).p_x - C_x.f_p.\cos(\theta).\cos(\gamma) - C_y.\sin(\gamma).\cos(\alpha).f_p + h_o.\sin(\theta).f_p.\cos(\gamma)$$

avec :  $p_x = P_r.\phi_{(i,j)}/2\pi$  avec  $0 < i < N_{\text{lig}}$  et  $0 < j < N_{\text{col}}$

Si nous considérons les deux variables  $\alpha$  et  $\gamma$  comme nulles, nous retrouvons les équations du relief pour une modélisation plane, ce qui permet en quelque sorte de vérifier notre théorie. Nous pouvons dire que la modélisation plane est un cas particulier de la modélisation 3D.

### 2-3-3. Procédure d'analyse du réseau de franges.

#### 2-3-3-1. Introduction à l'analyse d'un réseau de franges.

Il existe plusieurs paramètres (l'amplitude, la phase et l'intensité) à considérer pour l'analyse d'un réseau de traits. Il est à noter que dans le domaine de la photométrie, on fait la différence entre le flux lumineux et l'éclairement. Mais étant donné qu'en photomécanique on utilise des caméras CCD, on parle d'intensité lumineuse en un point (1 pixel) qui a une valeur comprise entre 0 et 25 (niveau de gris). Mais c'est la phase qui nous permet l'analyse sur tout un champ avec des variations significatives. En effet, l'amplitude et l'intensité lumineuse sont fonctions de la couleur de l'objet étudié, ce qui peut poser quelques problèmes. L'objet doit alors avoir une couleur de surface à peu près uniforme.

Dans la littérature, il existe de nombreux travaux sur les techniques d'analyse de réseaux de franges. Nous pouvons citer ceux de Sirki *et al.* [Sirki 1992], Kujawinska [Kujawinska 1990], Brunning *et al.* [Brunning 1974], Hariharan *et al.* [Hariharan 1982], Creath [Creath 1988], Sciammarella et Sturgeon [Sciammarella 1967], Takeda *et al.* [Takeda 1982], Macy [Macy 1983], Bone *et al.* [Bone 1986], ainsi que Huntley et Saldner [Huntley1993]. Il existe plusieurs méthodes pour analyser un réseau de traits. Elles sont appelées méthodes hétérodynes ou de décalage de phases. Il y a les techniques d'analyse de réseaux de franges qui n'utilisent qu'une seule image et celles qui nécessitent plusieurs images expérimentales.

### Techniques à une seule image.

Elles peuvent être classées en deux sous-catégories. La première est celle qui est basée sur le calcul de deux autres images par déphasage numérique, et la deuxième, celle qui analyse, de manière itérative, à partir de fonctions de voisinage, la phase locale du réseau de franges.

Dans les techniques de déphasage numérique, il y a :

- la méthode d'analyse d'images par dérivation. Elle consiste à appliquer, sur l'image de frange initiale, un filtre dérivé numérique. Ces filtres peuvent être soit un gradient de Prewitt, soit un gradient en croix [Chevallier 1995].
- la méthode d'analyse d'images par transformée de Fourier. Elle est basée sur la propriété de la transformée de Fourier qui dit que les parties réelle et imaginaire du spectre d'une fonction sont en quadrature entre elles [Morimoto 1989] [Nung 1997].
- la méthode d'analyse d'images par transformation d'Hilbert. Elle se décompose en deux étapes. Elle consiste à employer un filtrage linéaire (à base de convolution), puis un algorithme récursif [Jaehne] [Nung 1997].

Dans les techniques itératives, il y a :

- la méthode d'analyse d'images par RPT (Regularized Phase Tracking). Son principe est de réaliser, en même temps, une analyse locale et globale du réseau de franges, par la recherche de la phase et de la fréquence [Servin 1997] [Servin 1998].

L'avantage de ces différentes techniques d'analyse d'images est de pouvoir effectuer des études en dynamique, mais au détriment de leur exactitude. En effet, dès qu'un signal est dérivé, le bruit s'en retrouve amplifié, ce qui a pour conséquence de diminuer l'exactitude sur la phase. Mais le plus gros inconvénient n'est pas l'exactitude. Pour que ces techniques donnent de bons résultats, il faut que les franges aient une structure à peu près homogène, c'est-à-dire parallèle et parfaitement sinusoïdale. Ces techniques d'analyse d'images sont, en effet, très sensibles aux jonctions et aux concentrations de franges. De plus, les techniques à une seule image sont mises en défaut lorsqu'il y a un changement de pente de la phase.

Techniques à plusieurs images.

La technique que nous avons développée est destinée à la mesure de relief d'objets biologiques en statique. Nous sommes donc orienté sur une technique d'analyse de réseaux de franges à plusieurs images. Néanmoins, il est possible d'utiliser cette technique en dynamique (phénomènes rapides) pour des études biomécaniques, mais dans ce cas, nous emploierons des techniques d'analyse à une seule image présentées ci-dessus. En effet, pour l'étude de phénomènes rapides, nous devons réduire le temps d'acquisition des images et ceci, pour chaque état de sollicitation. C'est pour cela que dans ce type d'études, nous ne nous servons que d'une seule image.

Le nombre d'images nécessaires pour la détermination de la phase est de trois ou plus. Cependant certaines peuvent requérir 16, 32 voire 64 images d'un même réseau de franges, mais déphasées. Les tables 2-1 et 2-2 énumèrent les formules hétérodynes les plus couramment utilisées, avec le nombre d'images nécessaires (m) et les différents déphasages introduits ( $\psi_1$ ).

Nb image (m)	Déphasage introduit ( $\psi_m$ )	Formule de la phase $\phi_{(i,j)}$	eq. °
3	$\psi_m = \frac{2\pi(n-1)}{3}$	$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{\sqrt{3}(I_2 - I_3)}{2I_1 - I_2 - I_3}$	(eq. 2-40) (Wolf)
3	$\psi_m = \frac{\pi(n-1)}{2}$	$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{I_1 - 2I_2 + I_3}{I_1 - I_3}$	(eq. 2-41) (Joenathan)
3	$\psi_m = \text{quelconque}$	$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{(I_1 - I_2) \cos \psi_1 + (I_1 - I_3) \cos \psi_2 + (I_2 - I_1) \cos \psi_3}{(I_3 - I_2) \sin \psi_1 + (I_1 - I_3) \sin \psi_2 + (I_2 - I_1) \sin \psi_3}$	(eq. 2-42)
4	$\psi_m = \frac{2\pi(n-1)}{2}$ ou $\psi_m = \frac{\pi(n-1)}{2}$	$\tan \phi_{(i,j)} = -\frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_3}$ $\tan \phi_{(i,j)} = -\frac{-I_1 + 3I_2 - I_3 - I_4}{I_1 + I_2 - 3I_3 + I_4}$	(eq. 2-43) (Schmit et Creath)
5	$\psi_m = \frac{2\pi(n-1)}{5}$	$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{1}{2 \sin \frac{2\pi}{5}} \cdot \frac{2I_2 - I_3 + I_4 - 2I_5}{-2I_1 + I_2 + I_3}$	(eq. 2-44) (Wolf)

Table 2-1. Formulaire quasi-hétérodynage.



Nb image (m)	Déphasage introduit ( $\psi_m$ )	Formule de la phase $\phi_{(i,j)}$	eq. °
5	$\psi_m = \frac{\pi(n-1)}{2}$	$\tan \phi_{(i,j)} = -\frac{I_2 - I_4}{2I_1 - I_3 - I_5}$ $\tan \phi_{(i,j)} = \frac{2(I_2 - I_4)}{-I_1 + 2I_3 - I_5}$ $\tan \phi_{(i,j)} = \frac{2(I_2 - I_4)}{I_1 - I_2 - I_3 - I_4 + 2I_5}$ $\tan \phi_{(i,j)} = \frac{I_1 - 4I_2 + 4I_4 - I_5}{I_1 - 2I_2 - 6I_3 + 2I_4 + I_5}$ $\tan \phi_{(i,j)} = \frac{I_1 + I_3 - 2I_5}{I_4 - I_2}$	(eq. 2-45) (Wolf) (Joenathan) (Schmit et Creath)
6	$\psi_m = \frac{\pi(n-1)}{2}$	$\tan \phi_{(i,j)} = -\frac{3I_2 - 4I_4 + I_6}{I_1 - 4I_3 + 3I_5}$ $\tan \phi_{(i,j)} = \frac{I_1 - 5I_2 - 2I_3 + 10I_4 - 3I_5 - I_6}{I_1 + 3I_2 - 10I_3 + 2I_4 + 5I_5 - I_6}$	(eq. 2-46) (Schmit et Creath)
N	$\psi_m = \frac{2\pi(n-1)}{N}$	$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{\sum_{n=1}^N I_n \sin[2\pi \frac{n-1}{N}]}{\sum_{n=1}^N I_n \cos[2\pi \frac{n-1}{N}]}$	(eq. 2-47) (Schmit et Creath)
N	$\psi_m = \text{quelconque}$	$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{\sum_{n=1}^N I_n (\cos \psi_{n+1} - \cos \psi_{n-1})}{\sum_{n=1}^N I_n (\sin \psi_{n+1} - \sin \psi_{n-1})}$	(eq. 2-48)

Table 2-2. Formulaire quasi-hétérodynage (suite et fin).

Les travaux réalisés par Bazin [Bazin 1997] ont montré que c'est la solution à N images (eq. 2-48) qui donne les meilleurs résultats, expérimentalement. L'avantage de cette configuration est que nous avons la possibilité de recalculer les déphasages introduits  $\psi_m$ . Nous pouvons noter que l'équation 2-42 est un cas particulier de la configuration à N images. Bazin s'est basé sur les travaux de Joenathan [Joenathan 1994], Schmit et Creath [Schmit 1995] et de Wolf [Wolf 1994].

Nous avons fait le choix de la configuration à trois images, avec des déphasages quelconques. Les déphasages sont recalculés par TFR (transformée de Fourier Rapide) [Brémand 1994]. Nous avons considéré que la première image serait prise comme référence,

c'est-à-dire qu'elle ne serait pas déphasée. Nous allons maintenant développer les différentes procédures nous permettant d'analyser un réseau de franges, de manière à obtenir un champ de phase qui assure la continuité des dérivées.

### 2-3-3-2. Théorie de la méthode de quasi-hétérodynage.

Le principe de cette technique est schématisé sur la figure 2-23. Elle consiste, à l'aide de trois images d'un même réseau de traits, mais déphasées les unes par rapport aux autres, à déterminer la phase de ce réseau. La première image est considérée comme étant celle de référence, c'est-à-dire que pour cette image, les traits ne sont pas déphasés, ce qui implique que les deux autres images de réseau de traits possèdent un déphasage. Nous pouvons alors écrire un système de trois équations à cinq inconnues ( $A$ ,  $B$ ,  $\phi$ ,  $\psi_{10}$ ,  $\psi_{20}$ ), nous permettant de modéliser les intensités lumineuses ( $I_{0(i,j)}$ ,  $I_{1(i,j)}$ ,  $I_{2(i,j)}$ ) de ces trois images de réseau de traits.

Ce qui nous donne :

$$\begin{cases} I_{0(i,j)} = A_{(i,j)} + B_{(i,j)} \cdot \cos[\phi_{(i,j)}] \\ I_{1(i,j)} = A_{(i,j)} + B_{(i,j)} \cdot \cos[\phi_{(i,j)} + \psi_{10}] \\ I_{2(i,j)} = A_{(i,j)} + B_{(i,j)} \cdot \cos[\phi_{(i,j)} + \psi_{20}] \end{cases} \quad (\text{eq. 2-49})$$

où  $A_{(i,j)}$  est l'intensité moyenne,  $B_{(i,j)}$  est l'amplitude,  $\phi_{(i,j)}$  est la phase contenant l'information qui nous intéresse,  $\psi_{10}$  est le déphasage entre la première et la deuxième et  $\psi_{20}$  est le déphasage entre la première et la troisième. Les deux déphasages sont imposés, donc connus, mais nous exposerons par la suite comment ils sont recalculés afin de les obtenir avec une meilleure exactitude.

Le calcul de la phase par technique quasi hétérodyne suppose quelques hypothèses. Nous supposons que l'intensité ( $A_{(i,j)}$ ) et l'amplitude ( $B_{(i,j)}$ ) sont constantes pour un point donné et ceci sur les trois images étudiées, ce qui n'est pas aberrant si nous ne changeons pas de source de lumière. L'autre hypothèse qui est faite est de considérer les déphasages ( $\psi_{10}$  et  $\psi_{20}$ ) constants sur tout le champ de l'image étudiée. Cette simplification n'est pas obligatoirement vraie expérimentalement, comme nous le verrons dans le sous-chapitre 3-1-1.

La formule nous donnant la valeur de la tangente de la phase est alors :

$$\tan \phi_{(i,j)} = \frac{I_{2(i,j)} - I_{1(i,j)} + (I_{0(i,j)} - I_{2(i,j)}) \cos \psi_{10} + (I_{1(i,j)} - I_{0(i,j)}) \cos \psi_{20}}{(I_{0(i,j)} - I_{2(i,j)}) \sin \psi_{10} + (I_{1(i,j)} - I_{0(i,j)}) \sin \psi_{20}} \quad (\text{eq. 2-50})$$

Le problème, dans ces techniques de décalage de phases, est que le numéro des franges n'est pas connu. Donc, pour plusieurs franges différentes, nous avons la même valeur de phase, étant donné que les résultats qui découlent de l'équation (eq. 2-50) sont compris entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ . Il y a donc un problème de numérotation de franges. C'est pour remédier à ce problème que ces techniques sont généralement associées à une technique de recalage de phases.

### 2-3-3-3. Principe du recalage de phases.

La valeur de la phase  $\phi_{(i,j)}$  ainsi obtenue est comprise entre  $-\pi$  et  $\pi$ , en analysant les signes du numérateur et du dénominateur de la fonction arc tangente. Il faut donc mettre en œuvre un processus de recalage de phases pour pouvoir déterminer une phase qui assure la continuité des dérivées et ainsi lui restituer son allure réelle. Le principe est assez simple. Il consiste à ajouter, à la phase  $\phi_{(i,j)}$ ,  $2\pi$  ou  $-2\pi$  à chaque fois que la phase passe de  $\pi$  à  $-\pi$  ou inversement.

Il faut néanmoins avoir un point de l'image où la phase est connue, pour commencer ce processus de recalage de phases. Pour cela, nous projetons l'image d'une seule ligne représentant la frange n, ce qui nous permet de localiser au début du processus de recalage, une frange dont la valeur en radians est connue et égale à  $n \times 2\pi$ . Ce principe est schématisé sur la figure 2-23 et plus en détail sur la figure 2-24. Généralement, la ligne que nous projetons représente la frange zéro qui passe par l'origine du repère de travail.

3 images de réseau de traits verticaux déphasées de  $\psi_1 = 120^\circ$  et  $\psi_2 = -120^\circ$ .

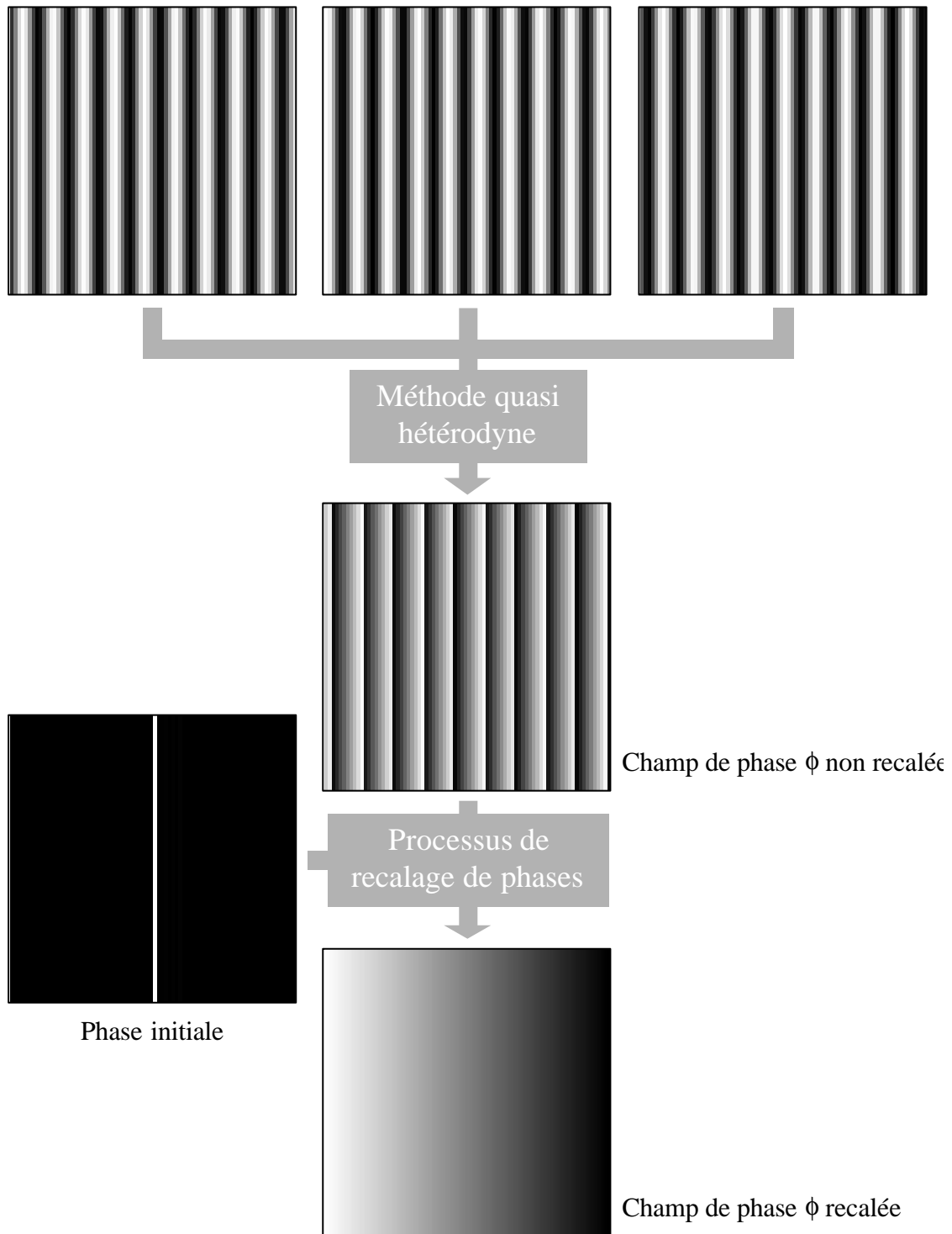


Figure 2-23. Schéma de principe pour obtenir un champ de phase continue à partir de trois images d'un même réseau de traits, mais déphasées les unes par rapport aux autres.

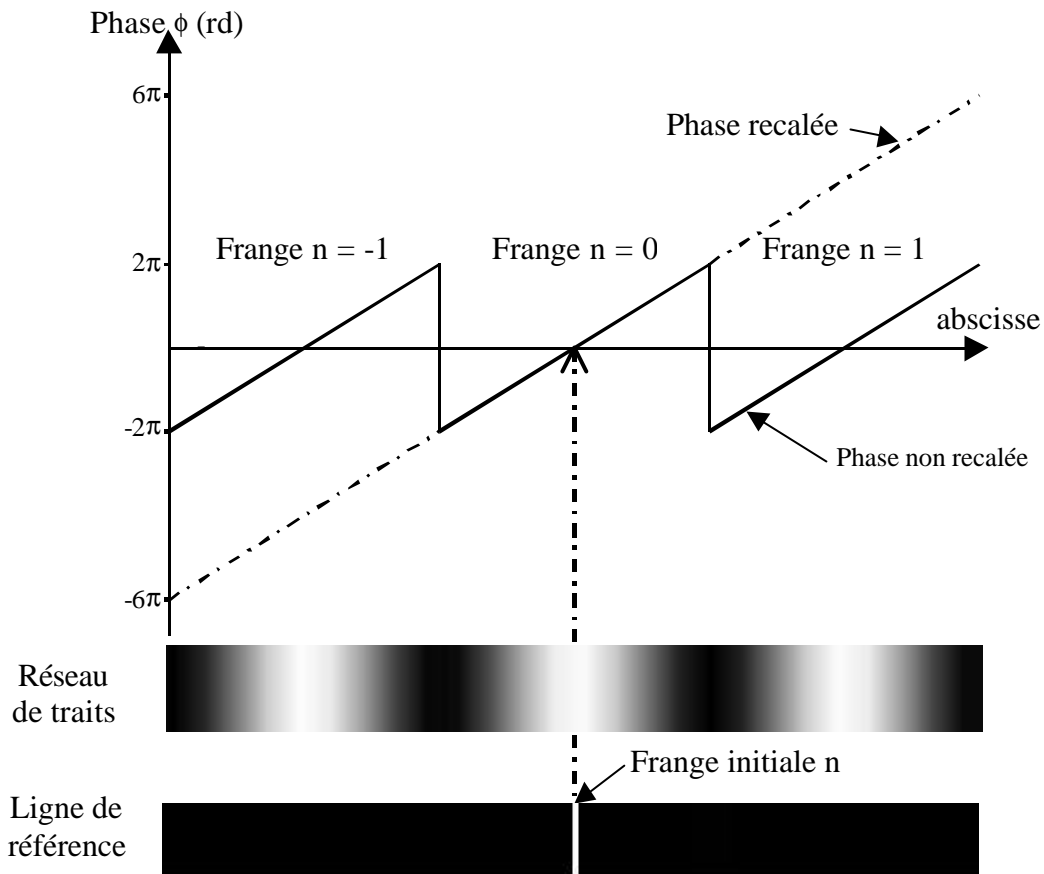


Figure 2-24. Détails pour la localisation de la frange initiale dans le processus de recalage de phases.

#### 2-3-3-4. Calcul des déphasages par T.F.R. (transformée de Fourier rapide).

La technique de décalage de phases nécessite l'utilisation de réseaux déphasés les uns par rapport aux autres. Normalement ces déphasages sont imposés, donc parfaitement connus, ce qui n'est pas le cas expérimentalement. Mais afin d'avoir une meilleure exactitude sur le résultat de la phase  $\phi$ , nous les recalculons par T.F.R. [Brémand 1994], [Mauvoisin 1993].

Un réseau sinusoidal de franges peut aussi être décrit par la fonction suivante :

$$g_{(x,y)} = A + B(2\pi f_1 x + 2\pi f_2 y + \psi) \quad (\text{eq. 2-51})$$

où  $f_1$  et  $f_2$  sont réciproquement la fréquence du réseau suivant  $x$  et  $y$ .

où, A est la valeur moyenne de l'intensité lumineuse, B l'amplitude,  $f_1$  et  $f_2$  les fréquences suivant les deux directions x et y. Les valeurs A et B sont supposées constantes. Le déphasage  $\psi$  permet de situer le signal par rapport à l'origine du référentiel.

Afin de simplifier le raisonnement, nous allons travailler sur un signal 2D, mais il est le même pour un signal 3D. Pour rappel, la formule de la transformée de Fourier 2D est :

$$S(u, v) = \text{TF}[g(x, y)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \cdot e^{-j2\pi(ux + vy)} \cdot dx \cdot dy \quad (\text{eq. 2-52})$$

Si nous effectuons le développement de la fonction (eq. 2-51), nous obtenons une fonction complexe de la forme :

$$S(u, v) = A\delta(u, v) + \frac{B}{2} \cos \psi \{ \delta(u - f_1)\delta(v - f_2) + \delta(u + f_1)\delta(v + f_2) \} \\ + j \frac{B}{2} \sin \psi \{ \delta(u - f_1)\delta(v - f_2) - \delta(u + f_1)\delta(v + f_2) \} \quad (\text{eq. 2-53})$$

où,  $\delta(u - f_0)$  est la distribution de Dirac en  $f_0$ , représentée dans le domaine des fréquences par un pic, définie par :

$$\begin{cases} \delta(u - f_0) = 1 & \text{si } u = f_0 \\ \delta(u - f_0) = 0 & \text{si } u \neq f_0 \end{cases} \quad (\text{eq. 2-54})$$

La transformée de Fourier est constituée de trois termes. Le premier terme, qui est de fréquence nulle, correspond au pic d'ordre 0, donc au fond continu. Les deux autres termes sont une partie réelle et une partie imaginaire. Chacune de ces deux parties est composée de deux termes correspondant respectivement au pic d'ordre 1, situé en  $(f_1, f_2)$  et au pic d'ordre -1 situé en  $(-f_1, -f_2)$ . Les parties réelle et imaginaire varient sinusoïdalement en fonction du déphasage  $\psi$ . Nous pouvons ainsi retrouver le déphasage d'une modulation sinusoïdale, en calculant le rapport de la partie imaginaire sur la partie réelle au niveau du pic d'ordre 1, ce qui nous donne la formulation suivante :

$$\text{tg}\psi = \frac{\text{Im}\{S(f_1, f_2)\}}{\text{Re}\{S(f_1, f_2)\}} \quad (\text{eq. 2-55})$$

### 2-3-3-5. Détermination du masque objet.

Dans le but de minimiser le temps de calcul, nous avons mis en place une procédure simple, permettant d'éliminer les points de l'image qui n'appartiennent pas à l'objet. Elle est basée sur le fond continu de l'image. Comme la projection du réseau est effectuée avec un certain angle  $\theta$  et si nous n'avons pas d'autre objet que celui étudié dans le champ de vision (y compris la profondeur de champ) de la caméra CCD, alors les points de l'image n'appartenant pas à l'objet varient très peu en niveau de gris (intensité lumineuse). Nous avons alors effectué le test simple suivant :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Si} & |I_0 - I_1| > I_s & \text{alors le pixel (i,j) n'appartient pas à l'objet.} \\
 \text{et} & |I_1 - I_2| > I_s & \\
 \text{et} & |I_2 - I_0| > I_s & \text{(eq. 2-56)}
 \end{array}$$

où  $I_s$  est l'intensité seuil objet qui permet de définir la variation minimale de niveau de gris entre deux images de réseaux déphasés. Sa valeur est définie par l'utilisateur qui la choisit de manière à déterminer le contour de l'objet.

L'image du masque objet est alors binaire, niveau de gris nul pour les points en dehors de l'objet et égale à 255 pour les autres. Un exemple de masque objet est présenté sur la figure 2-25. Nous avons remarqué que sur cette figure des zones à l'intérieur de l'objet sont écartées du processus de calcul. Elles correspondent à des ombres portées, ce sont des parties de l'objet sur lesquelles aucune frange n'est projetée.

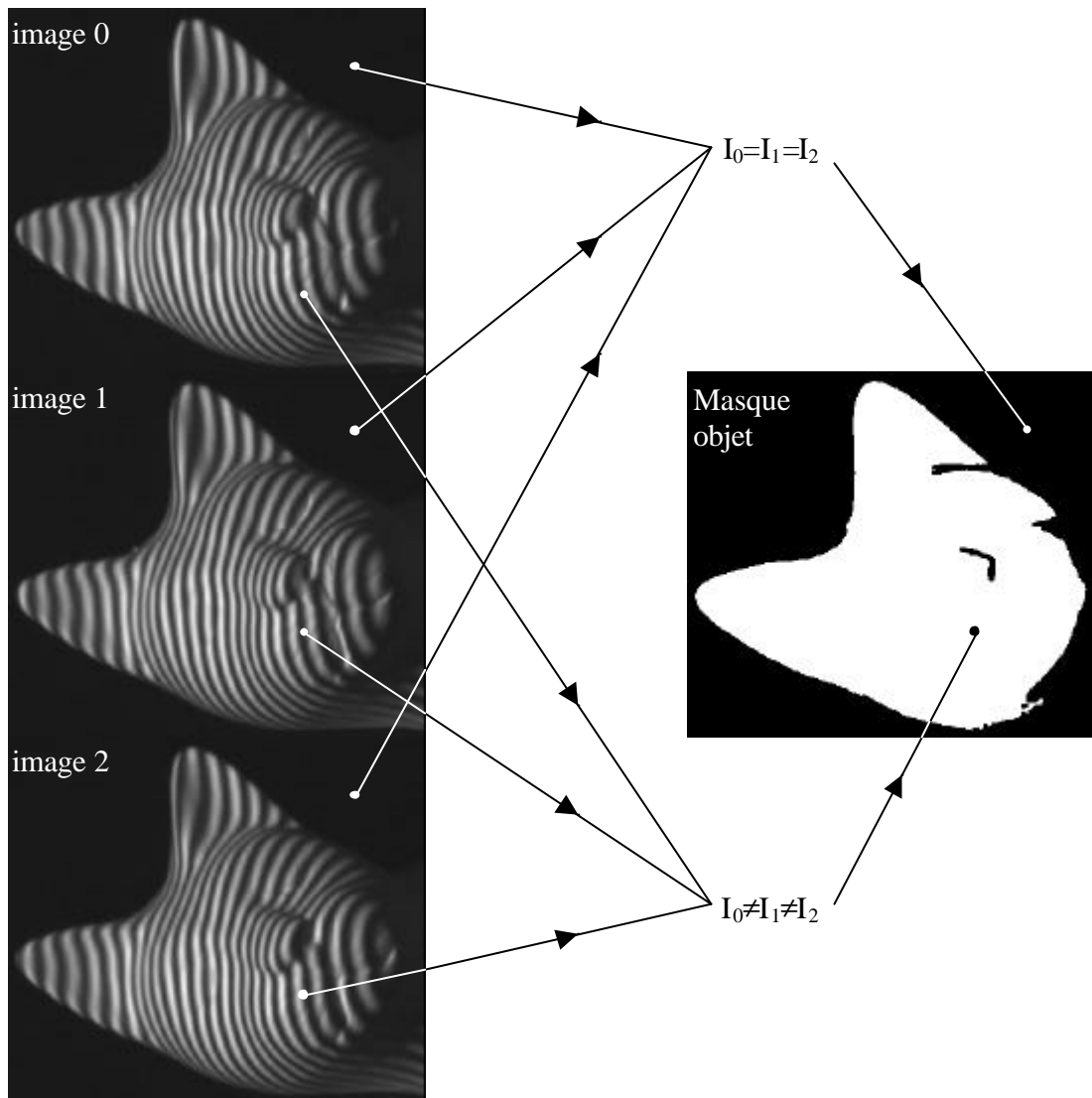


Figure 2-25. Masque objet d'une tête de statuette de chat réalisé à l'aide de trois images de réseau de traits.

### 2-3-3-6. Détermination du masque de discontinuités.

Afin d'éliminer les zones où le recalage de phases est induit en erreur, nous avons mis en place un masque de discontinuités. Généralement, ces discontinuités résultent d'une variation brutale du relief  $Z$ . Ce phénomène se traduit par une concentration ou un saut de franges au niveau de la zone de discontinuité, ce qui met en défaut le processus de recalage de phases. C'est un phénomène perturbateur assez complexe et qui peut engendrer des résultats aberrants. Nous allons donc voir quelques exemples qui peuvent être rencontrés dans des cas pratiques.



Sur l'exemple de la figure 2-26, nous pouvons observer deux zones de discontinuité qui se situent dans les ellipses blanches. Dans la première zone, nous pouvons voir qu'une frange disparaît presque totalement, car le relief varie trop brutalement. Dans la deuxième zone, c'est le contour du nez qui introduit une discontinuité. Dans ce cas, les discontinuités peuvent être la cause d'une ou plusieurs franges. Dans le cas d'objets de forme assez complexe, nous pouvons voir tout de suite l'intérêt d'avoir un masque permettant de localiser ces zones de discontinuité, afin de ne pas commettre d'erreurs lors du processus de recalage de phases. Généralement, elles correspondent aux zones où la phase a une forte courbure.

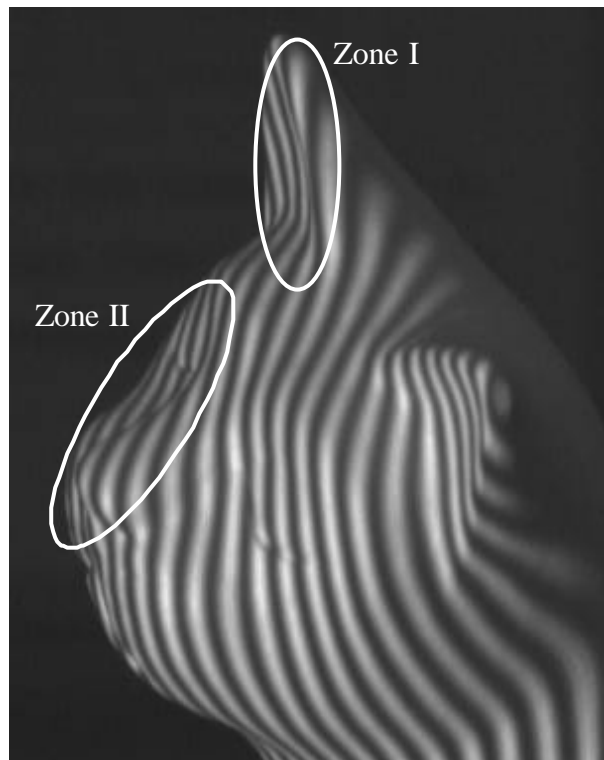


Figure 2-26. Image d'un réseau projeté possédant des discontinuités de franges.

Le principe de ce masque est basé sur la dérivée seconde de la phase en un point de coordonnées  $(i,j)$ . En effet, nous avons vu que si la phase subissait une forte variation de pente, alors il nous était difficile de recalculer la phase sans erreur. Nous avons donc choisi d'éliminer le point considéré. Le calcul s'effectue à l'aide de 7 autres points qui se situent en périphérie de celui dont nous voulons calculer la dérivée seconde. Afin de détecter les discontinuités dans toutes les directions, nous calculons trois dérivées secondes suivant chacune d'entre elles  $(x, y, xy)$ . Elles sont calculées à l'aide des formules suivantes :

$$\begin{aligned}\partial x^2 &= \phi(i, j+2) - \phi(i, j+1) - \phi(i, j) + \phi(i, j-1) \\ \partial y^2 &= \phi(i+2, j) - \phi(i+1, j) - \phi(i, j) + \phi(i-1, j) \\ \partial xy &= \phi(i+1, j+1) - \phi(i+1, j) - \phi(i, j+1) + \phi(i, j)\end{aligned}\quad (\text{eq. 2-57})$$

où  $\phi(i, j)$  est la phase en radians, du pixel de coordonnées  $(i, j)$ .

Le critère permettant de définir si un point appartient au masque de discontinuités ou non est le suivant :

$$\begin{aligned}\text{Si } \phi''_{\max} &\leq |\partial x^2| < \phi''_{\min} \\ \text{ou } \phi''_{\max} &\leq |\partial y^2| < \phi''_{\min} \\ \text{ou } \phi''_{\max} &\leq |\partial xy| < \phi''_{\min}\end{aligned}\quad (\text{eq. 2-58})$$

alors le pixel de coordonnées  $(i, j)$  est écarté du processus de calcul.

Où  $\phi''_{\max}$  détermine les courbures maximales de la phase autorisées par l'utilisateur et  $\phi''_{\min}$  la valeur à partir de laquelle nous pouvons considérer que nous passons à la frange suivante, c'est-à-dire là où le recalage doit être effectué.  $\phi''_{\min}$  est généralement égale à  $2\pi$ .

Si le point est écarté du processus, pour cause de discontinuité, la valeur du pixel du masque de discontinuités est mise à 0 (en niveau de gris). Il est à noter que le calcul de la dérivée seconde n'est effectué que pour les points qui ne sont pas éliminés par le masque objet.

### 2-3-3-7. Synthèse de la technique de quasi-hétérodynage à trois images.

Toutes les étapes de calcul, décrites précédemment, peuvent être intégrées dans un logiciel de manière à être semi-automatiques et plus conviviales, ce qui a d'ailleurs été réalisé avec le logiciel Project 3D. Elles sont structurées de la manière suivante, schématisées sur la figure 2-27 :

- Acquisition numérique de 4 images, 3 images de réseau de traits sinusoïdaux et une image de ligne permettant de localiser la frange initiale.

- Détermination du masque objet à l'aide des trois images de réseau avec l'écart des niveaux de gris.
- Calcul des déphasages ( $\psi_1$  et  $\psi_2$ ) par FFT, à l'aide des trois images de réseau et du masque objet.
- Calcul du champ de phases discontinues par quasi-hétérodynage, à l'aide des trois images de réseau, du masque objet et des déphasages ( $\psi_1$  et  $\psi_2$ ).
- Détermination du masque de discontinuité par dérivée seconde de phase, à l'aide du champ de phases discontinues.
- Calcul du champ de phases continues par recalage de phases, à l'aide du champ de phases discontinues, du masque de discontinuités et de l'image de la frange initiale.

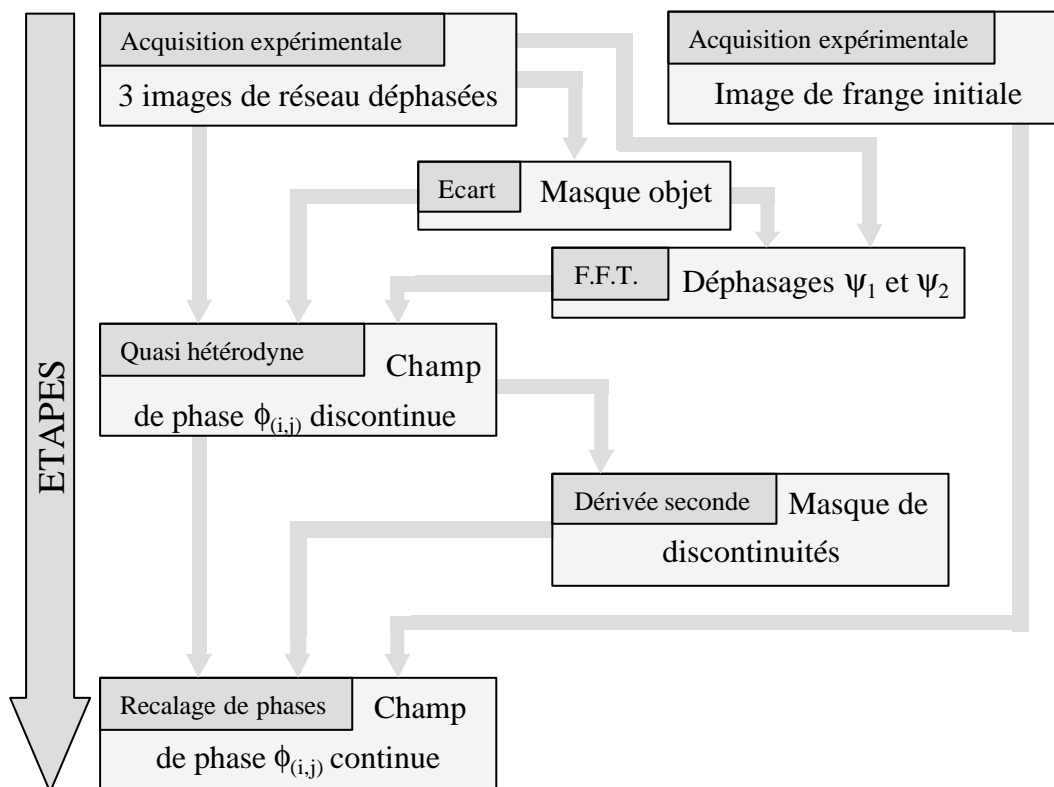


Figure 2-27. Organigramme pour obtenir un champ de phase continue à partir d'un réseau de franges.

Les techniques basées sur le quasi-hétérodynage sont largement utilisées. Elles sont nombreuses avec pour chacune d'entre elles leurs avantages et leurs inconvénients. Celle que nous avons utilisée l'a déjà été dans le cadre du moiré d'ombre [Mauvoisin 1993] et du moiré de projection [Brémand 1994]. Mais elle peut aussi être utilisée dans tout autre problème faisant intervenir des franges, comme par exemple l'interférométrie présentée dans l'état de l'art des méthodes optiques de mesure 3D [Humbert 1999].

Avec l'utilisation de trois images, nous pouvons obtenir une exactitude du centième d'interfrange [Brémand 1994], ce qui correspond à environ 3,6 degrés sur la phase. Cette méthode s'est développée grâce aux nouveaux moyens numériques disponibles sur le marché, comme la caméra CCD.

### **2-3-3-8. Technique de Morimoto [Morimoto 1998].**

Une autre technique d'analyse de réseaux de franges possédant des performances intéressantes est celle de Morimoto [Morimoto 1998]. Il a aussi travaillé sur d'autres techniques d'analyse [Morimoto 1988], [Morimoto 1989], [Morimoto 1994], [Morimoto 1995] et [Morimoto 1996]. Il n'utilise pas de formules analytiques basées directement sur l'intensité lumineuse comme dans le cas des techniques de quasi-hétérodynage. Le principe de sa méthode se rapproche plus des techniques hétérodynes (figure 2-28).

Le nombre d'images de réseaux à acquérir est de huit. Ces réseaux sont tous déphasés les uns par rapport aux autres. La première image n'est pas déphasée, c'est l'image d'origine. La deuxième possède un déphasage  $\psi = \pi/4$  et ainsi de suite jusque à la huitième image. Pour un point de l'image de coordonnées  $(i,j)$ , nous avons une fonction  $I=f(\psi)$ . Donc, en prenant un point  $(i_0,j_0)$  où la phase est connue, comme par exemple la phase nulle (phase initiale), et un autre point  $(i,j)$  où nous voulons connaître la phase, nous obtenons deux fonctions qui sont les suivantes :

$$\text{Phase initiale au point } (i_0,j_0) \Rightarrow I_{\text{init}}=f(\psi)$$

$$\text{Phase mesurée au point } (i,j) \Rightarrow I_{\text{mes}}=f(\psi)$$

En effectuant une transformée de Fourier discrète sur chacune de ces fonctions, nous pouvons obtenir le déphasage de ces deux signaux comme nous l'avons démontré dans la partie précédente qui présente la détermination des déphasages par TFR. Si pour le premier

point  $(i_0, j_0)$  nous avons une phase  $\phi$  nulle, alors la phase pour le point  $(i, j)$  sera déterminée en effectuant la différence entre les deux signaux calculés par TFR.

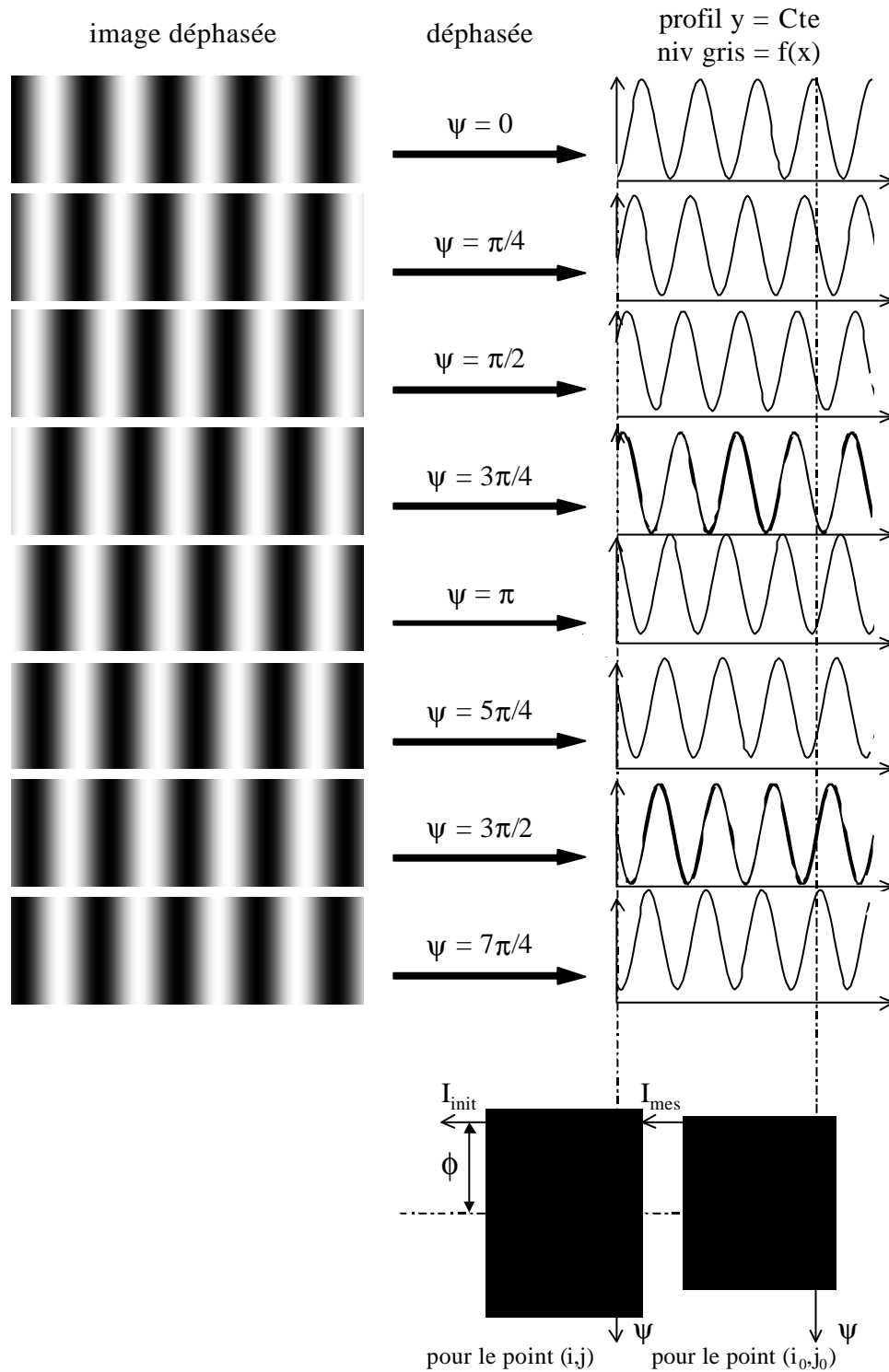


Figure 2-28. Schéma de principe de la technique d'hétérodyne proposée par Morimoto et Fujigaki [Morimoto 1998].

L'avantage de la méthode proposée par Morimoto est que l'intensité lumineuse n'intervient pas directement dans le calcul de la phase  $\phi$ , comme dans le cas des formules de quasi-hétérodynage. C'est ce qui rend cette méthode plus performante au niveau de l'exactitude des résultats obtenus expérimentalement. En effet, l'analyse fréquentielle par T.F.R. pour calculer les déphasages des fonctions  $I_{\text{nit}}$  et  $I_{\text{mes}}$ , est moins sensible aux faibles variations d'intensité lumineuse par rapport à une formule directe (eq. 2-55).

Le schéma de principe de la figure 2-28 correspond à une technique à huit images, ce qui nécessite un temps plus long pour l'acquisition des images que pour celle à trois images. De plus, le nombre d'images correspond à la fréquence d'échantillonnage du signal sur lequel nous effectuons la transformée de Fourier discrète. Par exemple pour une configuration de huit images, nous effectuerons une analyse fréquentielle sur un signal défini périodiquement par huit points. Pour augmenter la définition de ce signal et ainsi l'exactitude de la T.F.R., nous pouvons étendre le nombre d'images à seize. Il suffit simplement de prendre la série de huit images et de la lire deux fois de suite pour obtenir une série de seize images, ce qui revient à définir le signal sur deux périodes, alors que dans le cas à huit images le signal était défini avec une seule période. Il est donc possible d'augmenter l'exactitude des résultats, de cette technique, sans pour autant augmenter le nombre de prises d'images expérimentales. Nous avons évidemment la possibilité d'étendre le nombre d'images à 32, 64, etc. Le seul impératif est que la transformée de Fourier discrète rapide nécessite un nombre d'images en puissance de deux. L'augmentation du nombre d'images à l'infini ne permet pas d'augmenter l'exactitude du résultat continuellement. A partir de 32 images, le gain n'est plus significatif.

Il est à noter que si nous considérons un grand nombre d'images, nous obtenons le principe de base de l'hétérodyne. C'est pour cela que cette technique d'analyse de franges par décalage de phases proposée par Morimoto est aussi appelée : technique hétérodyne. La question du gain d'exactitude entre cette technique et celle du quasi-hétérodynage sera abordée dans le début du chapitre 3.

Dans le cadre de nos applications du chapitre 3, nous avons utilisé une configuration à seize images, nous permettant ainsi d'avoir un signal défini sur deux périodes et donc de minimiser le bruit. Pour cela, nous avons fait l'acquisition expérimentale d'une série de huit images que nous avons dédoublée. Chaque déphasage entre deux réseaux de traits sinusoïdaux est de 45 degrés. Nous avons aussi mis en œuvre une configuration à 32 images, mais le gain d'exactitude n'était pas conséquent par rapport au temps de calcul nécessaire.

## **2-4. Calibrage du montage de la technique de projection de réseaux.**

Afin d'améliorer l'exactitude des techniques de mesure, les capteurs subissent généralement un calibrage. Nous avons vu que pour déterminer le relief 3D, à l'aide de la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux, nous avons besoin de connaître les caractéristiques géométriques du montage. C'est pour cela que nous avons décidé de mettre en place une procédure de calibrage permettant de déterminer les paramètres géométriques dont nous avons besoin. Nous avons donc recherché dans la littérature ce qui avait été réalisé dans ce domaine, puis nous avons développé notre propre procédure.

### **2-4-1. Etat de l'art des procédures de calibrage pour les techniques de mesures basées sur la projection de réseaux.**

Les premières techniques de calibrage, utilisées dans le domaine de la mesure optique, ont été développées pour la caractérisation des caméras CCD. Ce sont des techniques qui furent surtout mises en œuvre dans le cadre d'un montage stéréoscopique. Il en existe beaucoup, mais les plus répandues sont celles de Tsai [Tsai 1986] [Tsai 1987] et de Luo [Luo 1993]. Leur principe est de déterminer les paramètres extrinsèques et intrinsèques des caméras CCD, en observant un objet parfaitement connu. La technique de Tsai se fait caméra par caméra alors que celle de Luo ne peut se faire qu'avec un ensemble de deux caméras. Cette dernière est appelée technique de calibrage global.

Certaines applications de ces procédures de calibrage ne prennent pas en compte le phénomène de distorsion radiale dans les paramètres intrinsèques, comme par exemple la méthode proposée par Pollastri [Pollastri 1989] ou bien Caprile *et al.* [Caprile 1990]. D'autres, au contraire prennent en considération ce phénomène dans leur procédure de calibrage, tels que Lenz *et al.* [Lenz 1987] ainsi que Daucher *et al.* [Daucher 1994]. D'autres exemples d'application de processus de calibrage de systèmes stéréoscopiques sont proposés par Faugeras *et al.* [Faugeras 1987], Zhou [Zhou 1992], Zhuang [Zhuang 1995] ainsi que Garcia *et al.* [Garcia 2001], et bien d'autres encore.

L'ensemble des travaux présentés ci-dessus sont adaptés à des systèmes stéréoscopiques. Or nous voulons développer une procédure pour le calibrage d'un système de projection de réseaux de traits sinusoïdaux. Néanmoins, ces travaux peuvent nous donner

un aperçu des problèmes rencontrés pour le calibrage d'une caméra CCD et peut nous orienter sur les choix à faire ou à éviter.

En ce qui concerne les techniques de projection de réseaux de traits, des procédures de calibrage ont été développées. Elles se différencient, dans un premier temps, par la technique de mesure à laquelle elles sont dédiées. Cardenas *et al.* [Cardenas 1995] proposent une procédure de calibrage pour une technique stéréoscopique, localisant les points d'un réseau projeté sur la surface de l'objet étudié. Ils ne tiennent pas compte des effets de distorsion radiale des objectifs dans leur théorie. Nous pouvons aussi remarquer que leur montage permet d'obtenir trois images de point de vue différent. Nous avons les deux points de vue des caméras CCD et celui qui est imposé par le système de projection, ce qui introduit une redondance d'informations et de paramètres à gérer dans la procédure de calibrage. De plus, cette méthode correspond à de la stéréolocalisation de points projetés, ce qui est peut-être un abus de langage.

En ce qui concerne les techniques de projection de lumière structurée, et plus particulièrement celles utilisant le code Gray, Sansoni *et al.* [Sansoni 1997] [Sansoni 1999] [Sansoni 2000] ont développé une procédure basée sur un objet étalon. Ils déterminent les différents paramètres géométriques du montage en corrélant le relief connu et parfait de l'objet étalon et le champ numérique qui provient du code Gray. C'est une procédure qui est simple à mettre en œuvre puisqu'elle ne nécessite qu'un objet étalon et elle découle directement de la philosophie du calibrage. De plus, la procédure ne fait pas appel à d'autres figures géométriques projetées, autres que les réseaux de traits binaires. C'est donc une procédure de calibrage globale. Il existe d'autres procédures adaptées à la projection de lumière structurée, comme celles proposées par Feng et Ming [Feng 1994], Guangjun et Liquan [Guangjun 2000] ou encore celle de Huynh *et al.* [Huynh 1999].

Pour le calibrage d'un montage mettant en œuvre la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux, des processus ont été proposés. Certains d'entre eux prennent en compte les effets de distorsion radiale engendrée par les objectifs. Mais leur principale différence se fait sur leur principe et surtout sur la forme géométrique qu'ils utilisent pour effectuer leur calibrage.

La procédure de calibrage proposée par Sutton *et al.* [Sutton 2001] s'effectue en deux étapes indépendantes. La première étape consiste à déterminer les paramètres extrinsèques et intrinsèques de la caméra CCD, à l'aide d'une grille servant de mire. Pour cela, ils utilisent la procédure de calibrage de caméra développée par Tsai [Tsai 1986] et utilisée par Helm *et al.*



[Helm 1996], ainsi que par Weng *et al.* [Weng 1992]. La grille de précision est placée de manière à ce qu'elle définisse le relief nul et par conséquent le repère de travail. La procédure permet ainsi de déterminer neuf paramètres de la caméra qui tiennent compte des effets de distorsion radiale engendrés par l'objectif. La seconde étape permet de déterminer la position dans le repère de travail et les caractéristiques du projecteur. Pour cela, ils projettent un réseau de franges sur un plan qui correspond à un relief nul et en corrélant la phase du réseau observé avec le relief nul, ils obtiennent les derniers paramètres recherchés. L'ensemble de ces deux étapes est schématisé sur la figure 2-29.

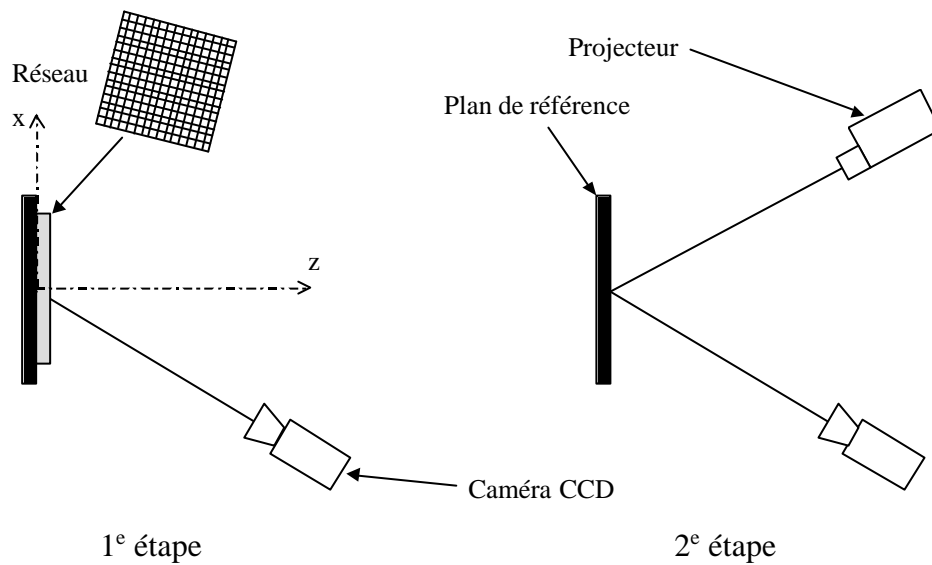


Figure 2-29. Processus de calibrage en deux étapes proposé par Sutton *et al.* [Sutton 2001].

La procédure que propose Sutton se fait donc en deux temps : le système d'observation, puis l'ensemble du système de projection de franges. Elle nécessite un plan de référence physique et une grille de précision. Elle est précise, mais lente à manipuler. Le fait de prendre en considération les effets de distorsion radiale impose le calibrage de la caméra CCD indépendamment du reste du système, car le nombre de paramètres à déterminer est plus important.

D'autres procédures de calibrage de la technique de projection de réseaux de traits sinusoidaux existent et elles ne nécessitent qu'une seule étape. Elles sont appelées « *procédures de calibrage globale* ». Elles sont plus rapides et mettent en œuvre moins de moyens matériels. Par exemple, Chi-Fang et Chih-Yang [Chi-Fang 1999] ont développé une

procédure de calibrage globale en faisant abstraction des effets de distorsion optique radiale et en considérant que les faisceaux projetés sont parallèles, comme nous l'avons expliqué dans la partie concernant les moirés d'ombre et de projection. Cette procédure de calibrage n'est donc pas bien adaptée pour une technique de mesure optique dédiée aux objets de grandes dimensions. Une autre procédure de calibrage globale, basée sur le même principe que celle-ci, mais adaptée à la technique du moiré de Linterberg, a été proposée par Hung *et al.* [Hung 2000]. Le moiré de Linterberg permet de mesurer la dérivée du relief.

Les procédures de calibrage pour les techniques de mesure 3D sont assez nombreuses dans la littérature. Il en existe autant que le nombre de méthodes de mesure optique de relief. Nous avons simplement évoqué celles qui se rapprochaient le plus de la technique de projection de réseau de traits sinusoïdaux que nous utilisons. Elles sont d'ailleurs assez proches les unes des autres. Cela nous a donc permis de voir l'avancée de ces travaux dans ce domaine.

Pour notre application, nous nous sommes orienté sur une procédure de calibrage globale, ce qui nous permettra d'effectuer un calibrage rapide et en considérant tous les paramètres géométriques en même temps. En effet, les procédures de calibrage en plusieurs étapes déterminent des paramètres géométriques, en ignorant d'autres, ce qui peut paraître inadapté lorsque l'on sait qu'il y a beaucoup de paramètres liés entre eux, comme par exemple pour les grandissements et la distance d'observation. C'est donc pour cela qu'un calibrage effectué en une seule étape nous semble être le mieux adapté. Cela nous impose de négliger les effets de distorsion optique radiale, ce qui est concordant, puisque nous les avons aussi négligés pour l'étude théorique donnant les équations du relief. Pour le reste du principe, nous nous sommes inspiré de méthodes proposées par Chi-Fang et Chih-Yang [Chi-Fang 1999], en projetant des réseaux de traits sinusoïdaux sur la surface d'objets étalons, supposée parfaitement connue, puis en corrélant le relief des objets avec le réseau de traits observé respectivement.

## 2-4-2. Principe du processus de calibrage.

### 2-4-2-1. Pour la modélisation plane.

Afin de déterminer les paramètres du montage du moiré de projection qui interviennent dans le calcul du relief, nous avons mis en place un processus de calibrage. Les différents paramètres à déterminer sont :  $h_p$ ,  $d$ ,  $h_o$ ,  $P_r$  et  $f_p$ . Nous rappelons que les équations qui donnent les coordonnées du point  $M(X,Y,Z)$ , définissant le relief de l'objet, sont les suivantes :

$$X = \frac{(h_o - Z).C_x}{h_o} \quad (\text{eq. 2-59})$$

$$Y = \frac{(h_o - Z).C_y}{h_o} \quad (\text{eq. 2-60})$$

$$Z = \frac{h_o.(C_x.d.\phi.P_r - 2\pi.C_x.h_p.f_p + l_p^2.\phi.P_r)}{h_p.\phi.P_r.h_o + 2\pi.d.f_p.h_o + C_x.d.\phi.P_r - 2\pi.C_x.h_p.f_p} \quad (\text{eq. 2-61})$$

$$\text{où, } l_p^2 = h_p^2 + d^2$$

Les coordonnées  $X$  et  $Y$  sont des fonctions de  $h_o$ ,  $C_x$  et  $Z$ . Il faut donc calculer la coordonnée  $Z$  avant les deux autres. En examinant la formule qui donne la coordonnée  $Z$  (eq. 2-61), nous pouvons remarquer qu'elle peut se modifier, si nous divisons le numérateur et le dénominateur par la variable  $f_p$ , il est alors possible d'associer  $P_r$  (pas du réseau projeté) et  $f_p$  ( focale du vidéoprojecteur). Ces deux dernières variables n'en forment plus qu'une, qui est le rapport  $P_r/f_p$ . La formule (eq. 2-61) devient alors :

$$Z = \frac{h_o.(C_x.d.\phi.\frac{P_r}{f_p} - 2\pi.C_x.h_p + l_p^2.\phi.\frac{P_r}{f_p})}{h_p.\phi.h_o.\frac{P_r}{f_p} + 2\pi.d.h_o + C_x.d.\phi.\frac{P_r}{f_p} - 2\pi.C_x.h_p} \quad (\text{eq. 2-62})$$

Ce rapport simplificateur  $P_r/f_p$  permet de réduire le nombre de variables à 4. Il correspond, en fait, au grandissement du vidéoprojecteur utilisé pour le montage. Il est sans dimension.

Toute procédure de calibrage consiste à corrélérer un relief physique parfaitement connu et la mesure obtenue par la technique employée. Nous nous sommes donc orienté, dans un premier temps, sur une procédure basée sur la projection d'une mire composée de taches. Ces taches étaient projetées sur un plan matérialisant celui  $O, \bar{x}, \bar{y}$ .

Nous devons donc, pour effectuer le calibrage de ce montage, corrélérer les taches projetées (LCD) avec les taches observées (CCD), ce qui nécessitait de connaître les positions des taches au niveau du plan  $O, \bar{x}, \bar{y}$ . Or, il nous est impossible de connaître la position de ces taches sans connaître les paramètres géométriques du montage qui sont à déterminer. Nous sommes donc dans une impasse pour cette procédure.

Ce principe de procédure de calibrage, basé sur la projection d'une mire, n'est pas adapté. Elle est néanmoins utilisée, dans son principe, pour le calibrage d'une caméra CCD seule, à l'aide d'une mire physique, comme nous l'avons présentée dans la partie traitant de l'état de l'art des procédures de calibrage.

La technique que nous avons développée pour calibrer le montage du moiré de projection est plus simple et plus directe que celle qui consiste à localiser les taches d'une mire. Il suffit de corrélérer directement le relief d'objets avec le champ de phase qui leur est associé. C'est d'ailleurs sur cette idée que sont basées les différentes techniques de calibrage. Le premier objet sera donc un plan physique qui matérialise le plan  $O, \bar{x}, \bar{y}$ . Le deuxième objet utilisé pour le calibrage sera ce même plan, mais ayant subi une rotation d'axe  $O, \bar{y}$  et d'angle  $(\beta)$ . La figure 2-30 représente le schéma du processus de calibrage avec les deux systèmes de projection et d'observation. C'est une solution technologique de calibrage parmi d'autres, mais qui a l'avantage d'être simple.

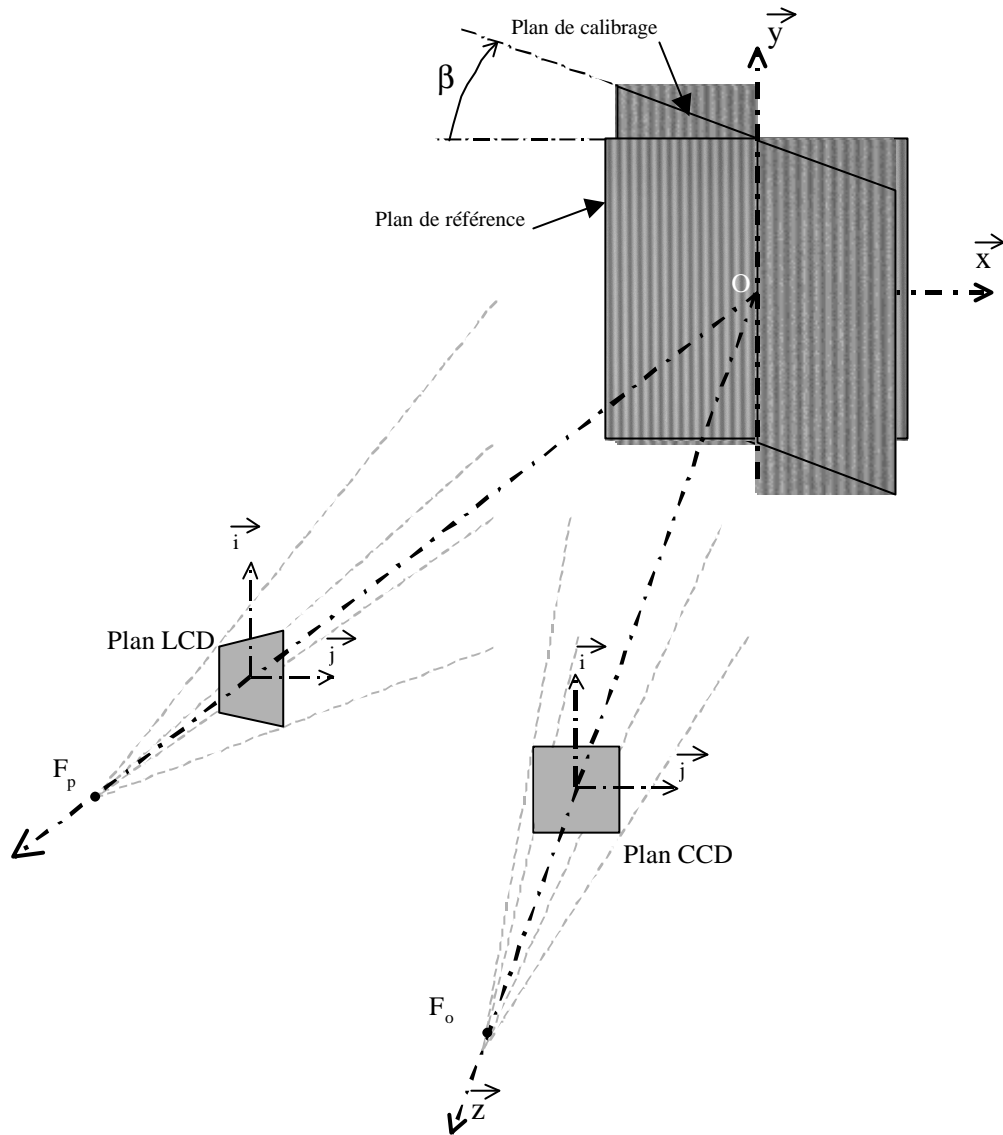


Figure 2-30. Schéma de principe du processus de calibrage.

Le premier plan qui définit le repère de travail  $O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  sera appelé, par la suite, plan de référence et la phase associée sera nommée phase de référence  $\phi_{ref}$ . Le relief obtenu par l'analyse du champ de phase correspondant doit donc être nul, ce qui nous donne l'équation suivante, à partir de eq. 2-62 :

$$C_x \cdot d \cdot \phi_{ref} \cdot \frac{P_r}{f_p} - 2\pi C_x \cdot h_p + (h_p^2 + d^2) \cdot \phi_{ref} \cdot \frac{P_r}{f_p} = 0 \quad (\text{eq. 2-63})$$

En exprimant la phase de référence en fonction des autres paramètres, nous obtenons :

$$\phi_{\text{ref}} = \frac{2\pi \cdot h_p \cdot f_p \cdot C_x}{P_r(C_x \cdot d + h_p^2 + d^2)} = \frac{C_x}{\frac{P_r \cdot d \cdot C_x}{2\pi \cdot h_p \cdot f_p} + \frac{P_r(h_p^2 + d^2)}{2\pi \cdot h_p \cdot f_p}} \quad (\text{eq. 2-64})$$

Le deuxième plan, qui sera appelé plan de calibrage par la suite, est défini par la relation suivante :

$$Z = \tan(\beta) \cdot X \quad (\text{eq. 2-65})$$

En se rappelant, d'après les équations du relief que X est une fonction de  $h_o$ , Z et de  $C_x$  :

$$X = \frac{(h_o - Z) \cdot C_x}{h_o} \quad (\text{eq. 2-59})$$

nous obtenons alors le relief Z en fonction de la composante  $C_x$  :

$$Z = \frac{\tan(\beta) \cdot h_o \cdot C_x}{h_o + \tan(\beta) \cdot C_x} \quad (\text{eq. 2-66})$$

En ayant la même démarche que pour le plan de référence, c'est-à-dire l'équation 2-63, et avec la phase de calibrage  $\phi_{\text{cal}}$ , nous obtenons :

$$\frac{\tan(\beta) \cdot h_o \cdot C_x}{h_o + \tan(\beta) \cdot C_x} = \frac{h_o \cdot (C_x \cdot d \cdot \phi_{\text{cal}} \cdot \frac{P_r}{f_p} - 2\pi \cdot C_x \cdot h_p + l_p^2 \cdot \phi_{\text{cal}} \cdot \frac{P_r}{f_p})}{h_p \cdot \phi_{\text{cal}} \cdot h_o \cdot \frac{P_r}{f_p} + 2\pi \cdot d \cdot h_o + C_x \cdot d \cdot \phi_{\text{cal}} \cdot \frac{P_r}{f_p} - 2\pi \cdot C_x \cdot h_p} \quad (\text{eq. 2-67})$$

La phase de calibrage, qui est associée au plan de calibrage, en fonction des autres paramètres, peut alors être définie par :

$$\phi_{\text{cal}} = \frac{C_x}{\frac{(P_r \cdot d \cdot h_o + P_r \cdot \tan(\beta)(h_p^2 + d^2) - P_r \cdot \tan(\beta) \cdot h_p \cdot h_o) C_x}{2\pi \cdot f_p \cdot h_o (h_p + \tan(\beta) \cdot d)} + \frac{P_r \cdot h_o (h_p^2 + d^2)}{2\pi \cdot f_p \cdot h_o (h_p + \tan(\beta) \cdot d)}} \quad (\text{eq. 2-68})$$

Expérimentalement, nous obtenons un champ de phase  $\phi$  qui est fonction de la coordonnée  $C_x$ . Etant donné que les plans utilisés pour le processus de calibrage possèdent un relief indépendant de l'axe  $O, \bar{y}$ , nous ne pouvons exprimer la valeur de la phase  $\phi$  qu'avec la coordonnée  $C_x$ . Nous disposons donc, pour notre processus de calibrage, de deux lignes de phase ( $\phi_{\text{ref}}$  et  $\phi_{\text{cal}}$ ) composées de  $N$  points chacune et toutes les deux fonctions de  $C_x$ . Pour atténuer le bruit de la phase expérimentale, la valeur de celle-ci pour une coordonnée  $C_x$  est moyennée suivant l'axe  $O, \bar{y}$  en prenant dix points au-dessus et au-dessous de la ligne considérée.

En interpolant les données expérimentales par des fonctions adéquates, nous pouvons ensuite définir quatre coefficients expérimentaux par identification avec les formules (eq. 2-64) et (eq. 2-68). Les deux fonctions sont donc non linéaires, avec deux coefficients, structurées de la manière suivante :

$$\phi_{\text{ref}} = \frac{C_x}{\alpha_0 + \alpha_1.C_x} \quad (\text{eq. 2-69})$$

$$\phi_{\text{cal}} = \frac{C_x}{\gamma_0 + \gamma_1.C_x} \quad (\text{eq. 2-70})$$

Il est aussi possible d'interpoler la phase par une fonction polynomiale d'un certain degré, mais il aurait été difficile de lier les coefficients d'interpolation avec les deux fonctions du relief théorique (eq. 2-64) et (eq. 2-68). Donc, par identification, nous pouvons définir les quatre coefficients expérimentaux des deux fonctions (eq. 2-69) et (eq. 2-70) de la manière suivante :

$$\alpha_0 = \frac{P_r(h_p^2 + d^2)}{2\pi.h_p.f_p} \quad (\text{eq. 2-71})$$

$$\alpha_1 = \frac{P_r.d}{2\pi.h_p.f_p} \quad (\text{eq. 2-72})$$

$$\gamma_0 = \frac{P_r.h_o(h_p^2 + d^2)}{2\pi.f_p.h_o(h_p + \tan(\beta).d)} \quad (\text{eq. 2-73})$$

$$\gamma_1 = \frac{P_r.d.h_o + P_r.\tan(\beta)(h_p^2 + d^2) - P_r.\tan(\beta).h_p.h_o}{2\pi.f_p.h_o(h_p + \tan(\beta).d)} \quad (\text{eq. 2-74})$$

En inversant le système précédent des quatre équations à quatre inconnues (eq. 2-71 à eq. 2-74), il nous est facile de déterminer les quatre paramètres du montage ( $h_p$ ,  $d$ ,  $h_b$ ,  $P_r/f_p$ ) que nous recherchons pour pouvoir déterminer le relief d'un objet avec ce même montage. Nous obtenons donc les quatre formules suivantes :

$$h_o = \frac{(\alpha_o - \gamma_o)\gamma_o \cdot \tan(\beta) \cdot \alpha_o}{-\gamma_1 \cdot \gamma_o \cdot \alpha_o + \gamma_1 \cdot \alpha_o^2 - \gamma_o \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_o + \gamma_o^2 \cdot \alpha_1 + \tan(\beta)^2 \gamma_o^2 \cdot \alpha_1} \quad (\text{eq. 2-75})$$

$$\frac{P_r}{f_p} = \frac{2\pi \cdot \tan(\beta) \cdot \alpha_1 \cdot \gamma_o}{\alpha_o - \gamma_o} \quad (\text{eq. 2-76})$$

$$h_p = \frac{\tan(\beta) \cdot \gamma_o \cdot (\alpha_o - \gamma_o) \cdot \alpha_o}{\alpha_1 (\tan(\beta)^2 \gamma_o^2 + \alpha_o^2 - 2 \cdot \alpha_o \cdot \gamma_o + \gamma_o^2)} \quad (\text{eq. 2-77})$$

$$d = \frac{\alpha_o (\alpha_o - \gamma_o)^2}{\alpha_1 (\tan(\beta)^2 \gamma_o^2 + \alpha_o^2 - 2 \cdot \alpha_o \cdot \gamma_o + \gamma_o^2)} \quad (\text{eq. 2-78})$$

A partir de deux objets plans dont le relief est supposé connu et parfait, nous pouvons déterminer les quatre paramètres géométriques du montage nécessaires pour le calcul d'un relief. Chaque résultat, qui découle du processus de calibrage, est propre au montage pour lequel cette procédure a été effectuée, ce qui signifie que si l'un des composants du montage (caméra, vidéoprojecteur...) est modifié, que ce soit au niveau de sa position ou de ses caractéristiques, la procédure de calibrage doit être refaite.

En associant la technique d'analyse de décalage de phases, présentée précédemment, avec cette procédure de calibrage, nous pouvons obtenir les phases  $\phi_{\text{ref}}$  et  $\phi_{\text{cal}}$  avec une meilleure exactitude. La position du référentiel de travail est déterminée par la projection d'un point qui passe par l'origine O de ce repère. Il nous faut donc huit images pour effectuer ce processus, ce qui correspond à trois images de réseau pour le plan de référence, une image du point passant par l'origine pour le plan de référence, trois images de réseau pour le plan de calibrage et une image du point passant par l'origine pour le plan de calibrage. Nous pouvons dire que si le montage est correctement réalisé, les deux images nécessaires pour définir l'origine sur les deux plans sont identiques. Il n'est donc pas nécessaire de prendre la dernière image, ce qui ramène à sept, le nombre d'images à acquérir. Nous verrons dans le chapitre 3 quel gain d'exactitude apporte ce processus de calibrage.



Le calibrage n'est valable que pour certains volumes dits de travail, en dehors, il n'est pas certifié. Cette zone schématisée sur la figure 2-31 est en forme de pavé et enveloppe le plan de calibrage. Le relief mesurable maximum est donc défini par l'angle  $\beta$  imposé lors du processus de calibrage. D'une manière générale, à partir de la taille de l'objet que l'on désire étudier, nous déterminons l'angle de calibrage nécessaire, de la manière suivante :

$$\beta_{\min} = \arctan\left(\frac{\text{taille Z de l'objet}}{\text{taille X de l'objet}}\right) \quad (\text{eq. 2-79})$$

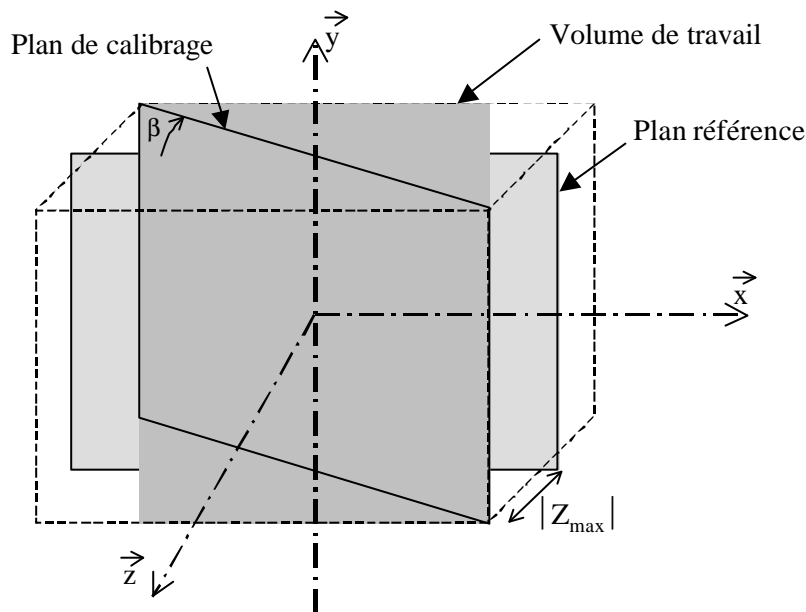


Figure 2-31. Schéma définissant le volume utile de travail.

Pour illustrer le processus de calibrage pour un modèle plan, nous allons présenter l'exemple de la figure 2-32. Les franges observées doivent avoir un pas légèrement supérieur à une dizaine de pixels, pour avoir une bonne définition du champ de phase. Plus le nombre de franges est grand, plus les coefficients ( $\alpha_1$  et  $\gamma_1$ ) correspondant à la distorsion provoquée par l'angle de projection, seront mieux définis. Les profils de chaque champ de phase correspondant à la ligne 256 de la grille CCD sont tracés sur la figure 2-33, où nous pouvons voir une légère courbure correspondant aux coefficients  $\alpha_1$  et  $\gamma_1$ .

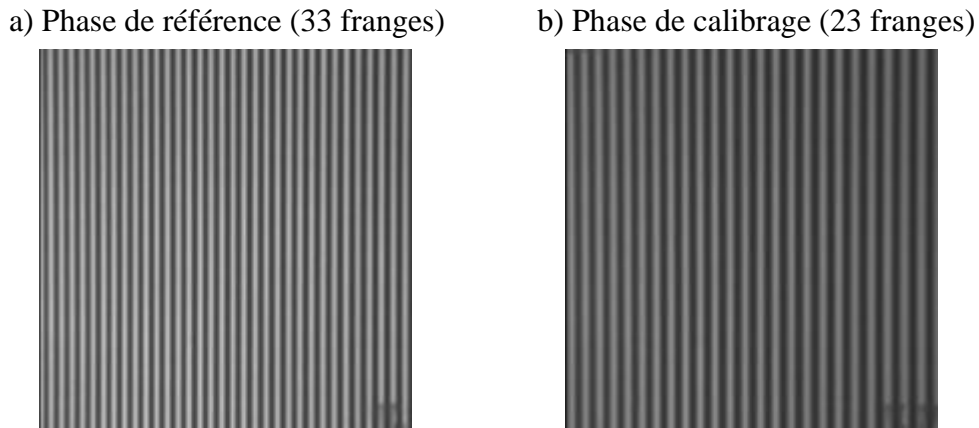


Figure 2-32. Exemple d'images utilisées pour le processus de calibrage.  
a) image de référence, b) image de calibrage.

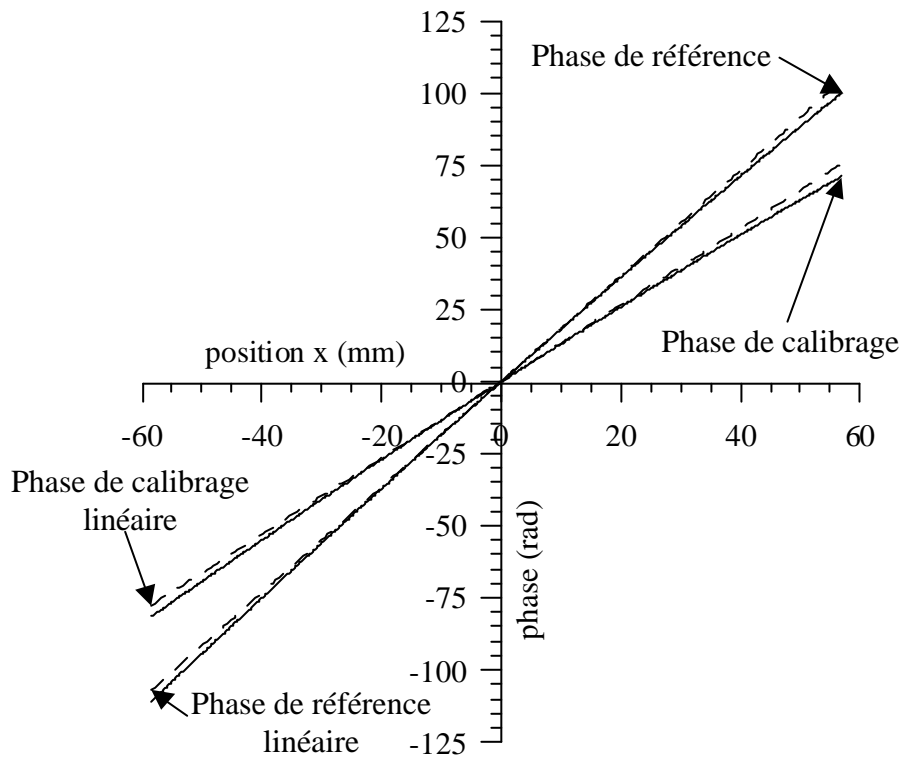


Figure 2-33. Profils du champ de phase de référence  $\phi_{\text{ref}}$  et de calibrage  $\phi_{\text{cal}}$ .

Nous avons vu que l'interpolation ne se fait plus sur une ligne, mais sur une zone. Cette dernière englobe les dix lignes en dessus et en dessous de celle correspondant à l'axe  $O, \bar{x}$ . Cela a pour conséquence de faire une moyenne sur la phase, donc un filtrage passe bas, de façon à rendre l'interpolation moins bruitée et plus précise.

L'interpolation donne les coefficients suivants :

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 0.551 \text{ mm.rd}^{-1} & \alpha_1 &= 0.582 \times 10^{-3} \text{ rd}^{-1} \\ \gamma_0 &= 0.764 \text{ mm.rd}^{-1} & \gamma_1 &= 1.19 \times 10^{-3} \text{ rd}^{-1}\end{aligned}$$

Ce qui nous donne directement les paramètres géométriques du montage :

$$\begin{aligned}h_p &= 417 \text{ mm} & d &= 250 \text{ mm} \\ h_o &= 1450 \text{ mm} & P_r/f_p &= 6.112 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

### 2-4-2-2. Pour la modélisation 3D.

Nous avons établi dans le sous-chapitre 2-3-2-2 les formules permettant de calculer le relief avec une modélisation 3D du montage à sept paramètres. Pour rappel, la formule donnant la composante Z est la suivante :

$$\begin{aligned}Z = & \frac{h_o \cdot \left( \phi \cdot \frac{P_r}{2\pi \cdot f_p} \cdot l_p + C_x \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + C_y \cdot \sin(\alpha) \cdot \phi \cdot \frac{P_r}{2\pi \cdot f_p} + \right. \\ & \left. \cos(\alpha) \cdot C_x \cdot \phi \cdot \frac{P_r}{2\pi \cdot f_p} \cdot \sin(\theta) - C_x \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\gamma) - C_y \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \right)}{C_x \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + h_o \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha)} \quad (\text{eq. 2-80}) \\ & + C_y \cdot \sin(\alpha) \cdot \phi \cdot \frac{P_r}{2\pi \cdot f_p} + \cos(\alpha) \cdot C_x \cdot \phi \cdot \frac{P_r}{2\pi \cdot f_p} \cdot \sin(\theta) + \cos(\alpha) \cdot h_o \cdot \cos(\theta) \cdot \phi \cdot \frac{P_r}{2\pi \cdot f_p} \\ & - C_x \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\gamma) - C_y \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + h_o \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\gamma)\end{aligned}$$

Le relief est donc fonction des paramètres géométriques  $h_o$ ,  $l_p$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ , du rapport  $P_r/f_p$  et des coordonnées du point C, ainsi que de sa phase associée. Nous pouvons remarquer que là aussi nous avons effectué un changement de variable pour n'avoir que le rapport  $P_r / f_p$  dans l'équation 2-80. Il faut aussi noter que :

$$p_x = \phi \cdot P_r / 2\pi \quad (\text{eq. 2-81})$$

Nous allons donc transposer la procédure de calibrage présentée pour le modèle plan au modèle 3D, à sept paramètres. En partant du même principe, nous utilisons le plan de référence et le plan de calibrage. La différence entre ces deux plans est toujours une rotation suivant l'axe  $O, \bar{y}$  d'un angle  $\beta$ . Le relief du plan de calibrage est alors toujours défini par :

$$Z = \frac{\tan(\beta).h_o.C_x}{h_o + \tan(\beta).C_x} \quad (\text{eq. 2-66})$$

Le champ de phase expérimental  $\phi(C_x, C_y)$  bidimensionnel peut être interpolé par une équation de la forme :

$$\phi(C_x, C_y) = \frac{K_1.C_x + K_2.C_y}{C_x + K_3.C_y + K_4} \quad (\text{eq. 2-82})$$

L'avantage de prendre une telle forme d'équation est que nous pouvons, par identification, établir un système de huit équations assez simple. L'ensemble de ces manipulations mathématiques qui sont lourdes se fait toujours à l'aide du logiciel Maple 5.

Nous devons alors résoudre un système de huit équations, à six inconnues. Il y a quatre équations qui découlent du plan de référence et quatre autres pour le plan de calibrage. Pour chacun des plans, il y a deux équations qui décrivent la phase suivant l'axe  $O, \bar{x}$  et deux autres pour la description suivant l'axe  $O, \bar{y}$ . Comme la différence entre les deux plans est simplement la rotation  $\beta$  suivant l'axe  $O, \bar{y}$ , nous pouvons nous attendre à une redondance au niveau des équations qui décrivent la phase suivant l'axe  $O, \bar{y}$  pour ces deux plans. La solution d'un tel système permet de déterminer les paramètres géométriques suivants :

$$\theta = \arctan\left(\frac{\cos(\beta).(K_{2ref}.K_{1cal} - K_{2cal}.K_{1ref})}{(K_{2cal}.\sin(\beta))(K_{3ref}.K_{2ref} + K_{1ref})}\right) \quad (\text{eq. 2-83})$$

$$\alpha = \arctan(K_{3ref}.\sin(\theta)) \quad (\text{eq. 2-84})$$

$$l_p = K_{4ref}.\cos(\alpha).\sin(\theta) \quad (\text{eq. 2-85})$$

$$h_o = \frac{-K_{4cal}.l_p.\sin(\beta)}{K_{4cal}.\cos(\alpha).(\sin(\theta).\cos(\beta) - \cos(\theta).\sin(\beta)) - l_p.\cos(\beta)} \quad (\text{eq. 2-86})$$

$$\gamma = \arctan\left(\frac{K_{2ref}.\cos(\theta)}{K_{1ref}.\cos(\alpha) + K_{2ref}.\sin(\alpha).\sin(\theta)}\right) \quad (\text{eq. 2-87})$$

$$\frac{P_r}{2\pi.f_p} = \frac{\sin(\gamma)}{K_{2ref} \cdot \sin(\theta)} \quad (\text{eq. 2-88})$$

Nous pouvons donc déterminer les six paramètres géométriques du montage de la technique de projection de réseaux, avec l'aide de sept images. La différence avec la procédure de calibrage plan est simplement la forme de l'équation à interpoler. En effet, nous passons d'une fonction à deux coefficients pour le modèle plan à une fonction à quatre coefficients pour le modèle 3D. Mais pour ces deux types de modélisation, c'est toujours une technique d'interpolation par moindres carrés qui est utilisée. Cette technique est détaillée dans l'annexe 2.

## 2-5. Synthèse.

Pour le développement de la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux qui permet de mesurer le relief, nous nous sommes basés sur celle du moiré de projection. Pour rappel, cette dernière détermine le relief  $Z$  à partir d'une différence de deux champs de phase ( $\Delta\phi$ ) qui est proportionnelle à la coordonnée  $x$ , c'est de cette différence que provient le terme de moiré. Néanmoins, cette différence implique que la phase  $\phi$  d'un réseau de franges soit aussi proportionnelle à la coordonnée  $x$ . Cela signifie que le pas du réseau projeté doit être constant au niveau du plan  $O, \bar{x}, \bar{y}$ . Cette hypothèse peut être considérée comme vraie, si nous nous plaçons dans le cas des faisceaux parallèles. Mais il est rare d'avoir une telle configuration pour des objets de grande taille ( $<500 \times 500 \text{ mm}^2$ ).

S'il nous est alors difficile d'obtenir une configuration de faisceaux parallèles, nous ne pouvons plus supposer que la différence de phases ( $\Delta\phi$ ) soit proportionnelle à la coordonnée  $x$ . Le terme de moiré n'est donc plus approprié. C'est donc pour cette raison que nous avons décidé d'appeler cette nouvelle approche du moiré de projection « *technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux* ».

Cette technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux permet de définir le relief d'un objet, seulement, à partir de la phase ( $\phi_{obj}$ ) associée à celui-ci et des paramètres géométriques du montage. La différence avec le moiré de projection est que nous n'avons plus besoin de déterminer le champ de phases ( $\phi_{ref}$ ) associé au plan de référence, par contre nous avons toujours besoin de connaître les paramètres géométriques du montage à l'aide d'une procédure de calibrage.

En ce qui concerne l'analyse du réseau de franges, il existe de nombreuses méthodes qui permettent d'obtenir un champ de phases  $\phi$ . Les deux qui ont retenu notre attention, du point de vue de leurs performances, sont celle du quasi-hétérodynage et celle de Morimoto. La première utilise 3 images d'un même réseau déphasées les unes par rapport aux autres. Elle semble être un bon compromis entre le nombre d'images à acquérir et l'exactitude obtenue, qui est du centième d'interfrange. La deuxième méthode d'analyse qui est celle de Morimoto donne des résultats de champs beaucoup plus précis que la première, mais au détriment du nombre d'images à acquérir. Nous verrons, dans le chapitre 3, le gain d'exactitude obtenu entre ces deux méthodes dans le cas d'études concrètes.

Les techniques de mesure optique de relief sont généralement couplées à des procédures de calibrage afin d'augmenter leur exactitude. Dans le même but, nous avons développé un processus de calibrage de la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux. Son principe est de déterminer les différents paramètres géométriques en corrélant deux champs de phases qui sont associés à des reliefs d'objet parfaitement connus. C'est une procédure de calibrage globale, c'est-à-dire que tous les paramètres géométriques du montage sont déterminés simultanément. C'est un avantage qui permet de ne pas privilégier un paramètre par rapport à un autre.

Nous allons maintenant mettre en œuvre expérimentalement la technique de mesure, ainsi que le processus de calibrage, sur des objets mécaniques et biologiques. Nous allons donc pouvoir estimer les performances de cette technique avec les deux modélisations, ainsi que celles des deux méthodes d'analyse de réseaux de phases. Nous aborderons par la même occasion les différents domaines d'application de cette technique optique de mesure de relief.

## **Chapitre 3**

### **Applications de la technique de projection de réseaux**





Ce chapitre présente l'exactitude que nous pouvons obtenir avec la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux que nous avons développée dans le chapitre 2 et qui permet la mesure de relief. Ensuite, nous exposerons des exemples d'application sur des pièces mécaniques et biologiques et verrons les différents domaines d'application possibles. Pour finir, nous aborderons le problème de sauts de franges entières.

De nombreux travaux ont déjà été réalisés par l'équipe sur les techniques d'analyse de réseaux de traits. C'est pour cela que nous n'avons pas axé nos recherches sur ce problème. Par contre, nous avons effectué une nouvelle approche théorique du moiré de projection et développé une procédure de calibrage pour cette dernière.

### **3-1. Estimation de l'exactitude expérimentale après calibrage.**

#### **3-1-1. Pour la modélisation plane.**

Afin de pouvoir évaluer l'erreur commise lors de la mesure d'un relief avec la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux couplée à la méthode de quasi-hétérodynage, nous avons réalisé la mesure d'un objet dont le relief était connu et supposé parfait. Pour cela, nous nous sommes servi, tout simplement, du plan utilisé dans la procédure de calibrage, ce qui revient à faire le processus inverse de calibrage. Nous saurons alors si celui-ci est fiable et robuste.

Le principe pour estimer l'exactitude est le suivant : à partir des quatre images du plan de référence et des quatre autres images du plan de calibrage, nous déterminons les paramètres géométriques propres au montage. Pour cela, nous devons connaître l'angle de rotation  $\beta$  du plan de calibrage afin d'avoir le relief de celui-ci. Ensuite, en prenant les formules du relief et les paramètres géométriques trouvés par le processus de calibrage, nous pouvons, à l'aide des quatre images du plan de calibrage, retrouver le relief de ce dernier (plan de calibrage) connu et supposé parfait. En effectuant la différence entre le relief théorique et celui mesuré par la technique de projection de réseaux traits sinusoïdaux, nous pouvons déterminer l'erreur qui a été commise lors de cette mesure. Ce principe de détermination d'erreur commise  $\Delta Z$  est schématisé sur la figure 3-1.

Cela nous donne un champ de mesure d'environ 175 mm de large et 200 mm de haut. Nous obtenons, sur la mesure du relief du plan de calibrage, une erreur qui est présentée sur la figure 3-2. L'analyse statistique donne un écart-type de 0,076 mm avec un maximum de 0,19 mm et un minimum de - 0,20 mm. Un autre exemple de mesure d'erreur de relief, avec un champ de mesure de 115×130 mm, est donné sur la figure 3-3. Dans ce cas, l'écart-type est de 0,082 mm, la valeur maximale de 0,24 mm et la valeur minimale de - 0,23 mm.

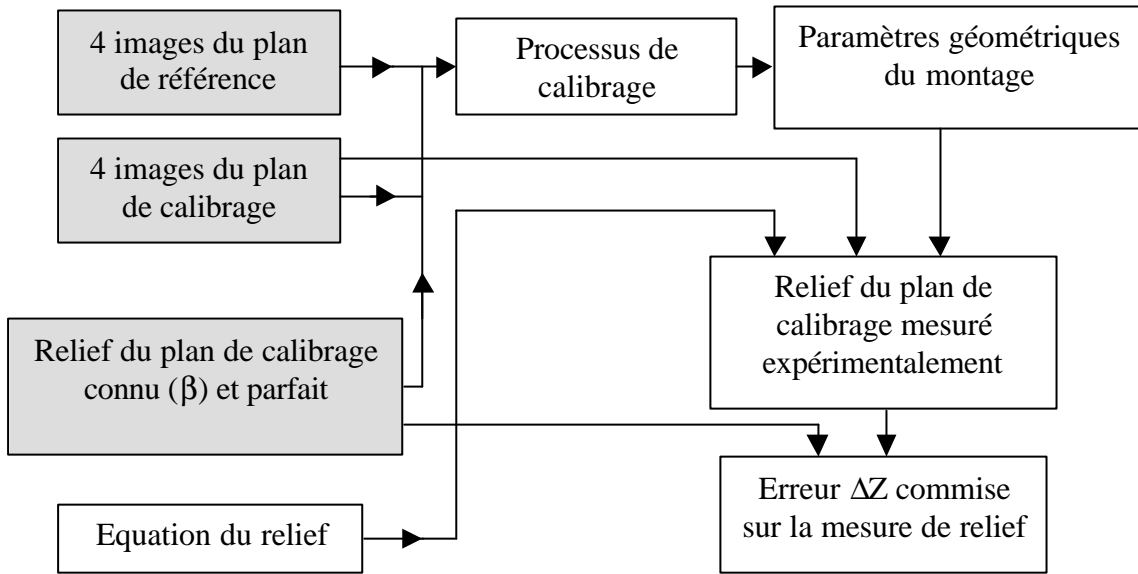


Figure 3-1. Schéma de principe pour la détermination d'une erreur commise.

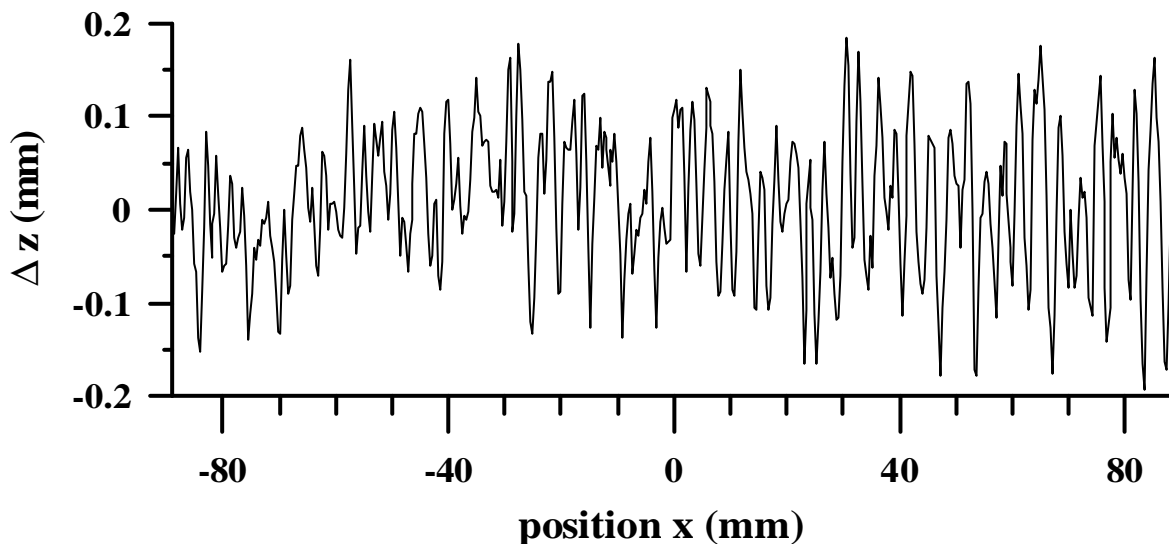


Figure 3-2. Erreur commise sur le relief avec le processus de calibrage de la technique de projection de réseaux, sur un champ de 175×200 mm.

Les différents petits pics observables sur la courbe de la figure 3-2 sont principalement dus aux hypothèses faites dans la théorie de la technique de quasi-hétérodynage, c'est-à-dire la valeur moyenne et le contraste sont constants en un point sur l'ensemble des trois images. A cela s'ajoute le fait que le réseau observé par la caméra CCD n'est pas parfaitement sinusoïdal. Ces petits pics sont inévitables, mais peuvent être atténués si l'opérateur se rapproche expérimentalement le plus possible des hypothèses faites dans la théorie.

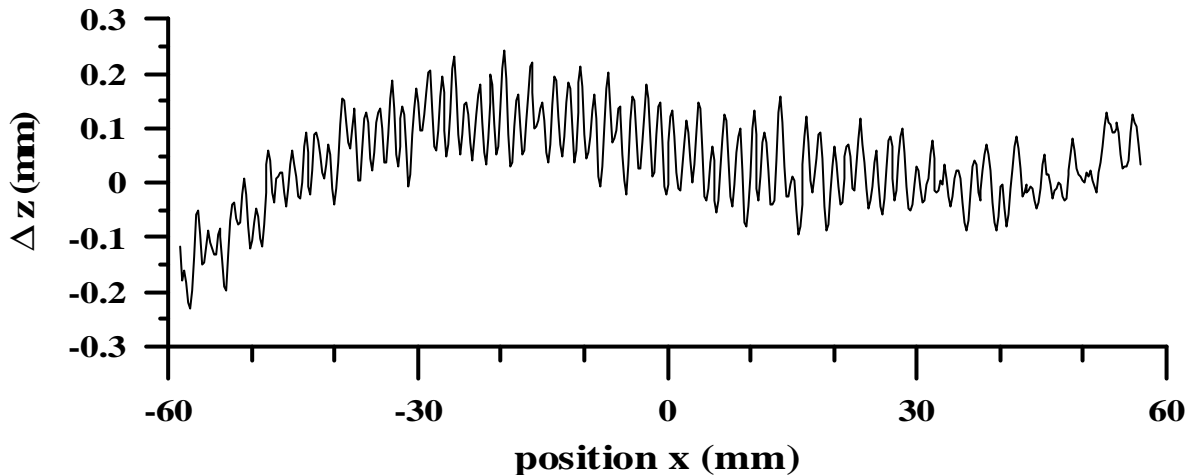


Figure 3-3. Erreur commise sur le relief avec le processus de calibrage de la technique de projection de réseaux, sur un champ de  $115 \times 130$  mm.

Nous pouvons remarquer que la deuxième courbe d'erreur (figure 3-3) donne une moins bonne exactitude que la première alors que le champ de mesure est plus petit. La deuxième remarque que l'on peut faire sur cette courbe d'erreur (figure 3-3) est qu'elle possède une fluctuation très visible et donc non négligeable. Si cette fluctuation était parabolique ou hyperbolique, nous pourrions dire que ce phénomène provient d'un mauvais calibrage, mais ce n'est pas le cas. En effet, les paramètres géométriques extrinsèques n'interviennent dans la formule du relief qu'avec un degré maximum de deux.

Pour en être sûr, nous avons modifié manuellement, et à tour de rôle, les paramètres géométriques de manière très faible pour simplement observer les variations de ces derniers sur la courbe d'erreur. Cette dernière devient hyperbolique ou parabolique, à un coefficient multiplicateur près. Mais dans aucune configuration, nous n'arrivons à modifier l'ondulation perturbatrice observée sur la figure 3-3, de manière à la supprimer.

Pour expliquer ce phénomène, nous nous sommes orienté vers la technique de décalage de phases, car cette ondulation peut être assimilée à une sinusoïde. Pour essayer de vérifier cette hypothèse, nous avons effectué plusieurs essais, en gardant à chaque fois le même

montage, mais en modifiant soit le pas du réseau, soit le contraste ou la luminosité des images prises par la caméra CCD, ce qui revient à ne modifier que la forme du réseau observé, comme par exemple le rendre plus ou moins proche d'une sinusoïde. Nous observons alors sur les courbes d'erreur des différents essais le même phénomène, mais avec des formes qui ne sont pas rigoureusement identiques, ce qui confirme bien la provenance de ces ondulations parasites.

Pour approfondir notre réflexion, nous nous sommes basé sur les travaux de Mauvoisin [Mauvoisin 1993] qui avait constaté que le déphasage introduit n'était pas constant sur toute l'image, mais fonction du relief. Dans notre cas, le réseau projeté ne possède pas un pas constant au niveau du plan de référence. Or, comme le réseau projeté est sinusoïdal, il est difficile d'avoir un déphasage introduit constant sur toute l'image observée par la caméra CCD. Pour le vérifier, nous avons balayé la fenêtre de FFT pour le calcul des déphasages sur toute la largeur de l'image, afin de visualiser leurs variations. Nous obtenons alors les courbes de la figure 3-4. L'analyse statistique donne, pour le déphasage entre la première et la deuxième image, une moyenne de 119 degrés avec un écart-type de 0,219 degré. Pour le déphasage entre la première et la dernière image, nous avons une valeur moyenne de -121 degré avec un écart-type de 0,130 degré. Pour remarque, nous avons représenté sur la courbe de la figure 3-4 les valeurs absolues des différents déphasages dans le but d'une meilleure présentation.

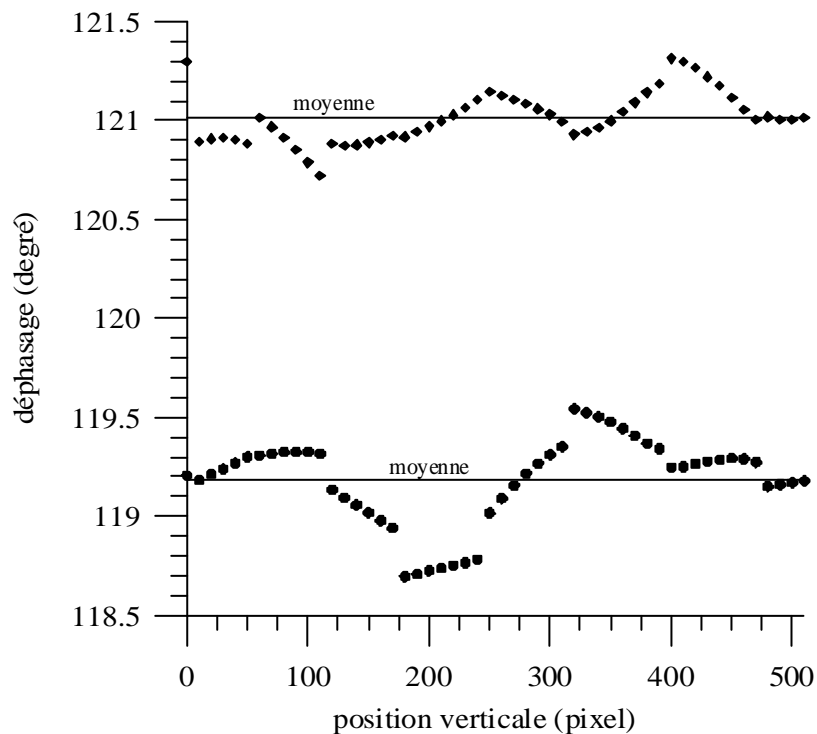


Figure 3-4. Déphasage obtenu par F.F.T. en fonction de la position de la fenêtre.

Les ondulations observées sur l'erreur de relief  $\Delta Z$  de la figure 3-3 peuvent provenir du fait que les déphasages introduits ne sont pas constants sur toute l'image. Par contre, il est difficile de comparer les fluctuations de l'erreur  $\Delta Z$  et des deux déphasages.

Nous avons vu aussi que l'exactitude était fonction de la taille de l'objet observé. Par exemple pour la figure 3-2, nous avons une exactitude de 0,076 mm pour un champ de mesure de 175×200 mm. Pour savoir si cette technique est applicable aux grandes surfaces, nous l'avons donc appliquée sur un grand objet plan. La taille du champ de mesure, pour ce montage test, est d'environ 900×730 mm. L'exactitude de la mesure de relief sur ce grand champ est donnée sur la figure 3-5.

L'analyse statistique de la courbe de la figure 3-5 donne un maximum de 1,55 mm, un minimum de - 2,12 mm et un écart-type de 0,884 mm. Il faut noter que l'angle de calibrage  $\beta$  utilisé pour cet essai est de 20 degrés, ce qui nous donne une amplitude de relief de plus ou moins 163,8 mm. Nous avons donc une erreur d'environ 1% par rapport au relief total. Nous pouvons observer sur la courbe d'erreur de la figure 3-5 qu'elle a une forme hyperbolique. Ce phénomène démontre qu'un paramètre d'interpolation est plus influent par rapport à un autre, c'est-à-dire qu' $\alpha_0$  est trop grand par rapport à  $\alpha_1$ . Ce problème sera expliqué plus en détail dans la partie mettant en œuvre le processus de calibrage pour le modèle 3D.

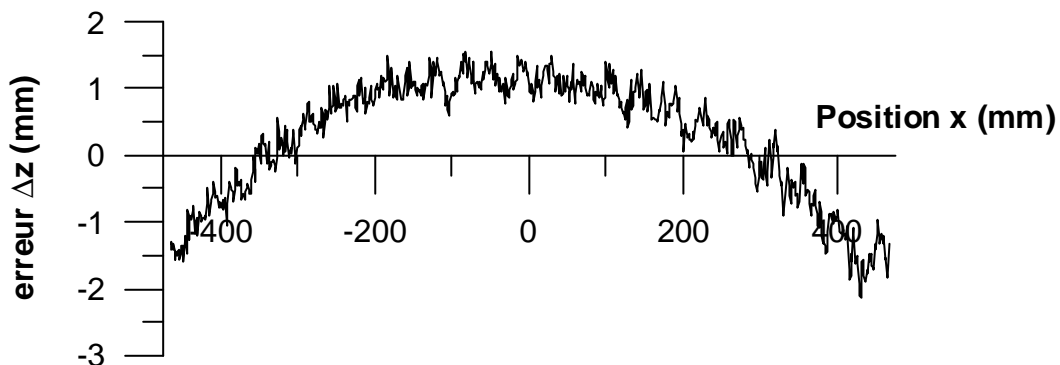


Figure 3-5. Erreur commise sur la mesure de relief pour une grande surface.

De plus, pour ce même essai, nous avons simplement fait varier l'angle de calibrage  $\beta$  pour voir les variations des paramètres géométriques. Les résultats obtenus sont présentés dans la table 3-1.

Angle (deg)	d	$h_p$	$h_o$	$P_r/f_p$
5	1530	1801	2547	4,627e-3
10	1534	1803	2615	4,613e-3
15	1543	1812	2608	4,553e-3
20	1534	1801	2579	4,580e-3
Moyenne (mm)	1535,25	1804,25	2587,25	4,593e-3
Ecart-type (mm)	5,5	5,252	31,03	3,329e-05
Ecart-type en %	0,3582	0,2911	1,199	0,7248

Table 3-1. Paramètres géométriques déterminés par le processus de calibrage avec différents angles  $\beta$ .

Nous constatons que les paramètres géométriques varient peu en fonction de l'angle de calibrage ( $\beta$ ), ce qui prouve la stabilité des résultats obtenus par ce processus de calibrage pour des objets de grande taille.

### 3-1-2. Pour la modélisation 3D.

Nous avons aussi vu que l'on pouvait théoriquement effectuer le processus de calibrage avec un modèle 3D. Nous l'avons mis en œuvre et essayé d'évaluer ses performances. Pour cela, nous avons volontairement amplifié les défauts géométriques du montage, c'est-à-dire les angles  $\alpha$  et  $\gamma$ . Nous obtenons alors un réseau de franges, orienté d'un angle  $\gamma$ , à la surface du plan de référence et du plan de calibrage. Sur l'exemple de la figure 3-6, nous pouvons nettement voir que le réseau est incliné d'environ 5 degrés et que les traits ne sont pas parfaitement parallèles, car en bas de l'image il y a 23 franges alors qu'en haut, il n'y en a que 22.

Afin d'estimer l'erreur commise sur la mesure de relief, avec le processus de calibrage pour le modèle 3D, nous avons effectué la même analyse que pour le processus de calibrage du modèle plan, schématisé sur la figure 3-1. L'erreur  $\Delta Z$  commise sur le relief, suivant les deux dimensions, est représentée sur la figure 3-7.

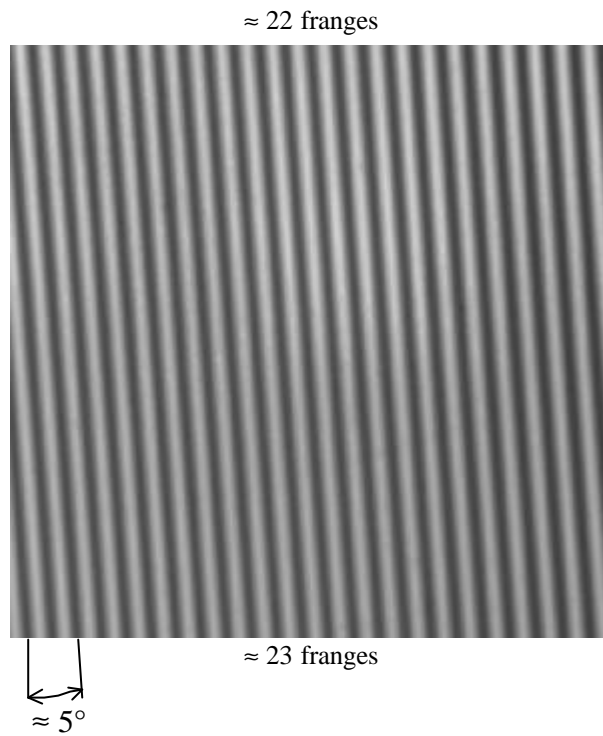


Figure 3-6. Image acquise pour le processus de calibrage du modèle 3D.

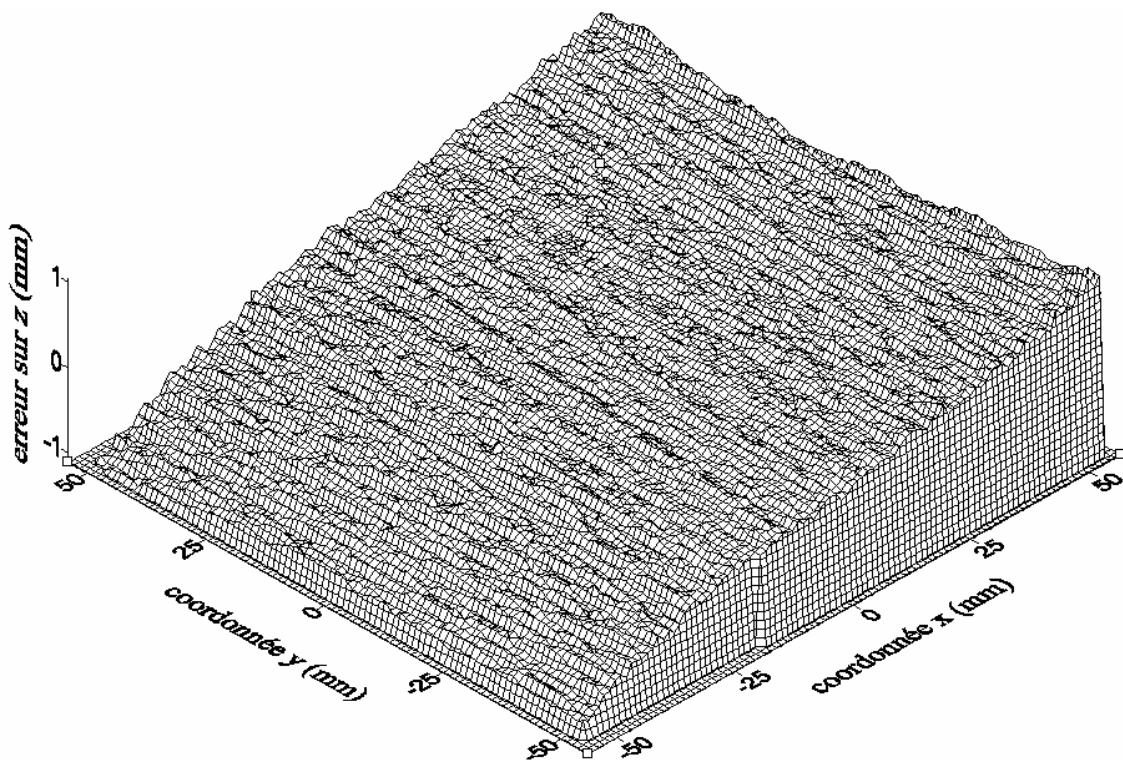


Figure 3-7. Erreur commise sur le relief avec le processus de calibrage de la technique de projection de réseaux 3D.

Nous remarquons immédiatement que l'erreur commise est importante. Elle varie entre 1,102 mm et - 1,116 mm, son écart-type est de 0,4694 mm. Cela aurait pu être satisfaisant si le champ de mesure était grand, ce qui n'est pas le cas puisque sa dimension est de 110×110 mm. Nous pouvons dire que ce processus de calibrage n'est pas adapté pour ce type de montage.

Ce problème peut s'expliquer de la manière suivante. Dans le sens horizontal, la phase interpolée est composée d'une partie linéaire ( $\alpha_0$ ) et d'une partie non linéaire ( $\alpha_1$ ), cette dernière étant due à l'angle de projection qui introduit une distorsion dans la phase au niveau du plan de référence. Il en est de même pour le sens vertical. La différence est que dans le sens horizontal, les paramètres d'interpolation sont définis à l'aide d'une vingtaine de franges, alors que dans le sens vertical, ils ne le sont qu'à l'aide de deux ou trois franges. L'exactitude sur les deux paramètres d'interpolation sur le sens vertical est donc beaucoup moins bonne. De plus, l'ordre de grandeur du paramètre correspondant à la partie non linéaire ( $\alpha_1$ ) du sens vertical est très petit. Par conséquent, une faible exactitude sur un paramètre d'interpolation très petit entraîne une mauvaise détermination des différents paramètres géométriques du montage et donc une mauvaise précision sur la mesure de relief.

### **3-1-3. Synthèse.**

La plupart des techniques optiques de mesure de reliefs possède une exactitude qui est fonction de la taille de l'objet étudié. Prenons l'exemple du scanner laser VI 300 de chez Minolta qui possède une exactitude de 0,45 mm pour une capacité de 190×190 mm<sup>2</sup> et une autre exactitude de 1 mm pour une capacité de 400×400 mm<sup>2</sup>. Le terme de capacité signifie la grandeur de la surface qu'il est possible de mesurer.

La technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux permet, quant à elle, d'obtenir une exactitude de 0,2 mm pour une capacité de 175×200 mm<sup>2</sup>. Par contre, en qui concerne l'exactitude lors de mesures sur de grandes surfaces (900×730 mm<sup>2</sup>), elle est d'environ 2 mm. Nous pouvons alors constater que l'exactitude de cette technique de mesure est à peu près identique à celle obtenue par un scanner laser.

Le processus de calibrage que nous avons développé pour cette méthode de mesure est fiable et robuste, car les paramètres géométriques sont à peu près constants lorsque l'angle de calibrage est différent. Néanmoins, la modélisation du montage à 5 paramètres fait les hypothèses que le réseau projeté est vertical et que la caméra et le vidéo projecteur se trouvent



dans le même plan horizontal. Sans ces hypothèses, nous pouvons utiliser une modélisation à 7 paramètres, mais si l'inclinaison du réseau n'est pas suffisante, l'exactitude est mauvaise. En effet, la variation de la phase suivant l'axe vertical est faible, ce qui perturbe les résultats de l'interpolation bidimensionnelle du champ de phase.

Nous allons maintenant appliquer la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux sur des objets, en ayant au préalable effectué le processus de calibrage.

## **3-2. Mesure de profils.**

La première application envisageable est la mesure du relief d'un objet pouvant être considéré comme plan. Nous considérons qu'un objet est plan si son relief peut être mesuré avec une seule prise de vue. Ce principe de mesure est aussi appelé « *mesure profilométrique* ». Les deux objets sur lesquels nous avons effectué nos essais sont : un bas-relief égyptien et des blocs de sédiments érodés.

### **3-2-1. Etude sur un bas-relief égyptien.**

Dans le cadre d'une collaboration avec l'Université de Liège<sup>1</sup>, nous avons appliqué cette technique de mesure, avec Mademoiselle Marie Dominique, sur une reproduction de bas-relief égyptien. Ce projet est né à la demande des égyptologues qui ont émis le souhait d'avoir à leur disposition un appareil portatif de mesure tridimensionnelle. L'application directe est de constituer une banque de données sur les bas-reliefs, les hiéroglyphes et les autres éléments égyptiens, afin d'avoir une trace du relief de ces éléments qui ne soit pas détériorée par le temps.

Après avoir réalisé le banc de montage expérimental, nous avons appliqué la procédure de calibrage. A partir des huit images acquises, nous déterminons les différents paramètres du montage, qui sont les suivants :  $d= 1091$  mm,  $h_p= 2013$  mm,  $h_b= 2517$  mm,  $pr/fp= 3.013.e^{-3}$ .

---

<sup>1</sup> M Yvon Renotte  
Université de Liège  
HOLOLAB – Laboratoire de Physique Générale  
Institut de Physique, B5 – Sart Tilman  
B-4000 Liège / Belgique

Une fois le calibrage effectué, nous pouvons positionner le bas-relief dans le montage pour réaliser la mesure 3D. Le réseau projeté sur le bas-relief égyptien est présenté sur la figure 3-8. Les résultats obtenus par la technique de projection de réseaux sont présentés sous deux formes, qui ont été exposées dans le chapitre 1. La figure 3-9 représente le relief avec une palette de couleurs appelée « *spectre* ». Le format facette est, quant à lui, représenté sur la figure 3-10. Les dimensions réelles de l'objet sont d'environ 400×400 mm, ce qui nous fait une résolution spatiale d'environ 1 mm/pixel. Le niveau de détail avec cette résolution est assez satisfaisant pour les demandeurs.

Néanmoins, nous avons effectué un deuxième essai sur le même objet en effectuant un zoom sur la tête. Le relief ainsi obtenu, après avoir effectué au préalable la procédure de calibrage, est présenté sur la figure 3-11.

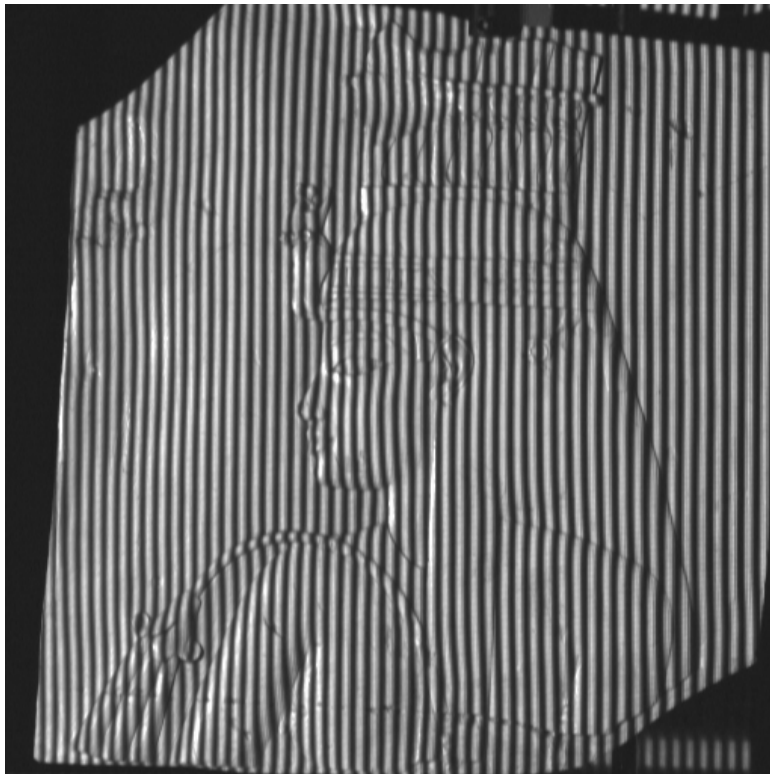


Figure 3-8. Une des trois images de réseau projeté sur la surface du bas-relief égyptien.

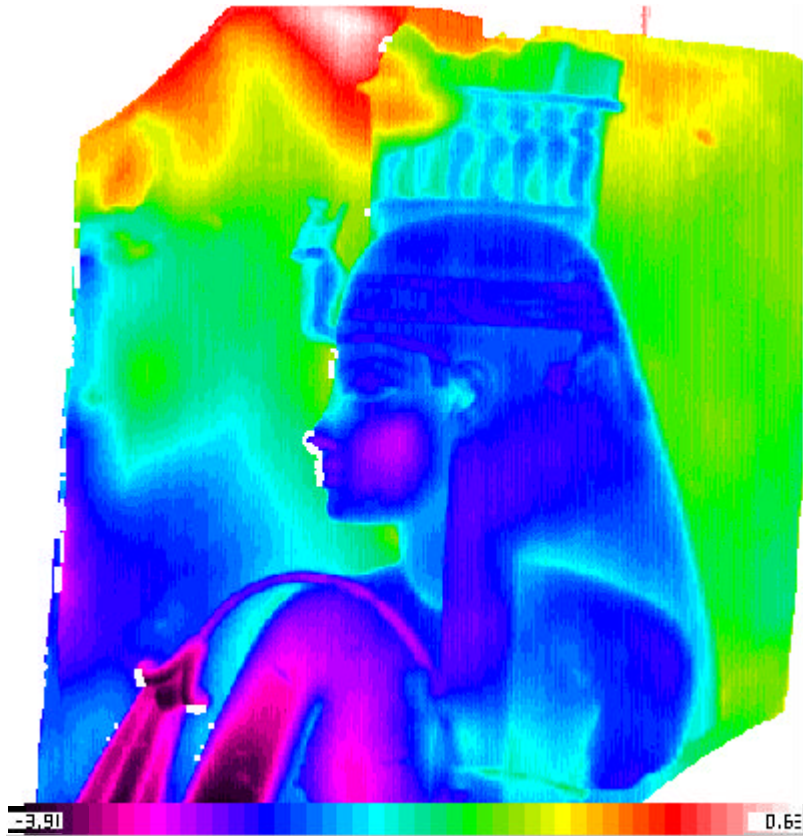


Figure 3-9. Relief du bas-relief égyptien avec une représentation en niveau de couleurs.



Figure 3-10. Relief du bas-relief égyptien avec une représentation par facettes (DXF).

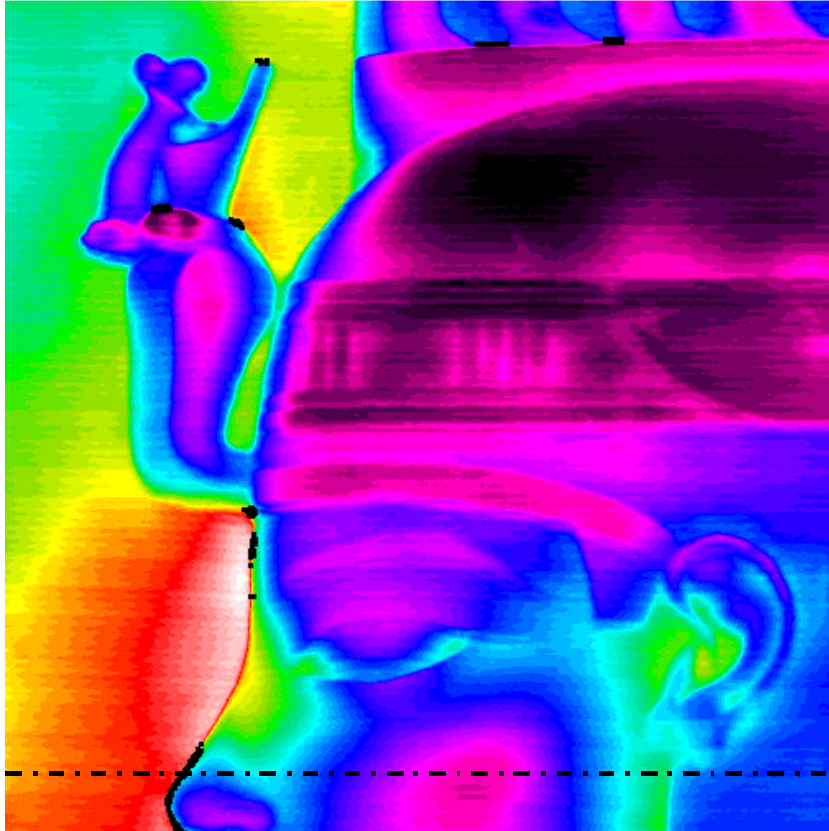


Figure 3-11. Détail du bas-relief égyptien.

Pour visualiser la qualité des détails mesurés, nous avons effectué la mesure du même profil, à l'aide d'un comparateur monté sur un marbre, suivant la ligne de traits mixtes de la figure 3-11. La résolution spatiale prise pour le comparateur est de 10 mm/point. Les résultats ainsi obtenus sont comparés avec ceux obtenus par la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux, pour la même ligne de mesure. Le graphique de la figure 3-12 comporte les deux profils obtenus par les deux moyens de mesure. Il est à noter que ces profils sont relatifs. Ils sont donc superposés à une rotation et translation de solide rigide près. Nous pouvons constater que les deux profils décrivent la même forme, ce qui nous permet de dire que la technique de projection de réseaux est fiable. Elle a même l'avantage de montrer des détails que la technique de mesure par comparateur n'est pas capable de voir, grâce à sa grande résolution spatiale. Pour l'anecdote, la mesure effectuée à l'aide d'un comparateur a duré une dizaine de minutes.

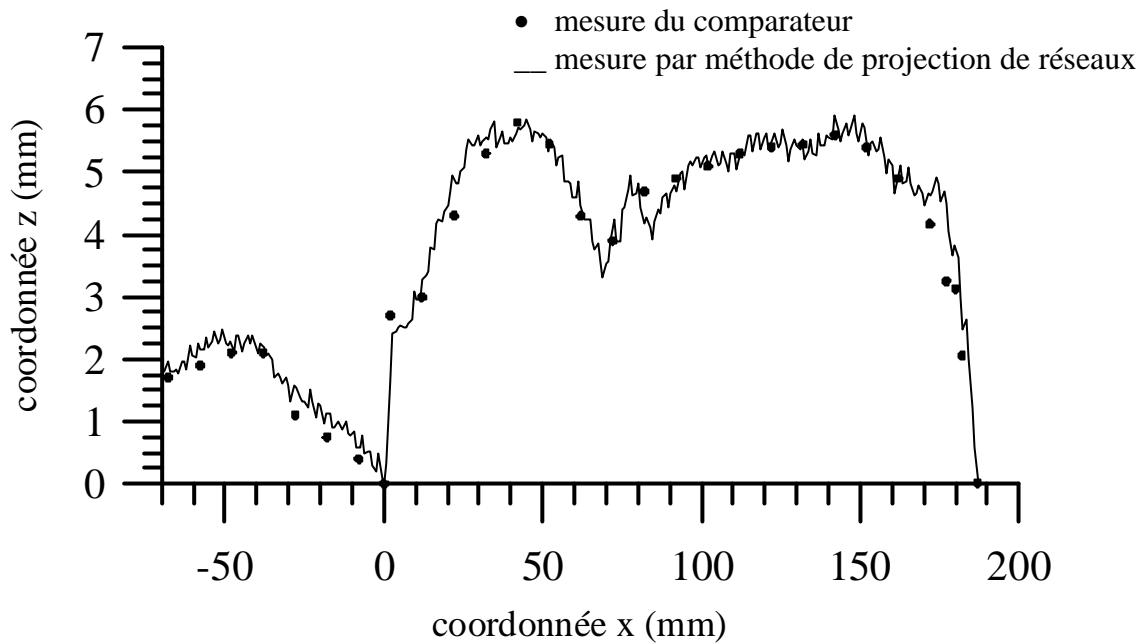


Figure 3-12. Mesure d'un même profil par comparateur et par technique de projection de franges.

La technique que nous proposons pour une application sur des bas-reliefs dans le cas d'une expérimentation sur le terrain permet d'avoir des résultats avec une bonne exactitude. Cette méthode permet d'avoir les mêmes performances que les scanners lasers 3D qui sont disponibles dans le commerce, mais avec un coût de mise en œuvre beaucoup plus abordable. Le montage est simplement composé d'un vidéoprojecteur, d'une caméra CDD et d'un ordinateur. Il faut aussi noter que l'autre point fort de cette technique est sa résolution spatiale qui permet de visualiser des détails de forme que d'autres techniques ne sont pas capables de détecter, comme par exemple les techniques de grille. De plus, ces performances ne se font pas au détriment du temps d'acquisition qui est de l'ordre de quelques secondes dans le cas d'une technique automatisée.

### 3-2-2. Etude des érosions géologiques.

Dans le cadre d'une collaboration avec le Laboratoire de Géologie de l'Université de Rennes<sup>2</sup>, nous avons appliqué la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux sur des blocs de sédiments soumis à l'érosion. Cette cuve permet de simuler le phénomène d'érosion sur des blocs constitués, par exemple, de sable ou de plâtre. Son principe est simple. Il consiste à pulvériser des gouttes d'eau dans une cuve fermée, dans laquelle un bloc de sédiment a été placé. La seule particularité de cette cuve est qu'elle possède un toit triangulaire afin de permettre aux gouttes d'eau de glisser sur les parois latérales pour ne pas perturber les mesures. Le principe de cette cuve est schématisé sur la figure 3-13.

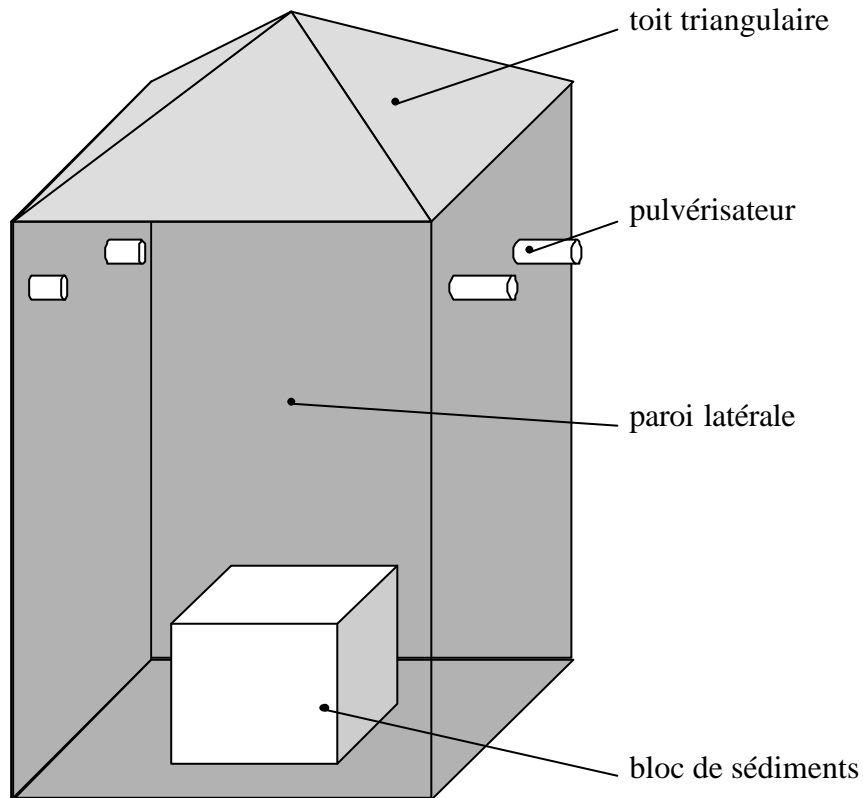


Figure 3-13. Schéma de principe de la cuve simulant l'érosion.

---

<sup>2</sup> M. Alain Crave  
Géoscience Rennes UMR 6118  
Bât. 15 – Campus de Beaulieu  
Université de Rennes 1, 263 av. du Général Leclerc  
CS 74205 –F 35042 Rennes Cedex France

Les géologues veulent le relief de ces blocs pendant et après érosion afin d'établir des lois de comportement pouvant être insérées dans des codes de calcul en éléments finis. Cette loi découle des différentes profondeurs et longueurs moyennes des sillons creusés par le ruissellement de l'eau. Ils voudraient donc pouvoir effectuer des mesures de reliefs au cours de la vaporisation sans bouger le bloc de sédiments. C'est pour cela qu'ils se sont orientés sur des techniques optiques de mesure 3D. Par contre, ils autorisent l'arrêt de la vaporisation pendant le temps de la mesure.

Nous avons réalisé des essais de mesure de reliefs sur trois échantillons qui ont été érodés auparavant. Ces trois exemples étaient différents les uns des autres. Le premier était normal à nos yeux, c'est-à-dire sans trop de difficultés apparentes pour cette technique de mesure. Le deuxième possédait un relief peu accentué, mais était très arrondi sur les bords. Et enfin, le dernier possédait un relief très prononcé avec, à certains endroits, de légères cavités.

### 3-2-2-1. Relief normal.

Pour ce premier exemple, nous avons comparé deux techniques de décalage de phases qui ont été détaillées dans le chapitre 2. La première est celle du quasi-hétérodynage à trois images et la seconde celle développée par Morimoto [Morimoto 1998]. Pour rappel, cette dernière nécessite l'utilisation de huit images différentes du même réseau déphasées les unes par rapport aux autres de 45 degrés. Sur les figures 3-14 et 3-15, nous présentons l'une des images de réseau nécessaire pour chacune des techniques de décalage de phases. Les paramètres qui sont déterminés par la procédure de calibrage pour la technique de quasi-hétérodynage sont les suivants :

$$h_p = 1096 \text{ mm} \quad d = 382 \text{ mm} \quad h_o = 1495 \text{ mm} \quad P_r/f_p = 3.471e^{-3}$$

Pour l'utilisation de la technique de Morimoto, le montage reste inchangé. Seul le rapport  $P_r/f_p$  est modifié par une simple proportionnalité, ce qui nous donne le rapport suivant pour la technique de Morimoto :

$$\frac{P_r}{f_p} = \frac{12 \times 3.471e^{-3}}{9}$$

Après l'analyse des différentes séries d'images, nous obtenons deux reliefs du bloc de sédiments. Le premier relief, qui provient de la technique de quasi-hétérodynage, est

représenté sous forme d'image sur la figure 3-16 et avec une représentation par facettes (DXF) sur la figure 3-18. Réciproquement, le relief obtenu avec la technique hétérodyne est sur les figures 3-17 et 3-19.

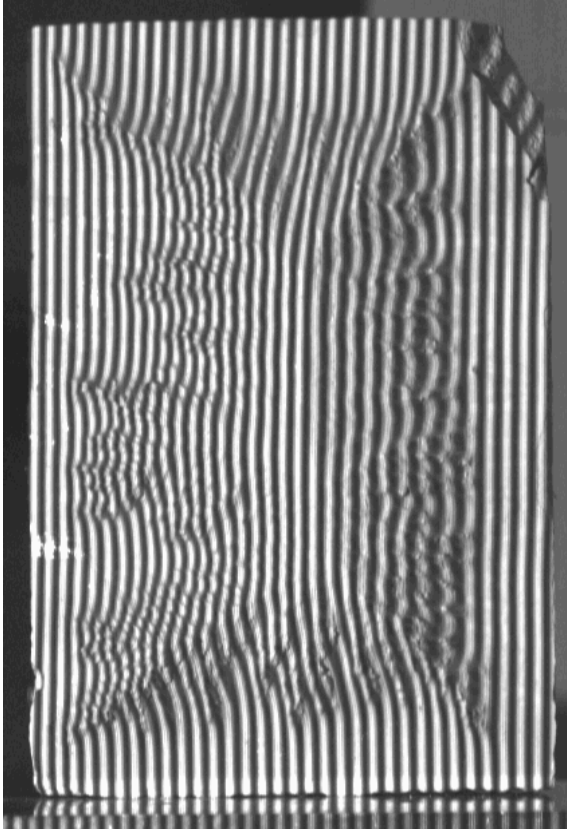


Figure 3-14. Une des trois images du réseau projeté avec un pas de 9 pixels pour la technique de quasi hétérodynage.

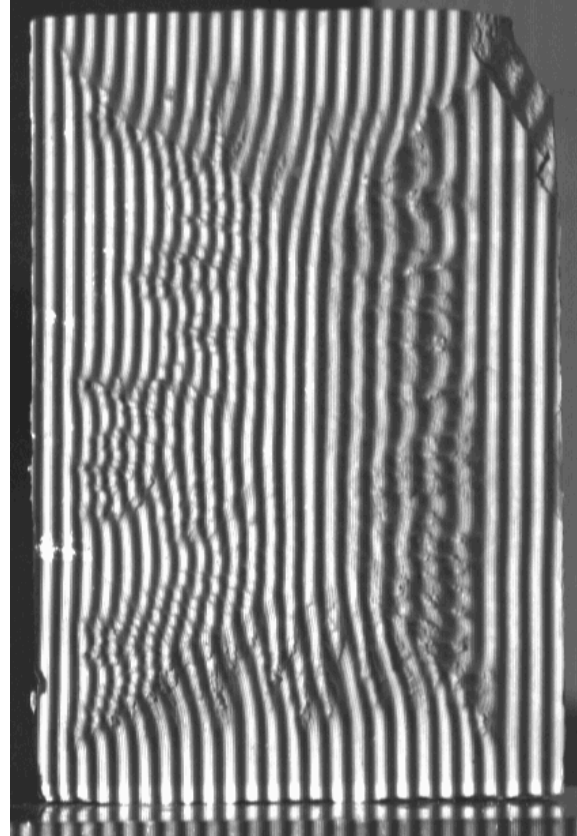


Figure 3-15. Une des huit images du réseau projeté avec un pas de 12 pixels pour la technique hétérodyne.

En observant les résultats obtenus par les deux techniques de décalage de phases, nous remarquons que le relief obtenu avec le quasi-hétérodynage possède plus d'ondulations que celui obtenu avec l'hétérodynage. En effet, la figure 3-16 possède des rayures horizontales, ce qui n'est pas vraiment le cas de la figure 3-17. Ce phénomène de rayures est moins prononcé sur les représentations par facettes (DXF) des figures 3-18 et 3-19, car la position du spot d'éclairage virtuel permet de jouer sur l'importance de ces défauts de rayures. Donc, pour mettre plus en évidence ces problèmes de rayures, nous avons tracé le profil du relief de cet objet suivant une ligne perpendiculaire aux rayures et ceci pour les deux techniques de décalage de phases. Le profil pour la technique de quasi-hétérodynage correspond à la figure 3-20 et celui de l'hétérodynage à la figure 3-21.



Nous constatons que la première technique de décalage de phases possède un résultat de profil avec une amplitude de bruit plus importante que la seconde technique. Mais le second profil, correspondant à la technique de Morimoto, est légèrement moins bruité, ce qui n'est pas très évident si nous observons la figure 3-19, qui correspond au relief représenté par une palette de couleurs avec le format DXF.

Ce phénomène d'ondulations est propre à toutes les techniques de décalage de phases avec plus ou moins d'importance. Pour quantifier les ondulations pour chacune de ces deux techniques de décalage de phases, nous avons mesuré le relief d'un plan correspondant au repère  $O, \bar{x}, \bar{y}$ . Ce plan peut alors être considéré comme nul. Afin de mieux visualiser ces perturbations, nous avons tracé deux profils : l'un pour la technique à trois images (figure 3-22) et l'autre pour la technique à huit images (figure 3-23). Nous confirmons bien ce qui avait été observé précédemment. Mais afin de quantifier les ondulations, nous avons réalisé une étude statistique sur les profils des figures 3-22 et 3-23. La différence entre les deux écarts-types des deux techniques de décalage de phases montre le gain d'exactitude que nous pouvons obtenir sur le relief. Les résultats de cette étude sont présentés dans le table suivant :

	Technique à 3 images	Technique à 8 images
Valeur minimale	-0,798 mm	-0,377 mm
Valeur maximale	0,978 mm	0,406 mm
Moyenne	$3,388e^{-9}$ mm	$-4,007e^{-9}$ mm
Ecart-type	0,239 mm	0,134 mm

Table 3-2. Analyse statistique du relief entre deux techniques de décalage de phases.

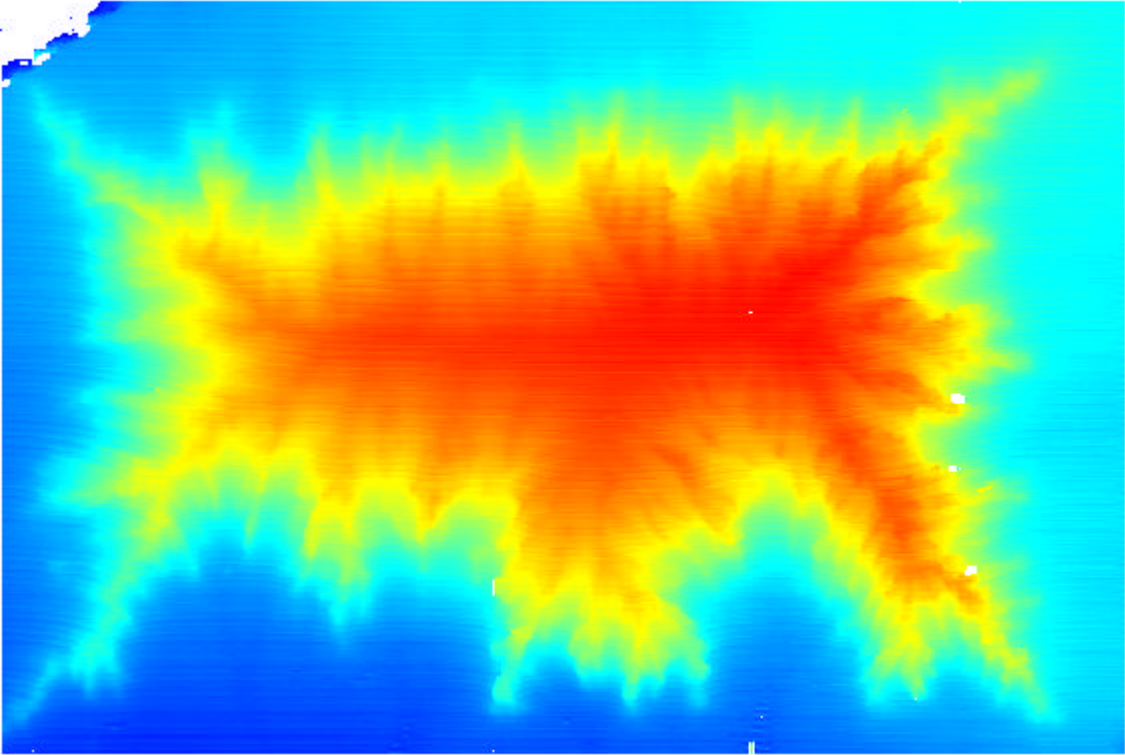


Figure 3-16. Relief obtenu avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.

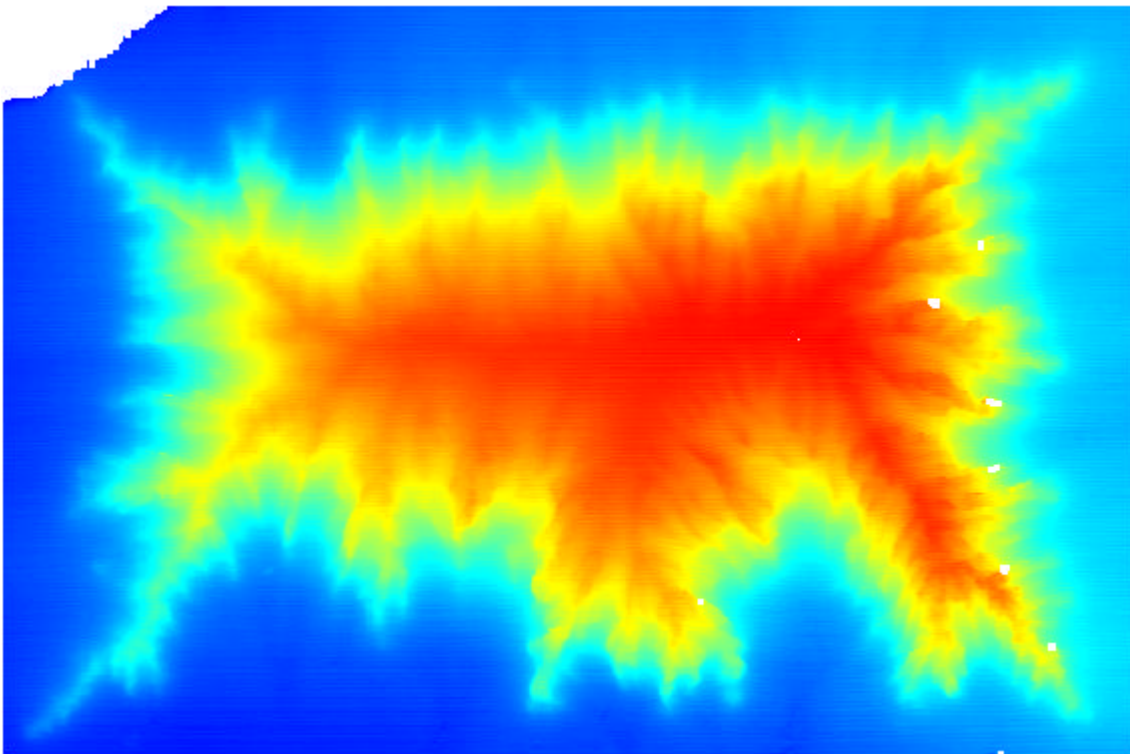


Figure 3-17. Relief obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.

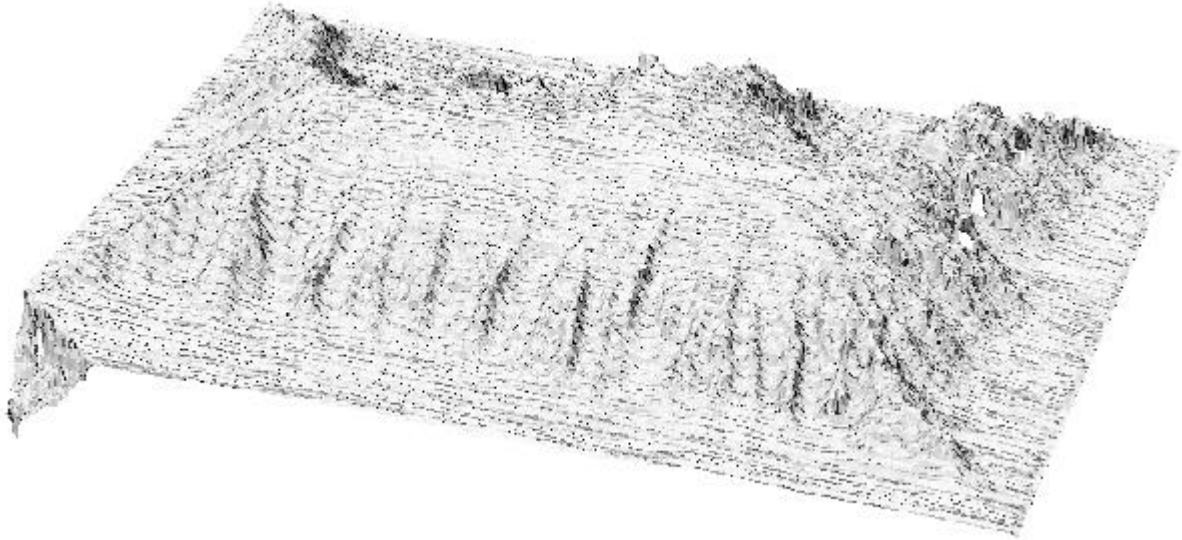


Figure 3-18. Relief représenté par des facettes (DXF) obtenu avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.

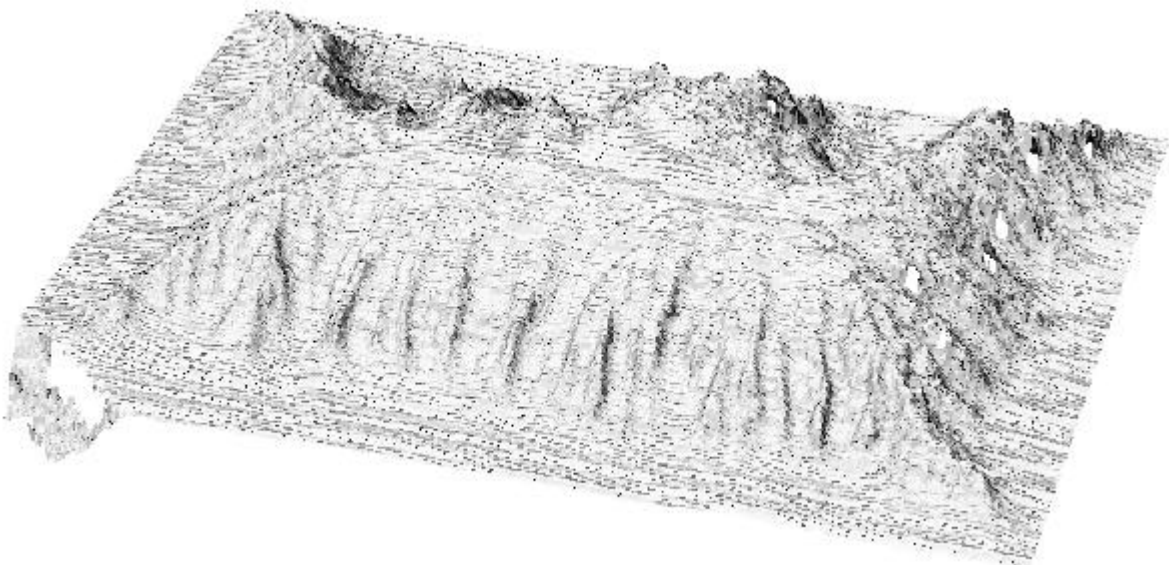


Figure 3-19. Relief représenté par des facettes (DXF) obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.

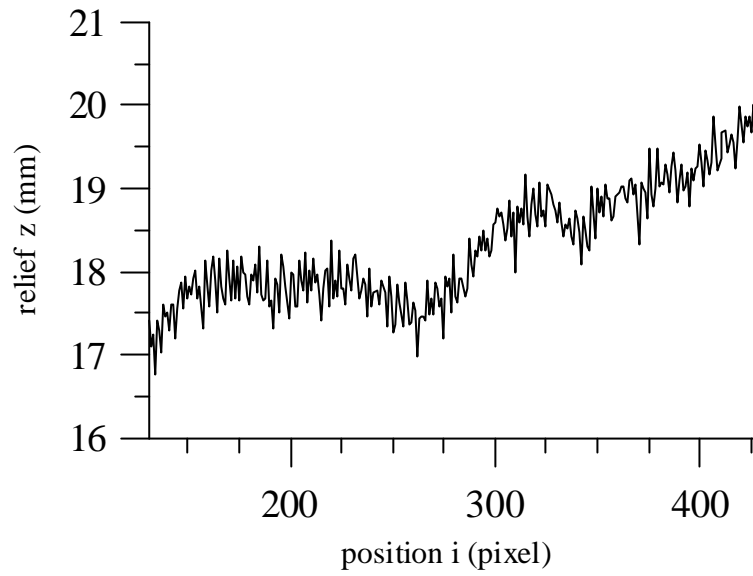


Figure 3-20. Profil du relief obtenu avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.

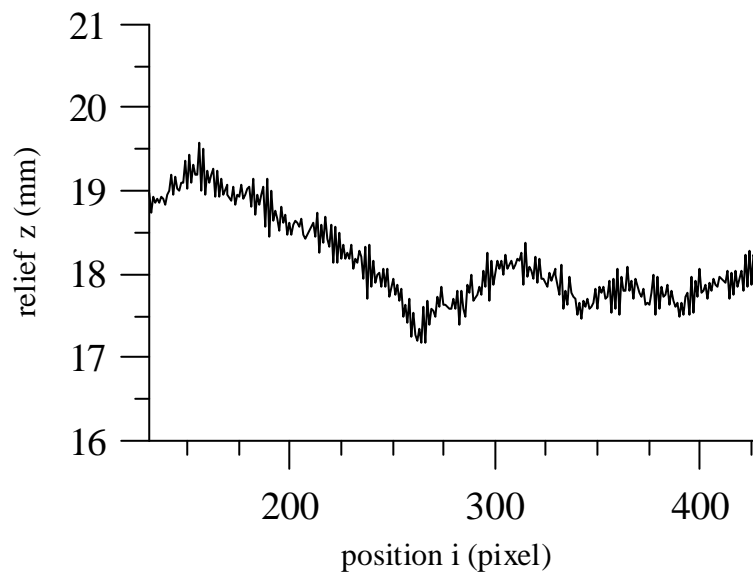


Figure 3-21. Profil du relief obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.

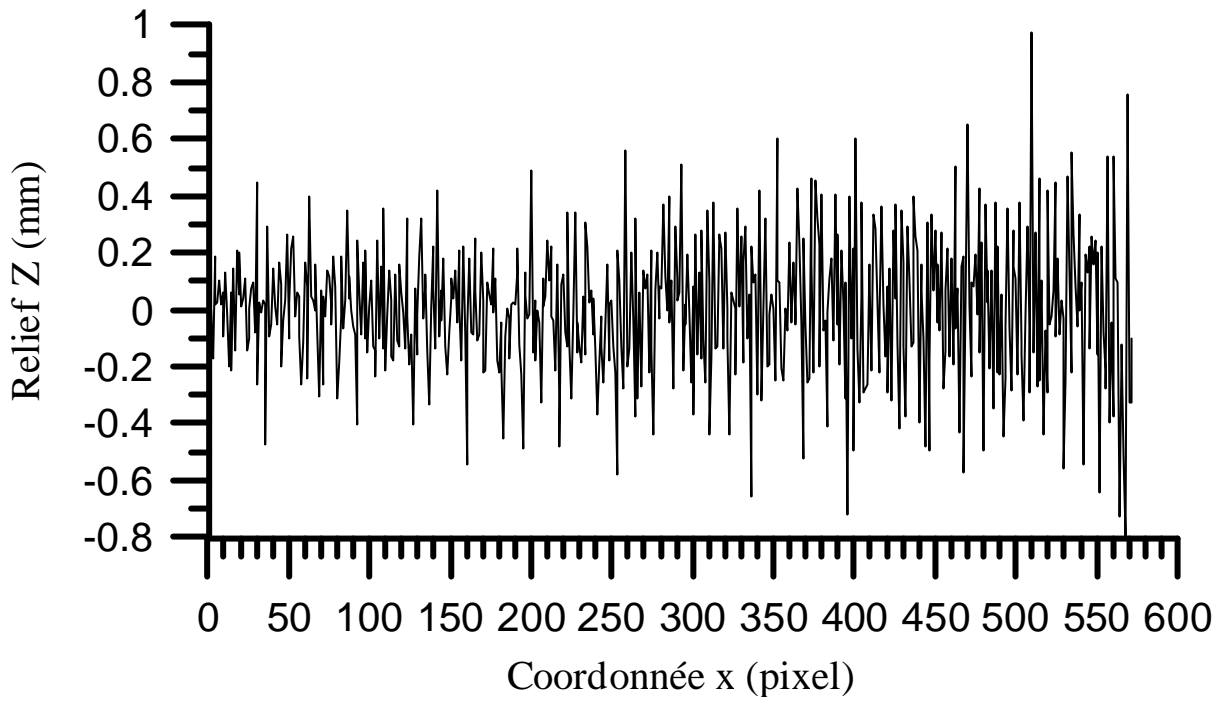


Figure 3-22. Profil d'un relief plan et nul avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.

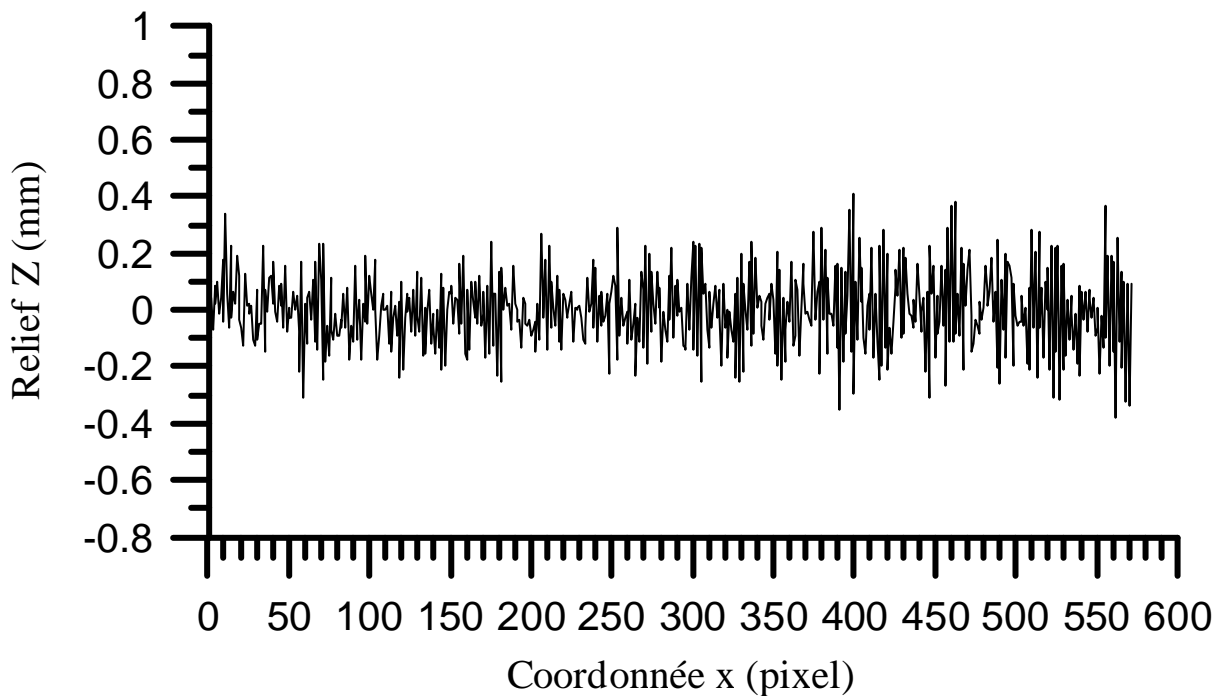


Figure 3-23. Profil d'un relief plan et nul avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.

De l'analyse statistique des deux profils de plan, nous pouvons observer que le facteur entre les deux écarts-types est de 1,7, ainsi que les valeurs extrêmes qui sont multipliées par plus de 2 entre les deux techniques de décalage de phases.

Ce phénomène d'ondulations est dû aux principes propres de chaque technique. Le quasi-hétérodynage est basé sur l'intensité lumineuse des pixels des trois images. Comme l'intensité lumineuse des images n'est pas stable au cours du temps, il est normal que le résultat comporte des ondulations. Cette caractéristique est principalement due aux capteurs CCD utilisés et au bruit des images. Par contre, la technique d'hétérodynage, qui comporte huit images, est moins sujette à ces ondulations, car son principe de calcul est basé sur la phase des différents réseaux projetés. Or, la phase d'un réseau est plus stable que son intensité lumineuse. Ce phénomène d'ondulations peut être considéré comme du bruit, ce qui est malheureusement inévitable dans les techniques de décalage de phases. Il peut simplement être atténué, selon la technique employée, mais jamais supprimé.

Nous avons aussi la possibilité d'appliquer, sur les images de réseaux ou sur les reliefs obtenus, un filtrage passe bas, pour pouvoir supprimer ce bruit. Mais, nous avons choisi de ne pas faire de post-traitement sur le relief résultat, car nous pensons que c'est à l'utilisateur, selon ses besoins, d'appliquer les différents post-traitements qu'il souhaite.

### **3-2-2-2. Relief peu accentué, mais très arrondi sur les bords.**

Pour cet essai, le relief est structuré de la manière suivante. Au milieu, le relief est faible et peut être assimilé à un plateau montagneux. Sa particularité est d'avoir des bords très bombés. Nous pensons que c'est à ce niveau que cette méthode de mesure de reliefs va être mise en défaut, car elle est très sensible aux forts gradients de relief.

Ayant effectué au préalable la procédure de calibrage, nous avons donc projeté huit réseaux de traits verticaux. Nous avons alors obtenu le relief sous forme d'image (figure 3-24) et de facettes (DXF) (figure 3-25), en utilisant la technique de Morimoto. Les paramètres géométriques du montage sont les mêmes que pour le cas du bloc de sédiments normal.

Nous observons sur ces résultats ce que nous avons prévu, c'est-à-dire que la mesure n'est pas possible sur les bords de l'objet, ce qui paraît évident, car en ces points, la densité de franges est très élevée à cause de son fort gradient de relief.

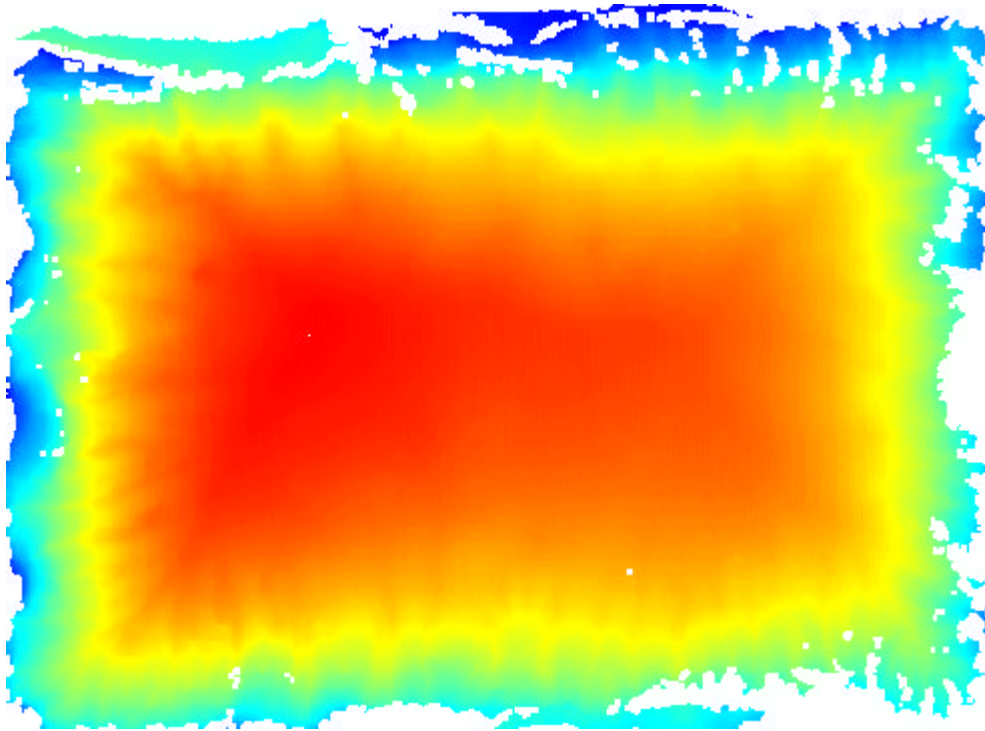


Figure 3-24. Relief obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.



Figure 3-25. Relief représenté par des facettes (DXF) obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.

**3-2-2-3. Relief très prononcé avec, à certains endroits, de légères cavités.**

Ce bloc de sédiments a la particularité d'avoir un relief accentué. Nous pouvons le comparer à une montagne jeune avec des pics élevés. L'amplitude du relief est d'environ 80 mm. En observant simplement la forme du relief, nous étions sûr que la technique allait être mise en défaut. Nous avons alors décidé de faire tourner l'objet sur lui-même avec le plateau de rotation utilisé pour la procédure de calibrage. Nous avons donc choisi d'effectuer trois prises de vue. Ces prises de vue sont séparées les unes des autres de 20 degrés. Nous obtenons alors une vue du côté droit et gauche, ainsi qu'une de face. Vu que le montage est le même que pour les cas précédents et que nous n'avons pas bougé les différents dispositifs, nous avons les mêmes paramètres géométriques que précédemment et qui sont les suivants :

$$h_p = 1096 \text{ mm} \quad d = 382 \text{ mm} \quad h_o = 1495 \text{ mm} \quad P_r/f_p = 4.627e^{-3}$$

Les résultats obtenus sont présentés de la manière suivante :

	Représentation image	Représentation facettes (DXF)
Vue du côté gauche	Figure 3-26	Figure 3-27
Vue de face	Figure 3-28	Figure 3-29
Vue du côté droit	Figure 3-30	Figure 3-31

Table 3-3. Index des reliefs de géologie.

Nous remarquons que chacun de ces reliefs possède des zones qui ne sont pas définies par des points, ce qui implique que les images de relief comportent des trous. Ces zones correspondent à un fort gradient de relief suivant l'axe d'observation ou à une zone d'ombre portée. Ce phénomène est malheureusement inévitable pour certaines applications, ce qui est notre cas pour cet objet. La particularité de ces zones est qu'elles ne sont pas situées aux mêmes endroits selon la prise de vue.

En appliquant aux différents reliefs la matrice de rotation qui leur est associée, nous avons la possibilité de recalculer les trois reliefs les uns par rapport aux autres. Nous obtenons alors le résultat de la figure 3-32. Dans ce cas, nous pouvons très bien voir que certains points de l'objet sont définis par les trois reliefs, ce qui entraîne alors une redondance des points de mesure. Néanmoins, il reste toujours des points de la surface de l'objet qui ne sont pas définis. Il faut donc augmenter le nombre de prises de vue avec des angles d'observation différents.



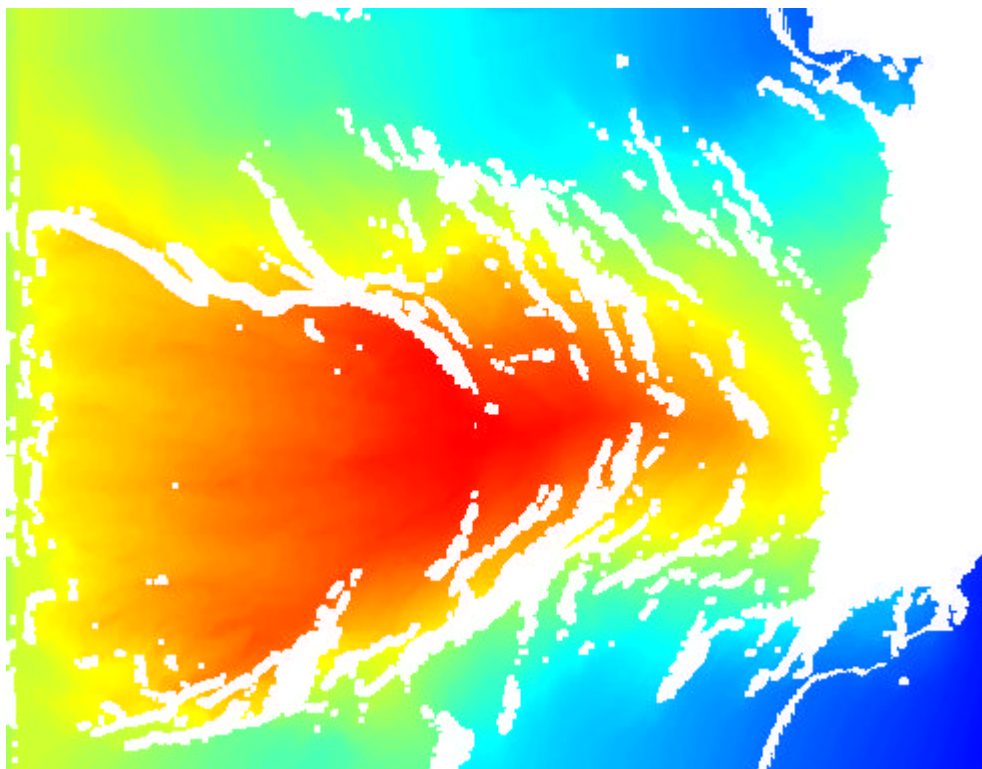


Figure 3-26. Relief du côté gauche.

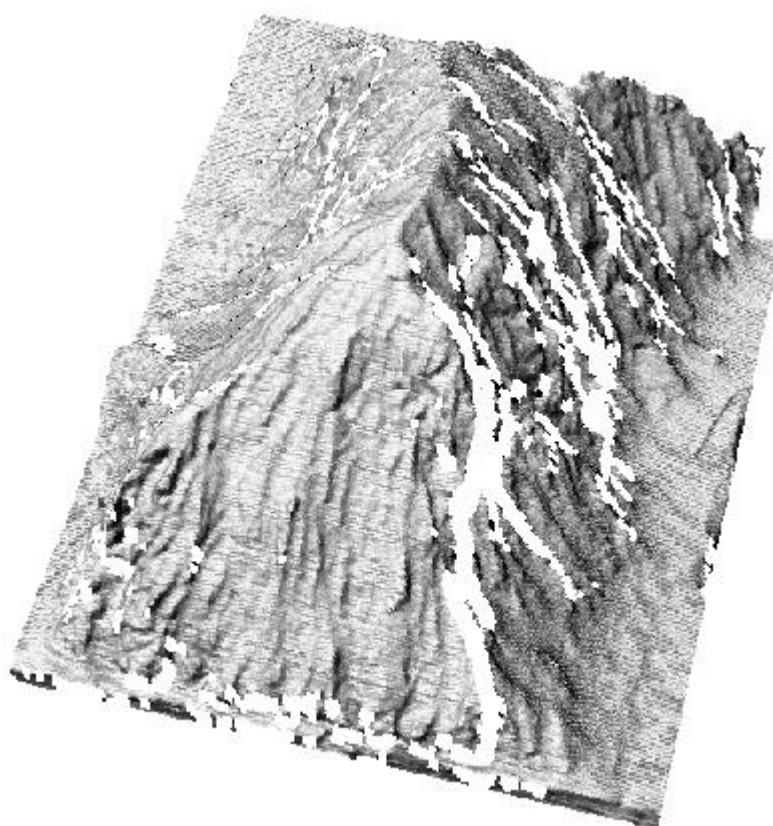


Figure 3-27. Représentation du côté gauche à l'aide de facettes (DXF).

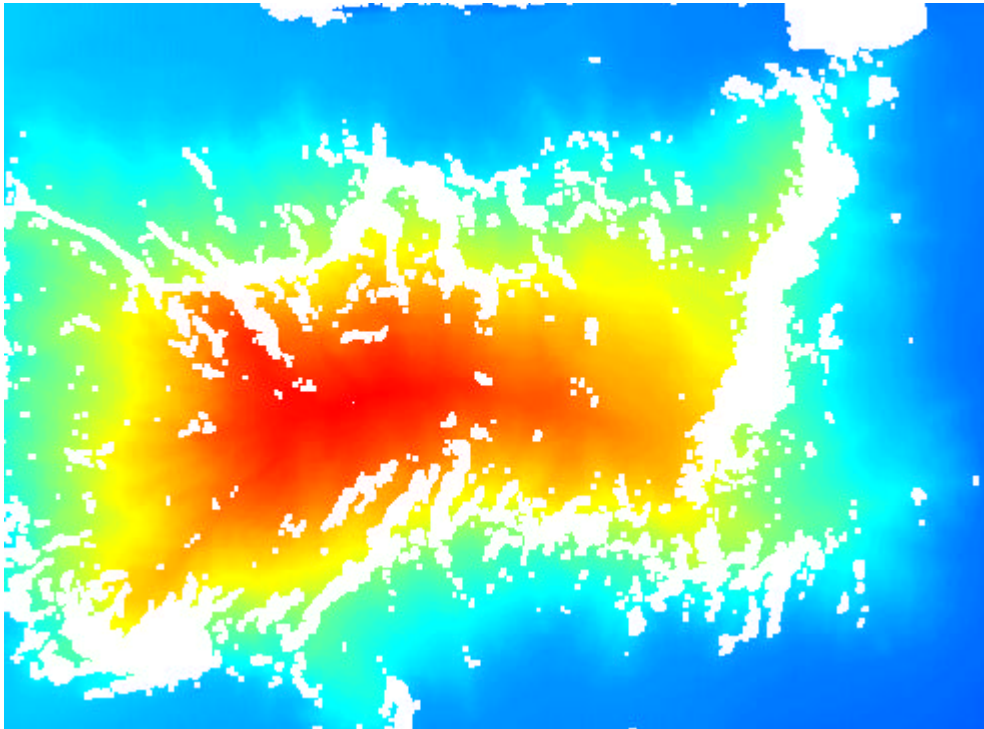


Figure 3-28. Relief de face.

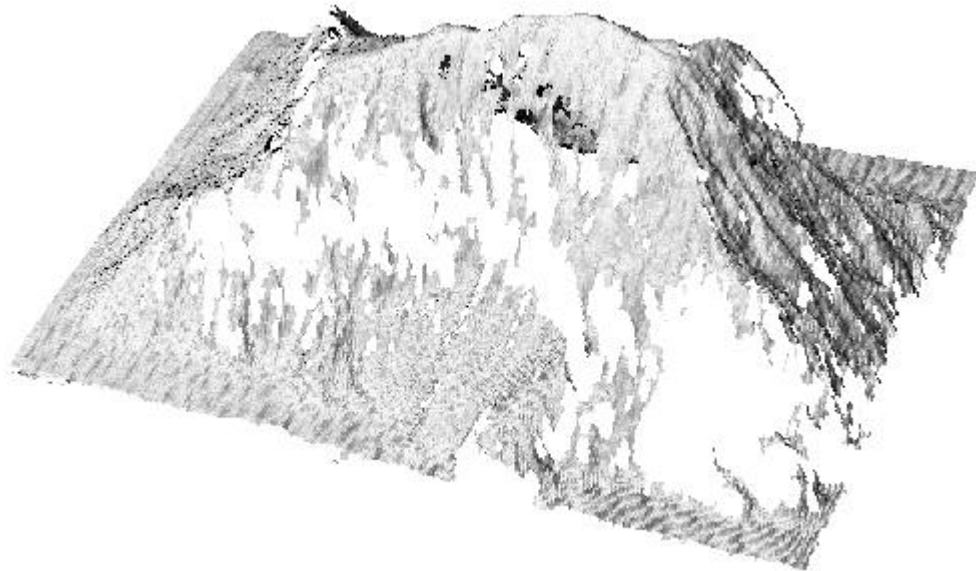


Figure 3-29. Représentation de face à l'aide de facettes (DXF).

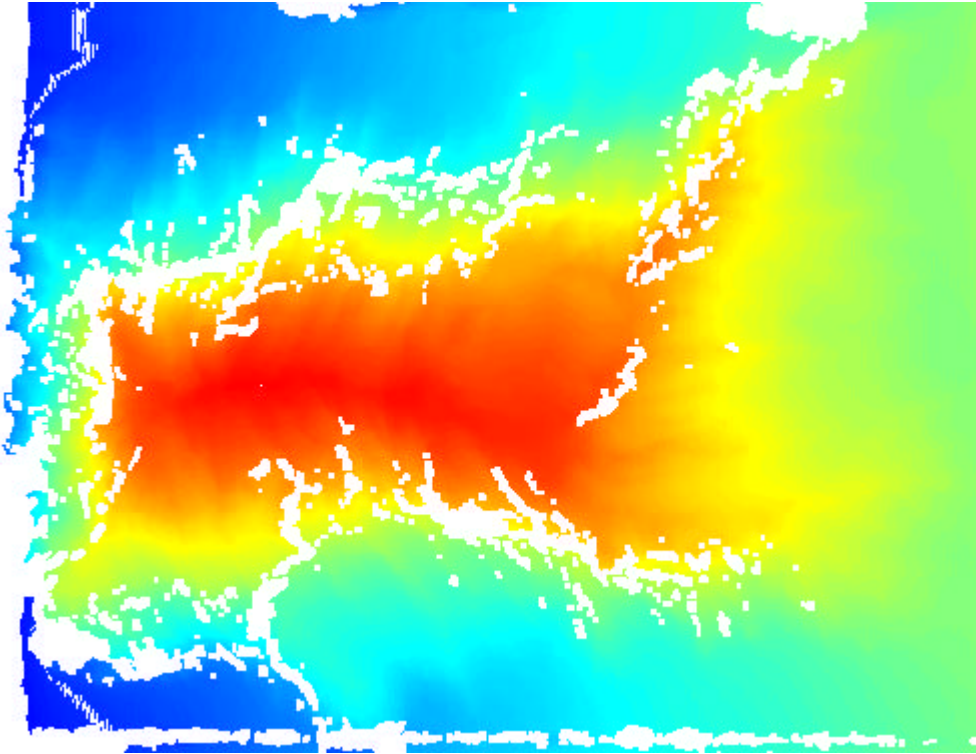


Figure 3-30. Relief du côté droit.

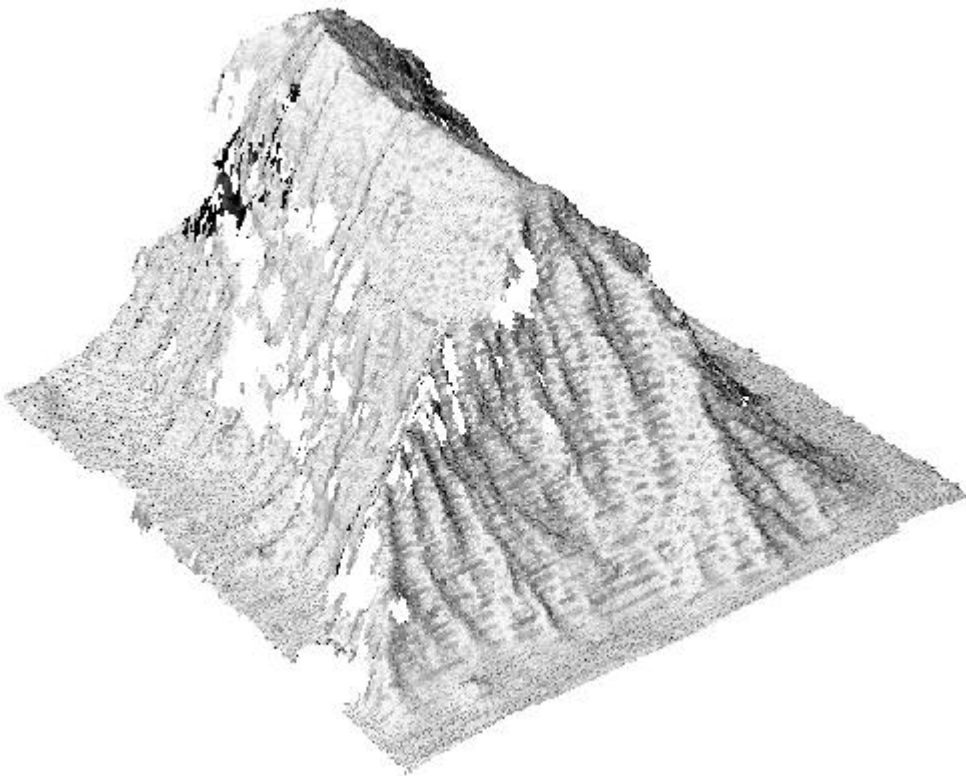


Figure 3-31. Représentation du côté droit à l'aide de facettes (DXF).

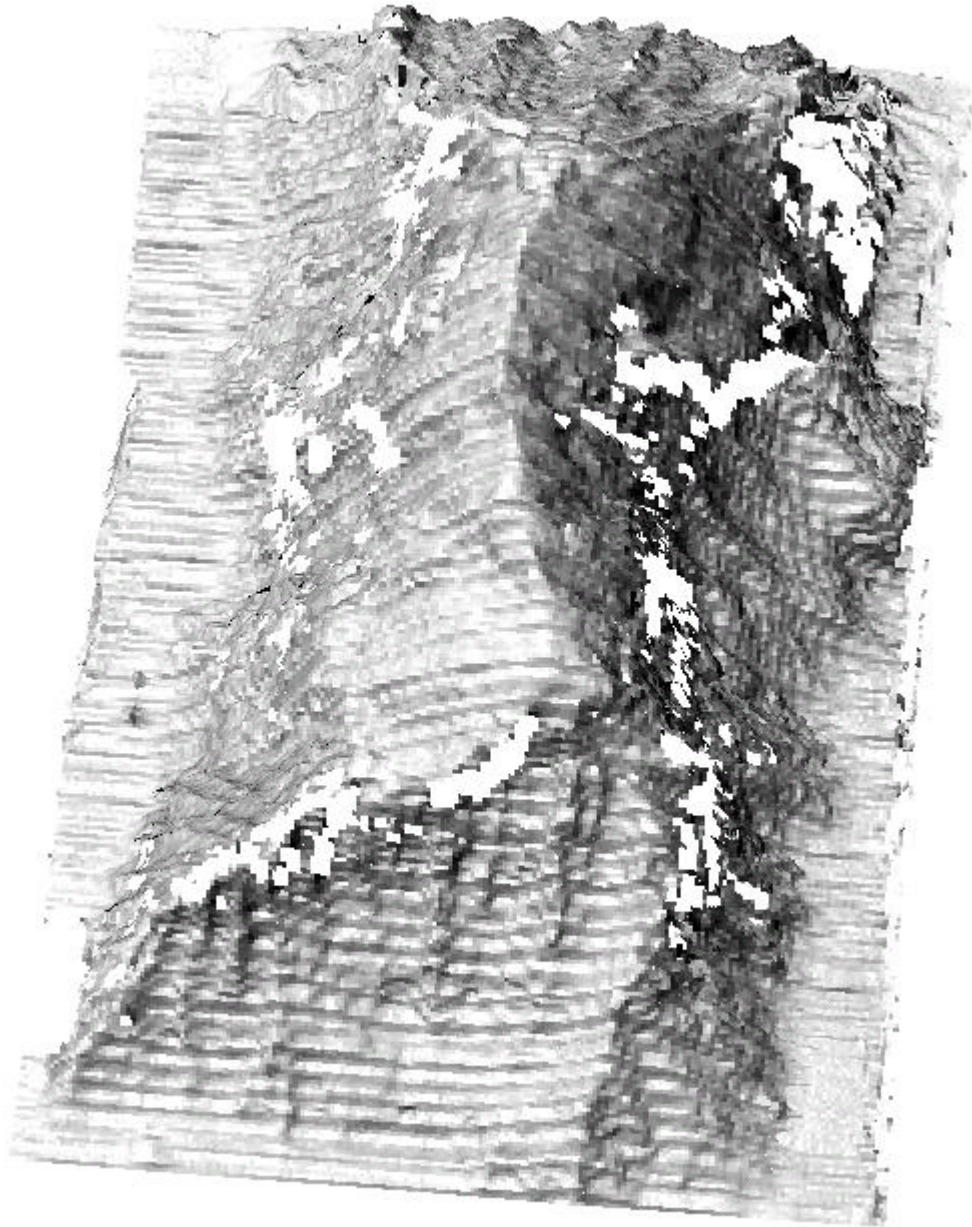


Figure 3-32. Même bloc de sédiments avec des prises de vue à  $-30$ ,  $0$  et  $30$  degrés, puis assemblé à l'aide d'un logiciel de CAO.

### **3-3. Reconstruction de relief complet.**

La technique de mesure de relief tridimensionnelle peut être appliquée sur un même objet avec plusieurs angles de prise de vue. Cela nous permet d'obtenir le contour complet de l'objet étudié. Pour effectuer ces différentes prises de vue, nous faisons tourner l'objet sur lui-même, en nous servant du plateau de rotation utilisé pour le processus de calibrage.

Le nombre de prises de vue (et donc l'incrément angulaire) est défini à partir de la complexité de l'objet. Elles peuvent être au nombre de six pour un objet très simple, comme par exemple un tube. Et pour un objet de forme très complexe, elle peuvent être au nombre d'un vingtaine. La quantité de prises de vue peut être optimisée en choisissant correctement la première. Généralement, la position initiale de l'objet correspond à celle de la zone la plus complexe, mais tout en ayant un minimum de zones de discontinuité ou d'ombre portée. Il est à noter que le bon choix de cette position initiale se fait avec l'expérience et la maîtrise de la technique de mesure tridimensionnelle.

#### **3-3-1. Etude d'une statuette de chat.**

Nous avons donc effectué un essai sur une statuette de plâtre représentant un chat se tenant assis sur ses deux pattes arrière. Une photographie de cet objet est présentée sur la figure 3-33-a. Cette statuette a une hauteur de 21 cm et une profondeur maximale de 11 cm.

Cet essai a pour but de définir complètement l'objet par un nuage de points. Pour cela, nous effectuons plusieurs prises de vue grâce au plateau de rotation. En observant la complexité de l'objet, surtout sur la face, nous pouvons dire qu'il faut un grand nombre de prises de vue. Nous avons commencé par effectuer une série de 12 prises de vue. Le résultat obtenu comporte quand même des discontinuités de relief et donc des zones non définies. Pour minimiser le nombre de ces imperfections, nous avons donc choisi d'effectuer des prises de vue supplémentaires. Le nombre de prises de vue a alors été augmenté à 16. Cela nous donne un total d'images à acquérir de 64. La manipulation dure alors plus longtemps, soit une vingtaine de minutes environ. L'incrément de l'angle de rotation est alors de 20 degrés.



Figure 3-33-a. Photographie de la statuette de chat.

Les reliefs résultats sont donc au nombre de 16. Il sont présentés sur les figures 3-34 à 3-37 avec une représentation par facettes (DXF). Nous pouvons remarquer que chaque relief pris indépendamment représente une petite zone de l'objet. Par exemple, pour un relief correspondant à un angle de vue de 200 degrés (figure 3-36), nous n'obtenons que le derrière de la tête et non le dos. Cela s'explique par le fait qu'il n'y a pas de continuité de frange entre ces deux parties sur les images acquises, ce qui ne nous permet donc pas de recalculer correctement la totalité des franges observées. La perte de ces informations n'est pas importante puisqu'un autre angle de prise de vue apportera les informations qui n'ont pas été calculées. Nous avons donc éliminé de nombreuses zones non définies, au détriment d'une redondance d'informations. En effet, certaines parties de l'objet sont observées plusieurs fois, ce qui a pour conséquence d'avoir une surinformation. La conséquence directe est que le fichier résultat possède une taille considérable. Par exemple, pour représenter le relief de cette statuette avec des facettes (DXF), la taille du fichier est d'environ 60 Mo, alors que la résolution spatiale est d'un pixel sur trois. Il est déjà difficile de trouver des logiciels qui sont capables de lire des fichiers d'une telle taille. En prenant une résolution spatiale d'un pixel, nous pouvons imaginer que la taille du fichier DXF peut atteindre 500 Mo.

En appliquant à chacun des reliefs la matrice de rotation correspondant à leur angle de vue, nous effectuons le recalage des différents reliefs les uns par rapport aux autres de façon à ne former qu'un seul fichier DXF. La statuette en vue éclatée est présentée sur la figure 3-38 et le chat complet sur la figure 3-39.

Pour recalculer toutes les vues entre elles, nous avons choisi la méthode la plus simple que nous puissions mettre en œuvre. Elle consiste à utiliser des matrices de rotation. Il existe d'autres moyens pour effectuer ces recalages de reliefs. Laboureux et Häusler [Laboureux 2001] proposent une technique utilisant la corrélation comme outil mathématique pour pouvoir recalculer deux reliefs l'un par rapport à l'autre. Le principe est de corréler la même surface sur deux reliefs différents ayant une zone commune. Malheureusement, l'article ne propose pas une mise en œuvre sur des reliefs expérimentaux. Il nous est donc difficile d'apprécier les capacités de cette méthode de recalage. Une autre solution proposée par Reich *et al.* [Reich 2000] consiste à effectuer des recalages de reliefs à l'aide de marqueurs. Le relief est mesuré par petites zones. Chaque zone possède un ou plusieurs marqueurs dont les coordonnées sont déterminées par une technique de stéréolocalisation de taches. L'application qui nous est proposée est celle d'une portière avant de voiture. Il faudrait donc vérifier si elle peut être appliquée à un objet de révolution, comme par exemple la statuette.

En observant plus attentivement la représentation par facettes (DXF) de l'objet et en le faisant pivoter, nous pouvons remarquer que des zones non déterminées sont encore présentes. Elles sont au nombre de deux. L'une se situe à l'arrière du cou et l'autre à la pointe de l'oreille. Malheureusement, ces zones ne peuvent pas être évitées, car elles ne sont visibles sur aucune des vues. Elles correspondent aux zones de discontinuité de relief, c'est-à-dire aux points où le relief varie brutalement suivant l'axe optique d'observation ou de projection. Ce sont généralement les surfaces de l'objet dont la normale est proche de l'axe  $O, \bar{y}$ , comme le montre la figure 3-33-b. La seule solution pour s'affranchir de ce problème est de modifier, au cours de l'essai, l'orientation de la statuette de manière à voir les zones qui posaient initialement problème. Cela nécessite un plateau de rotation supplémentaire et donc un montage plus complexe.

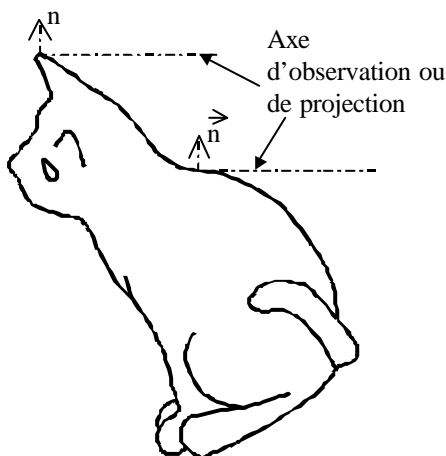


Figure 3-33-b. Schéma montrant les zones où le relief ne peut pas être déterminé, car elles ne sont pas observables ou bien nous ne pouvons pas projeter de franges dessus.

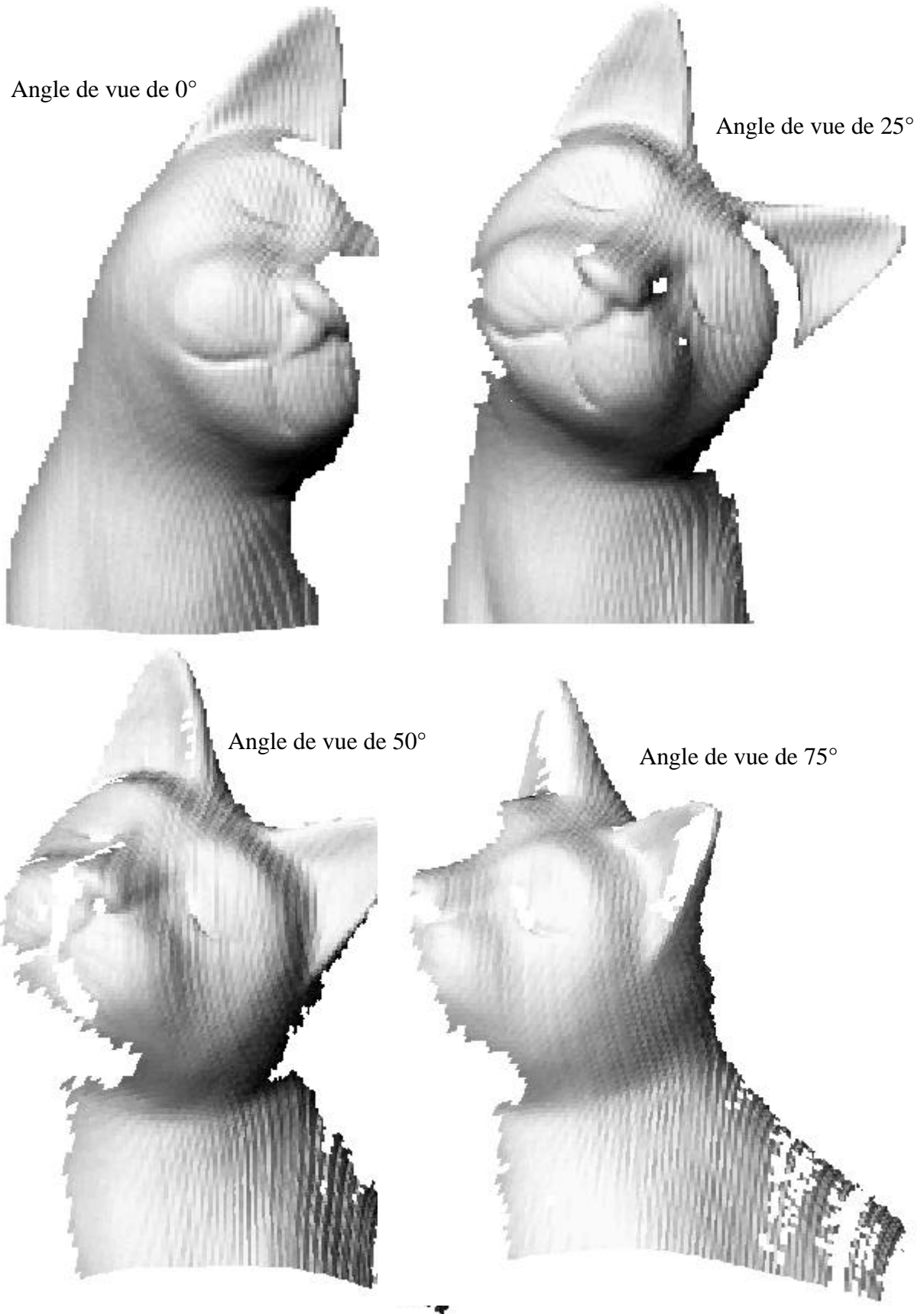


Figure 3-34. Vues de la statuette avec comme angle de vue 0°, 25°, 50° et 75°.



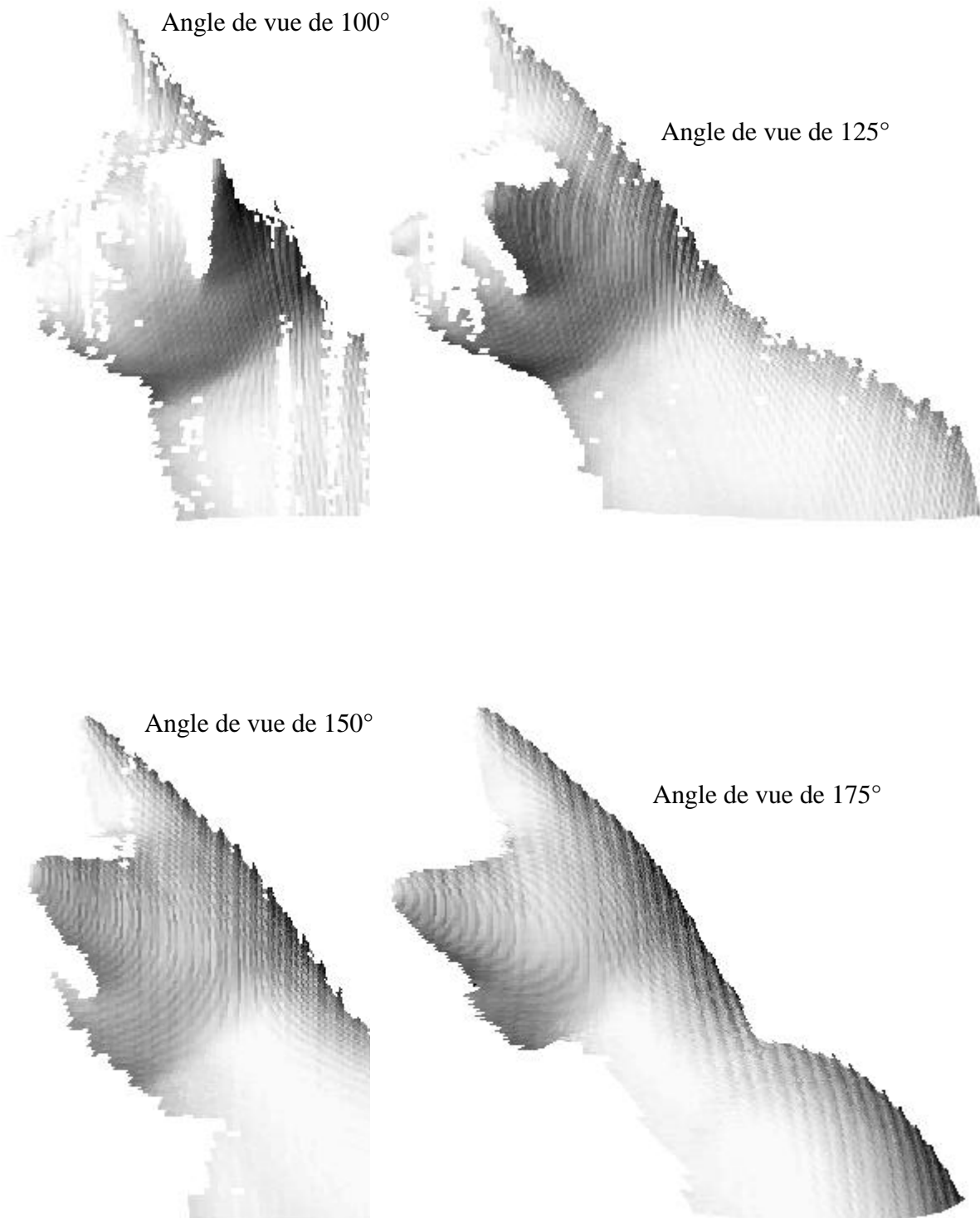


Figure 3-35. Vues de la statuette avec comme angle de vue 100°, 125°, 150° et 175°.

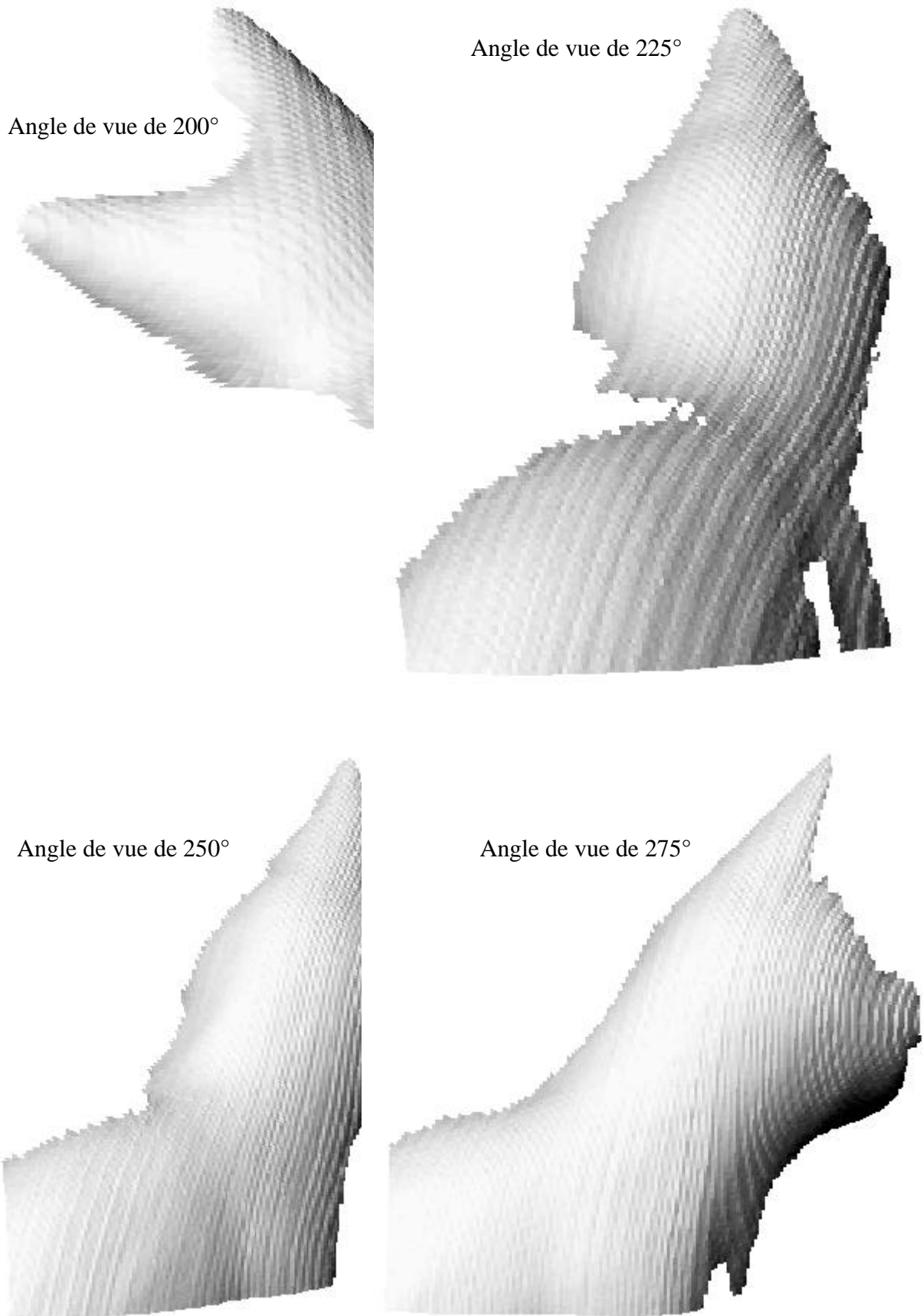


Figure 3-36. Vues de la statuette avec comme angle de vue 200°, 225°, 250° et 275°.

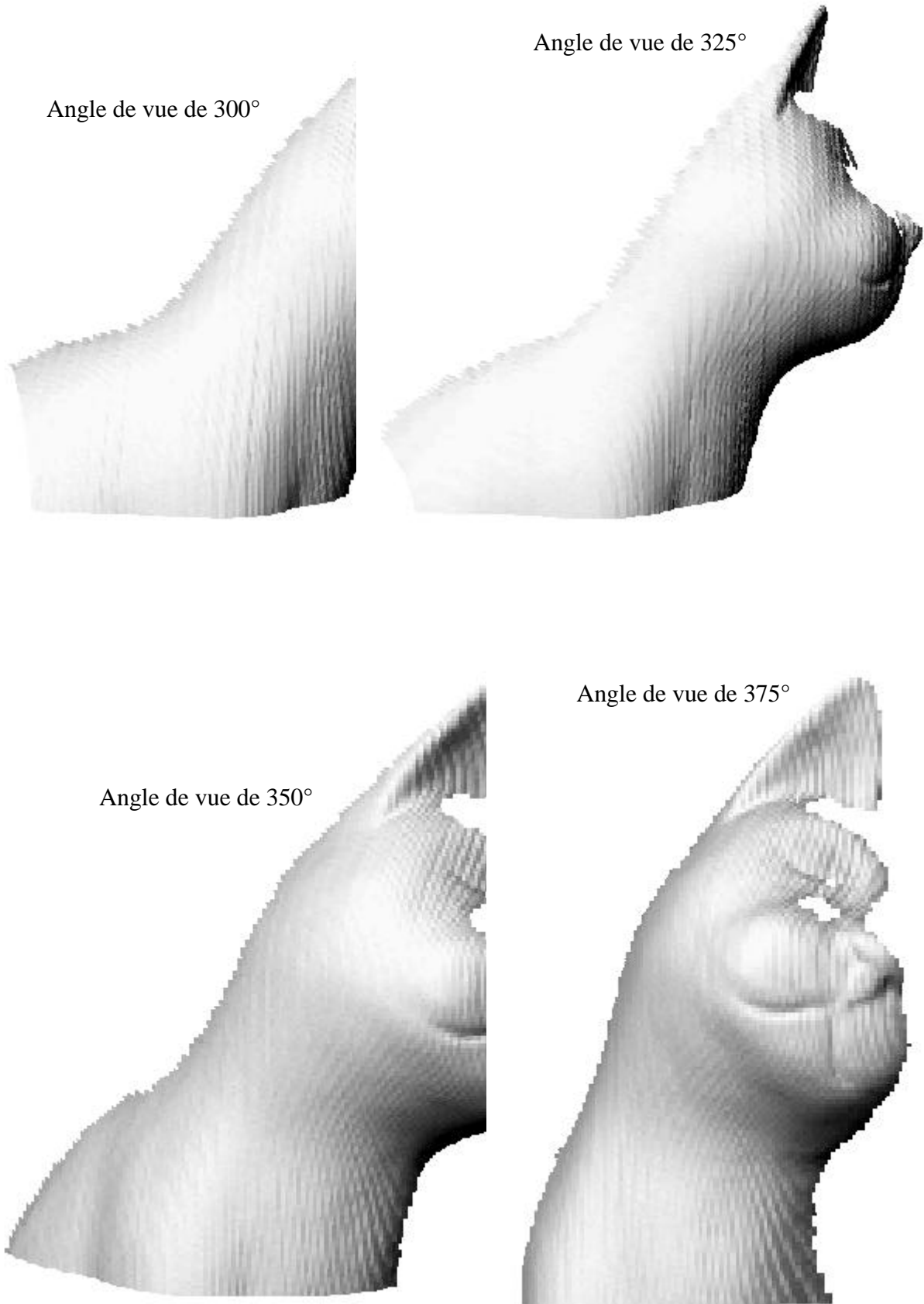


Figure 3-37. Vues de la statuette avec comme angle de vue 300°, 325°, 350° et 375°.

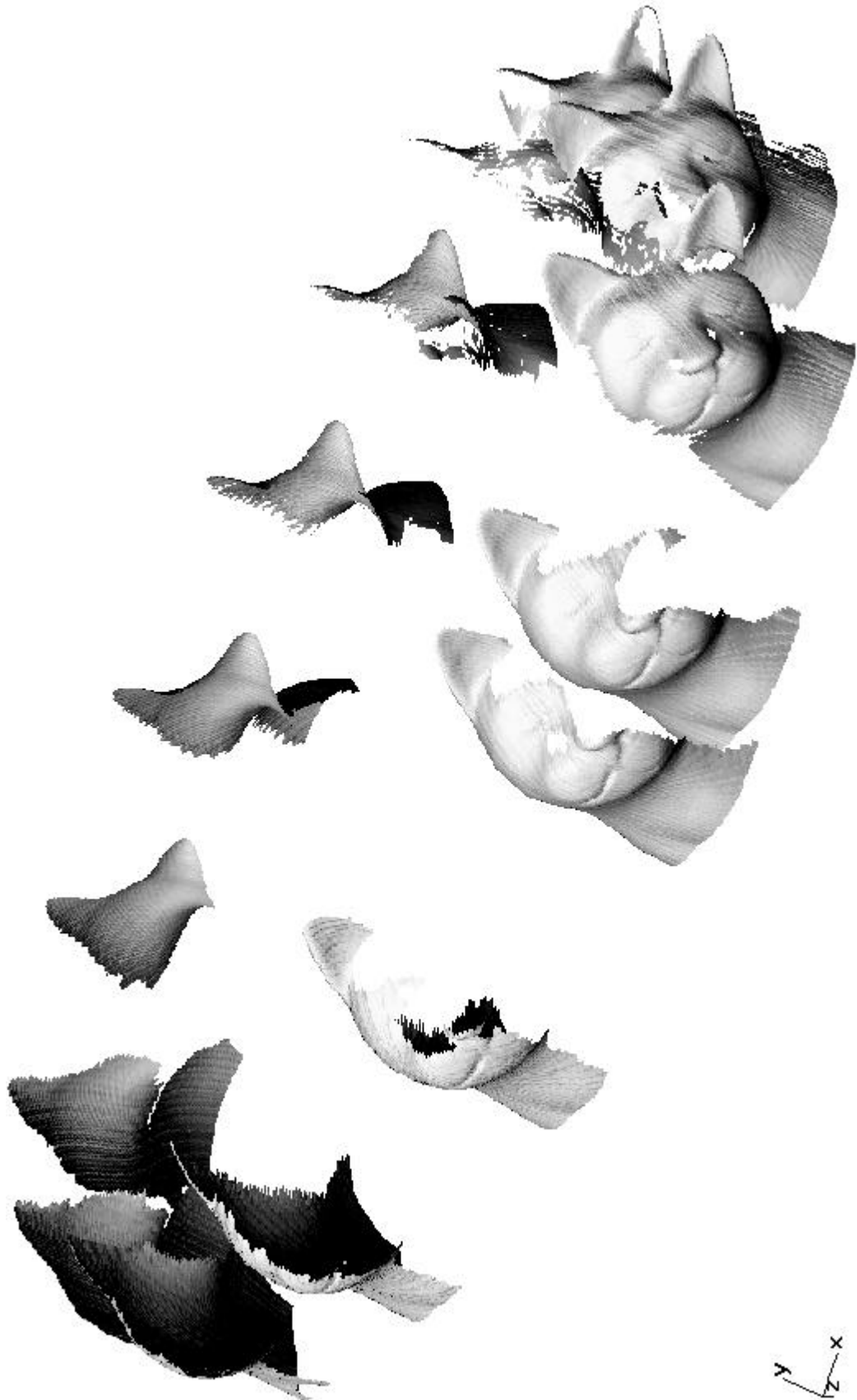


Figure 3-38. Vue éclatée de la statuette.

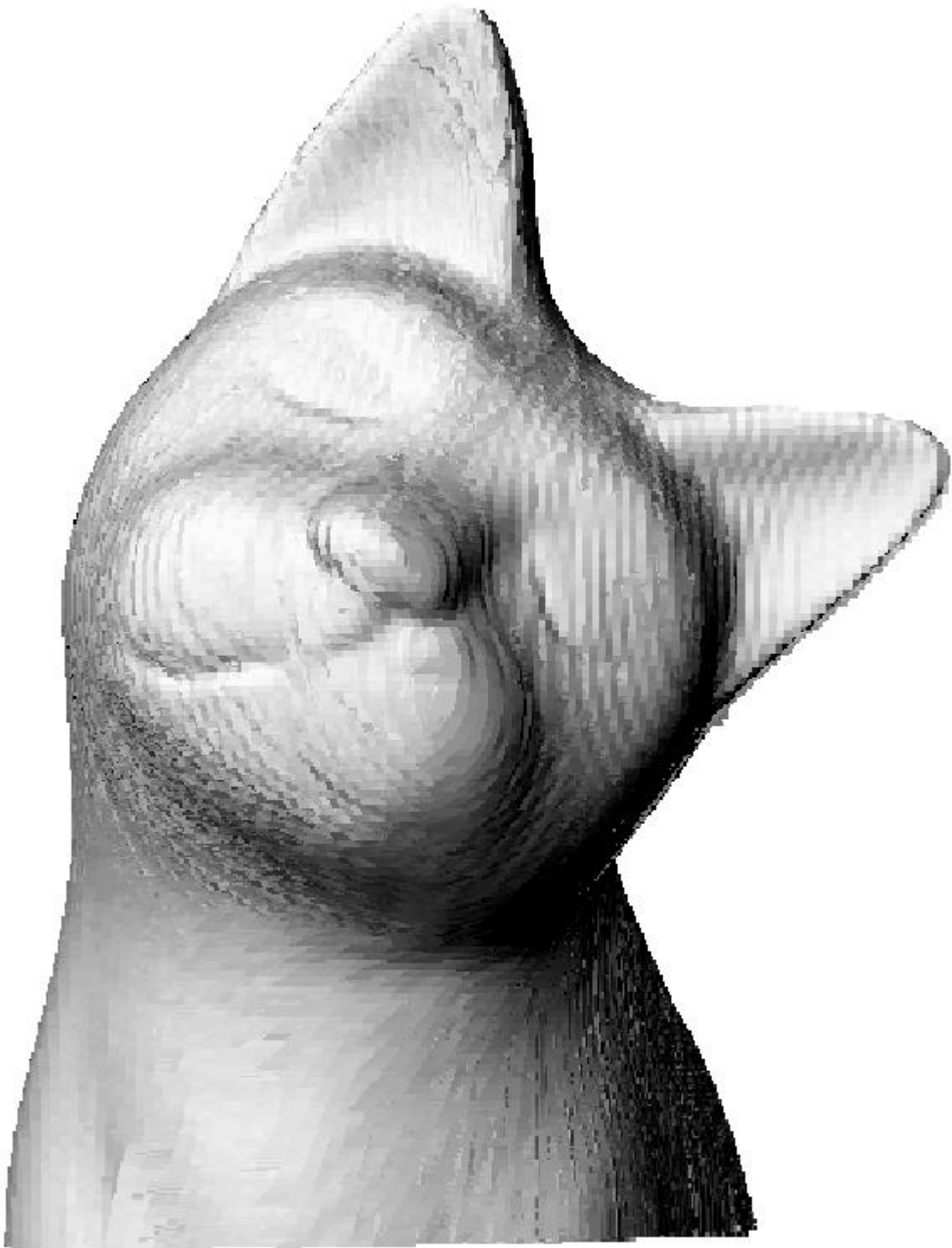


Figure 3-39. Vue de face du relief complet de la statuette.

La technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux et un plateau de rotation, permettent donc d'obtenir le contour quasi complet d'un objet. Nous avons quand même observé des problèmes pour certaines zones. Comme toutes les techniques basées sur un principe optique, la mesure peut être effectuée si la zone est observable et si, en plus dans le cas de cette technique, elle est éclairée par le vidéoprojecteur.

Pour les objets de forme complexe, il existe plusieurs solutions technologiques pour pallier ce problème, mais elles sont assez lourdes à mettre en œuvre. Elles sont au nombre de trois. Leur principe est d'avoir soit l'objet mobile, soit l'ensemble de système de projection et d'observation mobile ou bien un montage à dispositifs multiples. Nous allons en proposer quelques-unes qui sont les plus logiques.

***Solution à une caméra et un vidéoprojecteur avec objet mobile.***

La première permet, à l'aide d'un système mécanique, de mettre en rotation l'objet suivant les trois axes, comme le montre le schéma de la figure 3-40. Dans ce cas, c'est l'objet qui est mobile et les systèmes qui sont immobiles.

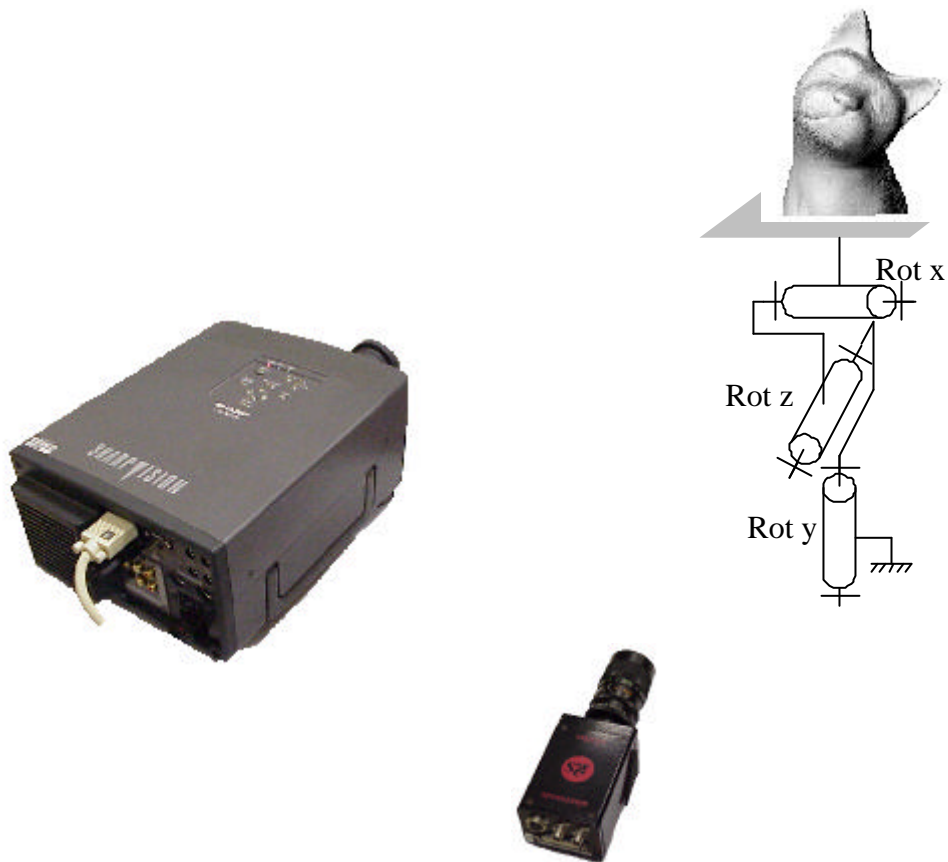


Figure 3-40. Schéma de principe dans le cas où l'objet est mobile par rapport aux deux systèmes.

C'est la solution technologique la plus simple à mettre en œuvre et la moins coûteuse. Mais elle rend la technique de mesure inefficace dans certains cas qui ont été abordés précédemment. C'est d'ailleurs celle qui a été mise en œuvre dans nos travaux, ainsi que par Ohara [Ohara 1996].

***Solution à une caméra et un vidéoprojecteur avec objet fixe.***

La deuxième solution proposée doit permettre de pouvoir positionner les deux systèmes dans une position quelconque, de manière à avoir tous les angles de vue possibles de l'objet. C'est la solution technologique la plus lourde que nous puissions mettre en œuvre et qui n'est pas trop flexible d'utilisation. Elle nécessite de pouvoir déplacer l'ensemble caméra-projecteur autour de l'objet. Nous pouvons alors imaginer tout de suite l'ampleur du montage expérimental dans le cas de cette configuration. Un exemple de ce choix technologique a été mis en œuvre par Niem [Niem 1999].

***Solution à quatre caméras et quatre vidéoprojecteurs avec un objet fixe.***

Néanmoins, lorsque les différents objets à étudier possèdent les mêmes caractéristiques géométriques, il est possible de mettre en œuvre un montage composé de plusieurs systèmes de mesure. Ce choix technologique pourrait, par exemple, être mis en œuvre pour l'étude des blocs de sédiments présentée précédemment. En effet, seules les conditions d'essais (temps, débit de l'eau) et le matériau changent, mais les dimensions des blocs ne varient pas. Ce dispositif de montage peut donc être envisagé pour mesurer des reliefs en série. Un exemple d'application pour cette solution est proposé par Schreiber [Schreiber 2000].

Il existe plusieurs sortes de configuration de montage, l'une d'entre elles est présentée sur la figure 3-41. Elle est composée de 4 caméras et de 4 vidéoprojecteurs, ce qui entraîne un coût de mise en œuvre très élevé. Il est possible de le réduire en utilisant, à la place des vidéoprojecteurs, de simples projecteurs de réseaux. Mais dans ce cas-là, c'est le problème d'introduction des déphasages qui va apparaître. Il faudra alors concevoir un système mécanique qui puisse effectuer un déplacement plan des réseaux physiques, pour pouvoir déphaser les réseaux projetés. De plus, le choix d'utiliser des projecteurs de réseaux physiques alourdit le montage et le rend moins flexible d'utilisation. Par exemple, si l'opérateur veut changer le pas de réseau projeté, il faut qu'il aille lui-même changer le réseau sur chaque projecteur. Dans le cas des blocs de sédiments, cela devient encore plus difficile si les appareils sont placés en haut de la cuve, c'est-à-dire à environ 2 mètres.

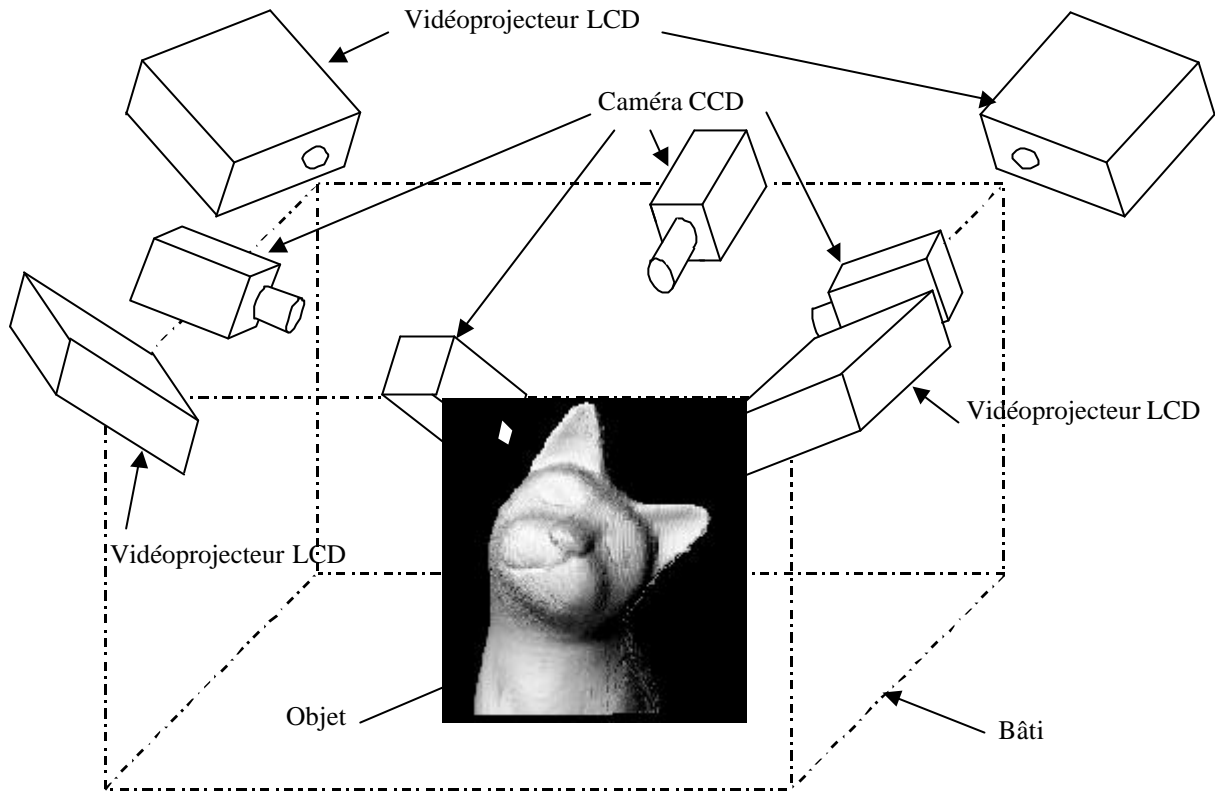


Figure 3-41. Exemple d'un montage de mesure de relief avec 4 vidéoprojecteurs LCD et 4 caméras CCD.

Chaque ensemble de systèmes projecteur-caméra doit être placé correctement, de manière à obtenir, à l'aide des quatre, le relief total. Il faut donc, au préalable, réaliser quelques essais pour vérifier si le choix de la position de chaque élément est bien judicieux. Dans le cas des blocs de sédiments, comme leur relief peut être considéré simplement comme un quadrilatère, il nous paraît logique que chaque système mesure le relief d'une face. Les systèmes devront alors être répartis uniformément à 90 degrés les uns des autres. Nous pouvons donc dire que la position de chaque élément est fonction de la forme générale de l'objet que l'on veut étudier.

Le principal avantage de ce choix technologique est qu'une fois que les différents éléments sont fixés et le calibrage effectué pour chaque système, ce dernier n'est plus à refaire pour chacun des essais que nous voulons réaliser. Dans le cas où l'opérateur veut modifier le pas du réseau projeté, il suffit de faire une simple règle de trois, avec l'ancienne configuration, pour déterminer le nouveau rapport  $P_r/f_p$ .



### 3-3-2. Autres exemples d'application.

Les exemples de relief 3D qui suivent sont les premiers essais que nous avons réalisés avec la technique de mesure par projection de réseaux. Ils ont été faits sur des pièces mécaniques de forme géométrique simple. Le premier est un cylindre comportant une petite collerette (figure 3-42), le deuxième est une vis sans fin (figure 3-43) et le dernier est une bouteille de produit désodorisant (figure 3-44). Il sont présentés à l'aide de facettes (DXF).

Ce sont des objets simples qui nous ont permis de mettre au point et de vérifier si le logiciel que nous avons développé au sein de l'Equipe Photomécanique et Rhéologie fonctionne correctement. Le cylindre possède un diamètre de 55 mm et la vis sans fin un diamètre de 15 mm. La bouteille mesure 173 mm de haut sur 95 mm de large.

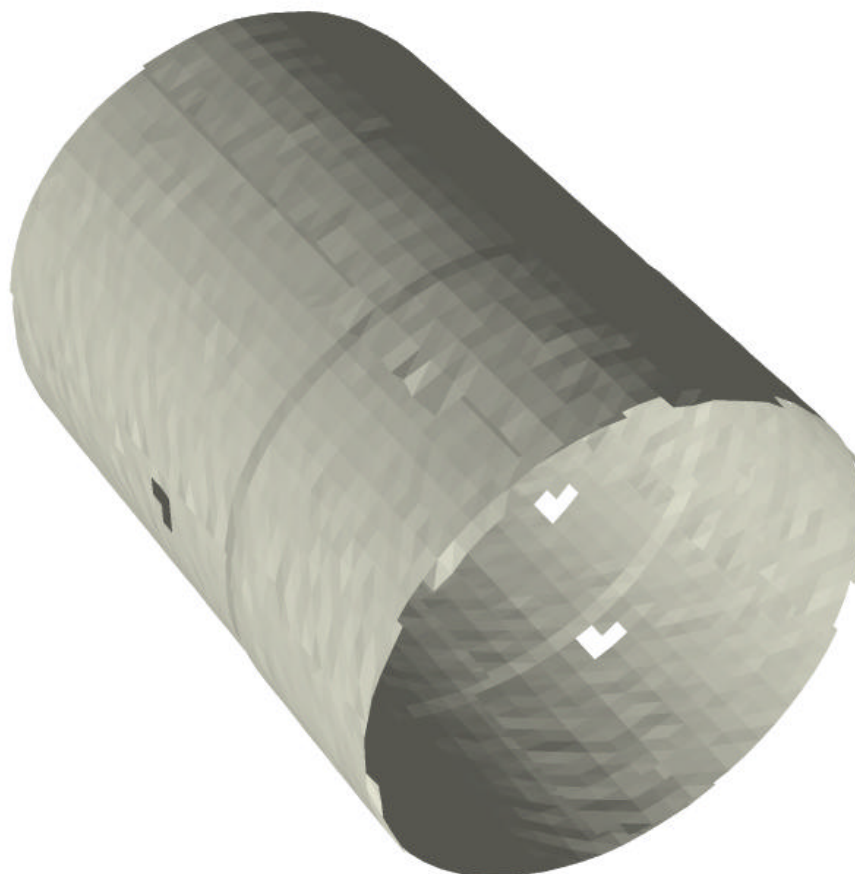


Figure 3-42. Exemple de mesure de relief 3D total sur un cylindre.



Figure 3-43. Exemple de mesure de relief 3D total sur une vis sans fin.

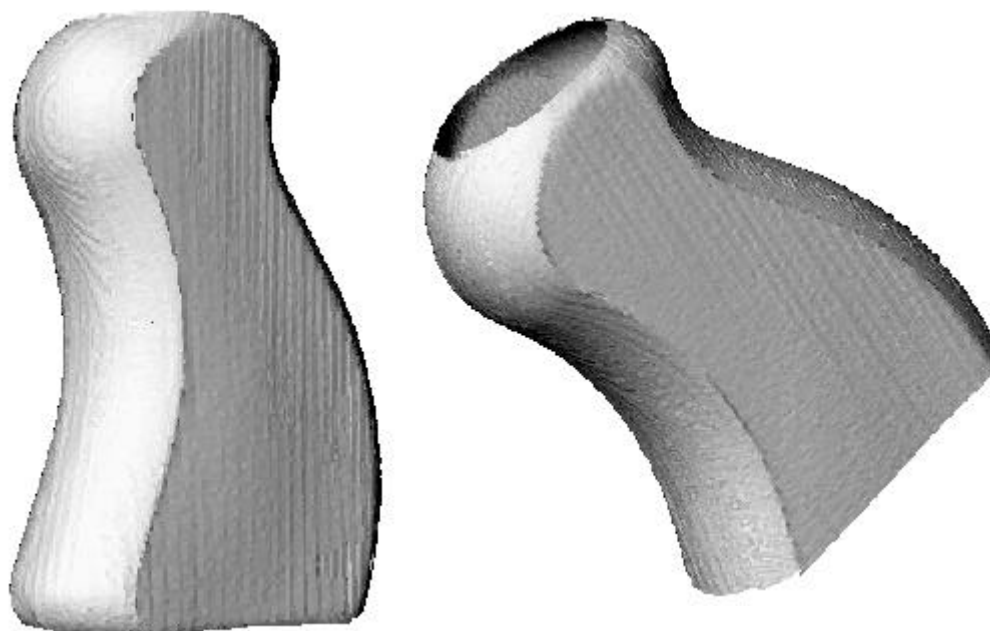


Figure 3-44. Exemples de mesure de relief 3D total sur bouteille d'emballage de produit désodorisant.

### **3-4. Applications biomécaniques.**

En collaboration avec le service de d'Orthopédie et de Traumatologie du Centre Hospitalier Universitaire de Poitiers<sup>3</sup>, nous avons trouvé une première application de cette technique de mesure. Elle permet l'étude des malformations anatomiques visibles de l'extérieur, comme par exemple une scoliose. La deuxième application qui peut être envisagée est l'aide à la conception de chaussures orthopédiques en établissant un fichier numérique du relief de la voûte plantaire et du reste du pied. Nous avons aussi étendu nos travaux à la mesure de relief de la paume d'une main. Nous allons donc vous présenter les résultats de ces trois exemples d'application qui peuvent être envisagés dans le cas d'une application pratique. Le dernier exemple présenté est la conception d'un maillage de la partie distale du tibia humain.

#### **3-4-1. Etude de la scoliose chez l'enfant.**

Dans le but de réduire la scoliose chez les enfants d'une dizaine d'années, une gaine leur est généralement appliquée comme remède. La particularité de ce traitement est que chaque gaine est unique et adaptée à chaque enfant. De nos jours, la procédure de fabrication de ces gaines est assez longue et complexe. L'enfant est placé sur une table permettant de mettre son dos en position droite, la scoliose est ainsi corrigée. Un moule en plâtre est alors réalisé autour du dos du patient. Le moule est alors coupé en deux parties pour être séparé du patient. A partir de ce moule et en coulant du plâtre à l'intérieur de celui-ci, un buste représentant le dos est constitué. C'est à partir de ce buste que la gaine sera réalisée par le fabricant. L'ensemble de ces opérations est schématisé sur la figure 3-45.

La technique de mesure tridimensionnelle que nous avons développée pourrait simplifier et perfectionner la fabrication de ces types de gaine. Par exemple, la procédure pourrait être la suivante. La mesure se ferait directement sur le patient positionné sur une table transparente. Le fichier numérique comprenant le relief du dos serait directement envoyé, via internet, au fabricant. Ce dernier, à l'aide d'une machine numérique, pourrait sculpter dans un bloc de plâtre le buste qui permettrait de concevoir la gaine. Si celle-ci est constituée de résine, elle peut être directement réalisée par une machine spéciale à partir du fichier

---

<sup>3</sup> Dr Louis-Etienne GAYET  
Service Orthopédie et Traumatologie  
C.H.U. de Poitiers

numérique. Le gain se fait alors sur le temps de fabrication et le nombre d'étapes intermédiaires. Le coût de réalisation est alors réduit.

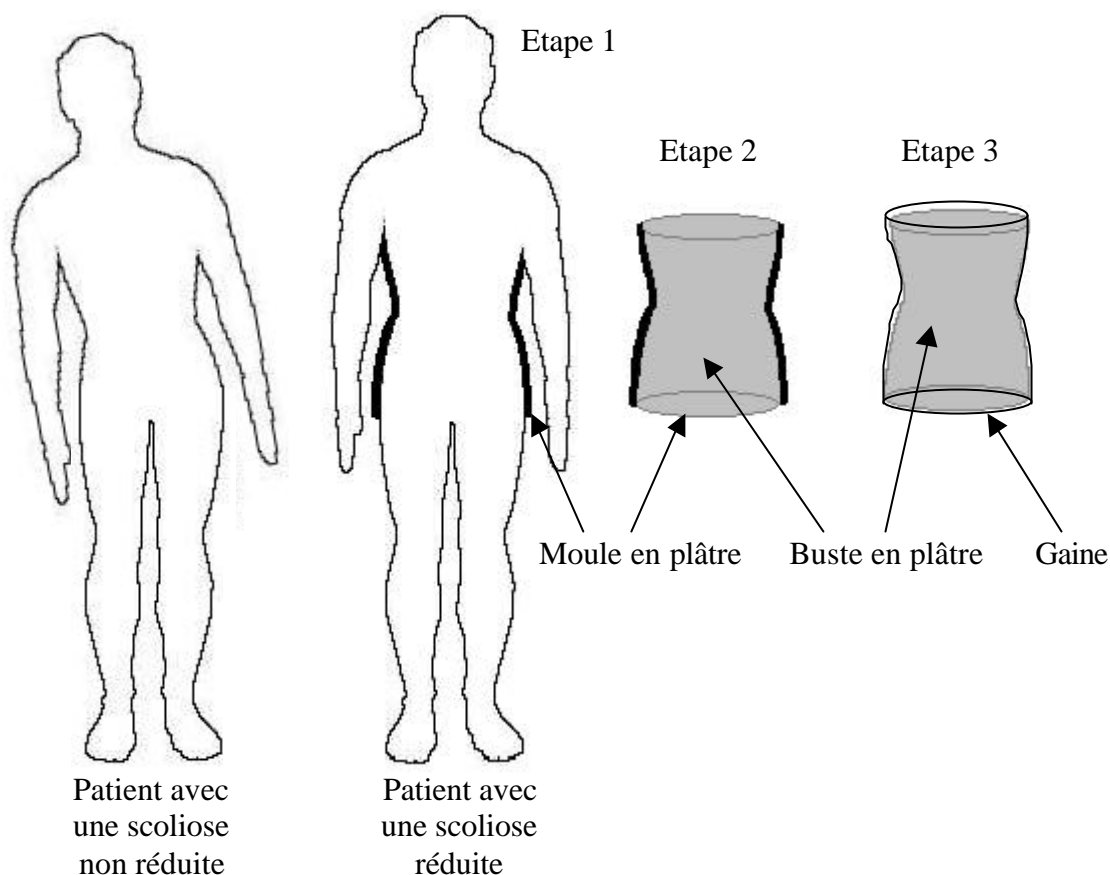


Figure 3-45. Schéma de principe pour la fabrication d'une gaine de nos jours.

Pour une question d'éthique, nous n'avons pas réalisé les essais sur des patients, mais sur des bustes de plâtre qui nous ont été donnés par Monsieur le Docteur Louis-Etienne Gayet du service Orthopédie et Traumatologie du Centre Hospitalier Universitaire de Poitiers. Le banc expérimental photographié en figure 3-46 est utilisé pour étudier le relief du buste en plâtre. Nous pouvons y voir le vidéoprojecteur ainsi que la caméra CCD qui sont utilisés lors de cette manipulation. Une photographie ne représentant que le buste est présenté sur la figure 3-47.

En projetant une série de réseaux de traits verticaux à la surface du buste, nous pouvons obtenir plusieurs images permettant de déterminer le relief. L'une de ces images est représentée sur la figure 3-48. Nous pouvons déjà visualiser grossièrement la forme du relief simplement en observant la courbure des traits qui sont projetés. C'est l'objet lui-même qui introduit ces courbures en fonction du relief, que celui-ci soit concave ou convexe.

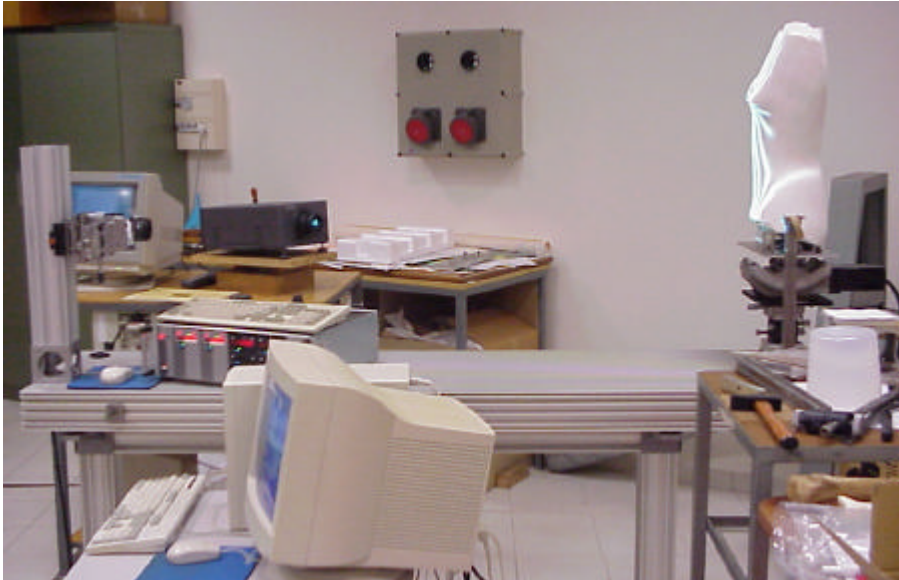


Figure 3-46.  
Photographie du banc expérimental de la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux, avec le buste en plâtre.



Figure 3-47. Photographie du dos du buste.

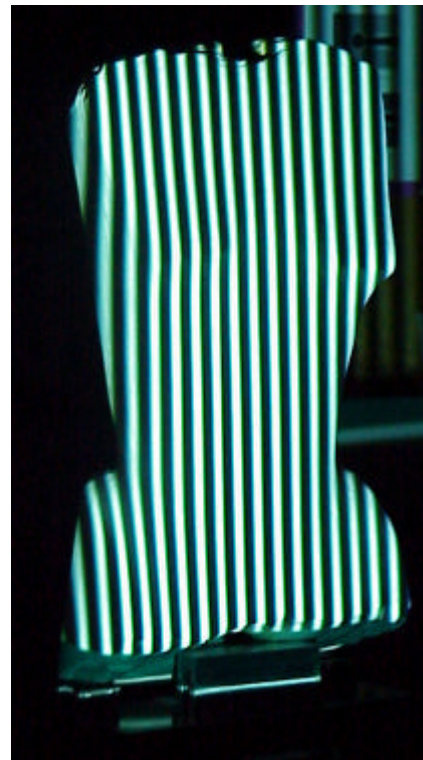


Figure 3-48. Exemple d'un réseau projeté sur le buste.

Le plateau de rotation sur lequel le buste est placé nous permet d'obtenir six prises de vue différentes. L'angle de rotation entre les prises de vue est de 60 degrés, ce qui nous donne un total de 24 images à acquérir. Nous obtiendrons donc 6 reliefs qui seront replacés les uns par rapport aux autres par l'intermédiaire d'une simple matrice de rotation.

Nous obtenons donc un ensemble de reliefs permettant d'obtenir le buste d'un point de vue volumique. Le volume représentant le relief est présenté sur la figure 3-49. Nous pouvons remarquer que les zones des hanches ne sont pas définies. Cela est dû au même problème que pour la statuette. La zone des hanches ne peut pas être observée par la caméra CCD, car la normale à leur surface est proche de l'axe de rotation. On ne peut donc pas réaliser de mesure de relief pour des zones que l'on ne peut pas observer. Pour remédier à ce problème, il faudrait ajouter un autre système de mesure correctement placé afin de pouvoir obtenir le détail des hanches.

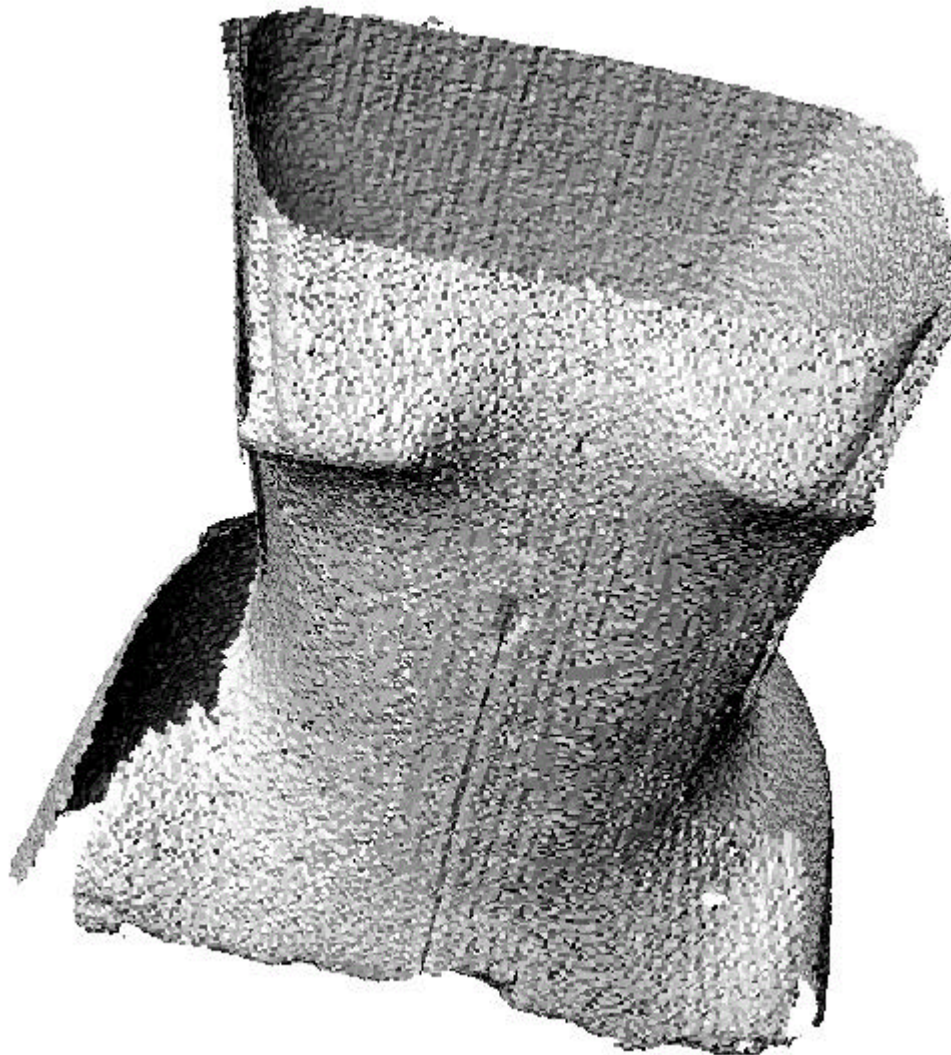


Figure 3-49. Relief du buste avec une représentation par facettes (DXF).

Dans le cadre d'une aide au diagnostic, une autre exploitation de cette technique de mesure peut être envisagée. En effet, nous avons aussi la possibilité d'obtenir le relief du dos sous une représentation en lignes de niveau [Brèque 2001]. Cette forme de visualisation est présentée sur la figure 3-50 avec le buste utilisé précédemment. Ce n'est qu'une autre

possibilité pour visualiser un relief tridimensionnel sur un plan. Par contre, nous ne pouvons représenter qu'une seule prise de vue. En l'occurrence, celle qui nous intéresse est celle qui correspond au dos du patient afin de pouvoir observer le niveau de gravité de la scoliose, que ce soit avant ou après intervention. Grâce aux lignes de niveau que nous pouvons observer sur la figure 3-50, le praticien peut déterminer le degré de la scoliose du patient et voir aussi dans quelles parties du corps se situe la dissymétrie. Nous pouvons aussi tracer le profil du relief du dos entre deux points définis par l'opérateur.

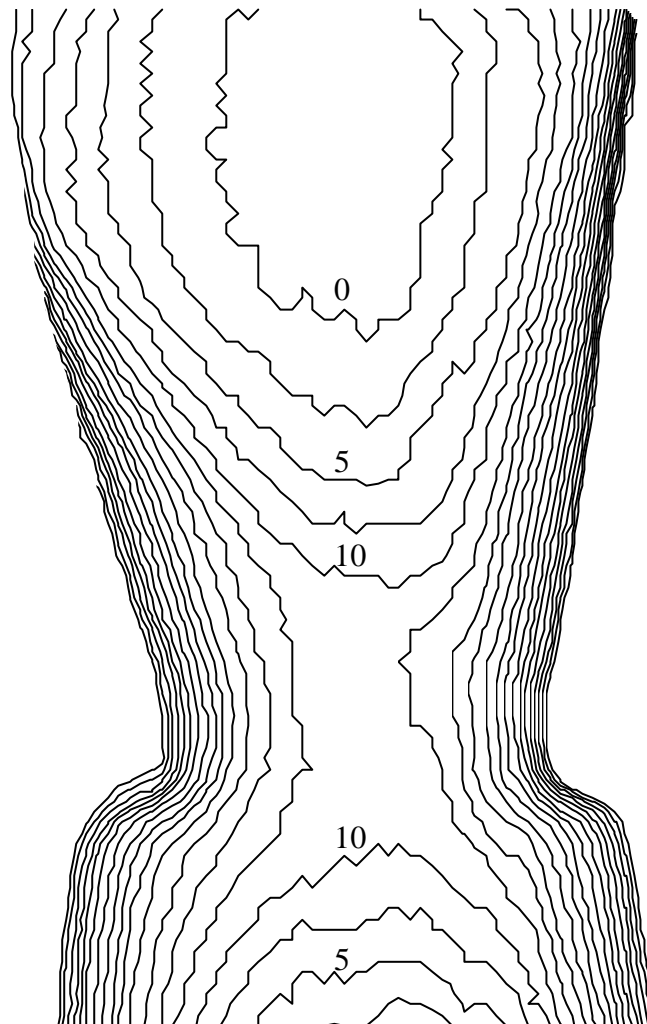


Figure 3-50. Représentation du relief du dos du buste avec des lignes de niveau (mm).

### **3-4-2. Mesure de relief sur la voûte plantaire et la paume de la main.**

La deuxième application de cette technique de mesure qui peut être envisagée est la mesure de relief d'une voûte plantaire. Cette application est assez proche de celle du dos comportant une scoliose. Mais dans ce cas, c'est une aide à la fabrication de chaussures orthopédiques qui peut être apportée grâce à une connaissance précise du pied. Dans ce cas aussi, le fichier numérique du relief de la voûte plantaire peut être transmis au fabricant à l'aide du réseau internet. Le pied utilisé pour cette manipulation est celui d'un être vivant. Nous aurions pu prendre un pied de mannequin en plastique, mais nous avons voulu nous rapprocher le plus possible des conditions d'utilisation dans le cas d'une éventuelle mise en œuvre en milieu réel.

Dans ce cas, il est difficile de faire tourner l'être humain sur lui-même, à moins de mettre en œuvre une machinerie lourde et complexe permettant la rotation de son pied. Il est alors préférable que ce soit l'ensemble composé du système d'observation et de projection qui tourne autour du pied du patient. Pour cela, il est toujours nécessaire d'avoir un système mécanique motorisé, mais beaucoup moins important que dans le cas où c'est le patient qui est mis en mouvement. L'autre solution qui peut aussi être envisagée consiste à multiplier le nombre de systèmes de projection et d'observation. Mais cette solution technologique implique un coût de mise en œuvre de cette méthode plus important que les autres choix possibles.

Nous n'avons alors simplement effectué qu'une seule prise de vue pour des raisons de mise en œuvre expliquées précédemment. Le relief ainsi obtenu est présenté sous forme de couleurs sur la figure 3-51 et avec une représentation par facettes (DXF) sur la figure 3-52. Le nuage de points qui définit le relief de la voûte plantaire est correct et ne possède pas d'ondulations importantes.

La deuxième application de morphologie biologique que nous avons effectuée est celle d'une main. Le but est de voir comment cette méthode se comporte avec des applications sur des sujets vivants. Le choix de la main est idéale, car c'est un organe du corps humain qu'il est difficile de garder immobile longtemps. Or cette méthode a la particularité de nécessiter l'immobilité de l'objet étudié pendant le temps d'acquisition des images.



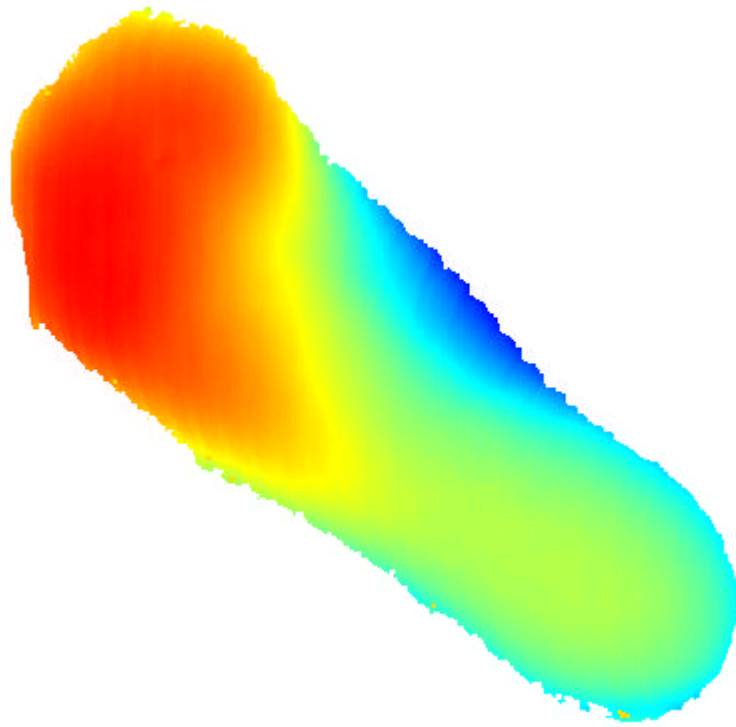


Figure 3-51. Relief d'une voûte plantaire représenté en niveau de couleurs.



Figure 3-52. Relief d'une voûte plantaire avec une représentation par facettes (DXF).

Le relief de la paume de la main est présenté sur la figure 3-53 sous forme de couleurs et sur la figure 3-54 avec une représentation par facettes (DXF). Nous pouvons observer un phénomène d'ondulations du relief au niveau des doigts. Il est encore plus visible lorsque nous visualisons le profil de la figure 3-55, qui correspond à celui de l'annulaire. Il est à noter que le relief a été calculé avec une technique de quasi-hétérodynage, c'est-à-dire avec quatre images de réseau afin de minimiser le temps d'acquisition.

Ce phénomène peut s'expliquer de la manière suivante : la main du sujet doit être immobile pendant toute la durée d'acquisition des quatre images. Or, il est difficile pour le patient de garder sa main complètement immobile, à cause des réflexes nerveux du corps humain. Le fait que le relief ne soit pas stable au cours de l'essai entraîne une légère fluctuation de la phase du réseau projeté sur la main. Pour remédier à ce problème, il suffirait de prévoir un dispositif permettant au patient d'appuyer sa main dessus afin de la rendre beaucoup plus immobile. De plus, le banc de montage qui a été réalisé pour mettre en œuvre cette technique de mesure n'en est qu'à un stade expérimental et n'est donc pas automatisé, le temps d'acquisition pour quatre images est de l'ordre d'une dizaine de secondes. La rapidité de l'acquisition et la mise en appui de la main permettraient d'atténuer considérablement ces ondulations.

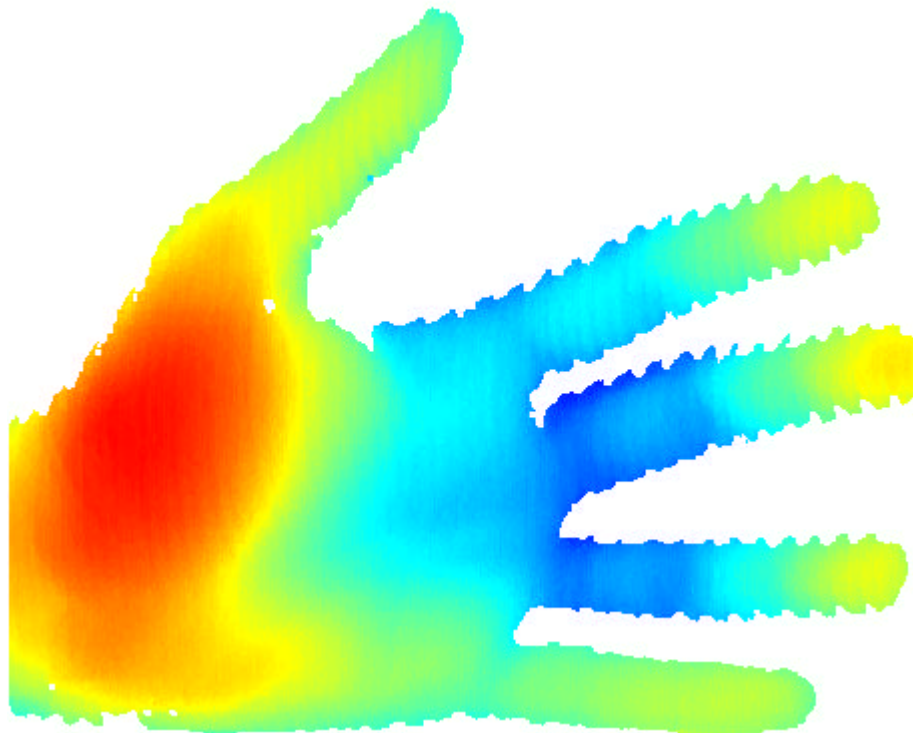


Figure 3-53. Relief d'une main représenté en niveau de couleurs.



Figure 3-54. Relief d'une main représenté avec une représentation par facettes (DXF).

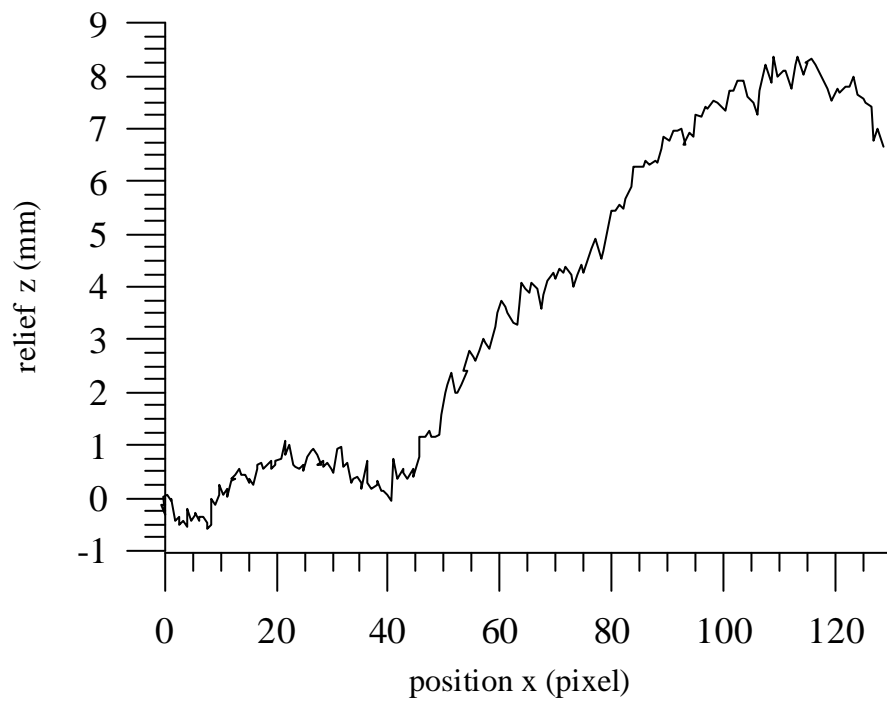


Figure 3-55. Profil de l'annulaire de la main.

### 3-4-3 Mesure de relief sur la partie distale du tibia.

Le but final de nos travaux étant de réaliser le maillage en éléments finis du corps humain, nous avons appliqué la technique de projection de réseaux sur la partie distale d'un tibia. Comme le montre le schéma de la figure 3-56, c'est la partie basse du tibia. Le tibia humain photographié sur la figure 3-57, utilisé pour notre essai, nous a été fourni par Monsieur le Docteur Louis-Etienne Gayet du service Orthopédie et Traumatologie du Centre Hospitalier Universitaire de Poitiers.

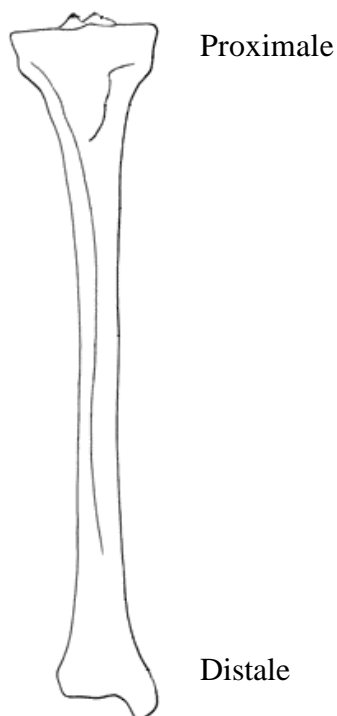


Figure 3-56. Vue centrale du tibia.

Figure 3-57. Photographie du tibia en distale.

L'os est placé sur le plateau de rotation de manière à ce que l'axe de rotation passe par le centre de l'os (zone médullaire), afin de minimiser les déplacements de l'os dans le plan de la caméra CCD. Cela nous permet d'avoir, quelle que soit la position angulaire du plateau, l'os au milieu de l'image. De plus, cela nous permet d'avoir la ligne représentant la frange initiale nécessaire pour le recalage, toujours projetée sur l'os.

L'objet étant de forme assez cylindrique, nous n'avons fait que huit angles de vue. Le relief obtenu est présenté sur la figure 3-58, avec une représentation par facettes (DXF). Nous pouvons là aussi remarquer, comme dans les exemples de la statuette de chat et du buste, que la technique ne permet pas de mesurer les surfaces qui sont proches d'un plan horizontal.



Figure 3-58. Relief complet de la partie distale du tibia.

Le maillage de la figure 3-58 représente une partie du tibia. La taille avec un format DXF est de 23 Mo. On peut tout de suite imaginer que la taille du fichier comprenant le maillage de la totalité du squelette humain est considérable. Il faut donc prévoir un poste de traitement permettant de supprimer les points redondants définis par deux ou plusieurs prises de vue. Si nous voulons réduire encore plus la taille des fichiers, nous avons la possibilité de diminuer la densité de points dans les zones qui ne nécessitent pas une grande résolution, comme par exemple le milieu du tibia.

## **3-5. Etude des phénomènes de discontinuité.**

### **3-5-1. Les zones de discontinuité.**

#### **3-5-1-1. Identification du problème de saut de franges entières.**

Les zones de discontinuité sont des points de l'image où le calcul de la valeur de la phase n'est pas possible. Elles sont généralement dues à un fort gradient du relief. Le masque de discontinuité basé sur la dérivée seconde permet de supprimer les zones de discontinuité, comme nous l'avons vu dans le sous-chapitre 2-3-3-6. Ce test permet de supprimer la plupart des problèmes de discontinuités rencontrés dans des cas concrets.

Néanmoins, il existe quelques cas où ce masque de discontinuités n'est pas suffisant. Nous nous sommes donc intéressé à ce problème que nous avons rencontré lors de nos essais expérimentaux précédents. Nous avons remarqué que deux surfaces, qui étaient à des niveaux de relief différents physiquement, donc séparées l'une de l'autre, pouvaient être associées. C'est en fait lors du recalage de phases que cette erreur intervient. Le processus de recalage ne détecte pas le saut de franges entières et considère que la phase est continue, ce qui n'est évidemment pas le cas.

Pour expliquer ce problème, nous allons nous aider de la figure 3-59. Dans le premier cas, la surface de l'objet est parfaitement plane, il n'y a aucun problème de discontinuités, car les franges sont homogènes. Dans le deuxième cas, l'objet possède bien une discontinuité, mais ce changement brutal du relief est visible sur l'image obtenue par la caméra CCD. Elle se traduit donc par un saut de phases significatif, donc détectable par le processus de détermination du masque de discontinuités. Le problème de saut de franges indécélable que nous voulons montrer est schématisé dans le troisième cas. Nous pouvons remarquer que pour une discontinuité donnée ( $\Delta Z$ ) et pour un pas de réseau projeté donné ( $P_{proj}$ ), l'image observée est la même que dans le premier cas. Il nous est donc impossible de savoir s'il y a une discontinuité ou non sur l'objet. Ce problème vient du fait que le réseau de traits projetés est sinusoïdal périodique.

Il est difficile de mettre en place une méthode permettant de déceler ce type de continuité, étant donné que l'on n'observe aucune différence entre les images prises par la caméra CCD dans les cas 1 et 3 de la figure 3-59. Néanmoins, nous avons vu

expérimentalement que la position par rapport à la caméra et au vidéoprojecteur était importante. Une bonne position permet, dans la plupart des cas, de diminuer le nombre de problèmes liés aux sauts de franges entières et aux zones d'ombre portée. Pour les formes d'objets complexes, cet artifice n'est pas suffisant pour remédier à ces problèmes. Il faut donc avoir un pas projeté adéquat afin d'éviter ce problème de saut d'ordre de franges entières.

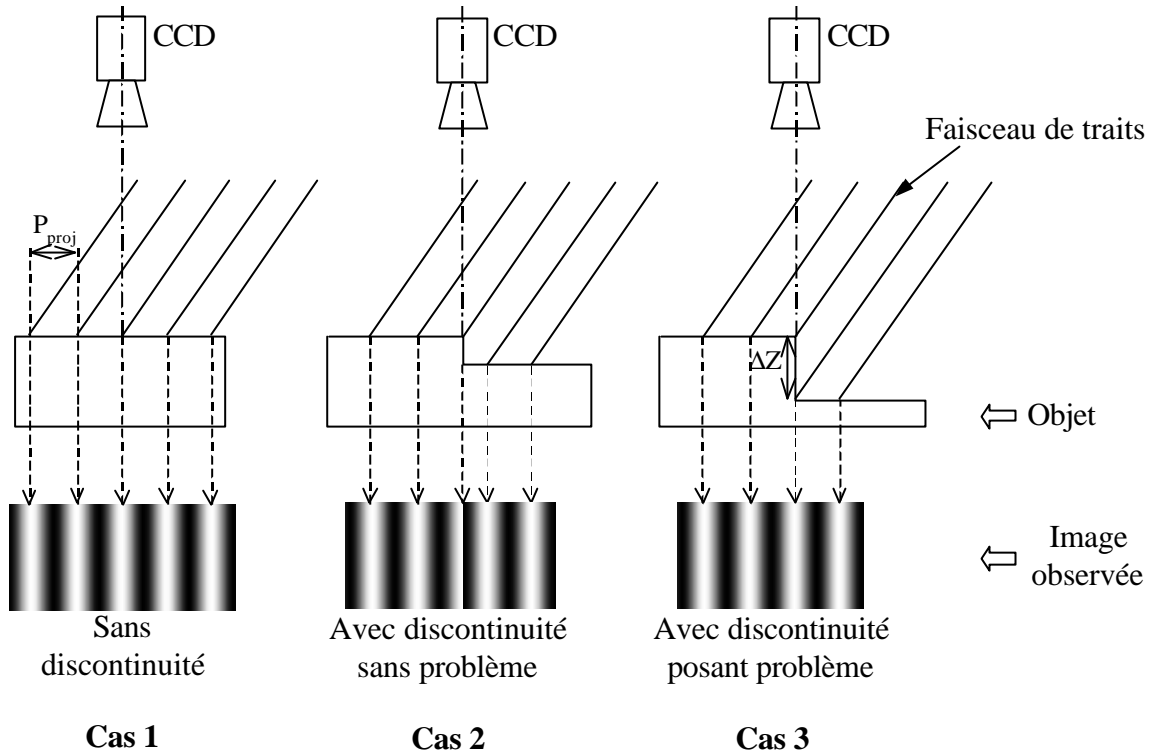


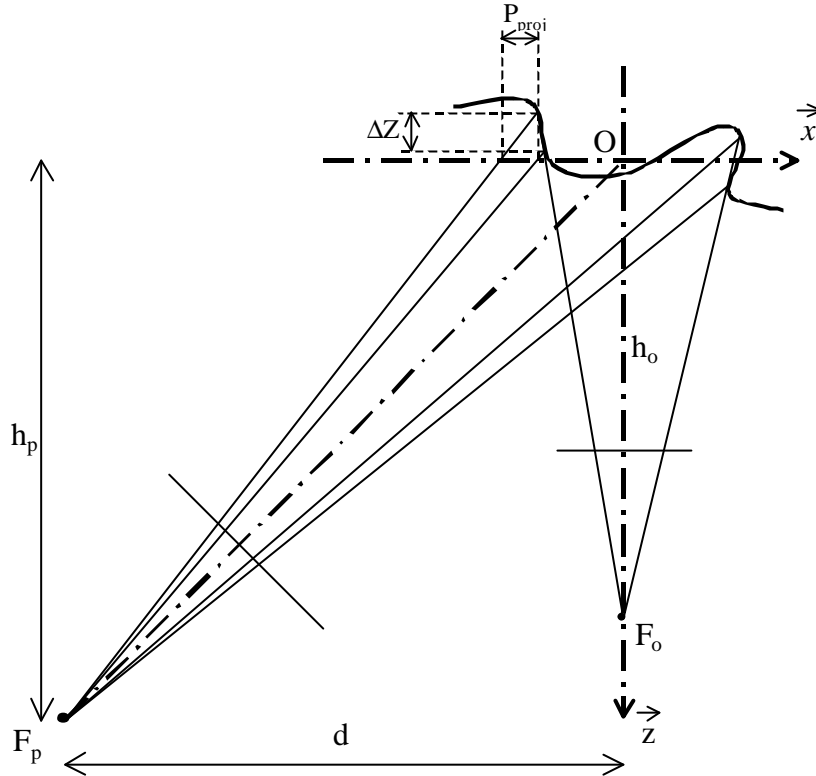
Figure 3-59. Schémas des cas rencontrés comportant des problèmes de discontinuités.

### 3-5-1-2. Choix adapté des paramètres du montage.

Le problème de saut de franges entières introduit de mauvais recalages de phases qui ne sont même pas détectables par une technique d'analyse d'images. Le paramètre géométrique le plus influent sur ce phénomène est le pas projeté ( $P_{proj}$ ), comme nous l'avons démontré dans la partie précédente. C'est donc ce paramètre que nous allons essayer de définir pour obtenir de meilleurs résultats.

Nous allons établir un abaque pour déterminer le pas du réseau projeté ( $P_{proj}$ ), à prendre ou à ne pas prendre, en fonction des discontinuités que possède l'objet. La particularité d'un abaque est de donner une fourchette dans laquelle la valeur exacte se situe. Le but est d'avoir

une valeur approximative le plus rapidement possible. Cet outil est surtout développé par les constructeurs, pour aider leurs clients dans leur choix de composants afin de perdre un minimum de temps.



3-60. Schéma de principe pour l'étude des discontinuités.

En se basant sur le schéma de principe du montage de la figure 3-60 et en appliquant le théorème de Thalès, nous établissons les deux relations suivantes :

$$\frac{x'+d}{h_p} = \frac{X-x'}{Z} \quad (\text{eq 3-1})$$

$$\frac{x}{h_o} = \frac{X-x}{Z} \quad (\text{eq 3-2})$$

avec :

$$P_{\text{proj}} = x - x' \quad (\text{eq 3-3})$$

Ces équations correspondent à la théorie dans le cas où l'hypothèse des faisceaux parallèles est considérée. Etant donné que nous voulons établir un abaque permettant de



déterminer rapidement une valeur approximative, il n'est pas aberrant d'utiliser cette hypothèse pour simplifier les équations.

Le relief peut alors s'exprimer à l'aide du pas projeté, des paramètres géométriques du montage et de la coordonnée  $x$ , ce qui nous donne, dans le cas d'une modélisation du montage plan, l'équation suivante :

$$Z = \frac{h_o \cdot h_p \cdot P_{\text{proj}}}{h_o \cdot d + h_o \cdot x - h_o \cdot P_{\text{proj}} - x \cdot h_p} \quad (\text{eq 3-4})$$

Il est à noter que cette équation est similaire à celle qui donne le relief dans le sous-chapitre 3-2-1. L'expression du pas du réseau projeté ( $P_{\text{proj}}$ ) qui en découle est donc la suivante :

$$P_{\text{proj}} = \frac{Z \cdot (h_o \cdot d + h_o \cdot x - h_p \cdot x)}{h_o \cdot (Z + h_p)} \quad (\text{eq 3-5})$$

Le problème que nous voulons éviter est de rencontrer des sauts de franges entières. Cela se traduit par une suppression d'une ou plusieurs franges entières qui est introduit par une discontinuité  $\Delta Z$ . Le numéro de la frange passe alors d'une valeur réelle  $n$  à une autre valeur réelle  $n+k$  où  $k$  est un entier correspondant au nombre de franges sautées. Ce que nous recherchons maintenant est le pas de réseau projeté ( $P_{\text{proj-prob}}$ ) à ne pas appliquer pour une discontinuité donnée. A partir de l'équation précédente, nous pouvons donc écrire la relation suivante :

$$P_{\text{proj-prob}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta Z}{\Delta Z + h_p} \left( d + x \cdot \left( \frac{h_o - h_p}{h_o} \right) \right) \quad (\text{eq 3-6})$$

Si l'on considère que la discontinuité  $\Delta Z$  peut se situer n'importe où sur l'objet, nous pouvons faire l'hypothèse que la coordonnée  $x$  maximale peut être considérée comme étant égale à la taille de l'objet divisé par deux. La relation devient alors :

$$P_{\text{proj-prob}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta Z}{\Delta Z + h_p} \left( d + \frac{\text{taille}}{2} \cdot \left( \frac{h_o - h_p}{h_o} \right) \right) \quad (\text{eq 3-7})$$

A partir de cette équation, nous avons établi l'abaque des figures 3-61-a et 3-61-b, permettant de déterminer le pas de réseau projeté à ne pas utiliser. Ils fonctionnent de la manière suivante.

Prenons le cas d'un montage standard possédant les caractéristiques suivantes :

$$h_o = 2000 \text{ mm} \quad h_p = 1000 \text{ mm} \quad d = 500 \text{ mm}$$

L'objet possède une taille de 100×100 mm et comporte des discontinuités sur l'ensemble du relief de  $\Delta Z=5$  mm.

Il faut commencer par calculer le coefficient  $h_o - h_p/2.h_o$ , puis à l'aide de l'abaque de la figure 3-61-a et en fonction de la taille de l'objet, le coefficient  $\tau$  est déterminé graphiquement. Dans notre exemple, le coefficient  $\tau$  est d'environ 25 mm. En l'additionnant avec le paramètre géométrique  $d$  et avec l'aide de l'abaque de la figure 3-61-b, nous pouvons déterminer le pas du réseau projeté inadapté ( $P_{\text{proj-prob}}$ ) en fonction du rapport  $h_p/\Delta Z$ , ce qui nous donne un pas de réseau inadapté d'environ 2,5 mm. Il ne faudra donc pas utiliser le pas de 2,5 mm, ni tous les sous-multiples de 2,5 mm.

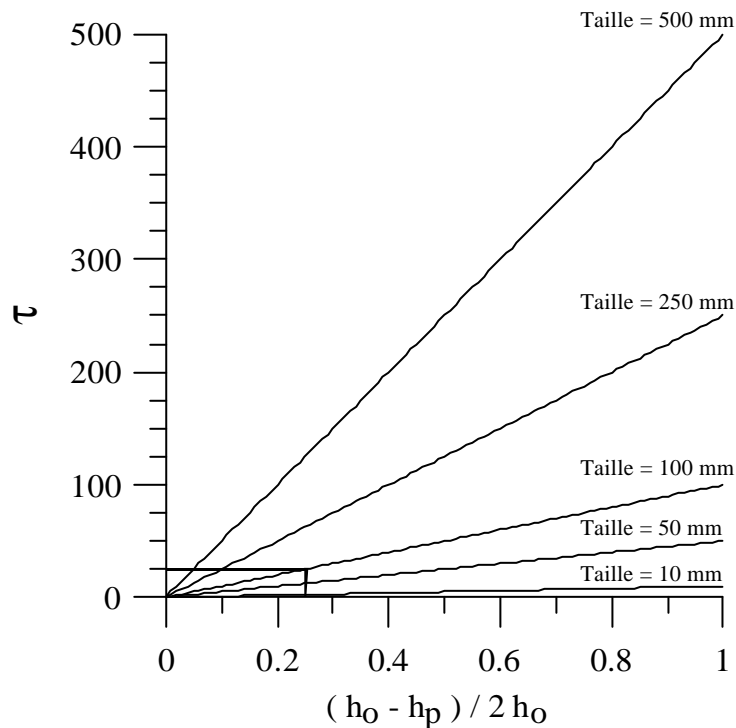


Figure 3-61-a. Premier abaque pour le choix du pas de réseau projeté ( $P_{\text{proj}}$ ) en fonction de la taille de l'objet, des paramètres du montage et de la profondeur de la discontinuité du relief.

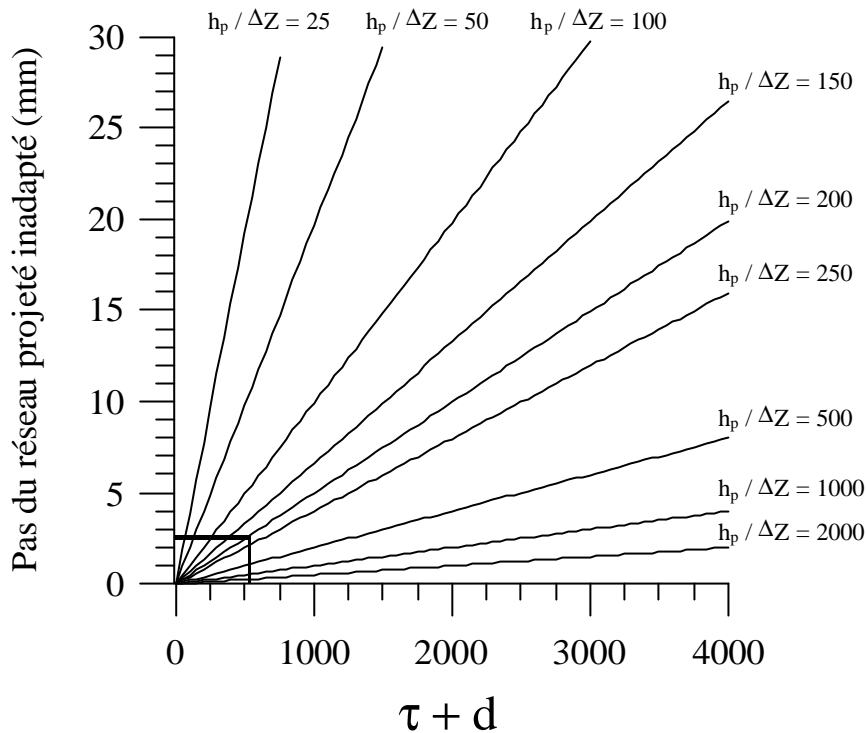


Figure 3-61-b. Deuxième abaque pour le choix du pas de réseau projeté ( $P_{proj}$ ) en fonction de la taille de l'objet, des paramètres du montage et de la profondeur de la discontinuité du relief.

C'est deux abaques ne couvrent pas tous les cas d'application qui peuvent être rencontrés dans la réalité. Ils ont été conçus pour répondre aux configurations de montage les plus courantes. Toutefois, si l'utilisateur en a besoin, il peut utiliser l'équation 3-7, qui a été utilisée pour la conception des abaques.

### 3-5-2. Application sur une pyramide mexicaine.

Pour mettre en évidence ces problèmes de sauts de franges indécélables, nous avons appliqué la technique de projection de franges sur une pyramide mexicaine photographiée sur la figure 3-62. C'est un objet de forme très complexe, donc idéal pour notre étude. Cet objet a déjà été étudié avec une technique de moiré d'ombre par Lu *et al.* [Lu 2000].

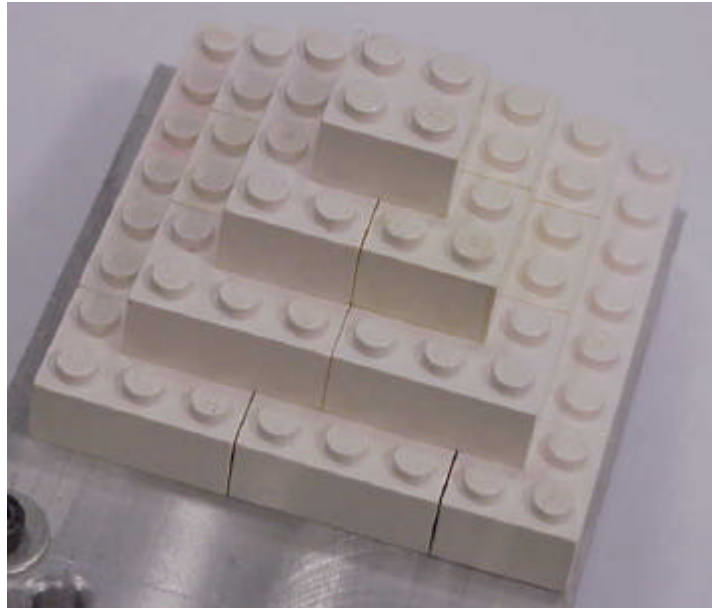
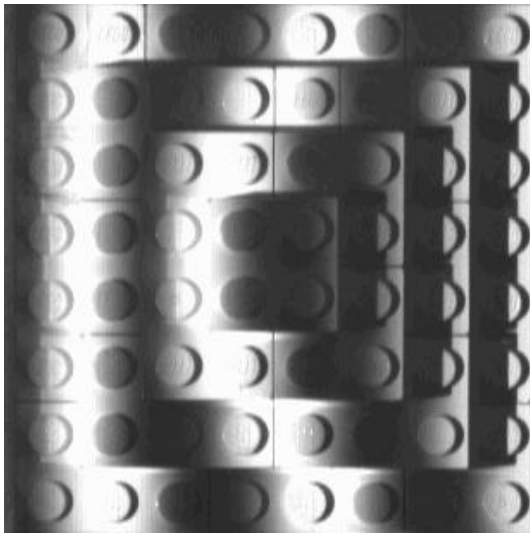
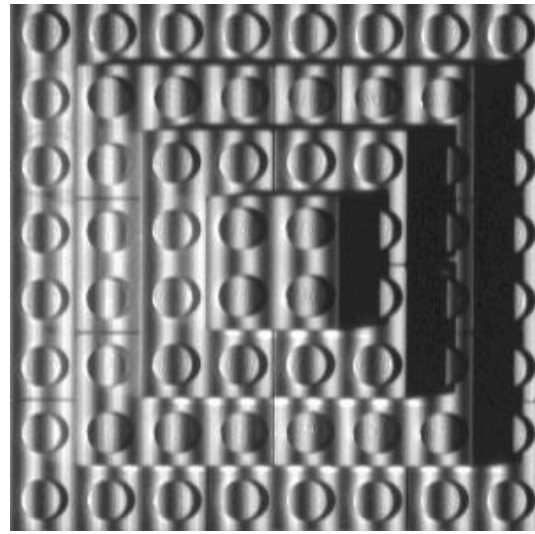


Figure 3-62. Photographie de la pyramide mexicaine composée de LEGO®.

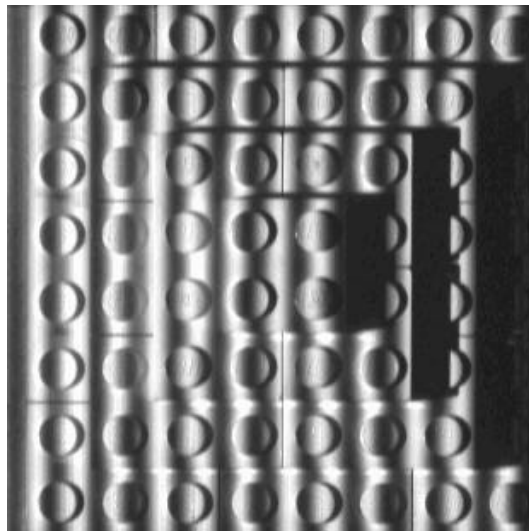
Nous avons donc projeté sur la surface de la pyramide mexicaine des réseaux avec des pas différents. Les images ainsi obtenues sont présentées sur la figure 3-63. Dans le cas a) le pas projeté est surdimensionné, ce qui entraîne une mauvaise exactitude sur le relief obtenu, mais par contre, aucun problème de sauts de franges entières n'est à craindre. Dans les cas b) et c) le pas du réseau projeté est plus petit, l'exactitude est donc meilleure que dans le cas précédent. Mais dans le cas c) le pas du réseau projeté ( $P_{proj}$ ) est très mal adapté, car nous distinguons mal les décalages de franges introduits par les marches de la pyramide mexicaine. L'image obtenue dans ce cas ressemble à celle d'un objet plan. Cet exemple montre bien l'importance du choix du pas du réseau projeté ( $P_{proj}$ ).



a) Pas projeté important qui donne un  $P_{\text{proj}} \approx 25$  mm.



b) Pas projeté fin et mieux adapté  $P_{\text{proj}} \approx 4,5$  mm.



c) Pas projeté fin mais inadapté  $P_{\text{proj}} \approx 6$  mm.

Figure 3-63. Trois exemples de franges projetées sur une pyramide mexicaine : a) pas projeté grossier, b) pas projeté fin et adapté, c) pas projeté fin et inadapté.

Pour montrer l'efficacité des abaques que nous avons développés, nous les avons appliqués à la pyramide. Sa base carrée est de 65 mm de côté et possède quatre marches d'une hauteur entre deux niveaux de 9,5 mm. La procédure de calibrage donne les paramètres géométriques suivants :

$$d \approx 290 \text{ mm} \quad h_p \approx 490 \text{ mm} \quad h_o \approx 1430 \text{ mm} \quad P_r/f_p \approx 6.193e^{-3}$$

En effectuant les différentes applications numériques avec ces données expérimentales et en utilisant les abaques des figures 3-64-a et 3-64-b, nous obtenons les résultats suivants :

$$\frac{h_o - h_p}{2.h_o} \approx 0.3290 \quad \tau \approx 20 \quad \frac{h_p}{\Delta Z} \approx 51$$

Cela nous donne un pas de réseau projeté inadapté, d'après les abaques, d'environ 6 mm. Il faut donc éviter de prendre, pour cette configuration de montage, ce pas projeté inadapté, au niveau du plan de référence, ainsi que tous les sous-multiples entiers (k) de ce pas.

Le meilleur pas projeté qui peut être pris pour éviter ces problèmes dans ce cas-là, est le suivant :  $P_{proj} = 0,75 \times P_{proj-prob} \approx 4,5 \text{ mm}$

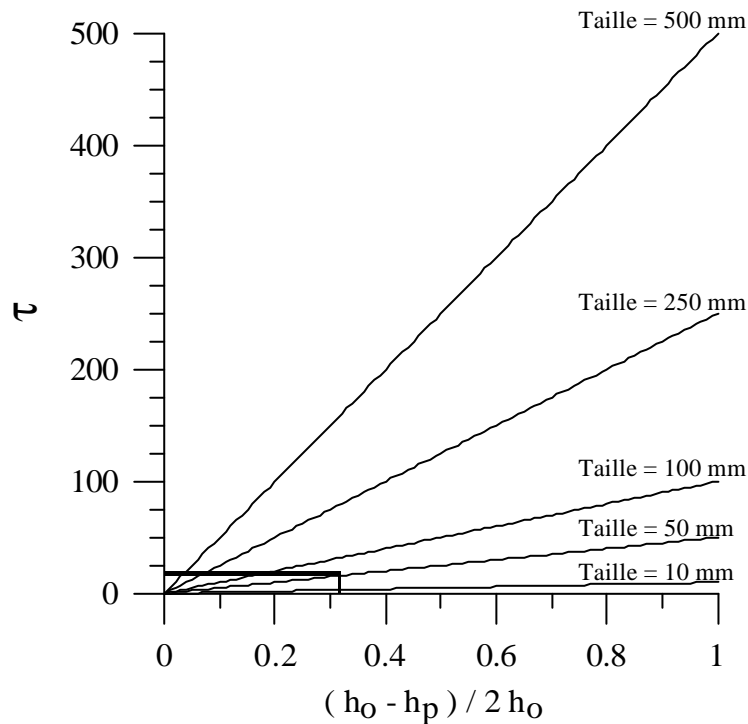


Figure 3-64-a. Premier abaque pour le choix du pas du réseau projeté sur la pyramide mexicaine avec comme coefficient  $h_o - h_p / 2.h_o \approx 0,329$ .

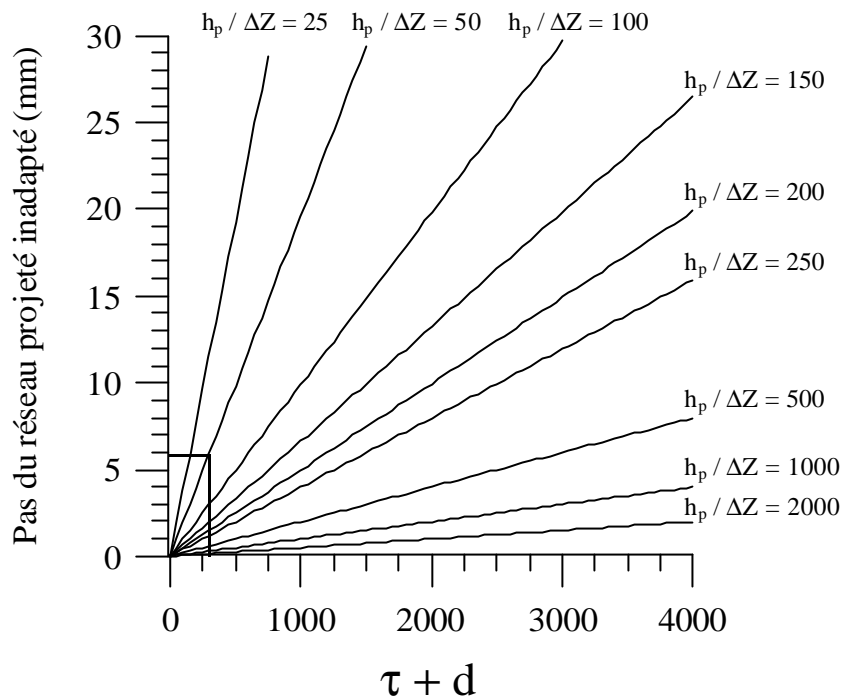


Figure 3-64-b. Deuxième abaque pour le choix du pas du réseau projeté sur la pyramide mexicaine avec comme coefficient  $\tau + d \approx 310$  mm.

Pour notre cas de la pyramide mexicaine, nous avons donc utilisé un pas de réseau projeté d'environ 4,5 mm au niveau du plan de référence (figure 3-66-b).

L'astuce pour la mesure de relief de cet objet consiste à appliquer les différentes procédures de la technique de mesure sur chacun des étages indépendamment les uns des autres. Nous obtenons alors le relief des quatre marches par rapport à un même repère. Cela n'augmente pas la quantité d'images à acquérir, puisque les quatre images nécessaires sont simplement utilisées plusieurs fois, avec à chaque fois, une zone traitée différente.

Chaque relief des différentes marches est représenté sur la figure 3-65. Nous pouvons remarquer que les petits plots, typiques de LEGO<sup>®</sup>, qui sont repartis sur la surface de chaque marche, ne sont pas complètement définis. Cela provient des zones d'ombre visibles sur la figure 3-63 qui ne sont pas éclairées par le vidéoprojecteur.

En additionnant les quatre surfaces déterminées précédemment, nous obtenons le relief réel de la pyramide mexicaine. Le résultat de cette addition est visible, sous plusieurs angles, sur la figure 3-66.

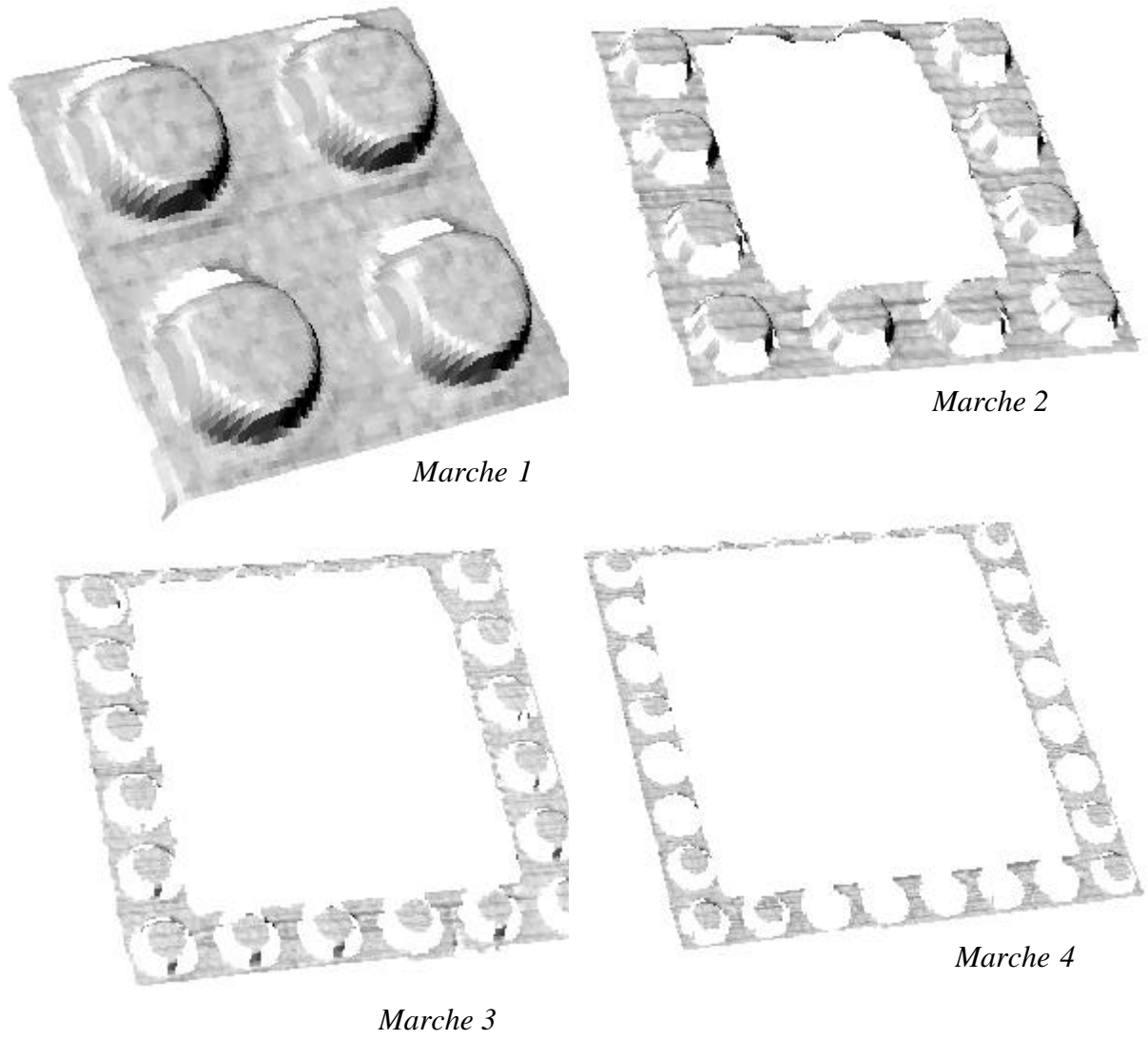


Figure 3-65. Relief de la pyramide mexicaine marche par marche.



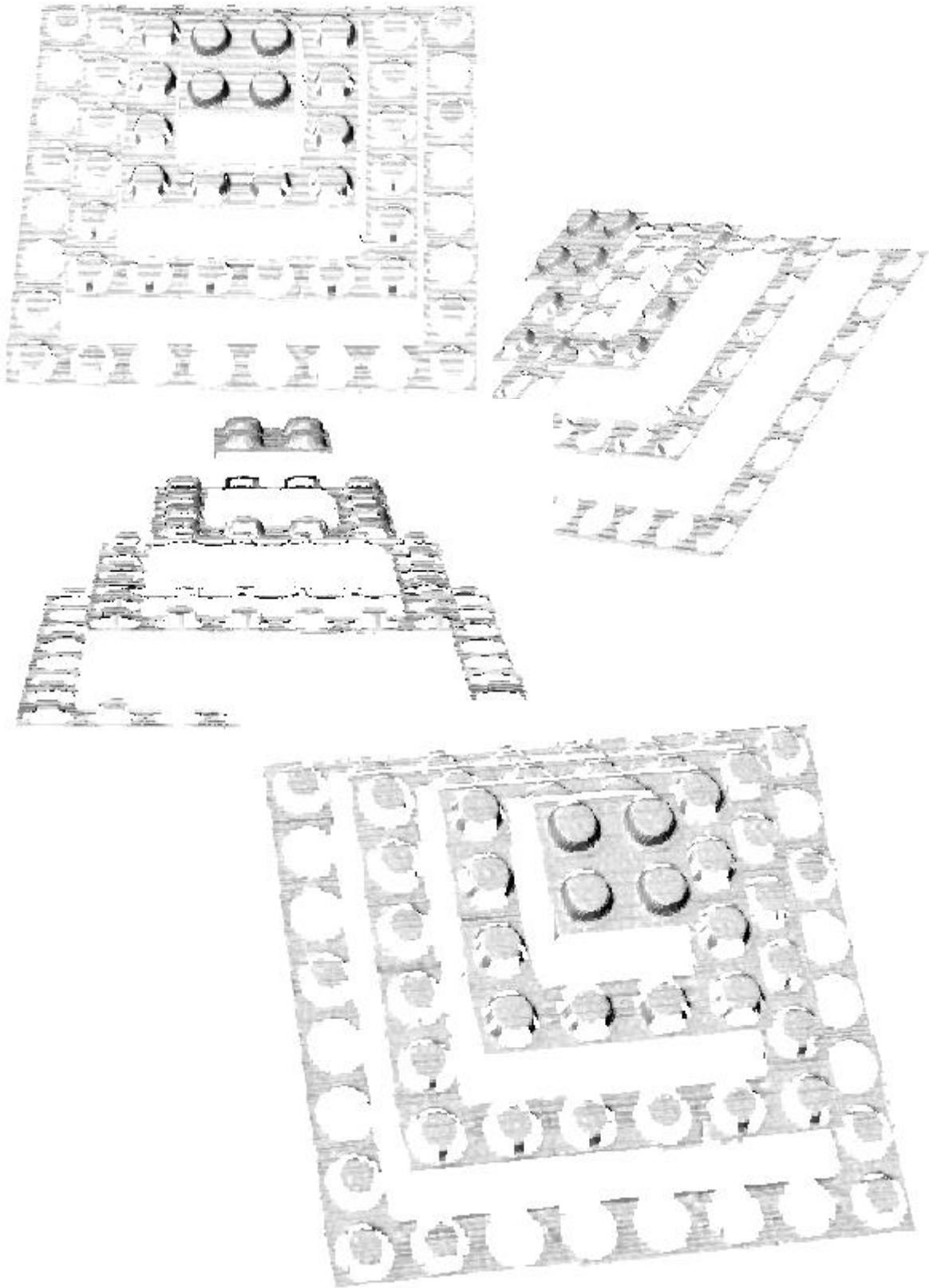


Figure 3-66. Relief total de la pyramide mexicaine.

Dans le cas où le pas projeté serait inadapté, nous avons vu que le résultat pouvait être aberrant. Dans le pire des cas, la technique de mesure ne pourrait même pas détecter les marches de la pyramide. Le résultat obtenu serait donc un plan comportant des petits plots, comme le montre la figure 3-67.

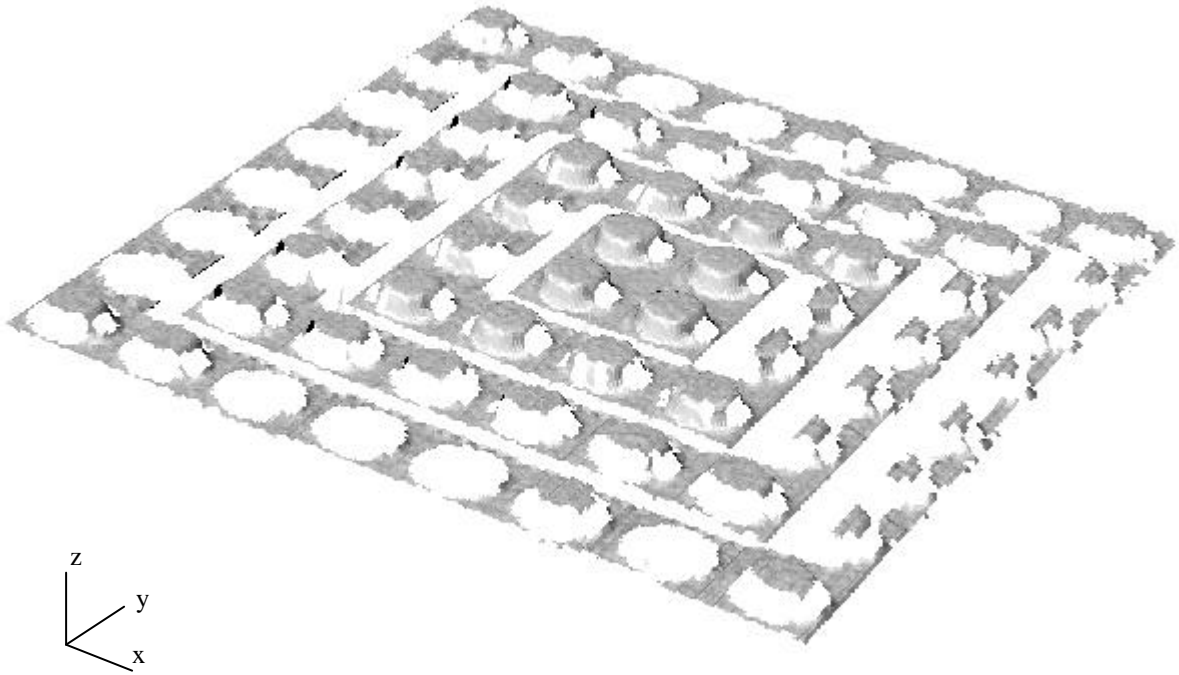


Figure 3-67. Pyramide mexicaine avec un problème de sauts de franges entières.

## **PARTIE II**

### **La mesure de grandeurs mécaniques**

*Rapport-gratuit.com*   
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

# **Chapitre 1**

## **Méthodes expérimentales pour la caractérisation mécanique d'organes biologiques**



### **1-1. Etat de l'art sur la caractérisation des organes biologiques.**

Nous avons trouvé dans la littérature un certain nombre de données sur les caractéristiques mécaniques des organes biologiques, le plus grand nombre étant publié dans la revue « *Journal of Biomechanics* ». Dans le domaine de la biomécanique animale et humaine, nous pouvons différencier les études cellulaires et tissulaires et celles sur les mouvements, les fluides et les transferts.

Pour établir les lois de comportement qui sont, par exemple, nécessaires pour la conception d'un humanoïde virtuel, soumis à des crash tests virtuels, nous avons besoin de connaître les caractéristiques mécaniques de chaque organe qui compose le corps humain. C'est dans ce domaine que les données bibliographiques se font les plus rares. La rareté des données sur les caractéristiques mécaniques des organes du corps humain est due au fait que les essais expérimentaux *in vivo* sont difficilement réalisables. Les études se font généralement sur des organes sortis de leur environnement naturel et donc pas rigoureusement représentatifs de la réalité. Nous allons donc maintenant présenter quelques études que nous pouvons trouver dans la littérature.

Dans le domaine animalier, nous pouvons citer les travaux de Liao et Belkoff [Liao 1999] sur des ligaments de lapin. La mesure globale sur une série de ligaments de lapin blanc de Nouvelle-Zélande leur a permis de déterminer un module de Young de  $512 \pm 96$  Mpa pour des sujets âgés de 4 mois et de  $435 \pm 96$  MPa pour des sujets de 7 mois. A partir de ces résultats, ils ont établi une loi de comportement élastique pour leurs simulations numériques. Cette hypothèse n'est cependant valable que dans le domaine élastique.

Une autre étude que nous pouvons évoquer est celle réalisée par Zhang *et al.* [Zhang 2002] qui porte sur la caractérisation des artères de deux races bovines. A l'aide de la technique de mesure optique de corrélation, ils ont mesuré le module de Young, qui est, d'après leurs résultats, compris entre 183 KPa et 212 KPa. Ces exemples montrent la différence des caractéristiques mécaniques entre un même organe, mais ayant des fonctions différentes.

En ce qui concerne l'étude de la peau humaine, les travaux de Barbenel et Evans [Barbenel 1977], ainsi que ceux de Christensen *et al.* [Christensen 1977] ont démontré le comportement viscoélastique. Nous pouvons ajouter à cela les travaux d'Alexander et Cook [Alexander 1977] qui ont mis en évidence le comportement élastique non linéaire de ce tissu. Le plus grand nombre de travaux sur la peau humaine a surtout été réalisé par des dermatologues. Dans ce domaine, nous pouvons citer la revue « *Journal of Investigative Dermatology* ». A cela, nous pouvons ajouter les travaux expérimentaux de Miller et Chinzei [Miller 1997] qui ont pris en compte la vitesse dans leurs lois de comportement.

Il existe aussi des travaux expérimentaux concernant les ligaments et les tendons qui sont par exemple réalisés pour l'amélioration des performances sportives. Nous pouvons citer ceux de Nommersteeg *et al.* [Nommersteeg 1996] qui proposent des courbes de réponse force/déformation de forme exponentielle et une comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par des simulations numériques. Ces travaux ont été réalisés sur les ligaments du genou. Une autre étude portant sur le tendon d'Achille et les ligaments de la cheville a été réalisée par Wallenblöck *et al.* [Wallenblöck 1995]. Ils ont décomposé les forces actives et passives qui interviennent lors d'un saut en extension dans le tendon d'Achille et les ligaments. Pour cela, ils se sont servis des données fournies par plusieurs auteurs qui diffèrent très largement. Cronkit [Cronkit 1936] a dit que l'effort maximum dans un tendon peut être de 125 MPa, tandis que Stucke [Stucke 1950] donne une valeur de 60MPa pour des sujets morts. En examinant des sauts acrobatiques, Grafe [Grafe 1969] a montré que le tendon d'Achille pouvait soutenir, en moyenne, une charge dynamique de 5300 N, ce qui nous donne une contrainte de 65 MPa pour une section du tendon de 81 mm<sup>2</sup>. Quant à Wilhelm [Wilhelm 1975], il a déterminé une contrainte maximale de 40 à 60 MPa en statique et de 91MPa en dynamique. Plus récemment, à l'aide d'un système implanté, Komi [Komi 1984] a mesuré une contrainte maximale de 111 MPa sans provoquer la rupture du tendon d'Achille. Ayant toutes ces données, Wallenblöck *et al.* [Wallenblöck 1995] ont choisi une limite de contrainte à la rupture de 120 MPa.

D'autres types de tendons ont été étudiés. Par exemple, pour ceux du poignet, il y a les travaux de Loren et Lieber [Loren 1995]. Ils proposent, eux aussi, des courbes de comportement de forme exponentielle. Le module longitudinal qu'ils proposent est global et varie en fonction du tendon considéré. La valeur de ce module varie de 726.1±73.5 MPa pour un tendon donné à 438.1±93.7 MPa pour un autre. En contradiction avec ces données expérimentales, nous avons les travaux de Schechtman et Bader [Schechtman 1997] qui donnent une limite de rupture du tendon entre le pied et la cheville de 101.3 MPa avec une déformation maximale de 16%. Par contre, ils ont des courbes de comportement ayant la même forme exponentielle. Nous obtenons donc, d'après les données bibliographiques, une contrainte à la rupture variant du simple au quadruple au moins.



Généralement, les études biomécaniques portent sur un organe et sont réalisées globalement, c'est-à-dire que les déformations sont déterminées par deux points de mesure qui sont souvent situés aux extrémités. C'est donc l'hypothèse d'un organe homogène qui est imposée lors de l'utilisation de cette méthode de mesure. De plus, nous pouvons voir qu'en fonction des années des études, les valeurs des caractéristiques mécaniques varient, cela peut être expliqué par l'apparition des nouvelles techniques de mesure qui sont à notre disposition ou bien que les sujets sur lesquels ont été faits ces essais possédaient des caractéristiques différentes, comme par exemple l'âge ou la morphologie.

Nous pouvons trouver, dans la littérature, d'autres études pour chaque organe qui compose le corps humain. Généralement, ces autres essais sont aussi d'un point de vue global. Par exemple, ce sont les myographes isométriques et isotoniques, comme ceux des figures 1-1 et 1-2, qui sont utilisés pour déterminer la courbe expérimentale du comportement des muscles.

En conclusion, ces études sont généralement globales, car il est pratiquement impossible de disposer un capteur sur une surface biologique. Etant donné la structure hétérogène des organes, il serait souhaitable de pouvoir réaliser des mesures locales ou sur champ. C'est pourquoi, pour la suite, nous détaillerons les méthodes optiques.

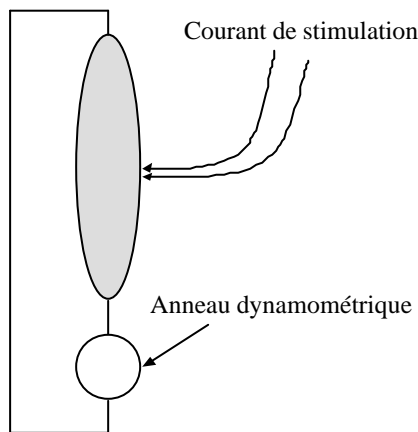


Figure 1-1. Myographe isométrique  
[Dauzat 1992].

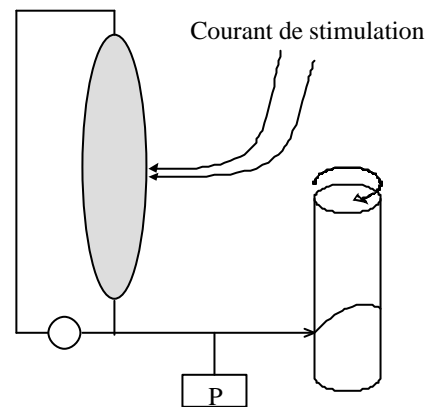


Figure 1-2. Myographe isotonique  
[Dauzat 1992].

## **1-2. Les techniques optiques de mesure pour l'étude des organes biologiques.**

Les méthodes optiques permettant de mesurer des grandeurs mécaniques sont nombreuses. Elles ont l'avantage d'être sans contact, ce qui permet d'effectuer des mesures sans perturber le comportement du matériau étudié. Elles sont généralement employées pour l'étude mécanique des matériaux que nous pouvons qualifier de peu ordinaires ou non traditionnels. En effet, pour l'étude des aciers et d'autres métaux, des techniques traditionnelles sont généralement préconisées, telles que les jauges de déformation, qui restent très performantes du point de vue de l'exactitude. Les méthodes optiques seront en revanche utilisées pour des matériaux sur lesquels il est impossible de coller une jauge de déformation ou qui subissent de grandes modifications de structure.

Comme travaux mettant en œuvre des méthodes optiques pour l'étude de matériaux dits non traditionnels, nous pouvons citer ceux de Denis [Denis 2000] qui a étudié les caractéristiques mécaniques du système racinaire du pied de maïs à l'aide de la technique de suivi de marqueurs. Dans ce cas, il aurait été difficile de coller un capteur sur une racine de maïs sans que celle-ci ne soit perturbée au niveau de son comportement. Il existe d'autres domaines d'application des méthodes optiques comme, par exemple, les polymères avec les travaux de Dupré [Dupré 1992] et Tie Bi [Tie Bi 2000], ou bien le carton ondulé avec les travaux de Duval [Duval 1999]. Tous les travaux cités ont été réalisés au sein de notre équipe de Photomécanique et Rhéologie du Laboratoire de Mécanique des Solides.

Nous allons maintenant faire l'inventaire des différentes méthodes de mesure optique qui sont à notre disposition pour l'étude du comportement d'organes biologiques [Brèque 1999]. Les différentes méthodes optiques que nous allons évoquer permettent de mesurer soit des déplacements, soit des déformations ou bien des contraintes. Leurs principes, ainsi que leurs performances, seront brièvement exposés.

Le choix d'une méthode se fait généralement en fonction de la nature des matériaux étudiés et des grandeurs mécaniques (déplacements, déformations ou contraintes) que nous désirons mesurer.

Pour la mesure de déplacements, nous avons à notre disposition la technique du moiré de pas voisin qui consiste à superposer deux réseaux de traits (initial et déformé). Le réseau déformé doit suivre les déformations de l'objet étudié.

La méthode de diffraction peut être envisagée. Le phénomène de diffraction se produit lorsqu'un faisceau laser rencontre un réseau de traits de forte densité ( $\approx > 10$  traits/mm). Le faisceau laser se décompose alors en une série de faisceaux. L'angle d'inclinaison de ces faisceaux permet de déterminer les déformations que subit le réseau de traits entre deux états de sollicitation de l'objet. Il faut donc que le réseau soit impérativement solidaire de l'objet. Ce même phénomène de diffraction est utilisé dans la méthode du moiré interférométrique, qui permet de mesurer des champs de déplacement. Il existe des techniques à base d'interférométrie. Rappelons que cette technique consiste à faire interférer deux faisceaux lumineux, les franges d'interférométrie obtenues étant proportionnelles à la différence de marche entre ces faisceaux. Cette technique permet de déterminer le relief ou les variations de volume (interféromètres de Michelson et de Mach-Zehnder) [Humbert 2000].

En ce qui concerne la technique de photoélasticimétrie, elle analyse les variations d'indice d'un matériau homogène transparent afin d'obtenir les contraintes.

Ces différentes techniques ne seront pas retenues, car elles utilisent dans leur principe soit un réseau de traits solidaires de l'objet (collé, gravé ou déposé), soit une surface réfléchissante ou bien des matériaux transparents. Elles ne sont donc pas envisageables pour l'étude des organes biologiques.

Dans les techniques qui peuvent, a priori, s'adapter aux organes, citons la corrélation qui permet de mesurer des déplacements plans. Cette méthode a été mise en œuvre par Zhang *et al.* [Zhang 2002] et Vescovo *et al.* [Vescovo 2000]. La corrélation permet de mesurer les translations planes d'un objet qui ne changent pas de forme entre deux états de sollicitation. Elle s'applique sur un champ de granularité, comme par exemple celui de la figure 1-3. Comme l'éprouvette déformée ne présente pas les mêmes déplacements en chaque point, il faut donc diviser l'image en petites zones décalées les unes par rapport aux autres, appelées « *fenêtre de corrélation* » (figure 1-3). Le déplacement est alors représenté au centre de la fenêtre de corrélation qui lui est associé. Le champ de déformation s'obtient par dérivation. Rappelons que la dérivation amplifie le bruit de la mesure.

Un exemple d'application de cette méthode sur de la peau de porc est présenté sur la figure 1-4 [Brèque 1999]. Nous pouvons voir que dans le cas de petits déplacements (T1 à T3), cette technique fonctionne correctement. Mais lorsque la surface du matériau subit des déplacements de grande amplitude, la méthode de corrélation est mise en défaut, comme le montrent les graphiques des vecteurs déplacements de la figure 1-3 aux instants T5 et T6. Nous obtenons des points pour lesquels le déplacement est indéterminé ou erroné. Cette

technique est donc sensible au problème de décorrélation qui apparaît lorsque les deux images que nous devons comparer ne peuvent se déduire l'une de l'autre par une translation. Il y aura décorrélation lorsqu'il y aura entre deux états : une modification importante de l'intensité lumineuse, une translation hors plan, une rotation suivant l'axe d'observation, une rotation hors plan ou une grande déformation.

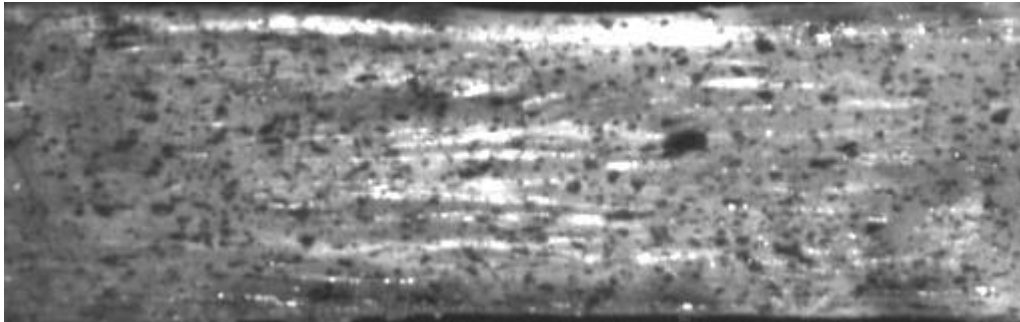


Figure 1-3. Image d'un champ de granularité sur de la peau de porc pour la mise en œuvre de la technique de corrélation [Brèque 1999].

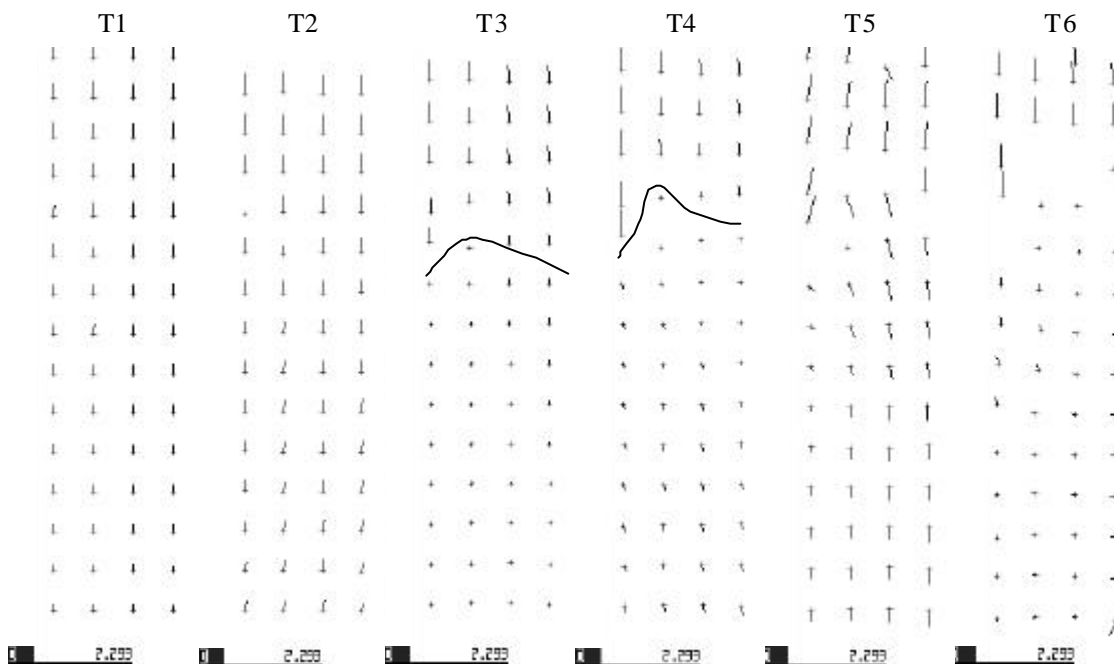


Figure 1-4. Résultats obtenus par la corrélation sur de la couenne de porc [Brèque 1999].

Après un bilan des méthodes optiques de mesure, nous nous sommes orienté sur la technique de suivi de marqueurs qui permet de mesurer directement les déformations

ponctuelles ou sur un champ en suivant le déplacement relatif de quatre taches. Cette technique peut être mise en œuvre pour des grandes déformations sans problème de décorrélation. Il est à noter que le dépôt de marqueurs sous forme de taches à la surface est assez simple à réaliser.

La technique de suivi de marqueurs a déjà été employée pour l'étude des tendons de cheval par Crevier *et al.* [Crevier 1995]. A l'aide de cette technique, ils ont pu mesurer les déformations longitudinales entre deux marqueurs. Ces marqueurs ont été réalisés en enfonçant des épingles à tête dans les tendons. D'après eux, cette solution de réalisation des marqueurs ne perturbe pas la mesure puisque la structure de ces organes est filandreuse.

### 1-3. Méthode de suivi de marqueurs.

La méthode de suivi de marqueurs est basée sur le calcul des coordonnées de quatre taches (figure 1-5) disposées à la surface de l'objet que nous voulons étudier. Elle permet d'effectuer la mesure de déformations planes. La base de mesure est celle qui est définie par les quatre taches. Par convention, l'intersection des droites passant par les taches détermine le point d'application des déformations calculées. La première étape de cette méthode est donc de déterminer les positions des taches, puis, en se basant sur la déformation d'un parallélogramme élémentaire, de calculer le tenseur gradient de la transformation  $\bar{\bar{F}}$ , puis le tenseur de Cauchy Green  $\bar{\bar{C}}$ , ainsi que celui de Green Lagrange  $\bar{\bar{E}}$ .

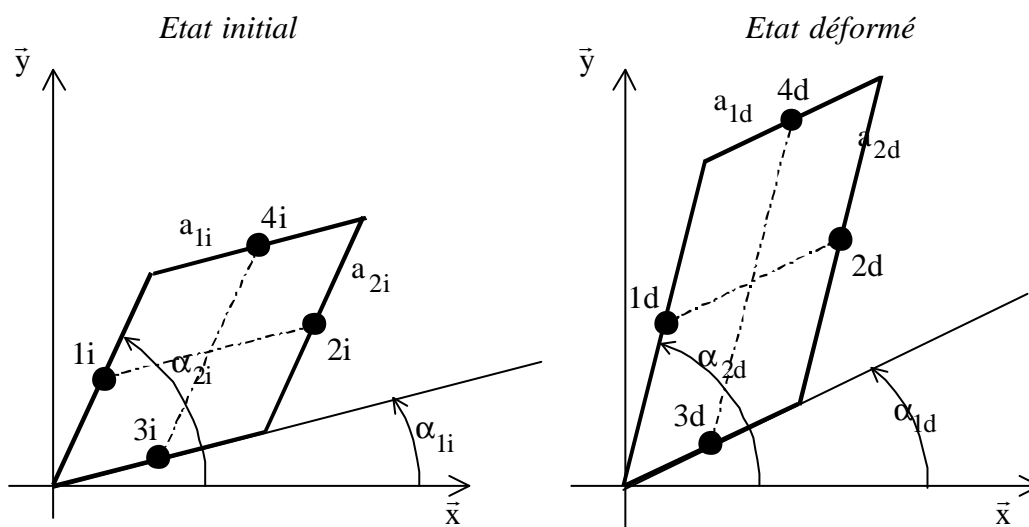


Figure 1-5. Schéma de principe de déformation d'un parallélogramme élémentaire.

### 1-3-1. Principe de déformation d'un parallélogramme élémentaire.

Soit un parallélogramme élémentaire défini par quatre taches comme le montre la figure 1-5. Pour le passage d'un état initial à un état déformé, nous obtenons deux parallélogrammes élémentaires. Le parallélogramme de l'état initial est défini par les paramètres  $a_{1i}$ ,  $a_{2i}$ ,  $\alpha_{1i}$ ,  $\alpha_{2i}$ . En ce qui concerne le parallélogramme de l'état déformé, il est caractérisé par  $a_{1d}$ ,  $a_{2d}$ ,  $\alpha_{1d}$ ,  $\alpha_{2d}$ .

En se basant sur la cinématique des grandes déformations de l'annexe 3 qui a été utilisée par Brémand [Brémand 1988] et Dupré [Dupré 1992], nous pouvons écrire le tenseur gradient de la transformation du parallélogramme élémentaire de la manière suivante :

$$\bar{\bar{F}} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 1-1})$$

avec comme coefficients :

$$F_{11} = \frac{a_{1d} \cdot \cos(\alpha_{1d}) \cdot \sin(\alpha_{2i})}{a_{1i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} - \frac{a_{2d} \cdot \cos(\alpha_{2d}) \cdot \sin(\alpha_{1i})}{a_{2i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} \quad (\text{eq. 1-2})$$

$$F_{12} = \frac{a_{2d} \cdot \cos(\alpha_{2d}) \cdot \cos(\alpha_{1i})}{a_{2i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} - \frac{a_{1d} \cdot \cos(\alpha_{1d}) \cdot \cos(\alpha_{2i})}{a_{1i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} \quad (\text{eq. 1-3})$$

$$F_{21} = \frac{a_{1d} \cdot \sin(\alpha_{1d}) \cdot \sin(\alpha_{2i})}{a_{1i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} - \frac{a_{2d} \cdot \sin(\alpha_{2d}) \cdot \sin(\alpha_{1i})}{a_{2i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} \quad (\text{eq. 1-4})$$

$$F_{22} = \frac{a_{2d} \cdot \sin(\alpha_{2d}) \cdot \cos(\alpha_{1i})}{a_{1i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} - \frac{a_{1d} \cdot \sin(\alpha_{1d}) \cdot \cos(\alpha_{2i})}{a_{2i} \cdot \sin(\alpha_{2i} - \alpha_{1i})} \quad (\text{eq. 1-5})$$

A partir du tenseur gradient de la transformation, nous pouvons déterminer le tenseur de Cauchy Green droit :

$$\bar{\bar{C}} = {}^t \bar{\bar{F}} \bar{\bar{F}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 1-6})$$

Les valeurs propres du tenseur de Cauchy Green sont obtenues en résolvant l'équation suivante :

$$\det(C_i \cdot \bar{I} - \bar{C}) = 0 \quad \text{avec } i=1,2. \quad (\text{eq. 1-7})$$

Nous obtenons alors les valeurs propres suivantes :

$$C_1 = \frac{C_{11} + C_{22} - \sqrt{\Delta}}{2} \quad C_2 = \frac{C_{11} + C_{22} + \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{eq. 1-8})$$

$$\text{avec : } \Delta = (C_{11} - C_{22})^2 + 4.C_{12}^2$$

En ce qui concerne les vecteurs propres, ils sont obtenus à l'aide de l'équation :

$$(\bar{C} - C_i \cdot \bar{I}) \bar{C}_i = 0 \quad \text{avec } i=1,2. \quad (\text{eq. 1-9})$$

Nous obtenons alors les vecteurs propres suivants :

$$\bar{C}_1 = \begin{pmatrix} -2.C_{12} \\ C_{11} - C_{22} + \sqrt{\Delta} \end{pmatrix} \quad \bar{C}_2 = \begin{pmatrix} -2.C_{12} \\ C_{11} - C_{22} - \sqrt{\Delta} \end{pmatrix} \quad (\text{eq. 1-10})$$

Le tenseur de Green-Lagrange qui représente les déformations en description Lagrangienne est déterminé par :

$$\bar{E} = \frac{1}{2} (\bar{C} - \bar{I}) \quad (\text{eq. 1-11})$$

Les déformations principales en description Lagrangienne sont obtenues en diagonalisant le tenseur de Cauchy Green, ce qui nous donne :

$$\varepsilon_1 = \frac{C_{11} + C_{22} - \sqrt{\Delta}}{4} - \frac{1}{2} \quad \varepsilon_2 = \frac{C_{11} + C_{22} + \sqrt{\Delta}}{4} - \frac{1}{2} \quad (\text{eq. 1-12})$$

La décomposition polaire du tenseur gradient de la transformation nous permet d'écrire le tenseur de rotation  $\overline{\overline{R}}$ , de la manière suivante :

$$\overline{\overline{R}} = \overline{\overline{F}}\overline{\overline{U}}^{-1} \quad \text{avec} \quad \overline{\overline{U}} = \overline{\overline{C}}^{1/2} \quad (\text{eq. 1-13})$$

Les vecteurs propres des tenseurs  $\overline{\overline{C}}$  et  $\overline{\overline{U}}$  sont identiques. Nous pouvons alors en déduire l'orientation  $\gamma'$  du vecteur propre associé aux déformations pures par rapport à  $\overline{\overline{x}}$ , à partir du vecteur propre du tenseur  $\overline{\overline{C}}$ . Cette orientation ( $\gamma$ ) correspond à l'inclinaison des directions principales de tenseur des déformations ( $\overline{\overline{E}}$ ), à la rotation de solide rigide (R) près. Elle peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\gamma = \gamma' + R \quad (\text{eq. 1-14})$$

où R est déterminé à l'aide des tenseurs  $\overline{\overline{F}}$  et  $\overline{\overline{U}}$ , avec l'expression suivante :

$$\text{tg}(R) = \frac{F_{12} \cdot U_{11} - F_{11} \cdot U_{12}}{F_{11} \cdot U_{22} - F_{12} \cdot U_{21}} \quad (\text{eq. 1-15})$$

Ce raisonnement a été fait avec une description Lagrangienne, il peut aussi être fait dans le cas d'une description Eulérienne.

En suivant la position des quatre marqueurs, les uns par rapport aux autres, nous obtenons les déformations  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , l'orientation  $\gamma'$  du vecteur propre associé aux déformations pures par rapport à  $\overline{\overline{x}}$ , ainsi que la rotation de solide rigide (R).

### 1-3-2. Localisation d'une tache.

Les formules permettant de calculer les coordonnées de la tache i sont déterminées par la formule suivante :

$$x_i = \frac{\sum_k x_k \cdot (I_k - I_s)}{\sum_k (I_k - I_s)} \quad y_i = \frac{\sum_k y_k \cdot (I_k - I_s)}{\sum_k (I_k - I_s)} \quad (\text{eq. 1-16})$$



où,  $x_k$  et  $y_k$  sont les coordonnées de la tache  $i$  dans le plan  $O, \bar{x}, \bar{y}$ ,  $I_k$  est l'intensité du pixel  $k$  et  $I_s$  l'intensité seuil.

L'intensité seuil  $I_s$  permet à l'utilisateur d'éliminer les pixels qui ne font pas partie de la tache. Par exemple, pour un marqueur sombre, si  $I_k > I_s$ , alors on considère que le pixel  $k$  n'appartient pas à la tache. C'est avec ce paramètre que nous pouvons déterminer la forme et la taille de la tache [Dupré 1992]. Dans la pratique, le calcul s'effectue dans une fenêtre rectangulaire englobant la tache  $i$  et qui est définie par l'utilisateur, permettant ainsi de minimiser le temps de calcul et de ne pas prendre en considération des pixels appartenant à une autre tache (figure 1-6).

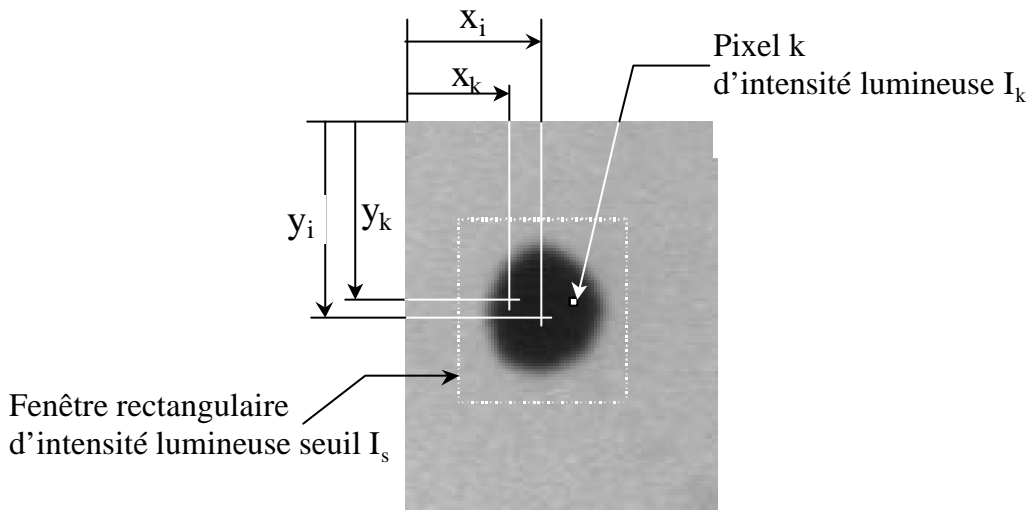


Figure 1-6. Exemple d'une tache avec ses caractéristiques géométriques.

### 1-3-3. Calcul des caractéristiques géométriques du parallélogramme.

En se basant sur la figure 1-5, les distances entre les taches  $a_{1i}$ ,  $a_{2i}$ ,  $a_{1d}$  et  $a_{2d}$  s'obtiennent à l'aide des formules suivantes :

$$\begin{aligned}
 a_{1i} &= \sqrt{(x_{1i} - x_{2i})^2 + (y_{1i} - y_{2i})^2} & a_{2i} &= \sqrt{(x_{3i} - x_{4i})^2 + (y_{3i} - y_{4i})^2} & & \text{(eq. 1-17)} \\
 a_{1d} &= \sqrt{(x_{1d} - x_{2d})^2 + (y_{1d} - y_{2d})^2} & a_{2d} &= \sqrt{(x_{3d} - x_{4d})^2 + (y_{3d} - y_{4d})^2} & & 
 \end{aligned}$$

En ce qui concerne les angles  $\alpha_{1i}$ ,  $\alpha_{2i}$ ,  $\alpha_{1d}$  et  $\alpha_{2d}$ , ils sont déterminés par :

$$\begin{aligned}\alpha_{1i} &= \arctg\left(\frac{y_{1i} - y_{2i}}{x_{1i} - x_{2i}}\right) & \alpha_{2i} &= \arctg\left(\frac{y_{3i} - y_{4i}}{x_{3i} - x_{4i}}\right) \\ \alpha_{1d} &= \arctg\left(\frac{y_{1d} - y_{2d}}{x_{1d} - x_{2d}}\right) & \alpha_{2d} &= \arctg\left(\frac{y_{3d} - y_{4d}}{x_{3d} - x_{4d}}\right)\end{aligned}\quad (\text{eq. 1-18})$$

### 1-3-4. Exactitude.

En première approximation, nous pouvons déterminer une erreur commise sur la mesure de déformation, à l'aide de la formule suivante :

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d_o}{d_o} \approx \frac{2\Delta p}{d} + \frac{2\Delta p}{d_o} \approx \frac{4\Delta p}{d_o} \quad (\text{eq. 1-19})$$

avec :  $\varepsilon = (d - d_o)/d_o$

où  $\Delta p$  est l'erreur de position commise pour une tache,  $d$  la distance entre deux taches et  $d_o$  la distance initiale entre les deux taches.

Toujours d'après les travaux de Rotinat *et al.* [Rotinat 2001], pour une tache ayant un diamètre de plus de 5 pixels, l'erreur ( $\Delta p$ ) commise sur le calcul des coordonnées de son centre est de 0,05 pixel. Pour un cas concret où la distance entre deux taches est de 500 pixels (caméra CCD 512×512), l'exactitude que nous pouvons obtenir est de  $4 \times 10^{-4}$ . De plus, la fiabilité et la robustesse peuvent être augmentées à l'aide de nouvelles procédures de localisation de taches. Par exemple, nous pouvons intégrer dans le calcul du centre géométrique des taches, le fait que l'intensité lumineuse moyenne de celle-ci peut fluctuer au cours des essais.

Connaissant les caractéristiques géométriques du parallélogramme, nous pouvons remonter aux caractéristiques cinématiques en se basant sur la cinématique des grandes déformations (cf. Annexe 3).

## **1-4. Synthèse.**

La méthode de suivi de marqueurs permet de mesurer des déformations sur un champ ou en un point. Il suffit pour cela de disposer, à la surface de l'éprouvette, un réseau de taches uniformément réparties. Il est à noter que dans le cas d'une mesure de champ, la distance entre deux marqueurs est faible, ce qui diminue l'exactitude sur les déformations. Par exemple, l'exactitude obtenue par la technique de suivi de marqueurs sur champ, appliquée aux polymères, est de  $5.10^{-3}$  [Bretagne 2003]. Cette technique de mesure semble être mieux adaptée que celle de la corrélation, car elle est moins sensible aux phénomènes de décorrélation, ce que nous avons vérifié lors de nos précédents travaux sur de la peau [Brèque 1999]. Il faut néanmoins ne pas proscrire définitivement la technique de corrélation, car elle peut être employée dans certains domaines d'étude qui restent à définir.

Cette technique de suivi de marqueurs va être mise en œuvre sur de la peau de porc pour nous permettre de mesurer des champs de déformations. Afin de pouvoir mettre en évidence les différents phénomènes qui peuvent intervenir dans le comportement des organes biologiques, nous allons réaliser des essais de traction simple, de relaxation, à accélération constante et biaxiaux. Ce sont des essais mécaniques de base et simples qui vont nous permettre de voir si cette technique de mesure optique est fiable et robuste pour la mesure de grandeurs mécaniques sur des organes biologiques.



## **Chapitre 2**

### **Etude du comportement mécanique de la peau**



## **2-1. Montage expérimental.**

Le montage expérimental permettant de mettre en œuvre la méthode de suivi de marqueurs est simple. Il est constitué d'un système d'acquisition d'images et d'un système mécanique de chargement.

### **2-1-1. Le système mécanique de chargement.**

Le système mécanique de chargement que nous avons utilisé permet d'effectuer des essais uni- et biaxiaux. La machine est photographiée sur la figure 2-1. Elle a été conçue et réalisée par P. Duval en 1994 [Duval 1997] et améliorée par V. Valle et C. Brèque en 2000. La machine est commandée par un ordinateur avec, comme interface de dialogue homme/machine, le logiciel *biaxe*. Ce logiciel a été développé par notre équipe.

Les caractéristiques de la machine sont les suivantes :

- 2 axes de traction indépendants avec 2 travées mobiles pour chaque axe.
- le débattement maximum pour chaque arbre est d'environ 55 mm.
- la vitesse maximale est de 1 mm/s.
- la charge maximale sur chaque arbre est de 500 daN.
- 1 incrément du moteur pas à pas correspond à un déplacement de la travée 62,5 nm.

#### Remarque

Actuellement, c'est la vitesse de déplacement des mors qui est asservie. La conception de la machine permet aussi un pilotage des axes asservis en déformation ou en contrainte. Pour cela, il suffirait de renvoyer l'information de la déformation ou de la contrainte vers le PC, par l'intermédiaire d'une carte d'entrées analogiques, de manière à ce que le logiciel gère cette information, dans sa boucle d'asservissement.



Figure 2-1. Photographie de la machine de traction biaxiale.

### 2-2-2. Le système d'acquisition d'images.

Le schéma de principe du montage du suivi de marqueurs est présenté sur la figure 2-2. Une présentation photographique est proposée sur la figure 2-3.

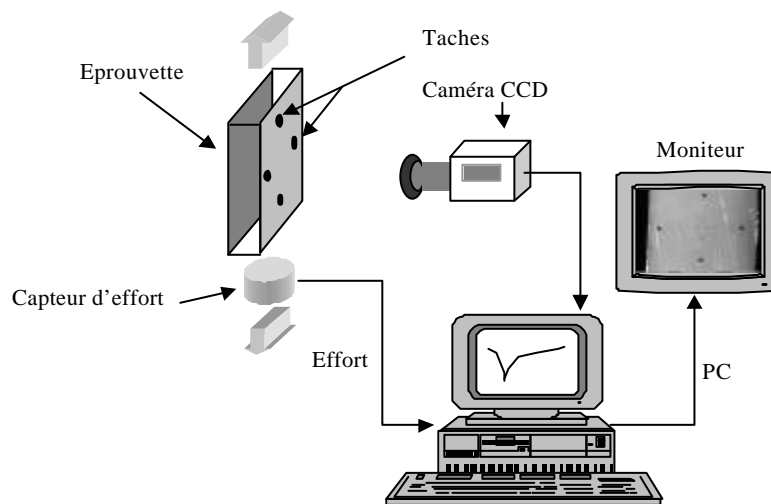


Figure 2-2. Schéma de principe du suivi de marqueurs.



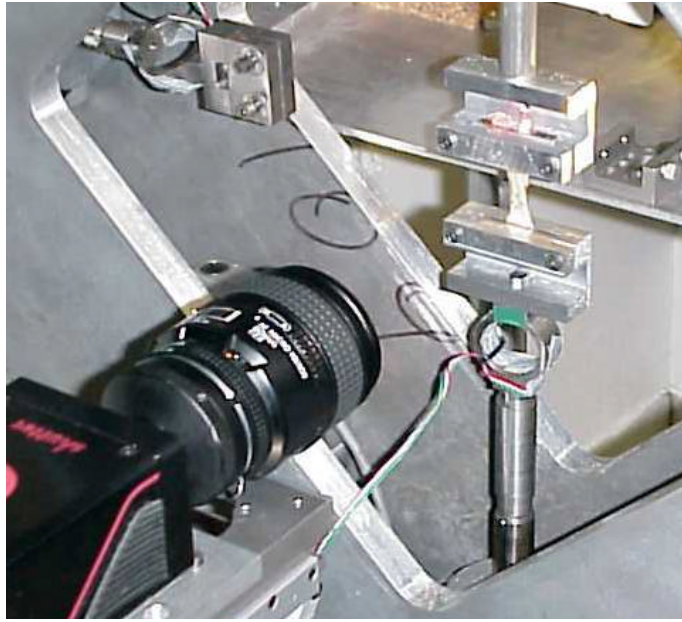


Figure 2-3. Photographie d'un système d'acquisition d'imagerie numérique.

Le dispositif est composé d'une caméra CCD permettant de visualiser des taches disposées sur la surface de l'éprouvette, ainsi qu'un PC équipé d'une carte d'acquisition vidéo et d'une carte d'acquisitions analogiques. Nous pouvons remarquer la simplicité du montage à mettre en œuvre. L'ensemble des calculs abordés dans le chapitre précédent traitant de la théorie du suivi de marqueurs a été automatisé avec le logiciel « *Deftac 2001* ».

Ce logiciel permet l'acquisition des images et le calcul des déformations. Sa structure est composée de fenêtres. Il y a d'abord la fenêtre d'acquisition, illustrée sur la figure 2-4, où l'on règle les différents paramètres, que ce soit pour l'image ou pour les voies annexes (capteurs de charge). Puis, comme le montre la figure 2-5, nous initialisons l'intensité lumineuse et la position de toutes les taches. Il en est de même pour les modes de calcul des déformations (figure 2-6). Les calculs proprement dits se font dans la fenêtre « *calcul* », représentée sur la figure 2-7. Elle permet de calculer la position des marqueurs, puis les déformations, ainsi que les trajectoires.

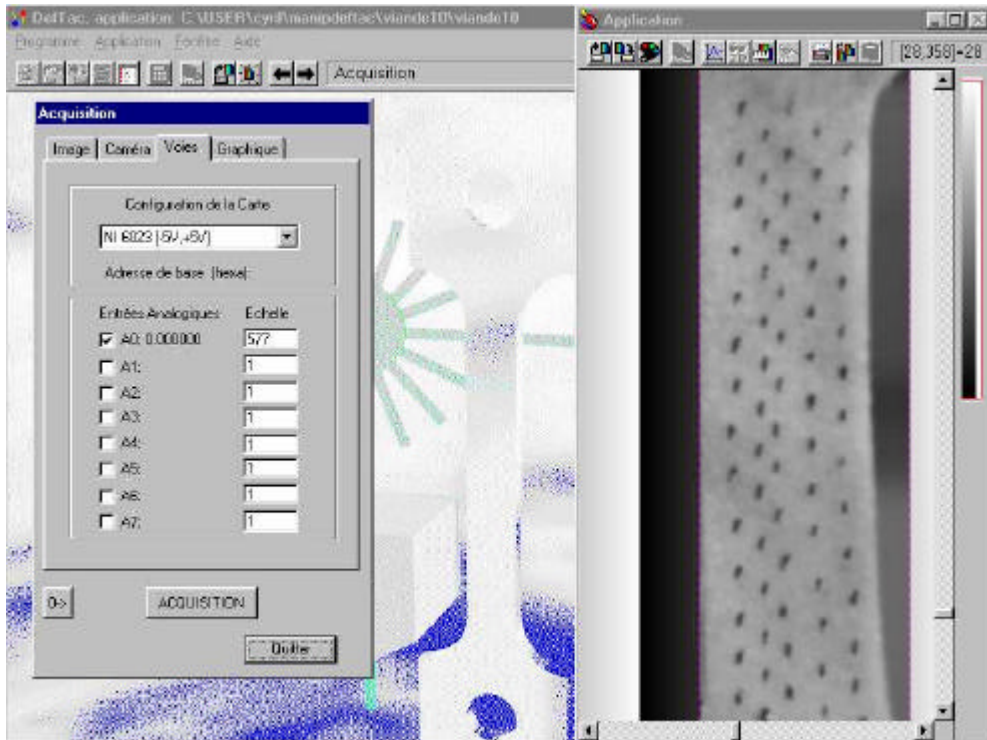


Figure 2-4. Boîte de dialogue pour l'acquisition de la force.

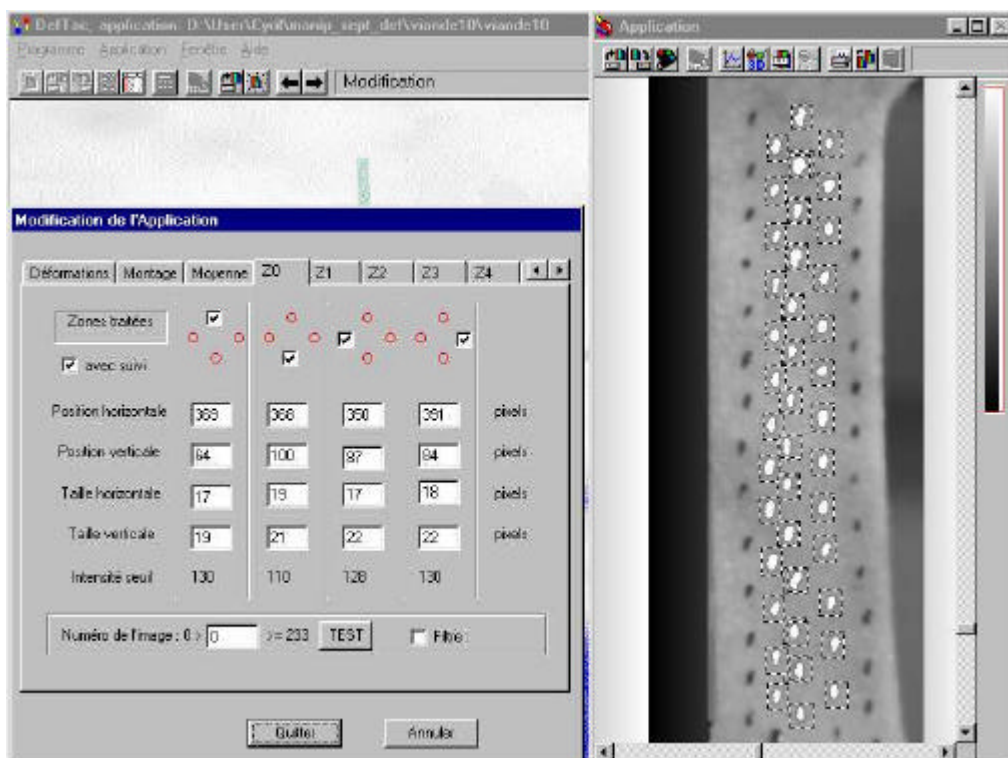


Figure 2-5. Boîte de dialogue pour la localisation des marqueurs.

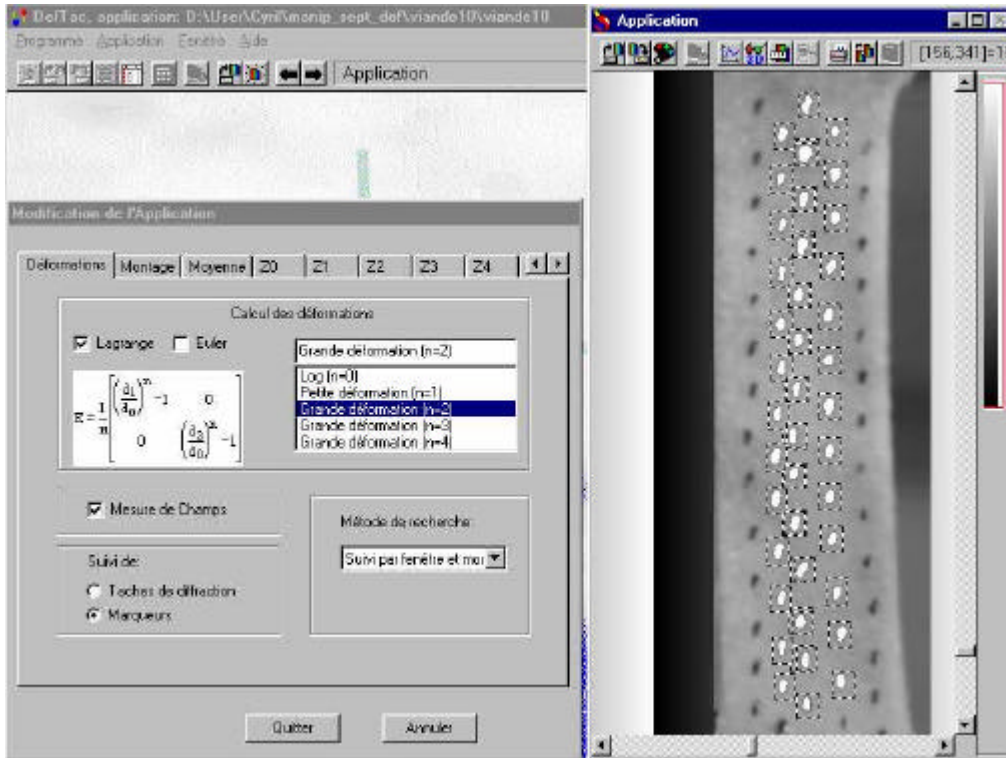


Figure 2-6. Boîte de dialogue pour le choix des modes de calcul.

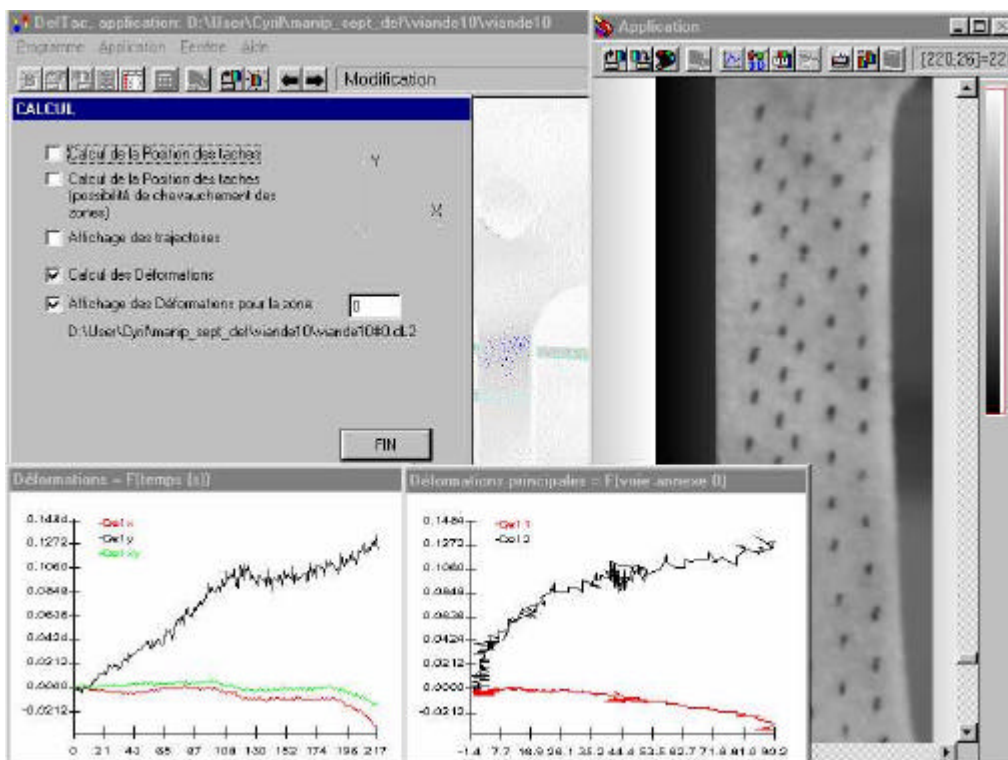


Figure 2-7. Boîte de dialogue pour effectuer le calcul.

Ce logiciel a été pensé de manière à le rendre le plus convivial possible, ce qui rend son utilisation simple. Il a été testé sur de nombreux matériaux tels que le maïs [Denis 2000], le chanvre, les polymères [Tie Bi 2000], etc. et peut l'être sur bien d'autres. Il est en évolution permanente de manière à rendre les processus de calcul plus robustes, tout en les automatisant. Le but de ces améliorations est de le mettre en œuvre dans le milieu industriel, ce qui revient à faire un logiciel dit «*presse bouton* ».

Les fichiers résultats sont fournis sous un format texte, ce qui nous permet de les exporter vers d'autres logiciels de représentations graphiques. Il existe deux types de fichiers résultats, selon que la mesure soit ponctuelle ou sur un champ. Pour un fichier de mesure ponctuelle, nous obtiendrons la structure suivante :

*Etat (numéro de l'image), DefX (déformation horizontale), DefXY (déformation cisaillement), DefY (déformation verticale), Def1 (déformation principale 1), Def2 (déformation principale 2), Tet1/X (orientation de Def1 par rapport à l'horizontal), Solide/X (rotation de solide rigide), Temps, V0 (voie analogique 0), V1, V2, etc.*

Dans le cas d'un fichier résultats pour une mesure de champ, nous aurons la structure suivante :

*Etat (numéro de l'image), DefX (déformation horizontale), DefXY (déformation cisaillement), DefY (déformation verticale), Def1 (déformation principale 1), Def2 (déformation principale 2), Tet1/X (orientation de Def1 par rapport à l'horizontal), Solide/X (rotation de solide rigide), Zone (numéro de la zone pour une étude sur champ), XZone (position horizontale de la zone), YZone (position verticale de la zone), Temps, V0 (voie analogique 0), V1, V2, etc.*

La représentation graphique d'un résultat dans le cas d'une mesure ponctuelle est simple à réaliser. Il suffit de tracer soit les différentes déformations en fonction du temps, soit les contraintes en fonction de déformations longitudinale et transversale. En ce qui concerne la représentation graphique d'un fichier de mesure sur champ, elle se fait sous forme de cartes d'isovaleur en couleurs, comme par exemple celle de la figure 2-8 [Tie Bi 2000]. Nous aurons donc une carte pour chaque déformation ou contrainte. Le temps sera mis en abscisses et la position de la zone suivant l'axe longitudinal de l'éprouvette sera sur les ordonnées. Les différentes grandeurs mécaniques seront représentées à l'aide d'une palette de couleurs, où chaque couleur sera associée à une valeur donnée.

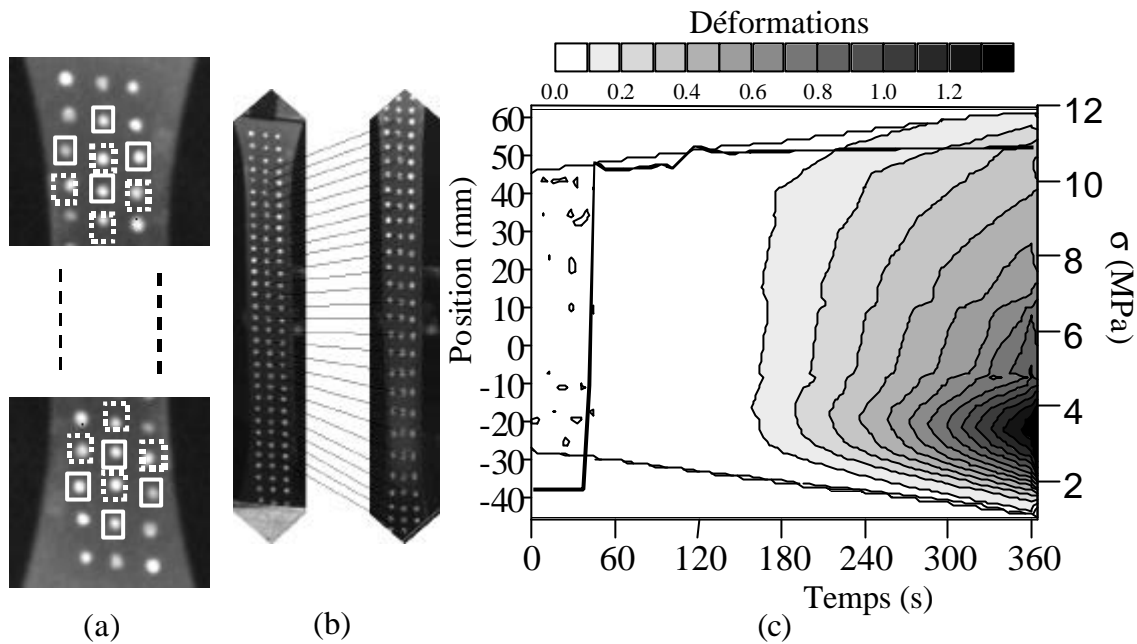


Figure 2-8. Exemple de réalisation de carte d'isovaleur pour la représentation d'une mesure sur champ. Base de mesure (a), états initial et déformé (b) d'une éprouvette de PMMA choc et carte des déformations longitudinales (c) [Tie Bi 2000]

## 2-2. Essais expérimentaux sur de la peau de porc.

Avec la méthode de suivi de marqueurs, nous avons réalisé différents essais sur de la peau de porc à l'état naturel et humide pour nous permettre de caractériser ce tissu. Nous avons commencé par de simples essais de traction à vitesse constante suivis d'essais de relaxation. Puis, nous avons réalisé des essais à accélération constante, mettant en évidence l'effet viscoélastique ou viscoplastique. De plus, afin de voir si le matériau possédait des caractéristiques orthotropes, nous avons effectué des essais biaxiaux. Ces types d'essais permettent, entre autres, de découpler les modules longitudinal et transversal.

## 2-2-1. Essais de traction.

### 2-2-1-1. Approche pratique.

Nous avons commencé par effectuer des essais de traction simple pour essayer de voir comment se comporte ce tissu, lors d'une sollicitation mécanique. Les essais de traction ont été réalisés à vitesse constante. L'éprouvette est placée dans le sens vertical. Un exemple d'éprouvette, avec un champ de marqueurs, est photographié sur la figure 2-9 et un autre représentant l'éprouvette placée dans les mors est présenté sur la figure 2-10. Nous pouvons remarquer que la peau est claire et que les taches sont sombres. La couleur des taches est choisie de manière à obtenir un contraste maximum entre la couleur de la surface de la peau et celle des marqueurs. Sur la peau de porc, les taches sont réalisées à l'aide d'un stylo feutre noir. Nous remarquons aussi que la forme géométrique de l'éprouvette permet d'avoir une surface de contact importante au niveau des mors, ce qui nous permet d'appliquer de plus grands chargements et d'éviter des problèmes de glissements dans les mors. De plus, cette forme géométrique d'éprouvette nous permet d'avoir une contrainte à peu près uniforme suivant la section.

Nous nous sommes fixé une vitesse de traction de 5 mm/min. Cette faible vitesse a été choisie de manière à ne pas générer un phénomène viscoélastique trop important. Il est possible de prendre des vitesses de chargement encore plus petites, mais cela augmenterait la durée des essais. La fréquence d'acquisition des images et de la force donnée par l'anneau dynamométrique est de  $1 \text{ s}^{-1}$ .

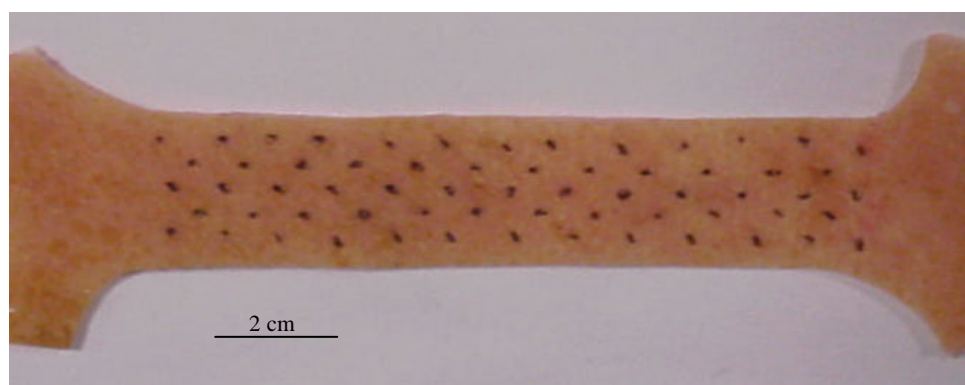


Figure 2-9. Eprouvette avec un champ de marqueurs.

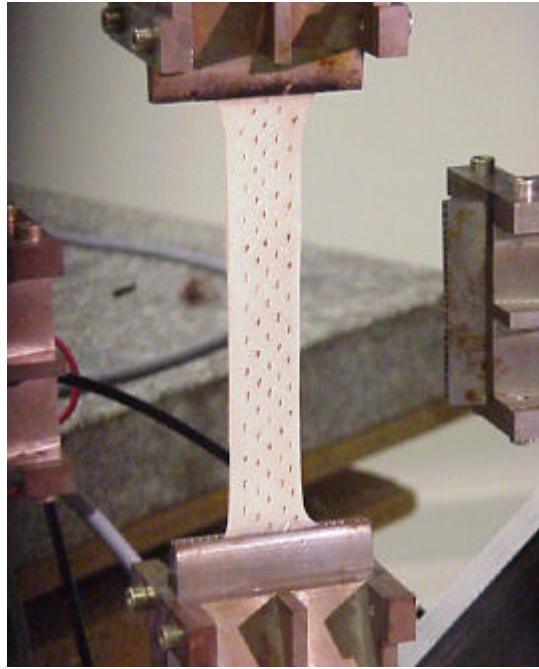


Figure 2-10. Eprouvette montée dans les mors.

Le premier problème que nous avons rencontré au cours de nos essais est celui de la précharge, ce qui revient à se demander à partir de quel moment nous pouvons nous considérer comme étant au début de l'essai. Nous aurions pu définir le début de l'essai comme étant le moment où la charge augmente, mais nous nous sommes aperçu dès les premiers essais que nous perdions une phase du comportement qui possède un module longitudinal, quasiment nul. Lors de cette première phase, nous obtenons donc des déformations avec une charge constamment négligeable. En effet, le capteur de charge possède une sensibilité de 1N, ce qui est insuffisant pour nous permettre de détecter une charge significative lors de cette première phase de comportement. Il nous est donc impossible d'appliquer une précharge au début de l'essai pour ce genre de tissus. La méthode étant sensible aux déplacements hors plan des marqueurs, nous avons choisi de considérer le début de l'essai comme étant le moment où la peau est juste tendue. La tension initiale dans l'éprouvette est donc un choix arbitraire qui est propre à chaque expérimentateur.

### 2-2-1-2. Résultats expérimentaux.

Nous avons effectué deux séries de quatre essais. Chaque série correspond à des éprouvettes prises sur un même sujet. Cela permet de vérifier la répétitivité des résultats obtenus.

#### *1<sup>e</sup> série, essais ponctuels.*

La première série consiste à effectuer une mesure de déformations ponctuelles au centre de l'éprouvette. Nous avons représenté graphiquement, sur la figure 2-11, les résultats obtenus. Le graphique de la figure 2-11 correspond aux courbes donnant la force en fonction de la déformation.

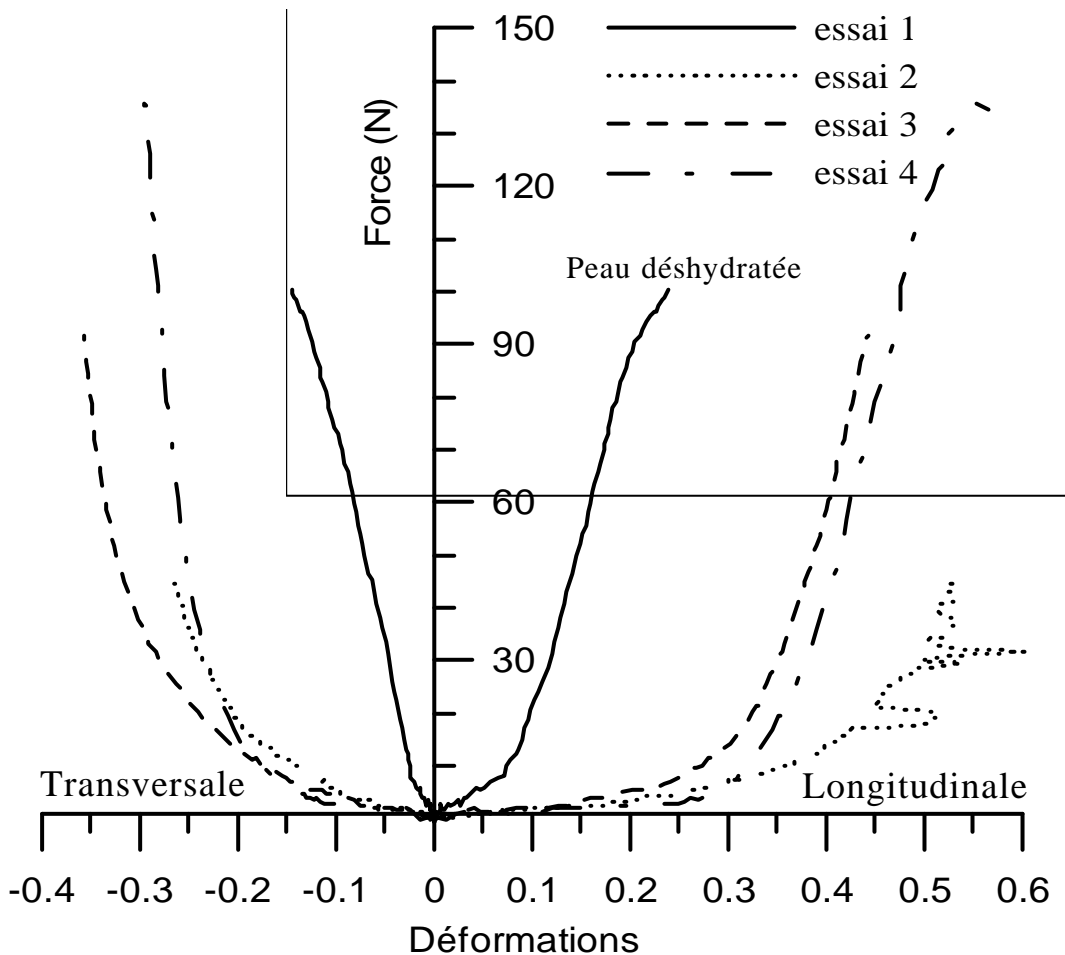


Figure 2-11. Première série de mesures de déformations ponctuelles sur de la peau de porc, force = fonction (déformation).



Nous avons donc deux manières de représenter les résultats ponctuels obtenus par la méthode de suivi de marqueurs, soit à l'aide de la charge, soit à l'aide de la contrainte. Les organes biologiques possèdent une structure hétérogène. Cela se traduit par une variation de section au cours de l'essai. C'est pour cela que généralement les résultats trouvés dans la littérature expriment la charge en fonction des déformations. Seulement, comme nous voulons comparer les résultats obtenus, il nous faut exprimer une contrainte en fonction des déformations. Pour rappel, la contrainte signifie la charge par unité de surface. Connaissant mal les mécanismes internes de la peau de porc, il nous est difficile de déterminer la section, tout au long de l'essai. C'est pour cela que nous avons choisi de raisonner avec la contrainte nominale, au lieu de la contrainte vraie. Cette contrainte nominale est calculée en considérant une section constante qui est celle du début de l'essai. C'est cette normalisation qui sera choisie pour tous les essais qui suivent.

D'après les courbes de résultats obtenus (figure 2-11), nous pouvons distinguer deux phases de comportement bien distinctes. Tout d'abord, nous avons une phase avec de fortes déformations, mais imposant une faible résistance. Elle peut être assimilée aux caractéristiques d'un matériau souple possédant un module de Young très faible. Le passage à la deuxième phase se fait aux alentours de 30% de déformation longitudinale et de 20% de déformation transversale. A partir de cette valeur limite, le matériau offre une plus grande résistance lorsque nous lui imposons une déformation. Ces phénomènes que nous avons mesurés concordent avec ceux que nous pouvons constater nous-même. Prenons le cas où nous exerçons sur notre propre peau un étirement d'une zone comprise entre deux doigts. Nous pouvons tout de suite sentir que pour les petits déplacements de doigts, nous n'avons pas de résistance, alors que si ces déplacements deviennent plus importants, nous sentons une résistance sur nos doigts beaucoup plus grande. C'est donc le même phénomène que nous avons quantifié.

A partir des courbes de contraintes nominales en fonction des déformations, nous avons calculé les modules longitudinal et transversal pour chacune des phases de comportement. Le calcul de ces modules permet de donner une idée sur l'ordre de grandeur. Les résultats sont présentés dans le table 2-1.

	Longitudinal		Transversal	
	Essai 3	Essai 4	Essai 3	Essai 4
Zone 1	1.26 N/mm <sup>2</sup>	0.47 N/mm <sup>2</sup>	1.78 N/mm <sup>2</sup>	1.14 N/mm <sup>2</sup>
Zone 2	35.5 N/mm <sup>2</sup>	37.93 N/mm <sup>2</sup>	70.6 N/mm <sup>2</sup>	118.5 N/mm <sup>2</sup>

Table 2-1. Modules longitudinal et transversal.

Remarques

Les déformations longitudinale et transversale de la courbe de la figure 2-11 sont presque du même ordre de grandeur. Il en découle que les variations de volume ne peuvent pas être négligées, ce qui permet de confirmer que ce matériau est hétérogène.

Lorsque nous observons l'allure des courbes de la figure 2-11, nous remarquons que les essais 1 et 2 se différencient. Pour l'essai 1, le tissu était déshydraté. La conséquence immédiate est la suppression de la première zone, le tissu n'a plus de souplesse et oppose tout de suite une charge résistante à la sollicitation. En ce qui concerne l'essai 2, les pics observables sur la courbe de déformations longitudinales proviennent d'une mauvaise localisation du centre d'une tache. Cela signifie qu'à partir du premier pic, les résultats ne sont plus fiables, car la position de l'un des marqueurs est erronée. Ces deux essais montrent la complexité de réalisation des essais expérimentaux sur des organes biologiques.

Pour remédier au problème de déshydratation de la peau dû au suintement de l'éprouvette au cours de l'essai, le matériau doit être constamment humidifié pour ne pas modifier ses caractéristiques mécaniques. De plus, la température de la salle de manipulation accélère ce processus de dessèchement. Les taches sont réalisées sur la surface extérieure de la peau, car celle-ci possède moins de graisse. C'est donc la surface intérieure de la peau qui est humidifiée à l'aide d'une seringue d'eau.

Les essais que nous avons réalisés sont en déplacement imposé. Mais le calcul de déformation à l'aide de la vitesse de déplacement des mors ne donne pas les mêmes résultats qu'avec la technique de suivi de marqueurs, comme le montre la figure 2-12. Ces graphiques découlent de l'essai 2. Le point 5 est situé à peu près au centre de l'éprouvette, alors que les points 4 et 6 se situent respectivement au-dessus et au-dessous du point 5. Les déformations imposées sont représentées à l'aide de la droite appelée « mors ». Les écarts entre ces deux moyens de mesure de déformations sont pour ce deuxième essai d'environ 3 %.

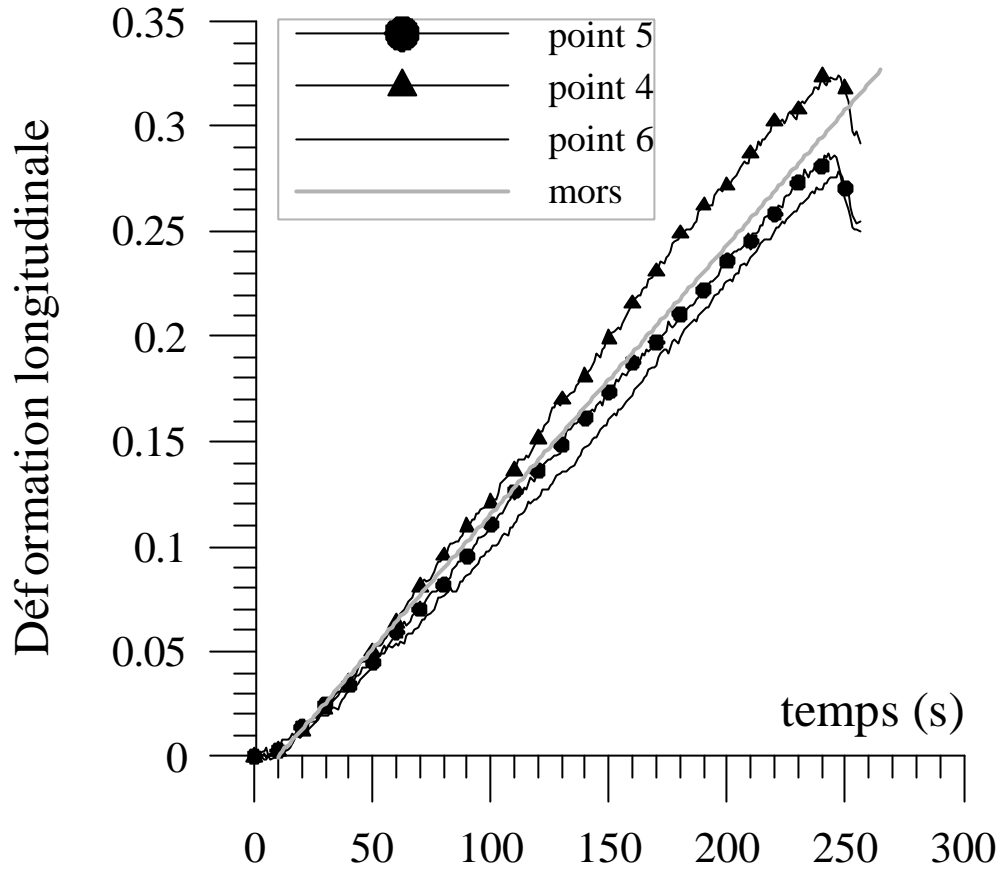


Figure 2-12. Mesures de déformations en plusieurs points de l'éprouvette et par rapport aux mors.

Les mesures de déformations ponctuelles ne sont valables que si celles-ci sont homogènes sur la base de mesure. C'est donc dans le but de vérifier cette condition que nous avons réalisé des mesures de champs de déformations sur toute la surface de l'éprouvette. En effet, nous pourrions alors détecter les zones de déformations hétérogènes.

## ***2<sup>e</sup> série, essais surfaciques.***

### *Analyse globale.*

La deuxième série d'essais est toujours réalisée avec une vitesse de déplacement constante d'un mors, qui est de 5 mm/min. La différence avec la série précédente est que la mesure s'effectue sur un champ de marqueurs. Nous obtenons alors quatre séries de trois cartographies de champs de déformations.

Les résultats des quatre essais sont représentés sur les figures 2-13 à 2-16. Nous pouvons remarquer qu'au début de l'essai, les déformations sont à peu près uniformes sur toute la longueur de l'éprouvette et moins lorsque nous sommes plus proche des mors. Le fait que les déformations sont plus faibles au niveau des mors provient de la forme de l'éprouvette qui possède une section plus importante aux extrémités, comme nous pouvons le voir sur la figure 2-9. L'essai 2 de la figure 2-14 montre bien ce phénomène, ainsi que l'essai 3 de la figure 2-15.

Par contre, nous pouvons voir, sur l'ensemble des figures, l'apparition, au cours de l'essai, de zones de déformations importantes (concentration de contraintes, affaiblissement du matériau, etc.). Cela est sûrement dû à des défauts de structure interne du tissu.

Nous pouvons remarquer que la valeur de la contrainte à la rupture ou la valeur de la contrainte de glissement dans les mors diffère selon les essais. Nous avons respectivement pour chacun des essais une valeur de 2.5 N/mm<sup>2</sup>, 2.2 N/mm<sup>2</sup>, 2.6 N/mm<sup>2</sup> et 0.9 N/mm<sup>2</sup>. Il est à noter que pour les essais 1 et 4, nous avons atteint la rupture alors que pour les autres, l'éprouvette a glissé dans les mors.

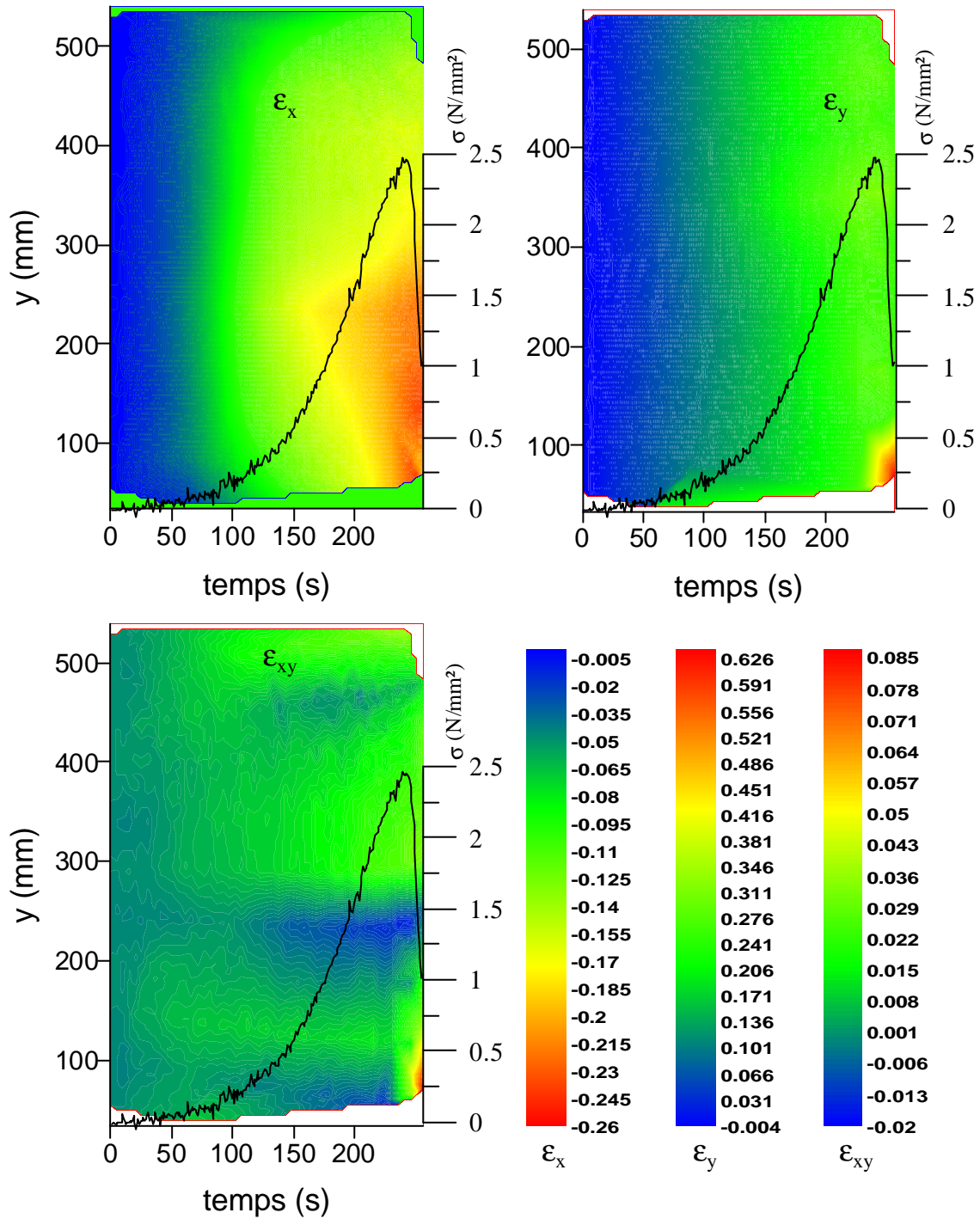


Figure 2-13. Résultats de l'essai 1 de traction simple.

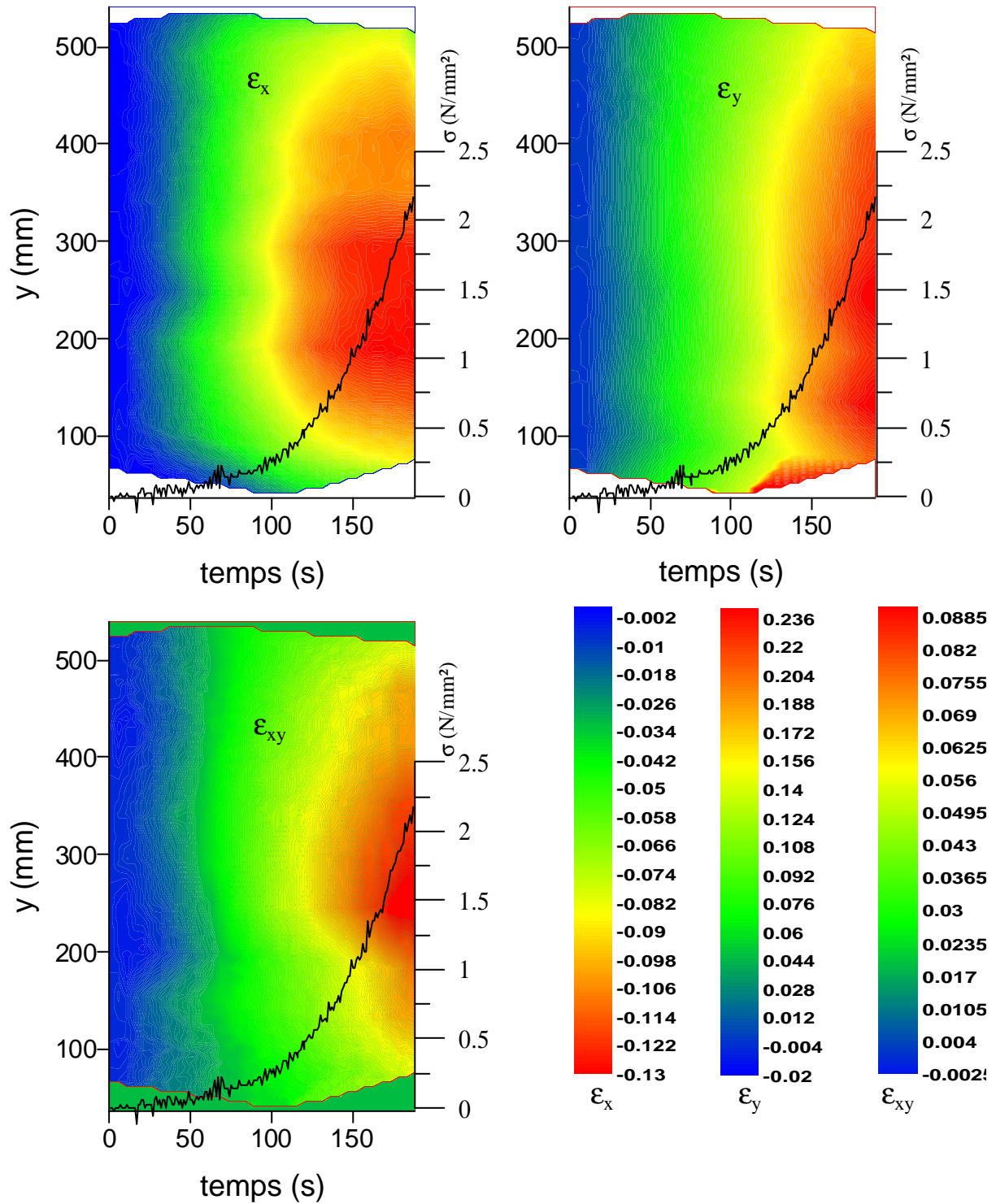


Figure 2-14. Résultats de l'essai 2 de traction simple.

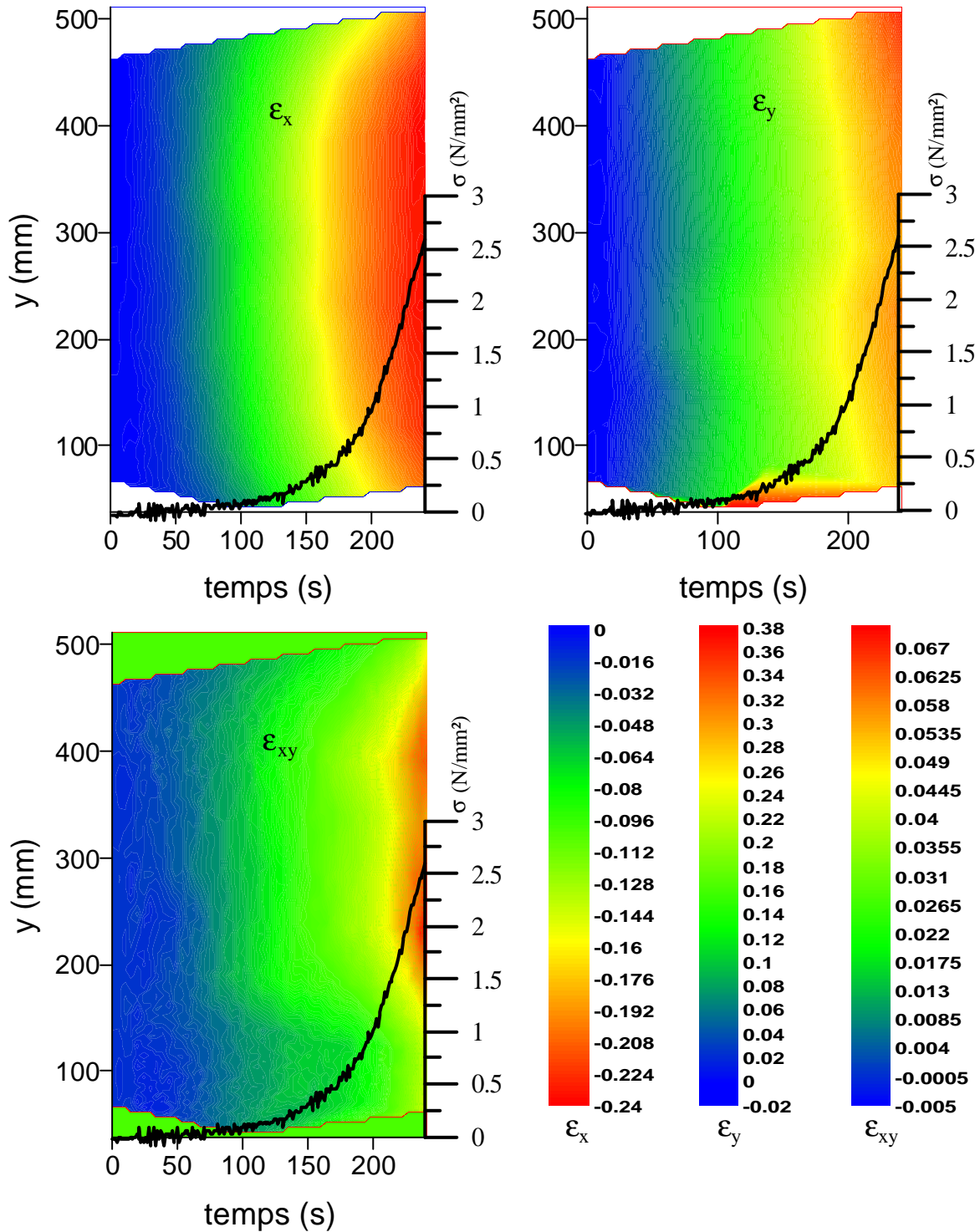


Figure 2-15. Résultats de l'essai 3 de traction simple.

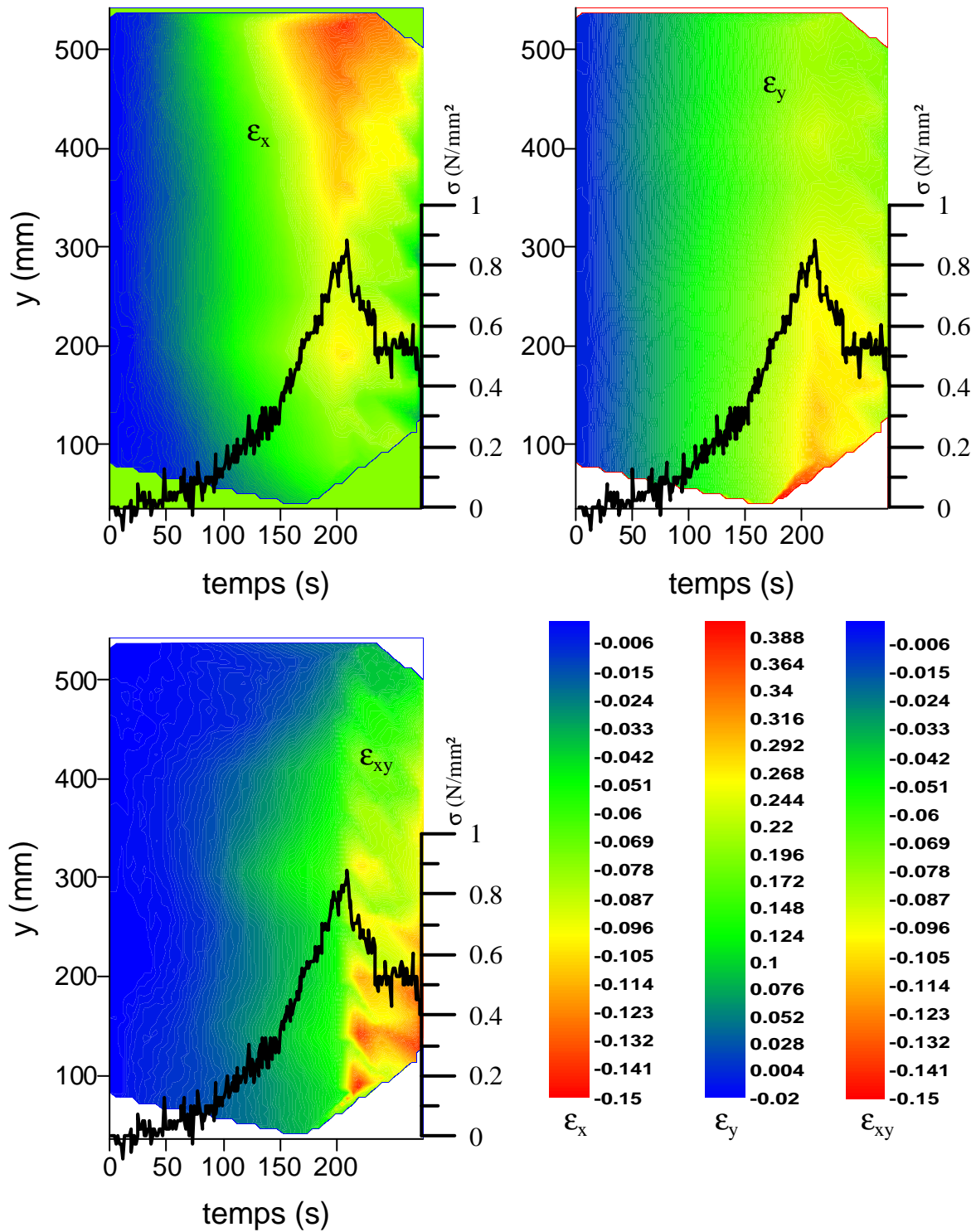


Figure 2-16. Résultats de l'essai 4 de traction simple.



Analyse locale.

En considérant quatre marqueurs au centre des éprouvettes, nous avons déterminé les déformations ponctuelles, ce qui nous permet de tracer les graphiques de la figure 2-17 qui représentent la contrainte nominale en fonction des déformations longitudinale et transversale. La première constatation que nous pouvons faire est que les courbes possèdent les mêmes formes que pour la première série. Elles se décomposent toujours en deux zones. La première se déforme sans opposer de résistance, alors que dans la deuxième, les variations de déformations sont faibles alors que la charge augmente rapidement. La deuxième remarque qui peut être faite est que les pentes des deux zones sont à peu près identiques à celles observées pour la première série. Toutefois, pour l'essai 4, nous nous apercevons que la courbure n'est pas aussi prononcée que dans les autres cas, cela est significatif d'une modification de comportement qui est donc beaucoup plus linéaire.

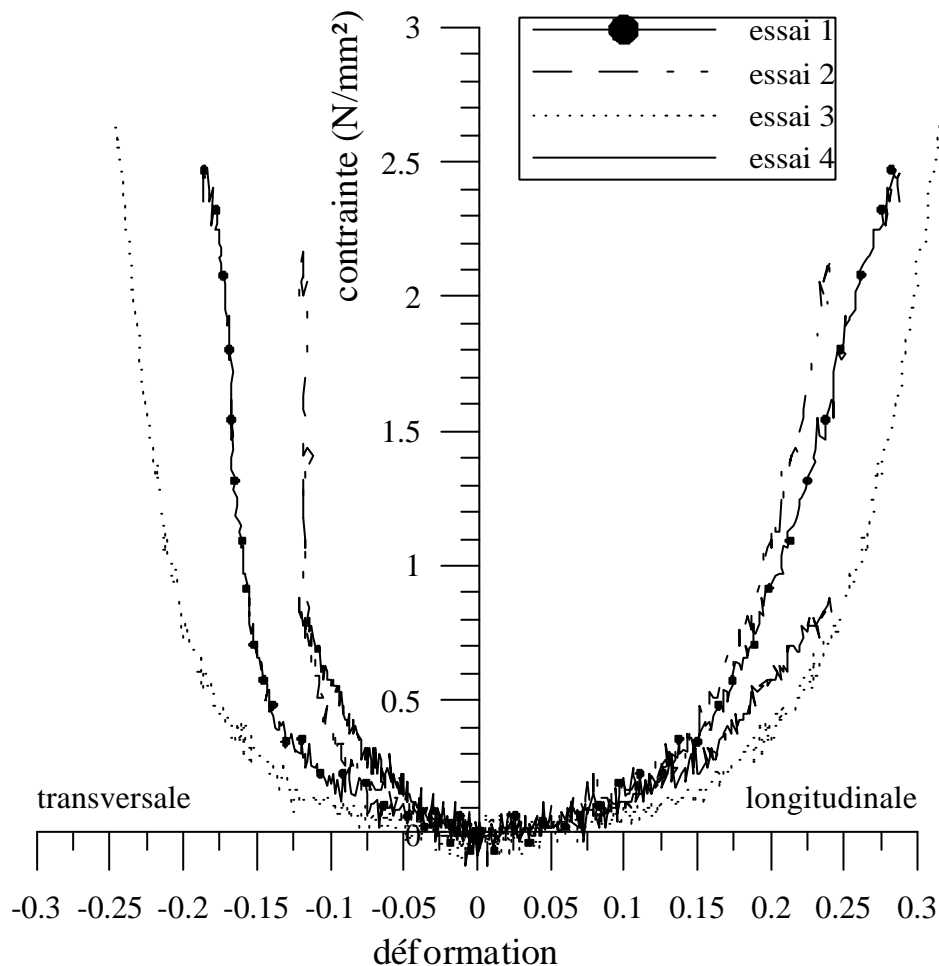


Figure 2-17. Deuxième série de mesures de déformations ponctuelles sur de la peau de porc, contrainte = fonction (déformation).

## 2-2-2. Essais de relaxation.

### 2-2-2-1. Approche pratique.

Nous avons réalisé une série de quatre nouveaux essais sur des éprouvettes prises sur le même sujet, afin de mettre en œuvre le phénomène de relaxation mécanique de la peau de porc.

Ces essais consistent à étirer la peau à une vitesse constante jusqu'à une certaine valeur dit «*état de maintien*», puis maintenir les mors immobiles. Lorsque la charge n'évolue plus, la sollicitation à vitesse constante est reprise jusqu'à la rupture ou le glissement dans les mors de l'éprouvette. Le diagramme de la figure 2-18 représente la sollicitation (en déplacement) d'un essai de relaxation.

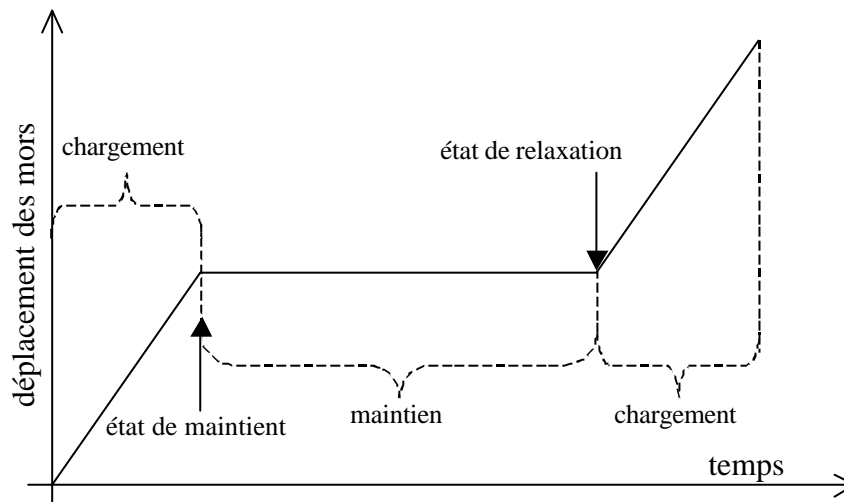


Figure 2-18. Diagramme des déplacements au cours du temps.

### 2-2-2-2. Résultats expérimentaux.

Nous obtenons, à l'aide de la méthode de suivi de marqueurs, les cartographies de déformations pour quatre essais. Les résultats sont représentés sur les figures 2-19 à 2-22. Pour l'ensemble des essais, nous avons une vitesse de chargement constante de 5 mm/mn et une fréquence d'acquisition des images de 1 Hz.

En observant simultanément les cartographies de déformations et la courbe de contrainte nominale des différents essais, nous pouvons constater le phénomène suivant : lors

de la phase de maintien, nous observons une chute de la contrainte nominale dans le matériau, alors que les déformations ne varient pas du tout. Cette valeur tend vers une certaine limite que nous pouvons appeler « *contrainte de relaxation* ». La forme de la courbe de la contrainte nominale lors de cette relaxation est logarithmique.

La différence entre la valeur des deux contraintes nominales semble être proportionnelle à la contrainte de maintien imposée. La perte de contrainte nominale due à la relaxation est d'environ 20 % de la contrainte de maintien pour les quatre.

Par exemple, pour l'essai 1 de la valeur de 0,67 N/mm<sup>2</sup>, nous tendons vers une valeur de 0,51 N/mm<sup>2</sup>. En reprenant le chargement à vitesse constante, nous avons été jusqu'à la rupture qui s'est produite vers le centre de l'éprouvette pour une valeur de 1,2 N/mm<sup>2</sup>. Les différentes valeurs pour l'ensemble des essais sont récapitulées dans le table 2-2.

Nom	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4
Contrainte de maintien	0,67 N/mm <sup>2</sup>	0,72 N/mm <sup>2</sup>	0,98 N/mm <sup>2</sup>	0,93 N/mm <sup>2</sup>
Contrainte de relaxation	0,51 N/mm <sup>2</sup>	0,61 N/mm <sup>2</sup>	0,78 N/mm <sup>2</sup>	0,74 N/mm <sup>2</sup>
Observation sur l'essai	Rupture au milieu de l'éprouvette	Glissement du mors inférieur	Rupture en bas de l'éprouvette	Rupture en haut de l'éprouvette
Figure	2-19	2-20	2-21	2-22

Table 2-2. Valeurs des différentes contraintes pour les différents essais de maintien.

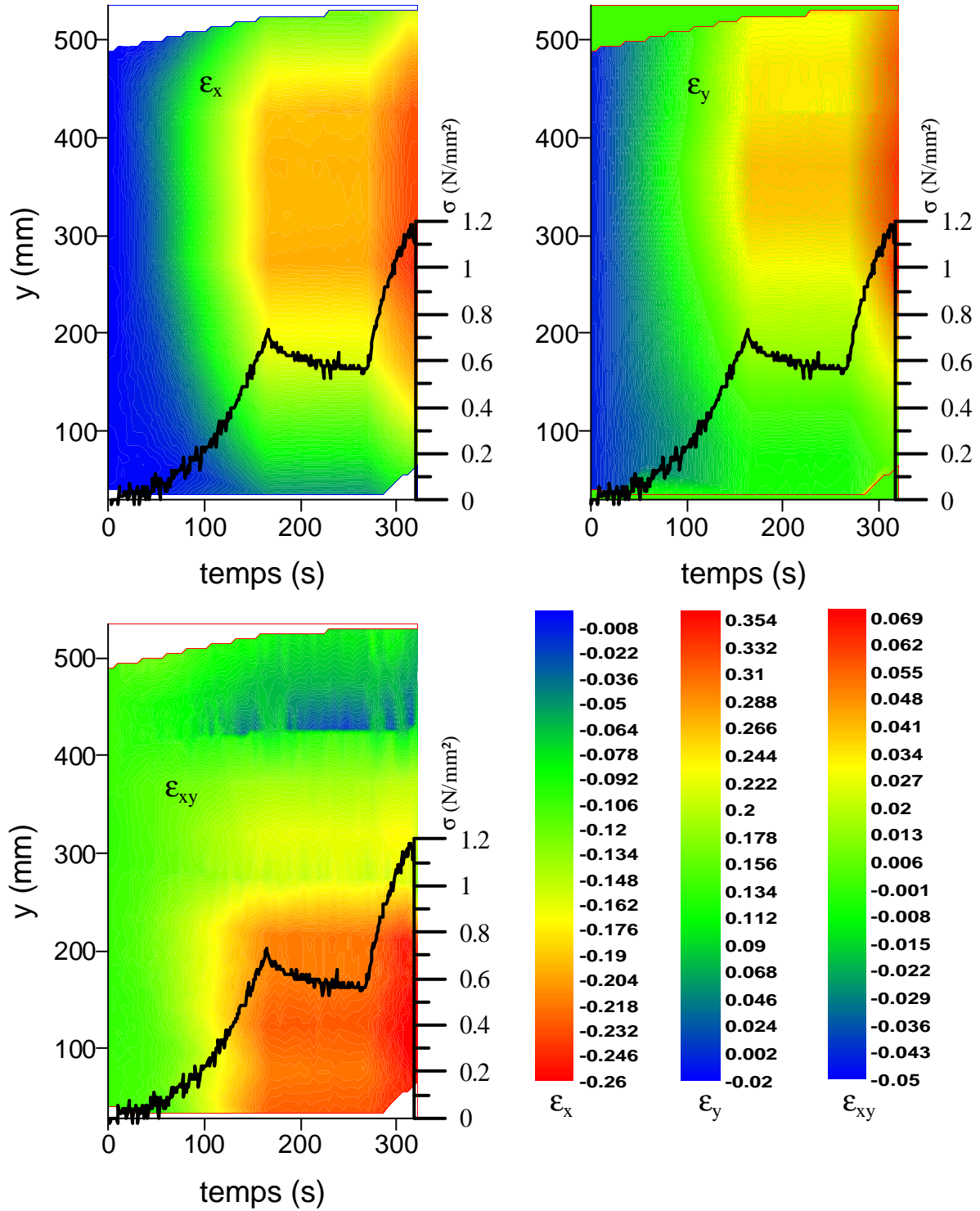


Figure 2-19. Résultats de l'essai 1 de traction et de fixation.

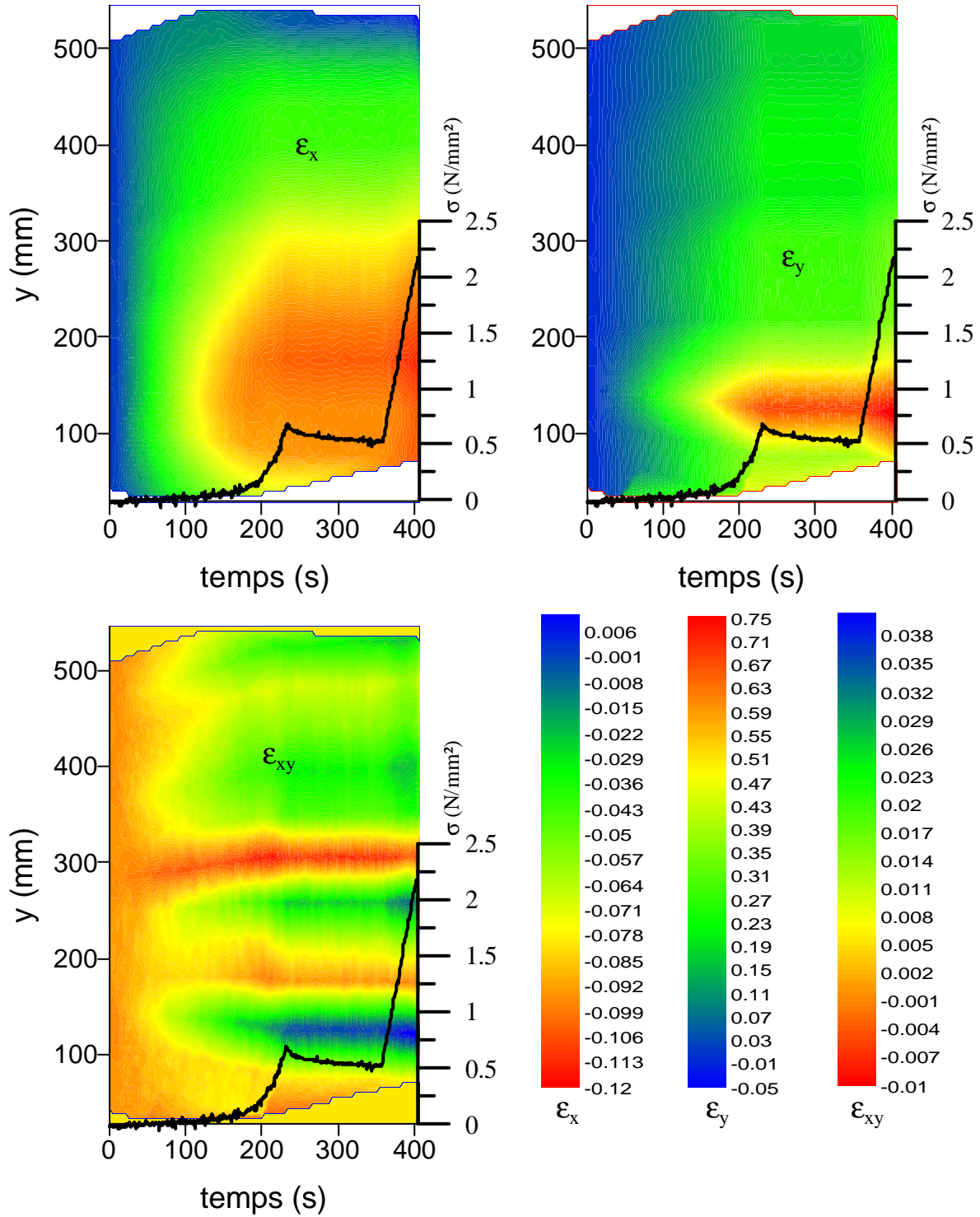


Figure 2-20. Résultats de l'essai 2 de traction et de fixation.

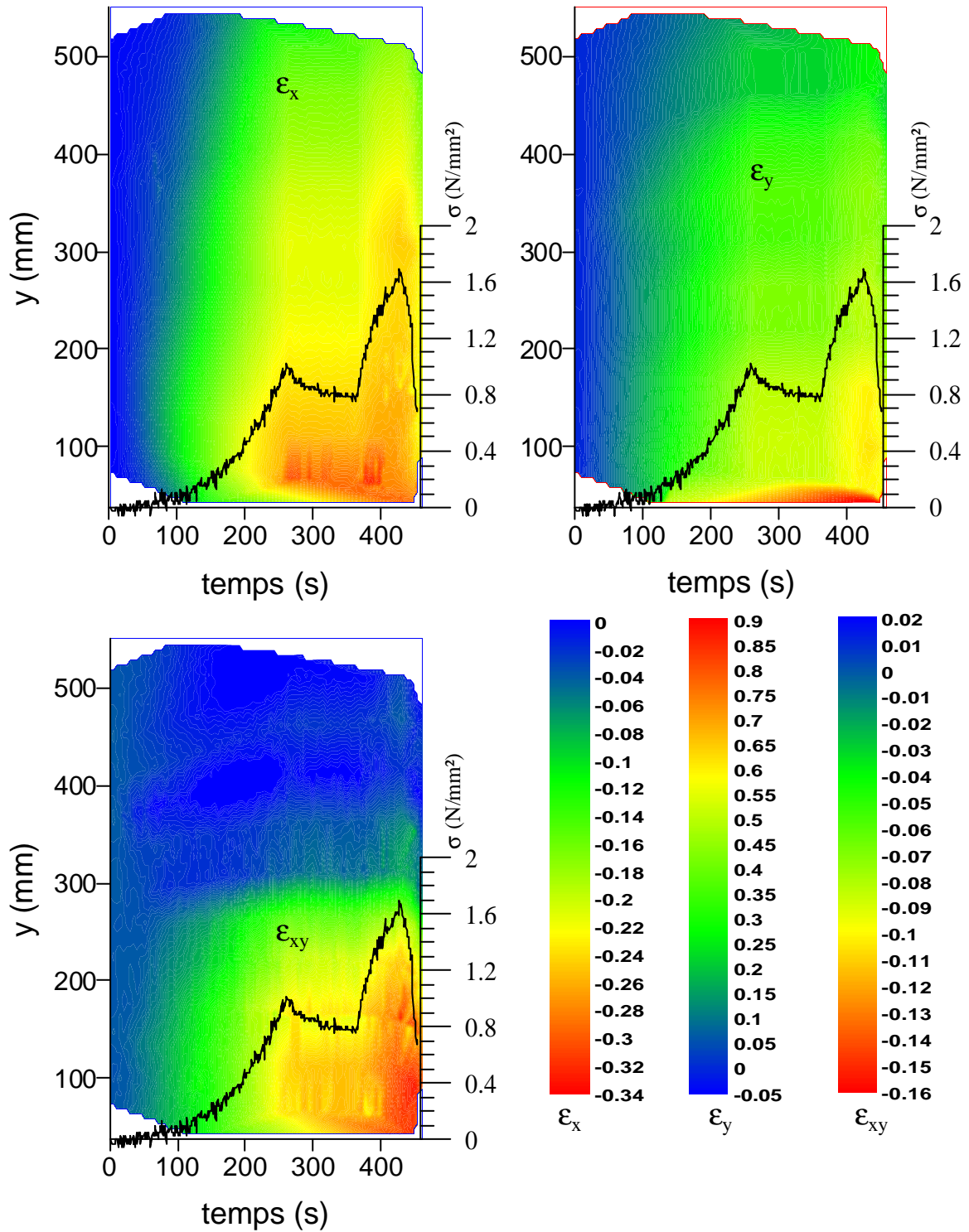


Figure 2-21. Résultats de l'essai 3 de traction et de fixation.

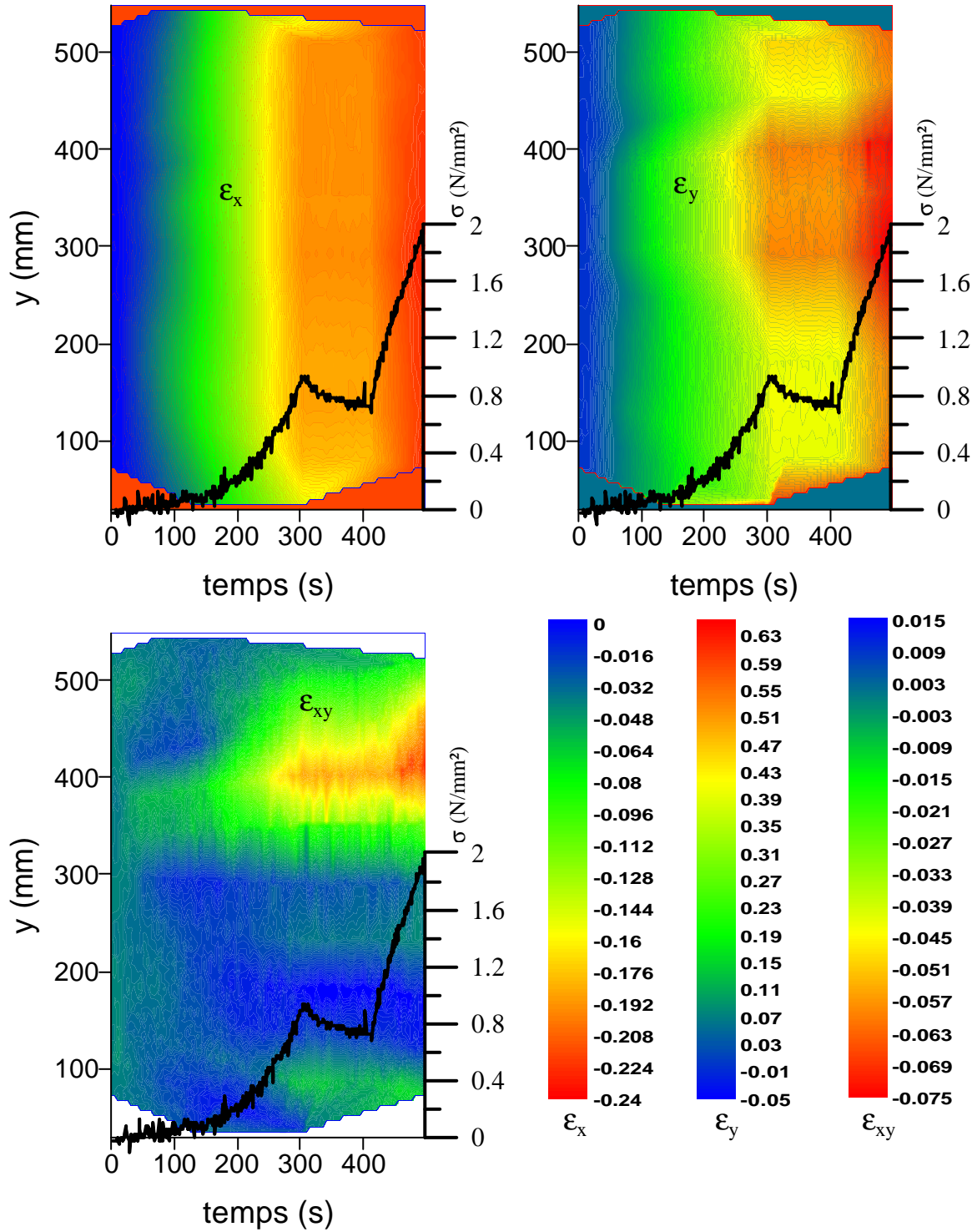


Figure 2-22. Résultats de l'essai 4 de traction et de fixation.

### Conclusion

L'analyse directe des cartographies de déformations permet de voir si les déformations sont homogènes sur toute la surface de l'éprouvette. Dans le cas des essais de relaxation, comme dans le cas des essais de traction simple, nous pouvons observer l'apparition de zones dans lesquelles les déformations sont importantes. C'est généralement dans ces zones qu'apparaissent les ruptures de l'éprouvette. En ce qui concerne les contraintes à la rupture ou de glissement, elles sont comprises entre 1,6 et 2,2 N/mm<sup>2</sup>.

La dynamique de chargement de ce matériau impose que nous observions les déformations au-delà de l'arrêt de la sollicitation. Le phénomène de relaxation que nous avons observé est fonction de l'état de maintien que nous avons imposé. Il est fort probable que la vitesse de sollicitation intervienne dans ce phénomène puisque ce comportement fait penser à celui d'un matériau viscoélastique ou viscoplastique. Nous allons donc mettre en évidence ce type de comportement par une deuxième série d'essais.

## **2-2-3. Essais avec une accélération constante.**

### **2-2-3-1. Approche pratique.**

Afin de mettre en évidence le phénomène viscoélastique de ce tissu, nous avons réalisé des essais avec un mouvement des mors possédant une accélération constante. Etant donné les capacités de la machine que nous utilisons pour nos essais, les accélérations que nous pouvons imposer à l'éprouvette restent faibles. L'accélération imposée des mors est de 0,01 mm.s<sup>-2</sup> et le chargement s'effectue durant 60s. Le diagramme de chargement représentant la vitesse en fonction du temps est représenté sur la figure 2-23.

### Remarque

Ces essais ne peuvent pas être assimilés à des essais de choc, comme par exemple un crash test qui met en œuvre des accélérations d'environ 14 m.s<sup>-2</sup>.



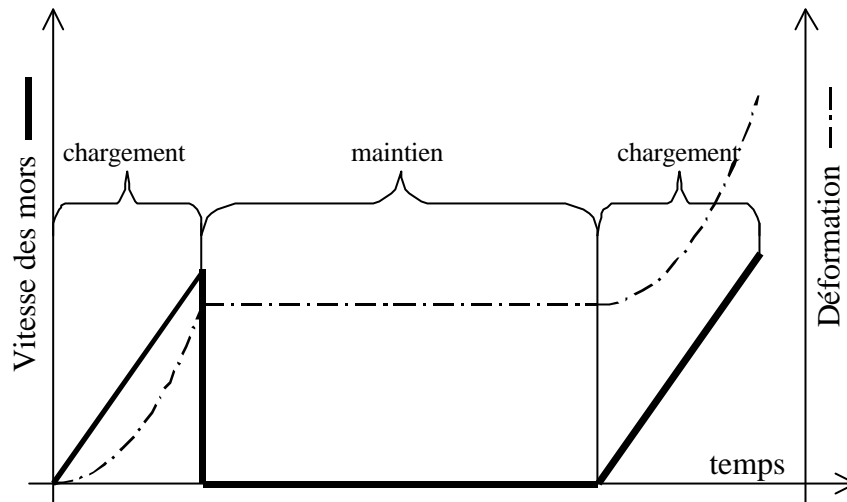


Figure 2-23. Diagramme des vitesses et des déformations au cours du temps pour un essai de traction à accélération constante.

### 2-2-3-2. Résultats expérimentaux.

Cette série d'essais comporte trois éprouvettes de peau de porc prises sur un même sujet. Nous obtenons toujours le même style de cartes de déformations. Les figures de 2-24 à 2-26 montrent les résultats obtenus respectivement pour les essais de 1 à 3. Le table 2-3 donne, pour chacun des essais, la valeur des contraintes de maintien et de relaxation, ainsi que la contrainte à la rupture.

Nom	Essai 1	Essai 2	Essai 3
Contrainte de maintien	0,51 N/mm <sup>2</sup>	0,46 N/mm <sup>2</sup>	1,38 N/mm <sup>2</sup>
Contrainte de relaxation	0,35 N/mm <sup>2</sup>	0,36 N/mm <sup>2</sup>	0,92 N/mm <sup>2</sup>
Contrainte à la rupture	2,3 N/mm <sup>2</sup>	1,57 N/mm <sup>2</sup>	2,5 N/mm <sup>2</sup>
Observation	Glissement dans le mors inférieur	Rupture en haut de l'éprouvette	Rupture en bas de l'éprouvette
Figure	2-24	2-25	2-26

Table 2-3. Grandeurs mécaniques des essais à accélération constante.

Le phénomène de viscoélasticité s'observe sur les courbes, car pour une même valeur de contrainte nominale, les déformations sont plus importantes sur ces essais que sur ceux à vitesse lente et constante (cf. figure 2-13 à 2-16).

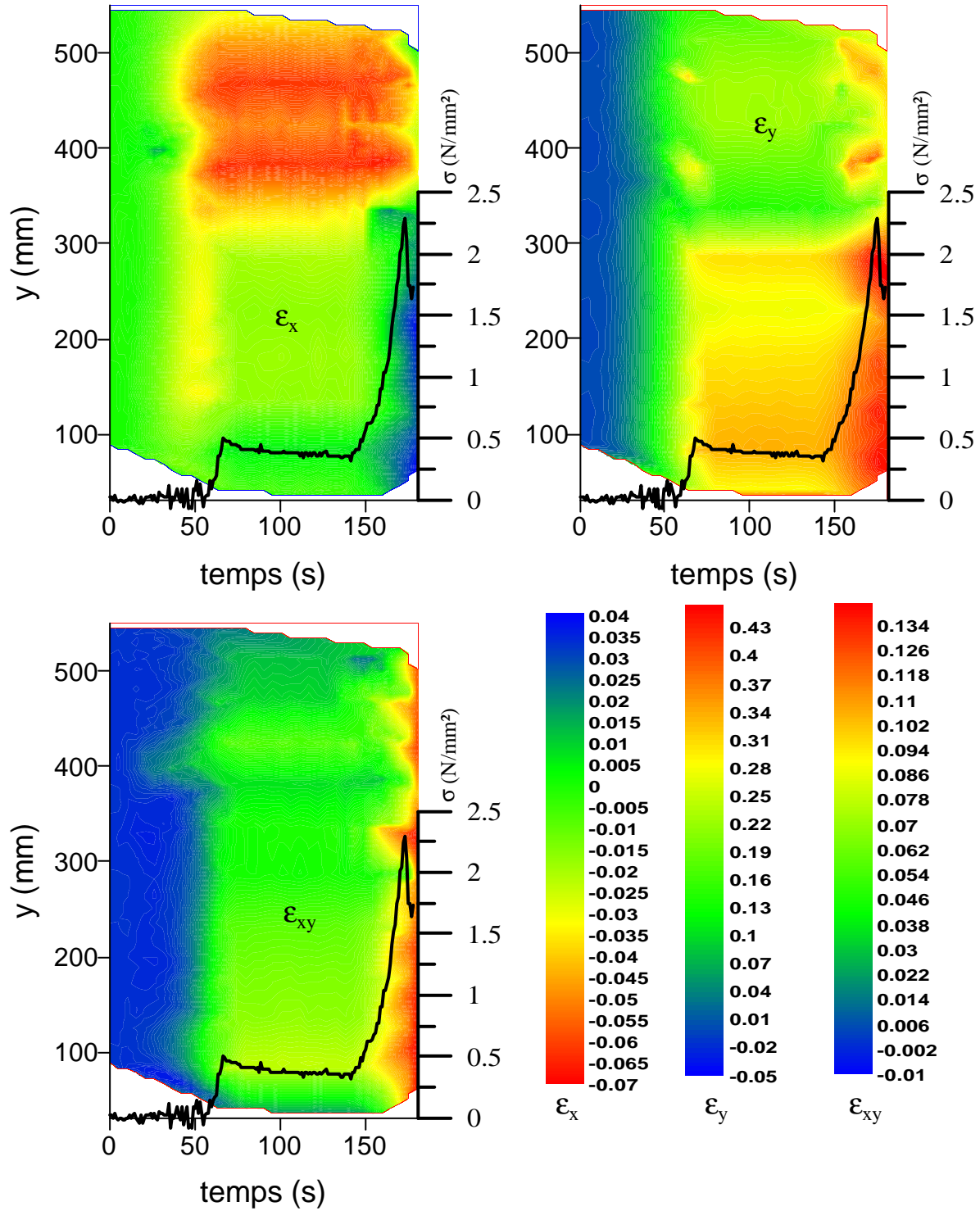


Figure 2-24. Résultats de l'essai 1 à accélération constante.

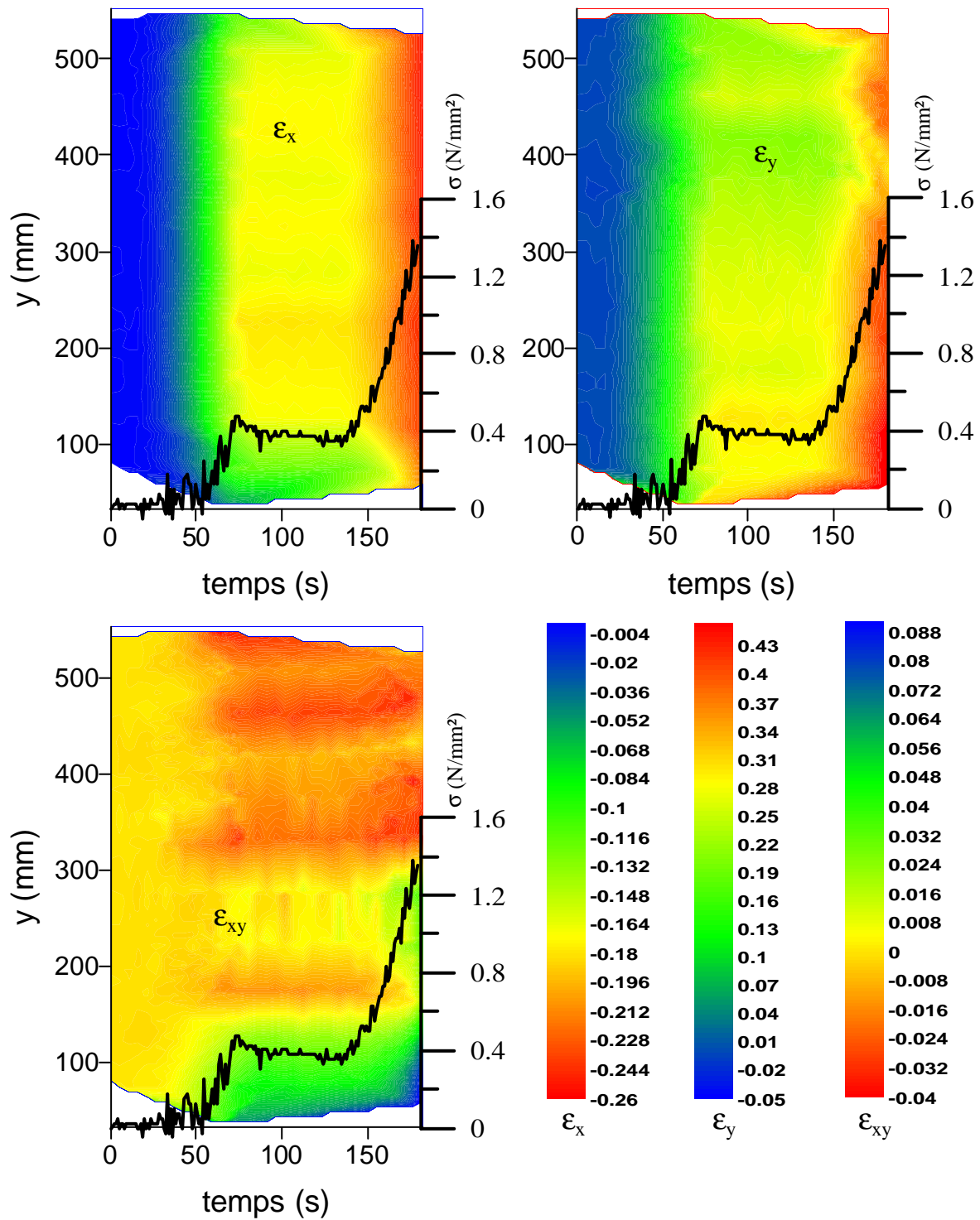


Figure 2-25. Résultats de l'essai 2 à accélération constante.

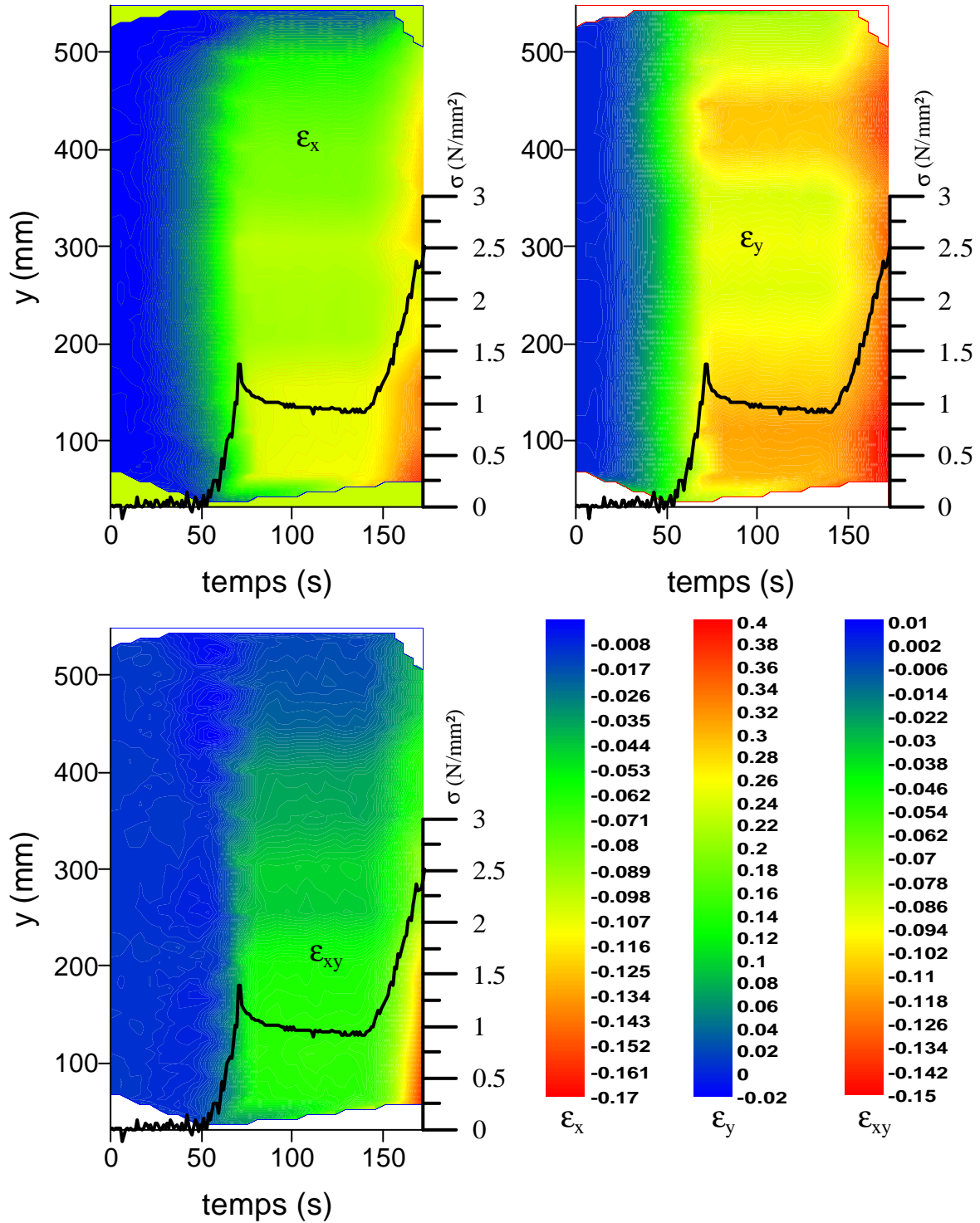


Figure 2-26. Résultats de l'essai 3 à accélération constante.

## 2-2-4. Essais biaxiaux.

### 2-2-4-1. Approche pratique.

Dans les essais précédents, nous avons supposé que le matériau était isotrope. Nous pouvons nous poser la question sur l'isotropie de la peau. C'est donc pour cette raison que nous avons décidé de mettre en œuvre des essais biaxiaux afin de déterminer les caractéristiques mécaniques orthotropes si elles existent. L'avantage des études biaxiales est que pour déterminer les différentes caractéristiques mécaniques orthotropes, nous avons un nombre d'essais minimum. Or, pour obtenir le même résultat, il aurait fallu effectuer plusieurs essais uniaxiaux pour différentes directions.

Le but est de pouvoir découpler les caractéristiques mécaniques suivant chaque direction en appliquant une charge sur un axe, puis l'autre. Nous nous sommes inspiré des travaux réalisés par Duval [Duval 1997] sur le carton d'emballage. Ce type d'essais impose que les contraintes soient homogènes sur la partie centrale (base de mesure) de l'éprouvette. Comme il nous est impossible de mesurer le champ de contraintes au centre de l'éprouvette pour ce genre de matériau, nous nous contenterons de voir si les champs de déformations sont homogènes. Nous allons donc utiliser la technique de suivi de marqueurs, en disposant un champ de points. Des photographies représentant les éprouvettes biaxiales dans les mors sont présentées sur les figures 2-30, 2-32 et 2-34.

#### Procédure expérimentale.

La procédure expérimentale de ces essais est la suivante : en premier, nous exerçons un déplacement des mors suivant un axe donné. Lorsque la charge suivant cette axe atteint une certaine valeur, le mouvement de ces mors est alors stoppé. Cet état est appelé « *équibiaxial* ». Ensuite, un étirement suivant l'autre direction est effectué, alors que le premier axe de chargement est maintenu immobile. Le schéma de la procédure est présenté sur la figure 2-27.

Ce processus permet alors de découpler les caractéristiques mécaniques [Duval 1997] qui se déterminent en interpolant les déformations ( $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  et  $\epsilon_{xy}$ ), ainsi que les contraintes ( $\sigma_x$  et  $\sigma_y$ ) par une droite dans la deuxième phase de chargement. Les allures générales des courbes de déformations, ainsi que celles des contraintes, pour un matériau parfaitement orthotrope, sont illustrées sur la figure 2-28. Les résultats de l'interpolation permettent de calculer les coefficients de l'équation suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 \\ \eta_1/E_1 & \mu_2/E_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 2-1})$$

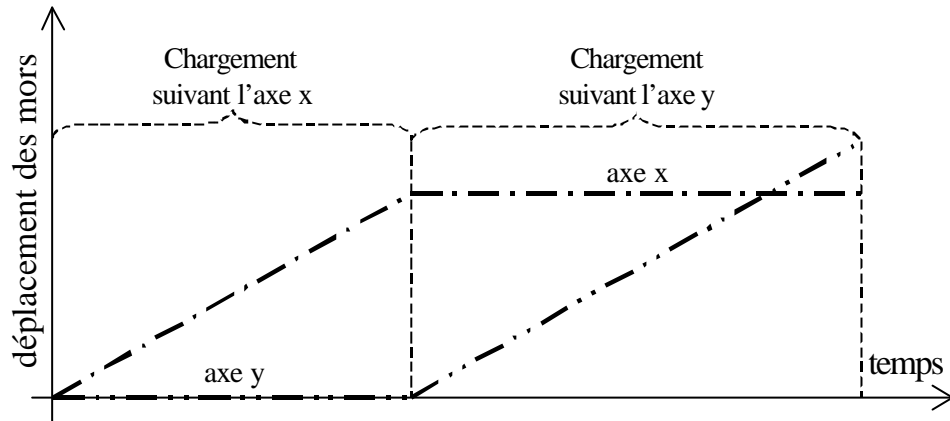


Figure 2-27. Schéma de la procédure de chargement d'un essai biaxial.

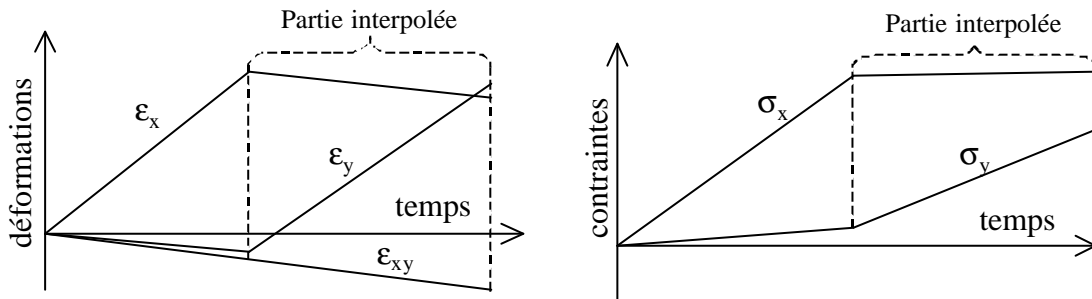


Figure 2-28. Allures des déformations et des contraintes pour un essai biaxial [Duval 1997].

### 2-2-4-2. Résultats expérimentaux.

Nous avons donc réalisé trois essais biaxiaux sur de la peau de porc. Le premier était pour tester la méthode de mesure optique pour ce type d'essais. Pour les deux autres essais, les éprouvettes ont été taillées sur le même sujet en prenant soin de repérer l'orientation. L'angle d'orientation de la deuxième éprouvette par rapport à la troisième est de  $105^\circ$ .

Il faut noter que pour le premier essai, le mouvement des mors est d'abord réalisé suivant l'axe vertical ( $\bar{y}$ ), puis suivant l'axe horizontal ( $\bar{x}$ ), alors que dans les deux autres essais, la procédure de chargement est inversée. Nous effectuons d'abord un mouvement des mors suivant l'axe  $\bar{x}$ , puis suivant l'axe  $\bar{y}$ .

### Conclusion.

Pour le dépouillement des résultats, la première étape est de vérifier si les déformations sont homogènes au centre de l'éprouvette. Pour cela, nous nous aidons du table 2-4 qui est l'index des figures pour chacun des trois essais.

Nom	Essai 1	Essai 2	Essai 3
$\epsilon_x$	Figure 2-29	Figure 2-35	Figure 2-38
$\epsilon_y$	Figure 2-31	Figure 2-36	Figure 2-39
$\epsilon_{xy}$	Figure 2-33	Figure 2-37	Figure 2-40
$\epsilon_{ponctuelle}$	Figure 2-41	Figure 2-43	Figure 2-45
Charge	Figure 2-42	Figure 2-44	Figure 2-46

Table 2-4. Index des figures pour les différents essais.

Pour le premier essai, les déformations ne sont pas strictement homogènes, ce qui n'est pas surprenant étant donné la nature hétérogène des matériaux biologiques. En pratique, nous prenons comme point de mesure des déformations ponctuelles, qui nous sert pour la seconde étape, la zone qui est la plus homogène possible.

Ces problèmes d'hétérogénéité dans les déformations pourraient provenir des conditions de mise en place de l'éprouvette dans les mors. En effet, cette phase est difficile à réaliser expérimentalement, car l'éprouvette est souple et se modifie géométriquement sous le simple effet de son poids. Il nous est alors difficile de pouvoir appliquer une sollicitation mécanique parfaite, qui serait seulement suivant un axe de l'éprouvette. A cela, s'ajoute le problème de précharge présenté dans le sous-chapitre 2-2-1-2 qui, dans ce cas, s'effectue suivant les deux axes. Des précautions doivent alors être prises lors de la mise en place de l'éprouvette.

La deuxième étape de l'étude de ces essais se fait ponctuellement. En considérant quatre taches, nous obtenons les déformations ponctuelles et les charges en fonction du temps. Le table 2-4 donne les graphiques de mesures ponctuelles correspondant à chaque essai. Nous

observons très bien, sur les figures 2-41 à 2-46, les diverses phases de chargement. Sur les figures 2-42, 2-44 et 2-46, ce sont les charges en fonction du temps qui sont représentées.

Dans le cas de la deuxième éprouvette, nous observons sur la figure 2-43 que les déformations de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$  varient entre plus ou moins 0,015. Par contre, en ce qui concerne la troisième éprouvette, les déformations de cisaillement sont linéaires et vont jusqu'à une valeur de 0,15, ce qui n'est pas négligeable. Nous pouvons donc supposer que les déformations  $\varepsilon_{xy}$  sont fonctions de l'orientation. De même, les déformations  $\varepsilon_x$  atteignent 0,15 pour le deuxième essai et 0,28 pour le troisième, alors que les déformations  $\varepsilon_y$  atteignent -0,08 pour le deuxième essai et -0,11 pour le troisième. Ces valeurs montrent que pour une charge identique, les déformations sont plus importantes pour l'essai 3 que pour l'essai 2. Nous pouvons donc en déduire que la peau de porc se déforme plus pour une direction de sollicitation donnée.

Ce style de comportement fait penser à celui des matériaux composites qui, pour rappel, possèdent des modules longitudinal, transversal et de cisaillement, comme cela semble être le cas dans nos essais 2 et 3. L'idéal serait de réaliser une autre série, plus importante, d'essais de mesure de champs de déformations avec une orientation différente, pour pouvoir vraiment affirmer que la peau de porc est orthotrope. Sans aller plus loin dans les manipulations expérimentales, nous pouvons dire que la peau semble posséder un comportement orthotrope.

Pour la détermination numérique des caractéristiques mécaniques (eq 2-1), il est difficile de considérer une loi de comportement orthotrope élastique. En effet, lorsque nous observons les courbes des figures 2-41 à 2-46, nous remarquons que les déformations et les charges ne sont pas linéaires. Il ne nous est donc pas possible de déterminer les caractéristiques telles que l'a fait Duval [Duval 1997]. Il faudrait de plus prendre en compte l'effet de la vitesse dans le comportement qui est plus viscoélastique qu'élastique, comme nous avons pu le visualiser dans le sous-chapitre 2-2-3.



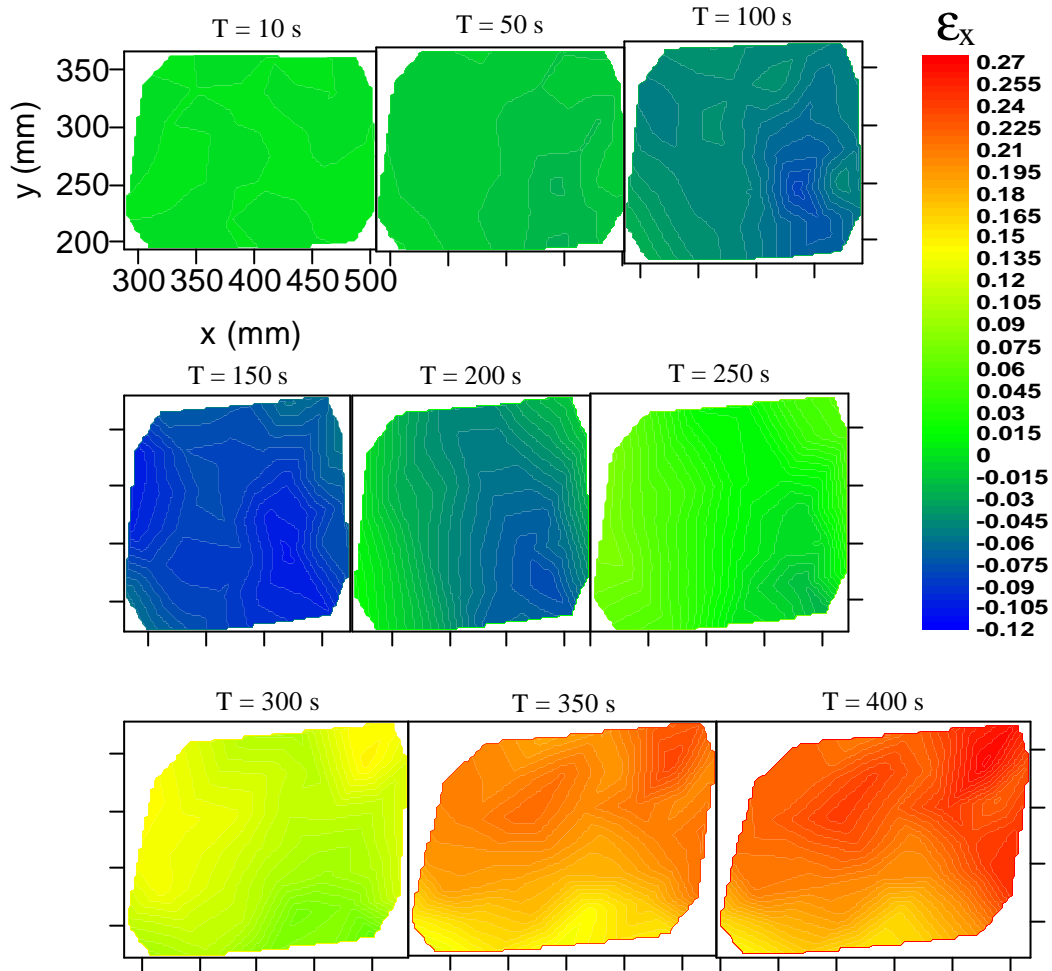


Figure 2-29. Déformations suivant l'axe x pour le premier essai biaxial.

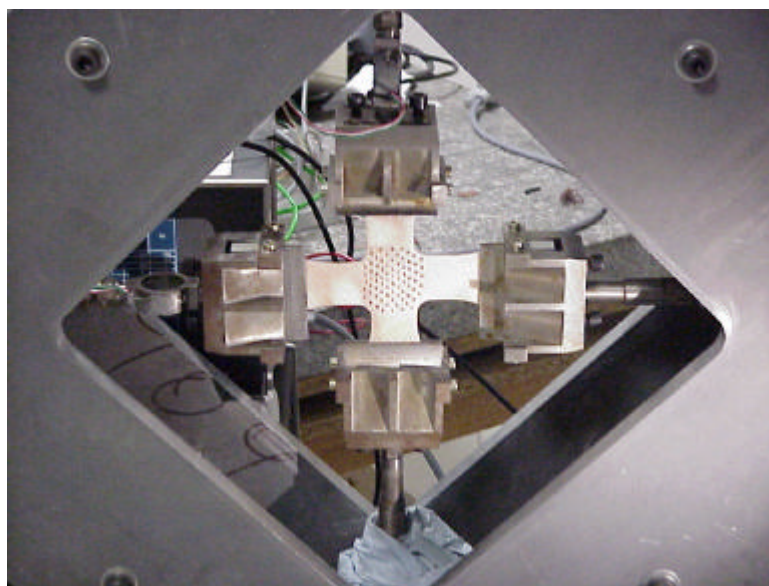


Figure 2-30. Photographie de l'éprouvette biaxiale positionnée dans les mors.

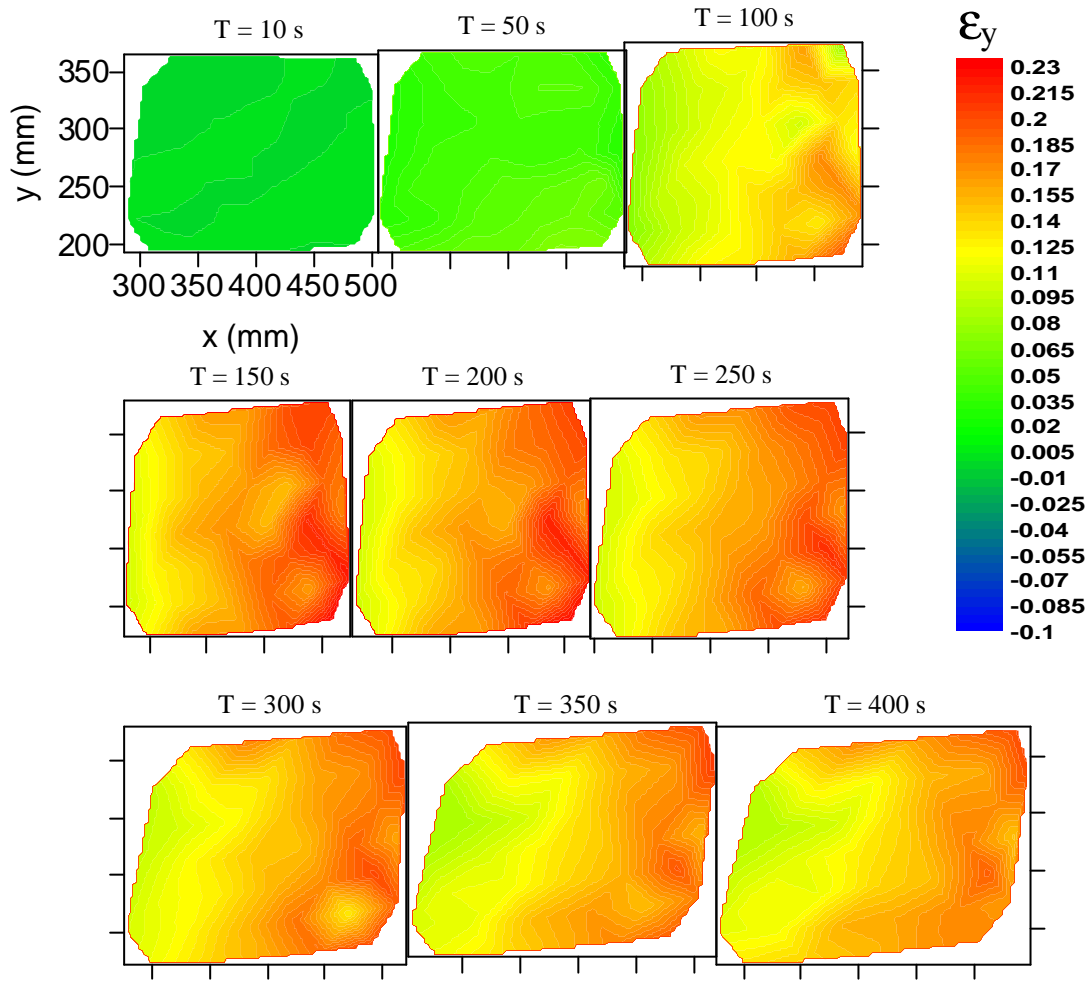


Figure 2-31. Déformations suivant l'axe  $y$  pour le premier essai biaxial.

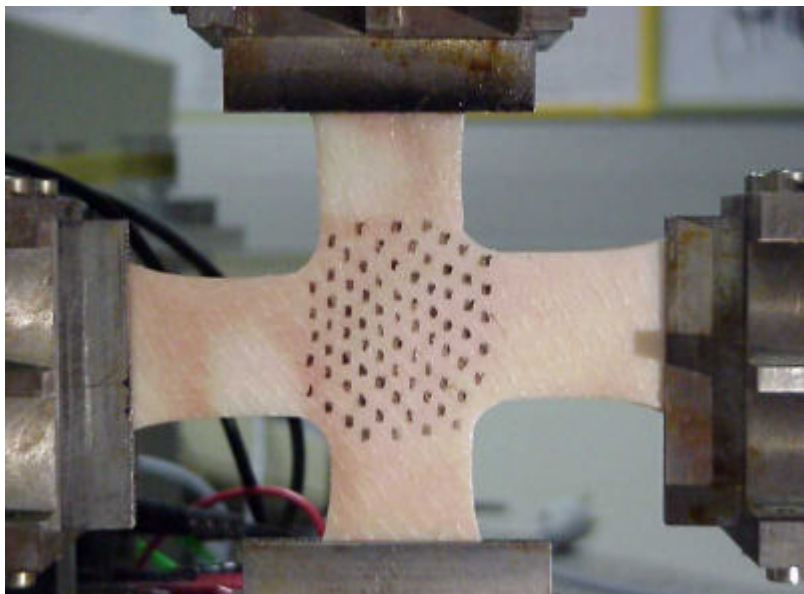


Figure 2-32. Eprouvette biaxiale.

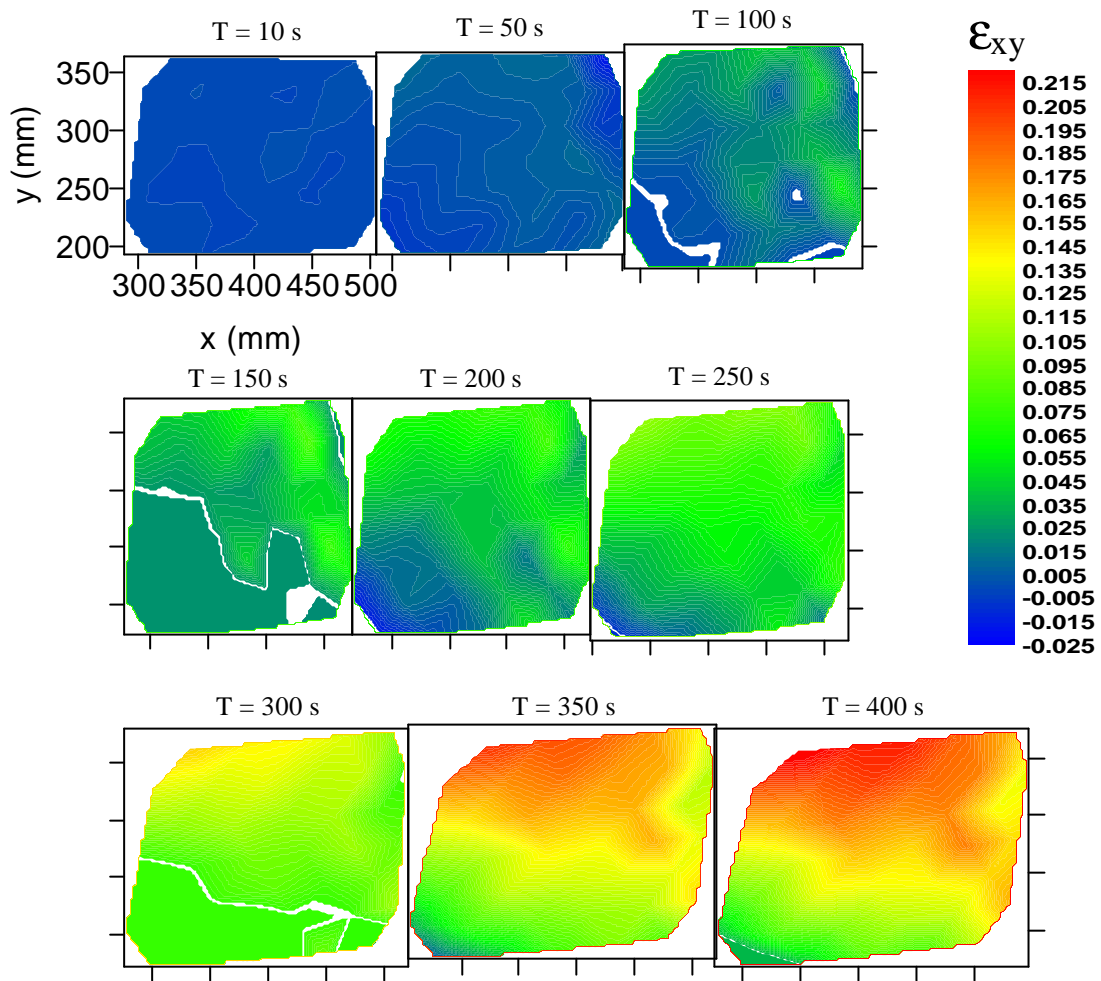


Figure 2-33. Déformations suivant l'axe xy pour le premier essai biaxial.

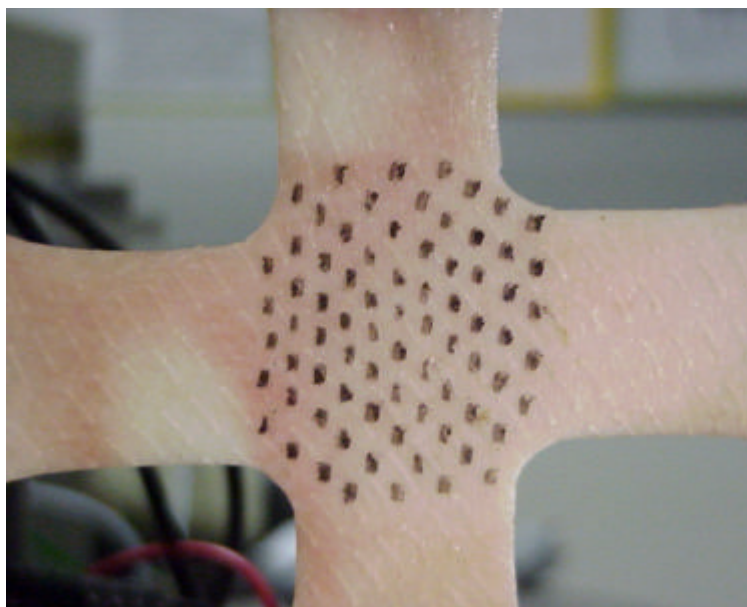


Figure 2-34. Eprouvette biaxiale.

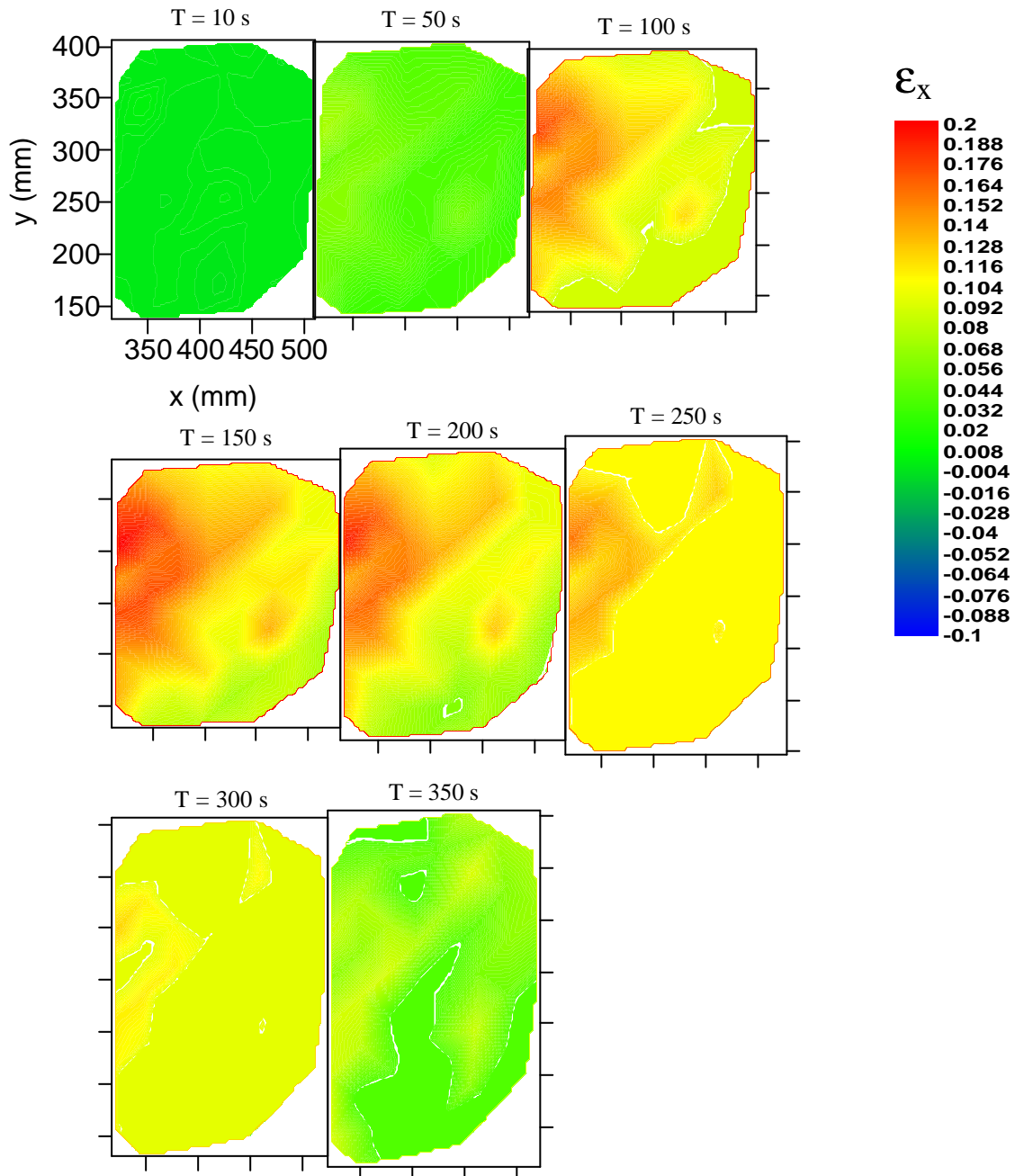


Figure 2-35. Déformations suivant l'axe x pour le deuxième essai biaxial.

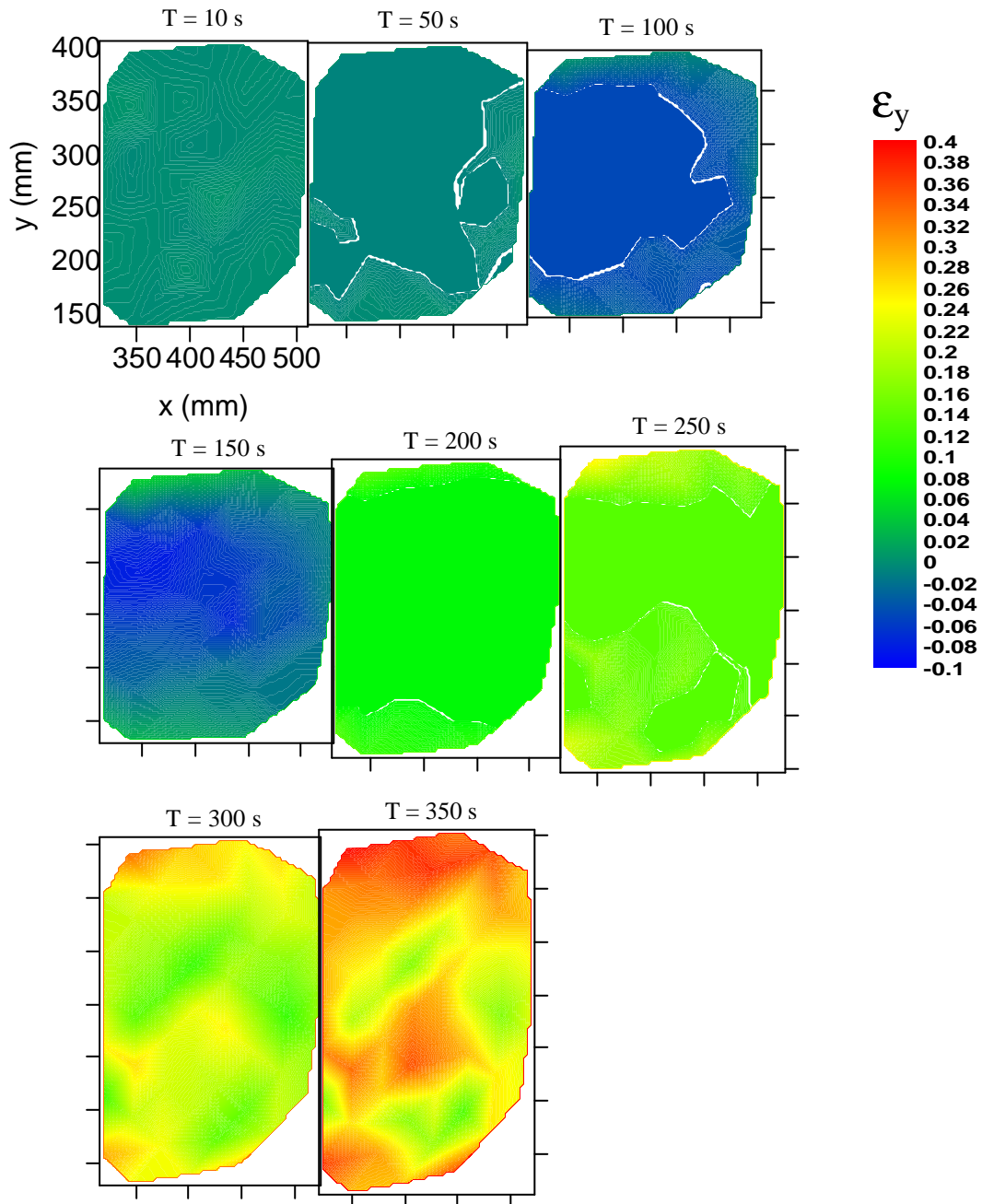


Figure 2-36. Déformations suivant l'axe y pour le deuxième essai biaxial.

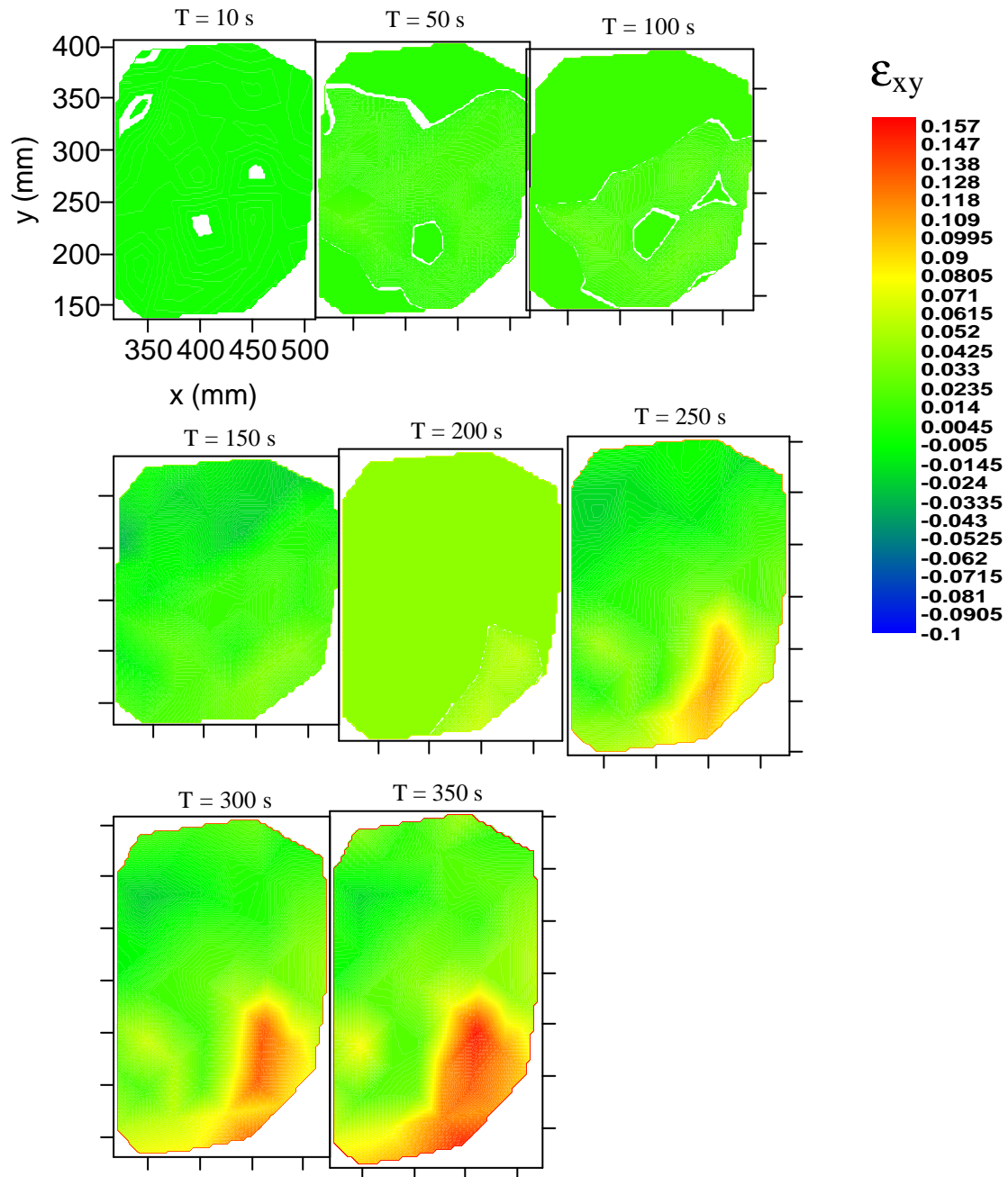


Figure 2-37. Déformations suivant l'axe xy pour le deuxième essai biaxial.

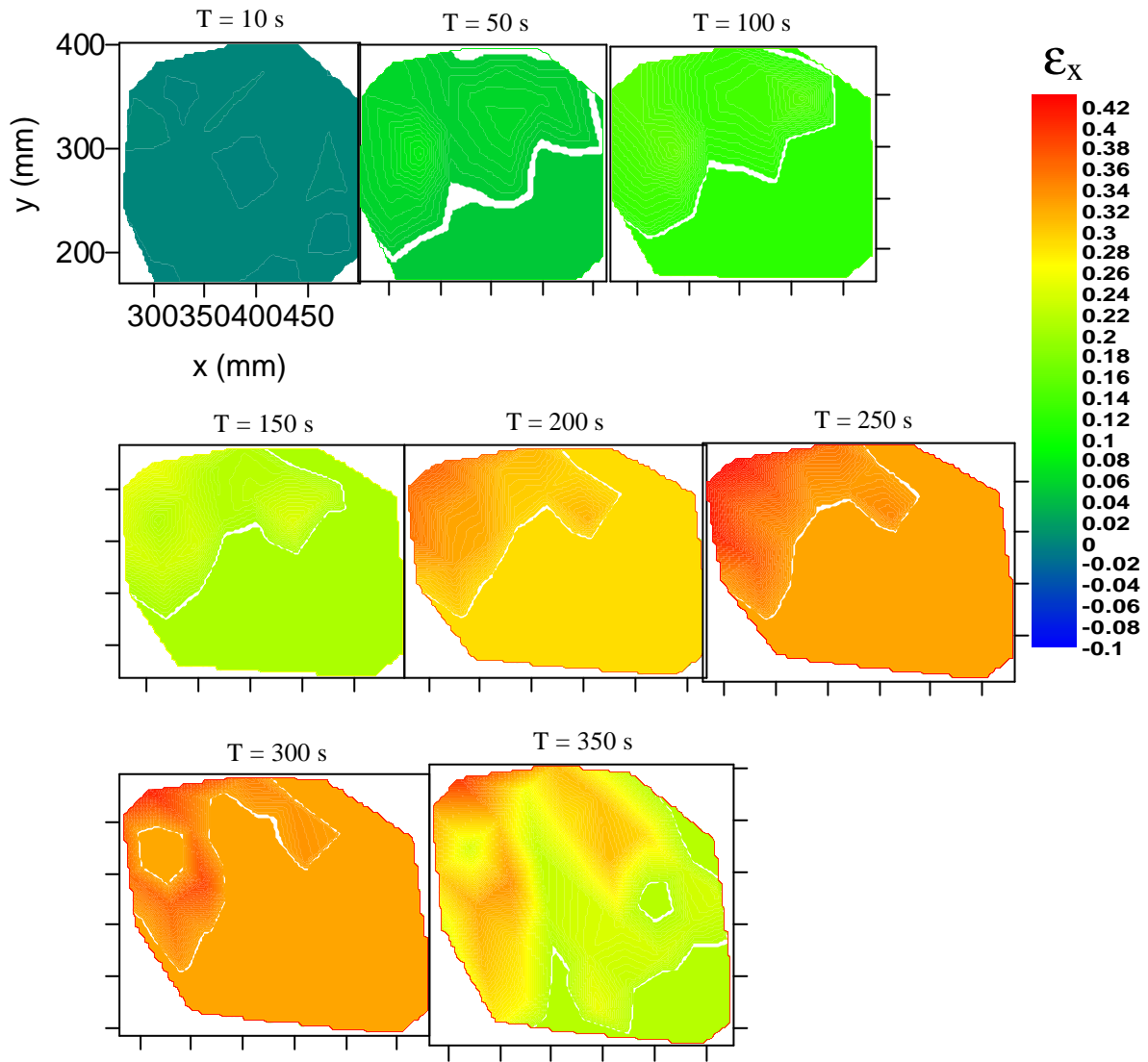


Figure 2-38. Déformations suivant l'axe x pour le troisième essai biaxial.

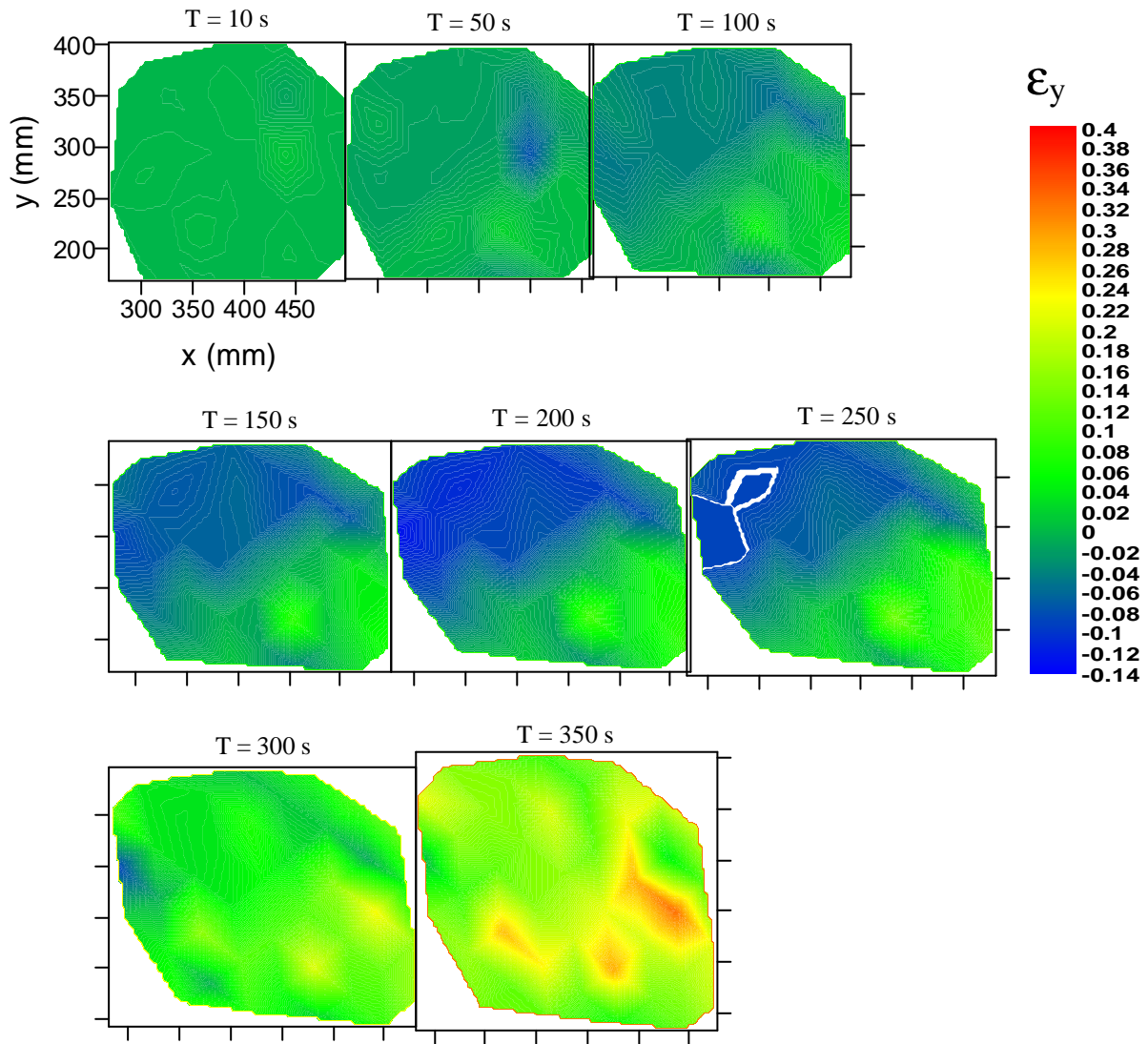


Figure 2-39. Déformations suivant l'axe  $y$  pour le troisième essai biaxial.



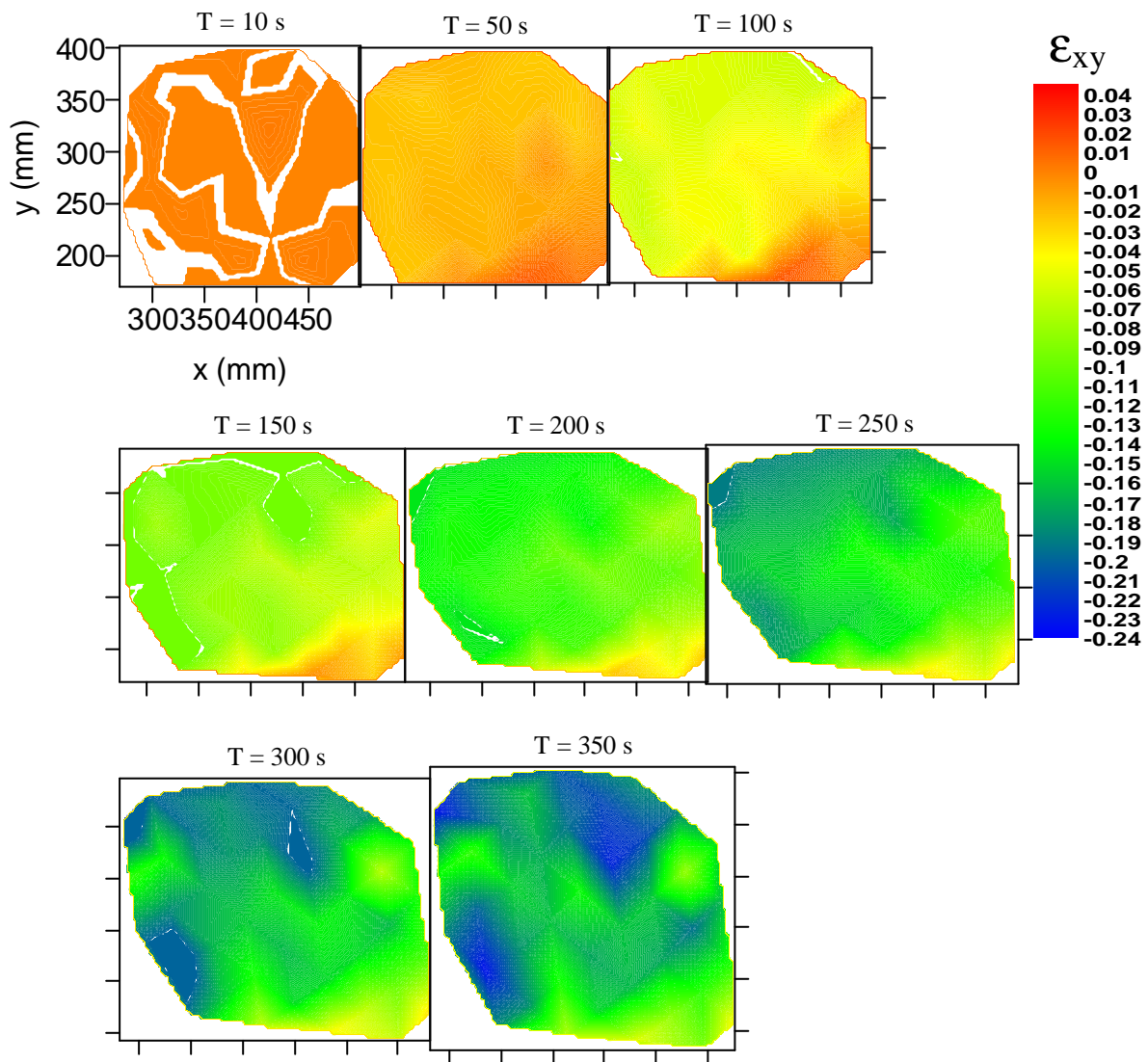


Figure 2-40. Déformations suivant l'axe xy pour le troisième essai biaxial.

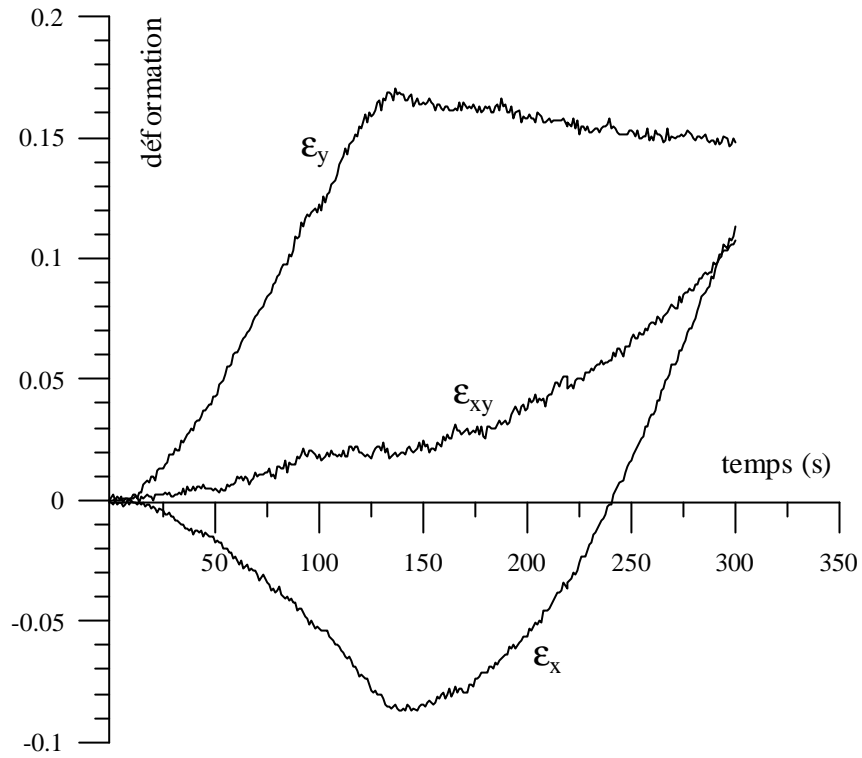


Figure 2-41. Déformations pour le premier essai biaxial.

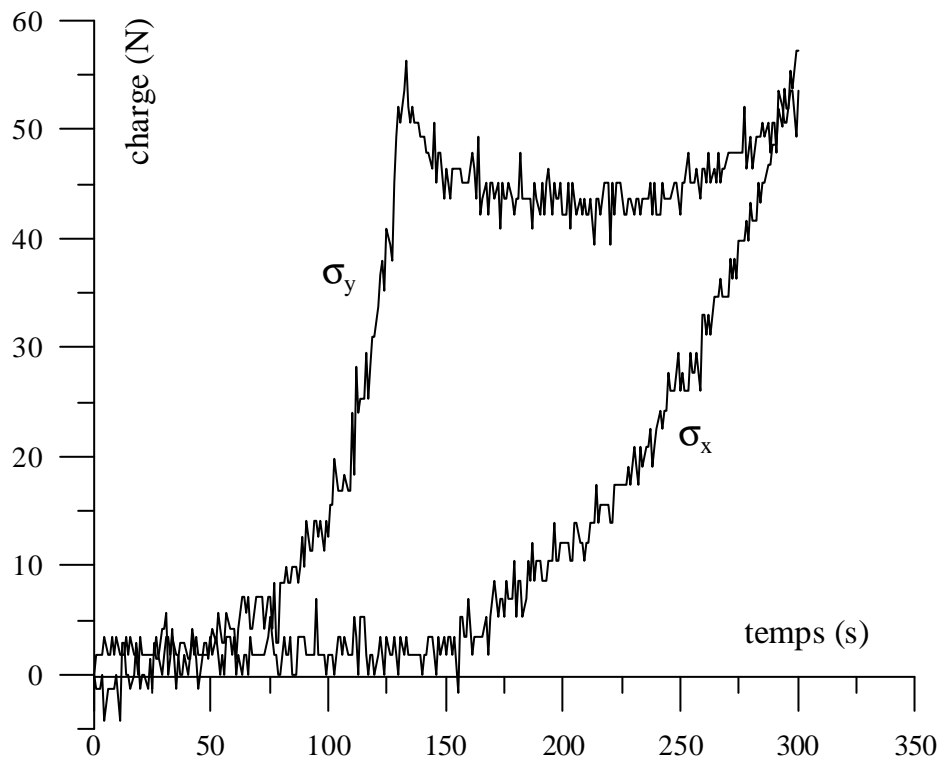


Figure 2-42. Charges pour le premier essai biaxial.

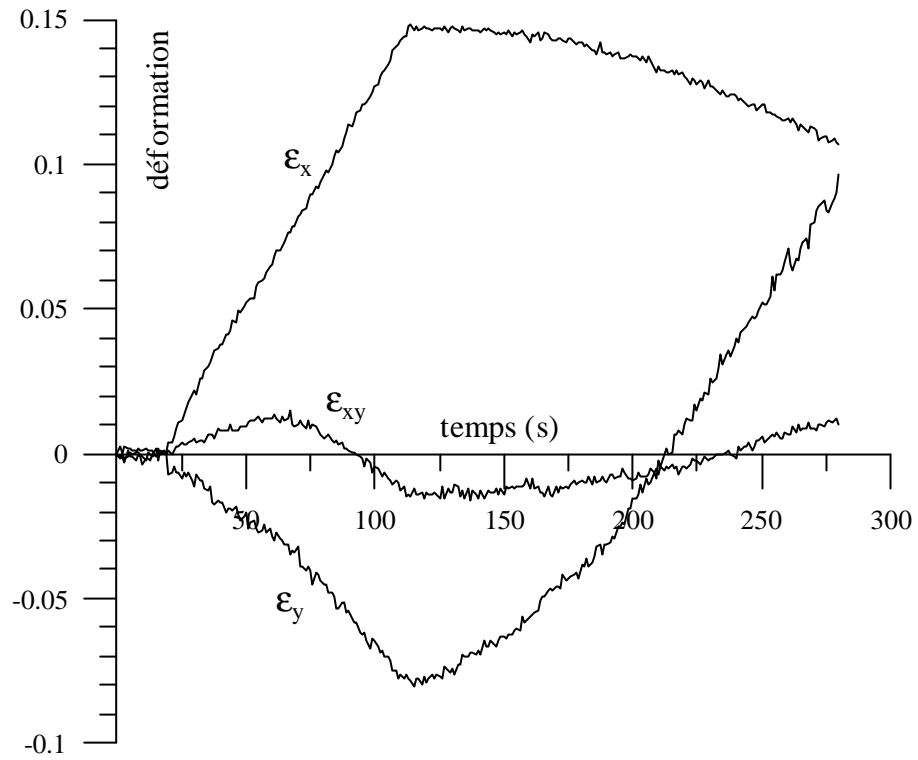


Figure 2-43. Déformations pour le deuxième essai biaxial.

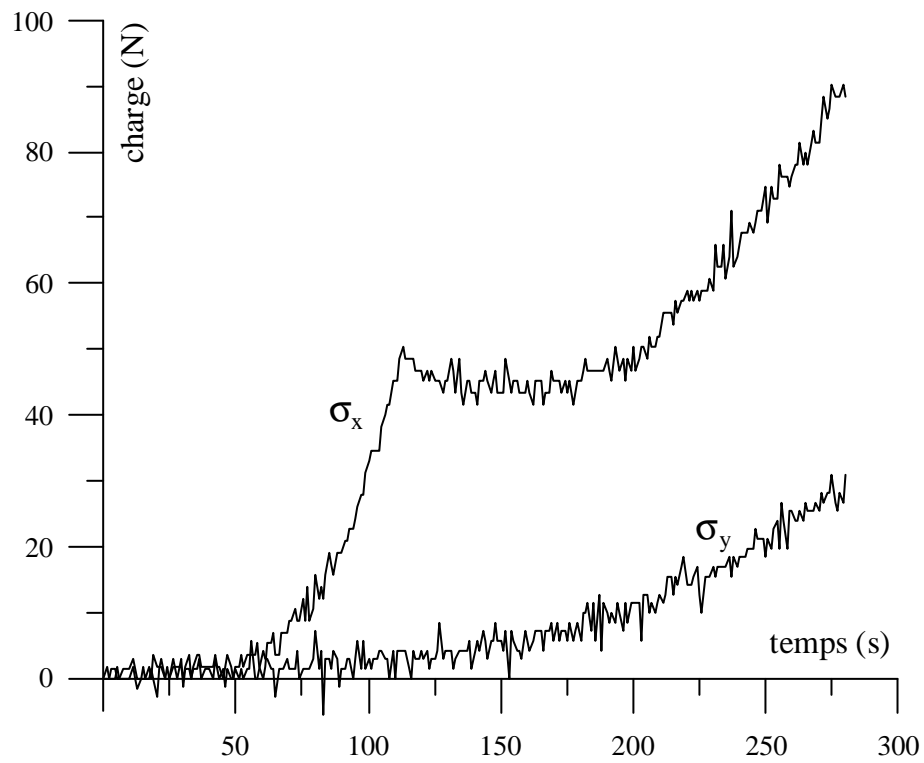


Figure 2-44. Charges pour le deuxième essai biaxial.

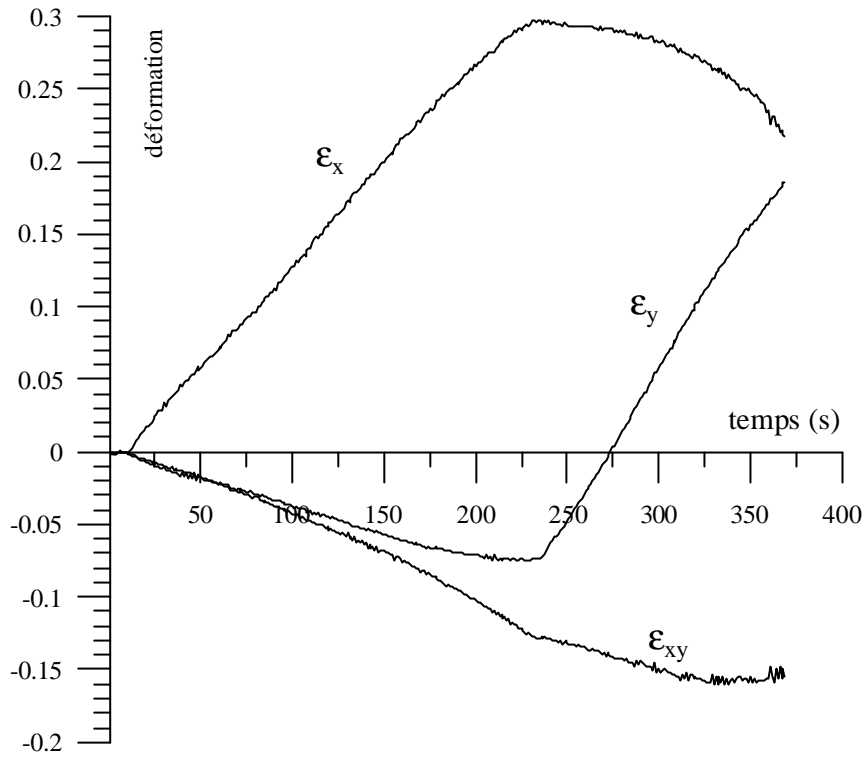


Figure 2-45. Déformations pour le troisième essai biaxial.

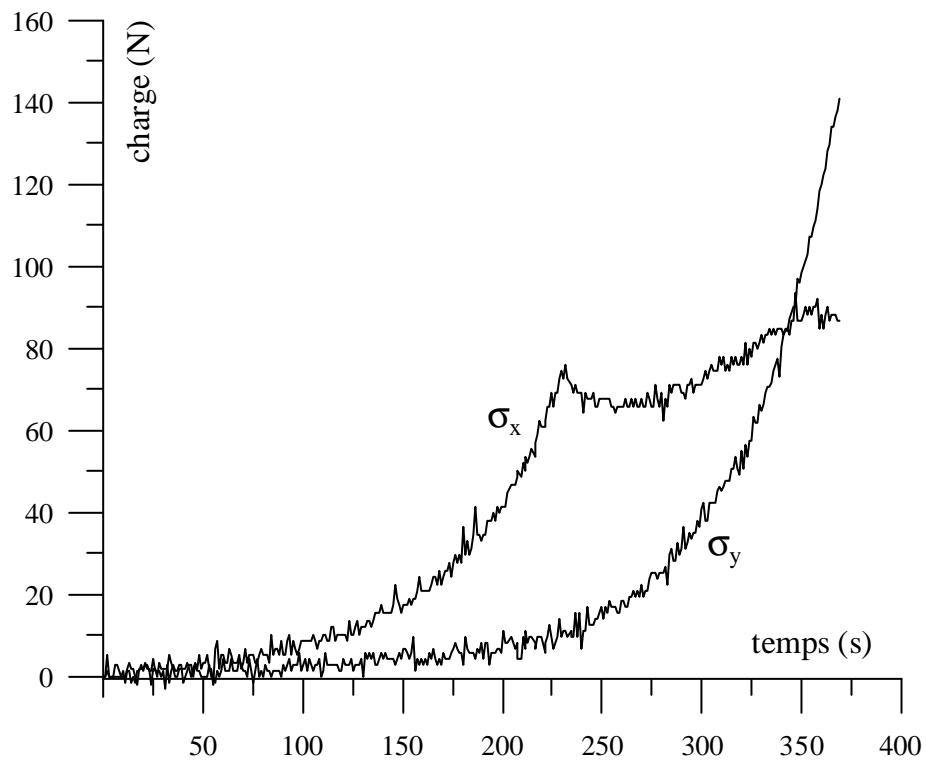


Figure 2-46. Charges pour le troisième essai biaxial.

# **CONCLUSION**



La première partie présente la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux, ainsi que quelques exemples d'application. Nous avons établi trois équations qui permettent de déterminer un nuage de points correspondant au relief de l'objet, à partir de l'analyse d'un champ de phase, et ceci pour deux modélisations de montage. Dans le but d'améliorer l'exactitude de cette méthode de mesure 3D, nous avons développé un processus de calibrage qui permet de déterminer les différents paramètres géométriques du montage qui interviennent dans le calcul du relief. La méthode de projection de réseaux de traits sinusoïdaux couplée à une technique de décalage de phases et au processus de calibrage permet d'obtenir une exactitude qui est fonction de la capacité de surface mesurable. Par exemple, pour une surface de  $175 \times 200 \text{ mm}^2$ , nous obtenons une exactitude de 0,2 mm et pour une surface de  $900 \times 730 \text{ mm}^2$ , nous obtenons une exactitude de 2 mm et ceci pour une modélisation de montage à 5 paramètres. Rappelons que cette dernière modélisation fait les hypothèses que le réseau projeté est vertical et que la caméra et le vidéoprojecteur se trouvent dans le même plan horizontal. Sans ces hypothèses, nous pouvons utiliser une modélisation à 7 paramètres, mais si l'inclinaison du réseau n'est pas suffisante, l'exactitude est légèrement moins bonne. En effet, le nombre de franges suivant l'axe vertical est alors trop petit. Cela amène une imprécision, car la variation de phase est très faible.

Nous avons pu apprécier la qualité et la résolution des résultats de mesure de reliefs obtenus par cette technique par l'intermédiaire d'une mise en œuvre sur un bas-relief, un bloc de sédiments érodé et la statuette d'un chat. En ce qui concerne les applications biologiques, nous avons pu voir le maillage de la partie distale du tibia, une aide au diagnostic de la scoliose, ainsi qu'une aide à la conception de chaussures orthopédiques. Nous avons aussi établi des abaques qui permettent de s'affranchir des problèmes de sauts de franges entières.

Pour pouvoir effectuer le maillage complet du corps humain, c'est-à-dire de tous les organes qui le composent, il faut prévoir une automatisation de la technique proposée. De plus, un temps d'acquisition minimum des images est nécessaire si nous envisageons des applications directes sur des patients, ce qui nécessite une bonne stabilité du sujet. Enfin, il reste à développer l'interface entre les mesures expérimentales (qui peuvent être redondantes) et les données numériques qui conduisent au maillage utilisé par la méthode des éléments finis.

La deuxième partie traite de la mesure de grandeurs mécaniques sur des organes biologiques, en vue d'établir une loi de comportement. La méthode de suivi de marqueurs donne de meilleurs résultats que la technique de corrélation. Nous l'avons donc appliquée à la peau de porc. Pour essayer d'observer l'ensemble des phénomènes, nous avons réalisé plusieurs types d'essais. Les essais de traction ont pu mettre en évidence un comportement en deux parties. La première oppose peu de résistance aux déformations, ce qui correspond à un module longitudinal faible, alors que pour la seconde partie c'est l'inverse, ce qui correspond à un module longitudinal plus important. La transition de ces deux parties s'effectue aux alentours de 15% de déformation longitudinale, ce qui n'est pas négligeable. Nous avons aussi observé un phénomène de relaxation. De plus, ce tissu est viscoélastique ou viscoplastique, c'est-à-dire que la vitesse de sollicitation modifie le comportement de la peau. Il semblerait que ce tissu ne soit pas isotrope, mais orthotrope, c'est-à-dire qu'il possède une direction de travail privilégiée comme les matériaux composites. Mais ceci doit être confirmé par d'autres essais biaxiaux.

Nous avons déterminé une contrainte nominale à la rupture moyenne d'environ  $2 \text{ N/mm}^2$ . Le problème que nous avons rencontré est celui du calcul de la section de l'éprouvette. Nous avons donc travaillé en contrainte nominale et non en contrainte vraie, car nous connaissons mal les phénomènes mécaniques internes de ce tissu. La dispersion des résultats peut s'expliquer par la diversité des sujets (âge, mode de vie, etc.). Il faudrait donc réaliser une étude statistique qui peut être facilement réalisée avec la méthode de suivi de marqueurs, car elle est simple et rapide à mettre en œuvre. De plus, elle permet d'avoir un comportement local de l'organe.

Les méthodes optiques de mesure peuvent apporter des réponses aux problèmes de la biomécanique. En effet, les méthodes optiques ont l'avantage d'effectuer des mesures sans contact, donc sont non perturbatrices. Nous avons vu que la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux permettait d'obtenir le relief d'un objet et ainsi de pouvoir en extraire son maillage en éléments finis. Nous avons aussi montré que la technique de suivi de marqueurs permettait de mesurer des champs de déformations en vue d'établir une loi de comportement. Par identification avec les simulations numériques en éléments finis, nous pouvons établir les lois de comportement pour chaque organe qui compose le corps humain. Les modélisateurs possèdent alors toutes les informations nécessaires pour la conception d'un mannequin numérique plus proche de la réalité. Le fait que cet humanoïde ait un comportement qui se rapproche plus de celui d'un être vivant va permettre aux constructeurs d'optimiser la structure de leurs véhicules d'un point de vue sécuritaire, en réalisant plusieurs simulations, et de mieux connaître les dégâts corporels que les passagers vont subir en cas d'accident.



## Références Bibliographiques

[Asundi 1993]

Asundi A. *Computer-aided moiré methods*. Optics and Lasers in Engineering 17;1993:107-116.

[Aguilar 1996]

Aguilar J.J., Torres F. and Lope M.A. *Stereovision for 3D measurement: accuracy analysis, calibration and industrial applications*. Measurement 18(4);1996:193-200.

[Ayache 1989]

Ayache N. *Vision stéréoscopique et perception multisensorielle : application à la robotique*. Inter Edition, Science Informatique, 1989.

[Bamberger 1981]

Bamberger Y. *Mécanique de l'ingénieur : Milieux déformables*. Hermann, Paris, 1981.

[Barbe]

Barbe J. *Mécanique des structures*. Ecole Nationale Supérieure de l'aéronautique et de l'espace.

[Batoz 1992]

Batoz J.L. and Dhatt G. *Modélisation des structures par éléments finis*. Hernes Sciences Publication, 1992, ISBN : 2866012437.

[Bazin 1997]

Bazin F. *Comparaison entre différentes techniques de décalage de phase*. DEA de l'Université de Poitiers, 1997.

[Beek 2000]

Beek M., Koolstra J.H., Van Ruijven L.J. and Van Eijden T.M.G.J. *Three-dimensional finite element analysis of the human temporomandibular joint disc*. Journal of Biomechanics 33;2000:307-316.

[Beyer 1992]

Beyer H. *Accurate Calibration of CCD cameras*. IEEE Computer Society Conference Computer Vision Pattern Recognition 1992;21:96-101.

[Bone 1986]

Bone D.J., Bachor H.A. and Sandeman R.J. *Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform*. Applied Optics 25(10);1986:1653-1660.

[Bonneval 1972-a]

Bonneval H. *Photogrammétrie générale tome 1. Enregistrement photographique des gerbes perspectives*. Collection scientifique de l'institut géographique national, Eyrolles, Paris, 1972.

[Bonneval 1972-b]

Bonneval H. *Photogrammétrie générale tome 2. Restitution : méthodes et appareils*. Collection scientifique de l'institut géographique national, Eyrolles, Paris, 1972.

[Bonneval 1972-c]

Bonneval H. *Photogrammétrie générale tome 3. Levés topographiques par photogrammétrie aérienne*. Collection scientifique de l'institut géographique national, Eyrolles, Paris, 1972.

[Bonneval 1972-d]

Bonneval H. *Photogrammétrie générale tome 4. Méthodes et appareils simplifiés*. Collection scientifique de l'institut géographique national, Eyrolles, Paris, 1972.

[Brémand 1994]

Brémand F. *A phase-unwrapping technique for object relief determination*. Optics and Laser in Engineering 21;1994:49-60.

[Brèque 1999]

Brèque C. *Etude de l'adaptabilité des méthodes optiques de mesure pour la détermination des propriétés mécaniques des matériaux biologiques*. DEA de Mécanique de l'Université de Poitiers, 1999.

[Brèque 2001]

Brèque C., Brémand F. and Gayet L.E. *Measurement of a relief with the projection moiré method, application to the diagnosis of a scoliosis*. Archives of physiology and biochemistry, ISSN 1381-3455, 109(sup);2001:87.

[Brunning 1974]

Brunning J.H., Herriott D.R., Gallagher J.E., Rosenfeld D.P., White A.D. and Brangaccio D.J. *Digital wave front measuring interferometer for testing optical surface and lenses*. Applied Optics 13;1974:2693-2703.

[Caprile 1990]

Caprile B. and Torre V. *Using vanishing points for camera calibration*. International Journal of Computer Vision 4;1990:127-140.

[Cardenas 1995]

Cardenas-Garcia J.F., Tao H.G. and Zheng S. *3D Reconstruction of objects using stereo imaging*. Optics and Laser in Engineering 22;1995:193-213.

[Chen 1996]

Chen C.S., Hung Y.P., Chiang C.C. and Wu J.L. *Range data acquisition using color structured lighting and stereovision*. Image and Vision Computing 15;1997:445-456.

[Chevallier 1995]

Chevallier E. *Contribution au quasi-hétérodynage à une image dans l'analyse de réseaux de franges pour des applications temps réels*. DEA de Mécanique, Université de Poitiers, 1995.

[Chi-Fang 1999]

Chi-Fang L. and Chih- Yang L. *A new approach to high precision 3D measuring system*. Image and Vision Computing 17;1999:805-814.

[Choi 1998]

Choi Y.B. and Kim S.W. *Phase shifting grating projection moiré topography*. Optical Engineering 37(3);1998:1005-1010.

[Couteau 2000]

Couteau B. Payan Y. and Lavallée S. *The mesh-matching algorithm: an automatic 3D mesh generator for finite element structures*. Journal of Biomechanics 33;2000: 1005-1009.

[Craievich 1999]

Craievich D., Barnett B. and Bovik A.C. *A stereo visual pattern image coding system*. Image and Vision Computing 18;1999:21-37.

[Creath 1988]

Creath K. *Phase measurement interferometry techniques*. Prog. Opt. 26;1988:350-393.

[Crevier 1995]

Crevier N., Pourcelot P., Geiger D., Collobert C., Denoix J.-M. and Bousseau B. *Répercussions mécaniques des lésions du tendon fléchisseur superficiel du doigt du cheval. Présentation orale. XXème Congrès de la Société de Biomécanique, Lausanne, Suisse*. Archives of Physiology and Biochemistry 103(3);1995:C54.

[Cronkite 1936]

Cronkite A.E. *Anatomie Recherche*, 64;1936:173-186.

[Daucher 1994]

Daucher N., Dhome M. and Lapresté J.T. *Camera calibration from spheres images*. Lecture notes in Computer Science 8000;1994:449-454.

[Dauzat 1992]

Dauzat M., Mercier J. and Bourgeois J.M. *Physiologie générale*. Sauramps médical, 1992.

[Denis 2000]

Denis S. *Analyse mécanique de la verse en végétation du maïs, approche expérimentale et élaboration d'un modèle numérique du système racinaire*. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 2000.

[Dupré 1992]

Dupré J.C. *Traitement et analyse d'images pour la mesure de grandeurs cinématiques, déplacements et déformations à partir de la granularité laser et de réseaux croisés, et pour l'étude de couplage thermomécanique*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1992.

[Durelli 1970]

Durelli A.J. and Parks V.J. *Moiré analysis of strain*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

[Eringen 1962]

Eringen C. *Non linear theory of continuous media*. Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1962.

[Faugeras 1993]

Faugeras O.D. *Three-dimensional Computer Vision: A geometric Viewpoint*. The MIT Press of Boston, 1993.

[Faugeras 1987]

Faugeras O.D. and Toscani G. *Camera calibration for 3D computer vision*. In Proc. International Workshop on Machine Vision and Machine Intelligence, Tokyo, Japan, 1987.

[Feng 1994]

Feng K. and Ming L. *Calibration of structured light sensor for multivisual inspection system*. Proceedings of SPIE The International Society for Optical Engineering 2350;1994:197-203.

[Garcia 2001]

Garcia D., Orteu J.J. and Devy M. *Calibrage précis d'une caméra CCD ou d'un capteur de vision stéréoscopique*. Colloque photomécanique 2001, pp. 9-16.

[Germain 1989]

Germain P. *Mécanique*. Ecole Polytechnique, tome 2, Ellipses, 1989.

[Gilbert 1999]

Gilbert A., Van Dijke H., Snijders C.J., Stoeckart R. and Stam H.J. *A biomechanical model on muscle forces in the transfer of spinal load to the pelvis and legs*. Journal of Biomechanics 32;1999:927-933.

[Gilbert 2000]

Gilbert B.S. and Blatt J.H. *Enhanced three-dimensional reconstruction of surfaces using multicolor gratings*. Optical Engineering 39(1);2000:52-60.

[Gonzalez 1993]

Gonzalez C. and Wood R.E. *Digital image processing*. Edition Wesley, 1993.

[Grafe 1969]

Grafe H. *Aspekte zur ätiologie der subcutanen Achillessehnenruptur*. Zentralblatt f. Chirurgie 94(33);1969:1073-1082.

[Gross 2001]

Gross S. and Abel E.W. *A finite element analysis of hollow stemmed hip prostheses as a means of reducing stress shielding of the femur*. Journal of Biomechanics 34;2001:995-1003.

[Groves 2001]

Groves R.M., James S.W. and Tatam R.P. *Shadow moiré method for the determination of the source position in three-dimensional shearography*. Optics and Lasers in Engineering 36;2001:317-329.

[Guangjun 2000]

Guangjun Z. and Liqun M. *Modeling and calibration of grid structured light based 3D vision inspection*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 122(4);2000:734-738.

[Guisser 2000]

Guisser L., Payrissat R. and Castan S. *PGSD: an accurate 3D vision system using a projected grid for surface descriptions*. Image and Vision Computing 18;2000:463-491.

[Gusseklöo 1999]

Gusseklöo S.W.S., Janssen B.A.M., Vosselman M.G. and Bout R.G. *A single camera Roentgen stereophotogrammetry method for static displacement analysis*. Journal of Biomechanics 33;2000:759-763.

[Hariharan 1982]

Hariharan P. Oreb B.F. and Brown N. *A digital phase-measurement system for real-time holographic interferometry*. Optics Communications 41;1982:393-396.

[He 1998]

He Y.M., Tay C.J. and Shang H.M. *Deformation and profile measurement using the digital projection grating method*. Optics and Lasers in Engineering 30;1998:367-377.

[Helm 1996]

Helm J.D., Sutton M.A. and McNeil S.R. *Improved three-dimensional image correlation for surface displacement measurement*. Optical Engineering 35;1996:1911-1920.

[Heraud 1993]

Heraud R. and Manga O. *Vision par ordinateur : Outils Fondamentaux*. Edition Hermes, 1993.

[Humbert 2000]

Humbert L. *Formulation des effets tridimensionnels dans les plaques élastiques fissurées en mode I à partir de la méthode d'éléments finis et de l'interférométrie. Application à l'exploitation de la méthode des caustiques*. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 2000.

[Hung 2000]

Hung Y.Y., Lin L., Shang H.M. and Park B.G. *Practical three-dimensional computer vision techniques for full-field surface measurement*. *Optical Engineering* 39(1):2000;143-149.

[Huntley 1993]

Huntley J.M. and Saldner H. *Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis*. *Applied Optics* 32(17);1993:3047-3052.

[Huynh 1999]

Huynh D.Q., Owens R.A. and Hartmann P.E. *Calibration of a structured light stripe system: a novel approach*. *International Journal of Computer Vision*. 33(1);1999:73-86.

[Imbert 1991]

Imbert J.F. *Analyse des structures par éléments finis*. Cépaduès (Sup'aéro), 1991, 3<sup>e</sup> éd., ISBN : 2854282736.

[Jaehne]

Jaehne B. *Image processing for specific applications*. ISBN : 0-8493-8906-2.

[Jin 2001]

Jin G.C. and Bao N.K. *Surface detection and 3D profilometry for microstructure using optical metrology*. *Optics and Lasers in Engineering* 36;2001:1-9.

[Joenathan 1994]

Joenathan C. *Phase-measuring interferometry : new methods and error analysis*. *Applied Optics* 33(19);1994:4147-4155.

[Keyak 2000]

Keyak J.H. and Rossi S.A. *Prediction of femoral fracture load using finite element models: an examination of stress- and strain-based failure theories*. *Journal of Biomechanics* 33;2000:209-214.

[Komi 1984]

Komi P.V. *Biomechanics and neuromuscular performance*. *Medicine Science Sports Exercise* 16;1984:26-28.

[Kujawinska 1990]

Kujawinska M. *Automatic fringe-pattern analysis in optical methods of testing*. Warsaw Univ. Technol. Sci. Rep. 138;1990:1-80.

[Laboureux 2001]

Laboureux X. and Häusler G. *Localization and registration of three-dimensional objects in space, where are the limits?* Applied Optics 40(29);2001:5206-5216.

[Lemaitre]

Lemaitre J. and Chaboche J.L. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.

[Lenz 1987]

Lenz R.K. and Tsai R. *Technique for calibration of scale factor and image center for high accuracy 3D machine vision metrology*. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Raleigh, 1987:68-75.

[Lerner 1998]

Lerner A.L., Kuhn J.L. and Hollister S.J. *Are regional variations in bone growth related to mechanical stress and strain parameters?* Journal of Biomechanics 31;1998:327-335.

[Lim 1988]

Lim J.S. and Chung M.S. *Moiré topography with color gratings*. Applied Optics 27;1988:26-49.

[Loren 1995]

Loren G.J. and Lieber R.L. *Tendon biomechanical properties enhance human wrist muscle specialization*. Journal of biomechanics 28(7);1995:791-799.

[Lu 2000]

Lu M., He X. and Liu S. *Powerful frequency domain algorithm for frequency identification for projected grating phase analysis and its applications*. Optical Engineering 39(1);2000:137-142.

[Luo 1993]

Luo P.F., Chao Y.J., Sutton M.A. and Peters W.H. *Accurate measurement of three-dimensional deformations in deformable and rigid bodies using computer vision*. Experimental Mechanics 33(2);1993:123-132.

[Macy 1983]

Macy W.W.Jr. *Two-dimensional fringe-pattern analysis*. Applied Optics 22(23);1983:3898-3901.

[Massa 1998]

Massa J.S., Buller G.S., Walker A.C., Cova S., Umasuthan M. and Wallace A. *Time of flight optical ranging system based on time correlated single photon counting*. Applied Optics 37(31);1998:7298-7304.

[Matsumoto 1996]

Matsumoto T., Kitagawa Y. and Minemoto T. *Sensitivity variable moiré topography with a phase-shift method*. Optical Engineering 35(6);1996:1754-1760.

[Mauvoisin 1991]

Mauvoisin G., Brémand F. and Lagarde A. *Improvement on phase-shifting method, precision and application on shadow moiré method*. Moiré Technique, Holographic interferometry, Optical NDT, and applications to Fluid Mechanics, Vol. 1554B. SPIE, Bellingham, WA, 1991:181-187.

[Mauvoisin 1993]

Mauvoisin G. *Développement et mise en œuvre d'une technique de moiré d'ombre quasi hétérodyne de mesure de relief en vue de la détermination de lois de comportement élastique de matériaux orthotropes*. Thèse de doctorat de l'Université de Poitiers, 1993.

[Mauvoisin 1994]

Mauvoisin G., Brémand F. and Lagarde A. *Quasi heterodyne shadow moiré*. 10<sup>th</sup> international conference on experimental mechanics, Lisbon, Portugal, 1994:18-22.

[Meadows 1970]

Meadows D.M., Johnson W.O. and Allen J.B. *Generation of surface contours by Moiré patterns*. Applied Optics 9(4);1970:942-947.

[Miller 1997]

Miller K. and Chinzei K. *Constitutive modelling of brain tissue : experiment and theory*. Journal of biomechanics 30(11,12);1997:1115-1121.

[Morimoto 1988]

Morimoto Y., Seguchi Y. and Higashi T. *Application of moire analysis of strain by Fourier transform*. Optical Engineering 27;1988:650-656.

[Morimoto 1989]

Morimoto Y., Seguchi Y. and Higashi T. *Two-dimensional moiré method and grid method using Fourier transform*. Experimental Mechanics 29;1989:399-404.

[Morimoto 1994]

Morimoto Y., Morimoto Y.Jr. and Hayashi T. *Separation of isochromatics and isoclinics using Fourier transform*. Experimental Technique 17(5);1994:13-16.

[Morimoto 1995]

Morimoto Y., Inoue H. and Fujigaki M. *Application of gabor transform to 3-D shape analysis using grating pattern projection method*. Int. Symp. on Adv. Tech. in Exp. Mech., JSME-MMD, 1995:67-72.

[Morimoto 1996]

Morimoto Y. and Fujisawa M. *Fringe-pattern analysis by phase-shifting method using extraction of characteristic*. Experimental Mechanics 20(4);1996:25-29.



[Morimoto 1998]

Morimoto Y. and Fujigaki M. *Digital image processing by phase-shifting method using Fourier transform. Advanced Optical Methods and Applications in solid Mechanics.* IUTAM, Poitiers, France, 1998.

[Moring 1989]

Moring I., Ailisto H., Koivumen V. and Myllyla R. *Active 3D vision system for automatic model-based shape inspection.* Optics and Lasers in Engineering 10;1989: 3-4.

[Niem 1999]

Niem W. *Automatic reconstruction of 3D objects using a mobile camera.* Image and Vision Computing 17;1999:125-134.

[Nung 1997]

Nung H. *Différentes méthodes numériques pour l'analyse de la phase d'une seule image de franges de formes quelconques.* DEA de Mécanique de l'Université de Poitiers, 1997.

[Ohara 1996]

Ohara H., Konno H., Sasaki M., Suzuki M. and Murata K. *Automated 360° profilometry of a three-dimensional diffuse object and its reconstruction by use of the shading model.* Applied Optics 35(22);1996:4476-4480.

[Pam Crash 2002]

<http://www.esi.group.com/>

[Pays 2001]

Pays M. *Modélisation tridimensionnelle d'un os de fémur muni de sa prothèse et optimisation de sa forme.* DEA de Mécanique de l'ENSMA de Poitiers, 2001.

[Perter 2001]

Perter B, Pioletti DP, Terreir A and Rakotomanana L. *Simulation of the local drug effect on peri-implant remodeling.* Archives of physiology and biochemistry, ISSN 1381-3455 109(sup);2001:47.

[Pirodda 1982]

Pirodda L. *Shadow and Projection moiré technique for absolute or relative mapping of surface shapes.* Optical Engineering 21;1982:640-649.

[Pollastri 1989]

Pollastri F. *Misura della posizione del punto focale in un sistema di ripresa di immagini.* Papporto Technico CSTV n°8903, 1989.

[Radioss 2001]

<http://www.radioss.com/>

[Reich 2000]

Reich C., Ritter R. and Thesing J. *3-D shape measurement of complex objects by combining photogrammetry and fringe projection*. *Optical Engineering* 39(1);2000: 224-231.

[Rémy 1996]

Rémy S., Dhome M., Daucher N. and Lapresté J.T. *Estimation de la distorsion radiale d'un système optique*. 10<sup>ème</sup> Congrès Reconnaissance des formes et Intelligence Artificielle 1996:99-108.

[Rotinat 2001]

Rotinat R., Tié Bi R., Valle V. and Dupré J.C. *Three optical procedures for local large-strain measurement*. *Strain* 37(3);2001:89-98.

[Sansoni 1997]

Sansoni G., Corini S., Lazzari S. Rodella R. and Docchio F. *Three-dimensional imaging based on Gray-code light projection: characterization of the measuring algorithm and development of a measuring system for industrial applications*. *Applied Optics* 36(19);1997:4463-4472.

[Sansoni 1999]

Sansoni G., Carocci M. and Rodella R. *Three-dimensional vision based on a combination of Gray-code and phase-shift light projection: analysis and compensation of the systematic errors*. *Applied Optics* 38(31);1999:6565-6573.

[Sansoni 2000]

Sansoni G., Carocci M. and Rodella R. *Calibration and performance evaluation of a 3D imaging sensor based on the projection of structured light*. *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*. 49(3);2000:628-636.

[Schechtman 1997]

Schechman H. and Bader D.L *In vitro fatigue of human tendons*. *Journal of biomechanics* 30(8);1997:829-835.

[Schmit 1995]

Schmit J and Creath K. *Extended averaging technique for derivation of error compensating algorithms in phase-shifting interferometry*. *Applied Optics* 1995;34(19):3610-3619.

[Schreiber 2000]

Schreiber W. and Notni G. *Theory and arrangements of self-calibrating whole-body three-dimensional measurement systems using fringe projection technique*. *Optical Engineering* 39(1);2000:159-169.

[Sciammarella 1967]

Sciammarella C.A. and Sturgeon D.L. *Digital-filtering techniques applied to the interpolation of moiré-fringes data*. Experimental Mechanics 7(11);1967:468-475.

[Servin 1997]

Servin M., Maroquin J.L. and Cuevas F.J. *Demodulation of a single interferogram by use of a two-dimensional regularized phase-tracking technique*. Applied Optics 36(19);1997:4540-4548.

[Servin 1998]

Servin M., Maroquin J.L., Cuevas F.J. and Malacara D. *Phase unwrapping with a regularized phase-tracking system*. Applied Optics 37(10);1998:1917-1923.

[Shang 2000]

Shang H.M., Hung Y.Y., Luo W.D. and Chen F. *Surface profiling using shearography*. Optical Engineering 39(1);2000:23-31.

[Sirkis1992]

Sirkis J. S., Cben Y., Singh H. and Cheng, A.Y. *Computerized optical fringe pattern analysis in photomechanics: a review*. Optical Engineering 31(2);1992:304-314.

[Slama 1980]

Slama C., Theurer C. and Henriksen S.W. *Manuel of Photogrammetry*. Fourth edition American Society of Photogrammetry, 1980:126-30 and 260-62.

[Stucke 1950]

Stucke K. *Über das elastische Verhalten der Achillessehne im Belastungsversuch*. Langenbecks Arch. Chir. 265;1950:579-599.

[Sutton 2001]

Sutton M.A., Zhao W., McNeil S.R., Schreier H.W. and Chao Y.J. *Development and assessment of a single image fringe projection method for dynamic applications*. Experimental Mechanics 41(3);2001:205-217.

[Tahasaki 1970]

Tahasaki H. *Moiré topography*. Applied Optics 9(6);1970:1467-1472.

[Tahasaki 1973]

Tahasaki H. *Moiré topography*. Applied Optics 12(4);1973:845-850.

[Takeda 1982]

Takeda M., Ina H. and Kobayashi S. *Fourier transform method of fringe pattern analysis for computer-based topography and interferometry*. J. Opt. Soc. Am. 72(1);1982:156-160.

[Tay 1994]

Tay C.J., Shang H.M., Poo A.N. and Luo M. *On the determination of slope by shearography*. Optics and Lasers in Engineering 20;1994:207-217.

[Teo 2001]

Teo E.C. and Ng H.W. *First cervical vertebra (atlas) fracture mechanism studies using finite element method*. Journal of Biomechanics 34;2001:13-21.

[Théocaris 1964]

Théocaris P. *Isopachic patterns by the moiré method*. Experimental Mechanics 4;1964:153-159.

[Théocaris 1969]

Théocaris P. *Moiré fringes in strain analysis*. Pergamon press Ltd, Headington Hill Hall, Oxford, 1969.

[Tie Bi 2000]

Tie Bi G.R. *Etudes expérimentales des couplages thermomécaniques par méthodes optiques et par thermographie infrarouge, applications aux polymères*. Thèse de doctorat de l'Université de Poitiers, 2000.

[Tie Bi 2001]

Tie Bi G.R., Bretagne N. and Dupré J.C. *Mesure par suivi de marqueurs et thermographie infrarouge de paramètres thermomécaniques*. Photomécanique 2001:143-150.

[Tsai 1986]

Tsai R.Y. *An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision*. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition 1986:364-374.

[Tsai 1987]

Tsai R.Y. *A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off the shelf TV cameras and lenses*. IEEE Journal of Robotics and automation 3(4);1987:323-344.

[Valstar 2001]

Valstar E.R., De Jong F.W., Vrooman H.A., Rozing P.M. and Reiber J.H.C. *Model-based Roentgen stereophotogrammetry of orthopaedic implants*. Journal of Biomechanics 34;2001:715-722.

[Vescovo 2000]

Vescovo P., Jacquet E., Burtheret A., Varchon D., Coral H.P. and Humbert P. *Méthodologie expérimentale sur matériaux biologiques : application à la peau humaine*. Mécanotransduction 2000:317-324, N° ISBN 2-84107-432-3.

[Visible humain 1998]

[www.dhpc.adelaide.edu.au/projects/visiblehumain/index.html](http://www.dhpc.adelaide.edu.au/projects/visiblehumain/index.html)

[Vrooman 1998]

Vrooman H.A., Valstar E.R., Brand G.J., Admiraal D.R., Rozing P.M. and Reiber J.H.C. *Fast and accurate automated measurements in digitized stereophotogrammetric radiographs*. Journal of Biomechanics 31;1998:491-498.

[Wallenblöck 1995]

Wallenblöck E., Lang O. and Lugner P. *Stress in the achille tendons during a topple-over movement in the ankle joint*. Journal of biomechanics 28(9);1995:1091-1101.

[Wang 2002]

Wang S., Tay C.J., Quan C. and Shang H.M. *Investigation of membrane deformation by a fringe projection method*. Applied Optics 41(1);2002:101-107.

[Weng 1992]

Weng J., Cohen P. and Herniou M. *Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 14;1992:965-980.

[Wilhelm 1975]

Wilhelm H. *Die subcutanen Achillessehnenruptur*. Unfallheilkunde 1975:121-330.

[Wolf 1994]

Wolf T. *Analyse systematischer Fehler in der Phasenberechnung*. Thèse de doctorat de l'Université de Karlsruhe, 1994.

[Wong 1993]

Wong C.M. *Image processing in experimental mechanics*. Mphil Thesis, University of Hong Kong, 1993.

[Xie 2001]

Xie H., Boay C.G., Liu T., Lu Y., Yu J. and Asundi A. *Phase-shifting moiré method with an atomic force microscope*. Applied Optics 40(34);2001:6193-6198.

[Yamaguchi 2000]

Yamaguchi I., Yamamoto A. and Yano M. *Surface topography by wavelength scanning interferometry*. Optical Engineering 39(1);2000:40-46.

[Yoshizawa 1993]

Yoshizawa T. and Tomisawa T. *Shadow moiré topography by means of the phase-shift method*. Optical Engineering 32(7);1993:1668-1674.

[Zhang 2002]

Zhang D., Davis S., Eggleton C. and Arola D. *Examining the Constitutive Behavior of Bovine Aorta Using Digital Image Correlation*. Proceedings of the 2002 SEM Annual Conference & Exposition on Experimental and Applied Mechanics, Milwaukee, Wisconsin, 2002.

[Zhong 2001]

Zhong J. and Zhang Y. *Absolute phase-measurement technique based on number theory in multifrequency grating projection profilometry*. *Optical technology and biomedical Optics*. 40(4);2001:492-500.

[Zhou 1992]

Zhou J. *Contribution aux méthodes d'étalonnage de capteurs d'images*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Paris, 1992.

[Zhuang 1995]

Zhuang H. *A self-calibration approach to extrinsic parameter estimation of stereo cameras*. *Robotics and Autonomous Systems* 15;1995:189-197.

## Liste des illustrations

### *Partie I. Chapitre 1.*

Figure 1-1.	Deux exemples d'éléments utilisés dans les maillages des logiciels de simulation.	1
Figure 1-2.	Maillage utilisé par S.Gross et E.W.Abel pour simuler le contact entre une prothèse et l'os [Gross 2001].	3
Figure 1-3.	Mannequin EUROSID élaboré dans le cadre d'un projet européen [Radioss 2001].	4
Figure 1-4.	Modèles factices de l'hybride III a) Modèle 1 (27872 éléments), b) Modèle 2 (25878 éléments), c) Modèle 3 (24316 éléments), d) Enfant de 3 ans (13345 éléments), b) Enfant de 6 ans (34535 éléments) [Pam Crash 2002].	4
Figure 1-5.	Impacteur de cuisse de piéton [Radioss 2001].	5
Figure 1-6.	Impacteur de tête de piéton [Radioss 2001] [Pam Crash 2002].	5
Figure 1-7.	Simulation d'impact d'un vélo contre un trottoir à l'aide du logiciel Radioss® [Radioss 2001].	5
Figure 1-8.	Exemple de coupe mécanique transversale dans le cadre du projet : « <i>the visible human project</i> » [visible human 1998].	8
Figure 1-9.	Maillage de la première cervicale humaine (bassin) réalisé par Teo et Ng [Teo 2001] à l'aide d'un palpeur mécanique monté sur un bras articulé.	9
Figure 1-10.	Maillage en éléments finis d'un membre inférieur humain avec les os et la peau [Radioss 2001].	10
Figure 1-11.	Modélisation du corps humain dans le cadre du projet européen HUMOS a) Ossature et organes internes, b) Muscles, c) Peau et d) HUMOS [Pam Crash 2002].	11
Figure 1-12.	Représentation par un nuage de points XYZ.	13
Figure 1-13.	Représentation NURBS.	13
Figure 1-14.	Représentation par facettes.	13
Figure 1-15.	Exemples d'objets avec des faces de facette transparente.	14
Figure 1-16.	Machine de mesure tridimensionnelle CNC JOHANSSON.	15
Figure 1-17.	Bras de mesure 3D portable FARO.	17
Figure 1-18.	Schéma de principe d'une méthode stéréoscopique.	19
Figure 2-19.	Images projetées pour obtenir le code Gray de quatre bits.	22

Figure 2-20.	Schéma de principe pour l'utilisation du code Gray.	23
Figure 2-21.	Problème de synchronisation dans le cas d'un codage binaire pour le passage de la valeur 0011 à celle de 0100.	24

Table 1-1	. Séquences du code Gray pour un nombre de quatre images.	22
-----------	---	----

## ***Partie I. Chapitre 2.***

Figure 2-1.	Franges de moiré formées par deux réseaux de traits linéaires identiques avec un décalage angulaire entre les deux.	28
Figure 2-2.	Franges de moiré formées par un réseau circulaire et un réseau elliptique.	28
Figure 2-3.	Franges de moiré formées par des réseaux elliptiques excentrés.	29
Figure 2-4.	Franges de moiré formées par la superposition de quatre réseaux elliptiques excentrés appelées aussi moiré de moiré.	29
Figure 2-5.	Principe de superposition de réseaux.	30
Figure 2-6.	Schéma de principe du moiré d'ombre.	32
Figure 2-7.	Limitation du moiré d'ombre due à la diffraction optique.	33
Figure 2-8.	Limitation du moiré d'ombre due à la taille de la source lumineuse.	33
Figure 2-9.	Relief d'une dent de mammifère obtenu par moiré d'ombre.	34
Figure 2-10.	Schéma de principe du moiré de projection.	35
Figure 2-11.	Principe de superposition de deux réseaux pour obtenir des franges de moiré.	36
Figure 2-12.	Montage simulé avec $l_p=2000$ mm, $\alpha=45$ deg, $\beta= 20$ deg et $P_{proj}=5$ mm.	37
Figure 2-13.	Erreur simulée sur la mesure du relief.	38
Figure 2-14.	Visualisation du phénomène de distorsion optique.	42
Figure 2-15.	Visualisation d'une mire pour l'étude de l'effet de distorsion optique.	42
Figure 2-16.	Valeur des distorsions optiques engendrées par un objectif NIKON de focale 50 mm pour une ligne dans la partie supérieure de l'image.	43
Figure 2-17.	Modèle sténopé (focale, plan image, plan réel).	44
Figure 2-18.	Modèle sténopé (plan image, focale, plan réel).	45
Figure 2-19.	Principe pour la détermination du grandissement ( $G_{CCD}$ ) et du rapport hauteur / largeur des pixels ( $R_{CCD}$ ).	46
Figure 2-20.	Schéma de principe du montage expérimental du moiré de projection.	48
Figure 2-21.	Modélisation géométrique du montage du moiré de projection.	49
Figure 2-22.	Schéma du montage du moiré de projection 3D.	55



Figure 2-23.	Schéma de principe pour obtenir un champ de phase continue à partir de trois images d'un même réseau de traits, mais déphasées les unes par rapport aux autres.	64
Figure 2-24.	Détails pour la localisation de la frange initiale dans le processus de recalage de phases.	65
Figure 2-25.	Masque objet d'une tête de statuette de chat réalisé à l'aide de trois images de réseau de traits.	68
Figure 2-26.	Image d'un réseau projeté possédant des discontinuités de franges.	69
Figure 2-27.	Organigramme pour obtenir un champ de phase continue à partir d'un réseau de franges.	71
Figure 2-28.	Schéma de principe de la technique d'hétérodyne proposée par Morimoto et Fujigaki [Morimoto 1998].	73
Figure 2-29.	Processus de calibrage en deux étapes proposé par Sutton <i>et al.</i> [Sutton 2001].	77
Figure 2-30.	Schéma de principe du processus de calibrage.	81
Figure 2-31.	Schéma définissant le volume utile de travail.	85
Figure 2-32.	Exemple d'images utilisées pour le processus de calibrage. a) image de référence, b) image de calibrage.	86
Figure 2-33.	Profil du champ de phase de référence $\phi_{\text{ref}}$ et de calibrage $\phi_{\text{cal}}$ .	86
Table 2-1.	Formulaire quasi-hétérodynage.	60
Table 2-2.	Formulaire quasi-hétérodynage (suite et fin).	61

### ***Partie I. Chapitre 3.***

Figure 3-1.	Schéma de principe pour la détermination d'une erreur commise.	92
Figure 3-2.	Erreur commise sur le relief avec le processus de calibrage de la technique de projection de réseaux, sur un champ de 175×200 mm.	92
Figure 3-3.	Erreur commise sur le relief avec le processus de calibrage de la technique de projection de réseaux, sur un champ de 115×130 mm.	93
Figure 3-4.	Déphasage obtenu par F.F.T. en fonction de la position de la fenêtre.	94
Figure 3-5.	Erreur commise sur la mesure de relief pour une grande surface.	95
Figure 3-6.	Image acquise pour le processus de calibrage du modèle 3D.	97
Figure 3-7.	Erreur commise sur le relief avec le processus de calibrage de la technique de projection de réseaux 3D.	97

Figure 3-8.	Une des trois images de réseau projeté sur la surface du bas-relief égyptien.	100
Figure 3-9.	Relief du bas-relief égyptien avec une représentation en niveau de couleurs.	100
figure 3-10.	Relief du bas-relief égyptien avec une représentation par facettes (DXF).	101
Figure 3-11.	Détail du bas-relief égyptien.	102
Figure 3-12.	Mesure d'un même profil par comparateur et par technique de projection de franges.	103
Figure 3-13.	Schéma de principe de la cuve simulant l'érosion.	104
Figure 3-14.	Une des trois images du réseau projeté avec un pas de 9 pixels pour la technique de quasi hétérodynage.	106
Figure 3-15.	Une des huit images du réseau projeté avec un pas de 12 pixels pour la technique hétérodyne.	106
Figure 3-16.	Relief obtenu avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.	108
Figure 3-17.	Relief obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.	108
Figure 3-18.	Relief représenté par des facettes (DXF) obtenu avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.	109
Figure 3-19.	Relief représenté par des facettes (DXF) obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.	109
Figure 3-20.	Profil du relief obtenu avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.	110
Figure 3-21.	Profil du relief obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.	110
Figure 3-22.	Profil d'un relief plan et nul avec la technique quasi hétérodyne à 3 images.	111
Figure 3-23.	Profil d'un relief plan et nul avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.	111
Figure 3-24.	Relief obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.	113
Figure 3-25.	Relief représenté par des facettes (DXF) obtenu avec la technique hétérodyne de Morimoto à 8 images.	113
Figure 3-26.	Relief du côté gauche.	115
Figure 3-27.	Représentation du côté gauche à l'aide de facettes (DXF).	115
Figure 3-28.	Relief de face.	116
Figure 3-29.	Représentation de face à l'aide de facettes (DXF).	116
Figure 3-30.	Relief du côté droit.	117
Figure 3-31.	Représentation du côté droit à l'aide de facettes (DXF).	117
Figure 3-32.	Assemblage des trois reliefs obtenus séparément.	118
Figure 3-33.	a) Photographie de la statuette de chat. b) Schéma montrant les zones où le relief ne peut pas être déterminé, car elles ne sont pas observables ou bien nous ne pouvons pas projeter de franges dessus.	120 121

Figure 3-34.	Vues de la statuette avec comme angle de vue 0°, 25°, 50° et 75°.	122
Figure 3-35.	Vues de la statuette avec comme angle de vue 100°, 125°, 150° et 175°.	123
Figure 3-36.	Vues de la statuette avec comme angle de vue 200°, 225°, 250° et 275°.	124
Figure 3-37.	Vues de la statuette avec comme angle de vue 300°, 325°, 350° et 375°.	125
Figure 3-38.	Vue éclatée de la statuette.	126
Figure 3-39.	Vue de face du relief complet de la statuette.	127
Figure 3-40.	Schéma de principe dans le cas où l'objet est mobile par rapport aux deux systèmes.	128
Figure 3-41.	Exemple d'un montage de mesure de relief avec 4 vidéoprojecteurs LCD et 4 caméras CCD.	130
Figure 3-42.	Exemple de mesure de relief 3D total sur un cylindre.	131
Figure 3-43.	Exemple de mesure de relief 3D total sur une vis sans fin.	132
Figure 3-44.	Exemples de mesure de relief 3D total sur bouteille d'emballage de produit désodorisant.	132
Figure 3-45.	Schéma de principe pour la fabrication d'une gaine de nos jours.	134
Figure 3-46.	Photographie du banc expérimental de la technique de projection de réseaux de traits sinusoïdaux, avec le buste en plâtre	135
Figure 3-47.	Photographie du dos du buste.	135
Figure 3-48.	Exemple d'un réseau projeté sur le buste.	135
Figure 3-49.	Relief du buste avec une représentation par facettes (DXF).	136
Figure 3-50.	Représentation du relief du dos du buste avec des lignes de niveau (mm).	137
Figure 3-51.	Relief d'une voûte plantaire représenté en niveau de couleurs.	139
Figure 3-52.	Relief d'une voûte plantaire avec une représentation par facettes (DXF).	139
Figure 3-53.	Relief d'une main représenté en niveau de couleurs.	140
Figure 3-54.	Relief d'une main représenté avec une représentation par facettes (DXF).	141
Figure 3-55.	Profil de l'annulaire de la main.	141
Figure 3-56.	Vue centrale du tibia.	142
Figure 3-57.	Photographie du tibia en distale.	142
Figure 3-58.	Relief complet de la partie distale du tibia.	143
Figure 3-59.	Schémas des cas rencontrés comportant des problèmes de discontinuités.	145
Figure 3-60.	Schéma de principe pour l'étude des discontinuités.	146
Figure 3-61.	a) Premier abaque pour le choix du pas de réseau projeté ( $P_{proj}$ ) en fonction de la taille de l'objet, des paramètres du montage et de la profondeur de la discontinuité du relief. b) Deuxième abaque pour le choix du pas de réseau projeté ( $P_{proj}$ ) en fonction de la taille de l'objet, des paramètres du montage et de la profondeur de la discontinuité du relief.	148 149
Figure 3-62.	Photographie de la pyramide mexicaine composée de LEGO®.	150
Figure 3-63.	Trois exemples de franges projetées sur une pyramide mexicaine : a) pas projeté grossier, b) pas projeté fin et adapté, c) pas projeté fin et inadapté.	151

Figure 3-64. a) Premier abaque pour le choix du pas du réseau projeté sur la pyramide mexicaine avec comme coefficient $h_o - h_p/2.h_o \approx 0,329$ .	152
b) Deuxième abaque pour le choix du pas du réseau projeté sur la pyramide mexicaine avec comme coefficient $\tau + d \approx 310$ mm.	153
Figure 3-65. Relief de la pyramide mexicaine marche par marche.	154
Figure 3-66. Relief total de la pyramide mexicaine.	155
Figure 3-67. Pyramide mexicaine avec un problème de sauts de franges entières.	156
Table 3-1. Paramètres géométriques déterminés par le processus de calibrage avec différents angles $\beta$ .	96
Table 3-2. Analyse statistique du relief entre deux techniques de décalage de phases.	107
Table 3-3. Index des reliefs de géologie.	114

## ***Partie II. Chapitre 1.***

Figure 1-1. Myographe isométrique [Dauzat 1992].	159
Figure 1-2. Myographe isotonique [Dauzat 1992].	159
Figure 1-3. Image d'un champ de granularité sur de la peau de porc pour la mise en œuvre de la technique de corrélation [Brèque 1999].	162
Figure 1-4. Résultats obtenus par la corrélation sur de la couenne de porc [Brèque 1999].	162
Figure 1-5. Schéma de principe de déformation d'un parallélogramme élémentaire.	163
Figure 1-6. Exemple d'une tache avec ses caractéristiques géométriques.	167

## ***Partie II. Chapitre 2.***

Figure 2-1. Photographie de la machine de traction biaxiale.	172
Figure 2-2. Schéma de principe du suivi de marqueurs.	172
Figure 2-3. Photographie d'un système d'acquisition d'imagerie numérique.	173
Figure 2-4. Boîte de dialogue pour l'acquisition de la force.	174
Figure 2-5. Boîte de dialogue pour la localisation des marqueurs.	174
Figure 2-6. Boîte de dialogue pour le choix des modes de calcul.	175
Figure 2-7. Boîte de dialogue pour effectuer le calcul.	175

Figure 2-8.	Exemple de réalisation de carte d'isovaleur pour la représentation d'une mesure sur champ. Base de mesure (a), états initial et déformé (b) d'une éprouvette de PMMA choc et carte des déformations longitudinale (c) [Robert 2000]	177
Figure 2-9.	Eprouvette avec un champ de marqueurs.	178
Figure 2-10.	Eprouvette montée dans les mors.	179
Figure 2-11.	Première série de mesures de déformations ponctuelles sur de la peau de porc, force = fonction (déformation).	180
Figure 2-12.	Mesures de déformations en plusieurs points de l'éprouvette et par rapport aux mors.	183
Figure 2-13.	Résultats de l'essai 1 de traction simple.	185
Figure 2-14.	Résultats de l'essai 2 de traction simple.	186
Figure 2-15.	Résultats de l'essai 3 de traction simple.	187
Figure 2-16.	Résultats de l'essai 4 de traction simple.	188
Figure 2-17.	Deuxième série de mesures de déformations ponctuelles sur de la peau de porc, contrainte = fonction (déformation).	189
Figure 2-18.	Diagramme des déplacements au cours du temps.	190
Figure 2-19.	Résultats de l'essai 1 de traction et de fixation.	192
Figure 2-20.	Résultats de l'essai 2 de traction et de fixation.	193
Figure 2-21.	Résultats de l'essai 3 de traction et de fixation.	194
Figure 2-22.	Résultats de l'essai 4 de traction et de fixation.	195
Figure 2-23.	Diagramme des vitesses et des déformations au cours du temps pour un essai de traction à accélération constante.	197
Figure 2-24.	Résultats de l'essai 1 à accélération constante.	198
Figure 2-25.	Résultats de l'essai 2 à accélération constante.	199
Figure 2-26.	Résultats de l'essai 3 à accélération constante.	200
Figure 2-27.	Schéma de la procédure de chargement d'un essai biaxial.	202
Figure 2-28.	Allures des déformations et des contraintes pour un essai biaxial [Duval 1997].	202
Figure 2-29.	Déformations suivant l'axe x pour le premier essai biaxial.	205
Figure 2-30.	Photographie de l'éprouvette biaxiale positionnée dans les mors.	205
Figure 2-31.	Déformations suivant l'axe y pour le premier essai biaxial.	206
Figure 2-32.	Eprouvette biaxiale.	206
Figure 2-33.	Déformations suivant l'axe xy pour le premier essai biaxial.	207
Figure 2-34.	Eprouvette biaxiale.	207
Figure 2-35.	Déformations suivant l'axe x pour le deuxième essai biaxial.	208
Figure 2-36.	Déformations suivant l'axe y pour le deuxième essai biaxial.	208
Figure 2-37.	Déformations suivant l'axe xy pour le deuxième essai biaxial.	210
Figure 2-38.	Déformations suivant l'axe x pour le troisième essai biaxial.	211

Figure 2-39.	Déformations suivant l'axe y pour le troisième essai biaxial.	212
Figure 2-40.	Déformations suivant l'axe xy pour le troisième essai biaxial.	213
Figure 2-41.	Déformations pour le premier essai biaxial.	214
Figure 2-42.	Charges pour le premier essai biaxial.	214
Figure 2-43.	Déformations pour le deuxième essai biaxial.	215
Figure 2-44.	Charges pour le deuxième essai biaxial.	215
Figure 2-45.	Déformations pour le troisième essai biaxial.	216
Figure 2-46.	Charges pour le troisième essai biaxial.	216
Table 2-1.	Modules longitudinal et transversal.	182
Table 2-2.	Valeurs des différentes contraintes pour les différents essais de maintien.	191
Table 2-3.	Grandeurs mécaniques des essais à accélération constante.	197
Table 2-4.	Index des figures pour les différents essais.	203

## **Annexe 1**

### **Exemple de structure interne d'un fichier au format DXF (Data eXchange Format)**

La structure interne d'un fichier DXF est une suite de caractères alphanumériques qui peut être ouverte par des logiciels graphiques (Autocad, 3D Studio, Rhinocéros...) ou des éditeurs de textes (WordPad, Word...). Les logiciels graphiques permettent d'observer directement la forme géométrique sur l'écran d'ordinateur, à l'aide des fonctions DirectX, ce qui est plus convivial à l'utilisation. En outre, le format DXF permet de définir des volumes avec les facettes, mais aussi des maillages filaires en ne représentant que les arrêtes des facettes. L'autre solution alphanumérique est plus lourde d'utilisation, mais permet de visualiser la structure du fichier. Un exemple de fichier DXF permettant de dessiner une facette est présenté par la suite. Les différents commentaires faits sur ce fichier sont représentés par le symbole "///". Il est constitué par une somme de trois sections, dont le début est signalé par "SECTION" et la fin par "ENDSEC". La première définit le repère, c'est-à-dire l'origine et les vecteurs unitaires, ainsi que le volume cubique de travail. La deuxième section permet de configurer le type de ligne à tracer et les facettes (couleur, style, épaisseur...). La dernière section correspond à la description de l'ensemble des facettes. Dans cet exemple, la surface dessinée est celle de deux triangles comportant un côté commun. Le premier triangle est défini par les points 0, 1 et 3 et le second par les points 1, 2 et 3. La fonction appelée pour cette forme est "3DFACE". Il en existe d'autres, comme celle du triangle (TRI) ou bien celle du cube (CUBE). D'autres fonctions DFX peuvent être trouvées sur des sites Internet spécialisés. La fin d'un fichier DXF est réalisé par la notation "EOF". Cet exemple a été présenté pour permettre à n'importe qui de représenter un volume avec ce format.

0	// début de la configuration	2
SECTION	// début d'une section de configuration	TABLES
2		0
HEADER	}	TABLE
9		2
\$ACADVER		LTYPE
1		70
AC1008		1
9		0
\$UCSORG	// définition de l'origine	LTYPE
10	// composante 1	2
0.0		CONTINUOUS
20	// composante 2	70
0.0		64
30	// composante 2	3
0.0		Solid line
9		72
\$UCSXDIR		65
10	// composante 1	73
1.0		0
20	// composante 2	40
0.0		0.0
30	// composante 3	0
0.0		ENDTAB
9		0
\$TILEMODE	// mode de faccette	TABLE
70	//couleur	2
1		LAYER
9		70
\$UCSYDIR		4
10	// composante 1	0
0.0		LAYER
20	// composante 2	2
1.0		LMS
30	// composante 3	70
0.0		0
9		62
\$EXTMIN	// définition du cube de travail borne min	2
10	// composante 1	6
76.3		CONTINUOUS
20	// composante 2	0
0.0		ENDTAB
30	// composante 3	0
-18.3		TABLE
9		2
\$EXTMAX	// définition du cube de travail borne max	STYLE
10	// composante 1	70
364.365		1
20	// composante 2	0
25.5		STYLE
30	// composante 3	2
-512.24		STANDARD
0		70
ENDSEC	// fin de section	0
0		40
SECTION	// début d'une section de configuration	0.0



```

41      8
1.0    LMS      // auteur
50     0
0.0    ENDSEC  // fin de section
71     0
0      EOF     // fin du fichier
42     0.2
3
txt
4

0
ENDTAB
0
TABLE
2
UCS
70
0
0
ENDTAB
0
ENDSEC      // fin de section
0
SECTION    // début d'une section
2
ENTITIES   // fin de la configuration
0          // début d'une face
3DFACE
10         // composante 1 du point 0
0.12      //valeur de cette composante
20
10.24
30
11.2
11         // composante 1 du point 1
9.8
21         // composante 2 du point 1
11.1
31         // composante 3 du point 1
10.75
12        }
8.96     } // point 2
22        }
0.36     }
32        }
1.03     }
13        }
0.3      } // point 3
23        }
-0.3     }
33        }
9.63     }
70       // couleur
0        // fin d'une face

```



## Annexe 2

### Interpolation d'un nuage de points bidimensionnel par une fonction polynomiale avec la méthode des moindres carrés.

L'interpolation permet de décrire un nuage de points par l'intermédiaire d'une fonction. La définition d'interpolation est la suivante : interpolation, entre certaines valeurs d'une fonction, de valeurs qu'on calcule par approximation et qui permettent d'établir une continuité de la fonction et de sa représentation graphique.

Considérons un nuage de points décrit par  $X_n^i$ , où  $i$  est le numéro du point avec  $0 < i < I$  et  $n$  la variable coordonnée, et une fonction polynomiale d'interpolation qui est définie par :

$$f(X_n) = 0 \quad (\text{eq. A2-1})$$

Sur la figure A2-1, nous avons schématisé le cas d'une interpolation bipolynomiale de degré  $M$ , ce qui signifie que les points sont définis par deux coordonnées et que la fonction d'interpolation est un polynôme de degré  $M$ . Pour une question de simplicité de représentation, c'est cette configuration qui sera toujours considérée pour la suite.

Il existe d'autres types d'interpolation comme par exemple : la bilinéaire, la trinéaire, la bicubique, la tricubique, etc. Le premier terme concerne le nombre de dimensions et le deuxième le nombre de degrés du polynôme.

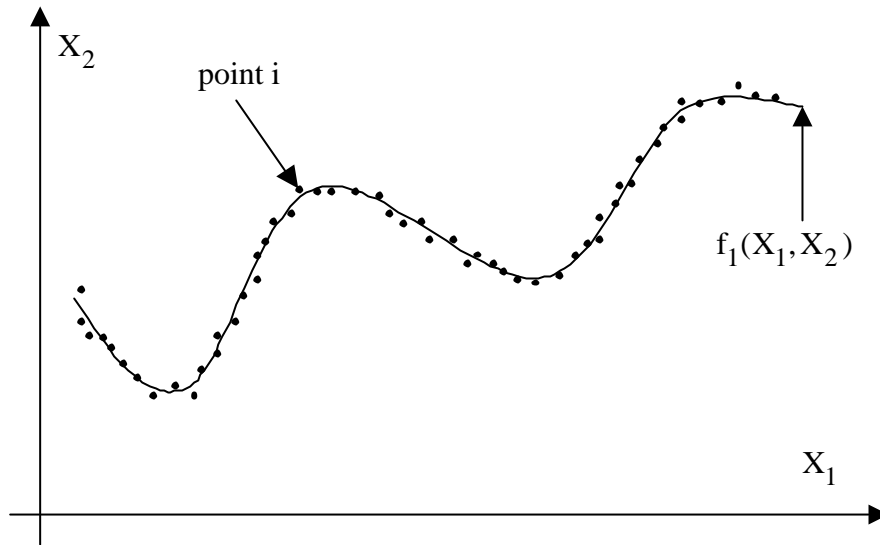


Figure A2-1. Schéma d'une interpolation bipolinomiale de degré M.

Dans le cas d'un nuage de points bidimensionnel, cette fonction polynomiale d'interpolation de degré M peut s'écrire de la manière suivante :

$$f(X_1^i, X_2^i) = \sum_{j=0}^{j=M} A_j X_1^i + \sum_{j=0}^{j=M} B_j X_2^i + \sum_{j=0}^{j=M} C_j X_1^i X_2^i + D = 0 \quad (\text{eq. A2-2})$$

Pour la suite, afin de simplifier les notations, les différents coefficients du polynôme d'interpolation choisis seront notés  $K_j$  avec  $0 < j < M$ . Comme par exemple, pour une interpolation bicubique :

$$f(X_1^i, X_2^i) = K_0 + K_1 X_1^i + K_2 X_2^i + K_3 X_1^i X_2^i + K_4 (X_1^i)^2 + K_5 (X_2^i)^2 = 0 \quad (\text{eq. A2-3})$$

où  $i$  est le numéro d'un point donné.

Comme pour tout algorithme itératif, il faut se fixer des  $K_j$  initiaux qui seront pris au début du processus itératif. La convergence s'effectue lorsque nous ajoutons aux coefficients polynomiaux un pas  $\Delta k_j$ . Ces nouveaux coefficients  $K_j$  doivent alors vérifier l'équation d'interpolation eq. A2-1. La démarche, qui est basée sur la dérivation, est alors la suivante :

La dérivée de cette fonction polynomiale, par rapport aux coefficients  $K_j$ , s'écrit :

$$f'(K_j) = \frac{f(K_j + \Delta k) - f(K_j)}{\Delta k} \quad (\text{eq. A2-4})$$

où  $\Delta k$  est le pas de dérivation

Lorsque la convergence est effectuée, nous obtenons :

$$f(K_j + \Delta k) = f(K_j) + f'(K_j) \cdot \Delta k = 0 \quad (\text{eq. A2-5})$$

$$\text{ce qui nous donne} \quad -f(K_j) = f'(K_j) \cdot \Delta k \quad (\text{eq. A2-6})$$

D'un point de vue numérique, pour la programmation d'un algorithme, l'équation eq. A2-5 peut s'écrire de la manière suivante :

$$-f(K_{j_m}) = f'(K_{j_m}) \cdot (K_{j_{m+1}} - K_{j_m}) \quad (\text{eq. A2-7})$$

où m est le numéro de la boucle itérative et j le numéro du coefficient polynomial.

Si nous voulons considérer, dans l'ensemble du processus, la totalité des points du nuage bidimensionnel, ainsi que les coefficients de la fonction polynomiale d'interpolation, il est préférable de raisonner sous forme matricielle. L'équation eq. A2-6 devient alors :

$$[F] = [A][\Delta k] \quad (\text{eq. A2-8})$$

$$\begin{bmatrix} -f(X_1^0, X_2^0) \\ -f(X_1^1, X_2^1) \\ \dots \\ -f(X_1^i, X_2^i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(X_1^0, X_2^0)}{\partial K_1} & \frac{\partial f(X_1^0, X_2^0)}{\partial K_2} & \dots & \frac{\partial f(X_1^0, X_2^0)}{\partial K_M} \\ \frac{\partial f(X_1^1, X_2^1)}{\partial K_1} & \frac{\partial f(X_1^1, X_2^1)}{\partial K_2} & \dots & \frac{\partial f(X_1^1, X_2^1)}{\partial K_M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f(X_1^i, X_2^i)}{\partial K_1} & \frac{\partial f(X_1^i, X_2^i)}{\partial K_2} & \dots & \frac{\partial f(X_1^i, X_2^i)}{\partial K_M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \dots \\ \Delta k_M \end{bmatrix} \quad (\text{eq. A2-9})$$

où  $\frac{\partial f(X_1^i, X_2^i)}{\partial K_j}$  est la dérivée de la fonction polynomiale d'interpolation f par rapport au coefficient  $K_j$  pour le point i donné et  $\Delta k_j = K_{j_{m+1}} - K_{j_m}$ .

Le système matriciel (eq. A2-7) se résout en deux étapes. La première consiste à rendre la matrice A carrée en la multipliant par sa matrice transposée, ce qui permet, en même temps, d'avoir un vecteur F bidirectionnel. Nous obtenons alors :

$${}^t[T][A][\Delta k] = {}^t[T][F] \quad (\text{eq. A2-10})$$

Le système linéaire eq. A2-10 se résout simplement à l'aide de la méthode du pivot de Gauss, ce qui nous permet de déterminer le vecteur  $\Delta k$ .

Le critère de convergence de cet algorithme est basé sur la norme du vecteur  $\Delta k$ , ainsi que le test suivant :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } \|\Delta k\| < \varepsilon & \text{alors fin de calcul} \\ \text{Sinon} & K_{j_{m+1}} = \Delta k_j + K_{j_m} \end{array} \quad (\text{eq.A2-11})$$

où  $\varepsilon$  est choisi arbitrairement par l'utilisateur et qui peut être, par exemple, de  $10^{-10}$ .

Il est à noter que l'équation eq. A2-11 découle directement de l'équation eq. A2-7.

Cette méthode d'interpolation est simple à mettre en œuvre d'un point de vue numérique. C'est ce qui permet d'expliquer le fait qu'elle est très largement utilisée pour résoudre les problèmes d'interpolation de nuage de points.

## Annexe 3

### Théorie sur la cinématique des grandes déformations

Cette annexe est basée sur les travaux de Barbe [Barbe], Eringen [Eringen 1962], Germain [Germain 1989], Bamberger [Bamberger 1981], ainsi que ceux de Lemaitre et Chaboche [Lemaitre].

#### 1 - Description Lagrangienne et Eulérienne.

On associe les lettres majuscules aux quantités se référant à l'état non déformé et les lettres minuscules à l'état déformé (figure 3-1).

Soit  $O, \vec{X}^1, \vec{X}^2, \vec{X}^3$  un repère orthonormé par rapport auquel on observe le mouvement. La position occupée par le solide B à l'instant  $t=0$  est appelé configuration de référence  $C_0$  ou configuration de Lagrange.

Nous définissons dans l'état déformée un repère orthonormé  $o, \vec{x}^1, \vec{x}^2, \vec{x}^3$ . La position occupée par le solide b à l'instant  $t$  est appelée configuration actuelle  $C(t)$  ou configuration d'Euler.

Un point M de coordonnées  $X^K$  ( $K=1,2,3$ ) dans  $C_0$  se déplace en m de coordonnées  $x^k$  ( $k=1,2,3$ ) dans  $C(t)$ .

On pose  $\vec{X} = OM$  et  $\vec{x} = om$

$\vec{x}$  est fonction de M et t, on écrit donc :  $\vec{x} = \vec{x}(\vec{X}, t)$  (eq.A3-1)

Le vecteur déplacement  $\vec{u}(\vec{X}, t)$  est alors :  $\vec{u}(\vec{X}, t) = O\vec{o} + \vec{x}(\vec{X}, t) - \vec{X}$  (eq.A3-2)

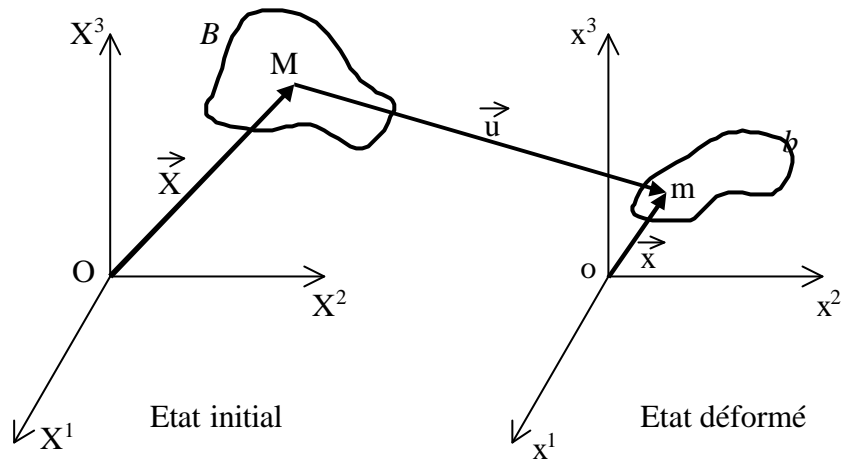


Figure annexe 3-1. Etats initial et déformé.

L'axiome de l'impénétrabilité de la matière montre qu'il y a bijectivité de l'application de M vers m, ce qui se traduit d'un point de vue mathématique par :

-  $\bar{x} = (\bar{X}, t)$  continûment différentiable en M

- Le jacobien  $J = \det \left( \frac{\partial x^k}{\partial X^k} \right) \neq 0$  en M  $\forall t$

Donc le jacobien de la transformation garde un signe constant au cours du temps. Or à  $t = 0$   $\bar{x}(\bar{X}, 0) = \bar{X}$  d'où  $J = 1$ . La bijection locale étant assurée si le jacobien est toujours positif, on peut inverser (1) :

$$\bar{x} = \bar{X}(\bar{x}, t) \quad (\text{eq.A3-3})$$

D'après cette relation, il est possible de trouver la position initiale M d'une particule qui est en m à l'instant t.

Ne faisant pas l'hypothèse de petites déformations, les déplacements ne sont pas nécessairement petits, nous ne pouvons donc pas identifier la configuration de référence  $C_0$  à la configuration actuelle  $C(t)$ . Chaque grandeur et chaque équation doivent alors être définies dans l'une ou l'autre configuration.

La fonction  $\bar{x} = \bar{X}(\bar{x}, t)$  définit le mouvement global du solide.

## 2 - Gradient de déformation.

Pour décrire ce qui se passe au voisinage du point M, on introduit le tenseur gradient de la transformation (de M de  $C_0$  à m de  $C(t)$ )  $\bar{F}$  :

$$F^{ij} = \frac{\partial x^i}{\partial X^j} \quad (\text{eq.A3-4})$$



Notons les vecteurs :  $\vec{X} = X^K \vec{I}_K$  et  $\vec{x} = x^k \vec{i}_k$

Sous forme élémentaire ils deviennent :

$$d\vec{X} = dX^K \vec{I}_K \quad , \quad d\vec{x} = dx^k \vec{i}_k \quad (\text{eq.A3-5})$$

Soit encore :

$$dX^K = (F^{-1})^{kK} dx^k \quad , \quad dx^k = F^{kK} dX^K \quad (\text{eq.A3-6})$$

Le tenseur  $\overline{\overline{F}}$  décrit le mouvement local du solide.

### 3 - Tenseur des déformations.

La déformation du solide représente en fait ses changements de forme. Pour les définir, il faut calculer les variations de longueurs et d'angles qui sont les variations d'un produit scalaire de deux vecteurs.

Partons de deux vecteurs matériels dans  $C_0$ .  $d\vec{X}$  et  $\delta\vec{X}$  qui deviennent après déformation  $d\vec{x}$  et  $\delta\vec{x}$  dans  $C(t)$ , leur produit s'écrit compte tenu de (5) et (6) :

$$d\vec{x} \cdot \delta\vec{x} = dx^k \cdot \delta x^l = F^{kK} \cdot dX^K \cdot F^{lL} \cdot dX^L = d\vec{X} \cdot \overline{\overline{C}} \cdot \delta\vec{X} \quad (\text{eq.A3-7})$$

$$\text{avec } \overline{\overline{C}} = {}^t \overline{\overline{F}} \overline{\overline{F}} \quad (\text{eq.A3-8})$$

$\overline{\overline{C}}$  est appelé tenseur de Cauchy Green gauche ou encore tenseur des dilatations en description Lagrangienne.

Le produit de  $d\vec{X}$  avec  $d\vec{X}$  permet d'obtenir de même le tenseur de Cauchy Green gauche  $\overline{\overline{c}}$ . Il exprime les dilatations en description Eulérienne :

$$d\vec{x} \cdot d\vec{x} = dX^k \cdot dX^l = (F^{-1})^{kK} \cdot dx^K \cdot (F^{-1})^{lL} \cdot dx^L = d\vec{x} \cdot \overline{\overline{c}} \cdot d\vec{x} \quad (\text{eq.A3-9})$$

$$\text{avec } \overline{\overline{c}} = \overline{\overline{F}} \cdot {}^t \overline{\overline{F}} \quad (\text{eq.A3-10})$$

Les tenseurs des déformations s'expriment alors à l'aide de (7) et (9) :

$$d\vec{x} \cdot \delta\vec{x} - d\vec{X} \cdot \delta\vec{X} = 2 \cdot d\vec{X} \cdot \overline{\overline{E}} \cdot \delta\vec{x} = 2 \cdot d\vec{x} \cdot \overline{\overline{e}} \cdot \delta\vec{x} \quad (\text{eq.A3-11})$$

avec  $\overline{\overline{E}}$  le tenseur de Green Lagrange représentant les déformations en description Lagrangienne :

$$\overline{\overline{E}} = \frac{1}{2} (\overline{\overline{C}} - \overline{\overline{I}}) \quad (\text{eq.A3-12})$$

et  $\overline{\overline{e}}$  le tenseur d'Euler Almansi représentant les déformations en description Eulérienne :

$$\overline{\overline{e}} = \frac{1}{2} (\overline{\overline{I}} - \overline{\overline{c}}) \quad (\text{eq.A3-13})$$

#### 4 - Décomposition polaire.

Cette décomposition a pour but de séparer la rotation de solide rigide des déformations pures. Le théorème de décomposition polaire s'écrit :

$$\overline{\mathbf{F}} = \overline{\mathbf{R}}\overline{\mathbf{U}} = \overline{\mathbf{V}}\overline{\mathbf{R}} \quad (\text{eq.A3-14})$$

$\overline{\mathbf{U}}$  est le tenseur des déformations pures droit et  $\overline{\mathbf{V}}$  le tenseur des déformations pures gauche. Ces tenseurs sont symétriques et définis positifs.

$\overline{\mathbf{R}}$  représente le tenseur des rotations, celui-ci est orthogonal.

Or  $\overline{\mathbf{C}}$  étant également symétrique et défini positif, on pose :

$$\overline{\mathbf{U}} = \sqrt{\overline{\mathbf{C}}} \quad \text{ou encore : } \overline{\mathbf{U}}^2 = \overline{\mathbf{C}} = \overline{\mathbf{F}}\overline{\mathbf{F}}$$

En prenant  $\overline{\mathbf{F}} = \overline{\mathbf{R}}\overline{\mathbf{U}}$  et en calculant  $\overline{\mathbf{R}}^t \overline{\mathbf{R}}$ , on montre, puisque ce produit est égal à la matrice unité, que  $\overline{\mathbf{R}}$  est un tenseur orthogonal.

On peut donc décrire les déformations dans la configuration de Lagrange (par  $\overline{\mathbf{U}}$  et  $\overline{\mathbf{C}}$ ) et dans celle d'Euler (par  $\overline{\mathbf{V}}$  et  $\overline{\mathbf{c}}$ ).

# Table des matières

<b>Introduction</b>	i
---------------------	---

## **Partie I - Les maillages**

### **Chapitre 1 - Conception du maillage en éléments finis par mesures tridimensionnelles d'un relief.**

1-1. Les maillages en éléments finis en biomécanique.	1
1-1-1. La méthode directe.	2
1-1-2. La méthode par mesures.	6
1-1-3. Les interfaces graphiques 3D.	12
1-2. Méthode de mesure 3D par contact.	15
1-3. Méthodes de mesure 3D sans contact.	17
1-3-1. La vitesse de la lumière.	17
1-3-2. Le scanner laser.	18
1-3-3. L'interférométrie.	18
1-3-4. La stéréoscopie.	19
1-3-5. Le moiré.	20
1-3-6. Projection de lumière structurée.	21
1-4. Synthèse.	24

### **Chapitre 2 - Méthodes de mesure par technique de projection de réseaux de trait sinusoïdaux.**

2-1. Principe du phénomène de moiré.	27
2-2. Théorie des techniques de mesure basées sur le phénomène de moiré.	30
2-2-1. Notion de base.	30
2-2-2. Le moiré d'ombre.	31
2-2-3. Le moiré de projection.	34
2-2-4. Remarques sur la mise en œuvre du moiré de projection.	39

2-3. Nouvelle approche de la théorie de la technique de projection de réseaux.	41
2-3-1. Les hypothèses.	41
2-3-1-1. Optiques.	41
2-3-1-2. Géométriques.	44
2-3-2. Théorie des équations du relief.	47
2-3-2-1. Modèle de la technique de projection dans le plan.	47
2-3-2-2. Modèle de la technique de projection dans un repère 3D.	54
2-3-3. Procédure d'analyse du réseau de franges.	58
2-3-3-1. Introduction à l'analyse du réseau de franges.	58
2-3-3-2. Théorie de la méthode de quasi hétérodyne.	62
2-3-3-3. Principe du recalage de phases.	63
2-3-3-4. Calcul des déphasages par T.F.R.	65
2-3-3-5. Détermination du masque objet.	67
2-3-3-6. Détermination du masque de discontinuités.	68
2-3-3-7. Synthèse de la technique de quasi hétérodyne à trois images.	70
2-3-3-8. Technique de Morimoto.	72
2-4. Calibrage du montage de la technique de projection de réseaux.	75
2-4-1. Etat de l'art des procédures de calibrage pour les techniques de mesures de reliefs.	75
2-4-2. Principe du processus de calibrage.	79
2-4-2-1. Pour la modélisation plane.	79
2-4-2-2. Pour la modélisation 3D.	87
2-5. Synthèse.	89

### **Chapitre 3 – Applications de la technique de projection de réseaux de traits sinusoidaux.**

3-1. Estimation de l'exactitude expérimentale après le processus de calibrage.	91
3-1-1. Pour la modélisation plane.	91
3-1-2. Pour la modélisation 3D.	96
3-1-3. Synthèse.	98
3-2. Mesure de profil.	99
3-2-1. Etude sur un bas-relief égyptien.	99
3-2-2. Etude des érosions géologiques.	104
3-2-2-1. Relief normal.	105
3-2-2-2. Relief peu accentué, mais très arrondi sur les bords.	112
3-2-2-3. Relief très prononcé avec, a certains endroits, de légères cavités.	114

3-3. Reconstruction de relief complet.	119
3-3-1. Etude d'une statuette de chat.	119
3-3-2. Autres exemples d'application.	131
3-4. Applications biomécaniques.	133
3-4-1. Etude de la scoliose chez l'enfant.	133
3-4-2. Mesure de relief sur la voûte plantaire et la paume de la main.	138
3-4-3. Mesure de relief sur la partie distale du tibia.	142
3-5. Etude des phénomènes de discontinuité.	144
3-5-1. Les zones de discontinuité.	144
3-5-1-1. Identification du problème de saut de frange entière.	144
3-5-1-2. Choix adapté des paramètres géométriques du montage.	145
3-5-2. Application sur une pyramide mexicaine.	149

## **Partie II – La mesure de grandeurs mécaniques.**

### **Chapitre 1 - Méthodes expérimentales pour la caractérisation mécanique d'organes biologiques.**

1-1. Etat de l'art sur la caractérisation des organes biologiques.	157
1-2. Les techniques optiques de mesure pour l'étude des organes biologiques.	160
1-3. Méthode de suivi de marqueurs.	163
1-3-1. Principe de déformation d'un parallélogramme élémentaire.	164
1-3-2. Localisation d'une tache	166
1-3-3. Calcul des caractéristiques géométriques du parallélogramme.	167
1-3-4. Exactitude.	168
1-4. Synthèse.	169

### **Chapitre 2 - Etude du comportement mécaniques de la peau.**

2-1. Montage expérimental.	171
2-1-1. Le système mécanique de chargement.	171
2-1-2. Le système d'acquisition d'images.	172
2-2. Essais expérimentaux sur de la peau de porc.	177
2-2-1. Essais de traction.	178
2-2-1-1. Approche pratique.	178
2-2-1-2. Résultats expérimentaux.	179

2-2-2. Essais de relaxation.	190
2-2-2-1. Approche pratique.	190
2-2-2-2. Résultats expérimentaux.	190
2-2-3. Essais avec une accélération constante.	196
2-2-3-1. Approche pratique.	196
2-2-3-2. Résultats expérimentaux.	197
2-2-4. Essais biaxiaux.	201
2-2-4-1. Approche pratique.	201
2-2-4-2. Résultats expérimentaux.	202
<b>Conclusion.</b>	217
Références bibliographiques.	219
Liste des illustrations.	233
Annexe.	
Annexe 1 - Exemple de structure interne d'un fichier au format DXF.	241
Annexe 2 - Interpolation d'un nuage de points bidimensionnel par une fonction polynomiale avec la méthode des moindres carrés.	245 249
Annexe 3 - Théorie sur la cinématique des grandes déformations	
Table des matières.	253

# **PUBLICATIONS**

## **Articles avec comité de lecture**

- C. BREQUE, F. BREMAND, L.E. GAYET, "Local strain measurement by tracking method for biomechanical tissues". Archives of physiology and biochemistry, Vol. 109 supplement, 1-144, 2001, pp. 112.
- C. BREQUE, F. BREMAND, L.E. GAYET, "Measurement of a relief with the projection moiré method, application to the diagnosis of a scoliosis". Archives of physiology and biochemistry, Vol. 109 supplement, 1-144, 2001, pp. 87.
- C. BREQUE, J.C. DUPRE, F. BREMAND, "Calibration of a system of projection moiré for relief measuring application to biomechanics". Soumis à Optics and Laser in Engineering le 1 mars 2002.

## **Congrès nationaux avec actes**

- C. BREQUE, F. BREMAND, "Modélisation de forme 3D par méthode de moiré de projection et analyse par quasi-hétérodynage", ORASIS 2001, Cahors, 5 au 8 juin 2001, article soumis.
- C. BREQUE, F. BREMAND, "L'apport des méthodes optiques de mesure pour la modélisation du corps humain", 15<sup>e</sup> Congrès Français de Mécanique, Nancy, 3-7 septembre 2001

## **Congrès internationaux avec actes**

- C. BREQUE, F. BREMAND, J.C. DUPRE, "Applications des méthodes optiques de mesure aux matériaux biologiques". Colloque international Mécano transduction, Ecole Nationale des Ponts et Chaussée, Champs sur Marne, 17-18 mai 2000, pp 325-334.
- C. BREQUE, F. BREMAND, J. C. DUPRE, "Characterisation of biological materials by means of optical methods of measurement", International Conferences on Experimental Mechanics, ICEM2000, Singapour, 28 novembre - 1 décembre 2000, pp. 463-468.
- C. BREQUE, F. BREMAND, J. C. DUPRE, "L'apport des méthodes optiques de mesure pour la modélisation d'un humanoïde", Photomécanique 2001, 24-26 avril 2001, Poitiers, pp 95-102.

## **Congrès nationaux avec actes à diffusion restreinte**

- C. BREQUE, F. BREMAND. "Reconstruction 3D complète par méthode de lumière structurée couplée au décalage de phases". VISIOMIP 2001, Vision par Ordinateur en Midi-Pyrénées, Premières rencontres Laboratoires- Entreprises, Cahors, 7 juin 2001, pp. 6 - 7.





## Résumé :

*Cette étude porte sur l'application des techniques de mesure optiques pour la caractérisation mécanique des organes biologiques. Deux voies ont été explorées : la réalisation de maillages en éléments finis et la mesure de déformations planes.*

*Les maillages en éléments finis peuvent être réalisés à partir du relief des organes. Nous avons alors développé une technique de projection de réseaux de traits. Afin d'améliorer l'exactitude, l'analyse des réseaux s'effectue par des techniques de décalages de phases. Une procédure de calibrage du montage a été spécialement développée.*

*La mesure des déformations sur de la peau a été effectuée par une extension de la technique de suivi de marqueurs. Afin de voir l'ensemble des phénomènes mécaniques qui régissent ce tissu, nous avons réalisé des essais de traction simple, de relaxation, de traction à accélération constante et de traction biaxiale. Le caractère viscoplastique de la peau et l'orthotropie de sa structure ont été ainsi mis en évidence.*

## Abstract :

*This study concentrates on the characterisation of biological materials by means of optical methods of measurement. Two research fields were considered: meshes in finite elements and the measurement of plane strains.*

*Meshes in finite elements can be obtained from the relief of the organs studied. We then developed a technique projecting sinusoidal gratings of vertical lines which were analysed using phase-shifting techniques to get a better accuracy. A special calibration procedure of the experimental set-up was developed for this purpose.*

*An extension of the tracking method allowed measuring plane strains on skin. In order to study all the mechanical behaviours of this biological material we carried out simple tensile tests, relaxation tests, tensile tests with constant acceleration and biaxial tensile tests. The viscoplasticity of skin and the orthotropy of its structure were thus demonstrated.*

## Mots clés:

Moiré de projection, projection de lumière structurée, hétérodynage, mesure de relief sans contact, calibrage, biomécanique, organes biologiques, mesure de champ de déformations, loi de comportement biologique.