

INTRODUCTION GENERALE

L'éducation est un ensemble d'actions exercées intentionnellement par un être humain sur un être humain qui consiste à développer les capacités physique, intellectuelle et morale d'un individu ou d'un groupe. Elle a pour but de rendre l'individu autonome, utile à la société, intégré dans la société et adapté à l'évolution d'une société.

L'action éducative peut être exercée par tout à l'école, à l'église, mais aussi dans la rue, dans la famille, avec les camarades.

Toujours intentionnelle, elle peut être spontanée (exemple éducation familiale) elle peut être aussi programmée (exemple éducation scolaire). Cette éducation scolaire nous intéresse beaucoup.

Dans notre travail de recherche, nous allons évoquer l'action éducative à l'école : c'est l'enseignement à l'école.

L'école est le prolongement de la famille. En confiant les enfants à l'école, les parents donnent au maître le droit et le pouvoir de continuer l'éducation commencée au foyer.

Le professeur est l'âme et la vie de la classe : celui qui préside à tout, qui prévoit tout, qui maintient tout et qui fait tout marcher. On a donc bien raison de dire :

« TEL PROFESSEUR, TELLE CLASSE »¹

Le professeur possédant ses comportements pédagogiques tient un grand rôle dans l'acte d'enseignement.

A l'école, le travail mental est plus important. Sans doute, le travail à l'école est nettement différent du travail des champs pour ne parler que des efforts physiques et intellectuels investis dans chacun des deux domaines. Pour les apprenants, pendant l'apprentissage, des efforts intellectuels sont plus nécessaires que des efforts physiques.

Sur ce point Arénilla a dit « ***L'apprentissage est alors l'appropriation, par un élève des savoirs qu'on veut lui faire acquérir, le travail mental qu'il doit effectuer pour dominer ces savoirs*** »²

¹ Macaire, Notre beau métier, Manuel de pédagogie appliquée, Edition 1979, P97

² Louis Arénilla, Dictionnaire de pédagogie, BORDAS, 1996.P14

Plusieurs disciplines sont enseignées à l'école à savoir celle de la mathématique. La mathématique, étant une discipline abstraite et difficile à enseigner, pour les élèves, la mathématique demande beaucoup d'efforts intellectuels et une bonne méthode d'apprentissage.

« L'enseignement de Mathématique vise à développer le raisonnement et à cultiver chez l'élève les possibilités d'abstraction. Il apporte une exigence de rigueur dans la pensée et de justesse dans l'expérience »³

De 1990 à 2008, nous avons enseigné la mathématique au CEG FORT-CARNOT, durant ces années d'expériences nous avons constaté que les élèves ont éprouvé des diverses difficultés dans l'apprentissage de la discipline mathématique. Dans la plupart des cas, les notes des élèves varient de 02 à 10/20.

Lors de notre stage durant trois mois au Lycée Jean RALAIMONOGO, CISCO FIANARANTSOA, nous avons remarqué que bon nombre d'apprenants n'aboutissent pas aux objectifs à atteindre, en résolvant les problèmes mathématiques. Cela signifie qu'ils ne savent pas utiliser toutes les données des problèmes. Ils n'arrivent pas à appliquer les définitions et les théorèmes donnés par les professeurs pour résoudre correctement des exercices. Par conséquent, les notes des élèves lors d'un devoir surveillé varient de 03 à 11 sur 20.

D'ailleurs, parallèlement à notre stage, nous avons fait des observations de classes qui nous montrent que plusieurs apprenants assistent le cours attentivement mais qu'ils rencontrent toujours des difficultés dans la résolution d'exercices mathématiques.

D'où viennent les sources des difficultés rencontrées par les enseignés dans l'apprentissage de la Mathématique.

Afin de mieux cerner le problème et apporter un remède adéquat d'où le choix de notre thème **« L'enseignement de la discipline mathématique au Lycée »**

Actuellement, l'enseignement de la mathématique est centré sur les savoirs codifiés : le fait du maître n'est pas relatif au fait des élèves ; le professeur fait toujours le cours magistral ; la leçon n'est pas bien comprise par les enseignés. Ainsi ils ont rencontré des obstacles dans la résolution d'exercices.

Devant ces difficultés trouvées par les apprenants, **quelle approche pédagogique faut-il déployer et mettre en œuvre à l'enseignement mathématique pour que les élèves**

³ Laurence corne, La didactique en question, Hachette, 1992, p.107

permettent de construire par eux-mêmes les savoirs mathématiques? Telle est notre question de recherche.

Ainsi comme hypothèse, nous pensons que **l'approche constructiviste permet aux apprenants de mieux acquérir et construire les savoirs mathématiques**. Le constructivisme est une posture épistémologique qui prétend qu'une personne développe et construit ses connaissances en action et en situation et par la réflexion sur l'action et ses résultats.

Pour pouvoir répondre à la question de recherche, nous avons consulté des ouvrages spécifiques suivants :

- le constructivisme en terme simple
- les pédagogies et les didactiques constructivistes
- les mathématiques en classe secondaire

Par ailleurs, nous avons fait des observations des classes, des enquêtes auprès des élèves et entretiens aux professeurs de mathématiques aux Lycées suivants :

- lycée RAHERIVELO RAMAMONJY
- lycée Jean RALAIMONGO
- lycée Fomasin'i Jesoa TALATAMATY
- lycée Technique BERAVIDA

Pour bien éclaircir la recherche, le plan de notre étude se divise en trois grandes parties.

1^{ère} partie : L'enseignement mathématique dans les classes secondaires selon le modèle ontologique

2^{ème} partie : Le constructivisme comme un meilleur enseignement/apprentissage dans la Mathématique

3^{ème} partie : L'enseignement de mathématiques au Lycée suivant le modèle constructiviste

PARTIE-I:

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE DANS LES CLASSES SECONDAIRES SELON LE MODÈLE ONTOLOGIQUE

L'enseignement est une activité à long terme, qui se déroule dans une institution spécifique confiée à des personnes compétentes, et dont le but exprès est de permettre aux enseignés d'acquérir des savoirs-faires et des savoirs organisés et transférables en développant leur esprit critique.

Cette définition ne fait qu'on enseigne avec l'intention de faire apprendre. Et faire apprendre peut signifier : faire connaître, faire agir et faire comprendre ; il ne peut jamais : faire croire. En d'autre terme, enseigner, c'est rendre actif les élèves, en développant leur esprit critique y en tenant compte de leurs intérêts et de leurs capacités mentales.

Tenant compte de cette définition, l'acte de l'enseignement exige un processus à suivre : voici le processus qu'on doit suivre, d'après le cahier pédagogique de l'UEP mois de mai 2000 :

Processus d'enseignement :

« SE PREPARER → MOTIVER L'ELEVE → DIRIGER L'APPRENTISSAGE → EVALUER-REMEDIER »⁴

Mais qu'en est-il dans la pratique actuelle cet acte de l'enseignement ?

Cette première partie de cette étude sera consacrée aux résultats des observations des classes, aux résultats des enquêtes qui nous ont permis d'identifier leurs difficultés rencontrées dans l'apprentissage de la discipline mathématique et enfin nous allons voir le modèle traditionnel de transmission de connaissances.

⁴ Cahier pédagogique de l'UEP, n°2 Mai 2000

CHAPITRE-1: LES RESULTATS DES OBSERVATIONS DE CLASSES AUX LYCEES

(Voir annexe I)

Dans les classes que nous avons observées tous les professeurs de Mathématiques ne tiennent pas compte du processus dont nous venons de parler ci-dessus.

1.1. Se préparer

Avoir une fiche de préparation

Nous avons demandé aux vingt (20) enseignants de Mathématiques s'ils avaient des fiches de préparation. A notre surprise, personne n'en avait

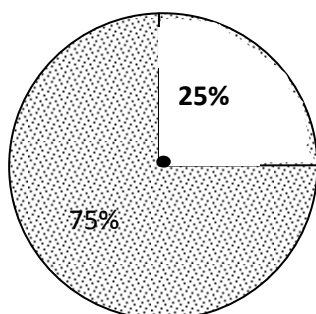
Le tableau suivant nous explique clairement les résultats :

Tableau n°01 : FICHE DE PREPARATION DES ENSEIGNANTS

Nombre et pourcentage des enseignants préparent leurs cours sans suivre la norme pédagogique d'une fiche de préparation	Nombre et pourcentage d'enseignant qui ne préparent pas leurs cours
05	15
25%	75%

Voici le diagramme correspondant

Diagramme n°01 : Fiche de préparation



□ : Nombre et pourcentage des enseignants qui préparent leurs cours

▨ : Nombre et pourcentage d'enseignants qui ne préparent pas leurs cours sans suivre la norme pédagogique d'une fiche de préparation.

D'après ce tableau, plusieurs enseignants ne préparent pas leurs cours (15 sur 20 soit 75%). Ils utilisent les contenus dans le livre pour enseigner. Or l'existence d'un livre ne dispense pas le maître de préparer la leçon. Pour le professeur, le livre est une aide efficace qui permet d'enrichir le contenu de la leçon. Pour les élèves, le livre est un outil permettant de vérifier une

trace écrite, de reprendre à la maison une activité mal comprise et de faire des exercices supplémentaires.

La fiche de préparation est nécessaire pour mettre en ordre l'enseignement : pour bien enseigner, il est agréable de faire un plan, de manière à enchaîner logiquement les éléments de la leçon. Toute leçon doit être liée à la précédente.

L'enseignant qui s'est bien préparé n'hésite pas, tout a été prévu, clarifié et précisé dans son esprit. Ainsi rien ne traîne. S'il n'a rien préparé, il hésite. Mais c'est à nous de rendre nos élèves actifs en classe sinon les élèves s'ennuient.

1.2. Motiver les élèves

Durant les observations des classes, nous avons remarqué que : les professeurs ne suscitent pas suffisamment l'intérêt des élèves. Les élèves écoutent seulement ce que l'enseignant dit. C'est-à-dire l'enseignant ne donne pas accès à la participation des apprenants.

La relation entre les élèves et l'enseignant est basée sur le pouvoir. Ainsi, les élèves n'ont pas la motivation nécessaire à préférer la discipline mathématique.

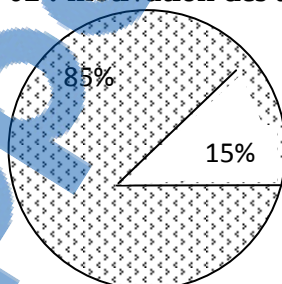
Voici le tableau qui nous montre la motivation des élèves :

Tableau n°02 : Motivation des apprenants

Nombre et pourcentage des enseignants qui ne donnent pas l'occasion à la motivation des apprenants	Nombre et pourcentage des enseignants qui essaient de faire participer les élèves
17	3
85%	15%

Voici le diagramme correspondant :

Diagramme n°02 : motivation des apprenants



Motivation des apprenants



: Nombre d'enseignements qui essaient de faire participer les élèves



: Nombre d'enseignements qui ne donnent pas l'occasion à la motivation des élèves.

Les enseignants qui ne donnent pas l'occasion à la motivation des apprenants sont nombreux (85%). Ces enseignants pratiquent toujours le cours magistral lorsqu'ils enseignent. Ils exposent aux élèves une leçon. Les apprenants restent passifs pendant le cours.

1.3. Diriger l'apprentissage

Une leçon doit être comprise en classe, à la maison, c'est seulement l'approfondissement et la fixation.

Lors d'une observation en classe, nous avons constaté que toute la leçon n'est pas bien comprise par les élèves en classe. Presque tous les enseignants donnent beaucoup d'exercices à la maison parce que le temps imparti du cours est basé de longue leçon magistrale. Comme la leçon n'est pas bien comprise par les élèves, ces élèves ne peuvent pas résoudre correctement les exercices donnés à la maison. Sur ce point, le professeur n'accomplit pas normalement son rôle pédagogique comme « facilitateur, guide et animateur ». Alors, l'apprentissage des élèves rend difficile.

Nous avons remarqué que cela se présente presque toutes les classes observées.

1.4. Evaluer et remédier

L'évaluation est un processus qui permet de mesurer l'écart entre les objectifs définis et les objectifs atteints. Elle consiste à l'analyse de ce qui ne marche pas.

L'évaluation est un moyen qui permet de détecter les difficultés rencontrées dans la mise en œuvre de l'enseignement et dans le déroulement de l'apprentissage. Elle vise enfin à déterminer une amélioration des comportements des élèves.

Pendant les observations de classes, lors d'une évaluation, les élèves ne peuvent pas résoudre vraiment les exercices. En face de cela, l'enseignant ne leur donne pas le droit à l'erreur. Il blâme les élèves qui font des erreurs, c'est-à-dire, il ne fait pas son devoir de remédier aux erreurs d'assimilation.

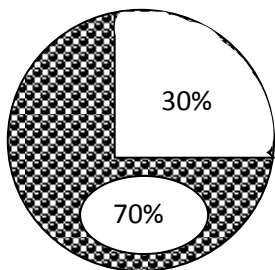
Les résultats des observations faites en classe sont le suivant :

Tableau n°03 : l'évaluation et la remédiation

Nombre d'enseignants qui donnent aux apprenants leurs droits à l'erreur pendant l'évaluation	Nombre d'enseignants qui blâment les élèves quand ils font des erreurs pendant l'évaluation.
06	14
30%	70%

Voici le diagramme correspondant :

Diagramme n°03 : l'évaluation et la remédiation



L'évaluation et la remédiation

□ : Nombre d'enseignants qui donnent aux apprenants leurs droits à l'erreur

▨ : Nombre d'enseignants qui blâment les élèves quand ils font des erreurs

Ce tableau nous montre que 70% (14 sur 20) enseignants observés blâment les élèves qui font des erreurs.

Or Gaston Bachelard a dit :

« *Se tromper est nécessaire pour réussir* »⁵ cela veut dire que l'erreur n'a pas à être sanctionnée car elle constitue la base d'une régulation. L'erreur est donc formatrice.

1.5. La répartition annuelle

Il est demandé au professeur d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties de programme. L'élaboration de la répartition annuelle exige l'étude du calendrier scolaire et du calendrier civil en même temps. Il faut tenir compte des jours fériés et des fêtes scolaires. Le professeur essaie de prévoir de révision générale, les dates d'examens trimestriels, les temps de correction et les créneaux (coupures imprévues). Alors la répartition de programme est nécessaire pour éviter le programme non terminé à la fin de l'année scolaire et pour organiser le travail.

Parmi les professeurs observés, selon l'interview, plusieurs d'entre eux n'ont pas la répartition annuelle.

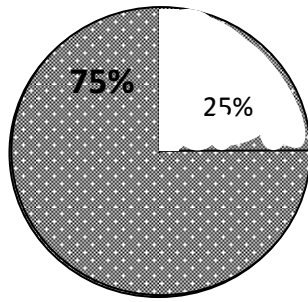
Le tableau suivant nous montre les résultats :

Tableau n°04 : Répartition annuelle des professeurs

Nombre de professeur qui ont la répartition annuelle	Nombre de professeur qui n'ont pas de répartition annuelle
03	17
15%	75%

⁵ Gaston Bachelard, Pédagogie pour demain, enseigner les mathématiques à l'école, Hachette Paris 1992, P79.

Le diagramme correspondant est le suivant :



□ : Nombre et pourcentage de professeur qui ont la répartition annuelle

■ : Nombre et pourcentage des professeurs qui n'ont pas de répartition annuelle

En résumé ce premier chapitre, le processus d'enseignement qu'on doit suivre est :

Se préparer → motiver l'élève → diriger l'apprentissage → évaluer-remédier

Pour assurer le bon fonctionnement de l'acte de l'enseignement, le maître doit suivre ce processus. Or d'après ces observations, bon nombre des enseignants ne suivent pas ce processus car :

- 75% d'entre eux n'ont pas la fiche de préparation
- 85% de professeurs ne donnent pas l'occasion à la motivation des apprenants
- 70% d'enseignants ne dirigent pas les élèves pour rendre meilleur l'apprentissage de ceux-ci.

Ces enseignants blâment les élèves quand ils font des erreurs.

Finalement, nous déduisons que les enseignants utilisent toujours les méthodes qui ne donnent pas accès à la participation des apprenants. C'est le modèle traditionnel. Alors les élèves ont rencontré beaucoup de difficultés dans l'apprentissage de la discipline mathématique à cause de l'utilisation de ce modèle traditionnel.

Nous allons voir dans le chapitre suivant (chapitre 2) : Des élèves en difficultés dans la résolution des problèmes mathématiques.

CHAPITRE-2: DES ELEVES EN DIFFICULTES DANS LA RESOLUTION DES PROBLEMES MATHEMATIQUES

« Nous ne deviendrons jamais mathématicien ... bien que notre mémoire possède toutes les démonstrations faites par des autres si notre esprit n'est pas capable de résoudre toutes sortes de problèmes... Ainsi nous semblerions avoir appris non des sciences, mais des histoires »⁶

Empreinté par BOIREL, cette parole de Descartes nous montre l'exigence des activités personnelles en discipline mathématique. Ce n'est pas suffisant de lire ou d'écouter seulement, mais on doit travailler avec méthode. Il faut apprendre à résoudre méthodiquement les problèmes mathématiques.

Des observations de classes et des résultats des enquêtes auprès des élèves nous montrent que beaucoup des apprenants n'arrivent pas aux objectifs à atteindre en résolvant les problèmes mathématiques. Cela signifie qu'ils ne peuvent pas appliquer les propriétés pour résoudre correctement les exercices. Ainsi, le nombre des élèves qui a eu la moyenne en discipline mathématique est inférieur à 50%.

Le tableau suivant nous montre le résultat :

2.1. Notes des élèves de 2nd au Lycée Jean RALAIMONGO Fianarantsoa

Tableau n°06 : Notes des élèves

Effectif 55

CLASSE 2nd II

Note/20	Nombre des élèves	Pourcentage
[02 ;04[	04	7,27%
[04 ;06[	06	10,90%
[06 ;08[	17	30,90%
[08 ;10[	11	20%
[10 ;12[	10	18,18%
[12 ;14[	05	9,09%
[14 ;16[	02	3,63%

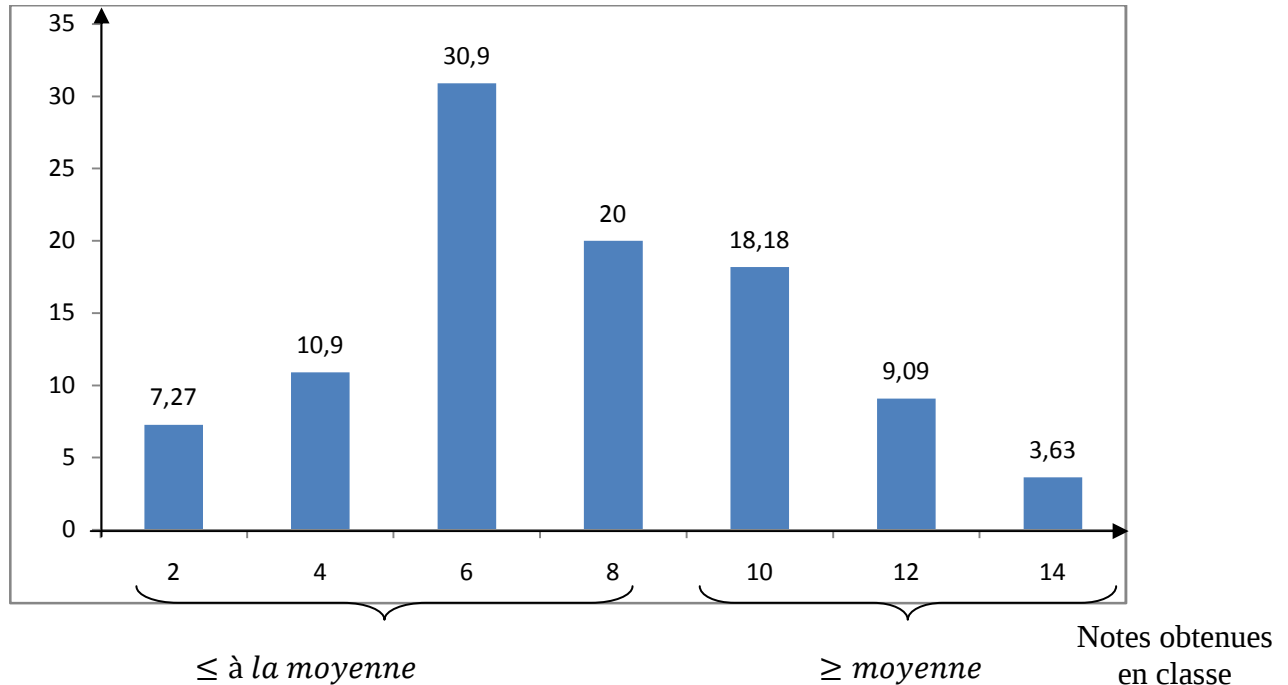
Source : professeur de Mathématique au Lycée Jean Ralaimongo

⁶ (R) BOIREL, Comment résoudre aisément les problèmes de Mathématiques, Edition 1964, culture humaine Sermaise P :9

Le diagramme montrant ces notes est le suivant :

Diagramme n°06 : Notes d'élèves en classe de 2nd

Effectifs des élèves



Notes des élèves en classe de seconde

- **Moyenne :**

Nombre des élèves qui a eu la moyenne : $10+5+2=17/55$

Ou $18,18\%+9,09\%+3,63\%=30,9\%$

Ainsi le nombre des élèves qui a eu la moyenne est inférieur à 50%

Nombre des élèves qui a les notes inférieures à 10/20

$$11 + 17 + 06 + 04 = 11 + 17 + 10 = 28 + 10 = 38/55$$

Ou en pourcent : $\frac{38 \times 100}{55} = 69,0909\%$. D'après ce pourcentage, bon nombre des apprenants ont les mauvaises notes en discipline mathématique. D'où viennent les sources de ces mauvaises notes?

Pour pouvoir confirmer les sources de ces mauvaises notes, nous allons voir les résultats des enquêtes suivantes : Les méthodes d'apprentissage des apprenants ; des élèves en difficultés dans la résolution des problèmes mathématiques.

2.2. Les méthodes d'apprentissage des apprenants

*Jean Berbaum a dit: « Il n'y a pas d'apprentissage s'il n'y a pas d'activité du sujet apprenant »*⁷

Mais nous avons vu dans le chapitre (1) que l'enseignant utilise toujours le modèle traditionnel. La leçon n'est pas bien comprise par les élèves, ainsi, les élèves utilisent la méthode par cœur durant l'apprentissage.

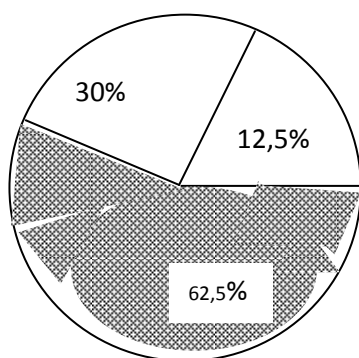
Le tableau suivant nous montre les résultats

Tableau n°07 : type d'apprentissage des apprenants(Voir annexe II)

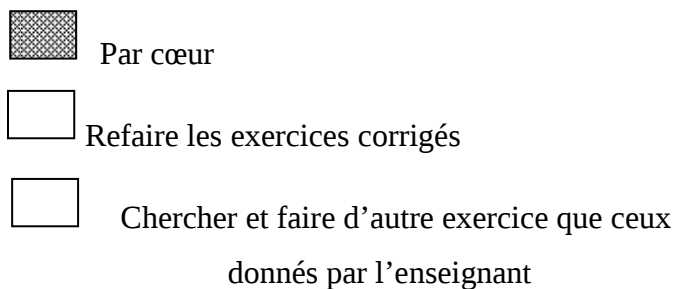
Type d'apprentissage	Nombre d'apprenants	Pourcentage
Par cœur	250	62,5%
Refaire les exercices corrigés	120	30%
Chercher et faire d'autres exercices que ceux donnés par l'enseignant	50	12,5%
TOTAL	400	100%

Schématiquement, nous avons :

Diagramme n°07 : type d'apprentissage des apprenants



Type d'apprentissage des apprenants



⁷ Jean Berbum, Formation à l'INFP TANA 2003

Les apprenants qui apprennent par cœur la leçon sont nombreux : 250 élèves sur 400 ou 62,5%. Cette méthode peut devenir un véritable piège, elle donne l'illusion de savoir parce qu'elle ne permet pas d'acquérir la capacité de faire face à la variété des problèmes. Ainsi plusieurs élèves rencontrent des difficultés dans la résolution de problèmes mathématiques.

2.3. Les élèves en difficultés dans la résolution des exercices mathématiques

*« Faire des Mathématiques, c'est résoudre de problèmes c'est-à-dire entrer dans une recherche de démarche c'est donc à l'école, impliquer réellement les élèves dans une activité ».*⁸

L'objectif principal de l'enseignement mathématique est de : les élèves sont capables de résoudre ou traiter correctement des exercices en utilisant les définitions et les théorèmes. Cet objectif principal n'est pas en général atteint.

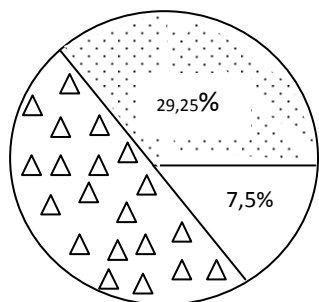
Le tableau suivant nous montre les résultats :

Tableau n°08 : Difficultés des apprenants dans la résolution des problèmes

Difficultés des apprenants	Nombre d'apprenants	Pourcentage
Incompréhension de l'énoncé	117	29,25%
Recherche d'une démarche	253	63,25%
Rédaction de la solution	30	7,5%
TOTAL	400	100%

Schématiquement, nous avons ;

Diagramme n°08 : Difficultés des apprenants dans la résolution des problèmes



Difficulté des apprenants dans la résolution des problèmes

-  Incompréhension de l'énoncé
-  Recherche d'une démarche
-  Rédaction de la solution

Les élèves qui n'arrivent pas à trouver la démarche à suivre sont nombreux plus de 50% (253/400 ou 63,25%). Ils n'ont pas la faculté de choisir mentalement une propriété

⁸ Claire Calderon, Devenir professeur d'école Hachette Edition paris 1992, P42

mathématique pour faire la démonstration ou pour résoudre les exercices donnés par l'enseignant car la leçon n'est pas bien comprise et assimilée par les apprenants. Ceux-ci l'apprennent par cœur. Par conséquent, les élèves rencontrent toujours des obstacles dans l'apprentissage de la mathématique.

L'utilisation du modèle traditionnel à l'enseignement est la source de ces difficultés trouvées par les enseignés. Le chapitre 3 sera consacré à ce modèle ontologique qui ne donne pas accès à la participation des élèves.

CHAPITRE-3 : LE PARADIGME ONTOLOGIQUE : LE MODELE TRADITIONNEL DE TRANSMISSION DE CONNAISSANCES

3.1. Ce que paradigme veut dire

Un paradigme est un ensemble de présupposés théoriques, pratiques et idéologiques adoptés par une discipline scientifique, une profession ou une communauté de personnes partageant des objectifs communs. C'est la grille de lecture à travers laquelle cette communauté décode et étudie le monde. Chaque discipline scientifique, chaque profession, chaque groupe organisé de personnes fonctionnent dans un paradigme.

Les travaux, les recherches, les réflexions, les écrits, les interventions dans les milieux éducatifs et les enseignements des chercheurs en éducation s'inscrivent dans cette perspective.

Un paradigme est admis par un ensemble d'individus, qui accepte ce point de vue comme déterminant pour leurs réflexions et travaux.

Un paradigme permet à un ensemble de personnes de partager les interprétations et les analyses qu'elles font des résultats de leurs réflexions, de leurs pratiques, de leurs travaux de recherche.

Ces personnes situent ainsi leurs propos à l'intérieur d'un même cadre de référence, accepté avec un certain consensus par la communauté à laquelle elles appartiennent.

D'une façon générale, un paradigme, quel qu'il soit, répond aux caractéristiques suivantes:

- Un paradigme est établi pour une durée indéterminée
- Il est constitué de présupposés théoriques, pratiques et idéologiques d'une discipline, d'une pratique professionnelle, d'un mode de vie partagé par un groupe organisé de personnes ; on retrouve ce paradigme dans les habitudes et les modes de vie, les prescriptions sociales, les manuels et les enseignements véhiculés au sein de ce groupe de personnes.
- Il est partagé par une communauté de personnes
- Un paradigme est une grille de lecture à travers laquelle cette communauté décode, analyse et étudie le monde
- Il permet la sélection des situations et des phénomènes qui l'intéresse

C'est à l'intérieur de ce paradigme les chercheurs trouvent la manière de définir les problèmes auxquels ils sont confrontés les méthodes pour les traiter et évaluer les résultats auxquels ils arrivent.

- Un paradigme n'est pas immuable, il est temporairement viable pour la communauté de personnes qui fonctionne sous son éclairage.

L'enseignement traditionnel est un exemple de paradigme accepté et appliqué par une communauté de personnes (enseignants).

Quelles sont les façons de transmettre les connaissances à partir de ce paradigme ontologique?

3.2. Le paradigme ontologique dans le contexte de l'enseignement

Une ontologie est un système conceptuel qui permet de partager et de réutiliser des concepts. L'ontologie est une branche de la philosophie dans laquelle les Philosophes ont tenté de rendre compte de l'existant de façon formelle.

En informatique, une ontologie est comprise comme un système de concepts fondamentaux qui sont représentés sous une forme compréhensible par un ordinateur.

Dans ce modèle, les valeurs principales sont : le silence, l'obéissance et l'autorité du Maître. Le Maître est le détenteur du pouvoir. Il s'efforce de transmettre ce qu'il sait à celui qui doit apprendre. Dans ce cas, l'apprentissage consiste à devenir capable de reproduire le discours magistral en faisant des exercices de mémorisations, de répétition, des exposés et des résumés.

Dans cette perspective traditionnelle, la méthode est fondée sur une activité de reproduction du raisonnement imposé par l'enseignant (on l'appelle aussi méthode transmissive expositive, affirmative). Elle installe en rapport au savoir passif. Elle méconnaît les enseignements de la psychologie génétique et les indications de la psychologie différentielle, la pédagogie étant administrée collectivement. C'est donc une pédagogie impositive, fondée sur la structuration des savoirs achevés. Or la logique de transmission n'est pas identique à la logique d'appropriation.

3.2.1. La méthode traditionnelle selon Marcel CRAHAY

Selon Marcel CRAHAY, la méthode traditionnelle suppose :

- Un isomorphisme mental

Un isomorphisme mental entre le Maître et l'élève, c'est-à-dire une identité de leurs structures mentales. Elle postule qu'il y a une stricte correspondance entre ce que le Maître fait et ce que font les élèves ...

Cette correspondance est illusoire.

- Le linéaire et la synthèse

Le problème de l'émetteur, c'est débiter en instants successifs ce qui constitue en tout et ne peut être conçu que globalement. Le problème du récepteur, c'est de synthétiser ces

éléments successifs à mesure qu'il les reçoive et sans se référer à l'idée d'ensemble puisqu'elle est en train de se construire.

- **Un interlocuteur standard**

«Le groupe est traité comme un simple agrégat d'individus estimés tous également réceptifs et fonctionnellement identiques vis-à-vis du discours magistral.

Or le maître a devant lui une pluralité d'interlocuteurs et non un interlocuteur standard »⁹

Les techniques employées sont l'exposé, le cours magistral, le grand groupe.

Dans cette méthode traditionnelle, l'enseignement est centré sur le Maître et sur la matière.

3.2.2. L'enseignement centré sur le Maître et sur la matière :

Il s'agit d'un enseignement systématique, logiquement structuré, progressant pas à pas, de façon à rendre l'avancement aussi facile que possible. Le maître garde toujours ou presque toujours l'initiative.

Le schéma classique de cet enseignement, codifié le XIX siècle, est bien connu :

- Après avoir rappelé les notions qui lui paraissent essentielles, le Maître s'efforce de susciter l'attention sur un sujet nouveau. Il annonce l'objectif de la leçon et fait implicitement l'hypothèse que les besoins et les intérêts sont les mêmes chez tous les élèves.
- Eventuellement, l'enseignant s'assure que les élèves possèdent les prérequis nécessaires.

Le plus souvent, cependant, dans un système d'enseignement collectif et frontal, le Maître suppose, en début d'année scolaire que tous les élèves partent du même niveau, que si ce n'est pas le cas, sont capables d'opérer par eux-mêmes, les ajustements nécessaires

- Le Maître expose la matière nouvelle en respectant la logique du contenu. Il s'appuie sur des exemples qu'il a le plus souvent choisis lui-même et réalise des démonstrations ou des expériences devant la classe. Il insiste sur les points difficiles.
- Des questions puis des exercices d'application servant à contrôler une réponse factuelle, tantôt la justification d'une réponse donnée.
- Les élèves sont ensuite invités à travailler de façon progressivement moins contrôlée ; le Maître s'efforce de proposer des tâches qui obligent à répéter régulièrement la matière.

⁹ CRAHAY, courants pédagogique et théories d'apprentissage, Belgique Université Louvain, 1993, P15

- Des problèmes à résoudre se trouvent parmi les tâches proposées, mais il s'agit essentiellement d'exercices d'application plus complexes que d'autres, destinés à approfondir la compréhension et à faire mémoriser des modèles de solution, des algorithmes qu'il suffira de suivre lorsque des problèmes similaires se présenteront ultérieurement
- Le but à atteindre est la maîtrise et, si possible, l'automatisme indispensable dans l'utilisation d'habiletés comme la lecture, le calcul, l'écriture et en bien d'autres occasions.
- Les évaluations sous forme d'interrogations orales ou écrites et d'examens périodiques, font largement appel à la restitution de mémoire et aux applications stéréotypées.

CONCLUSION

Dans cette partie qui est basée sur le paradigme ontologique, dans l'enseignement mathématique, nous avons vu que les professeurs ne tiennent pas compte les capacités mentales des apprenants. Des enseignants tendent à faire toujours les cours magistraux devant les apprenants.

Si les élèves n'assimilent pas personnellement et activement l'enseignement, s'ils ne s'approprient pas les savoirs, on leur reproche fort justement d'avoir mal digéré leurs connaissances. Au bout du compte, les savoirs ne se transmettent pas, ils se reconstruisent et chacun le fait pour son compte, à sa façon, et suivant son propre rythme. (Voir annexe III)

Pour cela, Antoine PROST a dit :

«D'une leçon magistrale, il ne reste presque rien après huit jours et après quinze jours il ne reste rien du tout ...¹⁰

Les cours magistraux sont temps perdus »

C'est pourquoi pour améliorer la qualité d'enseignement mathématique, nous avons choisi comme un autre paradigme que nous allons traiter dans deuxième parties :

C'EST LE CONSTRUCTIVISME.

¹⁰ Antoine PROST, ELOGE DES PEDAGOGUE, col Point Ed seuil, Formation INFP TANA 2003

PARTIE-II :

**LE CONSTRUCTIVISME POUR UN
MEILLEUR
ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE DES
MATHEMATIQUES AU LYCEE**

LE CONSTRUCTIVISME POUR UN MEILLEUR ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES AU LYCÉE

Pour avoir le bon résultat dans l'enseignement, les professeurs doivent suivre le rythme des apprenants. Considérons les élèves comme une personne ayant leurs représentations propres dans la situation d'apprentissage ou dans la situation d'enseignement ; cela veut dire que le faire du Maître est ordonné au faire des élèves. C'est pourquoi, Antoine PROST a dit : «***Le meilleur Maître n'est ni le plus savant ni celui qui travaille le plus, c'est celui qui fait le mieux travailler ses élèves, de la façon la plus intelligente, la plus stimulante et la plus efficace, pas nécessairement la plus lourde et la plus rébarbative*** »¹¹

Tenant compte de cette citation d'Antoine PROST, l'action des élèves est la plus importante pour qu'ils puissent se construire leurs propres connaissances.

Le constructivisme est partisan de cette participation des élèves. Pour le constructivisme, l'action d'enseigner ne consiste pas seulement à faire connaître, à faire répéter, à faire retenir mais aussi et surtout **à faire agir, à faire travailler, à faire comprendre.**

Pour voir plus largement cette théorie constructiviste nous allons traiter dans cette partie :

Les fondements épistémologiques et le choix pédagogique de la théorie constructiviste et puis la didactique constructiviste, finalement le socioconstructivisme. Mais avant de les traiter, nous essayons de définir les termes qui en découlent.

¹¹ Antoine Prost (IDEM) p :2.

CHAPITRE-4: LES TERMES ESSENTIELS

4.1. Ce que constructivisme veut dire

Plusieurs définitions se trouvent dans les différents dictionnaires et ouvrages de référence. Citons quatre définitions qui nous intéressent parmi eux

- **Constructivisme** : Doctrine voulant, d'une part, que les entités mathématiques, tels les figures géométriques et les ensembles, n'existent que si on peut les construire (ou encore les calculer, s'il s'agit d'un nombre) c'est-à-dire montrer de manière procédurale qu'elles existent et, d'autre part, que les énoncés mathématiques ne soient vraies que si l'on peut en donner une preuve constructive. C'est-à-dire que cette doctrine s'oppose à toute conception des mathématiques selon laquelle les objets ou les vérités existent ou se trouvent avérés indépendamment de notre appréhension.

- **Constructivisme**: L'une des plus grandes figures du constructivisme au 20^{ème} siècle est le psychologue genevois Jean PIAGET. Sa théorie, qui refuse tant l'empirisme que l'innéisme, décrit l'intelligence comme la forme la plus générale des coordinations des actions et opérations dans un sujet qui se construit en (ré) construit, (ré) structurant logiquement son environnement (action, développement cognitif, logique). Cette théorie est l'une des sources essentielles d'inspiration du courant constructiviste interdisciplinaire actuel en sciences cognitives.

- **Constructivisme** : Théorie psychologique, principalement inspirée de travaux d'épistémologie génétique de Jean PIAGET. L'hypothèse générale de la théorie constructiviste est de considérer que par un processus d'assimilation et d'accommodation, le sujet construit activement ses schémas relatifs au monde physique et au monde social.

- **Constructivisme** : En psychologie, position théorique qui admet que le développement d'un individu est un processus permanent de construction et d'organisation des connaissances est représentatif d'un niveau de développement. La théorie opératoire élaborée par Jean PIAGET est le plus célèbre des théories constructivistes [...] c'est l'interaction permanente entre l'individu et les objets (le monde) qui permet de construire les connaissances d'où le nom de constructivisme attribué à cette théorie de l'acquisition des connaissances.

4.2. Les savoirs et les connaissances :

Une distinction utile

4.2.1. Les savoirs

D'une façon classique et dans une perspective curriculaire, par savoir, nous désignons des savoirs constitués, décrits dans des programmes d'études, des manuels scolaires,

des ouvrages spécialisés ou dans d'autres documents didactiques ou des manuels professionnels, voire dans la tradition orale d'une communauté de pratique.

Ces savoirs sont socialement admis et valorisés et c'est à ce titre qu'ils sont codifiés. Par exemple des savoirs sont codifiés dans des programmes d'études ou dans d'autres documents.

Ces savoirs codifiés appartiennent aux communautés de savoirs, qui les ont codifiés. Par exemple, les savoirs mathématiques appartiennent à la communauté des mathématiciens. A partir du moment où une société les reconnaît, ils sont valorisés par celle-ci et codifiés afin que ses membres puissent se les approprier et les partager. Les savoirs codifiés répondent à la logique de la discipline à laquelle ils appartiennent ou aux pratiques sociales qui les ont générés.

Exemple de savoirs codifiés

A propos de la notion d'égalité

« Une égalité est l'affirmation que ses deux membres sont des expressions d'un même objectif, nombre, vecteurs, figure ... ect »¹²

« Sens de relation d'un programme d'études : sens de la relation d'égalité (équation) sens de la relation d'équilibre. »¹³

4.2.2. Les connaissances

Les connaissances sont construites par les personnes elles-mêmes au cours de leurs expériences. Elles leur sont spécifiques et font partie de leur patrimoine cognitif. Elles ont donc un caractère individuel, alors que les savoirs ont une dimension sociale et culturelle. Etant donné la diversité de leurs expériences, deux personnes ont rarement une connaissance identique à propos d'un même savoir codifié, même si elles vivent des apprentissages scolaires simultanément.

Dans une perspective ontologique, les connaissances sont transmises. Par contre dans une perspective constructiviste les connaissances sont construites.

En contexte scolaire, dans une perspective ontologique, les connaissances sont symétriques aux savoirs codifiés. Elles doivent en être une copie conforme. Par contre, dans une perspective constructiviste, les connaissances sont une construction de l'apprenant à propos du savoir codifié à partir de sa propre expérience.

La différence de point de vue à propos du concept de connaissance est très importante entre les paradigmes ontologiques et constructivistes. Lorsque nous demandons à une enseignante ou à un enseignant de nous décrire sa conception de la connaissance chez une

¹² Jonnaert Philippe, Fondements épistémologiques des choix didactiques et pédagogiques, module 2, 2009.

¹³ Jonnaert Philippe, IDEM p33

personne, nous pouvons rapidement déterminer dans quel type de paradigme épistémologique de construction de la connaissance elle situe sa réflexion.

Les connaissances : Selon les deux perspectives différentes

Dans une perspective ontologique	Dans une perspective constructiviste
- Sont transmises	Sont construites
- Sont une copie conforme des savoirs codifiés enseignés	Sont une construction de la personne qui a transformé le savoir codifié enseigné ainsi que ses propres connaissances antérieures
- Sont statiques	Sont dynamiques
- Sont immuables	Sont sans cesse modifiés en fonction des situations dans lesquelles la personne les utilise, elles sont adaptables et participent à l'adaptation de la personne.
- Etant une copie conforme des savoirs codifiés	Elles sont situées et n'ont de signification qu'en situation.

4.2.3. Les distinctions entre connaissance et savoirs

CONNAISSANCE	SAVOIR
- Est individuelle - Relève du patrimoine cognitif de la personne - Est en fonction antérieur et des expériences de la personne - Est dynamique et peut s'adapter en fonction de sa viabilité - Est un processus qui permet la construction d'autres connaissances	- Est collectif - Relève du patrimoine culturel et social d'une communauté de savoirs - Est fonction de la logique de la discipline ou des pratiques sociales de référence - Est figé dans un texte - Est un état

CHAPITRE-5: LES FONDEMENTS EPISTEMOLOGIQUES ET LE CHOIX PEDAGOGIQUE DE LA THEORIE CONSTRUCTIVISTE

Le constructivisme est une posture épistémologique qui prétend qu'une personne développe son intelligence et construit ses connaissances en action et en situation et par la réflexion sur l'action et ses résultats.

La personne appréhende et comprend les situations nouvelles à travers ce qu'elle sait déjà et modifie ses connaissances antérieures afin de s'y adapter. Chaque adaptation à une situation permet d'élargir et d'enrichir le réseau de connaissances antérieures dont dispose une personne et cette progression continue des réseaux lui permet de traiter des situations de plus complexe.

Le constructivisme est une théorie du connaître (actif) plus qu'une théorie de la connaissance (passif) parce que l'action est le moteur du développement cognitif. Le constructivisme s'intéresse donc à la connaissance en action, à l'acte de connaître. Jean PIAGET est le plus célèbre fondateur de cette théorie constructiviste. (Voir annexe IV)

5.1.Les fondements épistémologiques de la théorie constructiviste de Jean Piaget

5.1.1. Jean PIAGET (1896-1986) et la psychologie de l'enfant

Spécialiste Suisse de la psychologie de l'enfant, Jean Piaget occupe une place exceptionnelle dans l'histoire de la psychologie et de l'épistémologie.

L'œuvre de Jean Piaget est gigantesque puisqu'elle s'étale sur soixante dix ans environ.

Il a poursuivi toute sa vie le même but : construire une théorie de la genèse de connaissance. Il cherche à répondre une question : **comment l'homme accède à la connaissance?**

- Comme Piaget est un spécialiste suisse de la psychologie de l'enfant. Nous allons évoquer la psychologie de l'enfant selon lui

Etymologiquement, la psychologie vient du mot grec : « **psukhê** » qui veut dire âme et logos qui signifie sciences ; autrement dit, c'est l'étude scientifique des faits psychiques.

« Sans connaître le terrain, la plante et la maladie, l'agriculteur et le médecin risquent de commettre des erreurs. C'est pourquoi la connaissance des sols, des plantes, des maladies entraîne des bons résultats au niveau de l'agriculture et de la médecine. »

Il en est de même pour l'éducateur, faute de connaître l'élève, le maître court le risque de se tromper. Une bonne connaissance de l'enfant éclaire l'éducateur »¹⁴

Notre but était simplement de vous montrer que l'enfant n'est pas un petit adulte car ses structures mentales sont qualitativement différentes.

Pour, Piaget : « ***L'intellect et l'affectivité sont différents de l'enfant à l'adulte, les perceptions évoluent beaucoup moins*** »¹⁵

L'analyse expérimentale du développement intellectuel de l'enfant conduit Jean Piaget à distinguer quatre grandes périodes, elles-mêmes :

- Une période sensori-motrice jusqu'à 2ans
- La période préopératoire de 2 à 7ans
- La période des opérations concrètes de 7 à 11ans
- La période des opérations formelles de 12 ans au plus
- **La période sensori-motrice jusqu'à 2ans**

Le développement des opérations intellectuelles commence de la première période de l'organisation psychique. Dans cette phase, l'enfant utilise seulement le cinq sens comme moyen de perception. Cela ne veut pas dire que son intelligence ne fonctionne pas. Cette intelligence travaille déjà au cours de la première année d'existence par un effort de compréhension de situations. A partir d'un an et à mesure que son langage se perfectionne, sa première activité intellectuelle se fait jour.

- **La période préopératoire (de 2ans à 7ans)**

C'est la prolongation de l'action sensori-motrice à l'intelligence. A cette période l'enfant est très curieux. Il veut tout savoir. Sa pensée intelligence demeure encore préopératoire

Jacquin ajoute « Une sorte d'ivresse de causalité se poursuit les « pourquoi » se succèdent tout au long de la journée. Mais dans tout cela, il ne met aucune méthode, la seule loi, qui compte pour lui est la curiosité fugitive des moments; sans continuité dans les intérêts. Il suit sa fantaisie de jeune papillon »¹⁶

- **La période opératoire concrète (7 à 11ans)**

L'enfant se rend compte de ce qu'il pense et de ce qu'il dit. Sa mémoire emmagasine. Son attention devient volontaire. Il commence à raisonner et à juger, à faire parmi ses affirmations un choix plus logique et plus judicieux.

¹⁴ IPAM, Pédagogie pour l'Afrique Nouvelle EDICEF Paris, 1978 P28

¹⁵ Claire Calderon, Devenir professeur des écoles, 1992, P221.

¹⁶ F. MACAIRE, Notre beau métier, Manuel de pédagogie appliquée, Edition 1979, p135

Mais des multiples opérations naissantes sont limitées seulement à des objets concrets. D'où l'inutilité des discours dans les classes primaires et la nécessité de l'enseignement concret.

- **La période des opérations formelles de 12ans au plus (vers l'adulte)**

Peu à peu, sous l'influence des études, l'adolescent prend goût au raisonnement et à la pensée. Son jugement se forme. Un certain équilibre s'établit entre ses désirs et ses possibilités. Il se juge avec plus d'objectivité

D'après Piaget « Ce n'est que vers douze ans que commence le stade des opérations formelles où la pensée lie non plus les objets manipulés ou représentés mais les énoncés verbaux ou les idées qui désignent ces objets » ¹⁷

L'éducateur doit tenir compte de cette lenteur de l'évolution pour ne proposer à l'enfant des activités qu'en rapport avec son âge et son degré de développement.

5.1.2. Les fondements épistémologiques de la démarche piagétienne

Pour Piaget « La connaissance n'est pas préformée dans l'individu, elle ne s'imprègne pas non plus dans l'esprit sous la pression des éléments extérieures. Elle se construit à travers des interactions du sujet et de l'objet. La connaissance s'enracine dans l'action » ¹⁸

Trois processus concourent à la construction des structures cognitives :

« L'assimilation, l'accommodation et l'équilibration »

L'analogie de la digestion va permettre d'expliquer les deux fonctions « assimilation-accommodation » que Piaget a empruntées à la biologie.

L'incorporation des aliments dans un organisme nécessite une double transformation celle des aliments et celle de l'organisme.

- **La transformation des aliments**

Les aliments doivent être décomposés en nutriments pour pouvoir s'intégrer dans l'organisme.

En effet, ce ne sont pas des aliments entiers qui sont incorporables dans l'organisme, mais seulement certains des nutriments qui les composent.

¹⁷ Jean. Paul, Resweber, Les pédagogies nouvelles, 1992, P70

¹⁸ M Crahay, Théorie de l'apprentissage, Edition du seuil. P26.

La notion biologique d'assimilation renvoie strictement au processus qui permet d'incorporer des nutriments dans la structure physiologique de l'organisme sans entraîner une modification significative de celle-ci.

- La transformation de l'organisme

Une personne qui ne consomme jamais de fruits de mer de mets épicés ou des boissons alcoolisées risque d'indigestion les premières fois qu'elle va en prendre. Boire l'eau du robinet ou ingurgiter certains mets en pays étranger provoque parfois des troubles gastro-intestinaux. En effet, lorsque l'organisme absorbe des aliments inhabituels, son système digestif doit se transformer pour s'ajuster à ces nouveautés : par exemple, apprendre à sécréter les sucs gastriques appropriés ou améliorer sa résistance aux épices et alcool. La notion biologique d'accommodation renvoie à une transformation du système digestif pour s'adapter aux nouveaux aliments.

Du point de vue du constructivisme, le système cognitif d'une personne a un fonctionnement analogue à celui de son système digestif.

Les notions d'assimilation et d'accommodation sont aussi des fonctions cognitives : elles permettent de comprendre comment les connaissances fonctionnent pour accéder à l'inconnu à partir du connu.

Du point de vue de ces deux fonctions, apprendre signifie être doublement actif : pour connaître quelque chose de nouveau, une personne lui applique ses connaissances antérieures (assimilation) et transforme ensuite une partie de ces connaissances (accommodation).

Assimiler

Au départ, une personne ne peut assimiler une nouveauté que dans le réseau de connaissances dont elle dispose déjà.

Assimiler, c'est rendre pareil : par exemple l'expression assimiler des immigrants veut dire les rendre semblables aux membres de la société d'accueil. La signification est la même sur le plan cognitif : « **assimiler des connaissances nouvelles, c'est les rendre semblables à celles dont on dispose déjà. C'est en quelque sorte les transformer en connaissances anciennes.** »¹⁹

Assimiler, c'est transformer les connaissances nouvelles en ses connaissances anciennes.

Dans l'analogie de la digestion, il faut transformer les aliments en nutriments pour ceux-ci puissent être assimilés. Il en va pareillement pour les connaissances : il faut transformer les nouveautés reçues de l'extérieur en «**nutriments cognitifs**» et ce sont ces derniers qui s'intègrent dans le système cognitif de la personne.

¹⁹ Domenico, Le constructivisme en terme simple, vue pédagogique n°143-Avril-Mai 2007, pp 48-50

Du point de vue constructivisme, l'assimilation pure du nouveau constitue, en quelque sorte, une déformation de celui-ci. L'acte d'assimilation ne conduit au niveau que si et seulement si il y a aussi accommodation, c'est-à-dire transformation des connaissances anciennes.

S'accommoder

« S'accommoder, c'est transformer ses connaissances anciennes en connaissances nouvelles ou renouveler ses connaissances anciennes »²⁰

L'accommodation, c'est l'adaptation aux diverses situations.

L'accommodation est l'acte par lequel un organe une fonction ou la personne elle-même s'adapte aux conditions d'un environnement donné.

Au plan biologique, le corps, en s'accommodant, s'adapte par exemple aux conditions de température de son milieu par des réactions d'ordre physiologique.

Au plan mental, l'accommodation de l'intelligence au monde extérieur a pour effet la transformation des schèmes de la pensée.

Piaget a défini : « **Toute modification des schèmes d'assimilation sous l'influence des situations extérieures auxquelles ils s'appliquent** »²¹

C'est l'environnement (ou l'objet de connaissance, qu'il soit réel ou abstrait) qui force l'accommodation. Lorsque je parle à un parisien qui n'est pas familier avec le français québécois je me vois forcé d'ajuster mon, accent si je tiens à être compris. La réussite de mon accommodation est sanctionnée par le fait que le Parisien comprend maintenant ce que je lui dis.

A un niveau plus abstrait, le fait que j'admette que $a > b$ et que $b > c$ me conduira avec le temps certes, et la logique (s'imposant sous effet d'expériences actives) à comprendre que $a > c$

S'équilibrer

Lorsqu'une personne fait face à une situation nouvelle et que l'assimilation n'est pas suivie d'une accommodation, il se produit alors un déséquilibre. Par contre, dès que la personne parvient à s'accommoder, il s'ensuit un rééquilibrage qui correspond à une adaptation à la situation nouvelle.

La construction de la commutativité par un mathématicien que Piaget a pris comme un exemple : lorsque l'enfant compte une première fois de gauche à droite les pierres alignées, l'équilibre demeure parce que rien ne vient déranger sa façon de voir.

Par contre, en comptant une deuxième fois les pierres, de droite à gauche cette fois, il est surpris d'obtenir le même résultat, ce qui déséquilibre sa façon de voir. Pour lui, en effet, compter dans une direction ne devrait pas aboutir au même résultat que de le faire dans la

²⁰ Domenico IDEM P50

²¹ Georges Lerbet, Les nouvelles sciences de l'éducation Paris, 1995 P139.

direction contraire, car il n'a pas encore construit la commutativité. Pour surmonter ce déséquilibre, il fait une expérience active : il ordonne les pierres de différentes façons et se rend compte que le résultat est toujours le même. En réfléchissant sur son expérience, il en conduit que l'ordre dans lequel il compte les pierres ne joue aucun rôle sur le résultat. Il se rééquilibre alors : sa pensée accommodée et les faits de l'expérience s'accordent. L'équilibre est l'état dynamique qui réunit assimilation et accommodation.

Lorsqu'il y a équilibre entre l'assimilation et l'accommodation, il y a construction d'une nouvelle connaissance et adaptation à la situation.

Pour terminer, l'homme accède à la connaissance par le biais d'assimilation et d'accommodation,

«Les interactions constantes entre le sujet et le milieu, par le biais d'assimilation et d'accommodation, permettent au sujet de s'adapter au milieu »²²

Finalement, la théorie constructiviste de Jean Piaget est fondée sur le sujet (apprenant) en action par le biais d'assimilation et d'accommodation en utilisant les connaissances anciennes (son déjà-là).

²² Daniel GAONAC'H, Manuel de psychologie pour l'enseignement, Hachette Paris 1995, P98

5.2. Le choix pédagogique de la théorie constructiviste

5.2.1. Le terme « pédagogie »

La définition du mot « pédagogie » n'est pas facile par suite des usages très différents.

Dans un certain vocabulaire, on peut même le rapprochement suivant « **science de l'éducation et art d'enseigner** »

L'éducation est du domaine de l'action mais l'action éducative ne naît ni aveugle et ni automatique, elle est très souvent précédée, accompagnée et suivie d'une réflexion plus au moins théorique ou plus au moins scientifique :

C'est la pédagogie

« Il ne faut pas confondre éducation et pédagogie. L'éducation est l'art d'élever les enfants. La pédagogie est la théorie de cet art »²³

Si l'éducation est une pratique, la pédagogie est la réflexion sur cette pratique.

Etymologiquement « pédagogie » vient de l'ensemble de deux mots grecs « **peda** » et « **agogos** ». Le terme « **peda** » veut dire « enfant » tandis que « **agogos** » signifie « conduit » donc pédagogie, c'est amener les enfants d'un point vers un autre point.

La pédagogie, réflexion sur l'éducation, peut se situer à plusieurs niveaux :

- Soit elle s'interroge les finalités à effectuer à cette éducation
- Soit sur la nature des connaissances qu'elle doit contribuer à transmettre (programme)
- Soit vers la pratique pédagogique (réflexion sur les méthodes utilisées). Dans ce cas elle se fond alors avec les didactiques (centré sur les contenus et la façon de transmettre ces contenus)

5.2.2. Le choix pédagogique de la théorie constructiviste

Nous avons vu que dans les fondements épistémologiques de la démarche piagétienne. « **La connaissance s'enracine dans l'action par le biais d'assimilation et d'accommodation** ». « **Piaget se soit intéressé aux pédagogies qui cherchent à s'appuyer sur la connaissance de l'apprenant et son activité organisatrice de ce développement** »

Ainsi la pédagogie constructiviste est centrée sur l'apprenant en action. C'est une pédagogie basée sur la psychologie génétique de l'apprenant. Le constructivisme respecte la nature des enfants.

Il faut encourager les apprenants à être curieux intellectuellement. Il doit aussi encourager l'autonomie des apprenants

²³ F. Macaire, Notre beau métier, Manuel pédagogie appliquée, Edition 1979, P20

Pour le constructivisme, la participation des élèves est la plus importante pour qu'ils puissent se construire leurs propres connaissances. C'est une pédagogie participative qui se confond à la méthode active. ***D'emblée, la psychologie de Piaget est en harmonie avec les méthodes actives en Pédagogie »***²⁴

C'est un enseignement centré sur l'élève qui a pour principe central : L'élève ne doit pas recevoir la connaissance toute faite. Il lui appartient de la découvrir, de la construire lorsqu'il en éprouve le besoin, ce qui ne signifie cependant pas qu'il doit tout réinventer.

Les qualités les plus souvent attribuées à l'enseignement centré sur l'élève sont :

- La relation avec le professeur se veut démocratique. Les élèves participent à la formulation des règlements et à leur application
- Les élèves prennent des initiatives, sont actifs
- Les élèves se voient offrir le maximum d'occasions de construire la connaissance, tant à l'école qu'en dehors de ses murs. La théorie constructiviste de Piaget est généralement la référence de base. Toute expérience nouvelle est reliée aux précédentes.
- Le maître est avant tout personne de ressources. Il informe des moyens disponibles et en facilite l'accès. Il diagnostique les problèmes de l'élève, le guide sans le contraindre, travaille le plus souvent possible avec lui seul ou avec des petits groupes.
- L'interaction maître-élève est ici un élément capital
- L'élève progresse à son allure propre ; l'utilisation du temps est souple. Différentes voies d'apprentissage sont proposées et les moyens adéquats sont offerts. L'apprentissage indépendant est encouragé.
- Le travail de classes rigides, n'accueillant au départ que des élèves du même âge, est abandonné.
- Le travail en petits groupes, parfois composés d'élèves d'âges différents, est aussi favorisé. L'hétérogénéité est souvent préférée
- L'auto-évaluation est encouragée
- L'auto-évaluation se fait aussi par observation directe et sur la base de rapport anecdotique et d'échantillons de travaux. L'évaluation est continue.

²⁴ DEBESSE ; Traité des sciences pédagogiques, Tome 4, Psychologie de l'éducation, P: 80.

CHAPITRE-6: LA DIDACTIQUE CONSTRUCTIVISTE ET LE SOCIOCONSTRUCTIVISME

6.1. La didactique constructiviste

6.1.1. Le terme didactique

Etymologiquement la « didactique » vient des mots « didaktitos » qui veut dire « propre à instruire et didaskein » qui signifie enseigner instruire et apprendre.

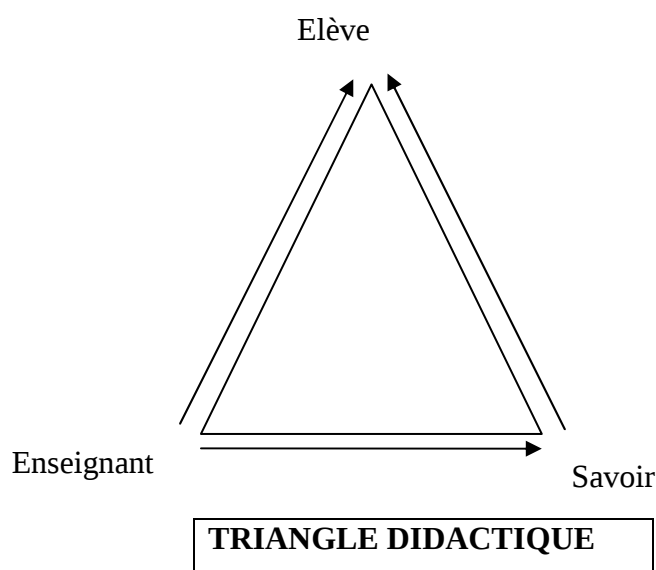
D'après Marsais « *Le grand point de la didactique c'est-à-dire de la science d'enseigner, c'est de connaître les connaissances qui doivent précéder et celles qui doivent suivre et la manière dont on doit graver dans l'esprit* ²⁵ et

Pour Aebli

« *C'est une science auxiliaire de la pédagogie à laquelle cette dernière délègue pour la réalisation de détail, des tâches éducatives plus générales. Le didacticien cherche à résoudre des problèmes de ce genre :*

Comment amener l'élève à acquérir telle notion ». ²⁶

Schématiquement, la didactique des disciplines est représentée par un triangle à trois constituantes : **savoirs, enseignants et élèves**



- Le savoir : son étude et sa définition sont des domaines des experts de la discipline, qui structure et organisent le « savoir savant » à partir duquel les décideurs institutionnels définitivement **le savoir à enseigner**

²⁵ Laurence Cornu, La didactique en question, Hachette édition 1992, P18.

²⁶ Aebli, Formation ENS, 2009

La transposition didactique consistait alors pour l'enseignant à construire ses leçons en allant puiser dans les savoirs savants par les instructions et les programmes (savoirs à enseigner) pour les adapter à sa classe au niveau des élèves et aux objectifs poursuivis.

La transposition consiste à extraire un élément de savoirs de son contexte universitaire pour les recontextualiser dans le contexte toujours singulier de la classe.

L'enseignant

L'enseignant peut lui-même être étudié comme sujet social, institutionnel et affectif.

L'élève : La connaissance des élèves peut relever quant à elle de quatre types d'approches, comme sujet biologiques, affectifs, épistémiques (psychologie des apprentissages ou sociaux)

- La réflexion s'est développée sur la base de l'échec des pédagogies traditionnelles de communication frontale, univoque, fondée sur l'imprégnation d'élèves considérés comme des sujets neutres et similaires.

A l'encontre de tels schémas, la didactique pose que les élèves ne sont pas des boîtes vides, mais participent à la construction de leurs connaissances nouvelles.

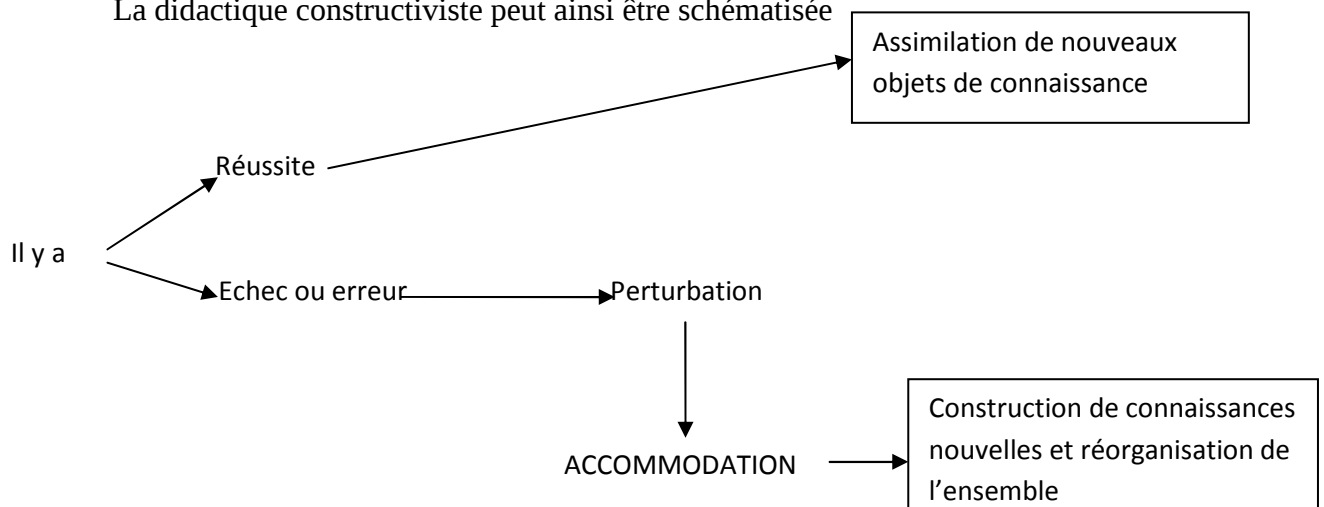
6.1.2. La didactique constructiviste

L'apprentissage nécessite que l'apprenant rencontre un problème à résoudre, que son système de connaissances lui permet de comprendre de façon à ce qu'il puisse engager ses connaissances pour chercher une stratégie de résolution. En effet après une erreur, l'apprenant corrige sa faute et retrouve l'attitude ou l'idée juste.

En d'autres termes, le constructivisme crée une situation de départ ou une situation problème, afin d'amener l'apprenant à examiner ses conceptions de l'objet (situation de départ)

Le rôle de l'enseignant est alors celui d'un guide, d'un facilitateur, d'un stimulateur, d'un conseiller.

La didactique constructiviste peut ainsi être schématisée



Prenons l'exemple, au niveau sensori-moteur, de l'acquisition de la préhension et de son développement qui témoigne de ce phénomène de compensation active.

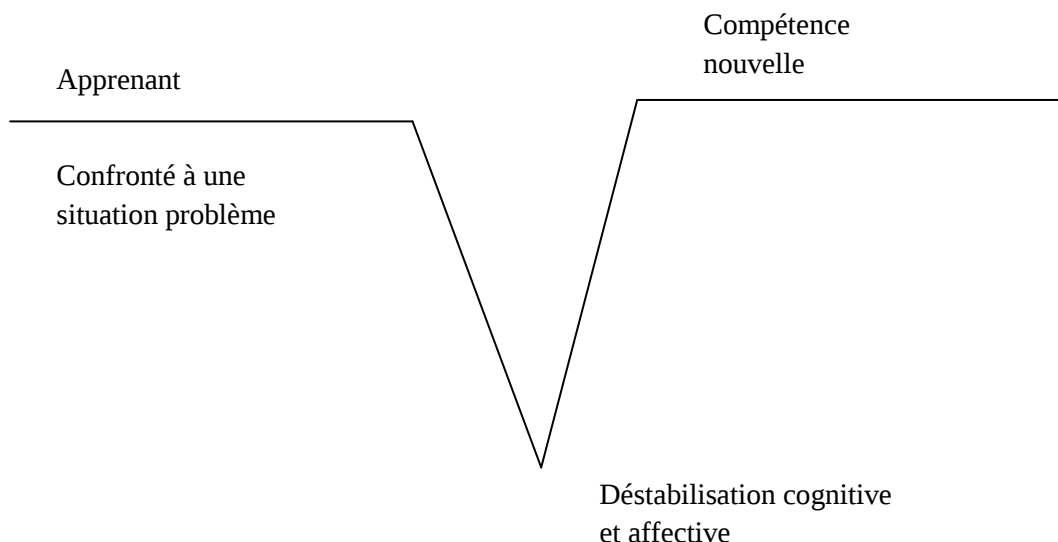
Dès l'apparition de geste de préhension entre 4 et 6 mois, l'enfant manifeste une volonté permanente de capturer des objectifs aux formes et aux positions dans l'espace les plus variées. Ainsi, le nourrisson désire prendre un objet aux caractéristiques physiques non habituelles pour lui, ce qui représente une **perturbation**, doit modifier l'organisation de son geste s'il veut espérer y parvenir.

Au niveau formel, on peut évoquer la situation d'une démonstration mathématique. Le sujet confronte le produit de son raisonnement à ce qu'il doit démontrer. Dans le cas très fréquent où la solution n'est pas trouvée dès le premier essai, on peut considérer que le sujet est confronté à une succession de perturbation qui l'amèneront ou non par compensations actives successives à la solution.

Ces exemples nous montrent que l'importance d'auto activité du sujet par rapport à son développement cognitif apparaît dès la naissance. Tout progrès n'est rendu possible que si le sujet s'y investit activement.

Les déséquilibres obligent un sujet à dépasser son état actuel et à chercher quoi que ce soit en des directions nouvelles. Les déséquilibres constituent un facteur essentiel, en premier lieu « **motivationnel** » et en second lieu « **directionnel** » puisque la perturbation qui s'ensuit engendre en quelque sorte un problème dérivé.

Selon PIAGET, ce processus de développement cognitif peut être schématisé comme suit :



27

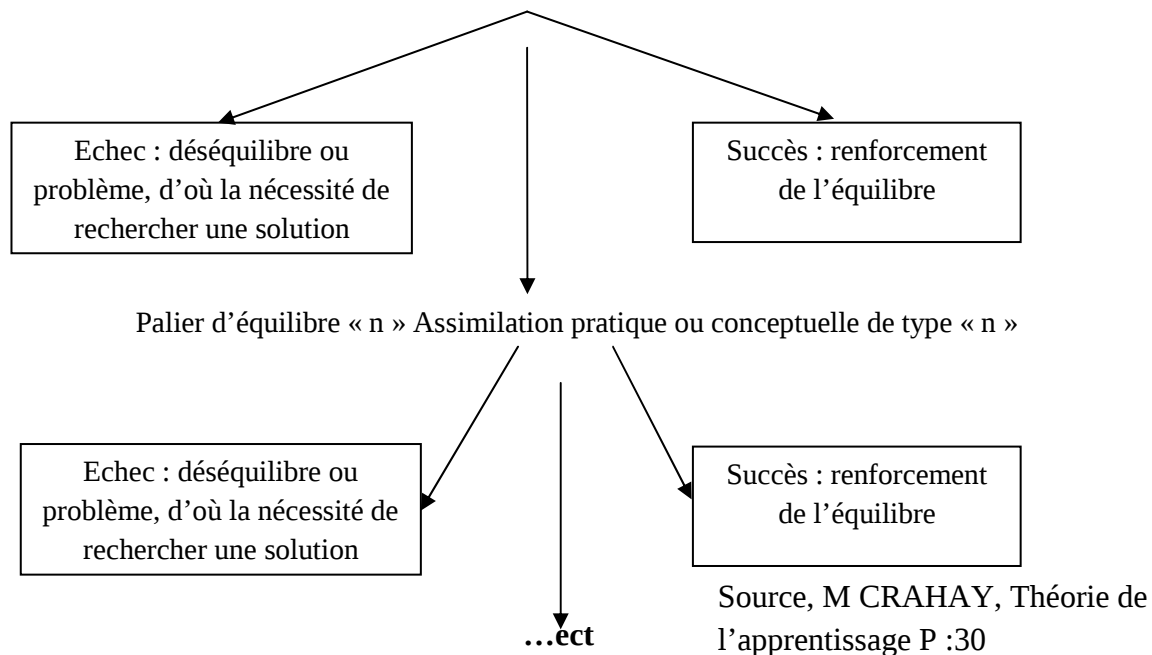
²⁷ Roger RATO VONJANAHARY, cours Maîtrise spécialisée en formation et développement Module 3 Les techniques de formation édition 2009 p13 pp 1-63

Sur cette base, Jean Piaget affirme que les étapes qui caractérisent le développement sont en réalité des paliers successifs d'équilibre.

Chacun d'entre eux résulte d'une tentative visant à corriger les faiblesses du niveau antérieur tout en intégrant dans la structuration nouvelle. Chaque niveau d'équilibre détermine le suivant en ce sens que la recherche d'une solution nouvelle est imposée par le caractère lacunaire de l'adaptation (ou de l'équilibre initiale)

Schématiquement, nous avons,

Palier d'équilibre $n - 1$ = *assimilation pratique ou conceptuelle de type $n - 1$*



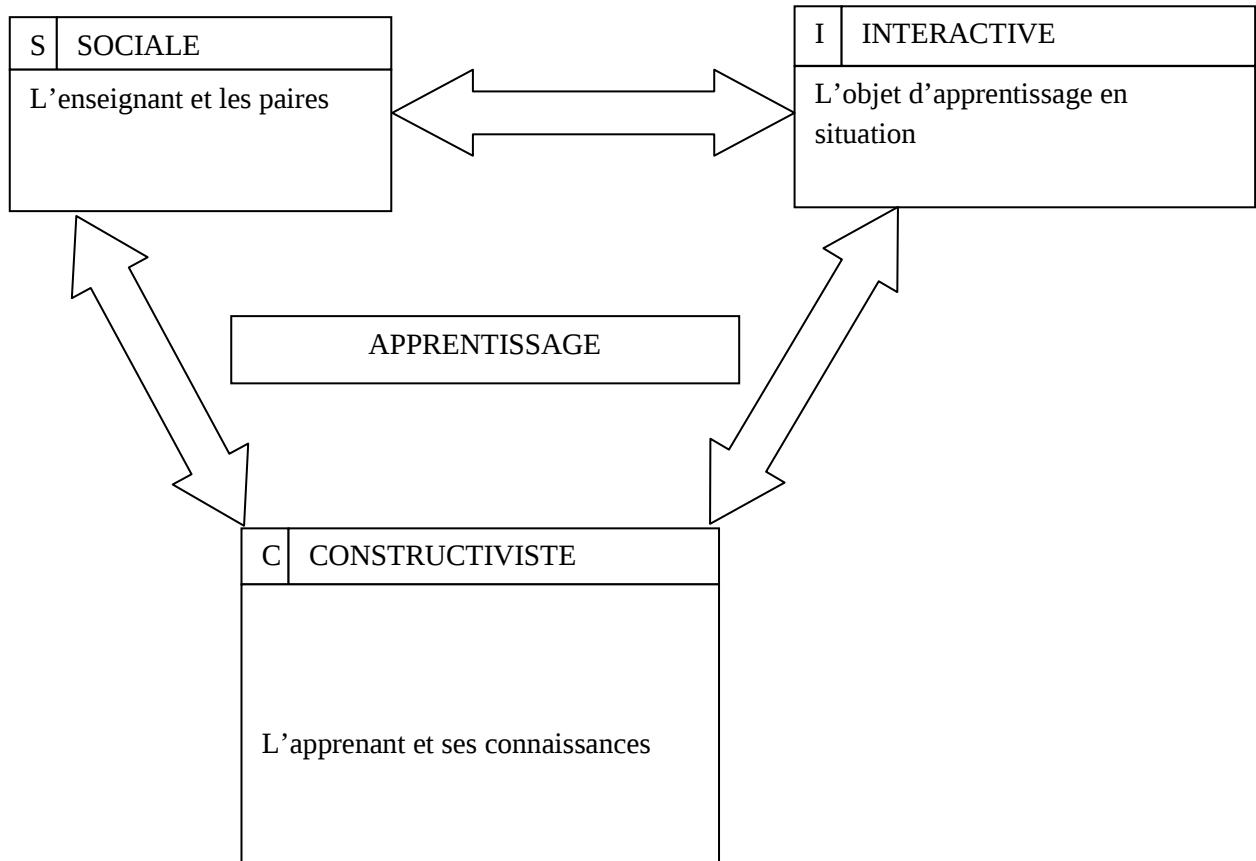
28

6.2. Les modèles socioconstructivisme et interactif : le modèle SCI

Pour le didacticien constructiviste, les trois dimensions suivantes sont indispensables.

- **La dimension constructiviste** : des processus d'appropriation de construction des connaissances par un sujet
- **La dimension interactive** : de ce même processus, puisque les connaissances du sujet y sont mises en interaction avec l'objet à apprendre.
- Nous y ajoutons nécessairement **la dimension sociale**, puisque nous nous intéressons en tant que didacticien, aux apprentissages en contexte scolaire à propos de savoirs codifiés par une communauté donnée (les enseignants).
- Schématiquement, nous avons

²⁸ M.CRAHAY Théorie de l'apprentissage, édition seuil P30



²⁹LE MODELE SCI

²⁹ Jonnaert Philippe, Fondements épistémologiques des choix didactiques et pédagogiques module 2 formation 2009, p53

Dimension et facette du modèle SCI

Quelles dimensions de l'apprentissage scolaire?	L'apprentissage scolaire se construit comment?	Quelles sont les facettes qui organisent l'apprentissage?
S SOCIALE ↑↓ C CONSTRUCTIVISTE ↑↓ I INTERACTIVE	Avec les autres élèves Avec l'enseignant ...en plaçant l'apprenant dans les conditions de construire lui-même ses connaissances de fonctionner sur la base de ses connaissances plus anciennes ... en permettant à l'apprenant d'interagir avec le milieu dans des situations à propos de l'objet d'apprentissage	Facettes liées à l'organisation des interactions sociales et des activités d'enseignement Sous le contrôle de l'enseignant Facettes liées à l'organisation de l'apprentissage Sous le contrôle de l'apprenant Facettes liées à l'organisation de l'objet d'apprentissage Sous le contrôle des savoir codifié

30

La dimension constructiviste

Le constructivisme postule que la connaissance n'est pas le résultat d'une réception passive d'objets extérieurs, mais constitue plutôt le fruit de l'activité du sujet. Cependant, cette activité ne porte pas sur n'importe quel objet. Elle manipule essentiellement les idées, les connaissances et les conceptions que le sujet possède déjà à propos de l'objet à apprendre, qu'il s'agisse ou non d'un savoir codifié.

Le sujet construit ses connaissances par une activité réflexive sur ce qu'il sait déjà, adaptant ses propres connaissances à l'exigence de la situation à laquelle il est confronté et aux caractéristiques qu'il décode lui-même sur l'objet à apprendre.

Cette activité est dès lors réflexive au sens mathématique du terme, puis qu'elle forme une boucle autour des connaissances du sujet avec l'objet à apprendre (le nouveau) les unes s'adaptant aux autres et vice-versa. Cette activité réflexive et dialectique n'est cependant possible que si les connaissances du sujet, ses représentations mentales et ses conceptions, sont mises en interaction avec l'environnement physique.

Sinon, à quoi ces connaissances et ces représentations s'adaptent-elles ?

La seconde dimension que nous évoquerons sera alors la dimension interactive.

La dimension interactive

La dimension interactive évoque les situations auxquelles le sujet est confronté et à l'intérieur desquelles ses connaissances se heurtent à de nouveaux objets à apprendre qui peuvent être autres choses, être le savoir codifié.

Il s'agit donc d'une mise en interaction des connaissances anciennes du sujet (son déjà-là) ses représentations, ses théories et ses conceptions avec les nouveaux à apprendre, rencontré dans des situations contextualisées. Par cette dimension interactive, nous évoquons essentiellement le fait que le sujet construit de nouvelles connaissances, ou modifie d'anciennes connaissances, que s'il vit en interaction avec son milieu physique et social. Les apprentissages se développent grâce aux interactions que le sujet établit avec son milieu.

En termes d'apprentissages scolaires, cela signifie que le sujet ne peut apprendre qu'en situation.

Les situations auxquelles le sujet est confronté contiennent, en contexte scolaire, le savoir codifié à apprendre, il est en général mis en situation. Cet aspect est fort important, car c'est à travers ces situations que la dialectique savoir/connaissance évoquée dans le paragraphe précédent, peut réellement avoir lieu.

La dimension sociale

Evidemment, en contexte scolaire, mais pas seulement en contexte scolaire, les interactions sociales constituent une composante essentielle des processus de construction des connaissances.

Ces interactions sociales sont faites d'une part des échanges avec les pairs et d'autre part des échanges avec l'adulte. Mais à nouveau le processus est complexe.

La simple question des finalités des apprentissages scolaires engendre par exemple des réflexions qui portent autant sur la nature des apprentissages scolaires que sur la pertinence sociale de leurs résultats et donc sur celle de l'apprentissage mêmes des savoirs codifiés.

Nous les résumons en triple ancrage de la dimension sociale dans ce processus de construction des connaissances : celui les interactions sociales qui provoquent les conflits sociocognitifs inter et intra-individuels, celui de l'inscription de l'école et des savoirs codifiés dans un environnement social finalisé.

Celui, éthique, de la responsabilité de l'apprenant face aux connaissances qu'il construit, qui sont nécessairement les siennes.

CONCLUSION

Pour cette deuxième partie, qui est consacrée à la théorie constructiviste :

- Le constructivisme veut dire d'une part, les entités mathématiques telles que les figures géométriques et les ensembles n'existent que si on peut les construire ou encore les calculer s'il s'agit de nombres ou les énoncés mathématiques ne soient vraies que si l'on peut en donner une preuve constructive.

- D'autre part, le constructivisme est une théorie psychologique principalement inspirée de travaux d'épistémologiques génétiques, de Jean PIAGET. Les fondements épistémologiques de la théorie constructiviste de Jean Piaget est de considérer que par un processus d'assimilation et d'accommodation, le sujet construit activement leurs propres connaissances à partir du déjà-là

- Les connaissances sont construites par les personnes elles-mêmes, en interaction avec des savoirs codifiés trouvés dans les programmes d'études ou d'autres documents. Il faut remarquer que les savoirs codifiés sont trouvés dans les manuels (livres ou documents) tandis que les connaissances sont à l'intérieure du sujet ou apprenant.

- Comme le constructivisme s'intéresse au sujet en action pour construire leurs propres connaissances alors il a choisi une pédagogie active qui harmonie à la méthode active. Sur ce point, le constructivisme tient compte les capacités mentales des apprenants et leurs activités organisatrices.

- Pour le didacticien constructiviste, lors d'un apprentissage/enseignement, l'apprenant en action rencontre des difficultés (situation de départ). Les difficultés rencontrées par l'élève entraine le déséquilibre mental pour lui, qui nécessite de chercher un équilibre stable. En face de cela, le professeur est un guide, facilitateur pour que l'élève arrive à l'état d'équilibre (compétence nouvelle).

D'ailleurs, le didacticien constructiviste s'intéresse également aux trois dimensions indispensables : les dimensions constructiviste, interactive et social lors d'un apprentissage.

- Nous avons vu les fondements de la théorie constructiviste (assimilation-accommodation-équilibre). Comment donc appliquer le paradigme constructiviste à l'enseignement de la discipline mathématique ?

Comme la mathématique est une science abstraite, nous allons traiter au premier la philosophie mathématique. Nous analyserons d'abord le programme scolaire avant d'appliquer la théorie constructiviste à l'école secondaire.

PARTIE-III :

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU LYCÉE SUIVANT LE PARADIGME CONSTRUCTIVISTE

INTRODUCTION

La Mathématique est une science abstraite : elle est essentiellement une méthode de pensée. L'abstraction est l'opération par laquelle l'esprit isole dans un objet, une qualité particulière pour la considérer à part.

Dans le dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation, d'après Philippe Champy : « *La mathématique est une science qui étudie les propriétés d'être abstraites tels que les nombres, les figures et les espaces...* »

Les mathématiques se sont développées depuis l'antiquité avec la construction d'une géométrie déductive par les mathématiciens Grecs qui a été synthétisée par Euclide »³¹

Ainsi, la mathématique a une particularité et sa philosophie.

Autrefois, certains pensaient que les mathématiques étaient l'affaire des spécialistes qu'elles étaient l'outil des chercheurs, des ingénieurs et des techniciens. Par contre, les mathématiques étaient déjà présentes dans la plupart des activités humaines. L'utilité des mathématiques se développent dans de nombreuses professions et branches.

Grâce aux Mathématiques, se font les échanges sur le marché national ou international. Les activités géométriques permettent aux personnes de distinguer les caractéristiques d'un terrain hexagonal, triangulaire et rectangulaire.

La statistique sert à traiter et interpréter des données dans des multiples domaines.

Dans le domaine de santé, les activités numériques aident les médecins et les infirmiers à compter le débit du sérum liquide.

Nous remarquons aussi, l'existence d'une interdisciplinarité des Mathématiques avec les autres disciplines. En éducation physique et sportive, on emploie par exemple l'unité de longueur, le mètre, pour mesurer la performance d'un apprenant en saut en hauteur. De même l'élève apprend le lancement du poids, durant l'horaire de sport mais, il étudie aussi « **la sphère et la boule** » en activité géométrique.

Comme les Mathématiques sont des sciences abstraites mais utiles à la vie courante, il est nécessaire d'étudier la philosophie mathématique et puis l'utilité mathématique dans des nombreux secteurs oblige le professeur à choisir un paradigme adéquat pour enseigner cette discipline. Dans notre travail de recherche nous allons essayer d'appliquer le paradigme constructiviste pour l'enseigner après avoir analysé le programme scolaire dans les classes secondaires.

³¹ Philippe Champy, Dictionnaire encyclopédique de l'éducation et de la formation, Edition 1994, P763.

CHAPITRE-7 : LA PHILOSOPHIE MATHÉMATIQUE

La science mathématique comprend des branches multiples et recouvre des domaines bien divers. On dit quelquefois que la mathématique est la science des **quantités** et de la mesure, c'est-à-dire des rapports entre les quantités mais il est plusieurs sortes de quantités : à première vue on peut distinguer la quantité discontinue (**discret**) ou nombre, objet de l'arithmétique. L'algèbre est une arithmétique généralisée qui ne considère dans les nombres que leurs relations et fait abstraction de leur valeur chiffrée. La quantité continue ou grandeur (divisible à l'infini) est l'objet de la géométrie. Mais on peut exprimer la forme géométrique par le langage de l'algèbre (courbes, traduire en équation). C'est l'objet de la géométrie analytique, fondé par Fermat et Descartes.

La Mécanique ou science du mouvement est d'autre part traditionnellement comprise dans le corps des sciences Mathématiques. Enfin des disciplines mathématiques nouvelles sont apparues au XIX siècle : **la théorie des groupes**. Un groupe est un système d'éléments mathématiques qui se tirent les uns des autres selon une loi définie : par exemple les nombres entiers, ou bien les multiples de 3. La théorie des ensembles (qui concerne les collections finies ou infinies d'êtres mathématiques). La topologie ou géométrie de position, ne se soucie ni de la taille des figures ni de leur forme. Ce n'est pas une géométrie de grandeurs. Elle s'intéresse à l'ordre de succession des points d'une figure, à la position relative des parties d'une figure.

7.1.L'origine des Mathématiques

Pour les empiristes les notions Mathématique :

- Comme toutes nos connaissances – sont directement tirées de l'expérience sensible et les Mathématiques sont une science d'observation. J.Stuart Mill écrit que « **les points, les lignes, les cercles que chacun a dans l'esprit sont des simples copies des points, des lignes, des cercles qu'il a connus dans l'expériences** ». Le fil à plomb a suggéré la ligne droite, la surface du lac a suggéré le plan. L'idée du cercle vient du tronc d'arbre.

De même la notion du nombre serait tirée de la perception des multiplicités concrètes, globalement appréciées avant d'être dénombrées : le berger inculte saisit d'un seul coup d'œil que son troupeau n'est pas au complet.

A ce point de vue, on oppose traditionnellement le point de vue idéaliste. Socrate, dans un dialogue de Platon, contemple les osselets d'un jeu. Il remarque qu'il y a cinq osselets.

Les osselets sont là, ils existent, on peut les toucher. Mais où est le cinq ? Le cinq n'existe pas au sens où les osselets existent. Le cinq est une façon de penser cet ensemble d'osselets. Le Mathématicien est un homme qui a quitté le monde des apparences sensibles, du concret et qui vit dans un monde d'idées, dans un monde de pures relations translucides à l'esprit. L'abstraction mathématique n'est pas la schématisation de l'expérience, des réalités perçues, mais le refus de l'expérience. L'espace du géomètre est une «**étendue intelligible** » non l'étendue concrète.

La géométrie n'est pas née de la simple contemplation de figures concrètes ou d'essences idéales. Elle est issue de l'arpentage, c'est-à-dire des techniques de mesure de la terre, ou de la surface de la terre.

Le nombre zéro, par définition ne représente rien, ne désigne aucune réalité. Le mot huido pour zéro qui veut dire vide. La Mathématique n'est pas une science d'observation. En revanche, le nombre zéro a une valeur opératoire considérable.

J'écris 103, je vois tout de suite que la colonne des dizaines est vide et je puis pratiquer très aisément toutes opérations d'addition, de soustraction, de multiplication, de division.

De même la généralisation de la notion de nombre est liée à des opérations. Par exemple, le nombre négatif, dit très bien M. Piaget, ne saurait s'abstraire de rien de sensible puisqu'il correspond à quelque chose d'inexistant. Ce sont des opérations économiques (dettes) ou géométriques (inversion de direction) qui suscitent l'invention de ce symbole opératoire.

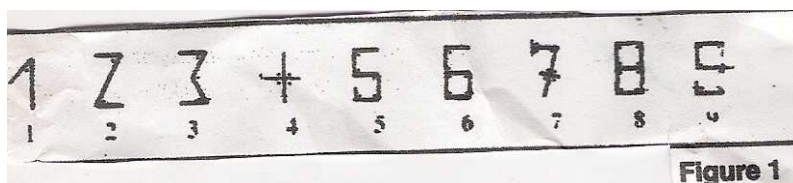
Les nombres fractionnaires sont également d'origine opératoire ainsi que les incommensurables ($\sqrt{2}$) qui sont des symboles issus des difficultés rencontrées par les Pythagoriciens dans la mesure des grandeurs (pas de commune mesure entre le diagonale et le côté du carré) c'est le besoin qui crée l'organe. Quand aux nombres imaginaires ($i = \sqrt{-1}$) dont le nom même est assez évocateur, ils correspondent à l'extension aux nombres négatifs de l'opération d'extraction de la racine carrée. C'est la solution des équations des deuxièmes degrés qui impose cette génération. Les nombres imaginaires ont donné en quelque sorte un sens aux solutions impossibles d'équations telles que $x^2 + x + 1 = 0$

7.2. Histoire de chiffres ; hypothèses et origines ³²

Cet article propose quelques figures de l'histoire universelle des chiffres.

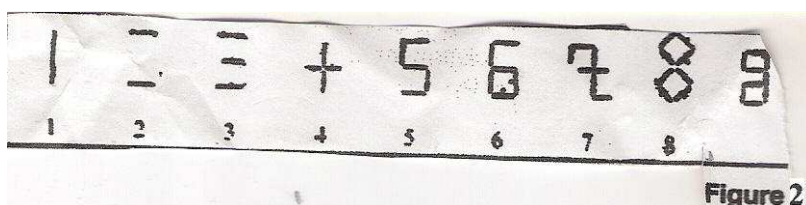
Le nombre d'angles

Le nombre d'angles contenus dans chaque dessin issu d'une tradition populaire en Egypte et en Afrique du Nord : un angle pour le graphisme du chiffre 1, deux angles pour les chiffres 2 ...



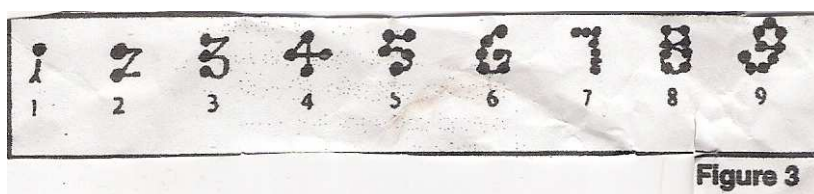
- Le nombre de traits

Le nombre de traits contenus dans chaque dessin donné comme hypothèse probable par un Français, Voizot, au XIX^e siècle.



- Le nombre des points

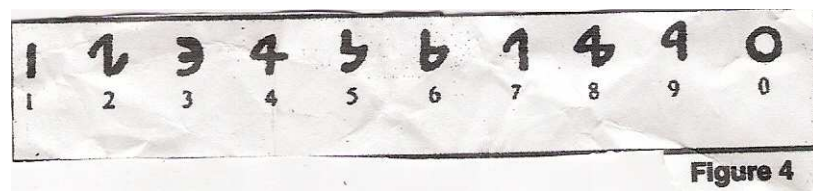
Le nombre des points émis en 1642 par Jésuite italien Mario Bettini et repris en 1890



- Les figures par un cercle et ses diamètres

Les figures formées par un cercle et ses diamètres proposés par l'astrologie Abenragel (X^e siècle)

(Fig4)



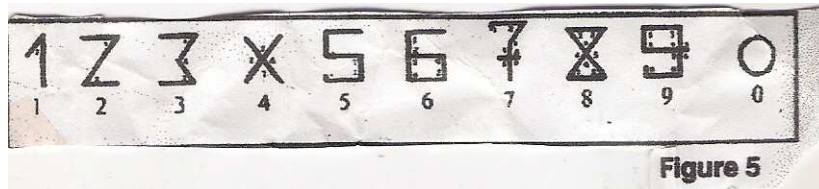
³² Comité de Rédaction (Daniel Boutté, Gérard Chauvat ; Micher Clinard sers) PLOT n°74, Des nombres par milliers, Edition 1996, P7. (Nombre de page 48 pages)

- **Les figures à partir d'un rectangle**

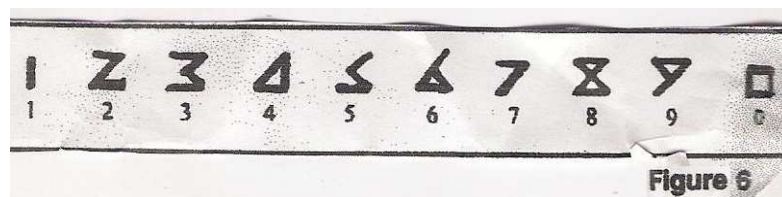
Ses diagonales et ses médiatrices.

La théorie avancée par l'Espagnol Carlo

Le Maur (1778)

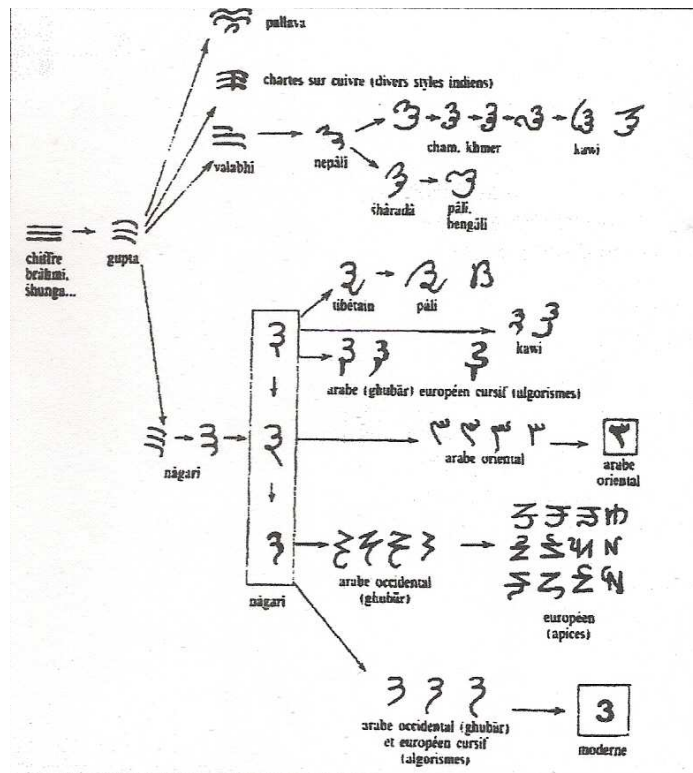


- **Les figures résultant du carré expliquées par Jacob Leupold en 1727.**



- **Résultats de l'évolution graphique du chiffre 3**

(Fig7)



Par exemple : l'intuition sensible est la connaissance immédiate que me donnent les organes des sens : j'éprouve qu'il fait chaud, que les sous-mains sur lequel j'écris est rouge.

L'intuition est une vision (en latin, tueri signifie, voir)

En effet, le raisonnement se distingue de l'intuition parce que le raisonnement exige ces démarches, ces détours, **ces médiations que précisément l'intuition exclusive.**

Considérons par exemple le **raisonnement syllogistique, analysé par Aristote dès le IV siècle avant J.C. un syllogisme se compose de trois propositions,**

Prémisses	Majeure :	{	Tous les hommes sont mortels
	Mineure :		OR Socrate est homme

Conclusion : Donc Socrate est mortel.

Le raisonnement, à la différence de l'intuition, procède par médiation. Il aboutit à une conclusion après avoir parcouru toute une chaîne de raison. Pour passer de la proposition tous les hommes sont mortels à la proposition Socrate est mortel. Il me faut une proposition intermédiaire : Socrate est un homme.

- La logique formelle, c'est sous son aspect le plus abstrait la « science de la preuve ». elle vise à déterminer les « formes » correctes des raisonnements, quels que soient les objets auxquels ces raisonnements s'appliquent. Par exemple le syllogisme de la forme. Tous les hommes sont mortels or Socrate est homme, donc Socrate est mortel, est correct. La conclusion est nécessaire, elle s'impose à nous si nous acceptons les prémisses. Comme le dit Paul Valéry « **ce n'est pas le signe, c'est le syllogisme qui tue Socrate** »³⁶

Remarque :

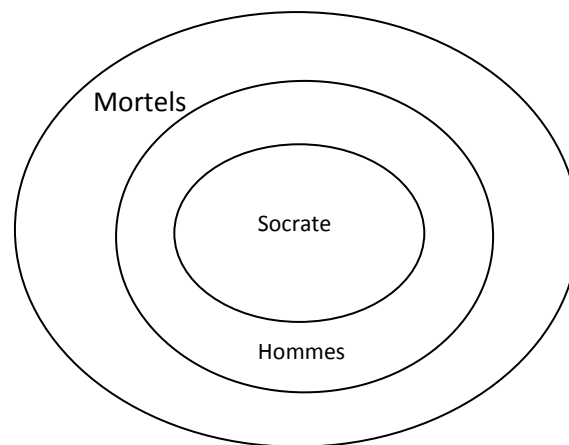
La logique, technique du discours convaincant, est née dans la Grèce antique, patrie des marchands et des orateurs politiques.

ARISTOTE (384-322 av.J.C) est le créateur de la logique formelle dont il expose les règles dans un ouvrage intitulé « **ORGANON outil** : La logique est l'outil de la pensée.

³⁵ Huisman Denis IDEM P: 101

³⁶ Huisman Denis IBID P :101

Schéma du syllogisme



❖ Socrate < homme < Mortel

⇒ Socrate < Mortel

Les hommes font parti de la classe des mortels. Socrate, qui appartient à la classe des hommes, fait donc partie de la classe des mortels.

Le syllogisme repose sur des emboîtements de classe que le Mathématicien Euler a imaginé au XVII^e de représenter par des cercles emboîtés.

- Le syllogisme est formellement correct. Il suffit, pour s'en apercevoir, de présenter la majeure et la mineure, les deux prémisses sous un énoncé hypothétique. Si tous les hommes sont blonds et si je suis un homme, alors je suis blond (appartenant à la classe des hommes, j'appartiendrais du même coup à la classe de blonds). La logique formelle ne se préoccupe que la rigueur du raisonnement, de sa forme correcte.

Un syllogisme de la forme

Tous les x sont de y

OR a est un x
Donc a est un y } est correcte

En effet je raisonne à partir de définitions posées a priori (je décide a priori que tous les x sont de y).

Considérons maintenant le syllogisme suivant.

Tous les hommes sont de vertébrés

OR je suis un vertébré

Donc je suis un homme

Vous avez tendance à dire que ce syllogisme est vrai parce que les trois propositions sont conformes à votre intuition de la réalité.

Prenons garde pourtant. Ce syllogisme est faux, logiquement incorrect. C'est le donc qui abusif. Nous le verrons tout de suite en prenant un autre exemple:

Tous les hommes sont des vertébrés

Or mon chien Médor est un vertébré

Donc mon chien Médor est un homme.

La fausseté matérielle de la conclusion ne vient pas ici du contenu matériel des prémisses (puisque les deux prémisses sont matériellement exactes). Elle vient d'une incorrection formelle, d'une faute dans le raisonnement.

Regardez-y de plus près. Le syllogisme examiné tout à l'heure (Tous les hommes sont mortels or Socrate est un homme donc Socrate est mortel) est dit de la première figure parce que le sujet de la majeure est attribut dans la mineure. En revanche un syllogisme de la forme :

Tous les hommes sont des vertébrés, or mon chien Médor est un vertébré, est un syllogisme de la deuxième figure parce que la majeure et la mineure ont le même attribut.

Dans ce cas je ne peux rien conclure

Exemple : Logique formelle 1^{ère} figure

Tous les entiers naturels sont des éléments dans l'ensemble Q (ensemble rationnel)

Or x est un entier naturel

Donc x est un élément de l'ensemble Q

Exemple logique informelle 2^{ème} figure :

(1) Tous les entiers naturels sont des éléments dans l'ensemble Q

(2) OR x est un élément de l'ensemble Q

(3) Donc x est un entier naturel

La 3^{ème} phase est fausse car il existe $x \in Q$ mais x n'appartient pas à $\mathbb{N}$

7.3.2. Quelques règles essentielles du calcul des propositions

- Une proposition complexe telle que je mange et je bois est constituée par la conjonction de deux propositions élémentaires : 1^{ère} je mange et 2^{ème} je bois. Je remplace chacune des propositions par des lettres p et q et j'exprime la conjonction par le signe $\wedge$.

- Pour que la proposition complexe p et q , autrement dit $p \wedge q$ soit vraie, **il faut que d'une part p soit vraie et que d'autre part q soit vrai**. La valeur vraie est exprimée par la lettre V, la valeur « faux » par la lettre F. Voici le tableau qui indique les règles de la conjonction.

P	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- Considérons maintenant la proposition

Je mange ou je bois

En donnant au mot ou un sens non exclusif.

C'est la disjonction exprimée par le signe $\vee$

La proposition je mange ou je bois, n'est fausse que si les deux propositions élémentaires 1^{ère} je mange ; 2^{ème} je bois sont fausses toutes les deux. Voici le tableau des règles de la disjonction

P	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Considérons maintenant la proposition si je mange alors je bois. La proposition n°01 je mange est dite « implique la proposition n°02 je bois »

Le signe de l'implication est $\Rightarrow$

Il suffit d'un seul cas où je mange sans boire pour que l'implication soit fausse.

P	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

7.4. La démonstration mathématique

C'est que le mathématicien préfère avancer à pas comptés mais en terrain sûr et procéder avec une extrême rigueur. Une proposition mathématique est dite démontrée lorsqu'on l'a déduite de proposition déjà admise, lorsqu'on fait voir qu'elle en découlait logiquement, nécessairement ; autrement dit, si nous suivons Leibnitz, ***une proposition est démontrée quand on a fait voir qu'elle ne contredisait pas les propositions déjà admises, qu'elle était réellement identique à celles-ci qu'elle disait la même chose*** »³⁷

Démontrer une proposition c'est faire voir qu'elle est tautologique par rapport aux propositions déjà admises (TO auto legein signifie en grec dire la même chose).

Ainsi, dit Leibnitz, une démonstration n'est pas autre chose que la résolution d'une vérité en d'autres vérités déjà connues

Exemple 1 : Démontrer que $2 + 2 = 4$

C'est ramener cette proposition aux propositions déjà acceptées, c'est-à-dire aux définitions des nombres

Par définition, j'ai posé $4 = 3 + 1$ (a)

Et d'autre part $3 = 2 + 1$ (b)

Dans l'expression (a) je puis remplacer le défini 3 par sa définition 2+1

J'ai $4 = (2 + 1) + 1$

Ou $4 = 2 + (1 + 1)$

Or par définition $2 = 1 + 1$

Donc $4 = 2 + 2$

Exemple 2

Pour démontrer que le rayon perpendiculaire à une corde la coupe en son milieu, et il suffit de considérer xy comme la base d'un isocèle (puisque les côtés ox et oy du triangle oxy sont deux rayons du cercle, égaux par définition). Le rayon OP perpendiculaire à xy est en même temps la hauteur du triangle isocèle Oxy, donc la médiane.

La démonstration mathématique semble donc toujours consister à révéler des tautologies soit qu'on déduise directement une proposition nouvelle des propositions déjà admises, soit qu'on adopte la démonstration régressive qui, dit le mathématicien Duhamel.

« Consiste à établir une chaîne proposition commençant à celle qu'on veut démontrer, finissant à une proposition comme et telles qu'en partant de la première,

³⁷ Huisman Denis, p136

chacune soit une conséquence nécessaire de celle qui la suit : d'où il résulte que la première est une conséquence de la dernière et par conséquent vraie comme elle »

Soit qu'on démarche « par l'absurde » une proposition, ce qui consiste à partir non de cette proposition supposée vraie, mais de sa contradictoire et de remonter ainsi à des propositions qui seront en contradiction avec des propositions précédemment établies.

Dans tous les cas une proposition est démontrée lorsqu'elle est identifiée, réduite à des propositions déjà admises.

7.5. Rôle de mathématique dans la connaissance de l'univers

Les pythagoriciens avaient soupçonné que l'Univers est un ouvrage mathématique. Les nombres, disaient-ils, gouvernent le monde. Et le monde c'est d'abord la voûte céleste où chaque constellation est caractérisée à la fois par sa forme géométrique et par le nombre des astres qui la constituent.

Kepler découvre que la trajectoire de Mars est une ellipse, c'est-à-dire une des sections conique dont Apollonius après Ménechme avait des le III^e siècle avant Jésus-Christ étudié la géométrie. Galilée donne l'expression algébrique de la chute des corps. Descartes utilise les relations trigonométriques pour exprimer les lois de la réfraction.

Ainsi les mathématiques sont moins science particulière que l'instrument, le langage de toutes les sciences, parlé couramment par le physicien, le chimiste, plus récemment par le biologiste et aujourd'hui balbutié par le psychologue, le sociologue et l'économiste.

La biologie utilise le calcul des probabilités (biométrie, distribution statistique des caractères héréditaires dans la génétique mendélienne).

La psychologie, la sociologie emploient des tests, des enquêtes dont les résultats se prêtent à des traitements statistiques.

« Connaître dit Brunschvicg, c'est mesurer »³⁸

C'est parce que la connaissance scientifique porte sur des mesures, sur des relations quantitatives qu'elle n'a d'autre langage que les mathématiques, que ses progrès sont liées à ceux des formations mathématiques, en même temps qu'aux progrès des instruments de mesure et des techniques expérimentales.

³⁸ Denis Huisman IBID, p151

CHAPITRE-8: L'ANALYSE DE PROGRAMME SCOLAIRE DANS LES CLASSES SECONDAIRES

8.1.L'analyse de programme scolaire à Madagascar

Avant d'enseigner, il est nécessaire de faire l'analyse de programme scolaire parce que le programme scolaire est une référence de base.

A partir de l'année scolaire 1996-1997 le Ministère de l'éducation nationale a décidé de mettre progressivement en place le programme H.P.M (harmonisation des programmes de mathématiques des pays francophones d'Afrique).

L'arrêté n°161/96-MEN du 02-04-1996 fixant le programme scolaire des classes de onzième, sixième et seconde :

« Article premier-Les programmes d'enseignement des classes de onzième, sixième et seconde sont fixés et seront appliqués à compter de l'année 1996-1997 suivant les dispositions en annexes du présent arrêté »³⁹

Dans le livre programme, il y a plusieurs types d'objectifs :

- Objectifs de la matière
- Objectifs de l'enseignement des mathématiques
- Objectifs des mathématiques par niveau
- Objectifs spécifiques de l'enseignement mathématique.

« Un objectif est la description, d'un ensemble de comportements ou performances dont l'étudiant doit se montrer être capable pour être reconnu compétant »⁴⁰

Il est important de définir avec précision les objectifs pour pouvoir évaluer dans quelle mesure l'étudiant est capable de progresser dans le sens voulu. Il est impossible d'évaluer avec efficacité la valeur d'un cours lorsqu'il n'y a pas d'objectifs clairs.

8.2.Les objectifs des mathématiques au Lycée :

- **Objectifs de la matière**

Les Mathématiques doivent amener l'élève à :

- Développer des habiletés intellectuelles et psychomotrices ;
- Acquérir les concepts fondamentaux dans les domaines de la numérotation, de la géométrie et de la mesure ;
- Maîtriser les stratégies et les automatismes de calcul ;

³⁹ MINESEB, Programme scolaire, classe de 4^{ème}, Antananarivo édition 1998 P3

⁴⁰ RF Mager, comment définir les objectifs pédagogiques, Paris édition 1990, p5

- Acquérir une bonne méthodologie dans la recherche des solutions à des exercices ou problèmes ;
- Conjecturer, s'efforcer de prouver et contrôler des résultats obtenus ;
- Développer les qualités d'expressions écrite et orale (clarté du raisonnement, soin apporté à la présentation et à la rédaction) ;
- Acquérir une formation scientifique lui permettant de poursuivre des études et/ou de s'intégrer dans la vie active et professionnelle.
- **Objectifs de l'enseignement des Mathématiques au Lycée**

A la sortie du lycée, l'élève doit être capable de (d') :

- Maîtriser et appliquer les connaissances antérieurement acquises ;
- Faire appel à l'intuition, à l'esprit d'analyse et de synthèse;
- • maîtriser la capacité à mettre en œuvre le raisonnement déductif ainsi que les autres types de raisonnement;
- • faire des raisonnements rigoureux;
- • avoir une attitude scientifique face à un problème.

- **Objectifs des Mathématiques en classe de 2nde**

- A la fin de la classe de 2nde, l'élève doit être capable de (d'):
- résoudre des problèmes qui font intervenir des équations ou inéquations du premier ou du second degré à une inconnue ou des systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$
- mettre en œuvre une technique pour étudier certaines fonctions numériques;
- connaître et utiliser les relations entre points et vecteurs, une origine étant choisie; entre le parallélogramme, la translation, l'égalité et l'addition de vecteurs; entre l'opposé d'un vecteur et la symétrie centrale; entre le théorème de Thalès, l'homothétie et la multiplication d'un vecteur par un scalaire;
- maîtriser:
 - la notion de trigonométrie dans le triangle rectangle,
 - l'usage du cercle trigonométrique ainsi que celui de la table trigonométrique;
- présenter des données statistiques sous forme de tableaux et sous forme de graphiques et associer à ces tableaux des paramètres de position et des paramètres de dispersion.
- **Volume horaire**
- 5 heures par semaine

8.3. Les instructions générales des programmes scolaires au lycée.

Pour la mise en œuvre du programme.

- Des réflexions devront être menées au niveau de la CPE pour définir un ordre chronologique de traitement des chapitres afin d'assurer, une meilleure progression dans le processus d'apprentissage. Il est tout fois conseillé d'aborder assez tôt les points jugés essentiels.
- L'élève devra être mis en situation de recherche ; cela amènera le professeur à limiter ses cours à la synthèse donc aux notions, résultats et outils de base que l'élève devra connaître et savoir utiliser, et aux méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu. On n'exclura en aucun cas la démonstration de certaines théorèmes et propriétés s'avérant nécessaires.
- Le professeur habituera l'élève à :
 - Donner des réponses et des formulations correctes
 - Raisonner de façon rigoureuse (maîtrise de divers type de raisonnements ; choix et pratique de la méthode la plus adaptée)
 - Etre performant en calcul aussi bien numérique que littérale.
 - Enfin, il est demandé au professeur d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties du programme.
- Recommandation :
- TRAITER LE PROGRAMME, TOUT LE PROGRAMME.

Remarque : les heures hebdomadaires des chaque série au lycée.

- On compte 25 semaines dans une année scolaire et une semaine équivalant à 5 heures d'enseignement de mathématique en classe de 2 ndes.
- Pour la classe 1^e A, on compte également 25 semaines dans une année scolaire, une semaine équivalent 2 heures de mathématiques, ce qui donnera un total de 50 heures.
- Pour la 1^{er} C, D, une semaine équivalent à 6 heures d'enseignement, ce qui donnera un total de 150 heures.
- Le programme est conçu pour un enseignement de 200 heures à raison de 8 heures par semaine en classes de terminale C.
- Le programme est conçu pour un enseignement de 150 heures à raison de 6 heures par semaine en classes de terminale D.

A Madagascar, on applique au niveau d'enseignement la PPO. (La pédagogie par objectif) en lisant nos programmes scolaires, nous constatons que tous les objectifs sont toujours formulés en fonction de celui qui apprend.

La formulation d'un objectif doit être commencé par :

« L'élève doit être capable de »

La raison est simple c'est à l'élève que l'on s'intéresse. Le verbe employé sur un objectif doit être un verbe d'action

Exemple « l'élève doit être capable de : Ecrire un polynôme du second degré sous la forme canonique »⁴¹

R.F Mages à dit dans le livre « ***comment définir les objectif pédagogique :***

« Le terme être capable sous-entend que l'étudiant puisse être mis en demeure de faire la preuve de ses capacités à n'importe quel moment »⁴² c'est traduire le programme en comportement observable.

Pour le constructivisme, il s'intéresse aux élèves en action pour qu'ils puissent éprouver des comportements observables.

8.4.Evaluation

Pour connaître que les objectifs sont atteints ou non, il faut faire l'évaluation

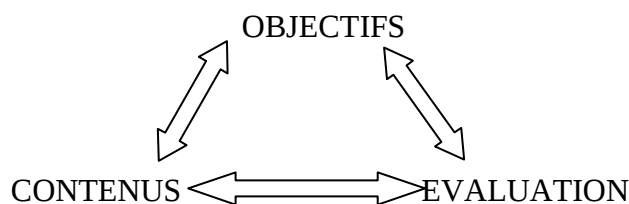
I/- qu'est-ce que l'évaluation ?

C'est le processus systématique visant à déterminer dans quelle mesure les objectifs éducatifs que l'on a définis au préalable sont atteints par les élèves.

L'évaluation doit donc être en parfaite adéquation avec les objectifs du programme définis dans les documents officiels et, bien sur, avec les contenus enseignés tels sont précisés dans ces mêmes documents.

⁴¹ MINESEB, UERP, livre programme 2nd, édition 1996, p 94

⁴² RF Mager, comment définir des objectifs pédagogiques, Bordas, Paris, 1990, P40



L'évaluation est nécessaire :

A tout moment, le professeur doit savoir dans quelle mesure les connaissances, les savoirs-faires, les savoirs-être changent dans la direction souhaitée. La notion d'apprentissage est en effet liée au changement.

L'évaluation fréquente des progrès est essentielle. Elle intervient en principe au terme de chaque tâche d'apprentissage et a pour objet d'informer élève et maître du degré de maîtrise atteint, éventuellement de découvrir ou et en quoi un élève éprouve des difficultés, en vue de lui proposer ou de lui faire découvrir des stratégies de remédiations. Elle permet aussi de déterminer les causes de ces difficultés.

En effet, l'erreur est instructive, elle peut servir de point de départ pour reconstituer le raisonnement qui a conduit à la commettre et à cerner les failles dans ce raisonnement afin de remettre l'élève sur la voie du processus logique de la démarche scientifique. Elle peut dans certain cas être due à des facteurs externes (élève n'apprenant pas ses leçons à cause des difficultés d'ordre psychologique, familiale, social, etc...).

On cherche alors des solutions avec l'aide éventuelle d'intervenants compétents (administration, appui pédagogique...)

En résumé, l'évaluation est un diagnostic qui indique parfois de faire varier la présentation d'une leçon ou d'un problème, d'expliquer une notion de différentes façons, de ne pas fixer à tous le même temps pour les même choses.

L'évaluation peut prendre différentes formes :

Il existe deux types d'évaluation :

L'évaluation formative :

Cette évaluation ne se traduit pas nécessairement en notes et encore moins en scores. Elle sert à donner une information en retour pour le maître et l'élève. Elle n'est pas prise en compte dans l'évaluation sommative.

L'évaluation sommative :

Elle revêt le caractère d'un bilan. Elle intervient donc après un ensemble de tâches d'apprentissage constituant un tout, correspondant par exemple à un chapitre de cours, à l'ensemble du cours d'un trimestre....

Concrètement ces deux types d'évaluation peuvent se présenter sous différentes formes :

- le questionnement personnalisé ou collectif.
- les applications directes au cours de la leçon.
- L'interrogation écrite annoncée.
- L'interrogation écrite impromptue.
- La composition trimestrielle ou semestrielle.

D' autre part, dans des limites imposées par la disponibilité des élèves, on, prolongera le travail effectué en classe par des recherches à la maison (observation de phénomènes dans la vie courante, exercices, travaux pratiques...)

Lors de l'évaluation formative ou sommative que le professeur essaye d'observer ou consulter que les objectifs sont atteint ou non.

8.5.L'approche curriculaire

Définitions :

Le curriculum : c'est le programme avec son mode d'emploi.

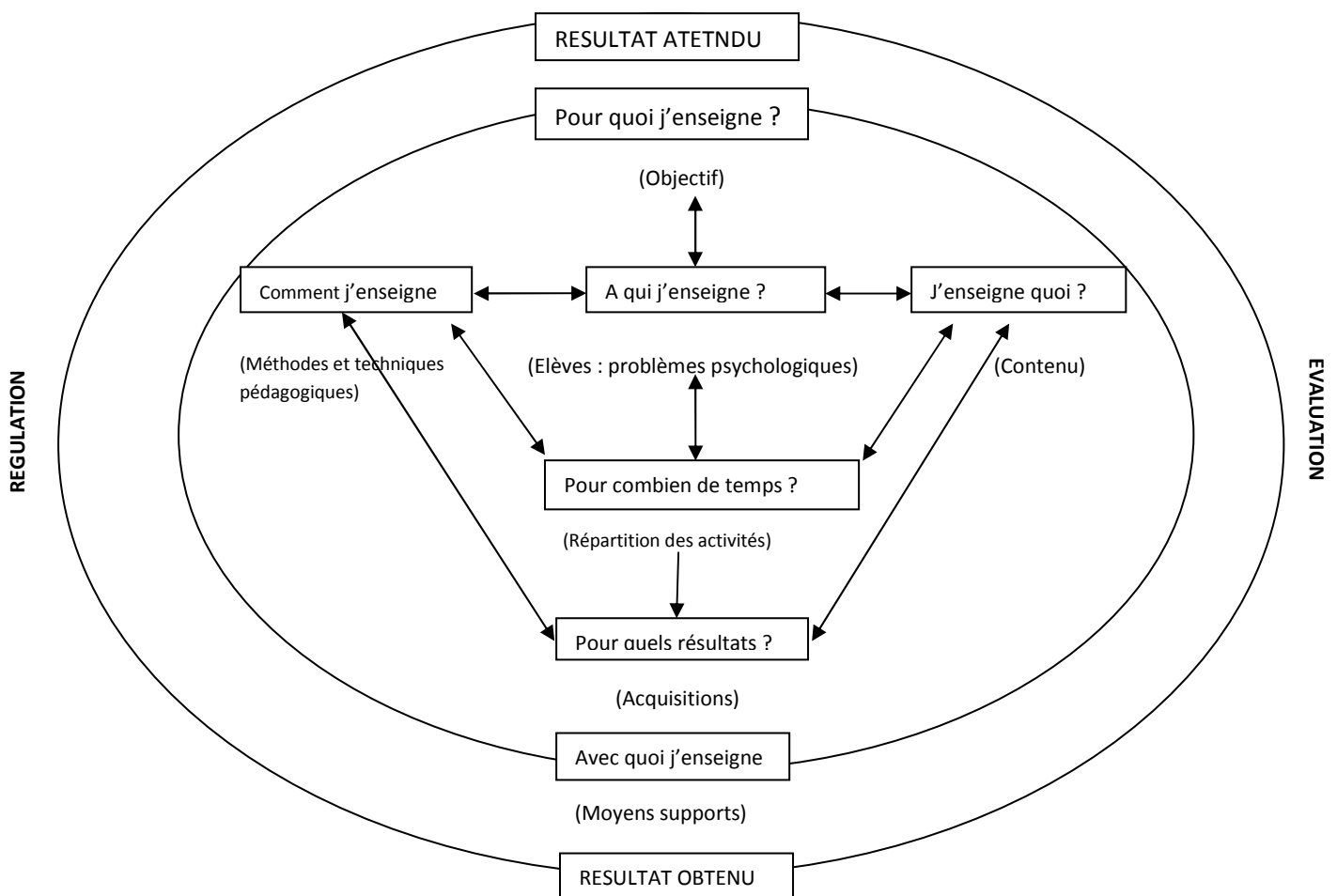
Le curriculum définit un ensemble cohérent sur :

- Les successions des objectifs
- Les contenus d'enseignement
- Les méthodes et les techniques pédagogiques
- La durée et le rythme de l'apprentissage
- Les critères de réussite ou de certification

- Les processus d'évaluation
- l'approche curriculaire : c'est la mise en œuvre du programme scolaire en tenant compte des composantes citées ci-dessus :

Justification de l'approche curriculaire :

L'approche curriculaire donne des réponses à un certain nombre de questions qu'un enseignant doit se poser obligatoirement. Elles sont représentées dans le schéma suivant :



Les relations entre ces différentes composantes dictent l'approche curriculaire, c'est pourquoi l'absence d'une et d'une seule de ces composantes détruit la cohérence interne et constitue une approche qui n'amène pas au résultat attendu.

A qui vais-je enseigner ?

L'élève est le centre de toute action pédagogique.

Pour quoi vais-je enseigner ?

Pour rendre l'élève capable d' :

- assimiler et maîtriser des savoirs et des connaissances (notion de base)
- acquérir des aptitudes (savoir- faire : performance et nouvelles compétences)
- adopter des attitudes (savoir- être ; confiance en soi, respect mutuel, meilleure attitude face au travail croyances. Valeurs, intérêts....)

J'enseigne quoi ? Les contenus déterminés en terme des objectifs

Les supports et matériels didactiques disponibles.

Comment j'enseigne ?

Par l'approche participative :

- techniques de présentation des contenus
- techniques permettant aux élèves de développer leurs compétences
- techniques favorisant les échanges entre élèves

Quels résultats attendus ?

Ce que l'élève réellement assimilé, acquis et adopté.

La mesure des écarts entre les résultats attendus et les résultats réellement obtenus constitue l'objet de l'évaluation. Les résultats de l'évaluation conduisent aux remédiations et régulations.

Pendant combien de temps ?

Selon la répartition en fonction des objectifs à atteindre.

Il faut définir avec précision les objectifs que l'on veut atteindre afin de pouvoir choisir avec lucidité le contenu à enseigner ; les méthodes et les supports adéquats en respectant les temps impartis aux différentes activités : ce qui justifie le choix de la pédagogie par objectif(ou P.P.O.).

Chapitre-9 : APPLICATION DE LA THEORIE CONSTRUCTIVISTE A L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE DANS LES CLASSES SECONDAIRES

9.1. La commutativité par une expérience active

« Piaget (1977, p : 40-41) raconte comment un mathématicien à découvert la commutativité par une expérience active réalisée quand il était petit ». ⁴³

Tout jeune enfant, il était en train de compter des cailloux. Il les aligna et les compta en commençant par la gauche et il en trouva dix. Puis, pour s'amuser, il commença par les compter de droite à gauche, juste pour voir, et il fut étonné d'en compter également dix. Il forma alors un cercle avec les cailloux et se mit à nouveau à les compter, il y en avait toujours dix. Il fit le tour du cercle de l'autre côté et trouva à nouveau dix cailloux. De quelque manière dont il les disposait, il retrouvait sans cesse le même nombre. C'est ainsi qu'il découvrit ce qu'en mathématique, on appelle la commutativité : c'est-à-dire la somme est indépendante de l'ordre.

Dans cet exemple, la commutativité a été comprise en action et en situation.

L'apprenant a appris en appliquant ses connaissances antérieures (compter, aligner les pierres, les mettre en cercle...).

L'acte d'apprendre n'en est pas un de mémorisation. Quand une connaissance est apprise en action. Elle prend « naturellement » du sens pour la personne et ne nécessite pas d'effort de rétention.

Chez l'enfant, la perception visuelle guide les actions d'alignement et de comptage. Elle ne se tire pas des informations de l'extérieur et traite des résultats de l'action propre, les pierres en elles-mêmes n'étant qu'un appui à la pensée constructive. L'apprenant pose donc des actions puis il réfléchit sur ses actions et leurs résultats et conséquences. Puis, retour à l'action et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il ait construit le concept de commutativité.

9.2. Les aires, un outil pour démontrer des théorèmes

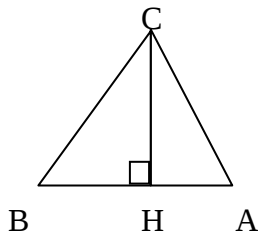
9.2.1. Le théorème de Pythagore

Objectif spécifique : L'élève doit être capable d'énoncer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle (connaissance nouvelle à introduire).

⁴³ Doménico Masciotra, Constructivisme en terme simple, Vue pédagogique n°143, Avril-Mai 2007 pp 48-52

- PREREQUIS (équilibre de départ) ou Connaissances antérieures

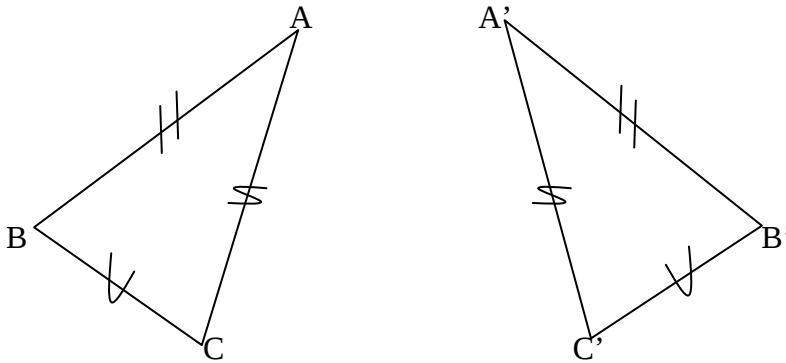
Les aires d'un triangle



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CH \times AB$$

Triangles isométriques

Dire que deux triangles sont isométriques signifie que leurs trois côtés ont respectivement la même longueur.



Les triangles ABC et A'B'C' sont isométriques

$$\begin{array}{l} \text{Cas} \quad AB = A'B' \quad \text{et} \quad AC = A'C' \\ \quad \quad BC = B'C' \end{array}$$

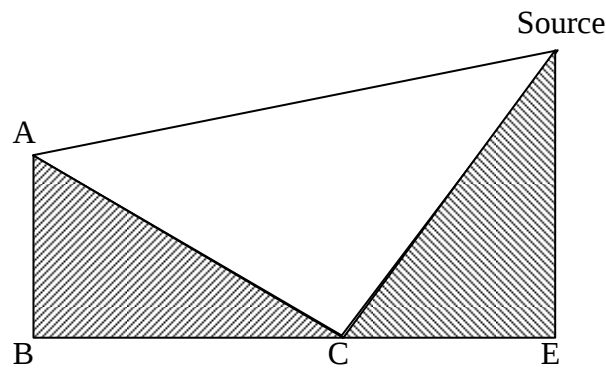
- Situation problème aux activités des élèves pour découvrir le théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle en B.

Construire un triangle CEF isométrique à ABC tel que :

- E appartient à la demi-droite portée par (BC) ne contenant pas B et vérifie que $CE = AB$
- F est du même côté que A par rapport à (BC).

Calculer l'aire du trapèze ABEF de deux façons

En déduire une démonstration du théorème de Pythagore dans le triangle ABC

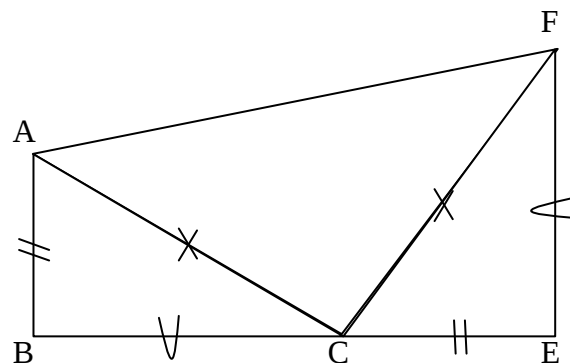


Par une équipe de l'IREM de Poitiers Mathématique seconde P 101 (livre de 288 pages).

Réponse attendue aux élèves

Remarque : Le professeur est un guide pour que les apprenants arrivent à découvrir le théorème cherché (théorie constructiviste page).

Construction



Calculons l'aire du trapèze ABEF

$$S_{ADEF} = \frac{1}{2} (AB + EF) \times BE$$

$$S_{ADEF} = \frac{(AB+BC)(AB+BC)}{2} = \frac{(AB+BC)^2}{2} \quad (1)$$

$$S_{ABEF} = S_{ABC} + S_{EFC} + S_{ACF} = \frac{1}{2} AB \times BC + \frac{1}{2} AB \times BC + \frac{1}{2} AC \times CF$$

$$S_{ABEF} = AB \times BC + \frac{1}{2} AC^2 \quad (2)$$

Démonstration du théorème de Pythagore dans le triangle ABC

$$(1) S_{ABEF} = \frac{1}{2} (AB + BC)^2$$

$$(2) S_{ABEF} = AB \times BC + \frac{1}{2} AC^2$$

$$(1) = (2) \text{ nous donne } \frac{1}{2} (AB + BC)^2 = AB \times BC + \frac{1}{2} AC^2$$

$$\frac{1}{2} (AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC) = AB \times BC + \frac{1}{2} AC^2$$

$$\frac{1}{2} AB^2 + \frac{1}{2} BC^2 + AB \times BC = AB \times BC + \frac{1}{2} AC^2$$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$: D'où le théorème de Pythagore.

TRACES ECRITES DES ELEVES

Théorème de Pythagore dans le triangle rectangle

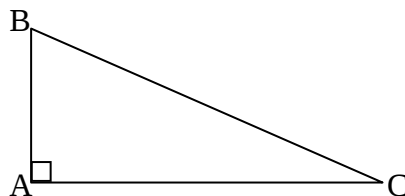
Théorème direct

Si un triangle est rectangle alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

ABC est un triangle

ABC est rectangle en A

alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$



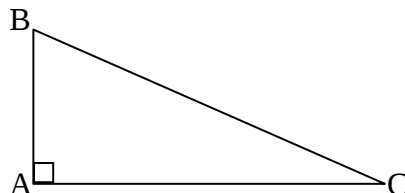
Réciproque du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle

Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

ABC est un triangle

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

alors ABC est rectangle en A



9.2.2. Le théorème de Thalès (Livre programme seconde P 100)

Objectif spécifique : L'élève doit être capable d'énoncer et utiliser le théorème de Thalès dans le triangle (connaissance nouvelle à introduire).

- PREREQUIS (équilibre de départ) ou Connaissances antérieures = anciennes
 - o Droites parallèles
 - o Aires d'un triangle
 - o Projection orthogonale

Situation problème :

$AB'C'$ est un triangle. Par un point B de (AB') , on mène la parallèle a' ($B'C'$) qui coupe (AC') en C . H et K sont respectivement les projetés orthogonaux de B sur (AC') et de C sur (AB') .

Démontrer que :

$$S(B'BC) = S(C'BC) \text{ puisque}$$

$$S(AB'C) = S(AC'B)$$

$$2 \times S(ABC) = CK \times AB = BH \times AC$$

$$2 \times S(AB'C) = CK \times AB' \text{ et que}$$

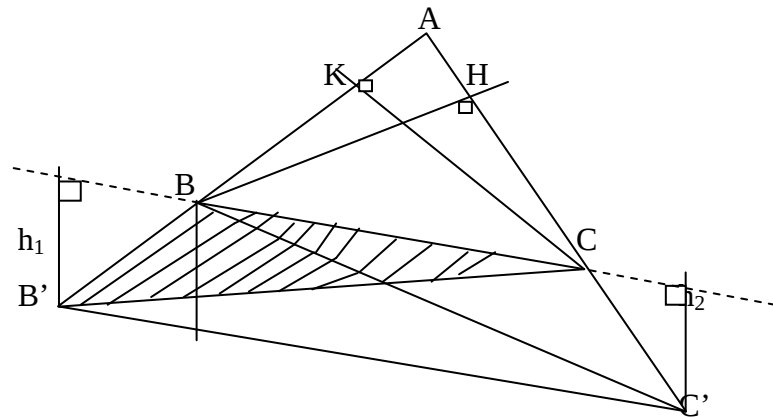
$$2 \times S(AC'B) = BH \times AC'$$

En déduire l'énoncé du théorème de Thalès.

Réponse attendue aux apprenants

Démontrons que :

$$S(B'BC) = S(C'BC)$$



$$S(B'BC) = \frac{1}{2} BC \times h_1$$

$$S(C'BC) = \frac{1}{2} BC \times h_2 \text{ or } h_1 = h_2 \text{ car } (BC) \parallel (B'C')$$

$$\text{donc } S(B'BC) = S(C'BC)$$

$$S(AB'C) = S(AC'B)$$

$$S(AB'C) = S(B'BC) + S_{ABC}$$

$$S(AC'B) = S(C'BC) + S_{ABC}$$

Donc :

$$S(B'BC) = S(C'BC)$$

$$\text{donc } S(AB'C) = S(AC'B)$$

Démontrons que $2S(ABC) = CK \times AB = BH \times AC$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BH \Rightarrow 2A_{ABC} = AC \times BH \quad (1)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times CK \Rightarrow 2A_{ABC} = AB \times CK \quad (2)$$

$$(1) \text{ et } (2) \text{ nous donne } 2S_{ABC} = AB \times CK = AC \times BH$$

Démontrons que :

$$2S_{AB'C} = CK \times AB'$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CK \times AB' \Rightarrow 2S_{AB'C} = CK \times AB'$$

$$S_{AC'B} = \frac{1}{2} BH \times AC' \Rightarrow 2S_{AC'B} = BH \times AC'$$

En déduire l'énoncé du théorème de Thalès

$$2S_{ABC} = AC \times BH = AB \times CK$$

$$\text{alors } \frac{BH}{CK} = \frac{AB}{AC} \quad (I)$$

$$2S_{AB'C} = 2S_{AC'B} = CK \times AB' = BH \times AC' \text{ ou } BH \times AC' = CK \times AB'$$

$$\text{alors } \frac{BH}{CK} = \frac{AB'}{AC'} \quad (II)$$

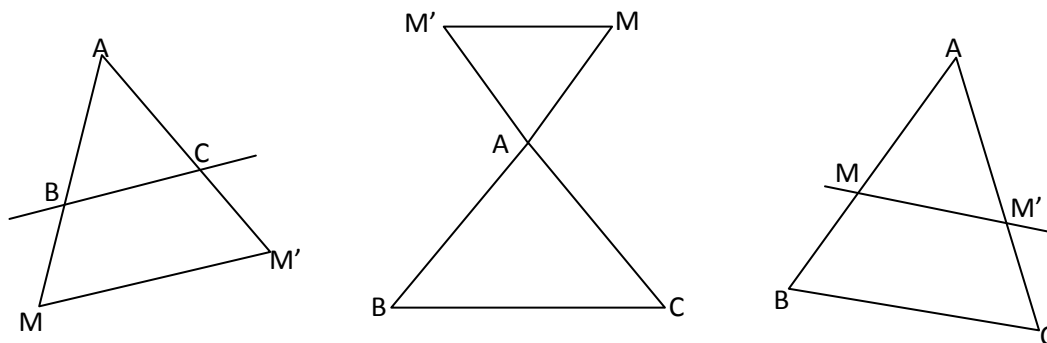
$$(I) = (II) \text{ nous permet de dire } \frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} \text{ ou } \frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$$

TRACE ECRITE DES ELEVES

Théorème de Thalès dans le triangle

ABC est un triangle, M est un point de (AB) et M' est un point de (AC) tels que la position de M par rapport à A et B soit la même que celle de M' par rapport à A et C.

(MM') // (BC) équivaut à $\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}$



9.3. Produit scalaire

Objectif : l'élève doit être capable de définir le produit scalaire (p 101) livre programme seconde)

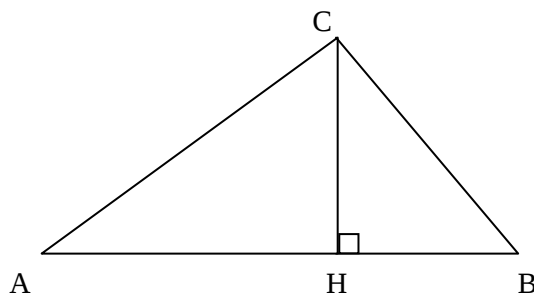
PREREQUIS

(Equilibre de départ) voir théorie constructive page :

- Relation de Chasles

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

- Propriété de Pythagore dans un triangle rectangle



AHC rectangle en H alors

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

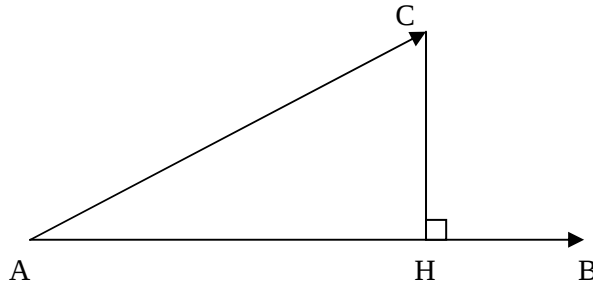
CBH rectangle en H alors

$$BC^2 = CH^2 + HB^2$$

Situation problème (1)

Activité pour introduire le produit scalaire

1^{er} cas



Démontrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$ (1)

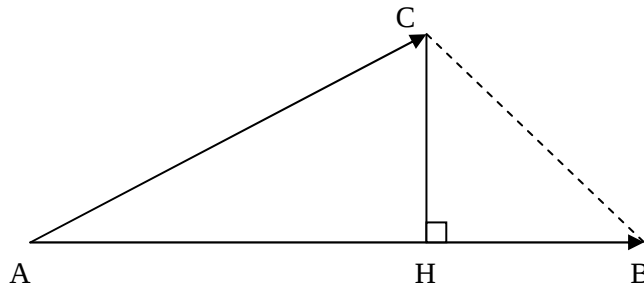
Utiliser les triangles rectangles AHC et HBC

En déduire que

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2AH^2 + 2AH \cdot HB}{2} \quad (2)$$

En déduire aussi que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \cdot AB$

Réponse entendus aux élèves



Démontrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$ (1)

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BC}^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = -BC^2 + AC^2 + AB^2$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$
--

En déduire que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2AH^2 + 2AH \cdot HB}{2} \quad (1)$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$BC^2 = HB^2 + HC^2$$

$$AB^2 = (AH + HB)^2 = AH^2 + HB^2 + 2AH \cdot HB$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH^2 + HC^2 + AH^2 + HB^2 + 2AH \cdot HB - HB^2 - HC^2$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$
--

En déduire aussi que

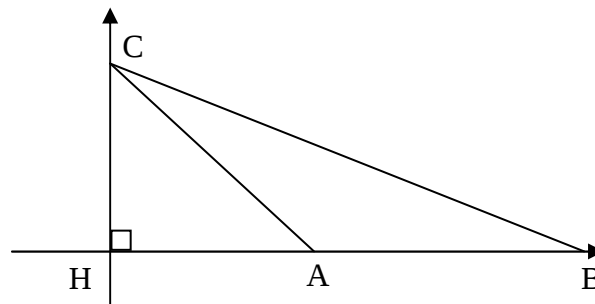
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \cdot HB$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AH^2 + 2AH \cdot HB}{2} = \frac{2AH(AH + HB)}{2}$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \cdot AB$

Situation problem (2)

2^{ème} cas



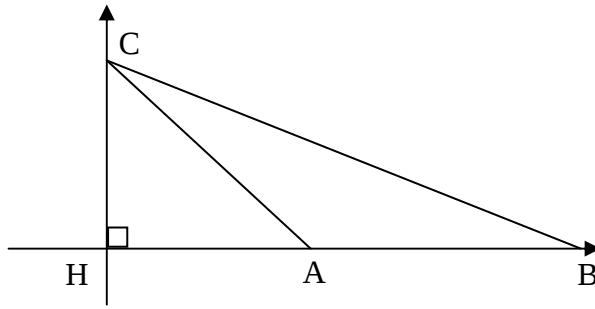
Démontrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2} \quad (1)$

Utiliser les triangles rectangle ACH et HBC pour en déduire que

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2AH(AH - HB)}{2}$$

En déduire aussi que

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \cdot AH$$



Démontrons que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$ (1)

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2}$
--

Démontrons que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2AH(AH-HB)}{2}$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$

$$AB^2 = (HB - AH)^2 = HB^2 + AH^2 - 2HB \cdot AH$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AH^2 + HC^2 + HB^2 + AH^2 - 2HB \cdot AH - BH^2 - HC^2}{2}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2AH(AH-HB)}{2} = - \frac{2AH \cdot AB}{2}$$

$$HB - AH > 0$$

$$AH \cdot HB < 0$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = - AH \cdot AB$$

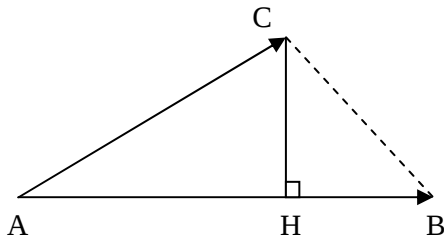
TRACE ECRITE DES ELEVES (cahier de leçon)

(Nouvelles connaissances ou nouvelle compétence)

Définition

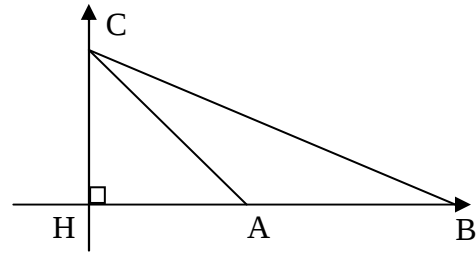
ABC est un triangle. H est le projeté orthogonal de C sur (AB) ; le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Trois cas peuvent se présenter :



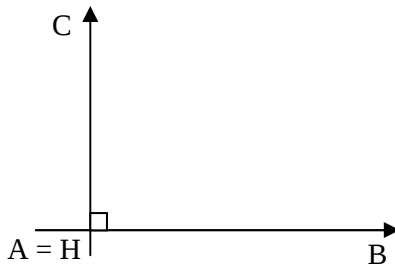
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AH \cdot AB$$

Dans ce cas $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens.



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \cdot AH$$

Dans ce cas $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le sens contraires



Dans ce cas $AA = 0$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

CONCLUSION GENERALE

L'enseignement est une activité intentionnelle et programmée, à partir de savoirs codifiés.

Dans la première partie de notre mémoire, nous avons vu que bon nombre des enseignants utilisent toujours le modèle traditionnel, qui ne donne pas accès à la participation des élèves. C'est le cours magistral. Ces enseignants ne tiennent pas compte des capacités mentales des apprenants. La logique de transmission du maître n'est pas identique à la logique d'apprentissage des élèves.

De plus, pendant l'évaluation formative, les professeurs blâment les élèves quand ceux-ci font des erreurs. Or, l'erreur n'a pas à être sanctionnée car elle constitue la base d'une régulation.

La leçon n'est pas bien comprise par les élèves à cause de l'utilisation de modèle traditionnel. Ainsi, les enseignés apprennent par cœur la leçon. Par conséquent, ils rencontrent toujours des difficultés dans la résolution des exercices mathématiques.

Toujours dans cette première partie, nous avons vu aussi ce qu'on entend par « paradigme ». Un paradigme est un ensemble de présupposés théoriques, pratiques et idéologiques acceptés par une communauté donnée. Le paradigme est le cadre de référence accordé avec un certain consensus par le groupe de personnes auquel il appartient. D'une façon générale, quel qu'il soit, le paradigme répond aux caractéristiques suivantes :

- Un paradigme est établi pour une durée indéterminée.
- Il se trouve dans les habitudes et les modes de vie ; les prescriptions sociales ; les manuels et les enseignants véhiculés au sein de ce groupe de personnes.

Une ontologie est un système conceptuel qui permet de partager et de réutiliser des concepts. L'ontologie peut vouloir dire également une branche de la philosophie dans laquelle les philosophes ont tenté de rendre compte de l'existant de façon formelle. Le modèle traditionnel de transmission de connaissance est donc un exemple de paradigme ontologique : c'est la manière de transmettre les savoirs codifiés sans tenir compte des capacités mentales des apprenants.

Dans la deuxième partie, nous avons choisi comme autre paradigme : Le constructiviste. D'une part, le constructivisme veut dire doctrine voulant, que les entités

mathématiques telles que les figures géométriques et les ensembles n'existent que si on peut les construire ou encore les calculer, s'il s'agit d'un nombre. D'autre part, les énoncés mathématiques ne soient vraies que si l'on peut en donner une preuve constructive.

Le constructivisme peut signifier également une théorie psychologique, principalement inspirée des travaux d'épistémologie génétique de Jean Piaget. L'hypothèse générale de la théorie constructiviste de Jean Piaget est de considérer qu'un processus d'assimilation et d'accommodation que les apprenants construisent activement ses propres connaissances, par interaction de savoirs codifiés.

Assimiler des connaissances nouvelles. C'est les rendre semblable à celles dont on dispose déjà.

A remarquer que les savoirs codifiés se trouve dans des programmes d'études, des manuels scolaires tandis que les connaissances sont construites par les personnes elles-mêmes au cours de leurs expériences.

Pour le constructivisme, la connaissance s'enracine dans l'action par le biais d'assimilation et d'accommodation.

Ainsi, le constructivisme a choisi la pédagogie participative, centrée sur l'apprenant en action. Dans cette perspective constructiviste, le maître est un guide et facilitateur lors de l'apprentissage des enseignés, ce sont les élèves qui travaillent beaucoup pour qu'ils puissent construire leur propres connaissances. Le didacticien constructivisme suppose que l'élève rencontre un problème à résoudre pendant l'apprentissage. Il crée une situation de départ, afin d'amener l'apprenant à examiner ses conceptions de l'objet.

Les trois dimensions suivantes sont indispensables :

- La dimension constructiviste : des processus d'appropriation de construction des connaissances par un sujet
- La dimension interactive : de ce même processus, puisque des connaissances du sujet y sont mises en interaction avec l'objet à apprendre.

Nous y ajoutons nécessairement la dimension sociale, puisque nous nous intéressons en tant que didacticien, aux apprentissages en contexte scolaire à propos de savoirs codifiés par une communauté donné.

Dans la troisième partie, comme la mathématique est une science abstraite, alors elle a sa philosophie particulière :

Il est dit quelque fois que la mathématique est la science des quantités et de la mesure ; exemple : la quantité discontinue (discrète) : c'est le nombre. L'algèbre est une arithmétique généralisée qui ne considère dans les nombres que leurs relations et fait abstraction de leur valeur chiffrée. La quantité continue ou grandeur (divisible à l'infini) est l'objet de la géométrie.

La géométrie n'est pas née de la simple contemplation de figures concrètes ou d'essences idéales. Elle est issue de l'arpentage.

Le nombre zéro, par définition ne représente rien ne désigne aucune réalité. En revanche en mathématique, le nombre zéro a une valeur opératoire considérable, exemple 103.

Les nombres négatifs sont utiles dans les opérations économiques (dettes) ou géométriques (inversion de direction) qui suscitent l'invention de ce symbole opératoire.

- Une proposition mathématique est dite démontrée lorsqu'on l'a déduite de proposition déjà admise. Démontrer une proposition c'est faire voir qu'elle est tautologie par rapport aux propositions déjà admises. Une démonstration n'est pas autre chose que la résolution d'une en d'autre vérité déjà admise et connue. Dans la démonstration mathématique, les connecteurs logiques sont plus nécessaires les connecteurs (ou, et, or, donc, ...)

Avant d'enseigner, il faut analyser le programme scolaire donné par le Ministère. Dans ce programme figurent les objectifs de l'enseignement. Durant l'année scolaire les évaluations se font toujours en fonction des objectifs.

Que l'application de la théorie constructiviste à l'enseignement mathématique puisse apporter un meilleur résultat dans l'apprentissage des élèves malgaches.

Que l'enseignement mathématique développe chez l'élève l'esprit de créativité et d'analyse afin de lui participer au développement du pays.

BIBLIOGRAPHIE

I- DOCUMENTS PEDAGOGIQUES ET DIDACTIQUES

- 1) BACHELARD Gaston, **Pédagogie pour demain, enseigner les mathématiques à l'école**, Hachette Edition 1992, Livre de 250 pages.
- 2) BOIREL, **Comment résoudre aisément les problèmes de Mathématiques**, Edition 1964, culture humaine Sermaise par Saint Chéron, Nombre de pages 212
- 3) CALDERON Clair, **Devenir professeur d'école** Hachette édition 1992,
- 4) CORNU Laurence, **La didactique en question**, Hachette édition 1992, 156 pages
- 5) CRAHAY, **Courants pédagogique et théories d'apprentissage**, Belgique Université Lovain 1993, 115 pages
- 6) DEBESSE, Traités de sciences pédagogiques Tome 4, **Psychologie de l'éducation**.
- 7) F Macaire, **Notre beau métier, Manuel de pédagogie appliquée**, Edition 1979, 52pages
- 8) Guide pédagogique, IPAM, **Pédagogie pour l'Afrique Nouvelle**, Paris édition 1978, 639 pages
- 9) HUISMAN Denis, Tome 2, **La connaissance** Fernant Nathan 18/Juillet 1960, 351 pages
- 10) LERBET Georges, **Les nouvelles sciences de l'éducation** Paris, 1995, 284 pages
- 11) RF Mager, **Comment définir les objectifs pédagogiques**, Paris, Edition 1990, 131 pages
- 12) Reswebea Jean Paul, **Les pédagogies nouvelles** 1992
- 13) PHILIPPE Jonnaert, **constructivisme** Fondements épistémologiques des choix pédagogiques et didactiques, module 2, 2009 PP1-59

II- COURS PEDAGOGIQUES ET DIDACTIQUES

- 1) Philippe Jonnaert, **Fondements épistémologiques des choix didactiques et pédagogiques** module 2, formation 2009.
- 2) PROST Antoine, **Eloge des pédagogues** col Point Ed seuil cours pédagogique : Institut National de formation pédagogiques (INFP Mahamasina TANA Année 2003)
- 3) RATOVOJANAHARY Roger, **Les techniques de formation**, cours maîtrise spécialisé (MSFD), module 3, édition 2009, PP 1-63.

III- REVUES

- 1) Domenico, **Le constructivisme en terme simple**, vue pédagogique n°143 Avril-Mai 2007 PP 48-50
- 2) Daniel Bouté, **Plot n°74** Edition 1996 48 pages
- 3) Cahier pédagogique de l'EURP n°2 Mai 2000

DICTIONNAIRE

- 1) ARENILLA Louis, **Dictionnaire de pédagogies**, BORDAS, Edition 1996, 279 pages
- 2) PHILIPPE Champy, **Dictionnaire encyclopédique de l'éducation et d la formation** Edition 1994.

IV- LIVRES PROGRAMMES

- 1) MINESEB, **Programme scolaire classe 4^{ème}**, Antananarivo Edition 1998, 208 pages
- 2) MINESEB, UERP, **Livre programme seconde**, Antananarivo Edition 1996 PP 93-106

V- LIVRES MATHEMATIQUES

- 1) THIENARD Jean Claude **Mathématique seconde** Bréal Rosny, 2004, 288 pages.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
PARTIE-I:	1
L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE DANS LES CLASSES SECONDAIRES SELON LE MODELE ONTOLOGIQUE	1
CHAPITRE-1: LES RESULTATS DES OBSERVATIONS DE CLASSES AUX LYCEES	5
1.1. SE PREPARER	5
1.2. MOTIVER LES ELEVES	6
1.3. DIRIGER L'APPRENTISSAGE	7
1.4. EVALUER ET REMEDIER	7
1.5. LA REPARTITION ANNUELLE	8
CHAPITRE-2: DES ELEVES EN DIFFICULTES DANS LA RESOLUTION DES PROBLEMES MATHEMATIQUES.....	10
2.1. NOTES DES ELEVES DE 2 ND AU LYCEE JEAN RALAIMONGO FIANARANTSOA	10
2.2. LES METHODES D'APPRENTISSAGE DES APPRENANTS	12
2.3. LES ELEVES EN DIFFICULTES DANS LA RESOLUTION DES EXERCICES MATHEMATIQUES	13
CHAPITRE-3 : LE PARADIGME ONTOLOGIQUE : LE MODELE TRADITIONNEL DE TRANSMISSION DE CONNAISSANCES	15
3.1. CE QUE PARADIGME VEUT DIRE	15
3.2. LE PARADIGME ONTOLOGIQUE DANS LE CONTEXTE DE L'ENSEIGNEMENT.....	16
3.2.1. <i>La méthode traditionnelle selon Marcel CRAHAY</i>	16
3.2.2. <i>L'enseignement centré sur le Maître et sur la matière :</i>	17
PARTIE-II :	4
LE CONSTRUCTIVISME POUR UN MEILLEUR ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES AU LYCEE	4
CHAPITRE-4: LES TERMES ESSENTIELS.....	20
4.1. CE QUE CONSTRUCTIVISME VEUT DIRE	20
4.2. LES SAVOIRS ET LES CONNAISSANCES :	20
4.2.1. <i>Les savoirs</i>	20
4.2.2. <i>Les connaissances</i>	21
4.2.3. <i>Les distinctions entre connaissance et savoirs</i>	22
CHAPITRE-5: LES FONDEMENTS EPISTEMOLOGIQUES ET LE CHOIX PEDAGOGIQUE DE LA THEORIE CONSTRUCTIVISTE	23
5.1. LES FONDEMENTS EPISTEMOLOGIQUES DE LA THEORIE CONSTRUCTIVISTE DE JEAN PIAGET 23	
5.1.1. <i>Jean PIAGET (1896-1986) et la psychologie de l'enfant.....</i>	23

5.1.2.	<i>Les fondements épistémologiques de la démarche piagétienne</i>	25
5.2.	LE CHOIX PEDAGOGIQUE DE LA THEORIE CONSTRUCTIVISTE	29
5.2.1.	<i>Le terme « pédagogie »</i>	29
5.2.2.	<i>Le choix pédagogique de la théorie constructiviste</i>	29
CHAPITRE-6: LA DIDACTIQUE CONSTRUCTIVISTE ET LE SOCIOCONSTRUCTIVISME		31
6.1.	LA DIDACTIQUE CONSTRUCTIVISTE	31
6.1.1.	<i>Le terme didactique</i>	31
6.1.2.	<i>La didactique constructiviste</i>	32
6.2.	LES MODELES SOCIOCONSTRUCTIVISME ET INTERACTIF : LE MODELE SCI	34
PARTIE-III :		40
L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AU LYCEE SUIVANT LE PARADIGME CONSTRUCTIVISTE		40
CHAPITRE-7 : LA PHILOSOPHIE MATHEMATIQUE		41
7.1.	L'ORIGINE DES MATHEMATIQUES	41
7.2.	HISTOIRE DE CHIFFRES ; HYPOTHESES ET ORIGINES	43
7.3.	LA PENSEE LOGIQUE ET LE RAISONNEMENT MATHEMATIQUE	45
7.3.1.	<i>La pensée intuitive et la logique formelle</i>	45
7.3.2.	<i>Quelques règles essentielles du calcul des propositions</i>	48
7.4.	LA DEMONSTRATION MATHEMATIQUE	50
7.5.	ROLE DE MATHEMATIQUE DANS LA CONNAISSANCE DE L'UNIVERS	51
CHAPITRE-8: L'ANALYSE DE PROGRAMME SCOLAIRE DANS LES CLASSES SECONDAIRES		52
8.1.	L'ANALYSE DE PROGRAMME SCOLAIRE A MADAGASCAR	52
8.2.	LES OBJECTIFS DES MATHEMATIQUES AU LYCEE :	52
8.3.	LES INSTRUCTIONS GENERALES DES PROGRAMMES SCOLAIRES AU LYCEE.	54
8.4.	EVALUATION	55
8.5.	L'APPROCHE CURRICULAIRE	57
CHAPITRE-9 : APPLICATION DE LA THEORIE CONSTRUCTIVISTE A L'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE DANS LES CLASSES SECONDAIRES		60
9.1.	<i>La commutativité par une expérience active</i>	60
9.2.	<i>Les aires, un outil pour démontrer des théorèmes</i>	60
9.2.1.	<i>Le théorème de Pythagore</i>	60
9.2.2.	<i>Le théorème de Thalès (Livre programme seconde P 100)</i>	63
9.3.	PRODUIT SCALAIRE	66
CONCLUSION GENERALE		71
BIBLIOGRAPHIE		74