

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS.....	i
TABLE DES MATIERES	ii
LISTE DES TABLEAUX	v
LISTE DES FIGURES	vi
LISTE DES ABREVIATIONS	viii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : ETAT DE L'ART	3
1- Généralités sur la modélisation	4
1-1/ Types de modélisation.....	4
1-2/ Domaines d'application de la modélisation	4
1-3/ Valeurs de la modélisation des systèmes physiques	5
1-4/ Application de la modélisation.....	6
2- Introduction sur le transfert thermique	6
CHAPITRE II : MATERIELS ET METHODES.....	9
1- Différents matériels utilisés lors de l'étude expérimentale	10
1-1/ Téflon	10
1-2/ Thermocouples.....	11
1-3/ Matériaux métalliques.....	12
1-3-1/Acier	12
1-3-2/ Cuivre	14
2- Généralités sur le Transfert thermique	20
2-1/ Convection	20
2-2/ Conduction	22
2-3/ Rayonnement.....	27
2-4/ Exemple d'utilisation de l'équation générale de transfert.....	28
3- Propriétés physiques des matériaux	28
3-1/ Chaleur spécifique.....	29
3-2/ Viscosité cinématique	29
3-3/ Masse volumique	29
3-4/ Diffusivité thermique	29
3-5/ Conductivité thermique des matériaux.....	30

4- Méthode de résolution des équations aux dérivées partielles	30
4-1/ Classes des schémas numériques	31
4-1-1/ <i>Méthode des éléments finis</i>	31
4-1-2/ <i>Méthode des différences finies</i>	32
4-1-3/ <i>Méthode des volumes finis</i>	32
4-2/ Comparaison des différentes méthodes.....	33
5-Le code « ARB ».....	36
5-1/ Présentation du code « ARB »	36
5-2/ Les logiciels essentiels pour le fonctionnement de « ARB ».....	37
5-3/ Simuler sur « ARB »	38
5-4/ Personnalisation et/ou modification de « ARB ».....	39
5-5/ Expression du langage dans le fichier ARB.....	39
5-6/ Le générateur GMSH.....	39
6- Etudes expérimentales	40
6-1/ Essais à vide	41
6-2/ Essais avec les matériaux	42
CHAPITRE III : RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	43
1- Etude expérimentale	44
1-1/ Hypothèses	44
1-2/ Essai à vide.....	45
1-3/ Essais avec les matériaux	46
2- Modélisation (cas thermique)	49
2-1- Modélisation en 2D.....	49
2-1-1/ <i>Géométrie</i>	49
2-1-2/ <i>Hypothèses</i>	50
2-1-3/ <i>Conditions aux limites</i>	50
2-1-4/ <i>Résultats</i>	51
2-2/ Modélisation en 3D	53
2-2-1/ <i>Géométrie</i>	53
2-2-2/ <i>Hypothèse</i>	54
2-2-3/ <i>Conditions aux limites</i>	54
2-2-4/ <i>Résultats</i>	54

3- Comparaison des résultats de l'étude expérimentale et de la modélisation	57
4- Résolution de l'équation de la conservation du courant	63
4-1/ Géométrie	64
4-2/ Conditions aux limites.....	64
4-3/ Résultats	64
CONCLUSION.....	68
BIBLIOGRAPHIE	I
WEBOGRAPHIE.....	II
ANNEXES.....	III

Rapport-gratuit.com 
LE NUMERO 1 MONDIAL DU MÉMOIRES

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Analogie électrique	7
Tableau 2 : Différents types de thermocouple	12
Tableau 3 : Avantages et inconvénients de chaque méthode	34
Tableau 4 : Distances entre les thermocouples	44
Tableau 5 : Résultats et commentaires : conservation du courant	67

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Téflon.....	10
Figure 2 : Thermocouple	11
Figure 3 : Schéma de montage d'un thermocouple.....	11
Figure 4 : Barre d'acier	13
Figure 5 : Barre de cuivre.....	14
Figure 6 : Appareil Heat Transfer Service Unit	16
Figure 7 : Mâchoires	16
Figure 8 : Description de l'HTSU	17
Figure 9 : Mâchoire supérieure	18
Figure 10 : Mâchoire inférieure	18
Figure 11 : Dos de l'appareil.....	18
Figure 12 : Téflon isolant thermique.....	19
Figure 13 : Disposition des mâchoires et du téflon isolant	19
Figure 14 : Branchements des mâchoires et du téflon isolant avec l'HTSU.....	19
Figure 15 : Représentation du flux de chaleur par convection.....	20
Figure 16 : Sens d'écoulement du flux de chaleur	23
Figure 17 : Représentation du flux de chaleur par conduction	26
Figure 18 : Représentation du flux de chaleur par rayonnement	27
Figure 19 : Volume de contrôle en segments	35
Figure 20 : Volume de contrôle en éléments de surface	35
Figure 21 : Volume de contrôle en éléments de volume.....	36
Figure 22 : Procédure pour simuler sur ARB.....	38
Figure 23 : Exemple interface graphique de GMSH.....	40
Figure 24 : Résultat expérimental de l'essai à vide à 9[V]	45
Figure 25 : Résultat expérimental de l'essai à vide à 15[V]	46
Figure 26 : Résultat expérimental pour l'acier à 9[V]	47
Figure 27 : Résultat expérimental pour l'acier à 15[V]	47
Figure 28 : Résultat expérimental pour le cuivre à 15[V].....	48
Figure 29 : Géométrie de l'ensemble du modèle en 2D.....	50
Figure 30 : Résultat modèle 2D pour l'acier à 9[V].....	51

Figure 31 : Résultat modèle 2D pour l'acier à 15[V].....	52
Figure 32 : Résultat modèle 2D pour le cuivre à 15[V]	53
Figure 33 : Géométrie du modèle en 3D	54
Figure 34 : Résultat modèle 3D pour l'acier à 9[V].....	55
Figure 35 : Résultat modèle 3D pour l'acier à 15[V].....	56
Figure 36 : Résultat modèle 3D pour le cuivre à 15[V]	57
Figure 37 : Résultats expérimental/modèle 2D pour l'acier à $U = 15[V]$	58
Figure 38 : Résultats expérimental/modèle 2D pour le cuivre à $U = 15[V]$	59
Figure 39 : Résultats expérimental/modèle 3D pour l'acier à $U = 15[V]$	61
Figure 40 : Résultats expérimental/modèle 3D pour le cuivre à $U = 15[V]$	62
Figure 41 : Géométrie du modèle en 3D	64
Figure 42 : Cas d'un maillage à une dimension	III

LISTE DES ABREVIATIONS

2D : deux dimensions

3D : trois dimensions

EDP : Equation aux Dérivées Partielles

GPL : General Public License

HTSU : Heat Transfer Service Unit

PNL : Programmation Neuro-Linguistique

Rapport-Gratuit.com

INTRODUCTION

Depuis des lustres, la connaissance en propriétés des matériaux, notamment celles des métaux a connu une ouverture de très large gamme d'applications. Ces propriétés, plus particulièrement la capacité du matériau à transférer de la chaleur ainsi que de l'énergie électrique sont parmi les plus couramment observer au niveau de notre environnement quotidien. Ils sont mis en évidence dès qu'il y a transfert de chaleur ou d'électricité dans un système. Les études déjà faites ont bien mené à des résultats impressionnants au fil des années. Ce sont les fruits de ces travaux entrepris qui motivent davantage les chercheurs à aller de l'avant en matière de recherche. La maîtrise de ces propriétés a une importance capitale pour l'étude ainsi que le fonctionnement des divers procédés industriels. Le but est d'optimiser la sécurité accompagnée de la qualité des produits dans lesquels le matériau a été mis en œuvre. Nous pouvons en citer le génie des procédés des matériaux (pour la modification des structures et des formes), la production et le transport d'énergie électrique et également pour la protection contre les phénomènes électriques naturelles (évacuation des foudres), la métallurgie ou la sidérurgie, la protection des composants, capteur nano et microélectronique ou encore tant d'autres dans divers domaines.

Actuellement, même si la détermination de ces propriétés paraît encore difficile, avec l'expansion considérable et exponentielle de la technologie, des évolutions importantes sont déjà établies au niveau de la conception des appareils et instruments de mesures. Divers sont les dispositifs qui nous permettent de faciliter les mesures pour de fins au niveau expérimental. Cependant les études expérimentales sont constamment accompagnées par des coûts importants, nécessitent plus de temps et évoquent beaucoup de risques que les études théoriques à travers la modélisation. Elles restent néanmoins non négligeables mais plutôt complémentaires à ces études théoriques.

Pour pouvoir mener à bien divers travaux de conception (que ce soit dans le domaine électrique ou thermique), il serait primordial de choisir les bons matériaux pour une meilleure efficacité tout en tenant compte de leurs propriétés physiques, le modèle serait indispensable pour se rassurer sur ce choix. Une question se pose alors : Pourrait-on se fier sur le modèle par rapport à la réalité ? Cette problématique nous conduit à la conception de cet ouvrage intitulé : **« Confrontation des résultats expérimentaux/modèles de la propagation thermique et/ou électrique à l'intérieur des matériaux métalliques : acier et cuivre ».**

L'objectif de notre étude est d'effectuer des tests expérimentaux sur les matériaux à étudier et de développer un modèle capable de représenter les phénomènes de la propagation sur une géométrie de même ordre de grandeur que celle utilisée dans les tests expérimentaux. Pour faciliter la compréhension de ce présent mémoire, nous avons établi un plan d'étude tel que : dans le premier chapitre nous allons présenter l'Etat de l'art où les généralités sur la modélisation ainsi que l'introduction sur le transfert thermique seront évoquées ; dans le second chapitre les Matériels et Méthodes utilisés lors de l'élaboration de cette étude et dans le troisième chapitre les Résultats et Discussions de nos développements. Et nous terminerons par une conclusion générale.

CHAPITRE I : ETAT DE L'ART

1- Généralités sur la modélisation

La modélisation est une opération qui permet d'obtenir, de créer le modèle d'un système complexe par un autre plus facile à appréhender, afin d'effectuer une étude plus commode de ce système en mesurant les variations de tel ou tel de ses éléments composants, de l'analyser, de l'expliquer et d'en prédire certains aspects. [10]

1-1/ Types de modélisation

Il peut s'agir d'un système mathématique ou physique. Le modèle sera alors numérique ou analogique.

La modélisation numérique, consiste à créer un ensemble de fonctions mathématiques qui représente le phénomène. En modifiant les variables de départ, on peut ainsi prédire les modifications du système physique.

La modélisation analogique consiste à construire un système physique qui reproduit plus ou moins un phénomène que l'on souhaite étudier. L'observation du comportement du modèle permet de tirer des enseignements sur le phénomène d'intérêt.

1-2/ Domaines d'application de la modélisation

Le terme modélisation est utilisé dans plusieurs domaines [2], [8] :

- En mathématiques appliquées, en pratique en chimie, en physique, en informatique, en météorologie ou en sciences de la vie et de la terre, le modèle mathématique permet d'analyser des phénomènes réels et de prévoir des résultats à partir de l'application d'une ou plusieurs théories à un niveau d'approximation donné ;
- En ingénierie, la modélisation trois dimensions (3D) est un cas particulier du précédent qui consiste à produire des images d'objet réel ;
- En informatique, on désigne une étape de construction d'un système d'information par la modélisation des données ;
- En pédagogie, la modélisation de la discipline consiste en une représentation simplifiée des objets d'enseignement sous forme plus ou moins abstraite que les apprenants auront à s'approprier ;
- En conseil, la modélisation d'entreprise consiste à modéliser les différents concepts de l'entreprise tout en les associant les uns aux autres pour offrir une vue globale, multidimensionnelle et cohérente ;

- Dans une entreprise, la modélisation de processus consiste à structurer et à représenter visuellement les activités de l'entreprise ;
- En économie, la modélisation économique permet une représentation simplifiée de la réalité économique ou d'une partie de l'économie ;
- En musique, la modélisation est la reproduction des sons et des effets produits originellement par un instrument différent ;
- En comportement humain, la modélisation Programmation Neuro-Linguistique (PNL) est une démarche qui permet d'observer les comportements de réussite, d'en définir les conditions de succès et de les reproduire au mieux.

1-3/ Valeurs de la modélisation des systèmes physiques

La modélisation peut être utile à plusieurs points de vue : maîtriser la complexité, c'est-à-dire utiliser le modèle pour simplifier la réalité. L'étude de ce modèle permet ensuite de connaître l'évolution du système réel, ainsi nous pouvons aussi dire que modéliser c'est abstraire la réalité pour mieux comprendre le système à réaliser.

La valeur d'un modèle est liée à son utilité, elle dépend des objectifs. Il nous aide à communiquer et échanger des points de vue afin d'avoir une compréhension commune et précise d'un même problème.

Les modèles physiques permettent de simuler à la fois la forme géométrique des objets (forme et position) et les lois de comportement des structures modélisées.

La modélisation peut s'appliquer à plusieurs cas idéaux de sujet d'études.

Chaque modèle peut donner des points de vue différents sur un sujet.

On gagne du temps et de coût avec la modélisation.

1-5/ Langages de la modélisation

Langages employés pour exprimer un modèle

- Langages naturelles : qui évoluent hors du contrôle d'une théorie (par exemples le Français, l'Anglais, ...)
- Langages artificielles : qui sont conçues pour des usages particuliers (par exemples le logique, les langages informatiques, ...)

Le choix du langage influence la conception du modèle et donc la perception du sujet d'études.

1-4/ Application de la modélisation

Dans notre étude, notre objectif dans un premier temps, est de faire des tests expérimentaux sur la barre métallique à étudier ensuite un « modèle », susceptible de représenter les phénomènes de la propagation sur une géométrie, sera développé.

Nous faisons de l'étude expérimentale parce que c'est l'un des objectifs dans notre étude, mais nous reconnaissons que cette étude est dispendieuse. Elle nécessite une dépense coûteuse et en plus elle nous fait consumer notre temps. Inversement, c'est praticable de faire la modélisation, mais par contre nous avons quand même besoin de l'étude expérimentale pour la validation de notre modèle. Donc l'idéal, c'est de coupler l'étude expérimentale avec la modélisation. Une fois l'expérience accomplie avec des résultats fiables, nous entamons le modèle. Et ainsi nous pouvons établir une comparaison entre les deux résultats.

Au cours de la modélisation, nombreuses sont des personnes qui se servent des logiciels payants, mais dans notre étude nous nous appuyons sur un logiciel libre, avec un bon accès au mémoire, qui convient aux études des avenir possibles de tous les étudiants, et aussi un logiciel qui sera un matériel pédagogique au niveau de notre mention Génie Electrique.

Exemple de modélisation du phénomène physique

- Exemple pour savoir le déroulement d'une propagation thermique.
- Pour une propagation électrique, elle permet de connaître la conservation du courant électrique.
- Pour modéliser le fonctionnement de la fonction flash d'un appareil photo, en étudiant un circuit électrique qui possède un générateur idéal, un conducteur ohmique, une lampe et un condensateur.

Les points positifs de notre étude

- Pour pouvoir gagner plus de temps dans les études à venir, les étudiants n'auront plus besoin de réaliser des expériences coûteuses.
- Avec la modélisation, les études sont sans risque et sécurisés.

2- Introduction sur le transfert thermique [3], [13]

On peut souvent faire une analogie avec l'électricité : la différence de température est assimilable à une différence de potentiel et le flux de chaleur (débit d'énergie) à l'intensité

électrique (débit de charge électrique). La résistance thermique se manifeste comme l'analogie de la résistance électrique.

Le tableau qui suit représente cette analogie avec l'électricité

Transfert thermique	Transfert électrique
Différence de température ΔT	Différence de potentiel ΔU
Flux de chaleur Q	Intensité électrique I
Résistance thermique R_t	Résistance électrique R_e
Conductivité thermique λ	Conductivité électrique σ

Tableau 1 : Analogie électrique

Un phénomène de transfert est un phénomène qui ne peut pas être annulé et durant lequel une grandeur physique est déplacée à l'aide des molécules. Il intervient entre deux points où règnent des températures différentes et il s'effectue toujours de la température la plus élevée à la température la plus faible. La différence de température est la force motrice du transfert de chaleur.

En termes de transfert, nous pouvons citer :

- La chaleur (transfert thermique)
- La matière (transfert de masse)
- La quantité de mouvement (transfert de quantité de mouvement)
- L'électricité (transfert électrique)

L'objectif du transfert thermique est de déterminer, dans tout le système matériel physique l'évolution des champs de température et de flux d'énergie, quelle que soit la forme de cette énergie, en vue de la maîtrise et du conditionnement thermique de ce système.

Ce transfert pourrait se faire soit par convection, soit par conduction et soit par rayonnement.

Pour la convection, le transfert de chaleur se passe lorsqu'un corps solide est en contact avec un fluide (liquide ou gaz) à des températures différentes, et le transfert s'accompagne d'un déplacement de matière.

La conduction est le mode de transfert de chaleur existant dans un milieu donné sans aucun déplacement apparent de matière, et provoqué par la différence de température au sein de ce milieu.

Le rayonnement thermique est un phénomène particularisé par un échange d'énergie électromagnétique qui peut se réaliser dans le vide sans que le milieu intermédiaire ne participe indispensablement à cet échange.

Toutefois, il s'avère que notre étude est une étude très originale dans notre mention puisqu'il se peut qu'elle ait déjà été effectuée auparavant mais nous n'avons pas seulement effectué l'étude de la propagation par expérience mais nous avons continué notre étude avec la modélisation sur une géométrie réelle même.

CHAPITRE II : MATERIELS ET METHODES

1- Différents matériels utilisés lors de l'étude expérimentale

Lors de notre étude, nous avons employé plusieurs matériels physiques qui nous ont aidé à la réalisation des tests expérimentaux : le téflon, les thermocouples, l'appareil Heat Transfer Service Unit et les matériaux métalliques qui sont l'acier et le cuivre.

1-1/ Téflon [12], [22], [24]

Selon l'étymologie, téflon veut dire tétrafluoroéthylène C_2F_4 , c'est une matière plastique obtenue à partir de la polymérisation du fluor et de l'éthylène, qui possède une grande inertie chimique et un très grand pouvoir antiadhésif, c'est un thermostable.



Figure 1 : Téflon

Caractéristiques principales

Le téflon :

- possède une bonne tenue chimique en général ;
- peut subir des températures d'utilisation élevées, il est rigide ;
- peut brûler dans une flamme mais s'éteignant d'elle-même dès qu'on la retire, il est autoextinguible ;
- possède une bonne stabilité dimensionnelle ;
- possède une densité élevée ;
- est facile à usiner ;
- est très résistant vis-à-vis de tout produit chimique.

Usages domestiques

- Mécanique, automobile, aviation
- Industrie, construction, électricité
- Protection de l'environnement
- Médecine

1-2/ Thermocouples [20], [25]

Le mot thermocouple vient du mot grec thermo qui veut dire chaleur, et couple qui désigne deux matériaux de même espèce mais avec de caractéristiques différentes.

C'est un mesureur de température, une sonde constituée par la soudure de deux conducteurs de matériaux différents. Cette soudure est mise en contact avec l'élément à mesurer, de sorte que le point de connexion est le point de mesure. Un thermocouple peut être formé à partir de n'importe quel couple de métaux.



Figure 2 : Thermocouple

Principe physique simplifié d'un thermocouple

Le principe utilisé pour donner l'image de la température est *l'effet Seebeck*. On joint par une extrémité (appelée jonction chaude) deux conducteurs métalliques de caractéristiques différentes. On forme ainsi un thermocouple. Si on élève la température de la jonction chaude, on peut mesurer une tension, appelée force électromotrice ou f.é.m. de Seebeck aux extrémités libres du thermocouple, liée à la différence de température à laquelle sont soumises la soudure chaude et la soudure froide. Tout simplement, un thermocouple ne mesure pas la température absolue, mais la température différentielle entre le point de mesure (jonction chaude) et le point froid (jonction froide). La principale limite est la précision obtenue. Il est relativement difficile d'obtenir des mesures avec une incertitude inférieure à $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

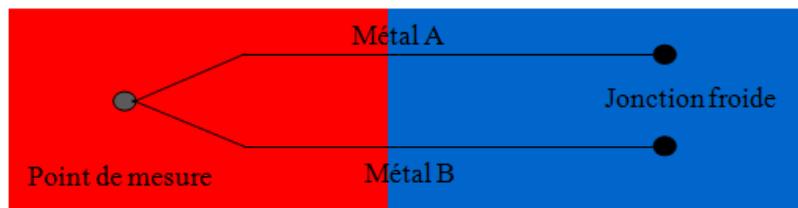


Figure 3 : Schéma de montage d'un thermocouple

Différents types de thermocouples

Le domaine d'utilisation et le prix d'un thermocouple dépendent des deux métaux utilisés. A chaque couple de métaux, correspond une lettre normalisée. Les désignations associées aux principaux thermocouples les plus courants employés dans l'industrie sont représentées dans le tableau qui suit :

Type	Métal A (+)	Métal B (-)	Plages d'utilisation	Coefficient seebeck α [$\mu\text{V}.\text{C}^{-1}$]	Erreur standard
J	Fer	Constantan	-40 à +750°C	50,38 à 0°C	0,75% à 2,2%
K	Chromel	Alumel	-40 à +1200°C	39,45 à 0°C	0,75% à 2,2%
S	Platine 10% Rhodium	Platine	0 à +1600°C	10,21 à 600°C	0,25% à 1,5%
T	Cuivre	Constantan	-40 à +350°C	38,75 à 0°C	0,75% à 1%

Tableau 2 : Différents types de thermocouple

Dans notre étude, nous avons employé des thermocouples de type K.

1-3/ Matériaux métalliques

1-3-1/Acier [9]

On peut obtenir l'acier

- A partir de la fonte : en enlevant son carbone par brulure dans un convertisseur ;
- A partir de ferrailles recyclées : en faisant fondre des ferrailles dans un énorme four électrique.

L'acier fait partie de la famille des métaux ferreux. Il est composé des alliages à base de fer qui titrent moins de 2% de carbone, contrairement aux fontes qui en contiennent plus de 2%.

Les aciers ont été classés en fonction de deux critères : la composition et le niveau de qualité. Ainsi on distingue les aciers :

- non alliés (<1% d'alliage)
- peu alliés (teneur de chaque élément d'alliage<5%)
- très alliés

Et, en fonction de la garantie donnée aux propriétés d'usage, on a :

- les aciers de base
- les aciers de qualité
- les aciers spéciaux.

Ces derniers sont placés dans trois familles

- les aciers de construction mécanique (peu ou non alliés)
- les aciers à outils (peu ou très alliés)
- les aciers inoxydables.



Figure 4 : Barre d'acier

Propriétés de l'acier

L'acier possède :

- une grande dureté
- une grande résilience
- un prix modérés (sauf pour les aciers inoxydables ou spéciaux)
- une difficulté pour son moulage (sauf les aciers spéciaux de fonderie)
- peut se tremper
- une bonne contrainte de traction et limite d'élasticité
- une bonne conductivité thermique
- une forte résistance à la corrosion pour les aciers inoxydables
- une grande formabilité et durabilité

Caractéristiques physique et électrique

- Température de fusion : ≈ 1400 [°C]
- Masse volumique : ≈ 7850 [kg/m³]
- Densité $\rho = 7.7$ à 8.1 [kg/dm³]
- Dureté : bonne
- Conductivité thermique $\lambda = 11.2$ à 83 [W.m⁻¹.K⁻¹]
- Dilatation thermique $\alpha = 9$ à 27 [10⁻⁶/K]
- Conductivité électrique $\sigma = (1,74$ à $8,72).10^6$ [S.m⁻¹]

Utilisation

L'acier est universellement employé dans tout type d'industrie, de mécanisme, d'objet, en raison de ses formidables qualités intrinsèques.

1-3-2/ Cuivre [21]

Le cuivre fait partie de la famille des métaux non ferreux, c'est un élément chimique doté du symbole Cu et du numéro atomique 29. Appelé aussi métal rouge, il est composé d'extrait de minerais, avec un aspect de couleur rougeâtre.



Figure 5 : Barre de cuivre

Propriétés du cuivre

- il est bactéricide et fongicide naturel,
- c'est un métal lourd, avec une excellente conductivité thermique et électrique,
- il est très résistant à la corrosion, c'est un revêtement protecteur contre la corrosion
- il est un métal très ductile, particulièrement très malléable
- il est parfait pour s'allier avec d'autres éléments
- le cuivre et ses alliages s'adaptent parfaitement à plusieurs types de soudure comme un soudage autogène, une soudure électrique de brassage ou de soudage à l'étain.

- le cuivre est un matériau durable, il peut être recyclé sans que ses performances en soient altérées

Ses points faibles

- le cuivre est difficile à usiner à l'état pur,
- il a tendance à ternir,
- il est possible que le cuivre développe de petites irritations à son contact.

Caractéristiques physiques et électrique

- Température de fusion : ≈ 1083 [°C]
- Masse volumique : ≈ 8920 [kg/m³]
- Densité $\rho = 8,9$ [kg/dm³]
- Dureté : bonne 3 [Mohr]
- Conductivité thermique $\lambda = 401$ [W.m⁻¹.K⁻¹]
- Dilatation thermique $\alpha = 10,6 \cdot 10^{-6}$ [K⁻¹]
- Conductivité électrique $\sigma = (58,5 \text{ à } 59,6) \cdot 10^6$ [S.m⁻¹]

Les alliages du cuivre les plus connus sont le bronze, le laiton et le zamak.

Utilisations

- Sur le bricolage, le cuivre peut être utilisé : en électricité, en plomberie pour les conduites des gouttières, en décoration pour son esthétisme.
- De nombreux domaines d'application relatifs à la fabrication de matériels électriques et électroniques font appel au cuivre en raison de sa haute performance.
- Plusieurs secteurs d'activité utilisent le cuivre afin de chauffer ou refroidir rapidement un liquide ou un gaz (chauffe-eau, chaudière, radiateurs, condenseurs, réchauffeurs des centrales électriques thermiques nucléaires) en raison de sa conductibilité thermique, il conduit le mieux la chaleur.
- Etant un métal très résistant face à la corrosion, le cuivre et ses alliages sont invulnérables sous l'action de l'eau et des produits chimiques, de nombreuse industrie emploient le cuivre dans la fabrication de tuyaux, de récipients et de conteneurs.

1-4/ Appareil Heat Transfer Service Unit (HTSU) [11]

C'est un appareil de mesure, qui est muni de capteur et c'est cet appareil qui transforme les mesures prises en valeurs lisibles. Il est spécialisé pour le transfert thermique.

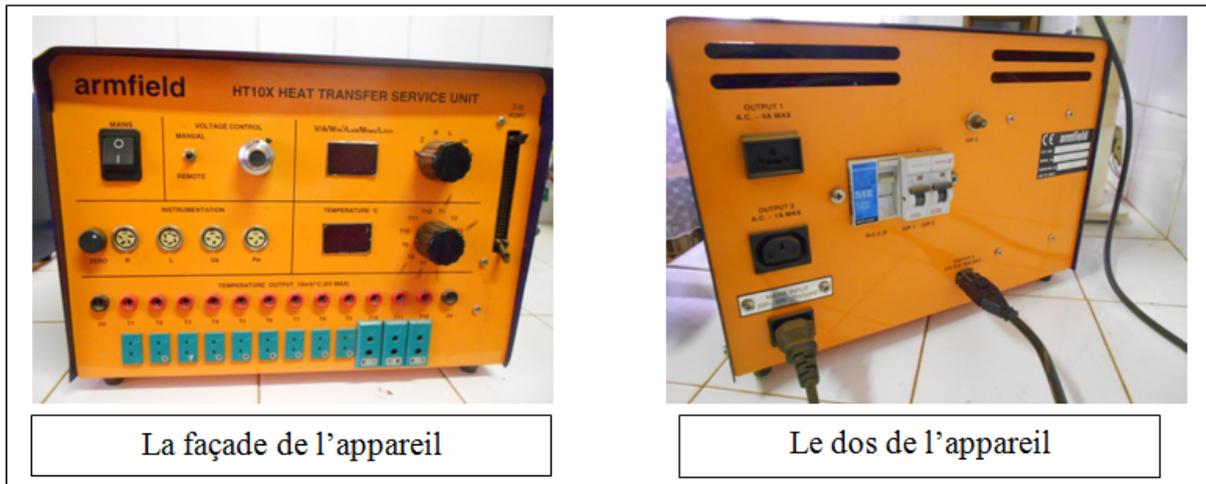


Figure 6 : Appareil Heat Transfer Service Unit

L'HTSU est lié avec deux mâchoires espacées dont :

- La mâchoire supérieure que nous chauffons à l'aide d'une résistance pour permettre la propagation de la température,
- La mâchoire inférieure qui permet le refroidissement, en y faisant circuler de l'eau, afin de garder la température ambiante du milieu extérieur.

Les deux mâchoires sont espacées afin que nous puissions effectuer la mesure d'une certaine matière placée entre les deux dispositifs.

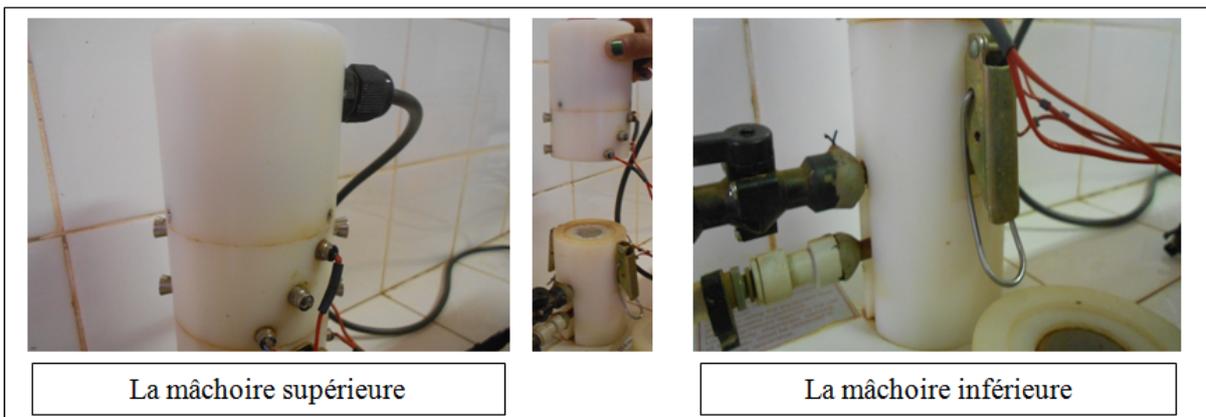


Figure 7 : Mâchoires

Il est à noter que des aciers sont insérés à l'intérieur de ces mâchoires, et que ces mâchoires sont reliées à l'appareil avec des thermocouples dont deux thermocouples (T1 et T2) pour la mâchoire supérieure et trois thermocouples (T7, T8 et T9) pour la mâchoire inférieure.

Les descriptions photographiques des divers branchements avec l'HTSU sont les suivantes :

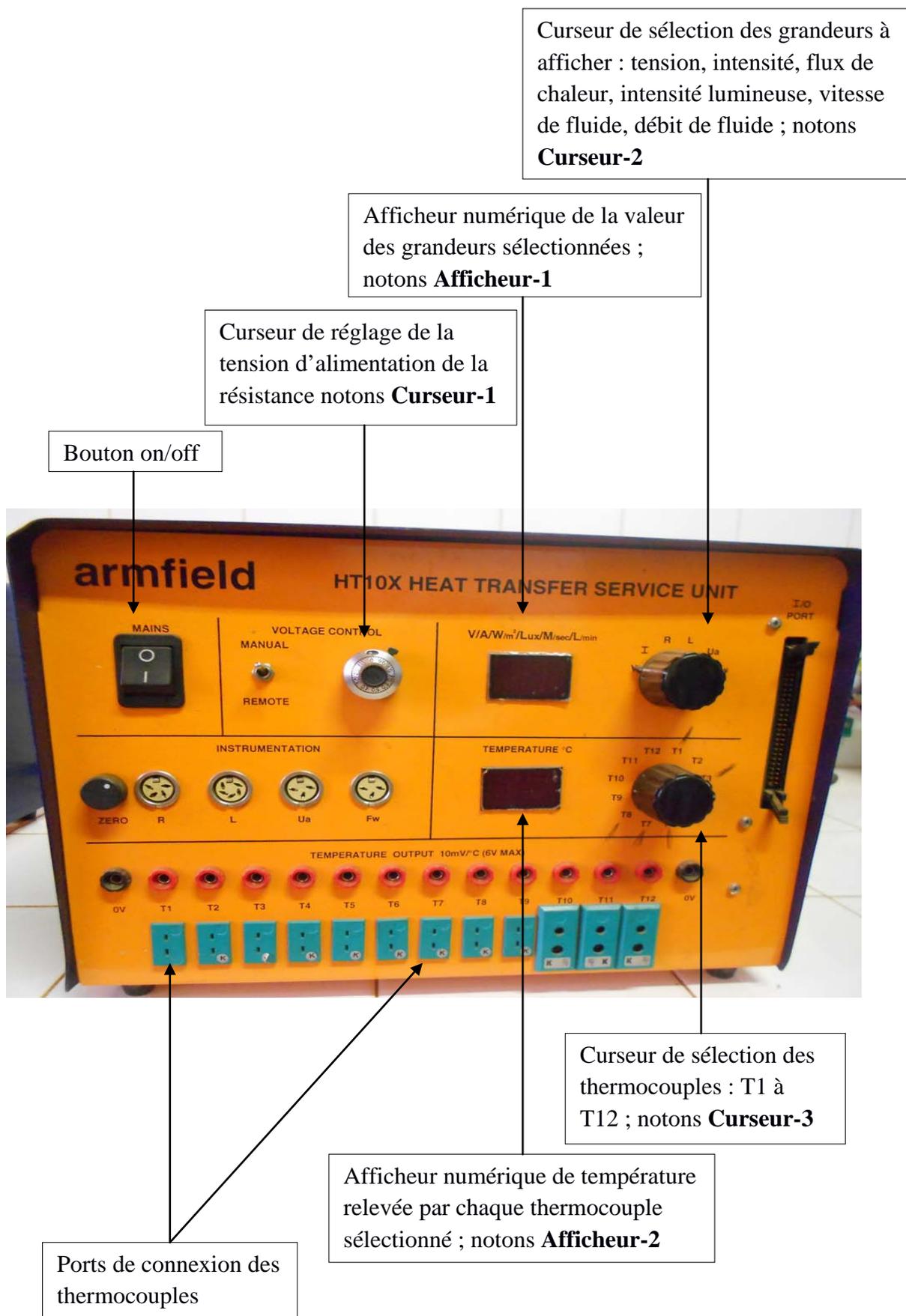
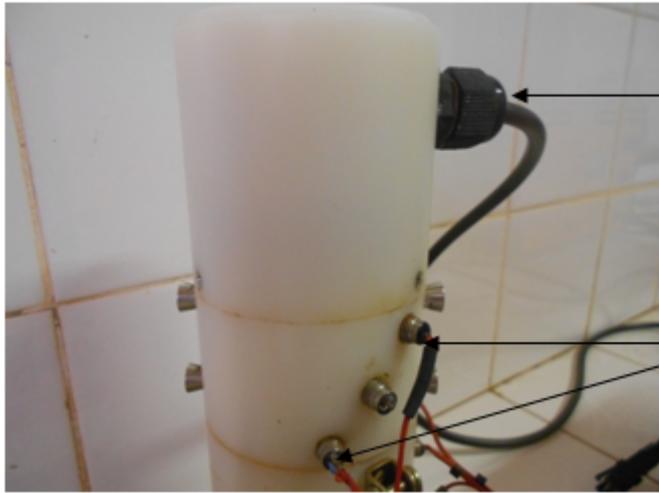


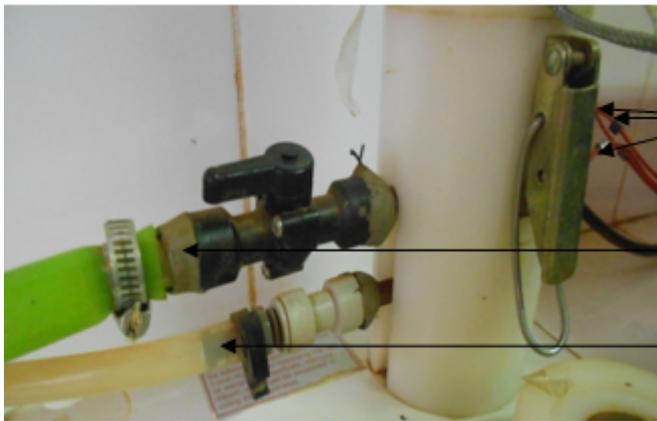
Figure 8 : Description de l'HTSU



Câble d'alimentation de la résistance chauffante

Les thermocouples T1 et T2 reliés à la mâchoire supérieure de l'appareil

Figure 9 : Mâchoire supérieure



Les thermocouples T7, T8 et T9 reliés à la mâchoire inférieure de l'appareil

Arrivée eau de refroidissement

Retour eau de refroidissement

Figure 10 : Mâchoire inférieure



Sortie d'alimentation de la résistance chauffante

Figure 11 : Dos de l'appareil

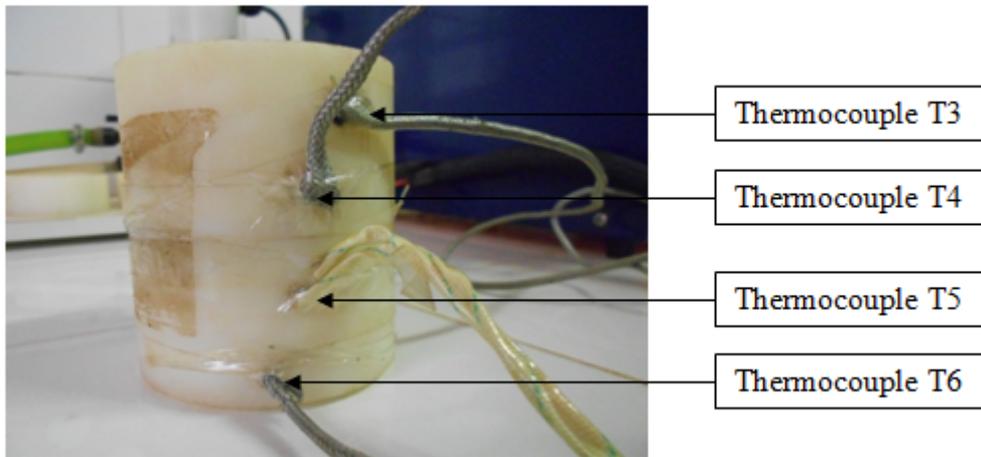


Figure 12 : Téflon isolant thermique



Figure 13 : Disposition des mâchoires et du téflon isolant



Figure 14 : Branchements des mâchoires et du téflon isolant avec l'HTSU

Pour le développement du travail, nous nous sommes aussi servi de plusieurs méthodes c'est-à-dire les matériels intellectuels.

2- Généralités sur le Transfert thermique [3], [13], [16], [17], [19]

Par une simple définition, le transfert thermique est un transit d'énergie dû à une différence de température. Ce transfert pourrait se faire par trois modes : par convection, conduction et par rayonnement.

2-1/ Convection

Le transfert thermique par convection est divisé en deux parties selon le mécanisme qui génère le mouvement du fluide : la convection naturelle ou libre et la convection forcée.

a- La convection naturelle ou libre

Le fluide est en mouvement sous l'effet :

- De la différence de masse volumique qui varie en fonction de la température au sein du fluide
- D'un champ de forces extérieures (la pesanteur)

b- La convection forcée

Le mouvement du fluide est causé par des interventions extérieures à la flottabilité.

Ce mode est généré lorsqu'on veut améliorer c'est-à-dire augmenter l'échange thermique.

Flux de chaleur échangé par convection

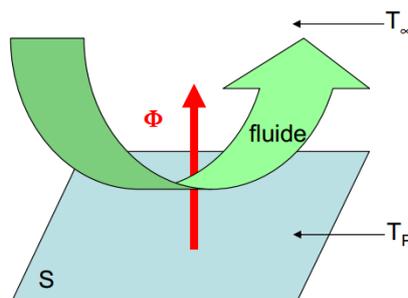


Figure 15 : Représentation du flux de chaleur par convection

Le flux de chaleur transmis par convection est donné par la loi de Newton :

$$\Phi = h.S (T_p - T_\infty) \quad (\text{II-1})$$

Où h : coefficient de transfert convectif en $[\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}]$. Ce coefficient dépend uniquement des propriétés du fluide (viscosité, coefficient de dilatation thermique, densité, vitesse de déplacement) et de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent).

T_p : température de la surface d'échange en [K, °C]

T_∞ : température du fluide en [K, °C]

S : aire de la surface d'échange solide/fluide en [m²]

Et si et seulement si $T_p > T_\infty$

La détermination du coefficient de transfert convectif h

Ce coefficient permet d'évaluer la quantité de transfert de chaleur effectuée par un phénomène de convection dans un fluide en mouvement. L'évaluation de ce coefficient repose sur la détermination de quelques nombres adimensionnels :

Le nombre de NUSSELT caractérise le type de transfert.

Cas du cylindre
$$\text{Nu} = \frac{h.D}{\lambda}$$

Cas de la plaque
$$\text{Nu} = \frac{h.L}{\lambda}$$

Avec λ conductivité thermique du fluide en [W.m⁻¹.K⁻¹]

L/D : dimension caractéristique en [m]

Le critère de REYNOLDS permet de prédire le régime d'écoulement : laminaire, turbulent, transitoire.

Cas du cylindre
$$\text{Re} = \frac{U.D}{\nu} = \frac{\rho.U.D}{\mu}$$

Cas de la plaque
$$\text{Re} = \frac{U.L}{\nu} = \frac{\rho.U.L}{\mu}$$

Avec U : vitesse de l'écoulement en [m.s⁻¹]

L/D : dimension caractéristique en [m]

ν : viscosité cinématique du fluide en [m².s⁻¹]

Le nombre de PRANTDL caractérise l'influence de la nature du fluide sur le transfert de chaleur par convection : d'où la comparaison de l'aptitude du fluide à diffuser la quantité de mouvement par le biais de sa viscosité et de son aptitude à diffuser la chaleur par le biais de sa diffusivité thermique.

$$\text{Pr} = \frac{\mu.C_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$$

Avec ν : viscosité cinématique en [m².s⁻¹]

a : diffusivité thermique en [m².s⁻¹]

ρ : densité du fluide

λ : conductivité thermique du fluide en $[\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}]$

C_p : capacité thermique à pression constante en $[\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$

Sur une plaque plane :

$$\text{Nu}_L = 0,664\text{Re}_L^{1/2} \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad \text{pour } \text{Pr} \geq 0,6 \text{ et } \text{Re} \leq 5.10^5$$

$$\text{Nu}_L = 0,036\text{Re}_L^{4/5} \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad \text{pour } 0,6 \leq \text{Pr} \leq 60 \text{ et } 5.10^5 \leq \text{Re} \leq 10^7$$

Dans un tube :

- Relation de Colburn

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad \text{pour } 0,6 \leq \text{Pr} \leq 160 \text{ et } \text{Re} \geq 10^4$$

- Relation de Dittus-Boulter

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}^n \quad \text{tel que } n = 0,4 \text{ pour le réchauffement d'un fluide}$$

$$n = 0,3 \text{ pour le refroidissement d'un fluide}$$

2-2/ Conduction

La conduction se passe essentiellement dans un milieu solide, elle est plutôt négligeable devant les deux autres modes de transfert dans les milieux liquide ou gazeux.

Ce mode de transfert découle du mouvement des électrons libres ou d'une transmission vibratoire atomique, ce qui explique pourquoi les bons conducteurs de chaleur sont également de bons conducteurs électriques.

Flux de chaleur à travers une surface

C'est la quantité de chaleur qui traverse la surface pendant un certain temps. On le note Φ et il est exprimé en [W].

$$\Phi = \frac{\partial Q}{\partial t}$$

Densité de flux de chaleur

C'est le flux de chaleur par unité de surface. On la note φ et elle est exprimée en $[\text{W.m}^{-2}]$

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dS}$$

$$\varphi = \frac{\Phi}{S} \quad \text{si le flux est homogène en tout point de la surface.}$$

Pour une surface dont la normale \vec{n} est orientée de manière quelconque par rapport au flux : $d\Phi = \vec{\varphi} \cdot \vec{n} \cdot dS$

Source (ou puits)

C'est la puissance thermique « p » que la matière produit (ou consomme) par unité de volume.

Source : $p > 0$
 $p < 0$ Avec $p = (M, T, t)$

Loi de Fourier

Elle veut dire que l'effet produit est proportionnelle à sa cause, c'est-à-dire que la densité de flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température.

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (\text{II-2})$$

Avec : $\overrightarrow{\text{grad}T}$ en $[\text{K} \cdot \text{m}^{-1}]$

$\vec{\varphi}$ en $[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$

λ en $[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$

Si l'écart de température est faible, on peut considérer λ comme constante.

Résistance thermique par conduction

Sa valeur permet de quantifier l'aptitude d'un matériau à s'opposer au transfert de chaleur pour une épaisseur donnée. Elle se note R_{tc} et s'exprime en $[\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}]$

La résistance thermique par conduction $R_{tc} = \frac{e}{\lambda \cdot S}$

Avec e : épaisseur de la paroi en $[\text{m}]$

λ : conductivité thermique de la paroi en $[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$

L'écoulement du flux de chaleur dans un échange par conduction peut être représenté par un schéma équivalent comme suit :

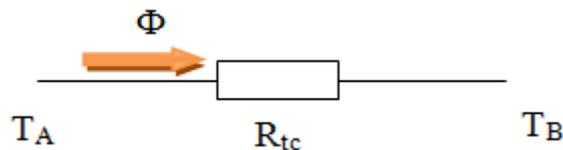


Figure 16 : Sens d'écoulement du flux de chaleur

Par analogie avec l'électrocinétique, l'écoulement s'effectue du milieu à haute température (potentiel élevé) vers un autre à basse température (potentiel moins élevé) :

$$\Phi = \frac{T_A - T_B}{R_{tc}} \quad \text{où A et B sont des surfaces isothermes.}$$

Equation générale de la conduction

Le milieu solide soumis à des gradients de température, l'énergie interne du point matériel va varier, donc l'énergie cinétique est nulle et les variations d'énergie potentielle sont négligeables.

Soit un élément de volume fini v contenu dans un système V et délimité par une surface S , il exprime l'équivalence de la chaleur et du travail tel que :

$$\begin{aligned}dU &= \delta Q + \delta W \\ &= C_V \cdot dT + l \cdot dV - p \cdot dV \\ dU &= C_V \cdot dT + (l - p) dV\end{aligned}\tag{II-3}$$

La chaleur échangée par V avec l'extérieur est formée par la puissance échangée à travers S et la puissance consommée ou fournie p .

L'énergie est donnée par la loi de Fourier :

$$\delta Q = -\lambda \overrightarrow{grad}T \cdot \overrightarrow{dS} dt\tag{II-4}$$

Ou

$$\delta Q = \vec{\varphi} \cdot \vec{n} \cdot dS dt\tag{II-5}$$

La puissance calorifique qui sort à travers la surface est : $\int_S \vec{\varphi} \cdot \vec{n} dS$

La puissance reçue par le volume v à travers sa surface S est : $-\int_S \vec{\varphi} \cdot \vec{n} dS$

La puissance générée par les sources internes au volume v est : $\int_V p \cdot dV$

Le solide étant indéformable donc le travail est nul ($W=0$) et seule la variation de la température intervient dans l'expression de l'énergie interne.

La variation de l'énergie interne dans l'élément de volume dv de masse $m = \rho \cdot dv$:

$$\begin{aligned}dU &= m \cdot c \cdot dT = \rho \cdot dv \cdot c \cdot dT \\ \int_V \frac{dU}{dt} &= \int_V \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} dv\end{aligned}\tag{II-6}$$

Le 1^{er} principe,

$$-\int_S \vec{\varphi} \cdot \vec{n} dS + p \cdot dv = \int_V \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} dv\tag{II-7}$$

$$\text{Selon le théorème d'Ostrogradski } \int_S (\vec{\varphi} \cdot \vec{n}) dS = \int_V \text{div } \vec{\varphi} \cdot dv\tag{II-8}$$

$$\text{L'équation (II-7) : } \int_V [\text{div } \vec{\varphi} + \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} - p] dv = 0\tag{II-9}$$

Cette relation est vérifiée quelque soit le volume v du système V .

$$\text{Donc : } \text{div } \vec{\varphi} + \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t} - p = 0 \text{ (équation de la conduction)}\tag{II-11}$$

Posons $\gamma = \rho \cdot c$

$$D'o\grave{u} : \text{div } \vec{\varphi} + \gamma \frac{\partial T}{\partial t} - p = 0 \quad (\text{II-12})$$

Avec p : débit de chaleur engendré par unité de volume en [W.m⁻³]

Equation de transfert appliquée à un milieu homogène isotrope

A partir de (II-2), l'équation (II-12) devient :

$$- \text{div} (\lambda(T) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}T) + \gamma(T) \frac{\partial T}{\partial t} - p (M, T, t) = 0 \quad (\text{II-13})$$

Comme $\text{div} (f \cdot \vec{v}) = f \text{div } \vec{v} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}f$

Quelque soit \vec{v}

$$\text{On a } [- \lambda \text{div} (\overrightarrow{\text{grad}}T) + \overrightarrow{\text{grad}}T \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\lambda] + \gamma \frac{\partial T}{\partial t} - p = 0 \quad (\text{II-14})$$

En utilisant ΔT le Laplacien de la température, tel que $\Delta T = \text{div} (\overrightarrow{\text{grad}}T)$

$$\text{On a } - \lambda \Delta T - (\overrightarrow{\text{grad}}T \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\lambda) + \gamma \frac{\partial T}{\partial t} - p = 0 \quad (\text{II-15})$$

$$- \lambda \Delta T - \left[\frac{\partial \lambda}{\partial T} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right) \right] + \gamma \frac{\partial T}{\partial t} - p = 0$$

$$- \lambda \Delta T - \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}}T)^2 + \gamma \frac{\partial T}{\partial t} - p = 0$$

$$\text{Donc } \lambda \Delta T + \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}}T)^2 - \gamma \frac{\partial T}{\partial t} + p = 0 \quad (\text{II-16})$$

Dans la suite de notre étude nous allons mettre l'équation de transfert en fonction de la diffusivité thermique telle que : $-\Delta T - \frac{1}{\lambda} \overrightarrow{\text{grad}}T \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\lambda + \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{p}{\lambda} = 0$ (II-17)

Avec : $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$: diffusivité thermique

$$-\Delta T - \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\partial \lambda}{\partial T} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right) \right] + \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{p}{\lambda} = 0$$

$$-\Delta T - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}}T)^2 + \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{p}{\lambda} = 0$$

$$D'o\grave{u} \Delta T + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}}T)^2 - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p}{\lambda} = 0 \quad (\text{II-18})$$

Cas particuliers

➤ Si λ ne varie pas avec la température ou sa variation est négligeable, avec un écart de température faible : $\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p}{\lambda} = 0$ (II-19)

➤ Si λ ne varie pas avec la température et il n'y a pas de dégagement de chaleur interne, en régime variable : $\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ (II-20)

➤ La température n'est plus en fonction du temps, en régime permanent :

- avec dégagement de chaleur interne : $p \neq 0$

$$\Delta T + \frac{p}{\lambda} = 0 \text{ (loi de Poisson) (II-21)}$$

- sans dégagement de chaleur interne : $p = 0$

$$\Delta T = 0 \text{ (équation de Laplace)}$$

Flux de chaleur échangé par conduction

Considérons un cylindre homogène

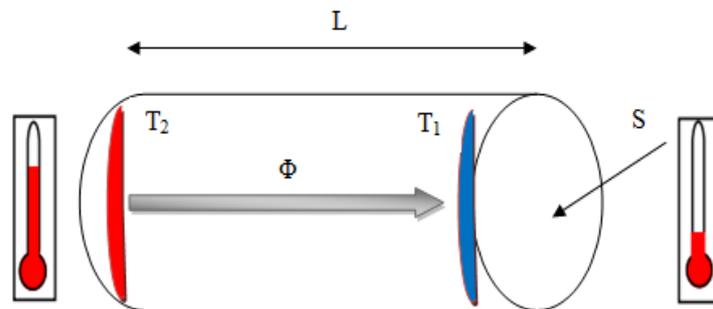


Figure 17 : Représentation du flux de chaleur par conduction

Selon cette loi de Fourier, on a $\Phi = -\lambda S \frac{dT}{dx}$ (II-22)

Or en régime permanent, la répartition de la température est linéaire :

$$T(x) = -\frac{T_2 - T_1}{L} x + T_2 \quad \text{(II-23)}$$

Et le gradient de température est alors constant : $\frac{dT}{dx} = -\frac{T_2 - T_1}{L}$ (II-24)

D'où le flux de chaleur transmis par conduction est :

$$\Phi = \frac{\lambda S}{L} (T_2 - T_1) \quad \text{(II-25)}$$

Où : λ conductivité thermique du matériau en $[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$

S aire du matériau en $[\text{m}^2]$

L longueur du matériau (épaisseur) en $[\text{m}]$

T_1 température de la face la plus froide en $[\text{°C}]$ ou en $[\text{°K}]$

T_2 température de la face la plus chaude en $[\text{°C}]$ ou en $[\text{°K}]$

Avec $T_2 > T_1$.

2-3/ Rayonnement

Tous les corps matériels solides, liquides ou gazeux, portés à une température supérieure à 0°K, sont capables d'émettre de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique et d'en échanger entre eux.

Un rayonnement est caractérisé par :

- la fréquence ν , telle que $\nu = \frac{c}{\lambda}$
- l'énergie $E = h.\nu$
où h : constante de Planck tel que $h = 6,62.10^{-34}$ [J.s], E en [J] et ν en [s^{-1}]
- la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide est $c_0 = 3.10^8$ [$m.s^{-1}$]
- la vitesse de propagation des ondes est $c = \frac{c_0}{n}$, dans un milieu d'indice n .

L'échange thermique par rayonnement se fait suivant le processus de :

- Emission, qui est la conversion de l'énergie fournie à la source en énergie électromagnétique.
- Transmission, qui est la transmission de cette énergie électromagnétique et se fait par propagation des ondes avec absorption par le milieu traversé.
- Réception, qui est la conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique (absorption).

Flux de chaleur transmis par rayonnement

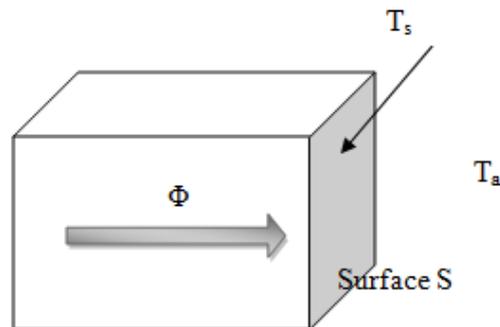


Figure 18 : Représentation du flux de chaleur par rayonnement

Selon la loi de Stéphan Boltzmann, le flux de chaleur échangé entre la surface S et le milieu ambiant peut s'écrire : $\Phi = \varepsilon.\sigma.S (T_s^4 - T_a^4)$ (II-26)

Où : ε coefficient d'émission de la surface ($\varepsilon = 1$ pour un corps noir, $\varepsilon \ll 1$ corps brillant)

σ constante de Stéphan Boltzmann $\sigma = 5,67.10^{-8}$ en [$W.m^{-2}.K^{-4}$]

S aire de la surface d'échange en [m^2]

T_s température de la surface du corps [$^{\circ}\text{K}$]

T_a température ambiante (température environnant la surface) [$^{\circ}\text{K}$]

2-4/ Exemple d'utilisation de l'équation générale de transfert

$$\text{On a l'équation } \lambda \Delta T + \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}T})^2 - \gamma \frac{\partial T}{\partial t} + p = 0 \quad (\text{II-16})$$

Les quatre termes dans l'équation générale de transfert sont : le terme temporel, le terme de convection, le terme de diffusion et le terme source.

Dans le cas de notre équation, nous avons :

- Terme temporel : $\gamma \frac{\partial T}{\partial t}$
- Terme de convection : $\frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}T})^2$
- Terme de diffusion : $\lambda \Delta T$
- Terme source : p

Dans le domaine de la thermique, cette équation peut être utilisée pour l'étude d'une propagation thermique à l'intérieur d'une barre métallique. Dans notre cas, nous avons employé un téflon en tant qu'isolant de la barre à étudier donc nous avons eu une propagation unidirectionnelle.

Dans le domaine de l'électricité, l'équation généralisée sera nécessaire pour découvrir la conservation de courant au niveau d'une barre métallique ; par exemple en présence de deux barres métalliques différentes, cette équation permet de déterminer lesquelles des deux barres conservent bien le courant.

3- Propriétés physiques des matériaux [23]

Les propriétés physiques sont les grandeurs qui caractérisent le comportement des matériaux en présence d'un ou plusieurs types d'échange thermique. Voyons quelques propriétés :

- Chaleur massique ou chaleur spécifique C_p
- Viscosité cinématique ν
- Masse volumique ρ
- Diffusivité thermique a
- Conductivité λ

3-1/ Chaleur spécifique

La chaleur spécifique d'un corps est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1°K la température de l'unité de masse c'est-à-dire 1kg de ce corps.

Elle traduit l'aptitude du matériau à absorber une quantité de chaleur (Q) et à s'échauffer de ΔT . Elle est notée C et est exprimée en $[J.kg^{-1}.K^{-1}]$.

$$\text{Sa formule est } C = \frac{Q}{M.\Delta T} \quad (\text{II-27})$$

Avec Q : quantité de chaleur en [J]

M : masse du système concerné en [kg]

ΔT : variation de température en [°K]

3-2/ Viscosité cinématique

C'est le coefficient de diffusion de la quantité de mouvement à travers le fluide, elle est exprimée en $[m^2.s^{-1}]$ et sa formule est : $\nu = \frac{\mu}{\rho}$,

Où μ viscosité dynamique du liquide en $[kg.m^{-1}.s^{-1}]$

ρ masse volumique du liquide en $[kg.m^{-3}]$

3-3/ Masse volumique

La masse volumique représente la masse d'un matériau par unité de volume. Son symbole est ρ et elle est exprimée en $[kg.m^{-3}]$.

Elle varie selon la température et la pression pour les gaz.

Le taux d'humidité modifie aussi la masse volumique pour les matériaux qui peuvent absorber de l'eau.

3-4/ Diffusivité thermique

La diffusivité thermique d'un matériau caractérise sa vitesse de transmission des flux de chaleur d'une de ses parois à l'autre ou, ce qui revient au même à sa capacité à ralentir ce transfert de chaleur.

Elle exprime l'aptitude d'un matériau à transmettre la chaleur plutôt qu'à l'absorber (en termes de vitesse).

Plus la diffusivité est élevée et plus la vitesse de transmission est rapide et inversement.

C'est-à-dire que plus la chaleur met de temps à traverser un matériau et plus sa diffusivité est faible.

Elle est notée a et est exprimée en $[m^2.s^{-1}]$.

$$\text{Sa formule est : } a = \frac{\lambda}{\rho.C_p} \quad (\text{II-28})$$

Où λ : conductivité thermique du matériau en $[W.m^{-1}.K^{-1}]$;

ρ : masse volumique du matériau considéré en $[kg.m^{-3}]$;

C_p : capacité thermique massique à pression constante en $[J.kg^{-1}.K^{-1}]$.

3-5/ Conductivité thermique des matériaux

La conductivité thermique est le flux de chaleur traversant un matériau d'épaisseur 1[m], pour une différence de température de 1[°K] entre les deux faces entrante et sortante. Son symbole est λ et elle est exprimée en $[W.m^{-1}.K^{-1}]$.

Sa valeur permet de quantifier le pouvoir du matériau à conduire la chaleur.

On obtient sa formule de celle de la diffusivité thermique telle que : $\lambda = a.\rho.C_p$

Un matériau sera considéré comme un isolant si sa conductivité thermique est inférieure à 0,06 $[W.m^{-1}.K^{-1}]$.

Un matériau sera considéré comme conducteur si sa conductivité thermique est supérieure à 10 $[W.m^{-1}.K^{-1}]$.

Donc plus la conductivité thermique est élevée plus le matériau est conducteur de chaleur, plus elle est faible, plus le matériau est isolant.

La conductivité dépend principalement de :

- la nature chimique du matériau
- la nature de la phase considérée (solide, liquide, gazeuse)
- la température
- autres paramètres comme l'humidité et la pression.

4- Méthode de résolution des équations aux dérivées partielles

Pour pouvoir régler un problème exact continu régit par une équation aux dérivées partielles, notée EDP, au problème approché discret, nous pouvons utiliser des méthodes de résolution numérique. [1], [4], [6], [7], [14], [15], [18].

4-1/ Classes des schémas numériques

Il existe trois grandes classes de schémas numériques pour la discrétisation et la résolution des équations aux dérivées partielles :

- Méthode des éléments finis
- Méthode des différences finies
- Méthode des volumes finis

4-1-1/ Méthode des éléments finis

Cette méthode permet la résolution d'une EDP en remplaçant cette dernière par un nombre fini d'équations différentielles ordinaires.

Elle consiste à trouver une approximation discrète, dans un sous-espace de dimension finie, pour un problème aux limites linéaires, écrite sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par nombre fini de paramètres. Il est à noter qu'il n'existe pas de formulation variationnelle pour toute équation aux dérivées partielles.

Pour l'approche d'une fonction, le principe est de découper son domaine de définition que l'on note D en sous-domaines contigus d^n définis sur un maillage, et sur chaque sous-domaine le comportement local de la fonction est représenté par une fonction simple comme une fonction polynomiale par exemple. C'est une méthode d'interpolation, c'est pourquoi il faut trouver une approximation de la solution exacte sous forme d'une combinaison linéaire de fonctions d'interpolation simples entre les nœuds du maillage appartenant à chacun des volumes élémentaires d^n . Ces fonctions d'interpolation sont définies sur un volume d^n et respectent des conditions de continuité entre sous-domaines contigus. La méthode nécessite que les éléments soient définis analytiquement et qu'ils réalisent une partition totale du domaine.

L'appellation éléments finis vient de la décomposition du domaine d'étude en éléments, ils sont souvent représentés par un maillage.

La formulation variationnelle est obtenue à partir de la multiplication de l'équation différentielle en considération par une fonction test w telle que $w = \text{produit scalaire } L^2(\Omega)$.

Le principe de la méthode des éléments finis est de diviser le domaine d'intégration en une, deux ou trois dimensions en domaines élémentaires de taille finie.

Bref, la méthode des éléments finis expose sa supériorité sur des problèmes beaucoup plus complexes, surtout aux géométries deux dimensions (2D) ou 3D compliquées. Elle est la plus utilisée pour obtenir une solution numérique aux problèmes les plus divers, thermiques ou autres, en imposant peu d'hypothèses restrictives aux équations à traiter.

4-1-2/ Méthode des différences finies

C'est l'une des méthodes employées pour la résolution des problèmes aux valeurs limites. Elle a connu une réussite pour la résolution des équations de type elliptique, parabolique et hyperbolique.

La méthode consiste à rechercher une expression approchée de l'équation de la chaleur en un nombre fini de points du domaine à modéliser, c'est-à-dire à échanger les dérivées partielles par des différences divisées ou par des combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. L'expression que l'on a obtenue ne mettant en jeu que les températures au nœud considéré et à ses voisins immédiats.

L'équation de la chaleur va être numériquement résolue en chacun des nœuds d'un maillage en se servant des expressions approchées des dérivées spatiales de la température en fonction des températures aux nœuds voisins et de développements en série de Taylor.

Cette méthode paraît facile à employer en quelques usages puisqu'elle se déroule en deux étapes :

- d'abord la discrétisation par différences finies des opérateurs de dérivation ou de différentiation,
- ensuite, la convergence du schéma numérique ainsi obtenu suite à la diminution de la distance entre les points.

Bref, la méthode des différences finies est simple à comprendre et à mettre en usage. C'est ce qui en a fait le succès, mais elle n'est applicable qu'aux géométries simples et aux maillages réguliers.

4-1-3/ Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une méthode alternative à la méthode des différences finies. Les deux méthodes permettent la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles mais évidemment chacune a sa manière de résoudre.

La méthode des volumes finis intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des

approximations discrètes conservatives et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en œuvre est simple avec des volumes élémentaires rectangles.

Principe de la méthode

Son principe est de partitionner le système en volumes de contrôle et intégrer des équations sur chaque volume. Il s'agit d'un bilan local des flux dans un petit volume de contrôle

Bref, on peut affirmer que la souplesse des maillages avec la méthode des volumes finis permet des bonnes applications sur des géométries complexes.

4-2/ Comparaison des différentes méthodes

	Avantages	Inconvénients
Méthode des éléments finis	<ul style="list-style-type: none"> - Possibilité de traiter des géométries complexes - Très utilisée dans le domaine de mécanique des milieux continus - Robustesse et souplesse du maillage quelconque - Approche très mathématique 	<ul style="list-style-type: none"> - Rencontre des difficultés pour la résolution des termes non-linéaires - Coûteuse en temps de calcul (inversion de matrices) et de mémoire - Complicité de mise en œuvre - Trop « mathématique »
Méthode des différences finies	<ul style="list-style-type: none"> - Bien connue - Bien adaptée dans les géométries simples : cas rectangulaire ou parallélépipédique - Facilite le calcul des dérivées - Méthode simple et rapide - Possède un faible coût de 	<ul style="list-style-type: none"> - Mise en œuvre difficile dans les domaines complexes : cas triangle ou tétraèdre - Pas toujours conservative - Forte régularité des solutions nécessaire - Peu de souplesse de

	calcul	maillage
	<ul style="list-style-type: none"> - Facilité de mise en œuvre - Grand nombre d'EDP approchable - Maillage structuré et simple à concevoir 	<ul style="list-style-type: none"> - Conditions de type Newman difficiles à gérer
Méthode des volumes finis	<ul style="list-style-type: none"> - Capable de résoudre des EDP avec des géométries complexes - Conservative (par sa formulation) donc adaptée à la résolution des lois de conservation - Adaptée au maillage quel que soit le choix de son volume - Facile à manipuler avec des maillages non-structurés - Explicite, calcul moins coûteux - Capable de déterminer plus naturellement les conditions aux limites de type Newman - Approche très « physique » : bilan des flux - Plusieurs schémas pour résoudre des termes non-linéaires hyperboliques - Base de plusieurs codes généralistes, y compris le code ARB. 	<ul style="list-style-type: none"> - peu de résultats théoriques de convergence - méthode diffusive : elle impose un choix approprié de schéma numérique

Tableau 3 : Avantages et inconvénients de chaque méthode

Explication approfondie de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à partitionner le système en domaines contigus et à écrire les bilans thermiques de chacun de ces volumes élémentaires.

Comme toutes les méthodes, la méthode des volumes finis comporte deux phases : le maillage et la discrétisation.

a- Le maillage

Il consiste à fractionner le domaine à étudier en de petits volumes réguliers appelés volumes de contrôle.

La forme et la géométrie des mailles dépendent de la dimension du problème à résoudre :

- Cas d'une dimension : les volumes de contrôles sont des éléments de segment réguliers.

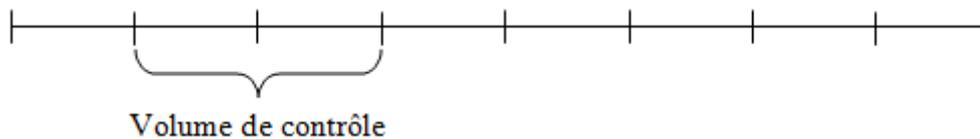


Figure 19 : Volume de contrôle en segments

- Cas de deux dimensions : les volumes de contrôle sont des éléments de surface réguliers.

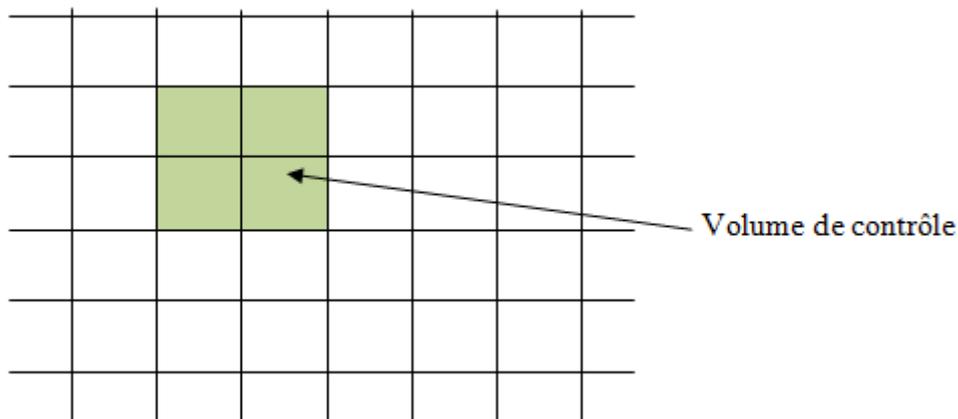


Figure 20 : Volume de contrôle en éléments de surface

- Cas de trois dimensions : les volumes de contrôle sont des éléments de volume réguliers.

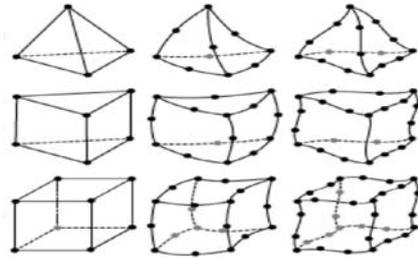


Figure 21 : Volume de contrôle en éléments de volume

b- La discrétisation

Elle consiste à transformer les équations différentielles continues en équations algébriques discrètes en intégrant les équations dans les volumes de contrôle

Les équations ainsi que les conditions aux limites sont approchées par des équations et des conditions discrètes.

5-Le code « ARB »

5-1/ Présentation du code « ARB »

ARB est un code « libre » et « non-boite noire » créé par Dalton Harvie [5] publié sous la licence GNU General Public License (GPL). C'est un logiciel de simulations simples sur la thermodynamique et la mécanique des fluides et qui pourraient se faire en 2D et 3D. Malgré qu'il soit un peu compliqué, on peut l'adapté pour une résolution temporelle.

Les principaux avantages de code « ARB » sont :

- La résolution des équations aux dérivés partielles sur des maillages non structurés en appliquant la méthode des volumes finis.
- L'adéquation du code à chaque demande, parce que les expressions « maths-type » de l'utilisateur permettent de déterminer toutes les équations et les variables.
- L'efficacité de la résolution des équations distinctives en s'appuyant sur une méthode de Newton-Raphson.

Le lancement de « ARB » pourrait se faire sur l'Apple OSX et sur les plateformes Linux UBUNTU, et avec un environnement de type UNIX.

La version originale de ARB est disponible
dans : <http://people.eng.unimelb.edu.au/daltonh/downloads/arb/>

5-2/ Les logiciels essentiels pour le fonctionnement de « ARB »

- MAXIMA

C'est un logiciel libre de calculs formel et algébrique, qui provient du logiciel Macsyma (du projet MAC's Symbolic Manipulator). Le logiciel est programmé en « Lisp » et spécialisé dans les manipulations de symboles. Maxima peut générer du code en Fortran pour les calculs possédant des nombres à virgules flottante et les grands tableaux, et permet de faire : des calculs sur les polynômes, les matrices, les calculs d'intégration, de dérivation, de séries, de limites, des résolutions de systèmes, des équations différentielles, décomposition en séries de Taylor...

Maxima possède une interface utilisateur que arb ne se sert pas, mais les variables sont saisies directement sur le fichier .arb qui les interprète par maxima.

- GFORTTRAN

C'est un compilateur de programmes : les équations ou variables écrites dans le fichier .arb sont traduites par setup_equation.pl en fortran (.f90) et insérées dans le fichier /build/equation_module.f90. Ces programmes seront compilés après par le compilateur gfortan.

- UMFPACK

C'est un logiciel de calculs et traitements matriciels, écrit en langage C, il décrit un ensemble de méta-programme qui permet de résoudre un système à base de matrice asymétrique de la forme $Ax=b$, avec A est une matrice creuse et asymétrique.

- GMSH

C'est le logiciel employé pour former de la géométrie ainsi que pour la construction du maillage. Ce logiciel peut aussi être utilisé pour le post-traitement. Cependant, on pourrait faire des modifications sur les paramètres, effectuer des calculs, traiter et afficher directement les résultats en associant un solveur externe à gmsh à travers UNIX ou TCP/IP. Toutefois, gmsh possède déjà un solveur : GetDP.

5-3/ Simuler sur « ARB »

Avant le lancement de la simulation il faut installer les outils essentiels de « ARB » : logiciels et packages. Simuler sur « ARB » est généralement établi par la création de trois fichiers : *nom_1.arb*, *nom_2.geo*, *nom_3.msh*.

La conception des fichiers de ARB :

- 1- Fichier *nom_1.arb* : conçu manuellement, il doit être constitué d'un pseudo-programme écrit en langage arb, qui autorisera l'utilisateur à définir les constantes, les variables, les inconnues et les équations à résoudre pour chaque cellule.
- 2- Fichier *nom_2.geo* : conçu automatiquement par GMSH lors de la création de la géométrie, il contient les informations nécessaires de la géométrie. On peut y écrire manuellement pour faire des personnalisations.
- 3- Fichier *nom_3.msh* : il peut être conçu par GMSH le générateur de mailles.

Illustration de la procédure pour simuler

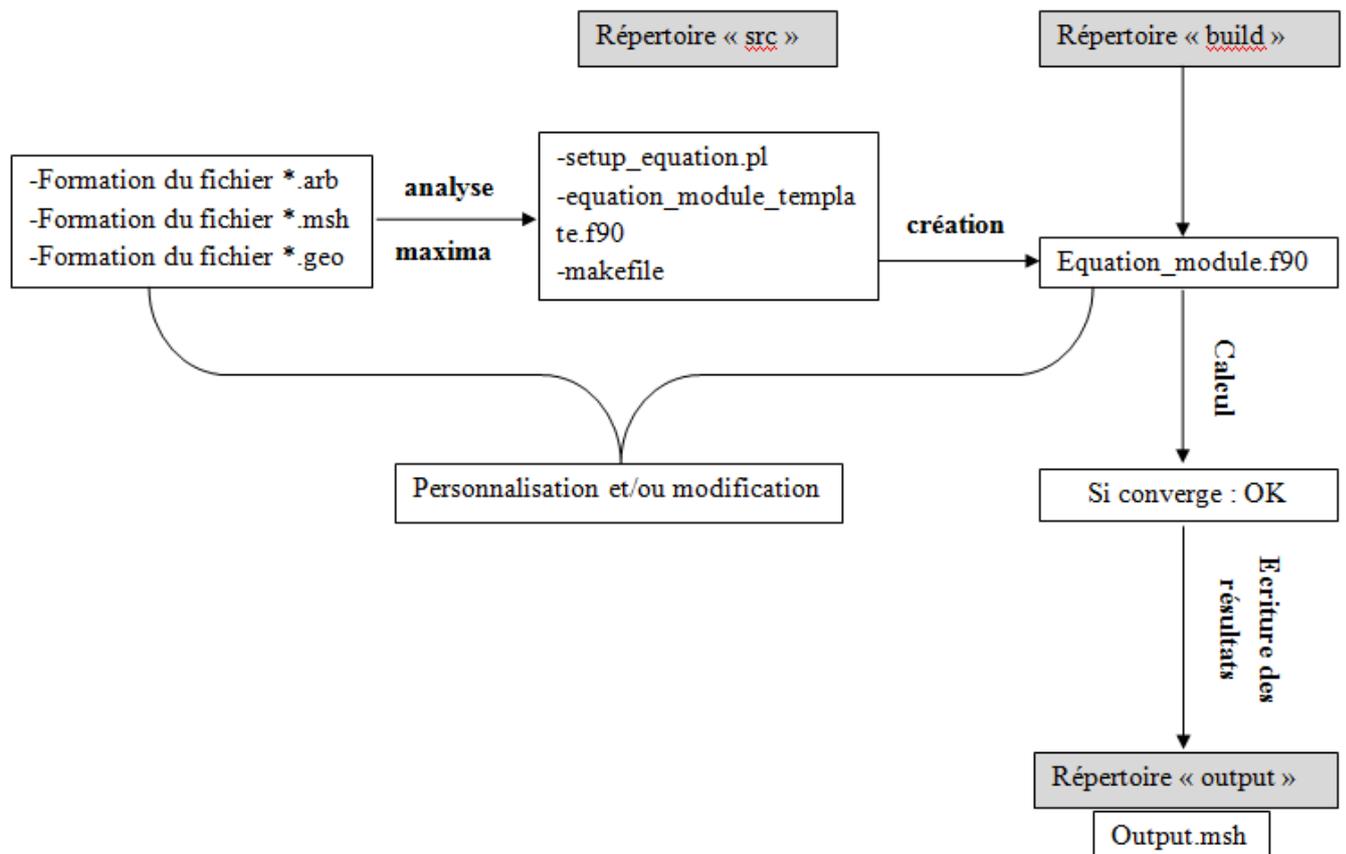


Figure 22 : Procédure pour simuler sur ARB

5-4/ Personnalisation et/ou modification de « ARB »

Pour pouvoir simuler, le fichier .arb est le premier concerné puisqu'il contient tous les renseignements spécifiques à une simulation sauf le fichier .msh. Il autorisera l'utilisateur à définir les constantes, les variables, les inconnues, les équations à résoudre, les conditions aux limites. Après cela le fichier fortran « equations_modules.f90 » est créé, et où la résolution des équations aura lieu d'où c'est le lieu idéal pour personnaliser une telle chose.

5-5/ Expression du langage dans le fichier ARB

On va voir quelques détails sur les opérateurs employés dans le fichier .arb :

- **celldiv** veut dire **divergence**

Il utilise le théorème de Gauss pour le calcul de la divergence d'une composante du vecteur de face centrée autour d'une cellule.

- **cellgrad, facegrad** veut dire **gradient**

Il calcule une composante scalaire d'un gradient sur une cellule ou une face.

- **cellave, faceave** veut dire **interpolation**

Il interpole ou moyenne une expression d'un centre à l'autre.

- **cellsum, facesum** veut dire **somme**

Il effectue une somme sur une zone de chaque cellule ou chaque face des éléments.

- **celldivgrad** c'est le gradient évalué à une cellule calculée par une divergence.
- **cellimiter** c'est un limiteur de gradient pour assurer la stabilité de convection
- **cellif, faceif, noneif** c'est une fonction de delta pour identifier des régions spécifiques.

5-6/ Le générateur GMSH

➤ Présentation

Etant un logiciel libre, ce générateur permet la construction du maillage pour pouvoir être employé par un logiciel de traitement (Fluent, Saturne, OpenFoam, ...). Il est sous licence GNU GPL (GNU's Not UNIX – General Public Licence) et peut être téléchargé sans contrainte pour plusieurs systèmes d'exploitation sur l'adresse <http://www.geuz.org/gmsh/> .

GMSH peut être utilisé sous les plates-formes LINUX, WINDOWS et MAC. Dans notre cas, nous travaillons sur linux.

➤ Fonction

Le GMSH peut créer des maillages en 3D, non structurés, en éléments finis. Et le GMSH permet le post-processing.

Un manuel de mise en main de GMSH est disponible sur l'adresse <http://www.geuz.org/gmsh/doc/texinfo/gmsh.pdf> . Nous pouvons y consulter de nombreuses explications ainsi que des tutoriels pour comprendre le fonctionnement de GMSH.

En une phrase, avec GMSH, la création du maillage commence avec la mise en place des points puis des segments et enfin des faces grâce à l'interface graphique de GMSH

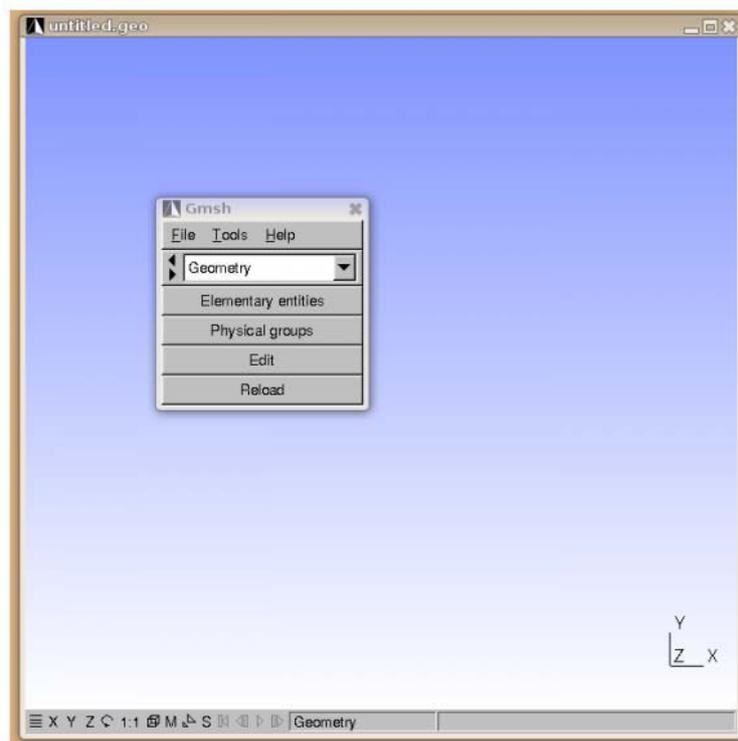


Figure 23 : Exemple interface graphique de GMSH

6- Etudes expérimentales

Notre étude consiste à étudier la propagation thermique à l'intérieur d'un matériau métallique. Pour se faire, comme ce qui a été déjà mentionné dans le chapitre II Matériels et Méthodes de notre étude, nous avons utilisé quelques matériels.

Pour chaque mesure, les procédures sont les mêmes, seul le nombre des thermocouples mis en œuvre qui fait la différence entre les essais à vide avec les essais avec les matériaux qui sont respectivement au nombre de cinq et neuf.

Et pour procéder à différents essais, il serait indispensable de prendre des valeurs non identiques pour les températures de départ.

Premièrement nous allons commencer avec les essais à vide, en second lieu les prises de mesure avec l'acier entre les deux mâchoires et enfin avec le cuivre, ces mesures ont été réalisées pour des quantités de chaleur obtenues respectivement à 9[V] et à 15[V]. L'HTSU affiche des températures en [°C].

6-1/ Essais à vide

Premièrement, nous avons effectué des essais à vide, qui nous a permis d'effectuer des mesures au niveau des deux mâchoires seulement dont nous avons accolées l'une sur l'autre. Donc les valeurs prélevées sont uniquement les températures au niveau de la mâchoire supérieure T1 et T2 ainsi que de la mâchoire inférieure T7, T8 et T9 donc sans T3, T4, T5 et T6. Les résultats des mesures sont représentés dans la page p.47.

Pour les essais à vide

- D'abord, nous avons réglé manuellement la tension d'alimentation de la résistance en manipulant le Curseur-1, en premier temps nous l'avons mis à 9[V].
- Nous avons branché la résistance dans la mâchoire supérieure (c'est cette résistance qui envoie une quantité de chaleur sur la mâchoire supérieure et qui se propage ensuite le long de la barre cylindrique)
- La résistance branchée, nous avons pu prendre en note l'intensité du courant de sortie à 9[V] sur l'afficheur-1 en le sélectionnant le curseur-2, qui a été 0,84[A].
- Nous avons choisi de prélever les mesures à quatre temps : mesures à 0[s], mesures à 90[s], mesures à 180[s] et mesures à 270[s].
- Après avoir branchée la résistance, la température affichée sur l'afficheur-2 de l'HTSU commence à croître, nous avons débuté la prise de mesure à la température de 30[°C], c'est-à-dire la température donnée par T1 affichée atteint 30[°C], nous avons lancé le chronomètre et en même temps nous avons prélevé les valeurs des températures obtenues à partir des thermocouple T1, T2, T7, T8 et T9 sur le l'afficheur-2.

- Toutes les 90[s], nous avons prélevé les valeurs de chaque température.
- Nous avons suivi les mêmes étapes avec la tension 15[V], la valeur de l'intensité du courant de sortie affichée étant de 1,39[A].

6-2/ Essais avec les matériaux

Pour les essais avec les deux matériaux métalliques, la procédure est la même qu'aux essais à vide, mais pour l'acier nous avons débuté les prises de mesure à 65[°C]. Avec le cuivre nous avons débuté avec une température un peu plus élevée par rapport à celle de l'acier, à 90[°C].

A la fin de chaque mesure à 9[V] puis à 15[V], nous avons collecté des valeurs obtenues à partir de T1 jusqu'à T9 à 0[s], à 90[s], à 180[s] et à 270[s].

CHAPITRE III : RESULTATS ET DISCUSSIONS

1- Etude expérimentale

Les résultats de notre étude sont représentés par des courbes sur une même figure, tels que les résultats à 0s sont représentés par la courbe en vert, ceux à 90s en rose, ceux à 180s en bleu et ceux à 270s en rouge. L'axe des abscisses représente les distances entre les thermocouples et l'axe des ordonnées représente les températures.

Voici les distances entre les thermocouples.

Thermocouple départ	Thermocouple fin	Distance en [mm]
T1	T2	30
T2	T3	15
T3	T4	22,5
T4	T5	22,5
T5	T6	22,5
T6	T7	15
T7	T8	15
T8	T9	15

Tableau 4 : Distances entre les thermocouples

Pour les dimensions des matériaux métalliques (acier et cuivre) : leur longueur est de 80 [mm] et leur diamètre est de 31 [mm].

1-1/ Hypothèses

Au cours de notre étude expérimentale, nous avons adopté les hypothèses qui suivent :

- le rayonnement et la convection sont négligeables ;
- le transfert radial est négligeable ;
- la surface transversale est isotherme ;
- le débit d'eau est constante ;
- le contact est parfait sur les interfaces.

Lors des essais à vide, nous avons effectué deux mesures et nous avons collecté des valeurs données à partie des thermocouples T1, T2, T7, T8 et T9. Et les résultats sont représentés par des courbes sur la figure 24 et la figure 25.

1-2/ Essai à vide

Première mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 9[V]
- Intensité = 0,84 [A]

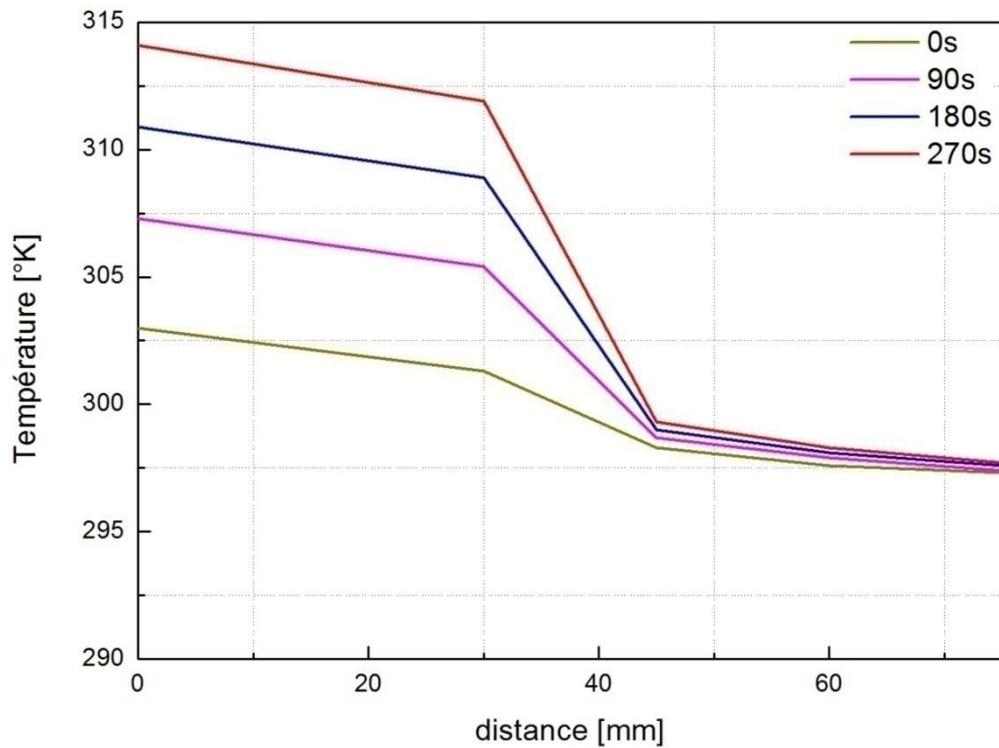


Figure 24 : Résultat expérimental de l'essai à vide à 9[V]

Deuxième mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]
- Intensité = 1,39 [A]

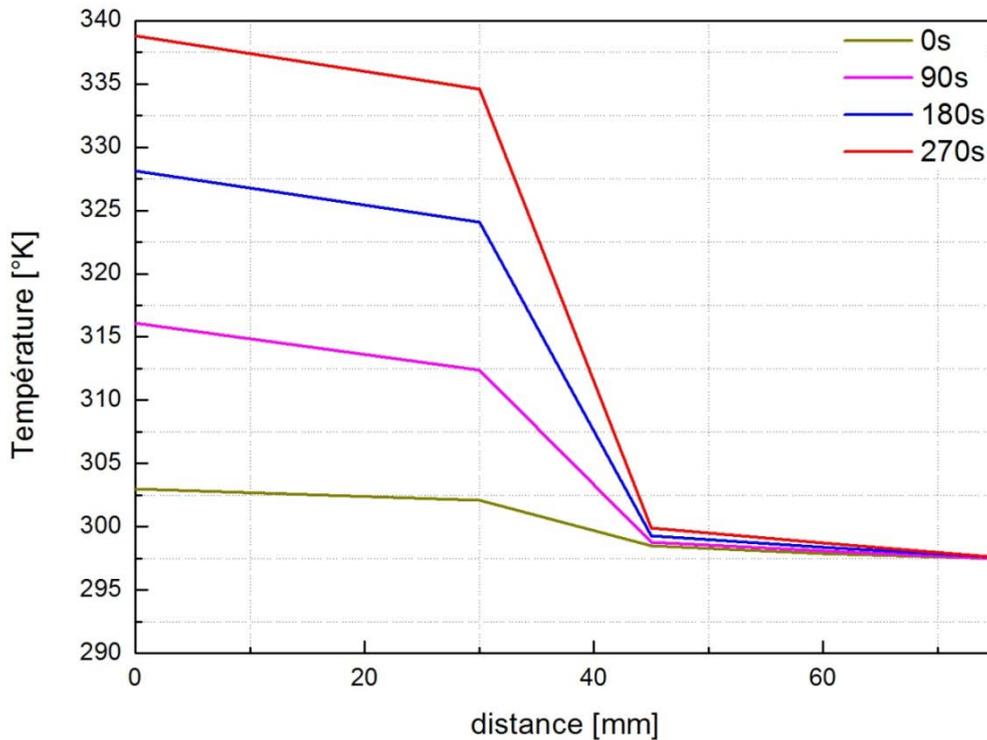


Figure 25 : Résultat expérimental de l'essai à vide à 15[V]

Pour les deux figures, c'est-à-dire les résultats des deux essais à vide, nous pouvons en tirer une même interprétation étant vu que les allures des courbes sont à peu près les mêmes. Sur ces courbes, nous remarquons que les températures varient en fonction du temps. Nous observons aussi que les courbes sont toutes décroissantes, c'est le résultat de la loi de Fourier pour une conduction linéaire. Il est à noter qu'il y a tout de même une différence entre les deux figures, la température maximale est de 338[°K] lors de l'essai à 15[V] tandis que pour celui à 9[V] la température maximale est de 314[°K], donc la température augmente en fonction de la tension d'alimentation de la résistance.

1-3/ Essais avec les matériaux

Lors des essais avec les matériaux, les résultats sont représentés par des courbes sur la figure 26, la figure 27 et la figure 28, et nous y avons mis en évidence les parties des deux mâchoires et la partie avec le matériau à étudier qui est encadrée en vert.

➤ Acier

Première mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 9[V]
- Intensité = 0,86 [A]

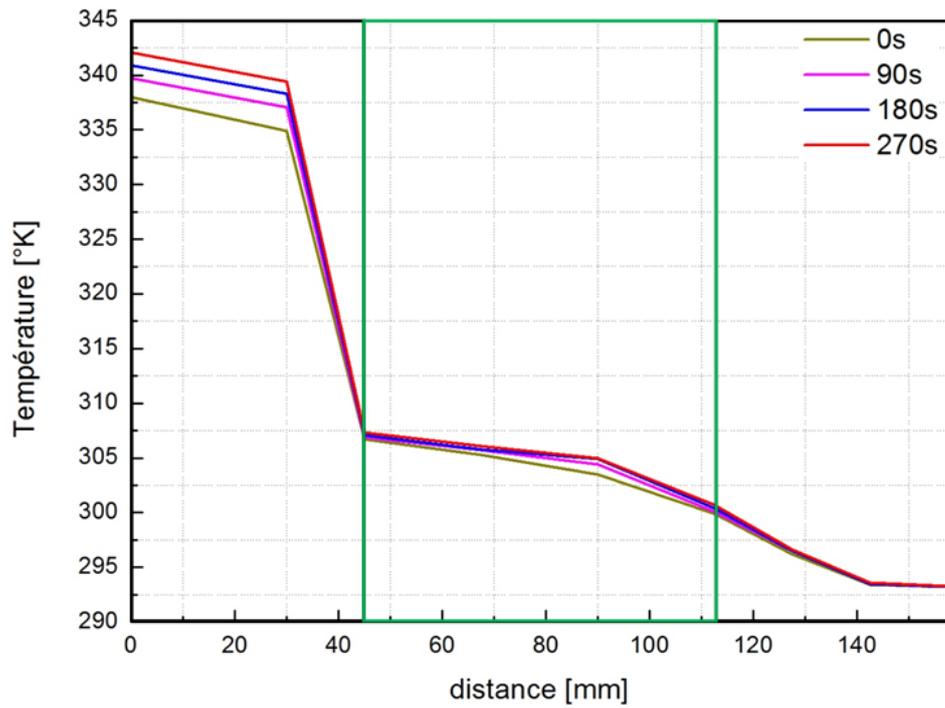


Figure 26 : Résultat expérimental pour l'acier à 9[V]

Deuxième mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]
- Intensité = 1,44 [A]

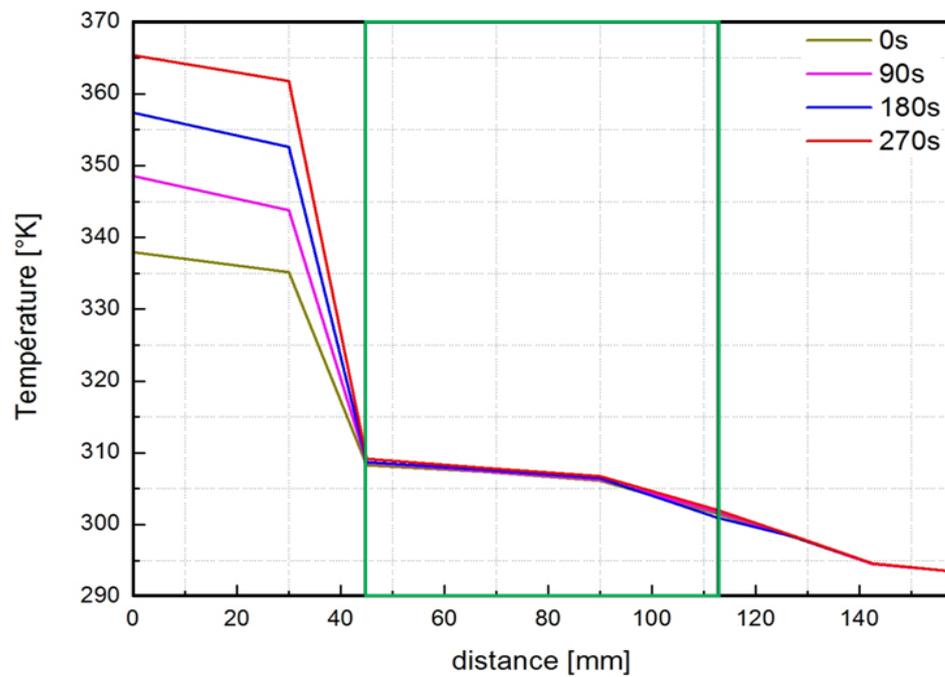


Figure 27 : Résultat expérimental pour l'acier à 15[V]

Pour les deux mesures avec l'acier, nous pouvons également attribuer une même interprétation. D'abord, de ces courbes nous pouvons apercevoir une certaine variation des températures en fonction du temps jusqu'au niveau de T3 vers les 45[mm], c'est-à-dire au niveau de la mâchoire supérieure, les températures augmentent en fonction du temps. Mais qu'après ce niveau, de T3 jusqu'à T9, il n'y a plus beaucoup de variation des températures en fonction du temps, les courbes sont presque confondues. Enfin, les températures maximales sur les deux figures sont différentes, celle à 9[V] est de 342,1[°K] et celle à 15[V] est de 365,4[°K], plus nous augmentons la tension d'alimentation plus les températures augmentent.

➤ Cuivre

Mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]
- Intensité = 1,43 [A]

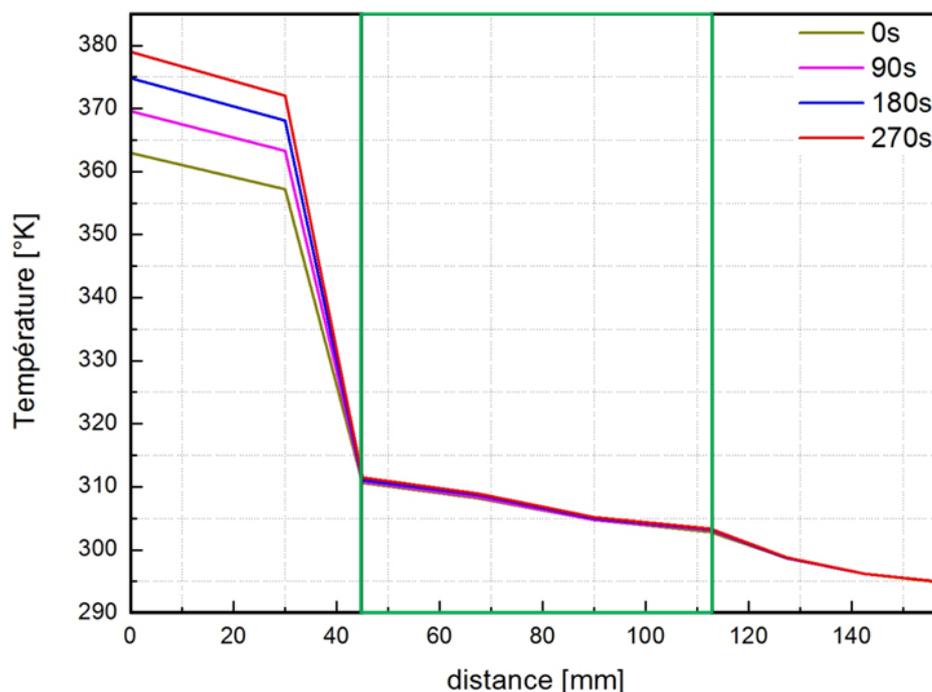


Figure 28 : Résultat expérimental pour le cuivre à 15[V]

Pour cette figure, la mesure avec le cuivre, nous remarquons une variation des températures, elles augmentent en fonction du temps jusqu'au niveau de T3, et à partir de ce niveau les courbes sont presque confondues.

En complément pour ces interprétations des résultats expérimentaux : l'augmentation des températures en fonction du temps est due à la résistance chauffante qui restait branchée et

tant qu'elle est branchée les températures ne cessent aussi d'augmenter. Et la diminution des températures qui se propagent suivant la longueur des matériaux métalliques est due à l'eau de refroidissement qui circule dans la mâchoire inférieure, la température et le débit de cette eau de refroidissement peuvent aussi varier et les courbes décroissantes montrent que la conduction linéaire est plus ou moins respectée.

2- Modélisation (cas thermique)

Nous avons effectué deux types de modélisation : en 2D et en 3D.

En 2D, nous avons élaboré la modélisation complète de l'ensemble : la mâchoire supérieure, le matériau à étudier ainsi que la mâchoire inférieure.

Ensuite, nous avons mis en évidence la modélisation du matériau à étudier en 3D.

Lors des deux études de modélisations, nous avons introduit une certaine quantité de chaleur (obtenue expérimentalement) sur la partie supérieure du cylindre, sur le « haut » pour celle en 2D et sur la « face du haut » pour celle en 3D. Comme nous avons utilisé du téflon comme isolant thermique alors la propagation des températures est unidirectionnelle (la chaleur se propage suivant la longueur de la barre cylindrique). Pour obtenir des résultats plus précis, nous avons changé les pas de temps 90s lors de l'étude expérimentale en 30s.

2-1- Modélisation en 2D

Dans les résultats qui suivent, nous apercevons l'évolution des températures toutes les 30s à l'intérieur du cylindre, et les différentes couleurs sur les figures expliquent les amplitudes de ces températures. La température la plus chaude est représentée en rouge et la moins chaude en bleu. Nous avons mis en évidence les parties des deux mâchoires et la partie avec le matériau à étudier qui est encadrée en vert.

2-1-1/ Géométrie

Nous sommes partis sur une géométrie simplifiée (2D) présentée sur la figure 29.

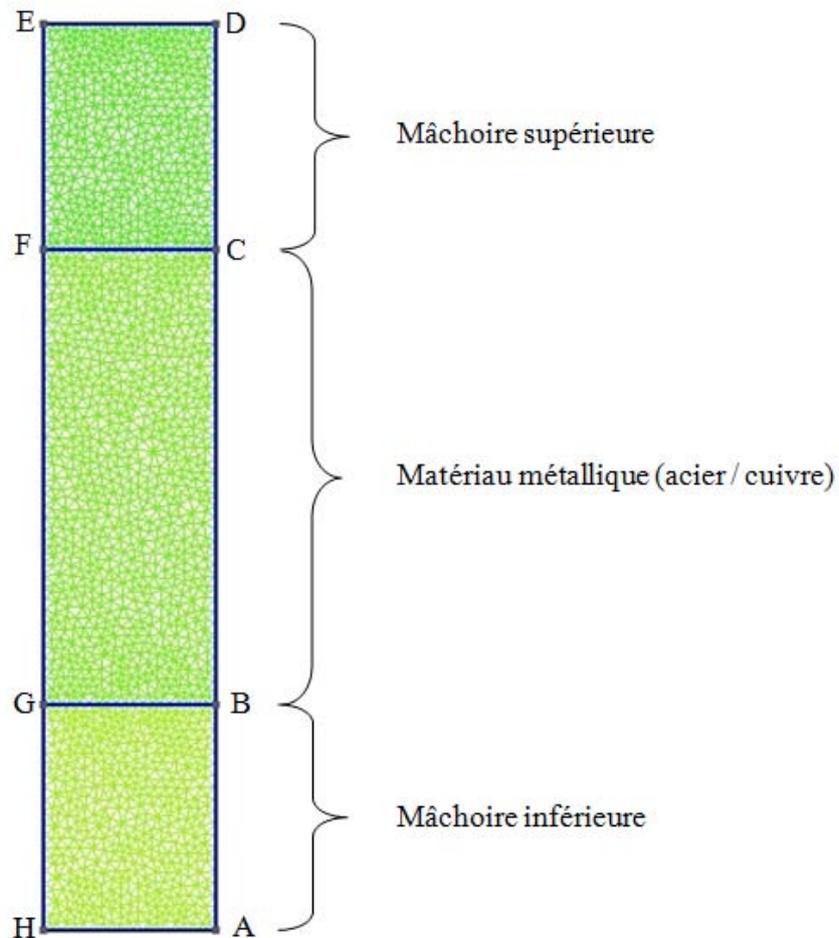


Figure 29 : Géométrie de l'ensemble du modèle en 2D

Cette géométrie est constituée de deux mâchoires (supérieure et inférieure) dont le diamètre est de 30[mm] et en son milieu le matériau considéré (l'acier puis le cuivre). Le domaine est subdivisé en 3500 cellules.

2-1-2/ Hypothèses

Voici les hypothèses que nous avons adoptées dans cette partie :

- La distance entre les mâchoires et le matériau étudié n'est pas considérée ;
- La température du milieu extérieur n'est pas considérée ;
- Le matériau est isolé (rayonnement et convection négligeables).

2-1-3/ Conditions aux limites

Sur ce modèle :

- une condition de flux nul est utilisée comme condition aux limites sur la paroi : sur les segments [BG], [CF], [AD] et [HE].

- la condition appliquée sur [DE] (le « haut ») la partie supérieure a été tirée par les résultats obtenus expérimentalement, c' est-à-dire en se servant des valeurs données par T1.
- et nous avons imposé la température moyennée donnée par T9 sur [AH] la partie inférieure qui est égale à 293[°K] pour l' acier, et 294[°K] pour le cuivre.

2-1-4/ Résultats

➤ Acier

Première mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 9[V]
- Intensité = 0,86 [A]

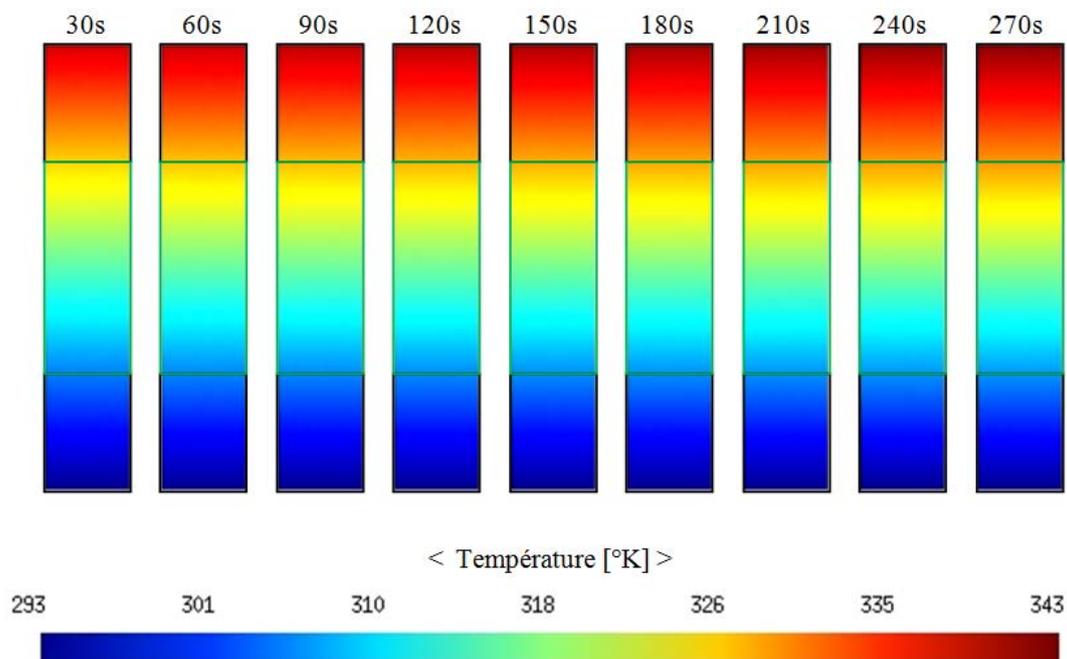


Figure 30 : Résultat modèle 2D pour l'acier à 9[V]

Pour la modélisation de l'acier à 9V, l'échelle de notre figure varie de 293[°K] qui est la température la moins chaude jusqu'à 343[°K] la température la plus chaude. Les températures au niveau de la mâchoire supérieure varient en fonction du temps parce que nous observons des petits changements de couleurs toutes les 30s sur le « haut » de chaque image, dans la partie encadré en vert nous pouvons constater une faible variation de la température à partir de 30s jusqu'à 270s, et au niveau de la mâchoire inférieure la couleur bleu domine presque sur

toutes les représentations, il se peut qu'il y a encore une très faible variation de températures en fonction du temps que l'on ne peut pas apercevoir.

Deuxième mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]
- Intensité = 1,44 [A]

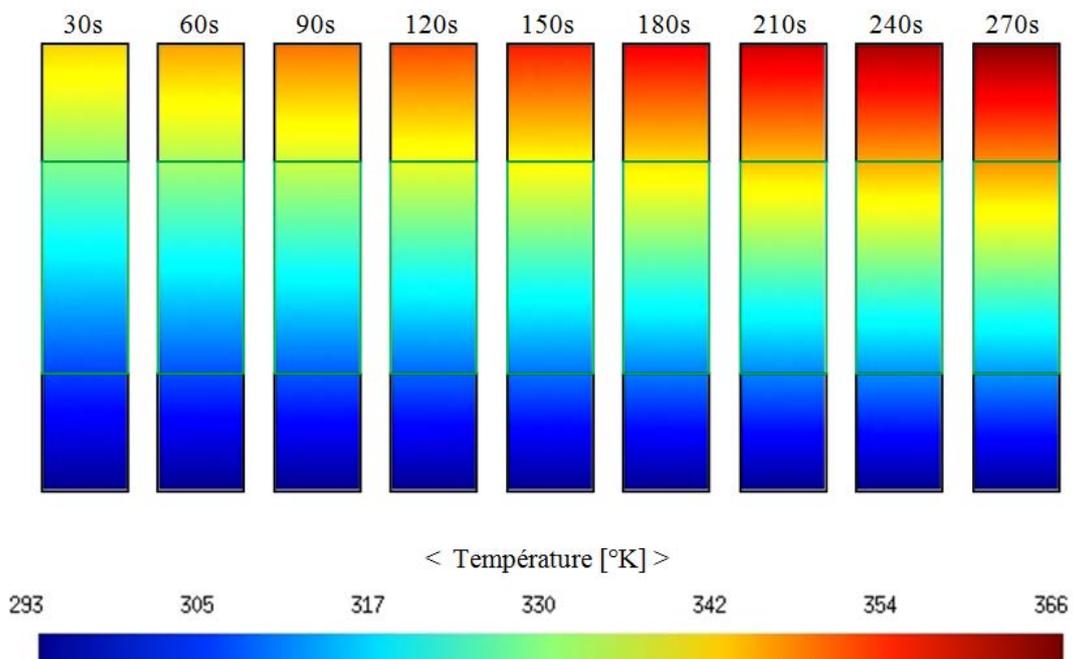


Figure 31 : Résultat modèle 2D pour l'acier à 15[V]

Pour la modélisation de l'acier à 15V, l'échelle de notre figure varie de 293[°K] jusqu'à 366[°K]. Sur les échelles nous observons une augmentation de la température maximale, donc plus la tension d'alimentation augmente plus les températures augmentent. Dès les 90s, nous apercevons déjà la couleur qui correspond à la valeur au dessus de 340[K] sur le « haut » du cylindre et cette couleur devient plus intense à chaque pas de temps. Ce qui signifie que les températures au niveau de la mâchoire supérieure varient en fonction du temps. Au centre nous remarquons encore cette variation de température mais moins intense surtout à partir des 210s, et au niveau de la mâchoire inférieure nous apercevons la couleur bleu sur chaque image, il se peut qu'il y a encore de variation de températures en fonction du temps mais une variation très faibles que l'on ne peut pas apercevoir sur les images.

➤ Cuivre

Mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]

- Intensité = 1,43 [A]

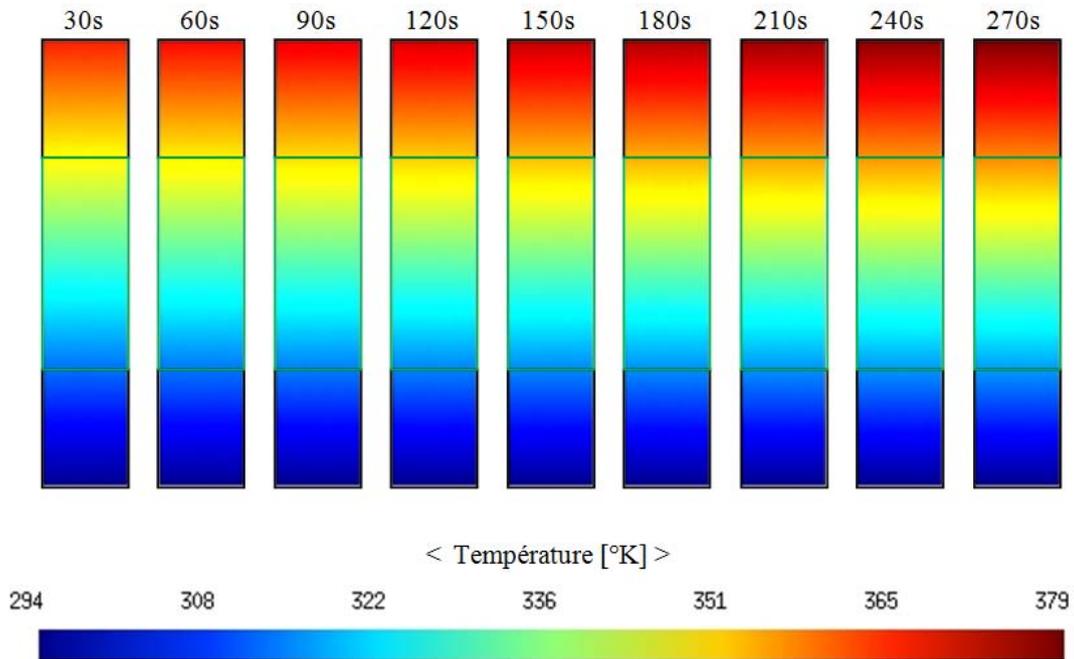


Figure 32 : Résultat modèle 2D pour le cuivre à 15[V]

Nous remarquons sur cette figure où le cuivre est inséré dans le téflon entre les deux mâchoires, que dès les 90s nous apercevons déjà la couleur proche du rouge, mais le rouge n'apparaît que vers les 120s. Au milieu nous pouvons encore observer cette variation de températures mais en petite intensité (pour les deux cas d'études). Au niveau de la partie inférieure nous apercevons la couleur correspondante à la valeur minimale sur tous les cylindres, donc la variation de la température en fonction des temps est moins importante. Les températures augmentent en fonction du temps mais très lentement surtout au centre pour la partie encadré en vert. Sur cette figure, l'échelle varie de 294[°K] à 379[°K].

2-2/ Modélisation en 3D

La modélisation en 3D met en évidence le matériau métallique à étudier, en premier lieu l'acier et ensuite le cuivre.

2-2-1/ Géométrie

Nous sommes partis sur une géométrie en 3D présentée sur la figure 33.

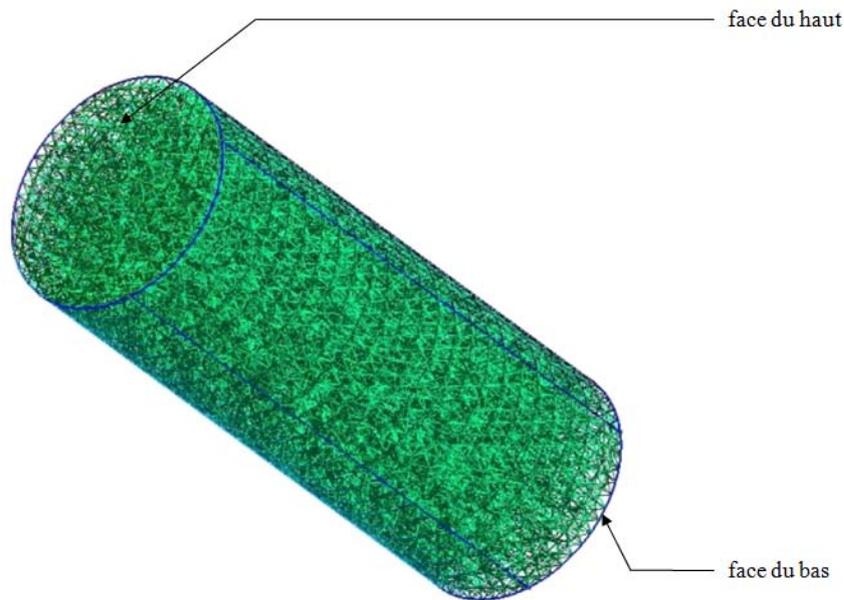


Figure 33 : Géométrie du modèle en 3D

Cette géométrie représente le matériau à étudier, et concernant le maillage, le domaine étudié est subdivisé en 37472 cellules.

2-2-2/ Hypothèse

Pour la modélisation en 3D, nous avons utilisé l'hypothèse qui suit : le matériau est isolé du milieu extérieur.

2-2-3/ Conditions aux limites

Sur ce modèle :

- nous avons considéré le flux de température sur la paroi comme étant nul,
- nous avons appliqué sur la « face du haut » une condition obtenue par les résultats expérimentaux dont les valeurs utilisées sont rapportées par T3,
- et nous avons appliqué sur la « face du bas » la température moyenne des valeurs rapportées par T6 qui correspond à 300[°K] et 301[°K] pour l'acier, et 302[°K] pour le cuivre.

2-2-4/ Résultats

➤ Acier

Première mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 9[V]
- Intensité = 0,86 [A]

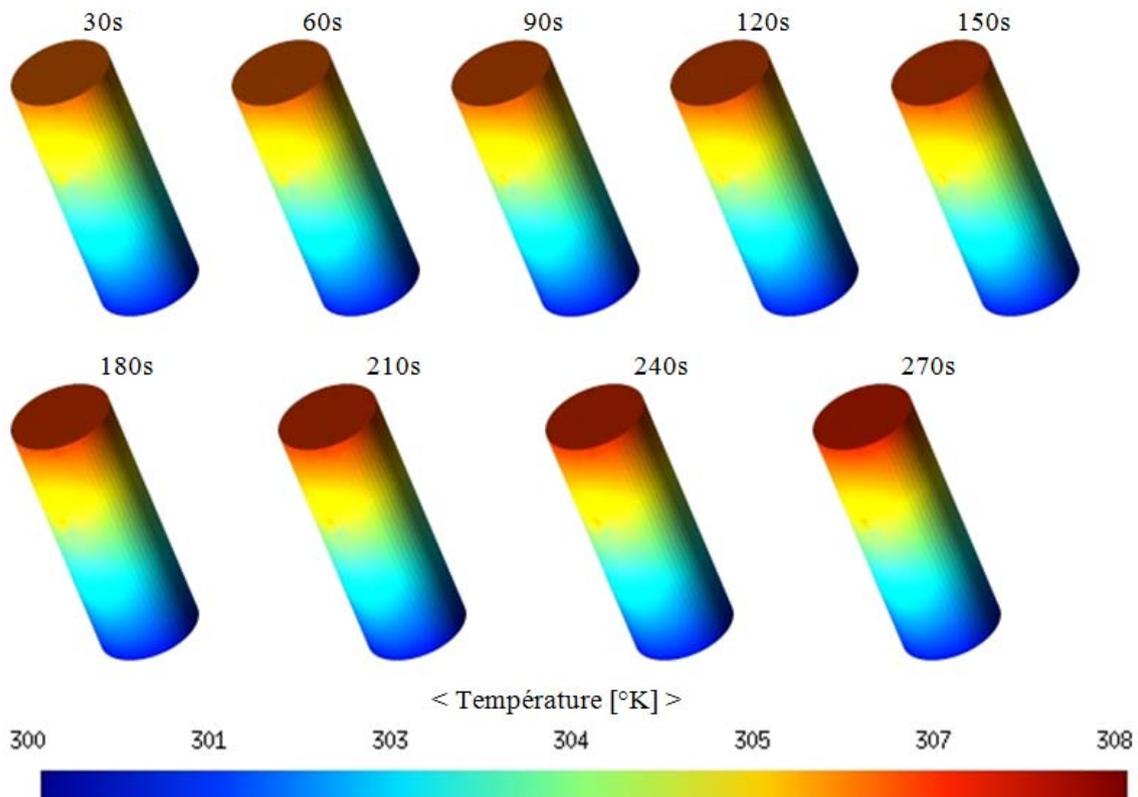


Figure 34 : Résultat modèle 3D pour l'acier à 9[V]

Pour cette figure, l'échelle est de 300[°K] à 308[°K]. Nous remarquons que les « face du haut » de chaque cylindre sont de différentes couleurs à chaque pas de temps donc nous pouvons apercevoir une faible variation des températures en fonction du temps. Par contre les couleurs changent dans l'ordre décroissant suivant la longueur de chaque cylindre, donc plus les quantités de chaleur se propagent suivant la longueur de chaque cylindre plus elles diminuent.

Deuxième mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]
- Intensité = 1,44 [A]

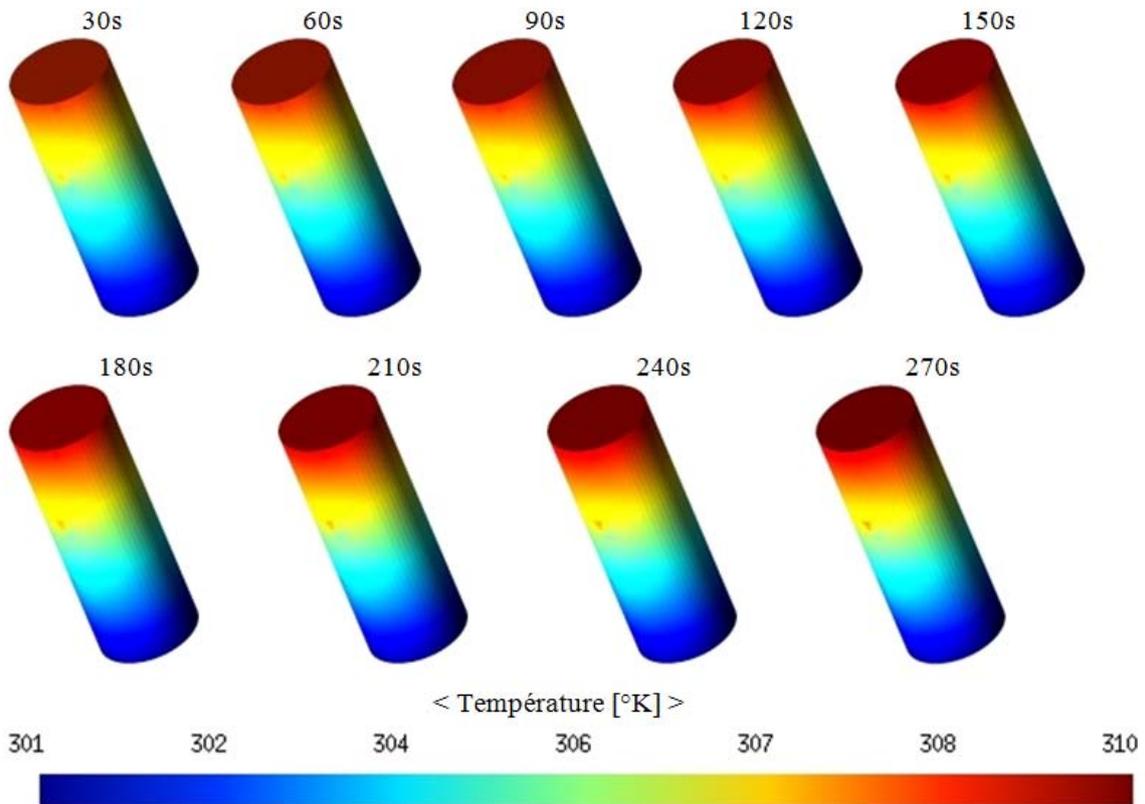


Figure 35 : Résultat modèle 3D pour l'acier à 15[V]

Sur cette figure, nous pouvons constater que les « face du haut » de chaque cylindre sont presque toutes en rouge qui croient petit à petit et les parties en bleu diminuent à chaque pas de temps. Les couleurs changent dans l'ordre décroissante le long de chaque cylindre, plus les quantités de chaleur se propagent suivant la longueur de chaque cylindre plus elles diminuent. L'échelle de notre figure varie de 301[°K] jusqu'à 310[°K] d'où sur les échelles nous constatons une augmentation des températures minimale et maximale. Ce qui va nous permettre de dire que les températures augmentent en fonction de la tension d'alimentation.

➤ Cuivre

Mesure avec :

- Tension d'alimentation de la résistance = 15[V]
- Intensité = 1,43 [A]

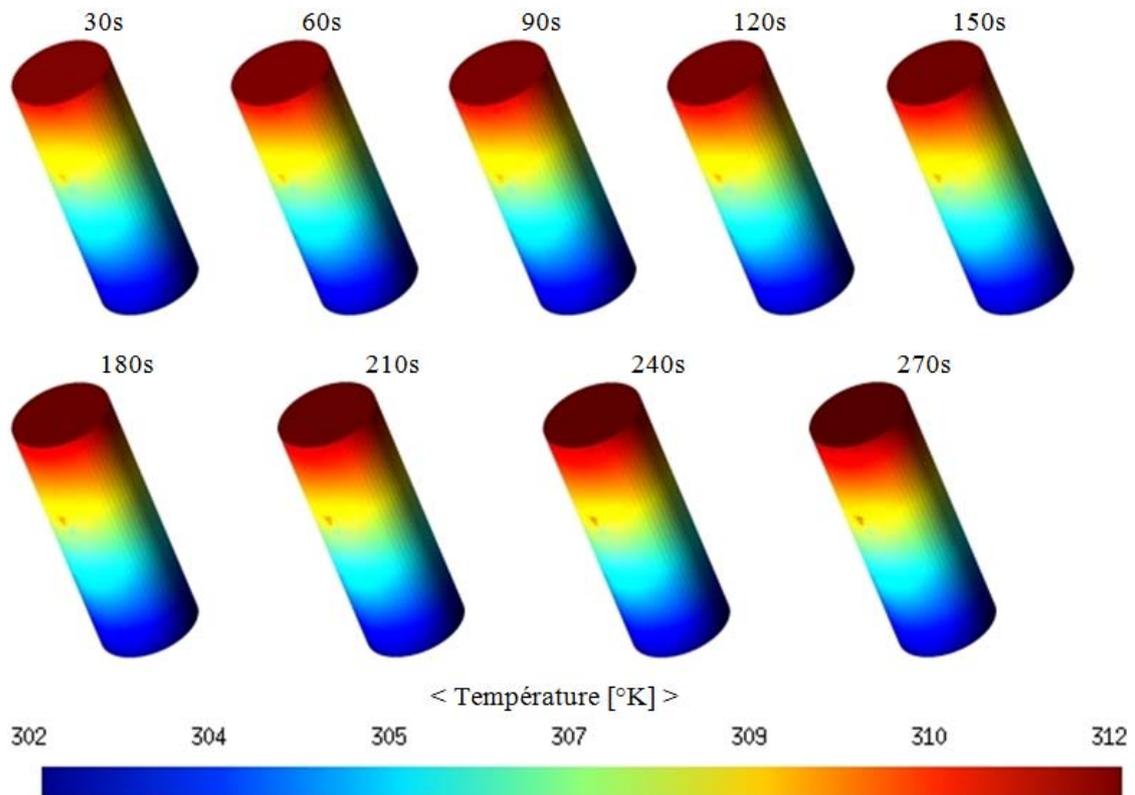


Figure 36 : Résultat modèle 3D pour le cuivre à 15[V]

Pour le cuivre entre les deux mâchoires, l'échelle du résultat modèle est de 302[°K] à 312[°K]. Nous pouvons constater que les « face du haut » de chaque cylindre sont toutes en rouge et que ce rouge croît à chaque pas de temps, la couleur bleu en bas de chaque cylindre diminue toutes les 30s. Les changements de couleurs sur la longueur de chaque cylindre veulent dire que les quantités de chaleur se propagent suivant la longueur du cylindre.

4- Comparaison des résultats de l'étude expérimentale et de la modélisation

➤ Résultats 2D

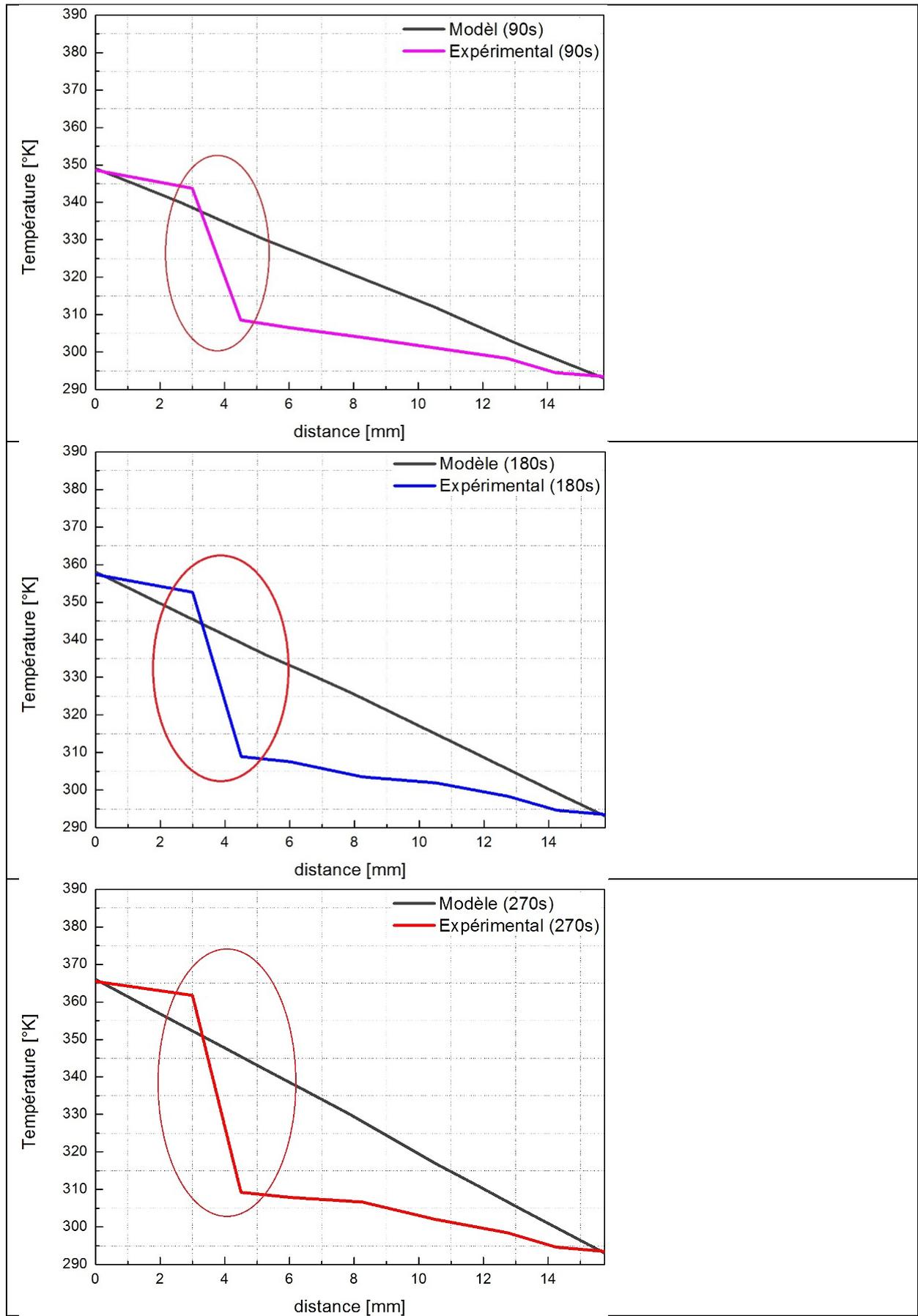


Figure 37 : Résultats expérimental/modèle 2D pour l'acier à $U = 15[V]$

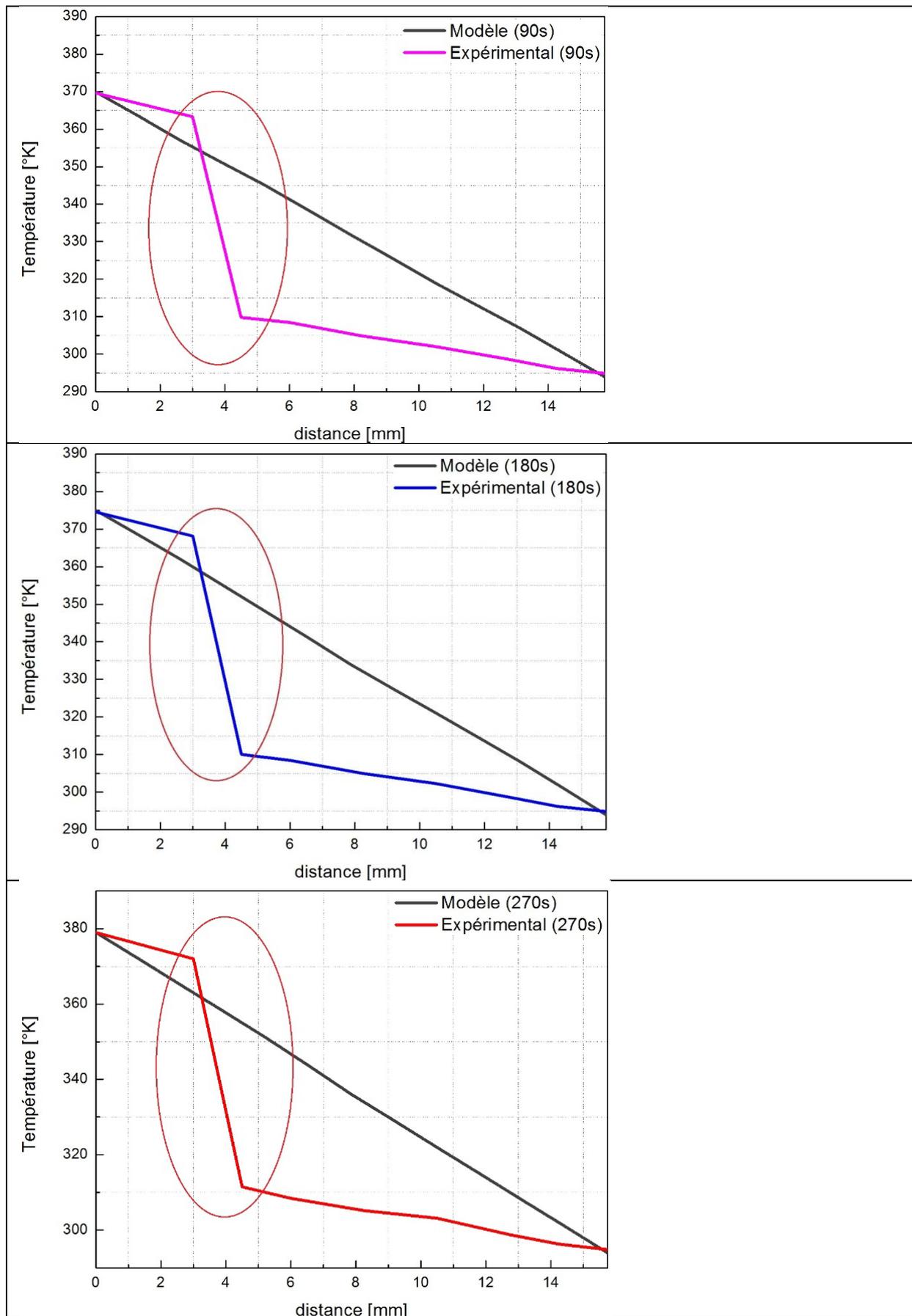


Figure 38 : Résultats expérimental/modèle 2D pour le cuivre à $U = 15[V]$

➤ Interprétations des résultats 2D

Sur ces résultats, nous remarquons que pour les résultats des modèles les courbes sont tous linéaires, ce qui est due au contact parfait entre les deux mâchoires et les matériaux à étudier (acier et cuivre). Par contre, les courbes des résultats expérimentaux présentent des chutes brusques des températures parce que dans la réalité il était difficile d'obtenir ce contact parfait, des pertes empêchaient le transfert de chaleur de se faire totalement. C'est l'explication des parties entourées dans les figures ci-dessus.

De ce fait, nous avons réalisé la modélisation en 3D, mais pour éviter le cas du contact imparfait nous avons seulement mis en évidence les matériaux à étudier (acier et cuivre).

➤ Résultats 3D

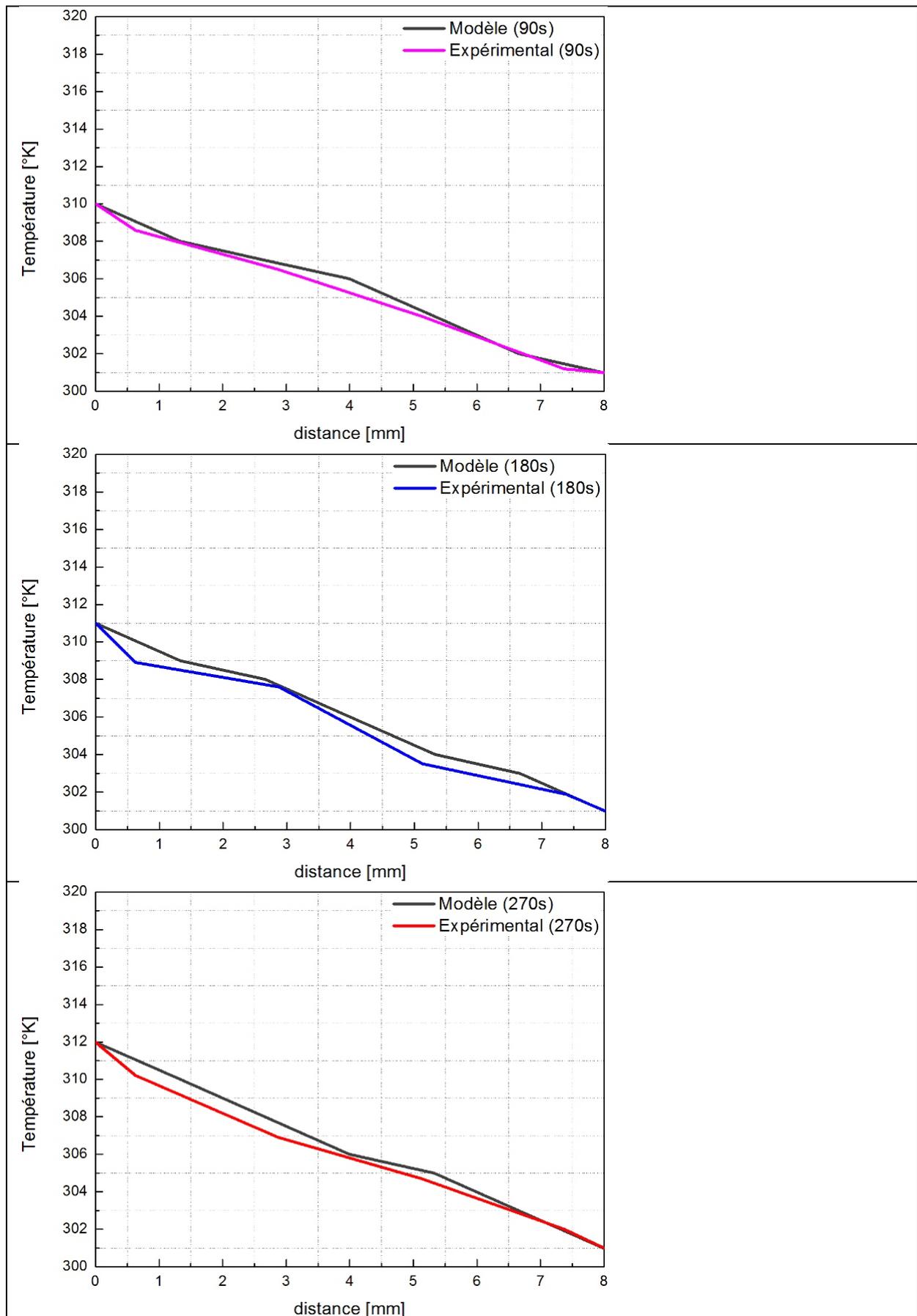


Figure 39 : Résultats expérimental/modèle 3D pour l'acier à U = 15[V]

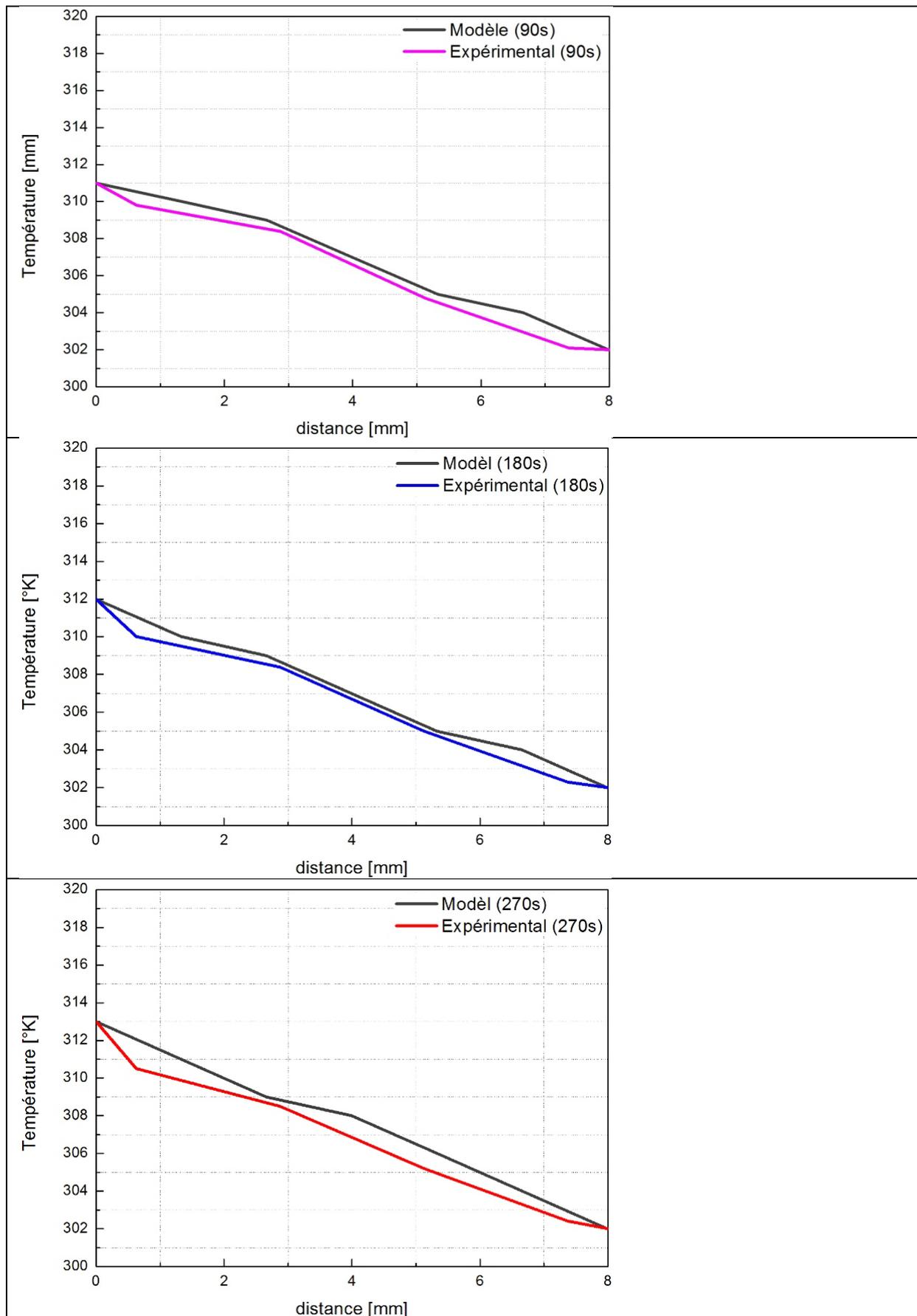


Figure 40 : Résultats expérimental/modèle 3D pour le cuivre à $U = 15[V]$

➤ Interprétations des résultats 3D

Pour les résultats en 3D, que ce soit expérimental ou modèle nous constatons que les allures des courbes sont presque les mêmes avec des écarts non remarquables.

Bref, selon les interprétations des résultats, nous pouvons en tirer que :

- Pour les deux cas
 - ✓ Les températures augmentent en fonction du temps
 - ✓ Les quantités de chaleur diminuent suivant la longueur du cylindre
 - ✓ Les températures augmentent en fonction de la tension d'alimentation de la résistance
- Par rapport aux résultats obtenus en 2D, les résultats en 3D sont plus précis comparés aux résultats expérimentaux. Ceci confirme que la modélisation en 3D est plus proche de la réalité ;
- Pour une même tension d'alimentation, le cuivre est plus chaud que l'acier à cause de sa forte conductivité thermique.

4- Résolution de l'équation de la conservation du courant

Le but de cette partie est d'utiliser l'équation de conservation en se servant d'autres paramètres autre que la température, comme par exemple la conservation du courant.

L'équation de conservation du courant s'écrit :

$$\text{div } \vec{j} = 0 \text{ où } \vec{j} \text{ est la densité du courant en [A.m}^{-2}\text{]} \quad (\text{III-1})$$

$$\text{Or } j = -\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$$

$$\text{Donc l'équation (III-1) s'écrit } \text{div} (-\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V) = 0 \quad (\text{III-2})$$

Avec σ : la conductivité électrique en [S.m⁻¹]

V : la potentielle en [V]

On remarque déjà que l'équation (III-2) peut s'écrire sous la forme de l'équation que nous avons vu précédemment $\lambda \Delta T + \frac{\partial \lambda}{\partial T} (\overrightarrow{\text{grad}} T)^2 - \gamma \frac{\partial T}{\partial t} + p = 0$ (cf p.29), avec σ la diffusivité ou coefficient de diffusion au lieu de λ et $\Delta V = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} V)$ au lieu de ΔT .

4-1/ Géométrie

La géométrie est la même que celle utilisée dans la partie de la modélisation en 3D, avec le domaine étudié qui est subdivisé en 37472 cellules.

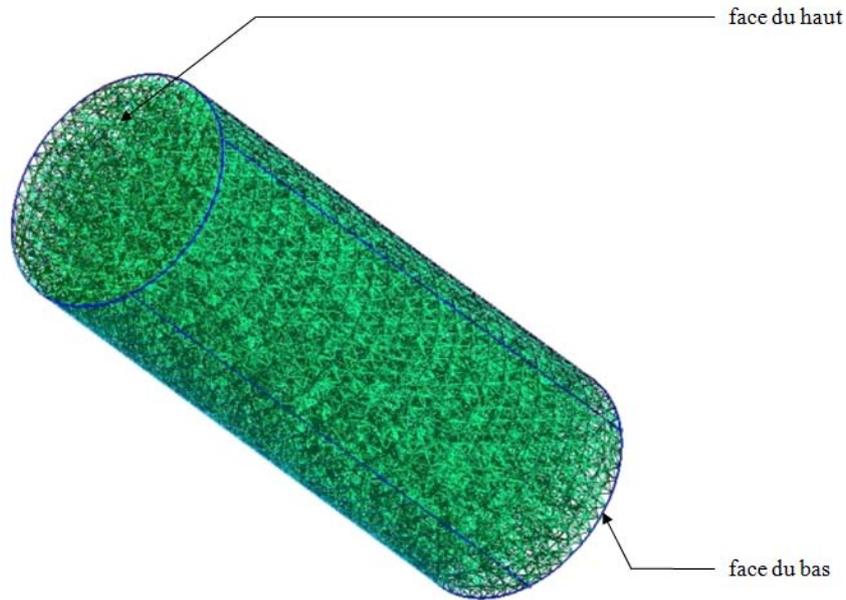


Figure 41 : Géométrie du modèle en 3D

4-2/ Conditions aux limites

Le courant total de la décharge, qui constitue la grandeur conservative de notre modèle, est appliqué au niveau de la « face du haut » correspondant à la partie supérieure par l'intermédiaire d'un profil radial de densité de courant constant.

$$\text{On a : } J_z(r) = \frac{I}{\pi \cdot r_{AB}^2} \quad (\text{III-3})$$

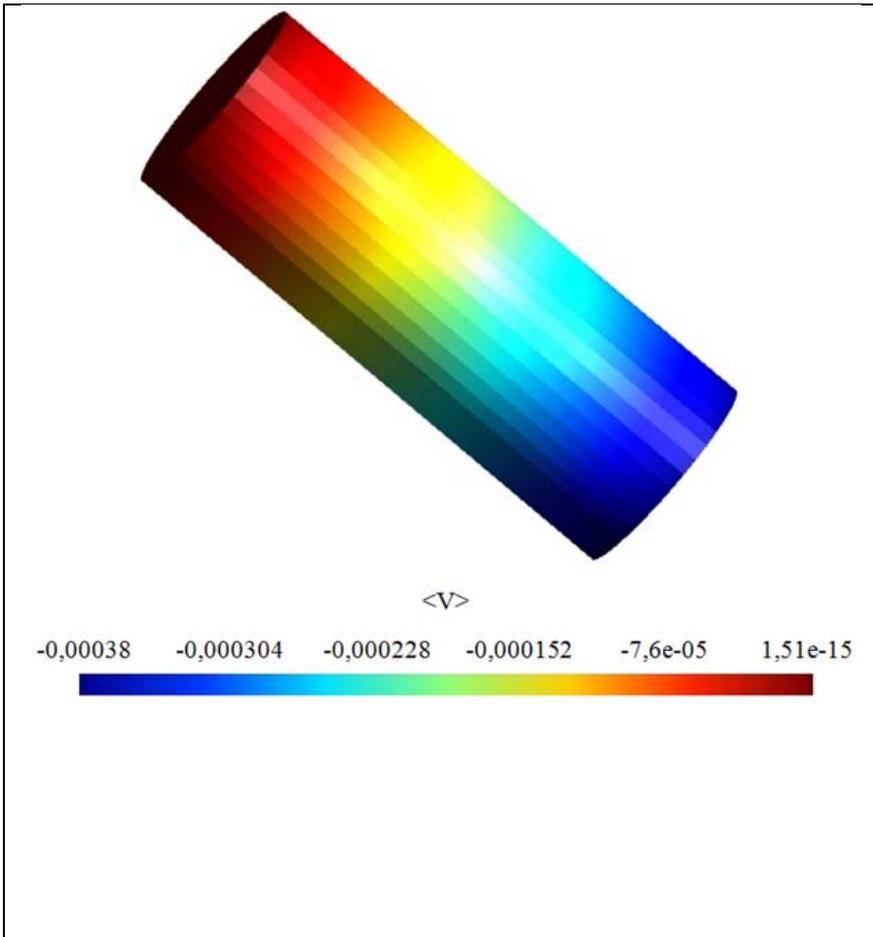
Avec : I l'intensité du courant électrique circulant dans la décharge en [A]

R_{AB} le rayon de la section en [m].

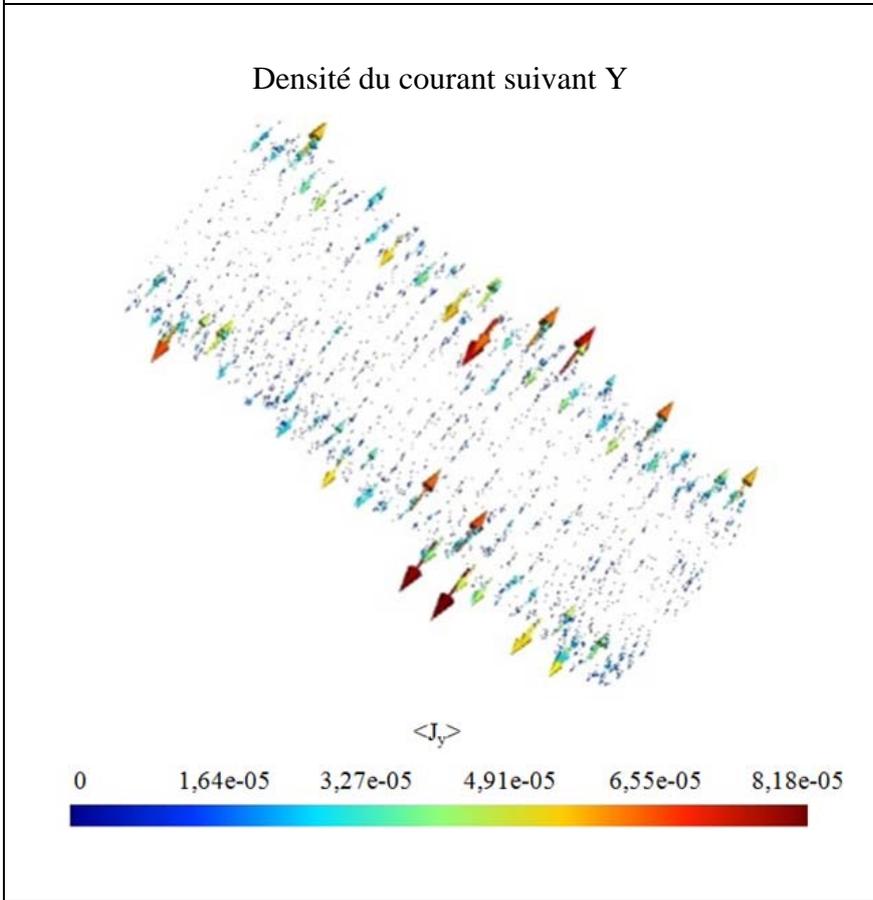
4-3/ Résultats

Dans cette partie, nous avons pris une intensité égale à 200[A].

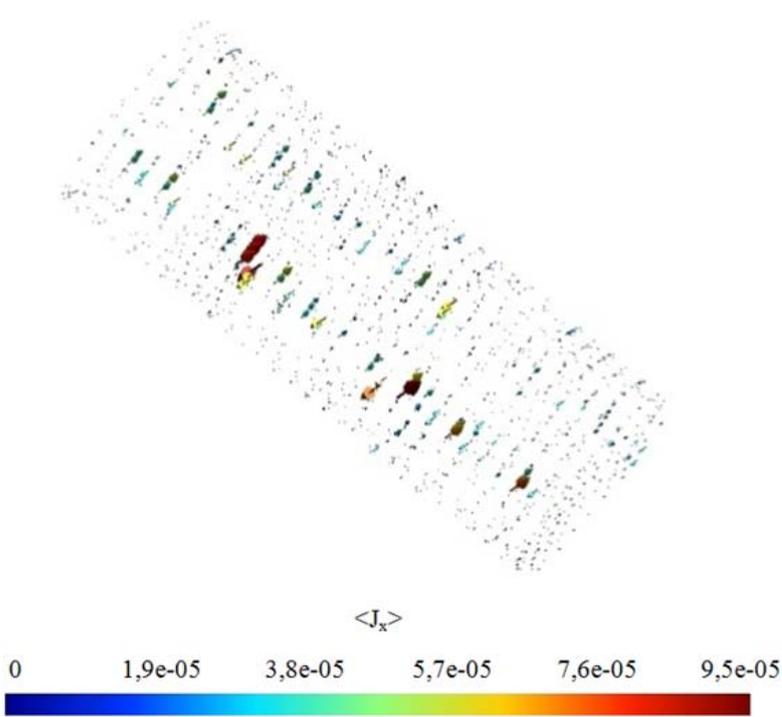
RESULTATS	COMMENTAIRES
Potentiel électrique	\vec{V} varie entre $-0,00038[V]$ et $1,15 \cdot 10^{-15}[V]$. Nous pouvons constater que lorsque le courant circule



dans le conducteur, la différence de potentiel est presque nulle :
 $1,15 \cdot 10^{-15} + 0,00038 \approx 0$.
 Ceci explique que le cuivre a une faible résistance mais possède une haute conductivité électrique (de l'ordre de $59,6 \cdot 10^6$ [MHO]).



J_y varie entre 0 et $8,18 \cdot 10^{-5}$ [A.m⁻²].
 Dans cette position, nous pouvons remarquer que la perte existe. Au niveau de son ordre de grandeur, on peut la négliger.

<p style="text-align: center;">Densité du courant suivant X</p> 	<p>J_x varie entre 0 et $9,5 \cdot 10^{-5}$ [$A \cdot m^{-2}$]. Dans cette position, la perte existe dans le système mais nous pouvons la négliger.</p>
<p style="text-align: center;">Densité du courant suivant Z</p>	<p>Suivant z, la densité du courant est conservée tout au long du volume du cylindre, avec $J_z = 2,83 \cdot 10^5$ [$A \cdot m^{-2}$]</p>

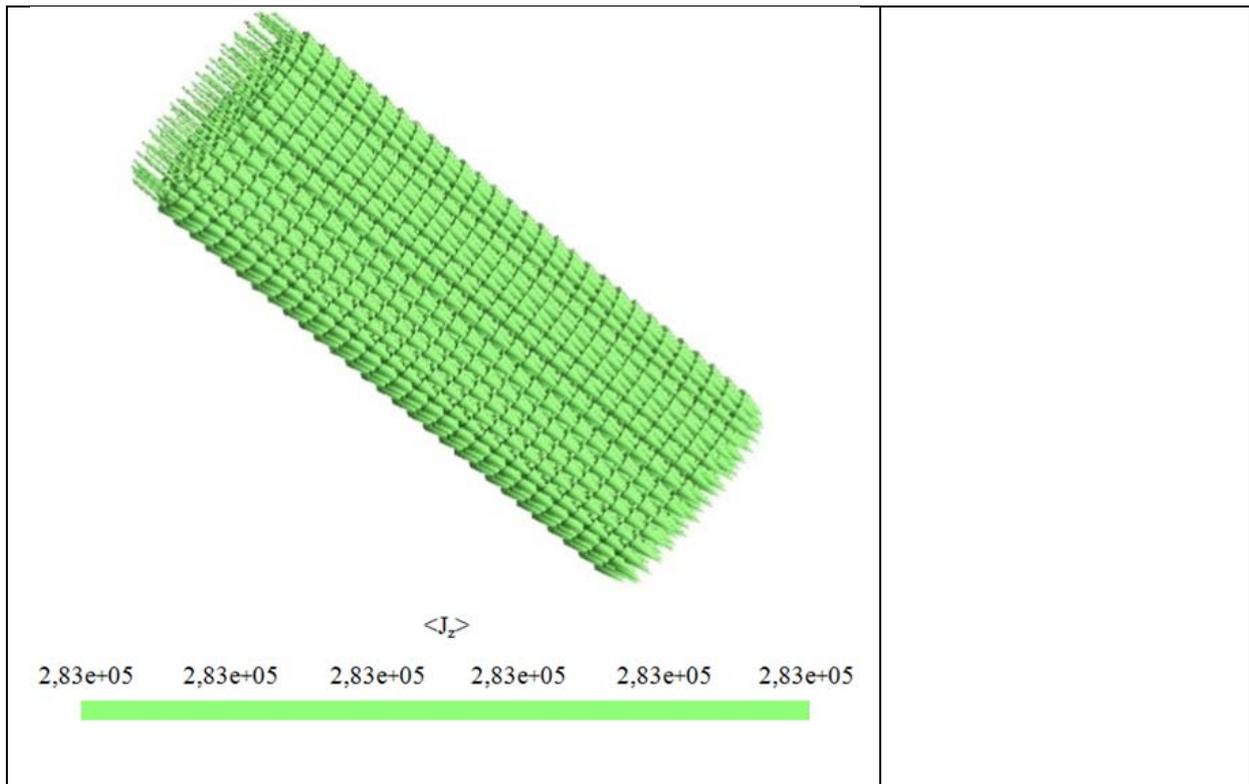


Tableau 5 : Résultats et commentaires : conservation du courant

Vérification

Théoriquement,

$$J_{\text{total}} = \sqrt{J_x^2 + J_y^2 + J_z^2}$$

$$J_{\text{total}} = \sqrt{10^{-10} + 10^{-10} + (2,83 \cdot 10^5)^2}$$

$$J_{\text{total}} = 2,83 \cdot 10^5 \text{ [A.m}^{-2}\text{]}, \text{ la perte est négligeable.}$$

Nous savons que $J = \frac{I}{S}$, vérifions la conservation à la sortie (« face du bas »).

$$I = j \cdot \pi \cdot r^2$$

$$I = 2,83 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot (15 \cdot 10^{-3})^2 = 199,939 \text{ [A]}$$

Nous pouvons donc en conclure que le courant est bien conservé, nous avons injecté un courant de 200[A] sur la « face du haut » et nous avons obtenu un courant de 199,939[A] à la sortie de la « face du bas ».

Nous pouvons aussi en tirer que le modèle que nous avons mis en place peut être également utilisé dans les études électriques.

CONCLUSION

Pour une exploitation et une utilisation judicieuse des matériaux dans divers domaines d'applications, une connaissance de ses propriétés est nécessaire. Sur ce, notre travail a porté sur la confrontation des résultats expérimentaux/modèles sur la propagation thermique et/ou électrique des matériaux métalliques notamment l'acier et le cuivre.

Afin d'en arriver à terme de cette étude qui consiste surtout sur la comparaison des résultats expérimentaux par rapport aux résultats modèles que nous avons élaborée, il nous a fallu d'évoquer dans le premier chapitre quelques généralités concernant la modélisation comme quoi les types de modélisation, ses domaines d'application, ses valeurs. Certes, nous avons énoncé quelques rappels sur le transfert thermique pour pouvoir entrer dans le vif de l'expérimentation. Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté les quelques matériels physiques qui ont contribué à la réalisation de l'étude comme le téflon, les thermocouples, l'HTSU et les matériaux métalliques ; ainsi que les méthodes sur lesquels nous nous sommes appuyer pour le développement du travail : les généralités sur le transfert thermique nous a permis d'en déduire une équation dont notre étude se repose , les propriétés physiques des matériaux qui est aussi une étape clé de l'étude en question, les méthodes de résolutions des EDP où l'on a surtout insisté sur la méthode des volumes finies qui est la base du code « ARB ». Et dans le troisième chapitre sont exposés les résultats de toutes les études expérimentales ainsi que ceux des modèles pour pouvoir en finir sur les discussions de ces résultats.

Il s'avère qu'au sein de notre mention, nous avons élaboré une étude originale s'appuyant sur des études similaires qui ont précédé la notre mais avec certaines spécificités, non seulement elle s'est achevée sur l'étude de la propagation expérimentale mais nous avons également poursuivi la notre avec le développement d'un modèle susceptible de représenter les phénomènes de propagation sur une géométrie réelle. La mention Génie Electrique sera parmi ceux qui vont pouvoir bénéficier de ce travail. Certes le modèle ainsi créé y sera un outil prédictif.

L'avantage sur ce modèle, c'est surtout que lors des ultérieures études, en se référant sur la notre, les étudiants n'auront plus à effectuer des expériences qui nécessitent beaucoup d'investissement non seulement au point de vue financières mais aussi en dépense de temps

pour en aboutir à notre résultat. Cela accompagné de la sécurité et d'une grande précision optant pour une meilleure qualité.

Lors des comparaisons des résultats expérimentaux/modèles, nous avons pu en tirer de presque identiques résultats, sur les phénomènes de propagation thermique à l'intérieur des matériaux métalliques qui subsistent suivant la longueur de ces matériaux que ce soit lors des études expérimentales ou la modélisation. Ainsi nous pouvons affirmer que le modèle de notre étude peut être utilisé dans d'autre domaine que le thermique.

Dans les études à venir, divers sont les améliorations possibles qui peuvent être apportées à cette étude tout en envisageant toutes ouvertures possibles.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Abbès Azzi, *Méthodes numériques appliquées aux calculs des écoulements et du transfert de chaleur*, version1, Juin 2011
- [2] Alain Leroux et Pierre Livet (dir.), *Leçons de philosophie économique*, tome III : science économique et philosophie des sciences, partie 3 : le statut des modèles, Paris, Economica, 2007, 589p
- [3] Bernard Eyglunet, *Manuel de thermique*, Hermes, Paris, 1997, 374p
- [4] Bernard Helffer, *Introduction aux Equations aux dérivées partielles*, version de Janvier-Mai 2007
- [5] D.J.E.Harvie, *An implicit finite volume method for arbitrary transport equations*, ANZIAM J., March 2012, p52 : C1126-C1145
- [6] Eric Goncalvès, *Méthodes, analyse et calculs numériques*, septembre 2005
- [7] Ernst Hairer, *Méthodes numériques*, Cours de l'université de Genève, 2004
- [8] Franck Varenne et Marc Silberstein (dir.), *Modéliser et simuler. Epistémologies et pratiques de la modélisation et de la simulation*, Paris, Matériologiques, 2013, Editions Matériologiques, 923p
- [9] Gérard Béranger, Guy Henry, Germain Sanz, *Le livre de l'Acier*, Tec&Doc, 1999, 1491p
- [10] Giraud-Pamart, *Les nouveaux mots dans le vent*, Larousse, 1974, 271p
- [11] *Heat Transfer Service Unit Instruction Manual HT10XC*, Armfield Ltd, Issue 13 August 2015 PC-0055377, 38p
- [12] Jean-François Bonnet, *Polymères fluorés*, Techniques de l'Ingénieur, 2004
- [13] Jean-Luc Battaglia, Andrzej Kusiak, Jean-Rodolphe Puiggali, *Introduction aux transferts thermiques*, 2è édition, Dunod, Paris, 2014, 288p
- [14] N. Point and J.H. Saiac, *Equations aux dérivées partielles - mathématiques et méthodes Numériques*, Cours de l'ESCPI, 2005
- [15] Pascal Viot, *Méthodes d'analyse numériques*, Cours de DEA de Jussieu, 2003
- [16] Philippe Marty, *Cours de transfert thermiques*, version 9 Juillet 2012
- [17] Philippe ROUX , *Cours de thermique*,2006
- [18] Suhas V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and fluid flow*, 1980, 214p
- [19] Yves Jannot et Christian Moyne, *Transferts thermiques*, Edilivre, 2016, 296p

WEBOGRAPHIE

- [20] <http://aviatechno.net/thermo/thermo01.php> consulté le 29-06-2016
- [21] <http://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/chimie-cuivre-14798/> consulté le 20-11-2016
- [22] <http://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/chimie-teflon-8033> consulté le 19-06-2016
- [23] www.metrologie-francaise.fr/fr/dossiers/proprietes-thermiques-materiaux.pdf
consulté le 23-06-2016
- [24] <http://www.societechimiquedefrance.fr/extras/Donnees/mater/ptfe/texptfe.htm> consulté le 19-06-2016
- [25] [http://www2.ac-lyon.fr/lyc69/descartes/IMG/pdf/08 - Enregistrement de temperature - _1OP.pdf](http://www2.ac-lyon.fr/lyc69/descartes/IMG/pdf/08_-_Enregistrement_de_temperature_-_1OP.pdf) consulté le 29-06-2016

ANNEXES

Annexe 1 : Exemple d'application de la méthode des volumes finis

Etude d'un problème de diffusion à une dimension

$$\text{Soit l'équation suivante : } \lambda \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}T}) + p = 0 \quad (\text{A-1})$$

Où : λ est le coefficient de diffusion

p le terme source

$$\text{A une dimension, l'équation (II-29) prend la forme suivante : } \frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) + p = 0 \quad (\text{A-2})$$

➤ Le maillage

Dans notre cas, le maillage est composé d'une droite subdivisée en un nombre fini de segments réguliers. Ceux-ci constituent les volumes de contrôle dans le cas unidimensionnel. On peut adopter l'exemple de maillage qui contient cinq volumes de contrôle pour la discrétisation de l'équation (II-30) :

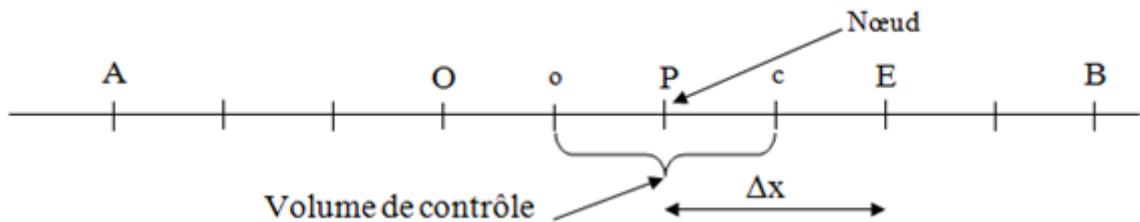


Figure 42 : Cas d'un maillage à une dimension

La valeur de T est maintenue constante aux frontières. E et O sont dits « Est » et « Ouest ». P , E et O sont appelés nœuds et Δx le pas.

On divise le domaine de calcul en un nombre fini et discret de volumes de contrôle. Le centre de chaque volume est placé exactement au milieu du segment correspondant. On fait exprès pour que les facettes des nœuds de frontières coïncident exactement avec les valeurs aux frontières du domaine de calcul. Dans notre exemple, le domaine est divisé en cinq volumes de contrôle.

➤ La discrétisation

L'intégration de l'équation (II-30) sur le volume de contrôle de centre P donne :

$$\int_{vc} \frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) dv + \int_{vc} p \cdot dv = 0 \quad (\text{A-3})$$

$$\left[\lambda \frac{dT}{dx} \right]_e - \left[\lambda \frac{dT}{dx} \right]_o + \bar{p} \cdot \Delta V = 0 \quad (\text{A-4})$$

Où \bar{p} est la valeur moyenne de la source et ΔV le volume de contrôle correspondant.

Notons que dans ce cas, une dimension, $\Delta V = \Delta x$.

En général, le terme source peut dépendre de la fonction T elle-même. C'est pourquoi on l'écrit : $\bar{p} \cdot \Delta V = p_u + p_p T_p$ (A-5)

Le coefficient de diffusivité n'est pas toujours constant. Ses valeurs sur les facettes « e » et « o » du volume de contrôle sont exprimées en fonction des valeurs aux points nodaux P, O et E par les relations suivantes : $\lambda_e = \frac{\lambda_E + \lambda_O}{2}$ et $\lambda_o = \frac{\lambda_P + \lambda_O}{2}$ (A-6)

Par application d'un schéma centré d'ordre deux, on échange les dérivées premières sur les facettes du volume de contrôle par les relations :

$$\left[\lambda \frac{dT}{dx} \right]_e = \lambda_e \left(\frac{T_E + T_P}{\Delta x} \right) \quad (A-7)$$

$$\left[\lambda \frac{dT}{dx} \right]_o = \lambda_o \left(\frac{T_P + T_O}{\Delta x} \right) \quad (A-8)$$

En faisant la substitution des équations (II-33), (II-34), (II-35) et (II-36) dans l'équation (II-32), on obtient :

$$\lambda_e \left(\frac{\lambda_E + \lambda_P}{\Delta x} \right) - \lambda_o \left(\frac{\lambda_P + \lambda_O}{\Delta x} \right) + p_u + p_p T_p = 0 \quad (A-9)$$

$$\text{On a } a_p T_p = a_o T_o + a_e T_e + p_u \quad (A-10)$$

$$\text{Avec } a_o = \frac{\lambda_o}{\Delta x}, a_e = \frac{\lambda_e}{\Delta x} \text{ et } a_p = a_o - p_p \quad (A-11)$$

Les volumes de contrôle étant choisis réguliers, on peut supposer que le nœud P occupe une position d'indice i, le nœud O, la position d'indice i-1, le nœud E, la position d'indice i+1, etc. l'équation (II-38) peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$a_i T_i = a_{i-1} T_{i-1} + a_{i+1} T_{i+1} + p_u \quad (A-12)$$

L'équation (II-40) est donc créée pour tous les volumes de contrôle du domaine d'intégration qui ne sont pas influencés par les conditions aux limites. Afin de prendre en considération des conditions aux limites, un traitement spécial est réservé aux nœuds se trouvant aux frontières. Le système d'équations algébriques linéaires comporte autant d'équations que d'inconnues.

La distribution discrète de la variable T sur le domaine de calcul peut alors être obtenue par les méthodes directes de résolution des systèmes d'équations linéaires : inversion de la matrice du système, méthode des déterminants, ...

Cependant, il faudra définir un critère de convergence pour pouvoir arrêter les calculs à un moment donné.

Annexe 2 : Exemple de programme sur ARB pour la modélisation en 2D pour l'acier à U = 9[V]

```
-----  
FACE_REGION <walls> "COMPOUND +<boundaries>-<haut>-<bas3>-<gauche3>-  
<droite3>-<bas2>-<gauche2>-<droite2>-<bas1>-<gauche1>-<droite1>"  
-----
```

```
MSH_FILE "cylindre2D.msh"  
-----
```

```
CONSTANT <D> [W/(m.K)]170668.d-3 #conductivité thermique
```

```
CONSTANT <I> [A] 86.d-2
```

```
CONSTANT <U> [V] 9
```

```
CONSTANT <rho> [kg/m3] 7850 #densité
```

```
CONSTANT <D2> [W/(m.K)]108693.d-3 #conductivité thermique
```

```
CONSTANT <I2> [A] 86.d-2
```

```
CONSTANT <U2> [V] 9
```

```
CONSTANT <rho2> [kg/m3] 7850 #densité
```

```
CONSTANT <dt> [s] 30 #pas de temps
```

```
CONSTANT <dtout> [s] 10 #temps entre le sortie
```

```
CONSTANT <tend> [s] 270 #temps pour l'arrêt de la simulation  
-----
```

```
TRANSIENT_SIMULATION
```

```
NONE_TRANSIENT <t[r=0]> "0.d0" "<t[r=1]>+<dt>" # temps
```

```
NONE_TRANSIENT <t[r=1]> "<t>-<dt>""<t>" # temps à la dernière étape
```

```
NONE_CONDITION <output test> "<t>-<tout>-<dtout>" outputcondition # ce sera vrai (>0)  
quand nous sommes <dtout> de la dernière sortie
```

```
NONE_OUTPUT <tout> "<t>" stepoutputnoupdate # enregistre l'heure de la dernière sortie
```

```
NONE_CONDITION <stop test> "<t>-<tend>" stopcondition # quand c'est vrai (>0) la  
simulation s'arrête.  
-----
```

```
CELL_UNKNOWN <T> [K] "300.d0" ON <all cells> # température
```

```
CELL_TRANSIENT <T[r=1]> "<T>" "<T>" ON <domain>
```

CELL_TRANSIENT <Tcond[r=0]> "0.d0" "-1.54321d5*<t[r=0]>^2+0.01917*<t[r=0]> +
338.025"

CELL_EQUATION <T transport3> "<T>-<T[r=1]>)*<rho>/<dt>-
celldiv(<D>*facegrad(<T>))" ON <surface3> # equation de diffusion

CELL_EQUATION <T transport2> "<T>-<T[r=1]>)*<rho2>/<dt>-
celldiv(<D2>*facegrad(<T>))" ON <surface2> # equation de diffusion

CELL_EQUATION <T transport1> "<T>-<T[r=1]>)*<rho>/<dt>-
celldiv(<D>*facegrad(<T>))" ON <surface1> # equation de diffusion

FACE_EQUATION <T haut> "<T>-<Tcond>" ON <haut>

FACE_EQUATION <T gauche3> "facegrad(<T>)" ON <gauche3>

FACE_EQUATION <T droite3> "facegrad(<T>)" ON <droite3>

FACE_EQUATION <T gauche2> "facegrad(<T>)" ON <gauche2>

FACE_EQUATION <T droite2> "facegrad(<T>)" ON <droite2>

FACE_EQUATION <T bas1> "<T>-293" ON <bas1>

FACE_EQUATION <T gauche1> "facegrad(<T>)" ON <gauche1>

FACE_EQUATION <T droite1> "facegrad(<T>)" ON <droite1>

Thème : « Confrontation des résultats expérimentaux/modèles de la propagation thermique et/ou électrique à l'intérieur des matériaux métalliques : acier et cuivre »

Nombre de pages : 69

Nombre de tableaux : 4

Nombre de figures : 40

Résumé : Ce mémoire traite la propagation thermique et/ou électrique existant à l'intérieur de l'acier et du cuivre. Dans un premier temps, des études expérimentales pour définir les valeurs de la propagation de chaleur ont été réalisées. Ensuite, nous avons développé un modèle susceptible de représenter les phénomènes de la propagation (thermique, électrique,...) sur une géométrie de même ordre de grandeur que celle utilisée durant les études expérimentales. Pour la validation du modèle que nous avons conçu à partir du code ARB, nous avons effectué une comparaison des résultats issus du modèle développé avec ceux des tests expérimentaux. Cette étude est réalisée dans le but d'en faire un outil prédictif et pour faciliter le choix sur les matériaux lors des éventuelles utilisations ultérieures.

Mots clés : Propagation thermique et/ou électrique – modélisation – code ARB

Abstract: This thesis deals with the thermal and /or electrical propagation existing inside steel and copper. Initially, experimental studies were carried out to define the values of heat propagation. Then, we developed a model capable of representing the phenomena of propagation (thermal, electrical, ...) on a geometry of the same order of magnitude as that used during the experimental studies. For the validation of the model we designed using the ARB code, we compared the results from the model developed with those of the experimental tests. This study is carried out with the aim of making it a predictive tool and to facilitate the choice on the materials for possible future uses.

Nom et prénoms : RAHAINGOARIMANANA Antsa Fanantenana

Contact : 0333777811

Email : rahaingoarimanana@gmail.com

Directeurs de Mémoire: Monsieur RANDRIANARIVAO Dannel
Monsieur RAKOTONINDRINA Tahiry Fanantenana