TABLES DES MATIERES

REMERCIEMENTS	- i
LISTE DES ABREVIATION/ SIGLES	vi
LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX	ix
INTRODUCTION	· 1
CHAPITRE I : GEOMETRIES FRACTALES	3
1. Définition fractale	3
2. Dimension fractale	3
3. Caractéristiques des fractales	. 4
a) Dimension topologique	. 4
b) Dimension de Hausdorff-Besicovitch	5
4. Lacunarité d'un objet fractale	5
5. Autosimilarité	5
6. Construction des figures fractales	5
7. Présentation des fractales par leur dimension	8
a) Courbes fractales	8
b) Surfaces fractales	10
c) Volumes fractales	11
8. Application des formes fractales	11
9. Exemples de fractale	12
a) Forme de fractale de Mandelbrot	12
b) Ensemble de Julia	12
10. Les fractales dans la nature	13
a) Fractale dans les végétaux	13
b) Fractales dans le corps humain	14
CHAPITRE II : GENERALITES SUR LES ANTENNES	16
1. Définition	16
2. CARACTERISTIQUES ANTENNES	17
a) Caractéristiques électrique :	17
b) Caractéristique de rayonnement	18
3. Différents types d'antenne2	23





a)	Antennes filaires	-23
b)	Planar Inverted F Antenna	-25
c)	Antennes patch	-26
d)	Antennes directives	-27
e)	Antennes à ouverture	-27
CHAPITI	RE III : PIEZOELECTRIQUE	-29
1. Ma	ngnétoélectrique	-29
a)	Effet magnétoélectrique intrinsèque	-30
b)	Effet magnétoélectrique extrinsèque	-30
c)	Couple magnéto-mécanique	-31
d)	Couple électromécanique	-32
2. Dé	finition de la piézoélectricité	-33
3. Ma	ttériaux piézoélectrique	-33
4. Ph	énomènes de polarisation	-35
a)	Polarisation électronique	-35
b)	Polarisation ionique (ou atomique)	-35
c)	Polarisation dipolaire (ou d'orientation)	-36
d)	Polarisation interfaciale	-36
5. Cy	cle d'Hystérésis	-37
6. Pro	opriété piézoélectrique pour une conversion électromécanique	-37
7. Eq	uations de la piézoélectricité	-38
8. Ca	ractéristiques électriques et mécaniques des matériaux piézoélectriques	-41
9. PZ	Т	-44
CHAPITI	RE IV : METHODE DU GUIDE RECTANGULAIRE	-45
1. Int	roduction de la méthode	-45
2. Pri	ncipe de la méthode du raccordement modal	-45
3. Pro	blème direct	-47
4. Ca	lculs des coefficients de transmission et de réflexion	-49
5. Pro	bblème inverse	-53
CHA	PITRE V : MODELISATION MULTIPHYSIQUE ET RESULTATS DE	
SIMULA	TION	- 54



1. Modélisation de l'effet magnétoélectrique			55
a) Equations d'équilibre			55
b) Loi de comportement			56
c) Formulation du couplage magnétoélectrique thermodynamique	par	une	approche 59
2. Logiciel Comsol <i>Multiphysics</i>			61
a) Présentation du logiciel comsol			61
b) Construction d'un modèle dans Comsol			62
c) Procédure pour la modélisation			63
3. Méthode des éléments finis sous comsol			64
a) Maillage			65
b) Condition aux limites			66
c) Solveur			66
d) Critère de convergence			67
4. Résultats des simulations			67
a) Résultats des simulations sous comsol			67
b) Résultats du problème inverse calculé sous Matlab -			75
5. Discussion des résultats			76
a) Discussion des résultats sous comsol			76
b) Discussion du problème inverse			78
CONCLUSION ET PERSPECTIVES			79
BIBLIOGRAPHIE			80
ANNEXE I			I
ANNEXE II			IV
ANNEXE III			VI
ANNEXE IV			VII



LISTE DES ABREVIATION/ SIGLES

- δ : Angle de perte
- C_v : Chaleur spécifique.
- \vec{E} : Champ électrique
- \vec{H} : Champ magnétique
- I_e : Intensité de l'antenne
- K_{PZT} : Raideur mécanique du matériau
- Q_e : Facteur de qualité électrique
- Q_m : Facteur de qualité mécanique
- *R*₀ : Résistance (perte diélectrique)
- R_p : Résistance liée aux pertes de l'antenne.
- R_r : Résistance liée à son rayonnement. $d_{ijn} (d_{nkl})$: Piézoélectricité
- \vec{p} : Vecteur Poynting
- α_{ME} : Coefficient de magnétoélectrique
- ε_{mn} : Tenseurs de permittivité
- $\zeta_m(\zeta_n)$: Pyroélectricité
- μ : Perméabilité magnétique
- 1D : Une dimension
- 2D : Deux dimensions
- 3D : Trois dimensions
- B : Bande d'utilisation
- C : Elasticité
- D : Dimension fractal
- dB : Décibel



GHz : Giga Hertz

- I : Matrice identité
- IFS : Iterated Function System
- *L* : Distance entre les électrodes

L-system : Linden Mayer System

Matlab : Matrix Laboratory

P: Polarisation induite

Pb : Plomb

PIFA : Planar Inverted-F Antenna

PZT : zircono-titanate de plomb

ROS : Rapport d'Onde Stationnaire

S : Déformation

- SHF : Super High Frequencies
- T: Contrainte

T, S_{21} : Coefficient de transmission

UHF : Ultra High Frequencies ou Ultra Haute Fréquence

VHF : Very High Frequencies ou Très Haute Fréquence

- λ : Longueur d'onde
- μ^* et λ^* : Coefficients de Lamé
- μ_0 : Perméabilité du vide
- Γ , S_{11} : Coefficient de réflexion
- η : Rendement de l'antenne
- A : Surface électrode
- B : Densité de flux magnétique ou induction magnétique
- *D* : Déplacement électrique



- *G* : Gain de l'antenne
- J : Densité de courant
- *K* : Constant de raideur
- *N* : Facteur d'effort
- $P(\theta, \varphi)$: Puissance rayonné par une antenne, par unité d'angle solide
- *V* : Tension électrique
- W : Puissance rayonné à travers une sphère de rayon infini
- Z : Impédance
- e : Constante piézoélectrique
- f : Fréquence
- *k* : Coefficient de couplage
- $r(\theta, \varphi)$: Variation de puissance par rapport à la puissance maximum
- ε : Permittivité diélectrique



LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Figure 1 : Dimension topologique triangle de Sierpinski qui est 14
Figure 2 : Illustration du processus récursif d'un L-system
Figure 3 : Utilisation de la méthode des IFS pour construire la fougère de Barnsley.
(a) Image initiale (b) Première itération (c) 2 itérations (d) 3 itérations (e) 10
itérations (f) 25 itérations
Figure 4 : Fractal de Von Koch
Figure 5 : Fractale de Hilbert9
Figure 6 : Triangle de Sierpinski
Figure 7 : Eponges fractales
Figure 8 : Fractale de Mandelbrot
Figure 9 : Fractale de Julia13
Figure 10 : Fougère
Figure 11 : Fougère obtenu par simulation mathématique 14
Figure 12 : Chou-fleur
Figure 13 : Coupe transversale du cœur
Figure 14 : Exemples de diagramme de rayonnement antenne
Figure 15 : Illustration d'angle d'ouverture
Figure 16 : Polarisation champ électromagnétique
Figure 17 : Distribution du courant le long d'un dipôle en fonction du rapport d/ λ
Figure 18 : Diagramme de rayonnement d'un dipôle24
Figure 19 : Monopole quart d'onde et représentation de son image
Figure 20 : Exemples de produits mettant en œuvre des monopoles
Figure 21 : Structure de l'antenne PIFA
Figure 22 : Structure d'une antenne patch
Figure 23 : Exemples antennes directives
Figure 24 : Exemples d'antennes cornet
Figure 25 : Effet magnétoélectrique intrinsèque
Figure 26 : Effet magnétoélectrique extrinsèque
Figure 27 : Principaux modes de magnétostriction
Figure 28 : Représentation de l'effet direct et inverse de la piézoélectricité
Figure 29 : Organigramme des classes cristallines
Figure 30 : Classification semi-cristalline
Figure 31 : Différentes types de polarisation



Figure 32 : Cycle d'Hystérésis P=f(E) d'un matériau ferroélectrique	7
Figure 33 : Relations entre les propriétés thermiques, électriques et mécaniques d'u	n
cristal	8
Figure 34 : Déformation de la maille cristalline d'un matériau piézoélectrique à bas	se
de soufre et de cadmium	9
Figure 35 : Caractéristique statique Déplacement/Effort	.3
Figure 36 : Maille de PZT représentée en phase tétragonale4	4
Figure 37 : Diagramme pour la détermination de la permittivité par la méthode d	le
raccordement modal	-6
Figure 38 : Section transversale du guide chargé 4	.7
Figure 39 : Coupe longitudinale de la cellule de mesure	0
Figure 40 : Représentation géométrique des éléments de maillage5	4
Figure 41 : Couplage magnétoélectrique5	8
Figure 42 : Logo du logiciel Comsol	51
Figure 43 : Interface utilisateur du logiciel Comsol 5.0	52
Figure 44 : Fenêtre d'accueil comsol 5.0 6	3
Figure 45 : Fenêtre pour le choix d'espace de dimension de travail6	3
Figure 46 : Fenêtre pour le choix de physique6	4
Figure 47 : Organisation de la modèle multiphysique6	5
Figure 48 : Maillage du modèle6	5
Figure 49 : Etapes de calcul en multiphysique6	6
Figure 50 : Fonction erreur en fonction de chaque itération6	7
Figure 51 : Dispersion du champ électrique à une valeur de fréquence 8[GHZ] 6	8
Figure 52 : Dispersion du champ électrique à une valeur de fréquence 10[GHZ]. 6	8
Figure 53 : Dispersion du champ électrique à une valeur de fréquence 12[GHZ]. 6	i9
Figure 54 : Résultat des coefficients de réflexion et transmission pour le guide vid	le
	i9
Figure 55 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le matériau e	n
téflon à une valeur de fréquence 8[GHZ]7	0
Figure 56 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le matériau e	n
téflon à une valeur de fréquence 10[GHZ]7	0
Figure 57 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le matériau e	n
téflon à une valeur de fréquence 12[GHZ]7	0
Figure 58 : Résultat des coefficients de réflexion et transmission pour le guide charg	ţé
avec le matériau en téflon7	1



Figure 59 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le modèle	è à une
valeur de fréquence 8[GHZ]	71
Figure 60 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le modèle	e à une
valeur de fréquence 10[GHZ]	72
Figure 61 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le modèle	e à une
valeur de fréquence 12[GHZ]	72
Figure 62 : Résultat des coefficients de réflexion et transmission pour le guide	chargé
avec le matériau en PZT	72
Figure 63 : Dispersion du champ électrique du guide chargé et soumis à une p	ression
du modèle à une valeur de fréquence 8[GHZ]	73
Figure 64 : Dispersion du champ électrique du guide chargé et soumis à une p	ression
du modèle à une valeur de fréquence 10[GHZ]	73
Figure 65 : Dispersion du champ électrique du guide chargé et soumis à une p	ression
du modèle à une valeur de fréquence 12[GHZ]	73
Figure 66 : Résultat des coefficients de réflexion et transmission pour le guide	chargé
et le matériau soumis à une contrainte	74
Figure 67 : Déformation du modèle à une valeur de fréquence 8[GHz]	74
Figure 68 : Déformation du modèle à une valeur de fréquence 10[GHz]	74
Figure 69 : Déformation du modèle à une valeur de fréquence 12[GHz]	75
Figure 70 : Spectre permittivité du matériau Téflon	75
Figure 71 : Spectre permittivité du matériau PZT sans contrainte	75
Figure 72 : Spectre permittivité du matériau PZT qui subit une contrainte	76
Figure 73 : Liste de fractale déterministe $\delta < 1$	I
Figure 74 : Liste de fractale déterministe δ =2	II
Figure 75 : Liste de fractale déterministe $\delta = 3$	III
Figure 76 : Fractales aléatoire et naturel	III
Figure 77 : Diagramme de phase des solutions solides de PbZrO3-PbTi03	V
Figure 78 : Diagramme d'absorption atmosphérique	VII

Tableau 1 : Les caractéristiques de chacun des types de polarisation	23
Tableau 2 : Application des matériaux ferroélectriques	IV
Tableau 3 : Caractéristique de quelques piézoélectriques	IV
Tableau 4 : Différents types de bande dans l'hyperfréquence	VII



INTRODUCTION

Plusieurs branches de recherche sur différentes types de matériau qu'on utilise pour des composants électroniques s'effectue dans le monde entier. Toutes sortes de laboratoire possédé leur propre recherche sur chaque type de matériau. Aujourd'hui la recherche sur les différents composants électroniques dans l'application des télécommunications est bien très vaste. Les composants électroniques présentent des grands intérêts sur les technologies d'information et des communications. Chaque type de composant électronique joue différent rôle dans son usage.

Les recherches sur les matériaux piézoélectriques sont maintenant devenues importants, ce matériau possède des propriétés différentes. Il existe maintenant plusieurs composants électroniques qu'ont fabriqués à partir de ces matériaux. Depuis plusieurs années des nombreux chercheurs trouvent des nouvelles formes géométriques. Ces nouveaux formes de géométrie sont maintenant appelés les fractales. Les géométries fractales sont désormais l'une des formes plus utilisée. L'exploitation des antennes en forme fractal sont maintenant devenue important sur les téléphones mobiles et aussi dans d'autres applications.

Plusieurs sources d'émission ou de réception des signaux sont disponibles maintenant, malgré tous cela on doit considérer l'augmentation des demandes en débit. Actuellement plusieurs laboratoires font des recherches sur la miniaturisation des composants, celle-ci y compris l'amélioration des performances. De ce fait, on propose un mémoire qui s'intitule « caractérisation diélectrique en bande x [8-12 GHz] des métamatériaux». Le but de ce travail est de caractériser un matériau qu'on utilise dans la bande d'hyperfréquence, celle-ci est faite en matériau piézoélectrique. Pour cela nous observerons les différents coefficients de réflexion et de transmission du matériau, et par la suite nous constaterons aussi l'optimisation de la permittivité électrique du matériau.

Les travaux dans ce mémoire s'effectuent en cinq chapitres différents et distincts. Dans le premier chapitre est introduit les fractales pour avoir l'aperçu sur la définition du mot fractale et ces différents types. Dans le deuxième chapitre, on abordera les différents types d'antenne ainsi que ces caractéristiques. Sur la troisième chapitre, nous observerons les phénomènes des magnétoélectriques et les piézoélectriques et ces différents équations qui régis sur le matériau. Dans le quatrième chapitre, on peut voir la méthode du guide rectangulaire que nous avons utilisé pour caractériser l'antenne. Dans le dernier chapitre, nous afficherons la modélisation numérique utilisée dans le logiciel comsol ainsi que la



modélisation de l'effet magnétoélectrique et de constater les différents résultats obtenus avec des discussions.



CHAPITRE I : GEOMETRIES FRACTALES

Le mot fractale est inventé par Benoit Mandelbrot dans les années 70, les différentes recherches concernant les antennes qui utilisent les formes géométries fractales prennent de l'envergure dans le monde des recherches scientifiques. Les géométries fractales ouvrent des nouvelles portes dans les domaines des recherches.

1. Définition fractale

Une figure fractale est une courbe ou surface de forme irrégulière ou morcelée qui se crée en suivant des règles déterministes ou aléatoires impliquant une homothétie interne. Le terme fractale vient de la racine du mot latin *fractus* qui signifié brisée ou irrégulier.

Un objet fractale doit combiner les caractéristiques suivants :

- Ses parties ont la même forme ou structure que le tout, que ce soit à une échelle différente ou légèrement déformée.
- Sa forme est, soit extrêmement irrégulière, soit extrêmement interrompue ou fragmentée, quelle que soit l'échelle d'examen.

2. Dimension fractale

La dimension fractale D ou dimension de similarité, est le nombre qui quantifie le degré d'irrégularité et de fragmentation d'un ensemble géométrique ou d'un objet naturel. La dimension fractale est aussi une mesure de la façon dont la forme fractale occupe l'espace.

$$D = \frac{\ln(Nombredecopie)}{\ln(1/Rapport \ deReduction)}$$
(I.01)

Pour les fractales, ce terme est un peu plus compliqué : on peut prendre l'exemple d'une côte rocheuse. Son contour, dessiné très précisément est une ligne extrêmement irrégulière.

En augmentant à l'infini l'irrégularité de cette ligne, son irrégularité serait telle que la ligne semblerait avoir une surface alors que, par définition, une ligne n'a pas de surface. Ce ne serait donc plus vraiment une ligne, à une dimension, ni tout à fait une surface, à deux dimensions.

En effet, les fractales ont des dimensions fractionnées et ils existent des méthodes pour estimer celle de certains objets naturels comme les côtes. Les Fractales présentent donc des dimensions qui ne seraient pas seulement des entiers naturels ; nous citons par



exemple le cas des poussières qui représentent des ensembles discontinus des points ayant une dimension entre 0 et 1. Les courbes ou les surfaces planes ont une dimension entre 1 et 2. Les objets qui ont un volume (cristaux, éponges...) ont une dimension entre 2 et 3.

3. Caractéristiques des fractales

Un objet fractale possédé au moins une des caractéristiques suivants :

- sa dimension de Hausdorff est strictement supérieure à sa dimension topologique. Cette caractéristique est généralement prise comme définition même d'un objet fractale. Pour exprimer la chose autrement, un réseau d'irrigation est un déploiement de lignes (« en 1D ») qui offre des caractéristiques commençant à évoquer une surface (« en 2D »). La surface du poumon (« en 2D ») est repliée en une sorte de volume (« en 3D »). De façon imagée, les fractales se caractérisent par une sorte de dimension non entière.
- il a des détails similaires à des échelles arbitrairement petites ou grandes ;
- il est trop irrégulier pour être décrit efficacement en terme géométrique traditionnel;
- il est exactement ou statistiquement autosimilaire, c'est-à-dire que le tout est semblable à une de ses parties.

a) Dimension topologique

Dans le monde de la mathématique, il y a plusieurs façons de définir la dimension topologique. Mais pour la plupart, nous respectons la dimension topologique comme dimension habituelle. On peut dire que deux objets sont de même dimension topologique si c'est possible de transformer l'un vers l'autre à l'aide d'un homéomorphisme



Figure 1 : Dimension topologique triangle de Sierpinski qui est 1.



Ici dans la figure (a) on a un triangle de Sierpinski. Dans la figure (b) on enlève un ensemble de deux points de dimension 0. La figure (c) nous montre que la figure est déconnectée en deux objets de dimension 1.

b) Dimension de Hausdorff-Besicovitch

En mathématique, et plus précisément en topologie, la dimension de Hausdorff d'un espace métrique (X, d) est un nombre réel positif ou nul, éventuellement l'infini, introduite en 1918 par le mathématicien Felix Hausdorff, elle a été développée par Abram Samoilovitch Besicovitch. Elle est parfois appelée dimension de Hausdorff-Besicovitch. La dimension de Hausdorff développe les dimensions non entier, comme exemple la dimension de Cantor qui est $\frac{\log 2}{\log 3}$.

4. Lacunarité d'un objet fractale

La lacunarité d'un objet fractale est le nombre qui quantifie la distribution de la taille des trous dans un objet fractale.

5. Autosimilarité

Si on examine une courbe fractale à n'importe quelle échelle, on constatera les mêmes détails. Ceci est une propriété importante de toute structure fractale désignée par le terme autosimilarité, homothétie interne ou encore invariance d'échelle. Les majorités des fractales respectent cette propriété.

Suite à des observations, les mathématiciens seront amenés à créer d'autres objets qui se répètent à l'infini. Ces figures ainsi construites auront parfois des propriétés assez étranges qui perturberont plusieurs certitudes bien établies.

6. Construction des figures fractales

Les L-SYSTEMS

Comme l'affirme Mandelbrot, les fractales constituent la géométrie de la nature. Il n'est donc pas surprenant que le biologiste Aristid Linden Mayer ait eu recours à un processus fractal pour décrire la croissance des végétaux. En effet, en 1968, il publia un article dans lequel il formalise la description de la croissance d'une plante. C'est ce qu'on appelle les L-system. Ceux-ci se prêtent très bien à une implémentation informatique. Un L-system est essentiellement une chaîne de caractère, régie par un ensemble de règles de production, qui évolue en fonction du temps. Les caractères représentent une interprétation graphique. Par exemple, on pourrait avoir que « F » signifie « trace un



segment de longueur l », « + » signifie « change la direction de θ degrés » et « - » signifie « change la direction de $-\theta$ degrés ». En partant d'un axiome (chaine de caractère de départ), on remplace chaque caractère par une chaine qui lui est associée selon la règle de production. On recommence à chaque unité de temps. Pour un temps t, on a une chaine de caractère qui peut donc être interprétée graphiquement. La fractale est obtenue au temps infini. Formellement, on 'écrit un L-system par son nom, son axiome et ensuite ses règles de production. Remarquons qu'en plus de se mouler parfaitement au modèle des végétaux, les L-systems permettent de représenter d'autres fractales connues.



Figure 2 : Illustration du processus récursif d'un L-system

• Le système de fonction itérative ou IFS (Iterated Function System)

A la suite du célèbre livre de Mandelbrot *The Fractal Geometry of Nature*, Hutchinson a proposé une technique simple de construction de fractale qui fut améliorée



par Barnsley. Il s'agit de la technique des IFS. Considérons un ensemble de transformation qui a la propriété d'être des contractions.

Partant de n'importe quelle image, on lui applique chacune des transformations et on fait l'union des figures obtenues. A partir de cette nouvelle image, on reprend le processus et ce indéfiniment. La figure de convergence est une fractale nommée attracteur et elle est unique pour un système de fonction donné. Cette méthode présente les avantages d'être simple donc facile à programmer, de contenir toute l'information d'un dessin complexe dans quelques équations et de regrouper plusieurs fractales dans une approche unifiée.



Figure 3 : Utilisation de la méthode des IFS pour construire la fougère de Barnsley. (a) Image initiale (b) Première itération (c) 2 itérations (d) 3 itérations (e) 10 itérations (f) 25 itérations



7. Présentation des fractales par leur dimension

a) Courbes fractales

La courbe de Koch



Figure 4 : Fractal de Von Koch

Nombre de copies de l'itération 2 = 16Rapport de réduction de l'itération 2 = 1/9

$$D = \frac{\ln(16)}{\ln(9)} = 1,2619$$

La fractale de Koch est aussi l'une des premières courbes fractales à avoir été décrite en 1906 par le mathématicien Suède Helge Von Koch.

La construction géométrique de la courbe standard de Koch est assez simple. On commence par une ligne droite, appelée initiateur. Ce dernier sera divisé en trois parts égales et le segment du milieu sera remplacé lui aussi par deux autres de même longueur. C'est la première translation réitérée de la géométrie appelée générateur ou fractale de Koch d'ordre 1. On refait le même processus pour chacun de ces quatre nouveaux segments et ainsi de suite comme montre la figure ci-dessus.



Ce type de courbe présente une particularité bien curieuse. La première réflexion conduit à spéculer que le périmètre de cette figure tend vers une limite finie, puisqu'on ajoute des détails de plus en plus petits au fur et à mesure des itérations successives. Mais en réalité, à la première itération la longueur l de la ligne est remplacée par 4 segments de longueur l/3; à la deuxième elle devient 16l/9...

A chaque itération la longueur est donc multipliée par 4/3, ce qui signifie que la longueur d'une courbe de Koch tend vers l'infini pour un nombre d'itération n infini. La courbe de Koch est construite en utilisant la technique IFS.

• Courbe de Hilbert

La construction géométrique de la courbe de Hilbert est définie par l'algorithme suivant : on partage le carré initial en 4 petits carrés égaux en premier lieu, chacun de ces carrés est numéroté de sorte que deux carrés successifs se touchent par un côté, en commençant par le carré en bas à gauche, et s'achevant par le carré en bas à droite. Puis chacun de ces nouveaux carrés en 4 micros carrés égaux jusqu'à l'infini.



Figure 5 : Fractale de Hilbert

Nombre de copies de l'itération 2 = 15

Rapport de réduction de l'itération 2 = 1/7

$$D = \frac{\ln(15)}{\ln(7)} = 1,3916$$

b) Surfaces fractales

• Triangle de Sierpinski

La fractale de Sierpinski apparue en 1915 est l'une des formes fractales les plus utilisées. Elle est baptisée du nom Woclaw Sierpinski, le mathématicien polonais qui l'a intensivement étudié.

La génération du triangle se base sur deux méthodes à savoir : l'approche par copie multiple, ou l'approche par décomposition. Dans la première, on commence par un petit triangle. Deux copies supplémentaires de ce triangle de la même taille sont produites et collées au triangle original. Ce même processus peut être répété n fois, n, étant l'ordre de l'itération fractale. Dans l'approche par décomposition, on commence par un grand triangle entourant la géométrie entière. Les points médians des côtes sont joints ensembles, et un espace creux au milieu est créé. Ce processus divise le triangle original à trois versions réduites du plus grand triangle. Le même processus de division peut être réalisé sur chacun des copies.

La figure suivante montre le processus par décomposition :



Figure 6 : Triangle de Sierpinski

Nombre de copies de l'itération 2 = 9

Rapport de réduction de l'itération 2 = 1/4

$$D = \frac{\ln(9)}{\ln(4)} = 1,58$$

c) Volumes fractales

• L'éponge de Sierpinski Menger

En dimension 3, la fractale de Sierpinski la plus célèbre est l'éponge de Sierpinski Menger, attracteur de 20 homothétie de rapport 1/3 centrées aux sommets et aux milieux des arêtes d'un cube.



Figure 7 : Eponges fractales

Nombre de copies de l'itération 2 = 400Rapport de réduction de l'itération 2 = 1/9

$$D = \frac{\ln(400)}{\ln(9)} = 2,73$$

8. Application des formes fractales

Le concept de fractale a permis de comprendre de nombreux structures et de nombreux phénomènes naturels ou artificiels. Il a permis de modéliser ces structures et ces phénomènes avec un réalisme parfois impressionnant. Les applications directes, dans un domaine qui a fait l'objet de nombreuses études sur la compression d'images. Toutefois, malgré les résultats prometteurs, cette méthode n'a pas détrôné la compression *jpeg* que tout le monde connaît, même si ses résultats rivalisent avec cette méthode classique. Un autre domaine d'application est la fabrication d'antenne radio fractale. Leur intérêt est d'occuper une faible place tout en ayant un très bon rendement dans le domaine multi-bandes ou large bande d'émission.



9. Exemples de fractale

Depuis l'apparition des fractales plusieurs mathématiciens cherchent des méthodes à créer des formes nouveaux de figure fractale. Maintenant on peut donc classifier les fractales des différents façons comme les probabilistes ou déterministes, elles sont obtenus par des algorithmes bien défini. Certaine figure fractale peut être construite de manière extrêmement de manière simple, en utilisant un processus récurrent composé d'un initiateur et d'un générateur.

a) Forme de fractale de Mandelbrot

Cette forme fractale, élaborée par Benoît Mandelbrot présente de nombreuses particularités. Il existe plusieurs manières de représenter l'ensemble, mais le plus courant est de faire varier la couleur en fonction du nombre d'itérations nécessaires pour connaître l'appartenance d'un point à la Mandelbrot. Si le point ne diverge pas au bout d'un grand nombre d'itération, c'est qu'il fait partie de l'ensemble.



Figure 8 : Fractale de Mandelbrot

Pour concevoir une forme fractale dite de Mandelbrot, on doit avoir un nombre d'itération maximal en fonction duquel l'allure générale peut être entièrement modifiée, car les contours sont d'autant plus rugueux que ce nombre est grand.

b) Ensemble de Julia

Les nombres d'itérations sont aussi paramétrable pour les 'Julia'. il faut d'abord choisir un nombre d'itération maximal en fonction duquel l'allure générale peut être entièrement modifiée, car les contours sont d'autant plus rugueux que ce nombre est grand.





Figure 9 : Fractale de Julia

10. Les fractales dans la nature

Dans la nature il y a plusieurs objets qui illustrent les concepts de fractalité : comme les montagnes, les nuages, la forme des arbres etc...

a) Fractale dans les végétaux

De nombreux objets naturels ressemblent à des fractales. Comme le chou ou la fougère. Mais ces objets naturels ne sont pas de vraie fractale, puisque leur complexité n'est pas infinie. La complexité s'arrête au niveau de l'atome, et non au niveau de l'infiniment petit.



Figure 10 : Fougère

Mathématiquement, en utilisant un ensemble de fonction simple itérée un grand nombre de fois. On peut obtenir des images de fougère très réaliste, selon ce principe, on peut simuler la croissance de nombreux végétaux ce qui donne des images difficiles à distinguer de véritable photographie.





Figure 11 : Fougère obtenu par simulation mathématique

Dans la végétation aussi, il y a aussi le chou-fleur qui a une forme remarquable, il se présente comme une section de sphère entourée des feuilles. Si on regarde de près la surface du chou-fleur, on remarque que celle-ci est constituée des cônes qui se juxtaposent de manière enroulée en spirale, formant ainsi des volutes qui constituent elles-mêmes des cônes similaires aux premiers, mais d'échelle plus grande.







Figure 12 : Chou-fleur

b) Fractales dans le corps humain

Les réseaux sanguins, les vaisseaux coronaires, de l'aorte aux capillaires, forme un continuum. Il se divise à beaucoup de reprise pour devenir si étroit que les cellules sanguines sont contraintes de circuler en file indienne. Leur ramification est de nature fractale. Aucune cellule n'est jamais éloignée de plus de trois à quatre cellules d'un capillaire. Pourtant les vaisseaux et le sang n'occupent que très peu d'espace. La dimension fractale de ce système est d'environ 2,7.



L'arborescence vasculaire créée une structure qui semble de longueur infiniment grande à l'intérieure d'un volume fini, autrement dit une très grande surface d'échange à l'intérieur d'un volume limité.

Le réseau vasculaire est une organisation fractale, un labyrinthe complexe de bifurcations identiques entre elles sur des échelles de plus en plus petites. Il apparaît ainsi un motif géométrique qui se répète sur des échelles différentes, il y a donc bien autosimilarité. Quelle que soit l'échelle à laquelle on regarde cette structure, l'aspect paraît identique.



Figure 13 : Coupe transversale du cœur



CHAPITRE II : GENERALITES SUR LES ANTENNES

Les transmissions des signaux sont un des domaines plus important pour les communications. Les transmissions par antenne représentent plusieurs avantages. Ces systèmes répondent aux contraintes de mobilité, facilité d'accès et selon la fréquence utilisée, ils peuvent avoir une portée suffisante sans amplification. Le choix de l'antenne se fait en fonction des contraintes de l'application telles que bande de fréquence, gain.

1. Définition

Les systèmes des télécommunications utilisés permettant généralement l'échange des informations dans des différents milieux naturels, peuvent être décomposés en deux parties : une partie servant au traitement des signaux électriques contenant les informations à transmettre et une seconde partie permet la transformation des signaux électriques en ondes électromagnétiques rayonnées dans l'espace. Cette dernière fonction est réalisée par des dispositifs appelés antenne.

Une antenne est un transducteur entre ligne de transmission connectée à un générateur et le milieu où l'onde rayonne. Ainsi on peut définir une antenne en émission ou en réception selon son mode de fonctionnement.

Une antenne d'émission est un élément conducteur qui transforme une énergie électrique en énergie de rayonnement électromagnétique. Une antenne de réception traduit un rayonnement électromagnétique en courant électrique induit. La même antenne peut servir à recevoir ou à émettre si elle est alimentée en courant.

Les antennes ont plusieurs rôles dont les principaux sont les suivants :

- Permettre une adaptation correcte entre l'équipement radioélectrique et le milieu de propagation
- Assurer la transmission ou la réception de l'énergie dans des directions privilégiées
- o Transmettre le plus fidèlement possible une information

Par ailleurs, afin de décrire les caractéristiques et les performances des antennes, divers paramètres sont utilisés. Ces paramètres sont classés en deux groupes. Le premier groupe caractérise l'antenne comme un élément de circuit électrique et le second groupe s'intéresse à ses propriétés de rayonnement, tel que le diagramme de rayonnement, la directivité et le gain.



2. CARACTERISTIQUES ANTENNES

Une antenne est caractérisée par différent paramètre qu'on peut classer soit en caractéristiques électriques soit en caractéristiques de rayonnement.

a) Caractéristiques électriques :

• L'impédance d'entrée d'une antenne

Considérons une antenne dont on peut définir les deux bornes d'entrée A et B. Soient V_e la tension entre les bornes A et B et I_e le courant d'alimentation de l'antenne. L'impédance d'entrée de l'antenne est donnée par :

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} \tag{II.01}$$

• Le coefficient de réflexion

D'une manière générale, lorsqu'une onde incidente change de milieu de propagation ou rencontre une nouvelle interface; une partie de cette onde incidente est réfléchie et l'autre partie est transmise dans le nouveau milieu. Le coefficient de réflexion, Γ , et le coefficient de transmission, T, quantifient ces deux parties, respectivement. Ces deux coefficients sont reliés par l'expression suivante :

$$|\Gamma|^2 + |T|^2 = 1 \tag{II.02}$$

Afin que le maximum de puissance soit transmis entre différents éléments d'un circuit, il faut que le coefficient de réflexion soit le plus faible possible. Pour cela les différents éléments d'une chaîne d'émission / réception radiofréquence sont conçus pour être adaptés à une impédance caractéristique Z_0 . L'impédance caractéristique peut prendre différentes valeurs en fonction des applications.

A partir de l'impédance caractéristique et de l'impédance d'entrée de l'antenne, nous pouvons définir le coefficient de réflexion comme dans l'expression suivante :

$$\Gamma = \frac{Z_{ant} - Z_0}{Z_{ant} + Z_0} \tag{II.03}$$

Le coefficient de réflexion peut également s'exprimer en décibel, on parle alors du paramètre S₁₁ qui se définit comme suit :

$$S_{11} = 20\log(\Gamma) \tag{11.04}$$



• Le Rapport d'Onde Stationnaire (ROS)

Le Rapport d'Onde Stationnaire tout comme le coefficient de réflexion traduit l'adaptation ou la désadaptation d'impédance entre deux éléments. Lorsque l'adaptation n'est pas parfaite, la partie de l'onde réfléchie se superpose à l'onde incidente pour ne former qu'une seule onde, appelée onde stationnaire. Il se définit comme le rapport des valeurs maximales et minimales de l'amplitude de l'onde stationnaire. Le ROS ou, en anglais, VSWR pour *Voltage Standing Wave Ratio* peut également s'exprimer à partir du coefficient de réflexion que nous venons de définir à travers l'expression :

$$ROS = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \tag{II.05}$$

• la bande d'utilisation

Pour les antennes constituent d'éléments rayonnants résonnants qui ont une bande d'utilisation faible, on définit la largeur de bande en pourcentage % comme suit :

$$B(\%) = \frac{f_s - f_i}{f_c}$$
(11.06)

• Rendement

Le rendement est le rapport entre l'énergie rayonnée par une antenne et celle que lui fournit l'alimentation. Elle est exprimée par:

$$\eta = \frac{R_r}{R_r + R_p} \tag{II.07}$$

b) Caractéristiques de rayonnement

• Diagramme de rayonnement

Le diagramme de rayonnement est un diagramme géométrique de la façon dont une antenne récolte ou rayonne l'énergie électromagnétique dans l'espace. Ce diagramme peut se faire soit en trois dimensions soit en deux dimensions sur des diagrammes polaires présentant différents plans. Ces types de diagramme sont présentés par la suite à travers le diagramme de rayonnement d'un dipôle. Il est possible de différencier trois formes typiques de diagramme de rayonnement : isotrope, omnidirectionnel et directif.





Figure 14 : Exemples de diagramme de rayonnement antenne

On trace dans le diagramme de rayonnement la fonction caractéristique de rayonnement $r(\theta, \phi)$, qui varie entre 0 et 1 selon la direction.

$$r(\theta, \varphi) = \frac{P(\theta, \varphi)}{P_0(\theta_0, \varphi_0)}$$
(II.08)

En général cette fonction s'exprime en décibel :

$$r(\theta,\varphi)_{dB} = 10\log\frac{P(\theta,\varphi)}{P_0(\theta_0,\varphi_0)}$$
(II.09)

Le diagramme de rayonnement d'une antenne est principalement relié à sa géométrie mais peut aussi varier avec la fréquence.

• Puissance rayonnée

Une antenne sert à convertir une puissance électrique en une puissance rayonnée, c'est-à-dire transportée par une onde électromagnétique, qui peut se propager dans toutes les directions de l'espace. Les directions dans lesquelles cette puissance va dépendre des caractéristiques de l'antenne. Elle est déterminée en intégrant le vecteur de *Poynting* sur une surface sphérique.

Le vecteur de Poynting dans la zone de rayonnement est défini par :

$$\vec{p} = \frac{1}{2}R_e(\vec{E} * \vec{H}) \tag{II.10}$$

La puissance rayonnée à travers une sphère de rayon infini est donnée par:

$$W = \lim_{r \to \infty} \oint \hat{n} \langle P \rangle ds \tag{II.11}$$

Avec \hat{n} est un vecteur normal à tout point de la surface de la sphère.



L'intensité de rayonnement a pour expression:

$$K(\theta,\phi) = \frac{dW}{d\Omega} \tag{II.12}$$

 $d\Omega$: Unité d'angle solide

La puissance totale rayonnée est définie par:

$$W = \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} K(\theta, \phi) d\Omega \qquad (II.13)$$

• Angle d'ouverture

L'angle d'ouverture est défini comme l'angle existant entre les points dont la densité de puissance de rayonnement est égale à la moitié de la puissance de rayonnement maximum. C'est donc une séparation angulaire correspondant à une atténuation de 3dB sur le diagramme de rayonnement de la figure suivante.



Figure 15 : Illustration d'angle d'ouverture

Cette donnée ne s'applique généralement qu'aux antennes directives présentant un lobe principal de rayonnement. L'angle d'ouverture est une donnée importante pour les antennes très directives utilisées dans des liaisons point à point ou alors dans la mise en œuvre d'antennes sectorielles au niveau des stations de base des réseaux de téléphonie sans fil.

• Directivité

La directivité d'une antenne caractérise la manière dont cette antenne concentre son rayonnement dans certaines directions de l'espace.



La directivité est le quotient de l'intensité de rayonnement dans une direction $\Delta(\theta, \phi)$ par la valeur moyenne de cette intensité de rayonnement pour toutes les directions de l'espace.

$$D = \frac{K(\theta, \phi)}{\frac{1}{4\pi} \int \int K(\theta, \phi) d\Omega}$$
(II. 14)

Une antenne isotrope rayonne uniformément la même densité de puissance quel que soit la direction.

• Gain

Le gain est une quantité descriptive de la performance d'une antenne. Le gain d'une antenne isotrope est pris comme une référence unité en dB. Le gain d'une antenne dans une direction donnée est le rapport de l'intensité de rayonnement et de celle d'une antenne isotrope.

$$G = 4\pi \left(\frac{IntensitédeRayonnement}{PuissanceTotaleEnentrée}\right) = 4\pi \left(\frac{U(\theta, \phi)}{P_{IN}}\right)$$
(II. 15)

Dans le calcul du gain, la puissance injectée prend en compte les pertes diélectriques et les pertes par effet Joule dans la structure de l'antenne. Le gain de l'antenne intègre les pertes d'insertion dues à la désadaptation. Le gain maximum de l'antenne est obtenu en considérant le couple d'angle $(\theta, \Phi)_{max}$ qui correspond à un maximum de puissance rayonnée.

• Résistance de rayonnement

Soit Pr la puissance active rayonnée par une antenne. S'il est possible de connaître le courant I_Q en un point Q de cette antenne, nous définissons la résistance de rayonnement en ce point par le rapport :

$$R_Q = \frac{2P_r}{{I_Q}^2} \tag{II.16}$$

Polarisation

La polarisation du champ électromagnétique rayonné par une antenne est donnée par la direction du champ électrique \vec{E} . Si \vec{E} garde une direction constante dans le temps, on dit que l'on a une polarisation rectiligne. Si la direction varie avec le temps de telle sorte que si en un point donné, on schématise les positions successives de \vec{E} , l'extrémité du



vecteur représentatif décrit un cercle ou une ellipse. On dit alors que le champ rayonné est à polarisation circulaire ou elliptique.



Figure 16 : Polarisation champ électromagnétique

Une atténuation typique de près de 40 dB est observée lorsque nous utilisons deux polarisations différentes dans les bandes micro-ondes. Ainsi, si une antenne transmet à la verticale et la seconde à l'horizontale, une différence de signal de 40dB peut être observée sur le signal reçu par rapport à celui transmis. Ceci pouvant transformer un bon signal en un signal non satisfaisant.

Ce phénomène est principalement observable dans les bandes UHF (*Ultra High frequencies*) et surtout en micro-ondes (SHF=*Super High Frequencies*). L'atténuation est plus faible dans les bandes VHF (*Very High Frequencies*) et HF (*High Frequencies*) puisque les longueurs d'ondes sont plus longues et les propagations sont moins affectées par les polarisations.

Ainsi, l'atténuation peut être de l'ordre de 20 dB pour les bandes basses. Étant donné l'effet de l'atmosphère sur les signaux, le fait d'utiliser des polarisations différentes en HF ne fera pas une grande différence puisque l'atmosphère affecte les signaux et que l'onde de retour est moins bien définie. L'onde étant plus longue, l'effet d'atténuation est moins prononcé entre les polarisations.

Peu importe le type de polarisation employée, il existe des antennes offrant de bons gains afin d'augmenter les signaux reçu et/ou transmis et de compenser ainsi un peu les différences de polarisation.



Selon le type de polarisation, le gain pourra être augmenté en lui ajoutant d'éléments directeurs et réflecteurs.

Polarisation Horizontale	Polarisation Verticale	Polarisation Circulaire
 Peu de bruit électrique Meilleure sensibilité aux signaux faible Angle de rayonnement généralement plus élevé par rapport au sol favorisant ainsi de bons contacts locaux Grands espaces requis pour le déploiement 	 Bruit électrique plus présent dans les bandes HF Optimisation de l'espace occupé par l'antenne Nécessite généralement un bon plan de terre (Ground, masse) Plus enclin à causer de l'interférence dans les bandes HF Angle de rayonnement plus bas 	 Génère deux polarisations en phase pour éviter les pertes en traversant l'ionosphère et pour compenser la rotation des satellites. Rarement utilisée pour des contacts au sol

Tableau 1 : Les caractéristiques de chacun des types de polarisation

3. Différents types d'antenne

Dans ce paragraphe nous allons voir les différents genres de communicants. Nous allons présenter les antennes filaires dont l'antenne dipôle qui sert très souvent de référence, nous aborderons également les antennes patchs et PIFA (*Planar Inverted F Antenna*) et aussi d'autre type d'antenne.

a) Antennes filaires

Les antennes filaires sont les plus anciennes des antennes et les plus élémentaires qui sont utilisé comme référence. Les notions théoriques de ces antennes sont régies par la théorie du doublet d'Hertz qui est constitué de deux conducteurs alimentés par une source radiofréquence en différentiel. La dimension de ces conducteurs est très petite devant la longueur d'onde ($< \lambda/10$). La distribution du courant présent le long du fil est déterminée par la dimension de la structure par rapport à la longueur d'onde du signal à émettre ou à recevoir. C'est à partir de cette théorie qu'ont été élaborées les théories du dipôle demionde et du monopole quart d'onde.

Le dipôle demi-onde ou $\lambda/2$ est un cas particulier du doublet d'Hertz dont la longueur est sensiblement égale à la moitié de la longueur d'onde du signal ou à émettre. En effet, si l'on considère la distribution de courant le long d'un dipôle de longueur d en



fonction du rapport d/λ , on constate que l'intensité maximale du courant se retrouve sur les points de l'excitation différentielle comme le montre la figure suivante.



Figure 17 : Distribution du courant le long d'un dipôle en fonction du rapport d/ λ

Ce différent type d'antenne a l'avantage de présenter un diagramme de rayonnement omnidirectionnel de forme torique et une polarisation linéaire parallèle à la direction des conducteurs.



Figure 18 : Diagramme de rayonnement d'un dipôle

L'antenne dipôle est très rarement mise en œuvre dans les objets communicants, ce type d'antenne est généralement soit utilisé pour des longueurs d'onde décamétriques par les radioamateurs soit dans des structures d'antennes plus complexes comme les



antennes Yagi-Uda. Ce n'est pas le cas de l'antenne monopole quart d'onde que l'on retrouve fréquemment dans des objets communicants. Cette antenne filaire est alimentée en mode commun contrairement au dipôle, elle est donc référencée par rapport à un plan de masse.

Ce plan de masse introduit un effet d'image qui fait que la longueur du monopole est perçue double et revient donc à un dipôle de longueur $\lambda/2$. Ainsi pour une longueur de $\lambda/4$, le gain obtenu est comparable à celui d'un dipôle. Les gains sont théoriquement égaux entre ces deux antennes dans le cas où le plan de masse est infini. Lorsque le plan de masse n'est pas infini, ce qui est le cas dans la pratique, la diagramme de rayonnement est modifié mais reste omnidirectionnel.



Figure 19 : Monopole quart d'onde et représentation de son image

Dans les anciens téléphones on a utilisé les monopoles, mais maintenant on les employés dans le routeur ou des cartés réseaux Wifi.



Figure 20 : Exemples de produits mettant en œuvre des monopoles

b) Planar Inverted F Antenna

Les antennes PIFA sont certainement les antennes les plus utilisées dans la téléphonie mobile, aujourd'hui. Ces types d'antennes ont été intégrés au corps du téléphone pour des



questions d'esthétisme. Les antennes de type PIFA offrent un degré d'intégration supérieur mais également d'autres avantages.

Les antennes PIFA sont constituées d'un plateau métallique rayonnant parallèle au plan de masse. Un des bords du plateau est relié à la masse par un plan de court-circuit qui constitue la particularité de cette antenne. Le plan de court-circuit peut être plus ou moins large en fonction des propriétés recherchées. Le plateau rayonnant est excité par une alimentation verticale en un point adapté. Le diélectrique entre le plan de masse et le plateau rayonnant est très souvent de l'air même si il est possible d'utiliser un autre matériau pour assurer un meilleur maintien mécanique de la structure. Il est à noter que bien souvent l'utilisation d'un autre diélectrique que l'air entraine des pertes supplémentaire et réduit l'efficacité totale de l'antenne.



Figure 21 : Structure de l'antenne PIFA

c) Antennes patch

Les antennes patch sont des antennes planaires généralement réalisées sur des circuits imprimés. Ces antennes sont enfaite fait de trois éléments constitutif, Il nous faut un plan de masse, un patch et entre les deux un substrat diélectrique. Le patch qui est l'élément rayonnant peut prendre diverses formes en fonctions des propriétés recherchées. Il est possible de trouver des patchs de forme carré, rectangulaire, circulaire, ovale ou même triangulaire. Le patch peut être excité soit à l'aide d'une ligne micro ruban soit par un accès coaxial en un point du patch.





Figure 22 : Structure d'une antenne patch

Les antennes patch offrent de nombreux avantages, elles ont un encombrement réduit et une configuration planaire, leur réalisation est simple et de faible cout. De plus, il est possible de rendre ces structures multi-bandes et d'obtenir des polarisations linéaires ou circulaires en fonction du mode d'alimentation.

d) Antennes directives

Les antennes directives sont habituellement utilisées dans des réseaux point à point ou point à multipoint. Ces structures permettent de concentrer la puissance dans une direction déterminée afin de créer un lien radio privilégié. Parmi les structures d'antennes directives, les plus connues du public sont sûrement les antennes paraboliques largement utilisées dans les communications satellitaires ainsi que les antennes Yagi-Uda utilisées pour la réception des signaux de télévision hertzienne.



a - Parabole



b - Antenne Yagi-Uda

Figure 23 : Exemples antennes directives

e) Antennes à ouverture

Les antennes à ouverture sont des antennes qui reposent sur l'une des idées les plus simples pour réaliser une interface entre une onde électromagnétique guidée et une onde rayonnée. Pour réaliser ceci, il suffit de pratiquer une ouverture dans un guide d'ondes en réalisant une ou plusieurs fentes dans celui-ci ou en le laissant ouvert à son extrémité.


Cette dernière solution conduit à une rupture d'impédance dont la transition peut être adoucie en évasant progressivement les bords du guide d'ondes. Ceci conduit à obtenir une antenne cornet. Les antennes cornets, relativement volumineuses dans la bande de fréquence UHF, sont essentiellement utilisées pour de la métrologie.

En fonction de la fréquence, l'attaque de la structure se fait soit par une guide d'onde soit par une source ponctuelle amenée par un coaxial. La structure de l'antenne fait qu'il est simple d'obtenir des antennes très large bande avec une polarisation contrôlée et un fort gain dans la direction de l'ouverture. Ces propriétés font de l'antenne cornet une antenne idéale pour la mesure d'autres antennes, d'autant plus qu'elles sont généralement calibrées et le gain en fonction de la fréquence est donc connu.



Figure 24 : Exemples d'antennes cornet



CHAPITRE III: PIEZOELECTRIQUE

La piézoélectricité, la pyroélectricité et la ferroélectricité sont connues depuis des nombreuses années. Le phénomène électrique qui résulte de l'action d'une contrainte mécanique sur certains cristaux fut observé qualitativement pour la première fois en 1817 par Abbé René Just HAUY. L'étude théorique et expérimentale de ce phénomène fut entreprise par les frères Pierre et Jacques CURIE en 1880, à qui l'on attribue la découverte de l'effet piézoélectrique direct. L'effet piézoélectrique inverse fut énoncé théoriquement par LIPMAN en 1881 et vérifié expérimentalement la même année par les frères CURIE. Cet effet inverse se manifeste par une déformation mécanique provoquée par l'application d'un champ électrique. Les premières applications industrielles apparaissent pendant la première guerre mondiale avec le générateur d'ondes ultrasonores pour la mesure et la détection sous-marine mis au point par Paul LANGEVIN. A partir de 1943 les progrès technologiques permettent l'élaboration des premiers matériaux piézoélectrique sous forme de céramiques de titanate de baryum. Quelques années plus tard, des céramiques formées de solutions solides de zircono-titanate de plomb (PZT) de formule de base Pb(Zr_{1-X}Ti_X)O₃ furent mises au point. Aujourd'hui les céramiques de types PZT sont utilisées dans de nombreuses applications telles que les générateurs d'impulsion, les capteurs et les actionneurs.

1. Magnétoélectrique

Dans les années 1865, la dynamique des couplages entre les champs magnétiques et électriques avec les charges électriques ont été décrites par James Clerk Maxwell. Auparavant les champs magnétique et électrique sont considérés comme deux choses distinctes, maintenant ils sont devenus deux facettes d'une même entité le champ électromagnétique. Le terme *magnétoélectrique* a été baptisé par le physicien et chimiste néerlandais Peter Debye en 1926. Mais l'essai expérimentale de l'effet du magnétoélectrique n'était faite que quelques années plus tard en 1959 par Dzyaloshinskii qui prédise l'existence d'un couplage magnétoélectrique appliqué dans certains matériaux ferromagnétiques. En 1972, la première observation de cet effet magnétoélectriques a été vue par Van Suchetelen, on parla alors d'effets magnétoélectriques extrinsèques.

On parle d'un champ magnétoélectrique direct suite à une modification de l'état électrique d'un matériau sous l'application d'un champ magnétique et d'effet magnétoélectrique inverse après une modification de l'état magnétique d'un matériau



sous l'action d'un champ électrique. Le coefficient magnétoélectrique α_{ME} caractérise l'effet magnétoélectrique.

En régime statique le coefficient de magnétoélectrique est donné par la formule suivante :

$$\alpha_{ME} = \frac{V_{ME}}{e. \|H\|} \tag{III.01}$$

Avec : H : le champ magnétique applique, e : l'épaisseur de la structure magnétoélectrique, V_{ME} : le potentielle électrique.

En régime dynamique $\vec{H} = \vec{H_0} + \tilde{h}$ où H_0 est la composante statique et \tilde{h} la composante harmonique. On définit alors :

$$\alpha_{ME} = \frac{V_{ME}}{e. \|\tilde{h}\|} \tag{III.02}$$

a) Effet magnétoélectrique intrinsèque

Depuis que le phénomène magnétoélectrique intrinsèque a été découvert, les différentes recherches qui suivent celle-ci est de découvrir d'autres matériaux présentant ce type de couplage. Ces recherches ont dévoilé l'utilisation des matériaux montrant simultanément une forte perméabilité et une forte permittivité. Cependant, les coefficients magnétoélectriques intrinsèques obtenus sur ces matériaux restent faibles. Finalement, on définit l'effet magnétoélectrique intrinsèque comme le couplage intrinsèque entre l'état électrique et l'état magnétique dans un matériau monophasé.



Figure 25 : Effet magnétoélectrique intrinsèque

b) Effet magnétoélectrique extrinsèque

Le magnétoélectrique extrinsèque se définit par l'alliance de matériau actif tel que les matériaux piézoélectriques et les magnétostrictifs. Lorsqu'un champ magnétique est



présent celle-ci engendre une déformation du matériau magnétostrictif, qui transmise au matériau piézoélectrique, ce dernier est à l'origine de la polarisation électrique. Inversement, un champ électrique dans un matériau piézoélectrique peut induire une modification de l'aimantation dans le matériau magnétostrictif ; la combinaison de ces deux effets permet d'obtenir un coefficient magnétoélectrique plus important que celui des matériaux monophasés mais à température ambiante ce coefficient reste faible.



Figure 26 : Effet magnétoélectrique extrinsèque

c) Couple magnéto-mécanique

Le phénomène de couplage magnéto-mécanique est présent dans les matériaux ferromagnétiques et se manifeste sous deux formes :

- La déformation de magnétostriction, réponse d'un solide à un changement de son aimantation. Cette déformation induite non-linéaire dite de Joule, ne dépend que de l'état magnétique du matériau. Elle correspond à un couplage local d'état, il est donc possible de lui adjoindre une loi de comportement. La magnétostriction est caractérisée par le coefficient de magnétostriction λs. La magnétostriction peut avoir une valeur positive (λs > 0), une valeur négative (λs < 0) ou encore changer de signe au cours du processus d'aimantation.
- L'effet Villari, effet inverse de la déformation de magnétostriction, correspondant à l'influence des contraintes mécaniques sur l'état magnétique du matériau. L'état de contraintes induira une dégradation ou une amélioration du comportement magnétique du matériau. Dans tous les cas, l'influence sur le comportement magnétique de l'application d'une contrainte n'est pas symétrique en traction et en compression.



Le couplage magnéto-mécanique est dû aux spin-orbite associé aux symétries des cristallins, c'est-à-dire le couplage entre les moments magnétiques élémentaires, orbitale et spin, de l'électron et les déformations du réseau cristallin. La magnétostriction des ferromagnétiques se distingue en deux sortes. La magnétostriction spontanée qui découle de la transition de l'état désordonné à l'état ordonné au passage de la température de Curie, on constate une déformation, qui se suit d'une variation de volume. Le second est le magnétostrictif induite, celle-ci se différencie d'une déformation sous le champ magnétique, c'est la déformation magnétostrictif induite.



Figure 27 : Principaux modes de magnétostriction

d) Couple électromécanique

La manifestation du phénomène couplage électromécanique dans le matériau ferromagnétique s'explique en deux sortes principalement :

- Une déformation induite, il se manifeste en présence d'un champ électrique. Cette déformation non-linéaire, l'électrostriction, est intrinsèque au matériau et ne dépend que de son état électrique.
- L'effet des contraintes sur le comportement électrique. C'est le phénomène symétrique de la déformation d'électrostriction. La principale manifestation de cet effet correspond à une polarisation électrique du milieu sous l'action d'une contrainte mécanique appliquée.

Ce couplage électromécanique s'exprime selon un processus fortement non linéaire. Cependant, les phénomènes de couplage électromécanique les plus utilisés sont connus sous le terme de piézoélectricité. La piézoélectricité correspond à une description linéarisée du couplage électromécanique. Le matériau est soumis à un champ électrique statique et à une précontrainte mécanique, permettant d'obtenir un comportement linéaire autour d'un point de fonctionnement.



2. Définition de la piézoélectricité

La piézoélectricité peut être ainsi définie : il s'agit d'une polarisation électrique induite par une déformation mécanique dans des cristaux appartenant à certaines classes cristallines. Cette polarisation est proportionnelle à la déformation et change de signe avec elle. Cet effet, appelé « effet piézoélectrique direct », est réversible : l'application d'un champ électrique externe induit une déformation mécanique. Ces effets piézoélectriques ne peuvent être observés que sur des corps isolants.



Figure 28 : Représentation de l'effet direct et inverse de la piézoélectricité

3. Matériaux piézoélectrique

Dans les solides cristallins, la piézoélectricité est directement liée à la symétrie des cristaux et se manifeste par une polarisation de la maille. Ce moment dipolaire est créé par le barycentre des charges positives de celui des charges négatives au niveau de chaque maille du réseau cristallin d'une contrainte externe.





Figure 29 : Organigramme des classes cristallines

Pour être piézoélectrique, la structure cristalline doit être nécessairement non centro-symétrique. Sur les 32 classes cristallines, 21 présentent cette caractéristique et 20 classes cristallines sont piézoélectriques. Parmi ces 20 classes 10 présentent une polarisation spontanée en l'absence d'un champ extérieur ; elles sont dites pyroélectrique et polaire en raison de la variation de la polarisation spontanée avec la température. Enfin les cristaux ferroélectriques correspondent à un sous-groupe des pyroélectriques pour lesquels l'axe polaire, support d'un dipôle permanent est mobile dans le réseau cristallin sous l'influence d'un champ extérieur. La figure suivante représente les classifications des semi-cristallins.



Figure 30 : Classification semi-cristalline



4. Phénomènes de polarisation

Les phénomènes de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu ayant des propriétés électriques, celle-ci est caractérisée par la permittivité relative ε et magnétique caractérisée par la perméabilité magnétique relative μ peuvent être étudiées dans le cadre de l'électrodynamique classique. Dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire, lorsqu'un matériau donné est soumis à un champ électromagnétique, l'induction électrique résultante peut être reliée au champ électrique appliqué par une relation linéaire proportionnelle à ε . De façon analogue, on peut relier l'induction magnétique résultante du champ magnétique appliqué à l'aide de μ . Ces deux grandeurs sont généralement des grandeurs complexes tensorielles. Leur partie réelle caractérise la capacité du matériau à stocker l'énergie sous forme électrique ou magnétique. Leur partie imaginaire est liée à la dissipation de cette énergie. Ces deux phénomènes sont dus aux effets de polarisation induits par le champ électromagnétique en interaction avec le matériau.

La polarisation est typiquement définie par la réponse du matériau à l'application d'un champ électrique extérieur. Cette réponse est caractérisée par une redistribution des charges et une réorientation des dipôles à l'intérieur du matériau. On distingue quatre mécanismes de polarisation.

a) Polarisation électronique

Celle-ci est due à une oscillation du barycentre des charges électroniques par rapport au noyau sous l'influence du champ électrique. Du fait de la faible masse des électrons, ces oscillations ont lieu à des fréquences très élevées, supérieures à 10^{15} - 10^{16} Hz correspondant à des longueurs d'onde comprise entre 0,3 et 0,03 µm. Elle est présentée dans tous les diélectrique sans exception.

b) Polarisation ionique (ou atomique)

Elle est créée lorsque les noyaux se déplacent les uns par rapport aux autres. L'inertie correspondante se manifestera pour des fréquences bien inférieures aux fréquences optiques. Typiquement, cette polarisabilité sera effective pour des fréquences de l'ordre de 10^{13} Hz (30μ m), soit dans le domaine de l'infrarouge. Ce type de polarisation est bien caractérisé par la spectroscopie vibrationnelle.



c) Polarisation dipolaire (ou d'orientation)

Ce type de polarisation concerne les molécules possédant des entités ayant un moment dipolaire permanent. La structure de ces molécules étant asymétrique : le centre de gravité résultant de toutes les charges négatives d'une telle molécule ne coïncide pas avec celui de toutes ses charges positives. Les temps de réponse seront très divers, selon la force des interactions entre les molécules devant se réorienter. Ce type de polarisation s'observe dans le domaine des ondes radio.

d) Polarisation interfaciale

Celle-ci est due à l'accumulation de charges libres aux interfaces entre des milieux différentes. Ce phénomène sera important dans les systèmes ayant une forte densité d'interfaces.

La figure ci-dessous résume les différents types de polarisation exposés ci-dessus en fonction de leur domaine de fréquence relevant. Lorsqu'on soumet le matériau à un champ alternatif à fréquence variable, ces différents types de polarisation apparaissent dans des domaines spatiaux bien séparés. A basse fréquence, toutes les charges suivent les variations du champ. Lorsqu'on augmente la fréquence, les charges les plus liées ne peuvent plus suivre ces variations. Il apparaît donc un retard et des pertes d'énergie représentées par la partie imaginaire de la permittivité.

Type de polarisation	E=0	<u>E</u>
Electronique	\bigcirc	\bigcirc
Ionique	• · · · • • • • • • • • • • • • • • • •	
Par orientation		
Interfaciale	Ð	
		laire D grain

Figure 31 : Différentes types de polarisation



5. Cycle d'Hystérésis

Le matériau polarisé sous champ électrique possède un moment dipolaire rémanent qui se traduit par une polarisation rémanente à champ nul. L'évolution de la polarisation en fonction du champ apparait sous la forme d'un cycle d'Hystérésis. Le champ coercitif noté E_c est le champ électrique nécessaire pour réorienter les dipôles du matériau ferroélectrique. La polarisation rémanente P_r correspond à la valeur de la polarisation à champ nul. Sous des valeurs de champ très élevées, la polarisation sature à $\pm P_s$.





6. Propriété piézoélectrique pour une conversion électromécanique

Les propriétés des matériaux piézoélectriques changent sous l'influence de la température, de la contrainte et du champ électrique. Les variations se traduisent par des effets mécaniques, électrique ou thermique. Les différentes relations thermodynamiques réversible qui existent entre les propriétés électriques, thermiques et mécaniques d'un cristal sont représentées par le diagramme symbolique de la figure suivante.





Figure 33 : Relations entre les propriétés thermiques, électriques et mécaniques d'un cristal

7. Equations de la piézoélectricité

L'effet piézoélectrique correspond à un couplage électro-élastique linéaire du premier ordre. Le terme d'interaction électromécanique dans le développement de l'énergie implique de manière bilinéaire les grandeurs électriques et mécaniques. Le déplacement est donc sensible au module et au signe de la polarisation extérieure, contrairement aux effets magnétostrictifs qui sont d'ordre 2 et qui ne sont donc sensibles qu'au module du champ.

Afin d'expliquer et de dégager les propriétés des matériaux piézoélectriques, une représentation unidimensionnelle simple peut être utilisée. La figure suivant schématise une structure ionique à base de soufre et de cadmium.





Figure 34 : Déformation de la maille cristalline d'un matériau piézoélectrique à base de soufre et de cadmium

En présence d'un champ \vec{E} , les ions soufre chargés négativement et les ions cadmium chargés positivement se rapprochent deux à deux. Ce mouvement déplace les barycentres électriques initialement confondus (lorsque E=0) et forme des dipôles électriques qui s'opposent naturellement au champ perturbateur extérieur. Ce mouvement ionique sur l'ensemble du solide soumis au champ produit une déformation macroscopique. Ce phénomène est réversible puisque une contraction mécanique provoque un déplacement similaire des ions et la création de dipôles (à travers les raideurs K_1 et K_2 différentes). L'apparition d'un champ électrique se produit et s'oppose alors au mouvement par forces électrostatiques sur les dipôles électriques formés.

Les charges -q et +q sont reliées par les ressorts qui symbolisent les liaisons ioniques. Les constantes de raideur sont K_1 et K_2 introduit la dissymétrie de la maille cristalline. Une maille élémentaire de longueur *a* comporte deux dipôles électriques de moments $\frac{q}{2(a-b)}$ et $\frac{-q}{2*b}$. D'où un moment dipolaire par molécule P_0 .

$$P_0 = \frac{q}{2}(a - 2b) \tag{III.03}$$

La chaîne possède alors les propriétés suivantes :

- La polarisation volumique est non nulle si b est différent de a/2.
- Sous l'effet d'une contrainte, la chaîne se déforme, la variation des distances a et b provoque une variation de la polarisation (effet direct).
- Les ions positifs et négatifs se déplaçant en sens opposés sous l'action d'un champ électrique et les liaisons ioniques n'ayant pas les mêmes raideurs, il en résulte une déformation (effet inverse).



Les grandeurs mécaniques *T* (contrainte) et *S* (déformation) sont liés aux grandeurs électriques *E* (champ) et *P* (polarisation induite ou induction $D = \varepsilon_0 + P$. L'équilibre statique de chaque ion donne :

$$-qE + K_1(\Delta(a) - \Delta(b)) - K_2\Delta(b) = 0 \qquad (III.04)$$

La force exercée par la partie droite de la chaîne sur la partie gauche est selon que l'on se place sur le ressort de raideur K_1 ou K_2 :

$$F_1 = K_1 (\Delta(a) - \Delta(b)) \tag{III.05}$$

$$F_2 = K_2 \Delta(b) \tag{111.06}$$

Une section S du matériau comporte un grand nombre de chaîne N par unités de surfaces. La tension mécanique T vaut donc :

$$T = \frac{N}{2}K_1(\Delta(a) - \Delta(b)) + \frac{N}{2}K_2\Delta(b)$$
(III.07)

La polarisation induite *P* est la variation de polarisation avec *n* densité volumique de molécule N = n.a:

$$P = \Delta P_0 = \frac{nq}{2} \left(\Delta(a) - 2\Delta(b) \right) = \frac{Nq}{2a} \left(\Delta(a) - 2\Delta(b) \right)$$
(III.08)

En introduisant la relation d'équilibre III. 2 dans cette équation, nous pouvons donner l'expression de la polarisation induite :

$$P = \Delta P_0 = \frac{qN}{2a} \left(\frac{2qE}{K_1 + k_2} + \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2} \Delta(a) \right)$$
(III.09)

P est la somme de deux termes, le premier proportionnel au champ électrique E (effet diélectrique) et le second proportionnel à la déformation $S = \frac{\Delta(a)}{a}$ (effet piézoélectrique). En reportant l'expression de la polarisation *P* en fonction du déplacement électrique *D*, nous retrouvons une équation typique de la piézoélectricité :

$$D = \varepsilon E + eS \tag{III.10}$$

De l'équation III. 5, nous déduisons la deuxième équation fondamentale de la piézoélectrique :

$$T = eE - cS \tag{III.11}$$

La piézoélectricité est généralement retranscrite sous la forme de ces deux équations mais sous une approche tensorielle du couplage entre les systèmes électriques et



mécanique. Elle fait intervenir le vecteur déplacement électrique D et le champ électrique E et les tenseurs de déformation S et de contrainte T :

$$\begin{cases} S = S^E T + d^t E \\ D = dT + \epsilon^T E \end{cases}$$
(III. 12)

Concrètement ces équations traduisent l'effet direct de la piézoélectricité soit la polarisation électrique d'une céramique soumise à un champ électrique. Ces équations traduisent bien le caractère linéaire de l'effet piézoélectrique et sa dépendance au signe du champ et à son amplitude. Le choix de paramètre d'entrée différent permet de définir d'autres équations caractéristiques :

$$\begin{cases} T = c^{D}.S - h.D \\ E = -hS + \beta^{S}.D \end{cases}$$
(III.13)

$$\begin{cases} S = S^E \cdot T + d \cdot E \\ D = d \cdot T + \varepsilon^T \cdot E \end{cases}$$
(III. 14)

$$\begin{cases} S = S^D \cdot T + g \cdot D \\ E = -g \cdot T + \beta^T \cdot D \end{cases}$$
(III. 15)

Les différents coefficients piézoélectriques sont liés par les relations suivantes :

$$s^D = s^E - d^t. \,\beta^T. \,d \tag{III.16}$$

$$g = \beta^T . d \tag{III. 17}$$

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon} \tag{III.18}$$

$$h = \beta^{S}. c. d \tag{III. 19}$$

8. Caractéristiques électriques et mécaniques des matériaux piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques possèdent des performances différentes d'un matériau à un autre. Pour quantifier les performances des quartz ou des céramiques, plusieurs coefficients sont définis. Parmi eux, nous citerons :

Le coefficient de couplage k : La conversion électromécanique ne fait appel à aucune forme d'énergie intermédiaire. Une céramique mécaniquement libre, soumis à un champ électrique, se déforme, et donc emmagasine une énergie W. Lorsqu'il n'y a plus de champ électrique, l'énergie est restituée sous forme d'un travail W'. Nous introduisons alors la notion de coefficient de couplage k traduisant l'aptitude de la céramique à convertir l'énergie.



$$k = \sqrt{\frac{W'}{W}} \tag{III.20}$$

Ce coefficient de couplage peut s'exprimer en fonction des paramètres électromécaniques du matériau et selon le mode de déformation considéré :

$$k = \sqrt{\frac{d_{ij}^2}{\varepsilon_{ii}^T \cdot s_{jj}}}$$
(III.21)

• Le facteur de mérite ou coefficient de qualité Q: Pour des matériaux piézoélectriques, nous définissons deux facteurs de qualité. Le facteur de qualité mécanique Q_m qui correspondant au rapport entre les pertes mécaniques symbolisées R_m et l'élasticité mécanique C_m tel que :

$$Q_m = \frac{1}{R_m \cdot C_m \cdot \omega} \tag{III.22}$$

Le facteur de qualité électrique Q_e qui correspondant au rapport entre l'impédance de la capacité de construction ou bloquée C_0 de la céramique et la résistance R_0 symbolisant les pertes diélectriques tel que :

$$Q_e = \frac{1}{R_0. C_0. \omega} \tag{III.23}$$

Ces facteurs aussi appelés facteurs de surtension donnent le taux d'amplification de la structure à la résonance mécanique ou électrique. En effet, les matériaux piézoélectriques peuvent résonner électriquement ou mécaniquement. Ces fréquences de résonance ne sont pas forcément confondues. Un facteur de qualité élevé traduit un amortissement de la structure faible est donc une minimisation des pertes.

• Le facteur d'effort *N* : Ce facteur représente le gain de conversion entre la tension électrique *V* appliquée aux bornes du matériau piézoélectrique et la force *F* qu'il développe.

$$N = \frac{eA}{L} \tag{III.24}$$

Avec A la surface des électrodes, e la constante piézoélectrique et L la distance entre les électrodes. Ce coefficient traduit le pouvoir de conversion de l'énergie électrique en mécanique. L'intégration des relations fondamentales de la piézoélectricité permet de donner une relation quasi statique :



$$F = K_{PZT} \Delta(L) - N.V \tag{III.25}$$

Avec K_{PZT} la raideur mécanique du matériau qui s'exprime comme :

$$K_{PZT} = \frac{c.L}{A} \tag{III.26}$$

Où c est une grandeur piézoélectrique. La représentation graphique de cette équation donnée sur la figure suivant permet de définir les points de travail maximum.

Ces points sont situés au milieu de la droite car ils définissent une aire maximale $W = F * \Delta(L)$ sur la courbe, dont la valeur correspond au travail mécanique.



Figure 35 : Caractéristique statique Déplacement/Effort

L'angle de perte tan δ : Lors de leur fonctionnement, les céramiques piézoélectriques dissipent une puissance non négligeable, correspondant aux pertes d'origine diélectrique et mécanique. Ces pertes se traduisent sous forme de chaleur, ce qui, à terme provoque la perte des propriétés piézoélectriques. Les pertes diélectriques sont consécutives aux caractéristiques statiques des céramiques, c'est-à-dire à la conductance ohmique et à l'hystérésis du champ de déplacement électrique. Elles sont décrites par la relation :

$$Pd = \varepsilon.\,\omega.\,\tan\delta.\,E^2\tag{III.27}$$

Avec *E* la valeur efficace du champ électrique $[V.m^{-1}]$, tan δ la tangente de l'angle de perte, ε la permittivité absolue de la céramique dans la direction du champ appliqué $[F.m^{-1}]$ et ω la pulsation de la tension d'alimentation $[rd.s^{-1}]$.



9. PZT

Le Titano-Zirconate de Plomb Pb(Zr,Ti)O₃, ou PZT, est une solution solide composée de ziconate de plomb PbZrO₃, ou PZO, et titanate de plomb PbTiO₃, ou PbTiO₃, ou PTO. La concentration relative de titanate et de zirconium joue un rôle très important sur les propriétés piézoélectriques du matériau. Le PZT cristallise en phase pérovskite. Selon le rapport Zr/Ti et la température, la maille peut être tétragonale, rhomboédrique, monoclinique ou cubique lorsque la température dépasse une température critique appelée température de Curie.



Figure 36 : Maille de PZT représentée en phase tétragonale

En-dessous de la température de curie, le PZT est piézoélectrique, pyroélectrique et ferroélectrique. A la température de Curie, la maille devient cubique et donc centrosymétrique. Le matériau perd alors les propriétés précédemment évoquées. On dit qu'il est paraélectrique. Comme tout diélectrique, il présente un effet électrostrictif.

Le PZT présente des coefficients piézoélectriques très élevés. Ces coefficients élevés sont obtenus dans une zone particulière du diagramme de phase, appelée zone morphotropique, où coexistent les phases tétragonale, rhomboédrique et monoclinique. Dans cette zone morphotropique du diagramme de phase, il existe un grand nombre de directions autorisées pour le vecteur polarisation. La rotation du vecteur polarisation est alors facilitée, ce qui a pour conséquence d'exacerber les propriétés piézoélectriques du matériau.



CHAPITRE IV : METHODE DU GUIDE RECTANGULAIRE

Dans ce travail, nous avons exécuté des mesures large bande [8-12] GHz des constantes diélectriques des matériaux ferroélectriques et/ou piézoélectriques. Le programme élargis permet de caractériser à la fois des matériaux épais, avec des permittivités modérées, et des couches minces ferroélectriques à forte permittivité. Cette méthode est très sensible aux grandeurs géométriques des échantillons et aux conditions de mesure. Ainsi, nous nous sommes particulièrement attachés à définir de nouveaux protocoles de mesures permettant de garantir une bonne précision dans l'extraction des propriétés diélectriques des matériaux à l'étude.

1. Introduction de la méthode

Dans la littérature, il existe deux grandes familles de méthodes pour la caractérisation diélectrique en hyperfréquence : les méthodes à bande étroite (appliquées aux structures résonnantes) et les méthodes larges bande (appliquées aux lignes et guides de transmission).

La première famille est la meilleure en termes de précision, mais pêche par l'étroitesse de la bande de fréquence de travail. A l'opposé, la deuxième famille permet de balayer une large bande de fréquence, mais s'avère moins précise dans l'extraction des paramètres diélectriques, notamment les pertes, en particulier lorsqu'elles sont faibles. Dans ces deux cas, la technique peut être destructive ou non.

Plusieurs techniques issues de ces deux familles peuvent être citées :

o en ligne de transmission, en espace libre, en cavité résonante

Sachant que nous nous intéressons dans cette section uniquement aux matériaux diélectriques isolants, les paramètres que nous mesurons sont dits « diélectriques » » (permittivité, et tangente des pertes). Pour y arriver, nous avons d'enveloppé et améliore une technique large bande basée sur la mesure des répartitions (paramètre S) d'un tronçon de guide bande X dans lequel est inséré l''échantillon à caractériser.

2. Principe de la méthode du raccordement modal

La méthode modale permet de déterminer les coefficients de transmission et de réflexion de chaque mode dans un guide et de les relier aux parties réelles et imaginaires de la permittivité d'un échantillon inséré dans ce guide. La présence d'un substrat au milieu de la cellule modifie les paramètres S du système. Le traitement de ces données, à



l'aide d'un programme de dépouillement, permet de remonter aux grandeurs intrinsèques de l'échantillon, telles que la permittivité et les pertes.



Figure 37 : Diagramme pour la détermination de la permittivité par la méthode de raccordement modal

Le diagramme ci-dessus résume, d'une manière succincte, la procédure de résolution de la permittivité complexe d'un matériau donné.

La première étape comporte à évaluer théoriquement les paramètres S dans les conditions imposées à la propagation de l'onde. Elle est décomposée en deux parties. La première partie d'évaluer les constantes de propagations et les constantes d'intégration de l'équation différentielle d'Helmholtz. Ceci nous amène à un système d'équations aux valeurs et aux vecteurs propres pour chaque fréquence. Ensuite, afin d'aboutir aux coefficients de transmissions et réflexions (Γ et T) significatif de l'interaction ondematière, un deuxième système d'équations linéaires basées sur les conditions de continuités de l'onde dans le sens de sa propagation est établi. La résolution de ce dernier



système d'équations, détermine les paramètres S théoriques. Enfin, la minimisation de la fonction erreur défini comme étant l'écart entre les paramètres S issus de la mesure et les paramètres S théoriques constitue la dernière étape.

3. Problème direct

La cellule de mesure est un tronçon de guide métallique WR90 (22.86 x 10.16 x 20 mm) dont la section transversale représentée sur la figure 38. L'échantillon à caractériser de forme parallélépipédique, est placé au milieu du guide (ou le champ électrique est maximal) pour garantir une bonne interaction entre l'onde et le matériau.



Figure 38 : Section transversale du guide chargé

Sur cette vue en coupe, on distingue quatre régions : une première couche d'air, un substrat, une couche mince et une deuxième couche d'air. Ceci permet d'adapter la méthode à la mesure des constants diélectriques de substrats nus (en considérant la première couche comme étant de l'air), ou à des couches submicroniques déposées sur un substrat diélectrique bicouche.

La résolution des équations de Maxwell-Faraday dans chaque région du guide (section transversale) nous donne les composantes du champ électrique et du champ magnétique.

L'équation d'Helmholtz pour un diélectrique de permittivité relative ϵ_r est donnée par :

$$\Delta H + \omega. \varepsilon_0. \mu_0. \varepsilon_1. H = 0 \qquad (IV. 01)$$



L'équation de Maxwell-Faraday qui exprime la relation entre champ électrique et le champ magnétique est donnée par :

$$rot(H) = \varepsilon_0 \varepsilon_1 = j. \, \omega. \, \varepsilon_0. \, \varepsilon_1. \, E \tag{IV. 02}$$

Ou ε_0 , ε_1 , μ_0 et ω désignent respectivement la permittivité du vide, la permittivité relative du diélectrique, la perméabilité de vide, et la pulsation de l'onde.

Puisque la symétrie du mode TE_{10} incident n'est pas rompue par la discontinuité entre les portions vide et remplie du guide, on peut considérer que les modes d'ordre supérieur ont la même symétrie que le mode incident et sont invariables suivant l'axe Oy. On peut donc écrire que $E_x=E_y=H_z=0$.

 $\label{eq:composantes} De \mbox{ ce fait, seules les composantes } H_x, H_z, \mbox{ et } E_y \mbox{ seront considérées dans le reste du calcul.}$

$$H_{x} = H_{ix}(x). e^{-\gamma z}; H_{z} = H_{iz}(x). e^{-\gamma z}; E_{y} = E_{iy}(x). e^{-\gamma z}$$
(IV.03)

Où i est un indice pour indiquer les zones dans la section transversale du guide (soit : i=0 désigne la première couche d'air, i=1 désigne la première couche diélectrique, i=2 désigne la deuxième couche diélectrique). La première étape de ce calcul consiste à déterminer les expressions des champs électromagnétiques, $H_{ix}(x)$, $H_{iz}(x)$, $E_{iy}(x)$, (i=0,1,2).

Ainsi pour la première couche d'air $(0 \le x \le L1)$ l'application des conditions aux limites nous donnera les expressions suivantes :

$$H_{oz} = A.\cos(\gamma_0.x), H_{ox} = \frac{i.\beta}{\gamma_0}.A.\sin(\gamma_0.x), E_{oy} = -\frac{j.\omega.\mu_0}{\gamma_0}.A.\sin(\gamma_0.x) \quad (IV.04)$$

Pour la première couche diélectrique (L $_1 \le x \le L_2$) les expressions des champs seront :

$$H_{1z} = B. e^{j\gamma_1 x} + C. e^{-j\gamma_1 x}, H_{1x} = \frac{\beta}{\gamma_1} (B. e^{j\gamma_1 x} - C. e^{-j\gamma_1 x}), E_{1y}$$
$$= \frac{-k_1^2}{\gamma_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1 \cdot \omega} (B. e^{j\gamma_1 x} - C. e^{-j\gamma_1 x})$$
(IV.05)

Pour la deuxième couche diélectrique (L2 < x < L3), elles prendront la forme :

$$H_{2z} = D.e^{j\gamma_{2}x} + E.e^{-j\gamma_{2}x}, H_{2x} = \frac{\beta}{\gamma_{2}} (D.e^{j\gamma_{2}x} - E.e^{-j\gamma_{2}x}), E_{2y}$$
$$= \frac{-k_{2}^{2}}{\gamma_{2}.\varepsilon_{0}.\varepsilon_{2}.\omega} (D.e^{j\gamma_{2}x} - E.e^{-j\gamma_{2}x})$$
(IV.06)

Enfin pour la deuxième couche d'air (L3 < x < a) du fait de conditions aux limites similaires, les expressions des champs seront proches de celles de la première couche d'air:

$$H_{0z} = F \cdot \cos(\gamma_0(x-a)), H_{0x} = \frac{j\beta}{\gamma_0} \cdot F \cdot \sin(\gamma_0(x-a)), H_{0x}$$
$$= \frac{-j \cdot \omega \cdot \mu_0}{\gamma_0} \cdot F \cdot \sin(\gamma_0(x-a))$$
(IV.07)

La détermination des constantes d'intégration dans ces expressions de champ nous conduit à un système d'équation aux valeurs propres ([K][V]=0), dont la matrice K est donnée par :



Le vecteur V a pour composante les constantes d'intégrations A, B C, D E, F.

L'existence de solutions non triviales implique la relation det[K]=0. Les solutions de cette dernière relation sont déterminées par un algorithme basé sur une méthode dichotomique dans le plan complexe, et nous permettent de déterminer les constantes de propagation dans les différents milieux de la section transverse du guide.

4. Calculs des coefficients de transmission et de réflexion

Le raccordement des champs associés à chaque mode TE_{n0} aux discontinuités séparant les parties vide et chargés du guide permet de déterminer les coefficients de transmission et les coefficients de réflexion de l'onde.





Figure 39 : Coupe longitudinale de la cellule de mesure

La figure ci-dessus représente la propagation de l'onde le long du guide.

Les relations de continuité dans les plans d'équations z = 0 et $z = z_0$, (z0 est la longueur de l'échantillon) nous donneront les équations suivantes :

En z = 0 on a :

$$(1+\rho_1)E_{y1} + \sum_{n=2}^{N} \rho_n E_{yn} = \sum_{i=1}^{M} T_i E_{yi} + \sum_{r=1}^{M} R_r E_{yr} e^{j\gamma_r z_0} \qquad (IV.09)$$

$$(1 - \rho_1)H_{y1} + \sum_{n=2}^{N} \rho_n H_{yn} = \sum_{i=1}^{M} T_i H_{yi} - \sum_{r=1}^{M} R_r H_{yr} e^{j\gamma_r z_0} \qquad (IV.10)$$

En $z=z_0$ on a :

$$\sum_{i=1}^{M} T_i E_{yi} e^{-j\gamma_i Z_0} + \sum_{r=1}^{M} R_r E_{yr} = t_1 E_{y1} + \sum_{n=2}^{N} t_n E_{yn}$$
(IV.11)

$$\sum_{i=1}^{M} T_i H_{xi} e^{-j\gamma_i Z_0} - \sum_{r=1}^{M} R_r H_{xr} = t_1 H_{x1} + \sum_{n=2}^{N} t_n H_{xn}$$
(IV. 12)

N et M étant le nombre total de modes pris en compte respectivement dans le guide vide et le guide charge. Les indices i et n correspondent aux modes directs et aux modes rétrogrades. Enfin les grandeurs ρ , T, R et t désignent les coefficients de couplage entre les modes respectivement réfléchis dans le guide vide, transmis dans la région chargée, réfléchis dans la région chargée et transmis dans le vide.



La résolution de ces deux systèmes d'équations complémentaires entre eux nécessite d'appliquer la propriété d'orthogonalité des modes, afin de simplifier les expressions de r et t.

Après avoir défini un produit scalaire entre champ électrique et champ magnétique

$$\langle \frac{H_n}{E_m} \rangle = -\frac{b}{2} \int_0^a H_{xn}^* E_{ym} dx \qquad (IV.13)$$

$$\langle E_n/E_m \rangle = +\frac{b}{2} \int_0^a E_{yn}^* H_{xm} dx = -\langle H_n/E_m \rangle^*$$
 (IV. 14)

Ces propriétés s'écrivent :

$$\langle E_n/H_m \rangle = \frac{\gamma_n}{\|\gamma_n\|} \delta_{nm}$$
 (IV.15)

$$\langle H_n/E_m \rangle = \frac{\gamma^*_n}{\|\gamma_n\|} \delta_{nm}$$
 (IV.16)

Avec H_{xm} , et E_{ym} des grandeurs calculées dans le guide chargé et E_{yi} et H_{xi} des grandeurs calculées dans le guide vide.

Où δ_{nm} représente la distribution de Dirac :

$$\delta_{nm} = 1, si, n = m \tag{IV. 17}$$

Et

$$\delta_{nm} = 0, si, n \neq m \tag{IV.18}$$

Ainsi la multiplication scalaire du système (IV. 9 et IV. 10) par <H/ et le deuxième système d'équation (IV. 11 et IV. 12) par <E/ nous donnent les expressions suivantes :

$$\gamma_{1m} + \frac{\gamma_m^*}{\|\gamma_m\|} \rho_m = \sum_{i=1}^m T_i < H_m / E_{yi} > + \sum_{r=1}^M R_r < \frac{H_m}{E_{yr}} > e^{j\gamma_r z_0} \qquad (IV.19)$$

$$\gamma_{1m} + \frac{\gamma_m^*}{\|\gamma_m\|} \rho_m = \sum_{i=1}^m T_i < E_m / H_{xi} > + \sum_{r=1}^M R_r < \frac{E_m}{H_{xr}} > e^{j\gamma_r z_0} \qquad (IV.20)$$

$$\sum_{i=1}^{M} T_i < H_m / E_{yi} > e^{-j\gamma_0 z_0} + \sum_{r=1}^{M} R_r < H_m / E_{yr} > = \frac{\gamma_m^*}{\|\gamma_m\|} t_m$$
 (IV. 21)

$$\sum_{i=1}^{M} T_i < E_m / H_{xi} > e^{-j\gamma_0 z_0} + \sum_{r=1}^{M} R_r < E_m / H_{xr} > = \frac{\gamma_m}{\|\gamma_m\|} t_m \qquad (IV.22)$$



Nous pouvons déduire des deux premières équations du premier et du second système d'équations, les expressions des coefficients de couplages dans le vide soit :

$$\rho_m = -\delta_{1m} \frac{\|\gamma_m\|}{\gamma_m^*} + \frac{\|\gamma_m\|}{\gamma_m^*} \sum_{i=1}^M T_i < H_m / E_{yi} > + \frac{\|\gamma_m\|}{\gamma_m^*} \sum_{r=1}^M R_r < H_m / E_{yr} > e^{j\gamma_r z_0}$$
(IV.23)

$$t_m = \frac{\|\gamma_m\|}{\gamma_m^*} \sum_{i=1}^M T_i < H_m / E_{yi} > e^{-j\gamma_0 z_0} + \frac{\|\gamma_m\|}{\gamma_m^*} \sum_{r=1}^M R_r < H_m / E_{yr} > \quad (IV. 24)$$

Dans les relations de continuités des champs magnétiques, en remplaçant ρ et t par ces dernières expressions on obtient :

$$\gamma_{1m} \left(1 + \frac{\gamma_m}{\gamma_m^*} \right) = \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_m^*} < H_m / E_{yi} > + < E_m / H_{xi} > \right) + \sum_{r=1}^{M} \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_m^*} < H_m / E_{yr} > + < E_m / H_{xr} > \right)$$
(IV. 25)

$$0 = \sum_{i=1}^{M} T_{i} e^{-j\gamma_{i} z_{0}} \left(\frac{\gamma_{m}}{\gamma_{m}^{*}} < H_{m} / E_{yi} > - < E_{m} / H_{xi} > \right) + \sum_{r=1}^{M} R_{r} \left(\frac{\gamma_{m}}{\gamma_{m}^{*}} < H_{m} / E_{yr} > - < E_{m} / H_{xr} > \right)$$
(IV. 26)

Comme pour m=1 la quantité $\delta_{1m} \left(1 + \frac{\gamma_m}{\gamma_m^*}\right)$ est égale à 2 et reste nulle pour les autres valeurs de m, ce dernier système d'équation correspond à un système de N équations à M inconnus (N et M étant respectivement le nombre de mode dans le guide vide et dans le guide chargé) qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} [A(m,i)] & [B(m,r)] \\ [C(m,i)] & [D(m,r)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_N \\ R_1 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(IV. 27)

Avec :

$$A(m,i) = \frac{\gamma_m}{\gamma_m^*} \left(< H_m / E_{yi} > + < E_m / H_{xi} > \right)$$
(IV. 28)

$$B(m,r) = e^{j\gamma_{r}z_{0}} \left(\frac{\gamma_{m}}{\gamma_{m}^{*}} < H_{m}/E_{yr} > + < E_{m}/H_{xr} > \right)$$
(IV. 29)

$$C(m,i) = e^{-j\gamma_{r}z_{0}} \left(\frac{\gamma_{m}}{\gamma_{m}^{*}} < H_{m}/E_{yi} > - < E_{m}/H_{xi} > \right)$$
(IV. 30)

$$D(m,r) = \frac{\gamma_m}{\gamma_m^*} \left(< H_m / E_{yr} > - < E_m / H_{xr} > \right)$$
 (IV. 31)

Finalement en se servant des expressions de ρ_m et t_m on obtient les paramètres S théoriques S_{11} et S_{21} par les expressions suivantes :

$$S_{11} = \rho_1 = -1 + \sum_{i=1}^{N} T_i < H_m / E_{yi} > + \sum_{r=1}^{N} R_r < H_1 / E_{yr} > e^{j\gamma_r z_0} \qquad (IV. 32)$$

$$S_{21} = t_1 = \sum_{i=1}^{N} T_i < H_1 / E_{yi} > e^{-j\gamma_r z_0} + \sum_{r=1}^{N} R_r < H_1 / E_{yr} >$$
(IV. 33)

Les paramètres S_{22} et S_{12} sont identiques à S_{11} et S_{21} car la structure est de propagation est réciproque et symétrique.

5. Problème inverse

L'analyse du guide charge à l'aide d'une méthode de raccordement modal permet de déterminer les paramètres S théoriques de la cellule. Ces paramètres S dépendent des propriétés diélectriques du matériau inséré dans la cavité. Le problème inverse consiste alors à minimiser la fonction erreur F définissant l'écart entre les paramètres S_{ij}^{T} théoriques et les paramètres S_{ij}^{C} obtenu par le logiciel comsol. Cette minimisation est réalisée sous Matlab à l'aide d'une méthode des moindres carrés.

$$F(\varepsilon',\varepsilon'') = \left\| S_{ij}^T - S_{ij}^C \right\| \tag{IV.34}$$



CHAPITRE V : MODELISATION MULTIPHYSIQUE ET RESULTATS DE SIMULATION

La construction d'un modèle numérique est un des étapes plus important, pour avoir un outil de calcul utilisé dans la modélisation des dispositifs électromagnétique. Les potentialités proposées par de tels outils permettraient de maintenir le développement et l'amélioration de structures innovantes, basées sur l'utilisation de différents types de matériaux.

La résolution des problèmes couple, magnétostrictifs et piézoélectriques, conduit implicitement à la résolution d'équations aux dérivées partielles. Elle s'appuie généralement sur des méthodes types éléments finis, différences finies, ou en volume fini. Nous avons choisi la méthode en éléments finis pour sa facilité d'utilisation et de l'intégration des lois de comportements magnéto-électro-mécanique.

La méthode des éléments finis, retenue ici, consiste à définir un domaine restreint et discrétisé sur lequel la solution de la formulation physique du problème est recherchée. On travaille ainsi sur un espace de fonctions de dimension fini, se rapportant à la résolution d'un système d'équations algébriques, donnant une solution approchée du problème.

La discrétisation spatiale du domaine d'étude Ω_p est réalisée à l'aide de volumes élémentaires, de formes simples comme des tétraèdres,... . Chaque élément, noté Ω_e , est constitué de n^e_n nœuds, n^e_a arêtes, et n^e_f facettes.

Le maillage correspondant du domaine est alors formé de l'ensemble de ces entités. La formulation du problème par l'approche de discrétisation en élément fini, consiste à la minimisation de son énergie libre incluant des termes : mécanique, électrique et magnétique de chaque maille, via une approche vibrationnelle.



Figure 40 : Représentation géométrique des éléments de maillage



1. Modélisation de l'effet magnétoélectrique

Notre objectif étant d'obtenir un outil apte à modéliser des structures piézoélectriques. La première étape est de disposer de formulations associées aux problèmes magnétoélectriques. Une combinaison de ces formulations peut ensuite être envisagée pour une résolution couplée de ces problèmes.

a) Equations d'équilibre

• Equation d'équilibre électromagnétique

Dans la modélisation des phénomènes électromagnétiques, il y a certain équation fondamentale qu'on doit savoir. Ces équations sont écrites sous forme différentielle et se rassemblent dans l'équation de Maxwell, qui subdivisent par les théorèmes d'Ampère, de Gauss, de Thomson et enfin Faraday. Les phénomènes magnétiques et électriques sont lie entre eux par un système d'équation, celle-ci .Ces équations constituent un assemble tous les principes de l'électromagnétisme. On citera ces équations en-dessous :

$$div D = \rho \tag{V.01}$$

$$rot E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{V.02}$$

$$div B = 0 (V.03)$$

$$rot H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{V.04}$$

Mais, les phénomènes étudiés changent constant dans le temps pour les applications où les fréquences f mises en jeu sont très faibles. Les dérivées temporelles dans les équations de Maxwell s'annulent et il apparaît un découplage entre les phénomènes magnétiques et électriques. On parle alors d'approximation quasi-statique, dans ce cas-là les équations se réduisent à :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0} \tag{V.05}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \tag{V.06}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{D} = \vec{0} \tag{V.07}$$



• Equation d'équilibre mécanique

Tous systèmes mécaniques qui subissent un effort de types volumique et/ou surfacique doivent respecte les lois fondamental de la dynamique. Dans l'approximation des milieux continus les équations d'équilibre mécanique sont définies par :

$$div T + f = \rho_m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{V.08}$$

T : tenseur d'ordre 2 des contraintes, f : forces volumiques, pm : masse volumique, u : vecteur déplacement mécanique.

Dans l'hypothèse où la déformation est petite, une base orthonormée, la déformation S peut s'écrire en fonction du déplacement u :

$$S = \frac{1}{2}(grad \ u + grad^{t}u) = D(u) \tag{V.09}$$

Avec S le tenseur d'ordre 2 des déformations, D l'opérateur symétrique de dérivation sur le vecteur u, qui nous ramène à un tenseur dont la formule est le suivant :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial yu} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial z} \right) & \frac{\partial u_3}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(V.10)

b) Loi de comportement

• Comportement électromagnétique

Dans la loi de comportement électromagnétique, ils sont exprimés comme les suivants :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{V.11}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{V.12}$$

$$\vec{J} = \varrho \vec{E} \tag{V.13}$$

Dans le cas où il n'y a pas de contrainte, la matrice de permittivité des matériaux est considérée comme constante :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$
(V. 14)

Et la perméabilité s'écrit comme suit :

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{23} & \mu_{33} \end{pmatrix}$$
(V. 15)

Dans le cas où le matériau est isotrope, la matrice de conductivité des matériaux magnétostrictifs s'écrit :

$$\sigma = \sigma. I \tag{V.16}$$

• Comportement mécanique

La déformation d'un matériau est due à l'application d'une force ou de pressions extérieures. L'état mécanique est alors décrit par deux grandeurs, le tenseur des contraintes σ et le tenseur des déformations élastiques S^e, qui sont des tenseurs d'ordre 2. Ces deux variables d'état sont reliées par une loi de comportement faisant intervenir un tenseur d'ordre 4, le tenseur de rigidité C, caractéristique du matériau considéré.

$$\sigma = C: S^e \tag{V.17}$$

Cette relation est nommée la loi de Hooke lorsque le tenseur C est une constante lors du cadre de l'élasticité linéaire.

Le tenseur de contraintes possède des symétries. Dans le cas orthotrope, le tenseur C peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{32} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$
(V. 18)

Dans les cas où le matériau est isotrope, la loi de Hooke peut se formule en employant les coefficients de Lamé comme la suivante :

$$T = 2\mu^* S + \lambda^* tr(S)I \tag{V.19}$$

tr : trace du tenseur

En utilisant la notation de Voigt, le tenseur d'élasticité peut alors s'écrire :



$$C = \begin{pmatrix} \lambda^* + 2\mu^* & \lambda^* & \lambda^* & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^* & \lambda^* + 2\mu^* & \lambda^* & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^* & \lambda^* & \lambda^* + 2\mu^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^* \end{pmatrix}$$
(V. 20)

La combinaison des lois de comportement des matériaux magnétostrictif et le piézoélectrique peut mettre en considération la loi de comportement des matériaux composites magnétoélectriques. Pour évaluer de façon correctement l'effet magnétoélectrique dans les matériaux composites, il faut écrire une relation générale entre déformation S et contrainte T, champ électrique E et déplacement électrique D, champ magnétique H et induction B tout en comptant les couplages possibles entre les différents grandeurs. Les couplages qu'on peut voir dans un matériau composite sont représentés dans la figure ci-dessous.



Figure 41 : Couplage magnétoélectrique



c) Formulation du couplage magnétoélectrique par une approche thermodynamique

• Loi de comportement piézoélectrique

Dans tous ce que nous avons vus dans la chapitre III, on sait que dans le cas où il y a de la température, de la contrainte et du champ électrique, les propriétés des matériaux piézoélectriques changent. Les différents changements se traduisent par des effets mécaniques, électriques ou thermiques, et il existe des relations thermodynamiques réversibles entre les propriétés électriques, thermiques et mécaniques d'un matériau piézoélectrique.

Selon le premier principe de la thermodynamique, l'énergie interne d'un système électromécanique, incluant le travail des efforts extérieurs, le travail du champ électrique et de l'énergie thermique, est définie par la formule suivant :

$$dU = \sigma_{ij}dS_{ij} + E_i dD_i + Td\Theta \tag{V.21}$$

Où σ_{ij} , S_{ij} , D,U, Θ et T correspondent respectivement à la contrainte, la déformation, le champ électrique, le déplacement électrique, l'énergie interne, l'entropie, et la température.

Par la suite, la convention d'Einstein est adoptée pour la sommation sur les indices répétés. L'enthalpie libre G (aussi nommée énergie de Gibbs) associée au milieu électromécanique, peut s'écrire :

$$G = U - E_i D_i - T\Theta \tag{V.22}$$

La différentielle de l'énergie de Gibbs de l'équation ci-dessus devienne :

$$dG = \sigma_{ij}dS_{ij} - D_idE_i - \Theta d\delta T \qquad (V.23)$$

D'après l'équation (V. 22), on a les relations suivantes :

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{\partial D}{\partial S_{ij}}\right)_{E,T}, D_i = \left(\frac{\partial D}{\partial E_{ij}}\right)_{E,T}, \Theta = \left(\frac{\partial D}{\partial \delta T}\right)_{S,E}$$
(V. 24)

Une seconde dérivation conduit aux relations de Maxwell-Callen suivantes :

$$\left(\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial E_m}\right)_{S,T} = -\left(\frac{\partial D_m}{\partial S_{ij}}\right)_{E,T}, \left(\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial\delta T}\right)_{S,E} = -\left(\frac{\partial\Theta}{\partial S_{ij}}\right)_{E,T}$$
(V. 25)

$$\left(\frac{\partial D_m}{\partial \delta T}\right)_{S,E} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial E_m}\right)_{S,T} \tag{V.26}$$



Ces relations permettent d'établir l'égalité entre les coefficients définissant d'une part, l'effet des contraintes sur le comportement électrique, et d'autre part, l'effet d'un champ électrique sur la déformation du matériau. On peut ainsi établir 9 relations, dont six définissent des coefficients de couplage :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial S_{kl}} = C_{ijkl}, \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial E_n} = -d_{ijn}, \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \delta T} = -\tau_{ij}$$
(V.27)

$$\frac{\partial D_n}{\partial S_{kl}} = d_{nkl}, \frac{\partial D_m}{\partial E_n} = \varepsilon_{mn}, \frac{\partial D_m}{\partial \delta T} = \zeta_m \qquad (V.28)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial S_{kl}} = \tau_{kl} , \frac{\partial \Theta}{\partial E_n} = \zeta_m , \frac{\partial \Theta}{\partial \delta T} = C_v \qquad (V.29)$$

Où C, d_{ijn} (d_{nkl}), ζ_m (ζ_n), ε_{mn} et C_v , désignent respectivement l'élasticité, la piézoélectricité, la pyroélectricité, les tenseurs de permittivité et la chaleur spécifique.

Considérons un processus adiabatique et quasi-statique, seuls les termes de couplage piézoélectrique sont considérés donc les expressions électromécaniques ne sont pas prises en compte. Ainsi avec les variables d'états définies précédemment, nous aboutissons au système d'équations suivant :

$$\sigma_{ij}(E,S) = C_{ijkl}^E S_{kl} - q_{kij} E_k \qquad (V.30)$$

$$D_i(E,S) = d_{ikl}S_{kl} + \varepsilon_{ij}^S E_j \tag{V.31}$$

Comme le logiciel d'élément fini Comsol Multiphysic a besoin de notation vectoriel, les équations magnétostrictives peuvent finalement être écrites:

$$\sigma_I = \sum_{J=1}^{6} C_{IJ}^E S_J + \sum_{j=1}^{3} E_j d_{ij}$$
(V.32)

$$D_{i} = \sum_{J=1}^{6} d_{IJ}S_{J} + \sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{ij}E_{j}$$
(V.33)

Avec (I,J) $\in A^2$, $A = \{1, 2, ..., 6\}$ et (i,j) $\in B^2$, $B = \{1, 2, 3\}$

• Loi de comportement du couplage magnétoélectrique

La combinaison entre les matériaux piézoélectrique et magnétostrictif conduit à un effet couplé magnétoélectrique. Les variations des propriétés magnétiques peuvent être obtenues par l'application d'un champ électrique sur le matériau piézoélectrique au



travers de couplage mécanique ou inversement. Les effets piézoélectriques et magnétostrictifs peuvent être reliés en combinant les équations suivantes :

$$\sigma_I = \sum_{J=1}^{6} C_{IJ}^E S_J + \sum_{j=1}^{3} E_j d_{iJ}$$
(V.34)

$$\sigma_I = \sum_{J=1}^{6} C_{IJ}^H S_J + \sum_{j=1}^{3} H_j q_{ij}$$
(V.35)

Avec (I,J) $\in A^2$, $A = \{1, 2, ..., 6\}$ et (i,j) $\in B^2$, $B = \{1, 2, 3\}$

2. Logiciel Comsol Multiphysics

a) Présentation du logiciel comsol

Le logiciel COMSOL et la société correspondante ont été créés en 1986 par des étudiants de Germund Dahlquist, dans la suite de son cours consacré à la simulation numérique à l'Institut royal de technologie à Stockholm en Suède. La première version de COMSOL *Multiphysics* est sortie en 1998, la version initiale avant 2005 de COMSOL *Multiphysics* s'appelait FEMLAB. C'est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Sa particularité est de disposer d'une base de données d'équations permettant de modéliser différents phénomènes physiques, comme l'électrostatique, l'écoulement de fluides ou encore la déformation des matériaux. C'est un logiciel pour des applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multiphysiques.



Figure 42 : Logo du logiciel Comsol

Le logiciel possède plusieurs modules complémentaires intégrés, on peut citer quelques exemples suivants :

- AC/DC Module
- **4** Electrochemistry Module
- 🖊 Fatigue Module
- 4 Geomechanics Module
- LiveLink for MATLAB
- 📥 Material Library



- \rm MEMS Module
- 4 Optimization Module
- 🖊 Plasma Module
- \rm **F** Module
- Structural Mechanics Module
- Wave Optics Module

b) Construction d'un modèle dans Comsol

Pour implémenter un modèle sous comsol on doit passer sur les différents étapes suivants :

On premier lieu on choisit une sur la dimension de travail (1D, 2D ou 3D) sur d'autre étude on peut utiliser les 3 dimensions en même temps.

- 4 Construction de la géométrie
- 4 Définir les différents types de matériau utilisé
- 4 Evaluer les propriétés physiques des matériaux constitutifs de ce modèle
- ↓ Imposer les conditions aux limites
- 4 Afficher et exploiter les résultats finals de simulation

9.80888888	5 E B S 1	Untitled.mph - COMSOL Multiphysics -	
File Model Definitions Ge	correctry Materials Physics Mesh Study	leals .	۵
School Add Component - Component - Model Pi Para - Yank Model Definit	anders Budd Sciences	Manelah Menelah Senat Presion	
Model Builder	Settings Properties + 1	Graphics - + add Physics add thudy add staterial +	
$\cdots \rightarrow X + \Im \otimes [1] +$	Root		
≠ © Ontwine ⊗ Ontwines ⊗ Materials 1 ∰ Results	2 Set Model Thumebruel • Uast System	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3)
1	9 • • Font Family: Ves • Size 9 • •	Consol sealed	X
		609 MB 766 MB	

Figure 43 : Interface utilisateur du logiciel Comsol 5.0

- 1 : Model Builder
- 2 : Paramètres du model Builder
- 3 : Fenêtre d'affichage graphique
- 4 : Message, progression et résultat de la simulation
- 5 : Affichage pour les différents types d'Etudes, Physiques et Matériaux



c) Procédure pour la modélisation

Maintenant nous allons voir les procédures à suivre pour modéliser les effets multiphysiques d'un matériau d'étude, en utilisant les modules de calcul structural du logiciel comsol.

• Création du modèle de simulation

En arrivant au premier lancement du logiciel comsol on arrive sur la fenêtre d'accueil représenté sur la figure 44. Dans celle-ci on clique sur « *Model Wizard* ». Dans la seconde fenêtre, on choisira l'espace de dimension de travail, qu'on montrera sur la figure 45. Pour notre cas on choisira la dimension 3D, celle-ci nous facilitera la géométrie du modèle.

Image: Mode Definitions Growerdy Materials Physics Mesh Study Results New Mode Image: Constant Media Application Image: Constant Media Application Image: Constant Media Application Image: Constant Media Application Image: Constant Media Image: Application Image: Constant Media Image: Application Image: Application </th <th> 🗅 📨 🖬 🗟</th> <th>१७ ल ।</th> <th>ñ 4 0 0</th> <th>B (8) - I</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th>Untitled.mph - COMSOL Multiphysics</th> <th>-</th>	🗅 📨 🖬 🗟	१७ ल ।	ñ 4 0 0	B (8) - I					Untitled.mph - COMSOL Multiphysics	-
New Med Within Particular	ile 🔻 🛛 Model	Definitions	Geometry	Materials	Physics	Mesh	Study	Results		
Model Wease Bank Model Appleation Witard 2 Help ⊗ Cancel ♥ Show on startup	New									
Image: Second secon	Model									
Application Image: Application	mph Model Wizard									
P Help So Cancel Show on startup	Application									
Felp S Carcel S Show on startup	Application Wizard									
612 MR 1772 MR	7 Help	Cancel 🔽	Show on startu	ar						
612 MB 1773 MB										
612 MB 1773 MB										
612 MRI 773 MR										
A12 MR 1773 MR										
612 MRI 773 MR										
612 MB 1773 MB										
612 MR 1773 MR										
11/2 NID 1 / / 2 NID									512 MD 1 772 MD	

Figure 44 : Fenêtre d'accueil comsol 5.0

● I B B B B 6 6 6 6 6 6 8 4	Untitled.mph - COMSOL Multiphysics	_ □ ×
File Model Definitions Geometry Materials Physics	Mesh Study Results	2
Select Space Dimension		
30 Axisymmetric 20 Axisymmetric 10	• 00	
? Help 🔇 Cancel 🗹 Done		
	615	мв 777 мв

Figure 45 : Fenêtre pour le choix d'espace de dimension de travail


Dans l'étape suivant on choisit le type de physique utilisé. Pour validé le type de physique utilisé, on clique sur l'option ajouter représenté par l'icône (Add) pour confirmer notre choix, celle-ci est montré dans la figure 46. Finalement on choit le type d'étude qui est valable pour notre type physique, on clique sur l'option étude représenté

par l'icône (Study). Après que nous avons choisi le type d'étude qu'on utilisera pour tous les simulations on appuiera sur l'icône effectuer représenté par (Cone).

Itel winded Vermittens Select Physics Select Physics <th>● I B B B S C E E B B B B I - I</th> <th>Untitled.mph - COMSOL Multiphysics</th> <th>_ 🗆 🗙</th>	● I B B B S C E E B B B B I - I	Untitled.mph - COMSOL Multiphysics	_ 🗆 🗙
Select Physics Control Special Transport Control Special Transport Contr	File Model Definitions Geometry Materials Physics Me	Study Results	?
	Added Definitions Geometry Materials Physics Met Select Physics Search Image: Construction of the second secon	Budy Reutits Review Physics Interface Electromagnetic Waves, Frequency Domain (enw) Dependent Variables Electric field Electric field components: Ex Ey Ex	
6/1 MD 1776 MD		611 MD 1 775 MD	

Figure 46 : Fenêtre pour le choix de physique

• Création de la géométrie et modélisation 3D

Cette étape consiste à créer un modèle numérique 3D. La modélisation 3D facilite la réalisation d'une structure complexe et que les étapes sont les suivants :

- cliquer sur « modèle » ;

- choisir la géométrie du matériau dans « géométrie 1 » (exemple : cercle, carré, rectangle, hyperbolique,...)

• Choix de matériau

Le logiciel comsol possède une grande bibliothèque de matériau, on peut donc choisir le type de matériau qu'on veut utiliser.

3. Méthode des éléments finis sous comsol

L'idée générale est de créer un modèle numérique qu'on va simuler dans le logiciel comsol *multiphysics*. Cette modèle permettant de prédire l'agilité de la fonction, ces



structures sont généralement constituées par un noyau magnétostrictif (multicouche ferromagnétique - isolant) sollicitées par des contraintes mécaniques via un actionneur type piézoélectrique. Un modèle permettant de simuler l'effet piézoélectrique est intégré par défaut dans le logiciel Comsol. La figure suivant représenter les différentes étapes de la construction d'un modèle.



Figure 47 : Organisation de la modèle multiphysique

a) Maillage

La génération d'un maillage régulier joue un rôle important dans l'analyse par élément fini. Le logiciel Comsol dispose de plusieurs modes de maillage : arbitraire ou interactif (manuel). Ici nous avons choisi le maillage automatique, celle-ci est contrôlée par la physique ainsi que le matériau.



Figure 48 : Maillage du modèle



b) Condition aux limites

La modélisation multiphysique d'un dispositif nécessite de définir de manière adéquate les conditions aux limites. L'interface graphique utilisateur dispose de deux types de conditions aux limites pour la résolution des équations aux dérivées partielles :

- la condition aux limites de Dirichlet qui s'applique sur la fonction étudiée
- la condition aux limites de Neumann qui s'applique sur la dérivée de la fonction étudiée

Dans chaque mode d'application, nous disposons de conditions aux limites, permettant la modélisation :

- de l'analyse statique d'un substrat magnétoélectrique. Nous pouvons alors définir des tensions imposées et des conditions mécaniques (encastré ou libre) sur chaque face de la structure à étudier
- de la propagation d'une onde dans une ligne de transmission accordable en fréquences. Nous pouvons définir les ports d'excitations, et les conditions de radiations et de continuités
 - c) Solveur

La particularité du logiciel repose sur sa faculté à effectuer des simulations en plusieurs étapes. Ceci est très avantageux par rapport à d'autres logiciels. Il permet dans un premier temps, de réaliser les simulations en régime statique. Nous pouvons enregistrer les solutions obtenues qui permettront d'initialiser la simulation en régime dynamique.







d) Critère de convergence

Le solveur retenu pour nos simulations effectue des itérations afin d'assurer la convergence des calculs et garantir la précision des résultats. A chaque itération, le maillage dans la structure est affiné. La condition de convergence est remplie lorsque l'inégalité ci-dessous est satisfaite :

$$C_R \le \max(u.ret(tol); abs(tol)) \tag{V.1}$$

Où C_R correspond à l'écart entre deux itérations successives de la grandeur calculée u, ret(tol) correspond à la tolérance relative et abs(tol) à la tolérance absolue sur cette grandeur. Les tolérances sont fixées par l'utilisateur dans le logiciel. A la fin de chaque tâche, nous pouvons extraire l'évolution de la fonction erreur selon le nombre d'itérations.



Figure 50 : Fonction erreur en fonction de chaque itération

4. Résultats des simulations

a) Résultats des simulations sous comsol

La simulation sur le logiciel comsol demande beaucoup de ressource sur la capacité d'un ordinateur. Selon ce que nous avons vu dans le chapitre IV, nous avons utilisé une guide rectangulaire, qui sera construite et implémenté dans le logiciel comsol. Ici nous avons comsol pour afficher les résultats sur le champ électrique ainsi que le paramètre S. Le paramètre S que nous allons afficher se divise en deux sorte telle que S_{11} et S_{21} qui désignent successivement comme coefficient de réflexion et transmission. La simulation se faite en trois étapes, en premier lieu nous avons fait une simulation de la guide à vide, ensuite on introduit le modèle à caractériser dans la guide, dans celle-ci le matériau n'est soumis qu'à une tension externe, dans le dernier on a soumis le modèle à une compression.



i) Simulation du guide à vide

Avant toute chose, on tient à préciser que notre étude s'effectuer dans la bande de fréquence bande x et notre fréquence d'étude se limite entre 8 à 12 [GHz]. Dans cette partie de simulation, nous avons construit un rectangle qui nous sert comme guide. Dans celle-ci nous intéressons aux coefficients de réflexion et transmission de la guide à vide. Nous avons appliqué sur l'un des extrémités du guide une excitation de tension qui est égale à 15 [V].

Les figures suivantes nous montrent la dispersion du champ électrique sur notre guide :



Figure 51 : Dispersion du champ électrique à une valeur de fréquence 8[GHZ]



Figure 52 : Dispersion du champ électrique à une valeur de fréquence 10[GHZ]





Figure 53 : Dispersion du champ électrique à une valeur de fréquence 12[GHZ]





Dans la suite de notre résultat on va voir le résultat sur la simulation du guide chargé.

ii) Simulation du guide avec un matériau en téflon

Cette partie de simulation nous aide à validé le programme écrit sous Matlab pour le calcul du problème inverse en comparant avec celle dans les autres résultats dans les littératures.





Figure 55 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le matériau en téflon à une valeur de fréquence 8[GHZ]



Figure 56 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le matériau en téflon à une valeur de fréquence 10[GHZ]



Figure 57 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le matériau en téflon à une valeur de fréquence 12[GHZ]







iii) Simulation du guide chargé avec le modèle en PZT

Dans cette simulation, nous avons introduit un modèle d'antenne dans le guide. Celleci est en forme de fractale de triangle de Sierpinski à la 3^{ième} itération. Les figures suivantes représentant quelques résultats qu'on a obtenus :



Figure 59 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le modèle à une valeur de fréquence 8[GHZ]





Figure 60 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le modèle à une valeur de fréquence 10[GHZ]



Figure 61 : Dispersion du champ électrique du guide chargé avec le modèle à une valeur de fréquence 12[GHZ]

x V



Figure 62 : Résultat des coefficients de réflexion et transmission pour le guide chargé avec le matériau en PZT



iv) Simulation du guide où le matériau subis une pression

x

x

Dans ce qui suit, nous allons soumis l'antenne à une sollicitation sur l'extrémité de bas.



Figure 63 : Dispersion du champ électrique du guide chargé et soumis à une pression du modèle à une valeur de fréquence 8[GHZ]



Figure 64 : Dispersion du champ électrique du guide chargé et soumis à une pression du modèle à une valeur de fréquence 10[GHZ]



Figure 65 : Dispersion du champ électrique du guide chargé et soumis à une pression du modèle à une valeur de fréquence 12[GHZ]





Figure 66 : Résultat des coefficients de réflexion et transmission pour le guide chargé et le matériau soumis à une contrainte



Figure 67 : Déformation du modèle à une valeur de fréquence 8[GHz]



Figure 68 : Déformation du modèle à une valeur de fréquence 10[GHz]





Figure 69 : Déformation du modèle à une valeur de fréquence 12[GHz]

b) Résultats du problème inverse calculé sous Matlab



i) Résultat dans le cas où le guide chargé avec un matériau en Téflon

Figure 70 : Spectre permittivité du matériau Téflon





Figure 71 : Spectre permittivité du matériau PZT sans contrainte



iii) Résultat dans le cas où les matériaux subis des compressions sur l'extrémité bas de l'antenne.



Figure 72 : Spectre permittivité du matériau PZT qui subit une contrainte

5. Discussion des résultats

a) Discussion des résultats sous comsol

i) Simulation du guide à vide

Dans ce que nous avons vu sur les résultats sous comsol pour le guide vide, les figures 51, 52 et 53 montrent la dispersion du champ électrique au niveau du guide vide. On peut voir sur ces différentes figures que la concentration du champ électrique évolue avec l'augmentation de la fréquence. Sur la droite des figures, on voit une barre qui résume les valeurs du champ électrique sur le guide, celle-ci est identifiée les valeurs par des codes de couleurs. Sur cette barre, on peut constater sur les différentes figures que la valeur maximum du champ électrique change aussi sur les différentes fréquences appliqué.

La figure 54 montre l'évaluation du paramètre S en réflexion (S_{11}) et transmission (S_{21}) du guide à vide, celle-ci est exprimée en décibel (dB). A chaque niveau de fréquence les coefficients de réflexion et transmission possèdent leur propre valeur. Cette figure nous montre qu'on a une réponse globale du coefficient de réflexion.

ii) Simulation du guide avec un matériau en téflon

Comme toutes les différentes simulations cite auparavant, celle-ci aussi possédé ces propre valeur de dispersion du champ électrique. Si on regarde les couleurs de la dispersion de cette simulation, si on se prend comme référence le guide vide, on peut constater que la valeur des champs électriques sur ces deux cas a une grande différence. Le matériau téflon ici joue aussi le rôle de l'antenne, dans ce rôle on peut voir qu'il répond



aussi à l'excitation qu'on lui été fournie. A une certaine valeur de fréquence on peut voir que le champ électrique est au maximal sur la partie du modèle en téflon. La figure 58 nous montre la valeur du coefficient de transmission et réflexion du matériau en téflon, celle-ci est exprimée en dB. Les coefficients de réflexion et de transmission du matériau se décalent par rapport à celle du guide vide. On retrouve la fréquence de résonance du téflon entre 8,5 à 8,7 [GHz] lorsque l'échantillon est inséré. Cette différence nous permettra de faire le calcul du problème inverse sur le téflon.

iii) Simulation du guide chargé avec le modèle en PZT

Dans cette partie de simulation on a construit notre modèle en forme de métamatériaux qu'on a fabriqué avec le matériau en PZT. Comme dans la simulation à vide, on a ressorti quelques résultats du guide chargé. Dans celle-ci aussi, on peut constater la variation de la valeur du champ électrique avec le changement de la fréquence et à un certaines valeurs de fréquence on peut voir une forte variation du champ électrique. On peut voir aussi que les valeurs du champ électrique n'est plus le même que celle du guide vide, on trouve les valeurs maximum à l'intérieur de notre modèle. En conséquent, on peut dire que l'antenne répond à l'excitation que nous avons mise sur la guide. Les paramètres S sur le guide chargé sont montrés dans la figure 58. Dans cette figure on peut voir que la réponse sur les coefficients de réflexion et de transmission change de valeur au niveau de la fréquence ainsi que leur valeur. Dans celle-ci on trouve la fréquence de résonance entre 9,10 à 9,30[GHz]. Comme dans le matériau en téflon on a utilisé ces valeurs pour faire le calcul du problème inverse.

iv) Simulation du guide où le matériau subis une pression

Les résultats sur cette simulation sur la dispersion et la valeur du champ électrique sont tous les mêmes qu'aux résultats du guide chargé avec le modèle. Cela veut dire que même si on applique une contrainte, le champ électrique n'a que quelque différence par rapport à la simulation du guide chargé du modèle simplement les mêmes valeurs à travers le matériau. Si on compare les résultats des coefficients de réflexion et de transmission entre le guide chargé sans et avec contrainte, on trouvera une minimum de changement au niveau des valeurs de la fréquence de résonance. Les figures 63, 64 et 65 montrent les différents changements que subis le modèle sous une contrainte. D'après ces différents résultats, on peut voir les différentes déformations à décode selon la barre des couleurs à droite du figure. On peut constater que les déformations sont très petites, et les côtes endessous qui subit les fortes variations là où on applique la pression.



b) Discussion du problème inverse

Cette partie de simulation nous a permis d'utilisé un programme écrit sous Matlab et de ressortir la valeur de la permittivité électrique.

i) Résultat dans le cas où le guide est chargé avec le matériau en Téflon

Au tout début ce matériau à une permittivité qui est égale à 2. Après la simulation sous comsol on a pu constater qu'il y a une variation de la permittivité de ce matériau. La variation de cette permittivité est comprise entre deux valeurs bien distinctes. Ces valeurs son obtenu en utilisant le principe de méthode de raccordement modal expliqué dans le chapitre IV, paragraphe 2 et montre par la figure 37. Les différents résultats que nous avons obtenu sur cette simulation sont presque la même que sur les résultats dans les littératures.

ii) Résultat dans le cas où le guide est chargé avec le matériau en PZT

Dans cette suite de travail nous intéressons à la caractérisation de notre modèle .Dans cette partie de simulation nous avons extraire la permittivité du matériau PZT. Pour les différentes valeurs de fréquence, la valeur de la permittivité change aussi. Ces différents changements sont montrés dans la figure 71, sur celle-ci on constante une forte variation entre les fréquences de 9,5 [GHz] à 10,40[GHz]. Cette remontée semble être due à la forte sensibilité de la méthode au positionnement de l'échantillon dans la section transverse du guide.

iii) Résultat dans le cas où les matériaux subis des compressions l'extrémité de l'antenne

Lorsque notre modèle est soumis à une contrainte, on a pu constater que la permittivité du matériau PZT change de valeur. Si on regarde les deux derniers d'un seul coup d'œil, on dira qu'il n'y a pas de grande différence. L'application de cette contrainte nous a permis d'avoir une différence de la permittivité électrique du matériau par rapport à laquelle où il n'y a pas de contrainte. Mais on peut dire que cette différence est un peu petite entre celle où il y a de la contrainte et sans contrainte.



CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les travaux menés au cours de ce mémoire ont porté des idées sur la caractérisation des métamatériaux à partir des études théorique de l'effet magnétoélectrique. Dans ce mémoire on se pense vers les problèmes de modélisation physique. Le but de cette étude est d'extraire les valeurs de la permittivité et le paramètre S qui se divise en coefficient de réflexion et transmission d'un modèle représentatif, développé au cours de ce mémoire. Pour y parvenir à terme de ce sujet, nous avons construit un modèle caractérise avec une méthode bien définit.

Dans le contexte de ce mémoire, on a passé sur différents études bibliographiques pour reconnaître les différents formes de fractale qui existe ainsi et leur dimension que les différents équations qui régissent sur les matériaux en piézoélectrique mais avant celle-ci on a pu voir des généralités sur les antennes. Ces différents études nous a permis de faire des approche sur le sujet. Dans la méthode, nous avons construit un guide rectangulaire pour bien caractérisé le matériau que nous avons inséré à l'intérieur de celleci, à la fin des différents chapitres nous avons introduit la modélisation multiphysique, pour celle-ci nous avons utilisé le logiciel COMSOL pour la construction du module magnétoélectrique, et les différentes résultats obtenu sur comsol ont été inverse sur un programme écrit sur Matlab.

Les différentes valeurs de coefficient de transmission obtenu à partir des distinctes simulations qu'on a faite sur comsol, nous a autorisé à la caractérisation du matériau en extraire les valeurs de la permittivité électrique sous Matlab. Mais avant de faire le calcul du problème inverse sous Matlab, nous avons fait une simulation du guide chargé avec un matériau en téflon pour validé le code écrit sur Matlab.

Le modèle que nous avons construite nous permet d'envisager son utilisation dans nouvelles technologies à base de matériau piézoélectrique et de matériau magnétostrictif. Pour bien approfondir le sujet, des études expérimentales en utilisant un analyseur de réseau et de comparer les résultats théoriques avec celle de l'expérimentale en ajoutant d'autre phénomène physique, peuvent être une grande ouverture sur des nouvelles axes de recherche.



BIBLIOGRAPHIE

[1]. A. MEJDOUBI, «Etude par simulation numérique des propriétés diélectriques d'hétérostructure multiphasiques contenant des inclusions de forme arbitraire », thèse pour le grade de docteur, l'Université de Bretagne Occidentale, 20 JUIN 2007, 110 pages.

[2] B. MANDELBROT, « The fractal geometry of nature », New York, W. H. Freeman and Company, 1975, 490 pages

[3]. C SECRIERU « Applications de l'analyse fractale dans le cas de ruptures dynamiques », Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers Paris Tech, 2009, 151 pages

[4]. C. BORDERON, D. AVERTY, R. RENOUD, H. GUNDEL, « Caractérisation diélectrique de couches minces de PZT », Journées de Caractérisation Microondes et Matériaux, Mar 2010, Brest, France, 2010

[5]. Comsol Mutliphysics, « Sierpinski Fractal Monopole Antenna »

[6]. F. CASSET, « Caractérisation par acoustique picoseconde des propriétés mécaniques du PZT déposé en couches minces pour des applications MEMS », thèse pour obtenir le titre de Docteur de l'université, université de Lille, 16 juin 2014, 126 pages

[7]. F. CASSET, A. DEVOS, A. Le LOUARN, P. EMERY, G. Le RHUN, S. FANGET,
E. DEFAY, « Caractérisation des propriétés élastiques du PZT déposé en couches minces par acoustique picoseconde », université Grenoble, 2014

[8]. F. RASOANOAVY, « Dispositifs micro-ondes accordables pour les télécommunications à base de matériaux multicouches aux propriétés électromagnétiques croisées », thèse pour le grade de docteur, l'Université de Bretagne Occidentale, 2012, 154 pages.

[9]. F. RASOANOAVY, V. LAUR, R.SMAALI, P. QUEFFELEC. « Modeling of Magnetodielectric Effects in Magnetostrictive/Piezoelectric Multi-layers Using a Multiphysics Simulator. » Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conférence Paris ,2010

[10]. G. A. Ardila RODRIGUEZ, G. ABLART, A. CAZARRE, C. ROSSI, « Introduction à la Modélisation Multiphysique de Microsystèmes Sur l'environnement COMSOL Multiphysics », Univérsité de Toulouse, 7 Avenue du colonel Roche, 31077 Toulouse Cedex 04, France



[11]. H. B. I. GAHA, « Analyse et Conception des Antennes Fractales Applications aux Télécommunications Large Bande », thèse pour obtenir le titre de Docteur de l'institut national polytechnique de Toulouse (France) et de Docteur de l'école national d'ingénieur de tunis de l'université de Tunis El-Manar (Tunisie), 18 juillet 2007, 187 pages

[12]. J. ABERGEL, « Matériaux piézoélectriques à forte déformation pour l'actionnement microsystème », thèse pour obtenir le grade de Docteur, université de Grenoble, 4 juin 2014, 160 pages

[13]. J. LAJOIE, « La géométrie fractale », maitrise en mathématiques et informatique appliquées », l'université du QUEBEC, à Trois-Rivières, juin 2006, 128 pages.

[14]. O. NDIAYE, M. CHARLES, D. ALLAL, B. BOCQUET, « Caractérisation électromagnétique large bande de couche mince en PZT aux fréquences micro-ondes », université de Lille, laboratoire national de métrologie et d'essai (LNE), 29 avenue Roger Hennequin, 78197 Trappes Cedex, France, 2015

[15]. P. SABOUROUX, « Résolution de problèmes directs et inverses en électromagnétisme. Approche expérimentale », Physique [physics]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2006, 100 pages

[16]. R. BOTET, « Les fractales en physique », technique de l'ingénieure, 17 pages.

[17]. T. GHABANE, « Simulation des métamatériaux à indice de réfraction négatif », thèse pour obtenir le diplôme Magister, université Ferhat Abbas-Setif Ufas Algérie, 20 novembre 2011, 77 pages



ANNEXE I

Quelques fractales par dimension de Hausdorff

Dans cette annexe, on va citer quelques listes de fractale de dimensions Hausdorff. En mathématique, une fractale est un espace métrique dont la dimension de Hausdorff (notée δ) est strictement supérieure à la dimension topologique. C'est du moins la définition initialement donnée par Benoît Mandelbrot, mais il l'a rapidement remplacée par une définition plus vague, permettant d'inclure par exemple la courbe de Hilbert.

.

.

õ (val. exacte)	ő (val. approchée)	Nom	Illustration	Remarques
0 ⇒ donc pas une fractale mais dim box-counting = 1	0	Nombres rationnels		La dimension de Hausdorff des ensembles dénombrables vaut toujours zéro. Ces ensembles ne peuvent être fractals. Ajoutons que la dimension "box counting" d'un tel ensemble peut être différent s'il s'agit d'un sous- ensemble dense d'une région ouverte de R. L'ensemble des nombres rationnels a ainsi une dimension box- counting de "1" car sa clôture est R ⁻ .
Calculé	0.538	Attracteur de Feigenbaum		L'attracteur de Feigenbaum (entre les flèches) est l'ensemble des points générés par itérations successives de la fonction logistique pour le paramètre critique λ_{∞} =0.070, où le doublement de périodes est infini Remarque : cette dimension est la même pour toute fonction différentiable et unimodale ³ .
<u>ln(3)</u> ln(3)	0,6309	Ensemble de Cantor	<u></u>	Construit en retirant le tiers central à chaque itération. Nulle part dense et de mesure nulle mais indénombrable. Généralis ation : L'ensemble de Cantor généralisé se construit en retirant à chaque segment et à la n^{cons} itération, le segment central de longueur γ^{m} . Sa dimension fractale vaut alors $= \frac{\log(2)}{\log(\frac{1-\gamma}{3})}$ et peut prendre toutes les valeurs entre 0 et 1. L'ensemble de Cantor usuel est construit avec $\gamma=1/3^{\frac{4}{3}}$.
$\frac{\log(\varphi)}{\log(2)}$	0.6942	Ensemble de Cantor asymétrique		Remarquer que la dimension n'est plus $\frac{\log(3)}{\log(3)}$, ni même $\frac{\log(3)}{3\log(2)-\log(3)}$ (cas symétrique ci-dessus avec $\gamma = \frac{1}{4}$) ⁵ . Construit en retirant le deuxième quart à chaque itération. Nulle part dense et de mesure nulle mais indénombrable. $\psi = (1+\sqrt{5})/2$ (nombre d'or).
log(5) log(10)	0.69897	Nombres réels avec décimales paires	esena. 0 1	Rappelant un ensemble de Cantor ¹ .
in(6) in(9)	0,7325	Fractale UNU		Fractale auto-descriptive construite par itérations successives du schéma suivant : $u \rightarrow umn (um \ll u \gg) \rightarrow$ umummum (um $\ll u \gg$, um $\ll n \gg$, un $\ll u \gg$) \rightarrow etc.

š (val. szacis)	ő (val. approché+)	Nom	Illu: tra cion	Remarque:
2	2	Frontière de l'ensemble de Mandelbrot	-¢¢	La frontère a la même dimension que l'ensemble ¹⁸ .
2	2	certains ensembles de Julia		Pour des valeurs de c déterminées (sur la frontière de l'ensemble de Mandelbrot), l'ensemble de Julia a pour dimension 2 ¹⁸ .
2	2	Courbe de Sierpiński (wa)		Toute courbe remplissant l'espace possède une dimension de Hausdorff $\delta = 2$.
2	2	Courbe de Hilbert		Peut être étendue à trois dimensions
3	2	Courbe de Peano		et une familie de courbes de construction similaire, dont les courbes de Wunderlich
3	2	Courbe de Moore (m)		Peut être étendue à 3 dimensions.
3	2	Courbe de Lebesgue	21222222222 2122222222 21222222222 21222222	Contrairement aux courbes ci-dessus, celle-ci est presque partout différentiable. Un deuxième type de courbe 2D a également été défini. Cette courbe peut être étendue en 3D avec une dimension fractale de 3
(1)at (Tv)at	2	Courbe du dragon		Sa flontière a une dimension fluctale de 1,5236 (CfChang & Zhang ¹⁵)
	2	Courbe "Terdragon"	Mather.	L-System : $F \rightarrow F{+}F{-}F$; angle=120*
14(4) 16(8)	2	Courbe de Peano- Gosper		Sa itontère est l'île de Gosper.
Solution de 1(1/8)*+4(1/3-/8)*-4	2	Courbe remplissant le flocon de Koch		Proposée par Mandelbrot en 1982 ²⁰ , elle remplit le flocon de Koch. Elle est basée sur 7 similitades de rapport 1/3 et 6 similitades de rapport 1/8-/5

Figure 74 : Liste de fractale déterministe $\delta = 2$

š (val. ezacte)	ë (val. approchëe)	Nom	Illustration	Remarque:
1400) 1400)	3	Courbe de Hilbert en trois dimensions	調整	Courbe de Hilbert étendue à trois dimensions
14(8) 14(8)	3	Courbe de Lebesgue en trois dimensions		Courbe de Lebesgue étendue à trois dimensions ¹⁹
<u>14(8)</u>	3	Courbe de Moore (m) en trois dimensions		Courbe de Moore étendue à trois dimensions.
,	3	Mandeibulb		Extension de l'ensemble de Mandelbrot (puissance 8) à 3 dimensions ²⁷ .

Figure 75 : Liste de fractale déterministe δ =3

			Read of the local division of the local divi	2.0
<u>in(11)</u> in(2)	2,33	Surface du chou-fleur		Chaque branche porte environ 13 branches 3 fois plus courtes.
	2,4 ± 0,2	Boule de papier froissé	0	Le diamètre de la boule de papier floissé, élevé à une puissance non estière comprise entre 2 et 3 est approximativement proportionnel à la surface de papier utilisé . Les plis se forment à toutes les échelles.
	2,50	Agrégat par diffusion en trois dimensions	THE REAL	En trois dimensions, des particules forment progressivement par diffusion un agrégat de dimension 2,5 ^{co} .
	2.50	Figure de Lichtenberg		Les décharges electriques arborescentes, dies figures de Lichtenberg, croissent à la magière d'une diffision par agrégation
3 - 1 5	2.5	Surface Brownienne		Une fonction $A^{\alpha\beta} \rightarrow \alpha$, donne l'altitude d'un point (α, y) telle que, pour deux incréments positifs à et le, $A^{\alpha+\alpha+\beta} \rightarrow (\alpha, \alpha)$ suive une distribution Gaussienne centrée de variance = $\sqrt{b^2+y^2}$. Généralisation : Une surface Brownienne flactionnelle d'index α suit la méme définition muis avec une variance = $(a^2+y^2)^{\alpha}$, dans ce cas, sa dimension de Hausdorff = $3 - \alpha^{-1}$
Mesuré	2.52	Amas de percolation en 3 dimensions	Stand a	Au seul de percolation, l'amas 3D de percolation par invasion à une 35 dimension fractale de 2,52 environ .
Mesuré	2.66	Brocoli ³⁸	20	
	2.79	Surface du cerveau hamain		
	2,97	Surface pulmonaire	63	Le réseau d'abéo <mark>les pulmonaires forme une surface fractale proche de 3³².</mark>
Calculé	3	Corde quantique	YY	Trajectoire d'une corde quantique dont le point représentatif dérive au hasard ⁴⁰ .

Figure 76 : Fractales aléatoire et naturel

ANNEXE II

1. <u>PIEZOELECTRIQUE</u>

Applications basées sur	Application basées sur	Application basées sur
l'effet direct	l'effet inverse	les deux effets
Microphone	Haut-parleur	Transducteur d'ultrasons
Hydrophone	Transducteur sonar	pour diagnostic médical
Capteur de choc	Moteurs ultrasonores	Détecteur de proximité ou
Bouton poussoir	Relais	de présence
Allumage	Micro positionnement	Mesure de distances ou de
Capteur de pression ou	Ajustement laser	débits Gyroscope
contraintes	Pompe piézoélectrique	Filtre fréquentiels
	Imprimante à jet d'encre	Transformateur
	Dispositifs acousto-	piézoélectrique
	optiques	

Tableau 2 : Application des matériaux ferroélectriques

T 11 3	A	/ • .• 1	1	• / /	' 1 4 •
ahlagu 4	• Caracta	arictiana da	DOLLO LOLLO L	n10700	Jactrianac
I apicau J	. Caracu	tisuuut ut	uutuuts	DICLUC	iccurucs
		· · · · · · · · · ·	1	L	1

	Monocristaux			Céramique	Polymère
	Quartz	LiNbO ₃	LaTiO ₃	PZT	PVDF
Température	573	1210	655	<350	180
de Curie Tc(°)					
Constante	4,5	29	45	200-4000	12
diélectrique ε_r					
Constante de	2	6	8	40-750	20
charge					
$d_{33}10^{-12}$ (C/N)					
Coefficient de	10	23	45	40-70	14
couplage					
k ₃₃ (%)					





2. <u>Température de Curie</u>

Dans un matériau ferromagnétique ou ferrimagnétique, la température de Curie, ou point de Curie, est la température T_C à laquelle le matériau perd son aimantation spontanée. Au-dessus de cette température, le matériau est dans un état désordonné dit paramagnétique. Cette transition de phase est réversible ; le matériau retrouve ses propriétés ferromagnétiques quand sa température redescend en dessous de la température de Curie. En revanche il a perdu son aimantation, même s'il peut être à nouveau magnétisé.

Cette température caractéristique tire son nom de Pierre Curie, le physicien français qui l'a découverte en 1895.

Convention de sommation d'Einstein

La convention de sommation d'Einstein permet de raccourcir des équations lorsque l'on écrit les tenseurs sous forme indicielle. Lorsqu'un indice apparaît deux fois dans un terme, on sous-entend la sommation sur toutes les valeurs que peut prendre cet indice.

$$A_i = b_{ij}c_i$$

Dans une base orthonormée ça signifie :

$$A_i = \sum_{j=1}^{a} b_{ij} c_j$$

Dans le cas où plusieurs indices sont répétés :

$$A_i = b_{ijkl} c_{kl}$$

Signifie dans une base orthonormée :

$$A_i = \sum_{j=1}^{a} \sum_{k=1}^{a} b_{ijkl} c_{kl}$$

Ceci peut être généralisé à une sommation sur n indices répétés

ANNEXE IV

Désignation	Bande de fréquences	Gammes de longueurs d'onde
Bande L	1 à 2 GHz	30 à 15 cm
Bande S	2 à 4 GHz	15 à 7.5 cm
Bande C	4 à 8 GHz	7.5 à 3.75 cm
Bande X	8 à 12.4 GHz	3.75 à 2.4 cm
Bande Ku	12.4 à 18 GHz	2.4 à 1.67 cm
Bande K	18 à 26 GHz	1.67 à 1.15 cm
Bande Ka	26 à 40 GHz	1.15 à 0.75 cm
Bande Q	40 à 70 GHz	7.5 à 4.29 mm
Bande W	70 à 110 GHz	4.29 à 2.73 mm

Tableau 4 : Différents types de bande dans l'hyperfréquence



Figure 78 : Diagramme d'absorption atmosphérique

PAGE DE RENSEIGNEMENTS

Nom : ANDRIANANTENAINA

Prénom : Hery Nambinina

Adresse : Lot 21 A 140 Avaratsena Antsirabe 110 Madagascar

Tél : (+261) 33 46 165 44 E-mail : <u>herynambininaa@gmail.com</u>

Titre de mémoire : « CARACTERISATION DIELECTRIQUE EN BANDE X [8-12 GHz] DES METAMATERIAUX »

Nombre de pages : 81

Nombre de figures : 78

Nombre de tableaux : 04

Directeur de mémoire : Monsieur RASOANOAVY Faliniaina, Maître de Conférences

RESUMES

De nos jours, les recherches sur les composants électroniques sur différent types de matériau s'élargi dans le monde. Notre problème ici se pose sur la modélisation multiphysique et le but est de caractérisé le matériau d'une antenne fractale qui est faite en matériau piézoélectrique. Dans le premier contexte de ce mémoire, nous allons voir les géométrique. Dans la suite, les généralités sur l'antenne, dans celle-ci on constatera les caractéristiques d'une antenne et ces différents types. Dans le troisième chapitre, on va parler des matériaux piézoélectrique ainsi que la magnétoélectrique. Ensuite dans le quatrième chapitre nous allons voir la méthode de guide rectangulaire que nous avons utilisé pour la caractérisation de notre matériau et ces différentes équations. Dans le dernier chapitre, nous introduira la modélisation multiphysique, dans ce chapitre nous allons voir la modélisation de l'effet magnétoélectrique, des généralités sur le logiciel COMSOL et les résultats avec les discussions pour les résultats des simulations. Dans les résultats, on a retenu les paramètres S qui se divisé en coefficient de transmission et en coefficient de réflexion de notre antenne et les permittivités du matériau PZT en deux sortes de simulation.

Mots-clés : Antenne, Fractale, Paramètre S, Permittivité, Piézoélectrique

ABSTRACT

Nowadays, research on the electronic components on different types of material widened in the world. Our problem here arises on multiphysic modeling and the aim of is characterized material of an antenna fractal which is made out of piezoelectric material. In the first context of this memory, we will see the geometries fractal, in this one one will define the fractal term and of another property of this geometrical form. In the continuation, the general information on the antenna, in this one one will note the characteristics of an antenna and these various types. In the third chapter, one will speak about materials piezoelectric as well as the magnetoelectric one. Then in the fourth chapter we will see the method of rectangular guide which we used for the characterization of our material and these various equations. Into the final chapter, will introduce us multiphysic modeling, in this chapter we will see the modeling of the magnetoelectric effect, the general information on the software COMSOL and the results with the discussions for the results of simulations. In the results, one retained the parameters S which divided into coefficient of transmission and coefficient of reflexion of our antenna and permittivities of material PZT in two kinds of simulation.

Keys words : Antenna, Fractal, S-parameter, Permittivity, Piezoelectric

