

GLOSSAIRE

NOTATION	SIGNIFICATION OU DESIGNATION	UNITES
Filasse	Fibre végétale tirée du sisal ou du chanvre	
C	Chaleur spécifique	J. (Kg. °C) ⁻¹
T	Température	°C
h	Coefficient d'échange thermique	w/ (m ² . °C)
z	Longueur du matériau	m
r	Rayon du matériau	m
α	Coefficient diffusivité thermique	m ² .s ⁻¹
λ	Coefficient de conductivité thermique	w (m. °C) ⁻¹
ρ	Masse volumique	Kg .m ⁻³
Z_{eq}	Impédance équivalente thermique	C° w ⁻¹
\vec{J}	Vecteur densité de flux	w .m ⁻²
ϕ	Module de la densité du flux de chaleur	w .m ⁻²

Sommaire

Introduction générale.....	1
Première Partie : Etude Bibliographique	2
I-Introduction	3
II- Signification et Origine de la Filasse.....	3
II-1-Signification de la Filasse	3
II-2-Origine de la Filasse.....	3
II-2-1-Le Sisal	3
II-2-1-1-Production de la Filasse d'origine Sisal	4
II-2-1-2-Les domaines d'utilisation des Fibres du Sisal.....	4
II-2-2- Le Chanvre.....	4
II-2-2-1-Production de la Filasse d'origine Chanvre.....	5
II-2-2-2-Les domaines d'utilisation des Fibres du Chanvre.....	6
II-2-2-2- Les avantages et les inconvénients de la Filasse de chanvre	6
III-conclusion	6
Deuxième Partie : Etude Thermique	7
I-Introduction	7
II. ETUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR	8
II.1 .SCHEMA DU DISPOSITIF D'ETUDE.....	8
II.2EXPRESSIONS DE LA TEMPERATURE ET DE LA DENSITE DE FLUX DE CHALEUR ..	9
II.2.1 EXPRESSIONS DE LA TEMPERATURE.....	9
II.2.2 EXPRESSIONS DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR.....	10
III. COURBES D'EVOLUTIONS DE LA TEMPERATURE ET DE LA DENSITE DE FLUX DE CHALEUR.....	11
III.1. EVOLUTION DE LA TEMPERATURE DANS LE MATERIAU.....	11

SOMMAIRE

III.1.A. EVOLUTIN DE LA TEMPERATURE EN FONCTION DE LA PROFONDEUR.....	11
III.1.B. EVOLUTION DE LA TEMPERATURE EN FONCTION DU COEFFICIENT D'ECHANGE THERMIQUE.....	13
III.2. EVOLUTION DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR	14
III.2.A. EVOLUTION DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR EN FONCTION DE LA PROFONDEUR	14
II.2.B. EVOLUTION DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR EN FONCTION DU COEFFICIENT D'ECHANGE THERMIQUE.....	16
IV. ETUDE DE L'IMPEDANCE DYNAMIQUE DU MATERIAU FILASSE	17
IV.1. EQUIVALENCE ENTRE GRANDEURS ELECTRIQUES ET THERMIQUES	17
IV.2. IMPEDANCE DYNAMIQUE DU MATÉRIAU	18
IV.2.a. EXPRESSION.....	18
IV.2.b. DIAGRAMMES DE BODE DE L'IMPEDANCE ET DE SA PHASE	19
V CONCLUSION	20
CONCLUSION GENERALE	21
BIBLIOGRAPHIE	22
ANNEXES MATHMATIQUES.....	23

Introduction générale

L'isolation thermique des bâtiments, des chambres froides ou des fours thermiques pose un grand problème d'environnement et de santé publique à cause de l'utilisation d'isolant synthétique.

Le Protocole de Montréal, un accord international conclu en 1987, vise à réduire et, à terme, éliminer complètement les substances qui appauvrissent la couche d'ozone [1], par une réduction nette de l'émission de gaz à effet de serre (GES), contribuant ainsi de manière significative à la protection du système climatique mondial.

Dans la perspective d'une contribution à la maîtrise des problèmes environnementaux et de santé publique, nous envisageons une isolation thermique à partir de produits naturels biodégradables.

Ainsi nous étudions le transfert thermique en régime dynamique fréquentiel [2] à travers un matériau filasse utilisable comme isolant thermique.

Dans la première partie, nous présentons le matériau Filasse de la production à l'utilisation comme isolant thermique. Les avantages et les inconvénients du matériau Filasse sont donnés.

Dans la deuxième partie, l'étude du transfert de chaleur dans le matériau Filasse est présentée. Les courbes d'évolution de la température et de la densité de flux de chaleur à travers le matériau sont présentées. Les influences de la fréquence excitatrice et du coefficient d'échange thermique à la face avant sont mises en exergue.

L'analogie électrique-thermique nous permet d'interpréter le transfert de chaleur à partir de modèle électrique.

Première Partie

Etude Bibliographique

I-Introduction

Dans cette partie, nous présentons les Fibres de la Filasse d'origine Sisal et de Chanvre. Nous donnons ainsi une situation géographique de l'origine de ces deux plantes.

La production de la Filasse a été mise en exergue. Les différents domaines d'utilisation de la Filasse d'origine Sisal et de Chanvre sont présentés comme le tissage, le cordage, les tapis le papier et l'isolation thermique.

II- Signification et Origine de la Filasse

II-1-Signification de la Filasse

La Filasse est le nom commun donné aux Fibres végétales extraites des feuilles du Sisal et de la tige du Chanvre, utilisée entre autre comme isolant thermique.

II-2-Origine de la Filasse

II-2-1-Le Sisal

Le Sisal est une plante de moyenne taille, Elle existe en Afrique de l'est et à l'est du Mexique.

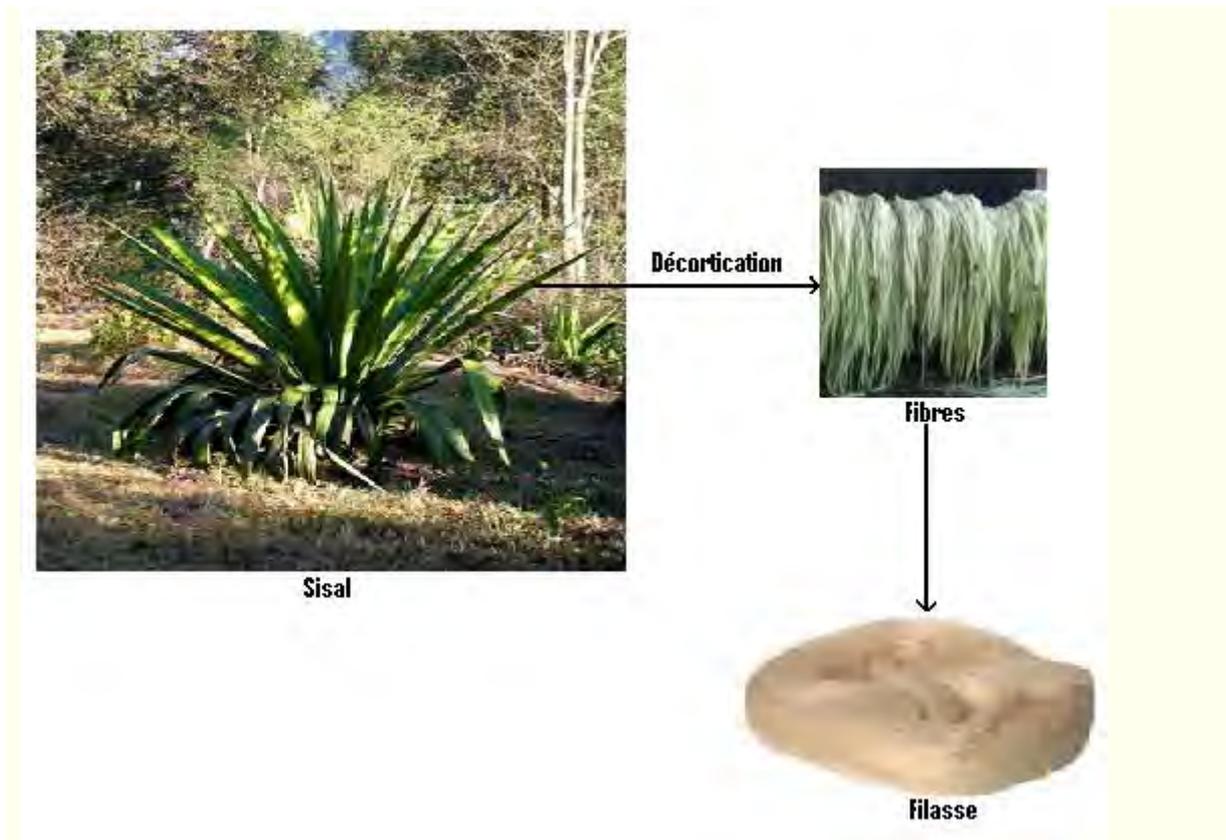
Elle vit en moyenne entre sept et dix ans et produit en moyenne au cours de sa vie entre 200 et 250 feuilles utilisables commercialement, chaque feuille contient environ 1000 Fibres qui sont extraites par un processus dit de décortication.

Le tableau ci-dessous indique la classification du Sisal

Nom Français	Sisal
Genre	Agave
Famille	Agavacea

Tableau.1 classification du Sisal

II-2-1-1-Production de la Filasse d'origine Sisal



II-2-1-2-Les domaines d'utilisation des Fibres du Sisal

Les Fibres du Sisal sont utilisées dans plusieurs domaines de fabrication tels que :

- Le tissage

- Le cordage

- Le tapis

- L'isolation thermique



II-2-2- Le Chanvre

Le Chanvre (*Cannabis sativa*), connu aussi sous son nom de **cannabis**, est une espèce de plante de grande taille (4m de haut), les cannabis se trouvaient d'abord dans les contreforts indiens auprès de l'Himalaya. Les uns disent que ces plantes proviennent des plaines de l'Asie centrale aux alentours du lac Baïkal. Les autres affirment que ce sont de plantes originaires de la Chine, dans les régions près du fleuve Jaune.

PREMIERE PARTIE: ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

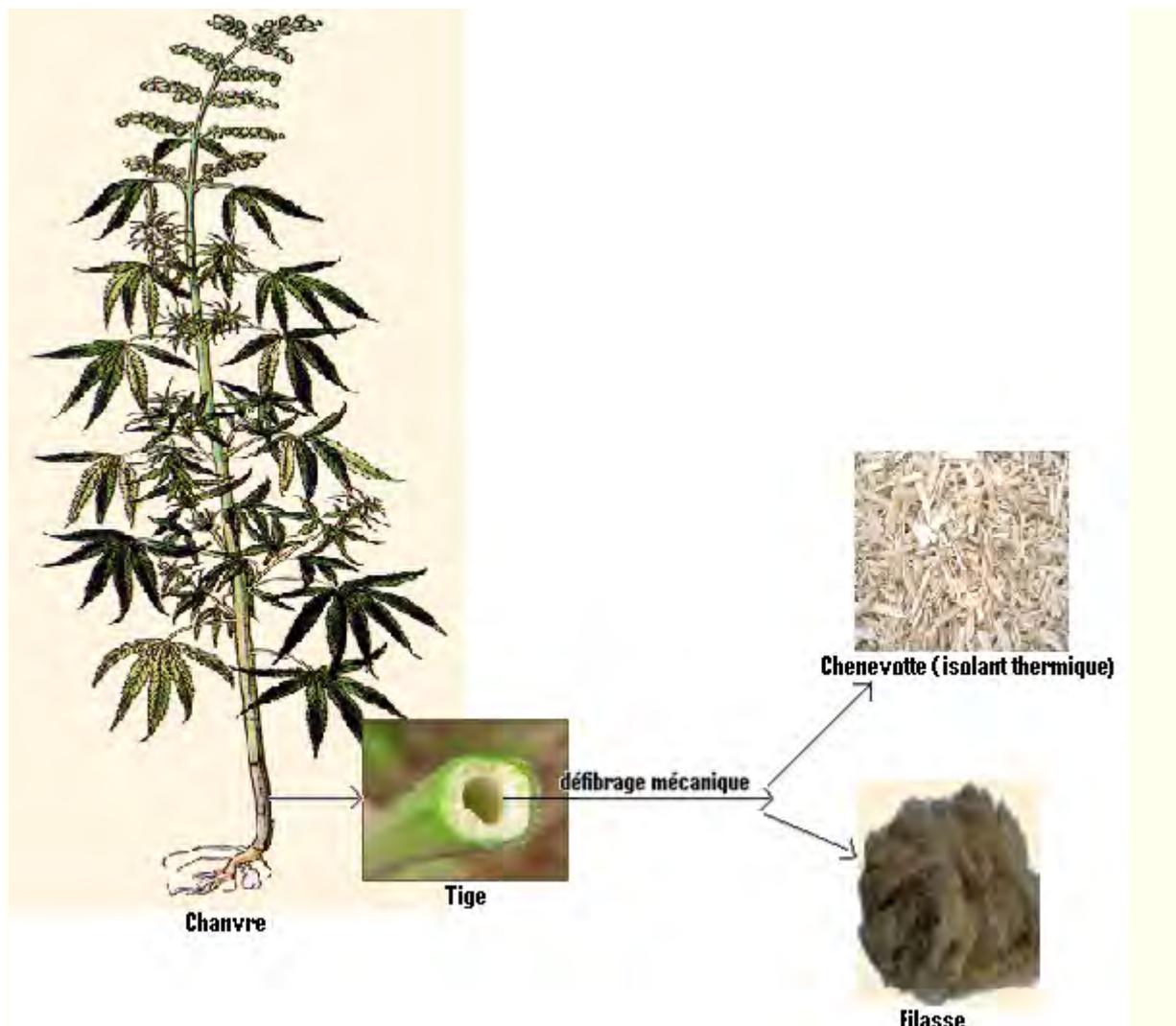
Notre étude ne portera que sur le chanvre ordinaire qui est la seule espèce dont la culture est autorisée dans plusieurs pays du monde et plus précisément sa tige qui contient des Fibres (Filasse) constituant environ 30% de sa masse qui sont extraites par un processus dit défilage mécanique.

Le tableau ci-dessous indique la classification du Chanvre

Nom Français	Chanvre
Genre	Cannabis
Famille	Cannabaceae

Tableau.2 classification du Chanvre

II-2-2-1-Production de la Filasse d'origine Chanvre



II-2-2-2- Les domaines d'utilisation des Fibres du Chanvre

Les Fibres du Chanvre sont utilisées dans plusieurs domaines de fabrication tels que :

- Textile



-Le papier



-L'isolation thermique



II-2-2-2- Les avantages et les inconvénients de la Filasse de chanvre

a- Avantages

- Croissance rapide, sans traitement ni engrais, économie en eau
- Production locale
- Procédé de transformation simple et peu polluant
- Isolant naturel, pas de pollution lors de la construction ou de la démolition.
- Bonne isolation thermique et acoustique
- Stabilisateur hygrométrique : permet de réaliser des murs perspirants étanche laisse passer l'air et sont étanche
- Capte du CO₂ pendant sa croissance et le stocke dans la construction
- Repousse les rongeurs, résiste aux mites

b- Inconvénients :

- La laine de chanvre revient plus chère que la laine de verre ou la laine de roche, cependant, ses performances thermique, hygrométrique, environnementale et sanitaire sont bien supérieures

III-conclusion

Nous avons présenté dans cette partie, une étude bibliographique de la Filasse. Deux types de matériaux sont présentés : de la Filasse d'origine Sisal et de la Filasse d'origine Chanvre.

Différents domaines d'utilisation de Fibres de Sisal et de Chanvre sont présentés. Ainsi nous avons donné les techniques de production de la Filasse à partir du Sisal ou de Chanvre.

Dans la deuxième partie de ce travail, nous présentons une étude à une dimension du transfert thermique dans un matériau constitué de Filasse.

Deuxième Partie

Etude Thermique

I-Introduction

Nous avons vu dans la partie précédente plusieurs caractéristiques de la Filasse et Les domaines d'utilisations des Fibres de Sisal et du Chanvre.

Dans cette partie, nous proposons une étude à une dimension du transfert de chaleur à travers la Filasse en régime dynamique fréquentiel.

Nous présentons en premier lieu, les courbes d'évolution de la température et de la densité de flux de chaleur.

En second lieu, à partir de l'analogie électrique – thermique, nous exprimons l'impédance dynamique équivalente du matériau Filasse et présenté les courbes d'évolutions de l'impédance et de sa phase en fonction de la fréquence excitatrice.

II. ETUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR

II.1 .SCHEMA DU DISPOSITIF D'ETUDE

Un matériau de forme plane et de longueur L , est soumis à des températures en régime dynamique fréquentiel à la face avant et à la face arrière comme indiqué sur la figure ci-dessous.

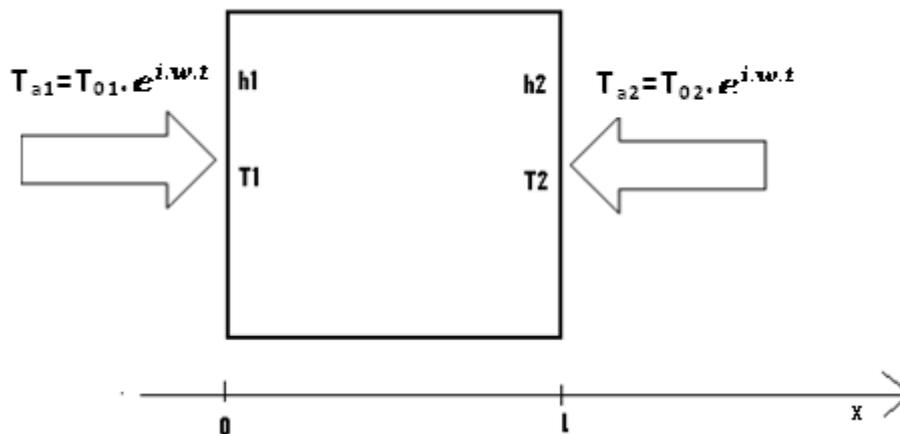


Figure II-1 : Schéma du dispositif d'étude

h_1 : Coefficient d'échanges thermiques à la face avant

h_2 : Coefficient d'échanges thermiques à la face arrière

T_{a1} : Température imposée à la face avant

T_{a2} : Température imposée à la face arrière

T_{01} : Température maximale à la face avant

T_{02} : Température maximale à la face arrière

T_1 : Température à la face avant du matériau

T_2 : Température à la face arrière du matériau

II.2 EXPRESSIONS DE LA TEMPERATURE ET DE LA DENSITE DE FLUX DE CHALEUR

II.2.1 EXPRESSIONS DE LA TEMPERATURE

Le transfert de chaleur est régi par l'équation [3] suivante dite de la chaleur :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + P + \vec{\nabla} \lambda \left(\vec{\nabla} T \right) \quad (\text{II.2.1})$$

A conductivité thermique constante on a : $\vec{\nabla} \lambda \left(\vec{\nabla} T \right) = 0$ (II.2.2)

En coordonnées Cartésiennes et à une dimension, l'équation de la chaleur devient :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P_p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.2.3})$$

En l'absence de source et de puit de chaleur interne on a $P_p=0$

L'équation de la chaleur devient :

$$\Delta T - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.2.4})$$

Avec $\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C}$ (II.2.5)

Où

λ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$) est la conductivité thermique du matériau

C ($\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$) est la chaleur spécifique du matériau ($\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$).

P_p ($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$) représente le puit de chaleur

ρ ($\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}$) est la masse volumique du matériau

x (m) représente l'abscisse suivant un axe orienté dans une direction perpendiculaire au plan du matériau.

α (m²/s) Est le coefficient de diffusion thermique.

T (°C) est la température en un point considéré.

La résolution de l'équation (II.2.4) en régime dynamique fréquentiel, en tenant compte des conditions expérimentales imposées [2,4] (voir annexe) conduit à la solution :

$$T(x, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (\text{II.2.6})$$

avec

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}(1 + i) \quad (\text{II.2.7})$$

En appliquant les conditions aux limites suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - T_{a_1}] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - T_{a_2}] \end{array} \right. \quad (\text{II.2.8})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - T_{a_1}] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - T_{a_2}] \end{array} \right. \quad (\text{II.2.9})$$

Nous obtenons les expressions des termes A₁ et A₂ :

$$A_1 = \frac{h_1 h_2 T_{o_2} - h_1 T_{o_1} [h_2 \cosh(\beta L) + \lambda \beta \sinh(\beta L)]}{\lambda \beta [h_2 \cosh(\beta L) + \lambda \beta \sinh(\beta L)] + h_1 [h_2 \sinh(\beta L) + \lambda \beta \cosh(\beta L)]} \quad (\text{II.2.10})$$

$$A_2 = \frac{h_2 \lambda \beta T_{o_2} + h_1 T_{o_1} [h_2 \sinh(\beta L) + \lambda \beta \cosh(\beta L)]}{\lambda \beta [h_2 \cosh(\beta L) + \lambda \beta \sinh(\beta L)] + h_1 [h_2 \sinh(\beta L) + \lambda \beta \cosh(\beta L)]} \quad (\text{II.2.11})$$

Dans le paragraphe suivant, nous donnons l'expression de la densité du flux de chaleur.

II.2.2 EXPRESSIONS DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR

A partir de l'expression de la température nous donnons l'expression donnant l'évolution de la densité de flux de chaleur dans le matériau [2,4,5].

$$\phi(x, \omega, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \beta [A_1 \cosh(\beta \cdot x) + A_2 \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (\text{II.2.12})$$

Les constantes β , A₁ et A₂ sont données respectivement par les équations II.2.7, II.2.10 et II.2.11.

Dans le paragraphe suivant, nous donnons les courbes d'évolutions de la température et de la densité du flux de chaleur.

III. COURBES D'EVOLUTIONS DE LA TEMPERATURE ET DE LA DENSITE DE FLUX DE CHALEUR.

III.1. EVOLUTION DE LA TEMPERATURE DANS LE MATERIAU

III.1.A. EVOLUTIN DE LA TEMPERATURE EN FONCTION DE LA PROFONDEUR

Nous présentons les courbes d'évolution de la température en fonction de la profondeur (x) du matériau plan. Nous mettons en exergue l'influence de la fréquence excitatrice pour un coefficient d'échange thermique relativement faible à la face arrière ($x=L=0,05m$).

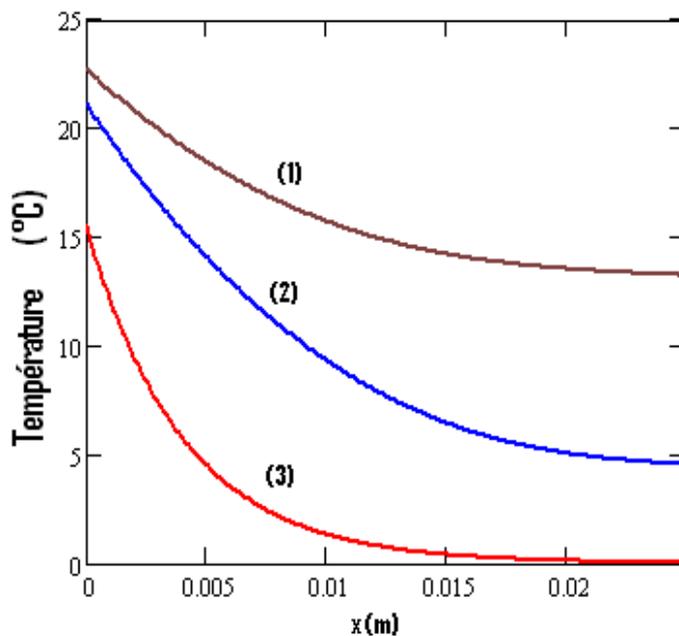


Figure III.1.a : Evolution de la température en fonction de la profondeur dans le matériau

$\lambda=0.063 \text{ w/ (m. } ^\circ\text{C)}$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $h_1= 30 \text{ w/ (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$
 $h_2=5 \text{ w/ (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$
 (1) $\omega= 10^{-2.5} \text{ rad /s}$
 (2) $\omega=10^{-2} \text{ rad /s}$
 (3) $\omega=10^{-1} \text{ rad /s}$

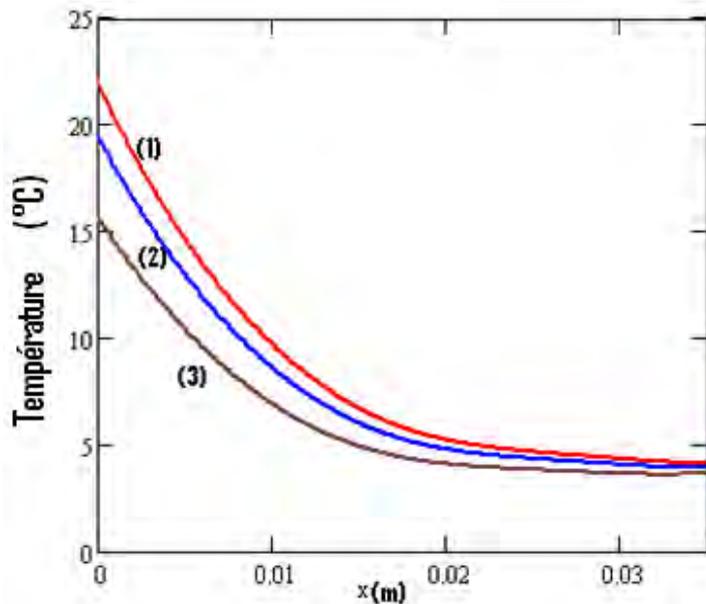


Figure III.1.b : Evolution de la température en fonction de la profondeur dans le matériau

$$\lambda=0.063 \text{ w/ (m. } ^\circ\text{C)}$$

$$\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega= 10^{-2} \text{ rad/s}$$

$$h_2=5 \text{ w/ (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

$$(1) h_1=40 \text{ w/ (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

$$(2) h_1=20 \text{ w/ (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

$$(3) h_1=10 \text{ w/ (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

La figure III.1.a, donne l'influence de la fréquence excitatrice sur l'évolution de la température en fonction de la profondeur du matériau Filasse.

A la face avant ($x=0$), la température du matériau est d'autant plus importante que la fréquence excitatrice est faible. La quantité de chaleur échangée est importante à la surface du matériau Filasse pour de faible fréquence excitatrice.

A l'intérieur du matériau, Nous notons que la température décroît plus vite de la face avant à la face arrière quand la fréquence excitatrice devient importante. Ce qui correspond à une faible transmission de la chaleur de la face avant à la face arrière.

La perte de chaleur observée pour les grandes fréquences s'explique en partie par les phénomènes de relaxation : Le matériau n'a pas suffisamment de temps pour absorber la chaleur apportée.

La figure III.1.b, donne l'influence du coefficient d'échange thermique sur l'évolution de la température en fonction de la profondeur du matériau Filasse.

Les courbes présentent le même profil. A la face avant du matériau, la température est d'autant plus importante que le coefficient d'échange thermique est élevé. Ceci correspond à une forte absorption de chaleur quand le coefficient d'échange thermique augmente.

A l'intérieur du matériau, le module de la température diminue de la face avant à la face arrière.

Nous avons dans le paragraphe suivant l'évolution de la température du matériau en fonction du coefficient d'échange thermique.

III.1.B. EVOLUTION DE LA TEMPERATURE EN FONCTION DU COEFFICIENT D'ECHANGE THERMIQUE

Nous donnons ci-dessous les courbes d'évolution de la température en fonction du coefficient d'échange thermique du matériau Filasse. Nous mettons en exergue l'influence de la fréquence excitatrice à la figure III.1.d et de la profondeur x à la figure III.1.c pour un coefficient d'échange thermique relativement faible à la face arrière ($x=L=0,05m$).

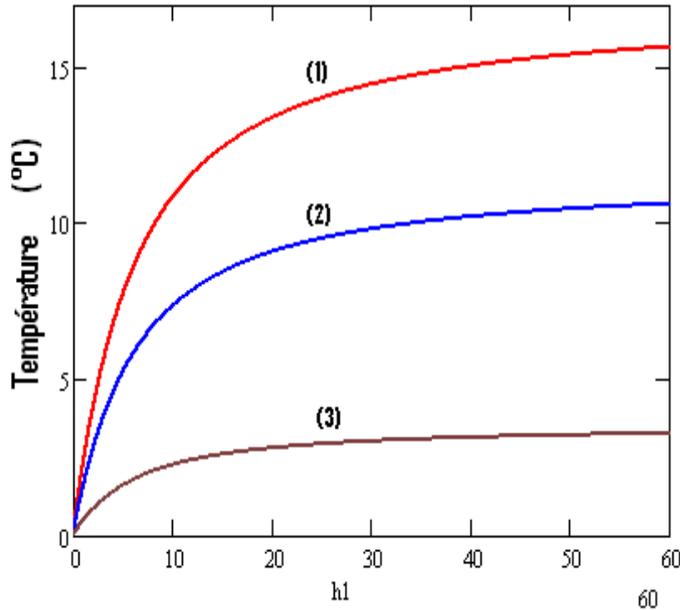


Figure III.1.c : Evolution de la température en fonction du coefficient d'échange
 $\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $\omega=10^{-2} \text{ rad /s}$
 $h_2=10^{-2} \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 (1) $x=0.005\text{m}$
 (2) $x=0.01\text{m}$
 (3) $x=0.025\text{m}$

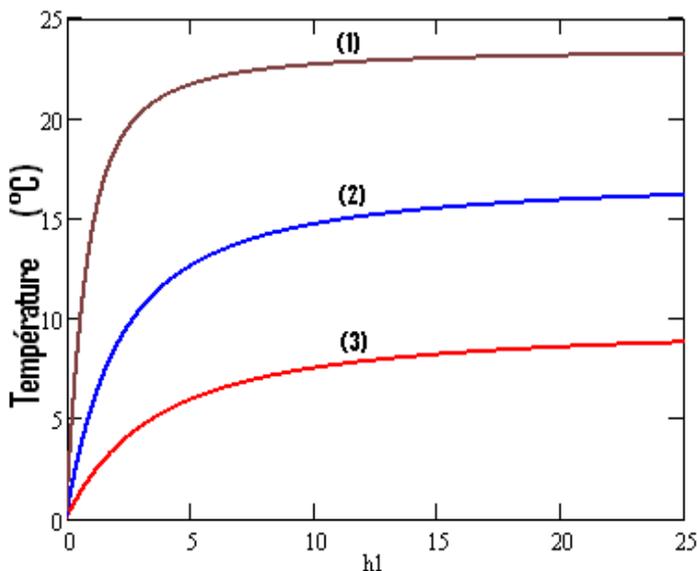


Figure III.1.d : Evolution de la température en fonction du coefficient d'échange
 $\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $x=0.02\text{m}$
 $h_2=0.02 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 (1) $\omega =10^{-3.5} \text{ m}$
 (2) $\omega =10^{-3} \text{ m}$
 (3) $\omega =10^{-2.5} \text{ m}$

Les figures III.2.c et III.2.d présentent les mêmes profils. En un point du matériau, la température augmente en fonction du coefficient d'échange thermique. Puis devient pratiquement constante à partir d'une certaine valeur du coefficient d'échange thermique.

Nous expliquons ce phénomène par un emmagasinement progressif d'énergie par le matériau. L'énergie emmagasinée est d'autant plus importante que le coefficient d'échange thermique est élevé (figure III.1.c) ou que la fréquence excitatrice est petite (Figure III.1.d).

Nous étudions dans les paragraphes suivants, l'évolution de la densité de flux de chaleur.

III.2. EVOLUTION DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR

III.2.A. EVOLUTION DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR EN FONCTION DE LA PROFONDEUR

Les figures suivantes donnent l'évolution de la densité du flux de chaleur en fonction de la profondeur du matériau Filasse. Le coefficient d'échange thermique est relativement faible à la face arrière. Nous mettons en relief l'influence de la fréquence excitatrice à la figure III.2.a et l'influence du coefficient d'échange thermique à la figure III.2.b.

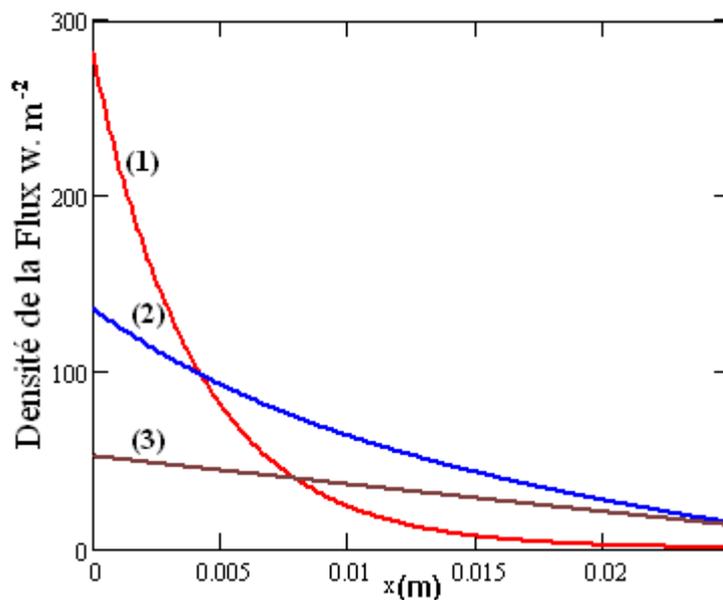


Figure III.2.a : Evolution de la densité du Flux en fonction de la profondeur
 $\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $h_1= 20 \text{ w}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$
 $h_2=2 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 (1) $\omega=10^{-1} \text{ rad/s}$
 (2) $\omega=10^{-2} \text{ rad/s}$
 (3) $\omega=10^{-3} \text{ rad/s}$

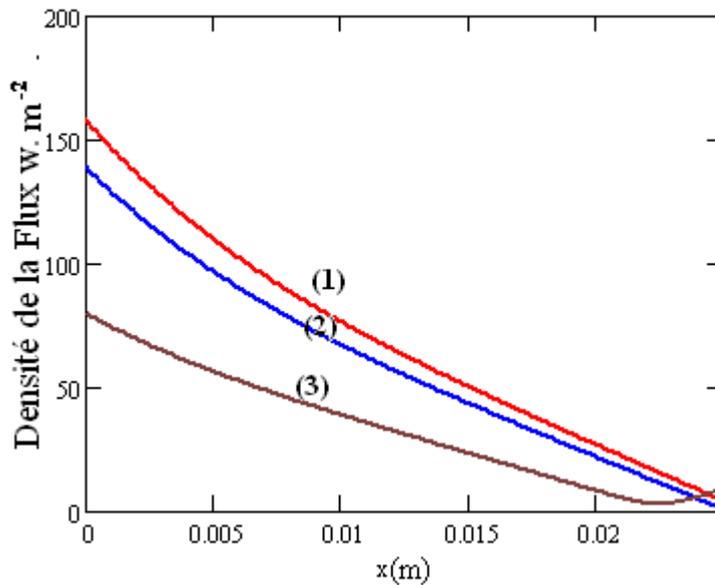


Figure III.2.b : Evolution de la densité du Flux en fonction de la profondeur
 $\lambda=0.063 \text{ w/ (m}^2 \cdot \text{°C)}$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $\omega=10^{-2} \text{ rad /s}$
 $h_2 = 0.2 \text{ w/ (m}^2 \cdot \text{°C)}$
 (1) $h_1=45 \text{w/ (m}^2 \cdot \text{°C)}$
 (2) $h_1=20 \text{ w/ (m}^2 \cdot \text{°C)}$
 (3) $h_1=5 \text{ w/ (m}^2 \cdot \text{°C)}$

Les courbes de la figure III.2.a montrent une décroissance de la densité de flux de chaleur de la face avant à la face arrière du matériau. La densité de flux de chaleur provenant à la face arrière du matériau étant négligeable.

La diminution de la densité de flux de chaleur à l'intérieur du matériau est due à l'absorption de la chaleur par le matériau ce qui se traduit par une élévation de température du matériau.

La comparaison des différentes courbes montre que la densité de flux de chaleur transmise dans le matériau est importante à l'interface $x=0$ si la fréquence excitatrice est élevée.

Par contre dans le matériau, nous avons une faible transmission de la densité de flux pour les grandes fréquences ce qui correspond à une perte de densité de flux de chaleur due à l'absorption de la chaleur par le matériau qui se traduit par une élévation de température. Pour les faibles fréquences, la densité de flux de chaleur transmise est relativement stable (faible perte) de la face avant à la face arrière.

Les courbes de la figure III.2.b présente le même profil. La densité de chaleur est importante à la face avant (échange de chaleur avec h_1 important), puis décroît à l'intérieur du matériau en fonction de la profondeur.

La décroissance ou perte de la densité de flux de chaleur transférée en fonction de la profondeur du matériau filasse est due en partie à l'absorption de chaleur par le matériau, ce qui provoque une élévation de température des différents points du matériau.

La comparaison des trois courbes à la face avant ($x=0$), montre que la densité de flux de chaleur transférée dans le matériau est d'autant plus important que le coefficient d'échange thermique est important.

L'augmentation de la densité de flux de chaleur observée au voisinage de la face arrière est due à l'influence de la quantité de chaleur échangée au niveau de la face arrière.

II.2.B. EVOLUTION DE LA DENSITE DU FLUX DE CHALEUR EN FONCTION DU COEFFICIENT D'ECHANGE THERMIQUE

Les figures III.2.c et III.2.d ci-dessous, donnent l'évolution de la densité de flux de chaleur à travers le matériau Filasse en fonction du coefficient d'échange thermique à la face avant. Nous avons mis respectivement en exergue l'influence de la fréquence excitatrice et de la profondeur du matériau.

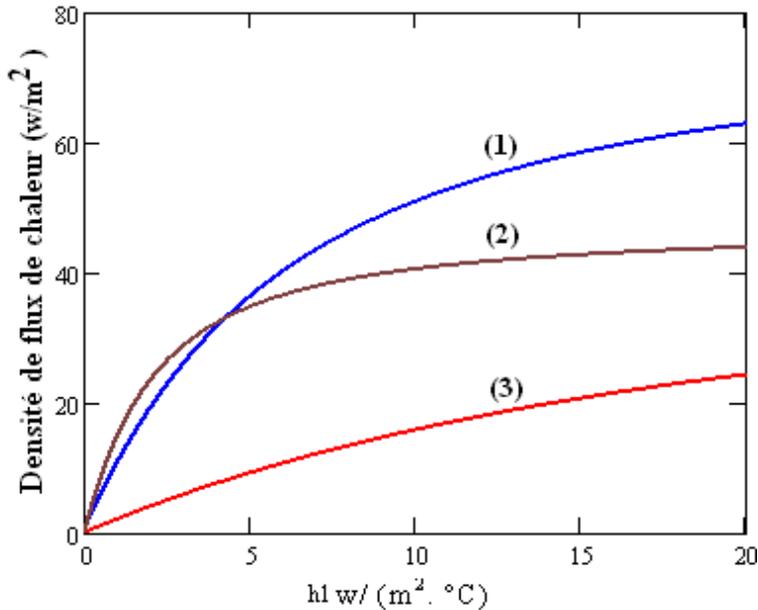


Figure III.2.c : Evolution de la densité du Flux de chaleur en fonction d'échange thermique

$\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $x=0.01$
 $h_2=0.2 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 (1) $\omega=10^{-1} \text{ rad/s}$
 (2) $\omega=10^{-2} \text{ rad/s}$
 (3) $\omega=10^{-3} \text{ rad/s}$

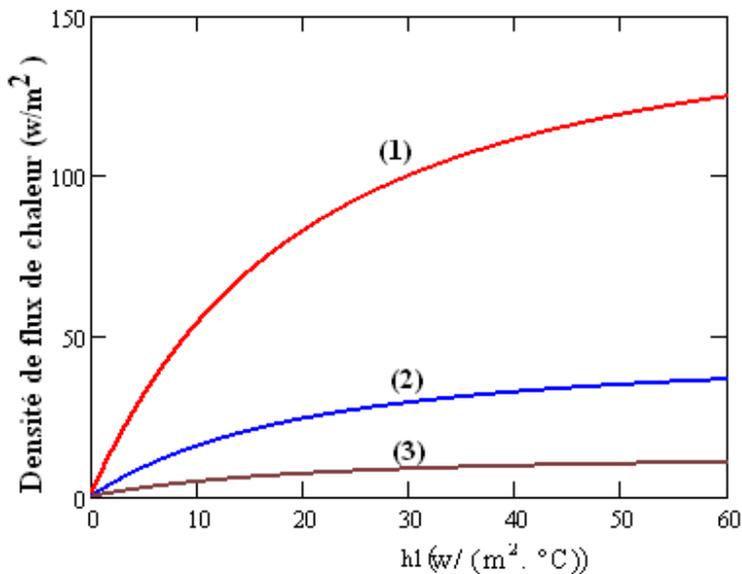


Figure III.2.d : Evolution de la densité de Flux de chaleur en fonction d'échange thermique

$\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $\omega=10^{-1} \text{ rad/s}$
 $h_2=10^{-1} \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 (1) $x=0.005\text{m}$
 (2) $x=0.01\text{m}$
 (3) $x=0.015\text{m}$

Les courbes des différentes figures présentent le même profil. Pour les faibles coefficients d'échange thermique, la densité de flux augmente régulièrement en fonction du coefficient d'échange thermique et tend vers une limite pour les grandes valeurs du coefficient d'échange thermique ce qui signifie que le matériau emmagasine de l'énergie.

La figure III.2.c montre que pour des coefficients d'échange thermique relativement importants, la densité de flux de chaleur transférée est d'autant plus importante que la fréquence excitatrice est élevée.

Pour les faibles coefficients d'échange thermique, la courbe (2) est au dessus de la courbe (1) montrant ainsi que la fréquence correspondante est plus favorable au transfert de chaleur à travers le matériau.

La comparaison des courbes de la figure III.2.d, montre que la densité de flux de chaleur est importante au voisinage de la face avant du matériau et décroît régulièrement vers l'intérieur du matériau.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons une étude du transfert thermique par une analogie électrique-thermique

IV. ETUDE DE L'IMPEDANCE DYNAMIQUE DU MATERIAU FILASSE

IV.1. EQUIVALENCE ENTRE GRANDEURS ELECTRIQUES ET THERMIQUES

Par analogie à la loi d'Ohm [6], nous pouvons écrire :

$$\Delta T = T_1 - T_2 = Z_{eq} \cdot \phi \quad (IV.1)$$

Où

Z_{eq} représente l'impédance équivalente du matériau

ϕ La densité du flux de chaleur à travers le matériau

Nous présentons ci- dessous un tableau de correspondance entre les grandeurs électrique et thermiques.

GRANDEURS ELECTRIQUES	GRANDEURS THERMIQUES
Intensité $I = \frac{dq}{dt}$ (A)	Flux $\phi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial(\lambda T)}{\partial x}$ (w)
Potentiel électrique V (V)	Température T (°C)
Impédance électrique $Z_e = \frac{\Delta V}{I}$ (Ω)	Impédance thermique $Z_{eq} = \frac{\Delta T}{\phi}$ ($^{\circ}\text{C} \cdot \text{w}^{-1}$)

Tableau IV.1: Equivalence électrique- thermique

IV.2. IMPEDANCE DYNAMIQUE DU MATÉRIAU

IV.2.a. EXPRESSION

A partir de la correspondance entre grandeurs thermiques et électriques précédemment établi, nous établissons l'expression de l'impédance dynamique du matériau Filasse.

$$T(o, \omega, t) - T(x, \omega, t) = [A_2(1 - \cosh(\beta \cdot x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = Z_e \cdot \phi \quad (\text{IV-2})$$

En tenant compte de l'expression du flux (II-10), nous pouvons écrire :

$$Z_e(x, \omega) = \frac{[A_2(1 - \cosh(\beta \cdot x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] e^{i \omega t}}{\phi} \quad (\text{IV-4})$$

$$Z_e(x, \omega) = \frac{A_2(1 - \cosh(\beta \cdot x)) - A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x)}{-\lambda \cdot \beta [A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot x)]}$$

Nous donnons dans la partie suivante l'évolution de l'impédance dynamique du matériau.

IV.2.b. DIAGRAMMES DE BODE DE L'IMPEDANCE ET DE SA PHASE

a) DIAGRAMME DE BODE DE L'IMPEDANCE

Dans la figure IV.1 nous présentons le diagramme de Bode de l'impédance qui correspond à la courbe d'évolution de l'impédance en fonction du logarithme de la fréquence excitatrice. Nous mettons en évidence du coefficient d'échange thermique à la face avant.

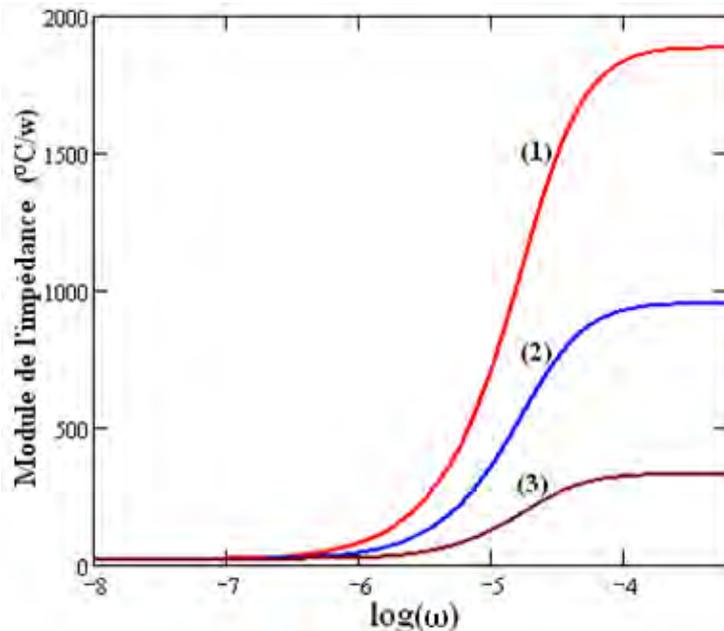


Figure IV.1: Diagramme de Bode de l'impédance équivalente du matériau
 $\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 $\alpha=8.285 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
 $x=0.05 \text{ m}$
 $h_1=30 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 (1) $h_2=0.025 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 (2) $h_2=0.05 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$
 (3) $h_2=0.15 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$

Les courbes présentent le même profil. Le module de l'impédance thermique est constant et faible pour les faibles fréquences excitatrices, ce qui correspond à un transfert de densité de flux de chaleur relativement important pour les faibles fréquences excitatrice.

Pour les fréquences intermédiaires, le module de l'impédance augmente avec la fréquence excitatrice ce qui correspond à une diminution de flux de chaleur dans le matériau filasse quand la fréquence devient plus importante.

Pour les fréquences élevées, le module de l'impédance est maximal et constant, ce qui correspond à un transfert minimal de flux de chaleur.

La comparaison des courbes montre que la variation du module de l'impédance du matériau est d'autant plus importante que la densité de flux de chaleur provenant à la face arrière est faible.

Nous présentons dans le paragraphe suivant l'évolution de la phase de l'impédance dynamique du matériau.

b) DIAGRAMME DE BODE DE LA PHASE DE L'IMPEDANCE

Dans la figure IV.2 nous présentons le diagramme de Bode de la phase de l'impédance. Nous mettons en exergue l'influence du coefficient d'échange thermique à la face arrière.

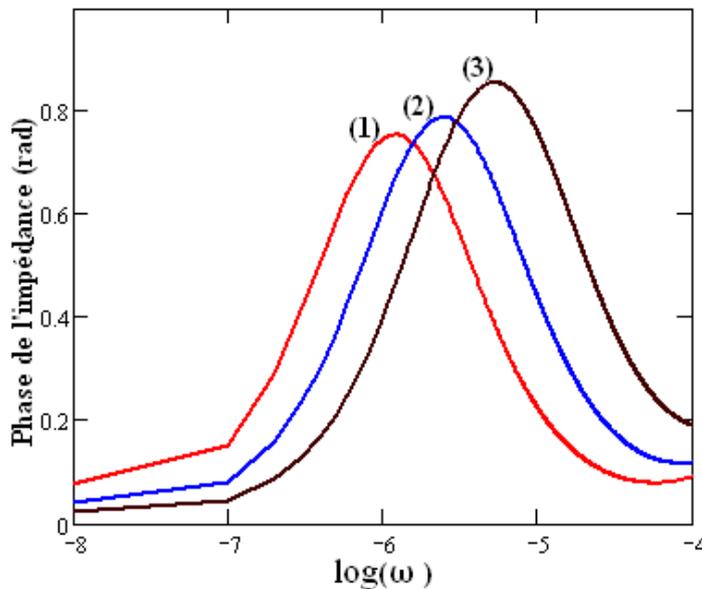


Figure IV.2: Diagramme de Bode de la Phase de l'impédance équivalente du matériau
 $\lambda=0.063 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 $\alpha= 8.285 \cdot 10^{-7} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ $x=0.04\text{m}$
 $h_2=30 \text{ w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 (1) $h_2=0.05\text{w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 (2) $h_2=0.1\text{w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$
 (3) $h_2=0.2\text{w}/(\text{m}^2 \cdot \text{°C})$

Les courbes présentent le même profil. La phase de l'impédance reste positive dans la bande de fréquence étudiée. Nous modélisons le matériau filasse en considérant que le matériau emmagasine de l'énergie par un effet inductif.

La forme d'évolution de la courbe en sinusoïde fait penser à l'existence d'un effet capacitif relativement faible ; l'effet inductif l'emportant.

V- CONCLUSION

La résolution de l'équation de la chaleur en régime dynamique fréquentiel, a permis de proposer des expressions décrivant l'évolution de la température et de la densité de flux de chaleur à travers un matériau Filasse.

Les profils des courbes d'évolution de la température et de la densité de flux de chaleurs ont permis d'étudier l'évolution de la chaleur à travers le matériau Filasse. Les influences de la fréquence excitatrice et du coefficient d'échange thermique à la face avant du matériau Filasse, ont permis de montrer les conditions de transfert optimal de chaleur à travers le matériau.

L'analogie électrique-thermique nous permet d'envisager l'étude du transfert thermique à partir de modèle électrique.

CONCLUSION GENERALE

L'étude de l'isolation thermique à partir de matériaux naturels locaux dans le but de réduire les effets néfastes des isolants synthétiques sur la nature est présentée.

Nous avons ainsi étudié le transfert thermique en régime dynamique fréquentiel à travers le matériau Filasse que nous proposons d'utiliser comme isolant thermique.

Nous avons présenté dans la première partie, une étude bibliographique de la Filasse. Deux types de matériaux sont présentés : de la Filasse d'origine Sisal et de la Filasse d'origine Chanvre.

Différents domaines d'utilisation de Fibres de Sisal et de Chanvre sont présentés. Ainsi nous avons donné les techniques de production de la Filasse à partir du Sisal ou de Chanvre.

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons présenté une étude à une dimension du transfert thermique dans un matériau constitué de Filasse.

Les profils des courbes d'évolution de la température et de la densité de flux de chaleurs ont permis d'étudier l'évolution de la chaleur à travers le matériau Filasse. Les influences de la fréquence excitatrice et du coefficient d'échange thermique à la face avant du matériau Filasse, ont permis de montrer les conditions de transfert optimal de chaleur à travers le matériau.

L'analogie électrique-thermique nous a permis de définir l'impédance dynamique du matériau Filasse et d'interpréter le transfert de chaleur à partir de modèle électrique.

En perspective, nous envisageons de développer des modèles électriques équivalents du transfert de chaleur, dans le matériau Filasse utilisé comme isolant thermique, en régime dynamique fréquentiel.

L'étude de l'impédance dynamique en rapport avec de grandeur thermique intrinsèque du matériau tel que la conductivité thermique du matériau Filasse est envisagé.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Supplément médias et arts visuels, MAP, Lundi 15 S eptembre 2008, http://www.emarrakech.info/Pour-la-sauvegarde-de-la-planete,-proteger-la-couche-d-Ozone_a16065.html
- [2] I. Diagne, B.Fleur, M.O.Sidiya, S.Gaye, G.Sissoko « Détermination de paramètres thermiques d'un matériau en régime dynamique fréquentiel à partir de diagrammes de Bode et de représentation de Nyquist » Journal des Sciences 2008, vol 8, n°2
- [3] Maréchal J.C & Devise J.M « Diffusivité thermique des matériaux de construction méthode du signal périodique » Anales I.TB.T.P n°35 ,1978
- [4] Maréchal J.C & Devise « Métrologie thermique des matériaux isolants par mesure du flux en régime dynamique transitoire .Matériau et construction »vol 7, n° 41,1974.
- [5] SACADURA J.C « Initiation aux transfert thermiques .Technique et documentation .Lavoisier, janvier 1993
- [6] A. DIENG; L. OULD HABIBOULAHY; A. S MAIGA; A. DIAO; G. SISSOKO. “ Impedance spectroscopy method applied to electrical parameters determination on bifacial silicon solar cell under magnetic field ” J . Sci. Vol.7, N°3 pp. 48 -52 (2007)
- [7] Ibrahim Dincer & M .Ferhat Yardim “Récent in Transport Phénomène”The Datat Science Library, 2000
- [8] Martinet J « Détermination des constants thermiques des solides au moyen des méthodes de régimes variables » Publications et techniques du ministère de l'air, n°139 ,1965
- [9] Bruno Chéron « Transfert thermique : Résumé de cours, problèmescorrigés » ellipses /édition marking S.A., 1999
- [10] HVALACKA (V.)- “Periodic heating of a system of cylinders and determining the heat transfer coefficient on this basis.” -J. Eng.Phys.vol.24,no1, Jan.1973

ANNEXES MATHÉMATIQUES

I. EQUATION DE CHALEUR

Pour de faibles variations de température, la conduction de la chaleur est donnée par la loi de Fourier, dans un milieu isotrope:

$$\vec{J}_g = -\lambda \vec{\text{grad}}T \quad (1)$$

λ ($\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$) est la conductivité thermique du milieu.

\vec{J}_g est le vecteur densité de chaleur

T = Température du système

Ainsi la densité de flux de chaleur φ dans une direction caractérisée par un vecteur unitaire \vec{i} est :

$$\varphi = \vec{J} \cdot \vec{i} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \quad (2)$$

Le bilan d'énergie dans un système de volume V:

Elle s'obtient en écrivant le bilan d'énergie dans un volume (V) caractérisé par sa conductivité (λ), sa masse volumique (ρ) et sa chaleur spécifique (C). Nous considérons que :

La variation de température dans le volume (V) est due à la présence de sources internes et à la chaleur entrant dans le volume.

* Q_1 est la quantité de chaleur pénétrant dans le volume (V) à travers la surface (S) pendant le temps δt .

$$Q_1 = \iint_S \lambda \cdot \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} \cdot \delta t \quad (3)$$

* Q_2 est la quantité de chaleur créée dans le volume (V) par les sources internes pendant le temps δt .

$$Q_2 = \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t \quad (4)$$

p est le puit de chaleur.

* Q_3 est la quantité de chaleur nécessaire à la variation de température dT , du volume (V) pendant δt

C est la chaleur spécifique du matériau ($J.Kg^{-1}.C^{-1}$).

$$Q_3 = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (5)$$

Le bilan d'énergie nous permet d'écrire :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (6)$$

Ce qui équivaut à écrire que :

$$\iint_S \lambda \cdot \vec{\nabla} T \cdot d\vec{S} \cdot \delta t + \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (7)$$

La relation d'Ostrogorski nous permet de passer d'une intégrale sur une surface à une intégrale sur le volume. Ainsi l'équation va s'écrire sous la forme suivante :

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \left(\lambda \vec{\nabla} T \right) \cdot dV \cdot \delta t + \iiint_V p \cdot dV \cdot \delta t = \iiint_V \rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dV \cdot \delta t \quad (8)$$

Localement et pour un instant δt , nous aurons donc :

$$\vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (9)$$

D'où finalement l'équation de la chaleur devient :

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + p + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \left(\vec{\nabla} T \right) \quad (10)$$

λ est considéré comme une constante lors du transfert thermique dans le milieu. L'équation de la chaleur devient :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + P_p = \rho \cdot C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

P_p représente le puit de chaleur.

II. TEMPERATURE EN REGIME DYNAMIQUE FREQUENTIEL

Sans puit et source de chaleur interne, on peut écrire :

On a : $P_p = 0$

L'équation différentielle devient :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\rho.C}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

Nous posons $\alpha = \frac{\lambda}{\rho.C}$

L'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

Nous proposons une séparation des variables pour déterminer la solution de l'équation différentielle ; on pose :

$$T(x,t) = X(x) \cdot Y(t) \quad (14)$$

En tenant compte des relations ci-dessous:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = Y(t) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = X(x) \frac{\partial Y(t)}{\partial t} \quad (16)$$

On obtient :

$$\alpha \frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial t} = C \quad (17)$$

On recherche une solution périodique de la même forme que l'excitation en posant :

$$C = i\omega \quad (18)$$

Soit

$$Y(t) = K e^{i\omega t} \quad (19)$$

La deuxième égalité de l'équation (17) :

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{C}{\alpha} = \frac{i\omega}{\alpha} \quad (20)$$

Soit :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \frac{i\omega}{\alpha} X = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \beta^2 X = 0 \quad (21)$$

$$\text{avec } \beta^2 = \frac{i\omega}{\alpha} \quad (22)$$

Soit

$$i\omega = (a + ib)^2 = a^2 - b^2 + 2iab \quad (23)$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = \omega > 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2}} \quad (24)$$

d'où

$$\sqrt{\frac{i\omega}{\alpha}} = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} (1 + i) \quad (25)$$

on pose :

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} (1 + i) \quad (26)$$

la solution de l'équation peut s'écrire :

$$X(x) = k_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x) + k_2 \cdot \cosh(\beta \cdot x) \quad (27)$$

L'expression de la température est finalement:

$$T(x, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i\omega \cdot t} \quad (28)$$

Avec : $A_1 = K_1 \cdot K$ et $A_2 = K_2 \cdot K$

(29)

La solution (29) peut s'écrire sous la forme :

Mémoire de DEA présenté par Khatry OULD CHEIKH LASES/UCAD

$$T(x, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(\frac{x}{L^*}) + A_2 \cdot \cosh(\frac{x}{L^*})] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (30)$$

L^* est la longueur de diffusion thermique complexe

Pour déterminer les coefficients A_1 et A_2 , nous appliquons les conditions aux limites ci-dessous.

Conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - Ta_1] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - Ta_2] \end{array} \right. \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T(0, t) - Ta_1] \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T(L, t) - Ta_2] \end{array} \right. \quad (32)$$

Nous avons :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \beta \cdot [A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (33)$$

Les conditions aux limites (33) et (34) permettent d'écrire :

$$T(0, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(0) + A_2 \cdot \cosh(0)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = A_2 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (34)$$

$$T(L, \omega, t) = [A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot L) + A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot L)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (35)$$

$$Ta_1 = T_{01} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (36)$$

$$Ta_2 = T_{02} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (37)$$

$$\lambda \cdot \beta \cdot A_1 = h_1 \cdot A_2 - T_{01} \cdot h_1 \quad (38)$$

$$\lambda \cdot \beta \cdot A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot l) - \lambda \cdot \beta \cdot A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) = h_2 \cdot A_1 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + h_2 \cdot A_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) - T_{02} \cdot h_2 \quad (39)$$

$$A_1 \cdot [h_2 \cdot \sinh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \cosh(\beta \cdot l)] + A_2 \cdot [h_2 \cdot \cosh(\beta \cdot l) + \lambda \cdot \beta \cdot \sinh(\beta \cdot l)] = T_{02} \cdot h_2 \quad (40)$$

Pour déterminer A_1 et A_2 , nous résolvons le système d'équation:

$$\begin{cases} \lambda.\beta.A_1 - h_1.A_2 = -T_{01}.h_1 & (41) \\ A_1.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)] + A_2.[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)] = T_{02}.h_2 & (42) \end{cases}$$

Nous posons :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \lambda.\beta & (43) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L) & (44) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_1 = h_1 & (45) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_2 = h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L) & (46) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_1 = T_{01}.h_1 & (47) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta_2 = T_{02}.h_2 & (48) \end{cases}$$

Ainsi nous pouvons écrire sous la forme de produit de matrice :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -\gamma_1 \\ \varepsilon_2 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \quad (49)$$

A partir de la méthode des déterminants, nous obtenons :

$$A_1 = \frac{\delta_2\gamma_1 - \delta_1\gamma_2}{\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1} = \frac{h_1.h_2.T_{02} - h_1.T_{01}.[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)]}{\lambda.\beta[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)] + h_1.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)]} \quad (50)$$

$$A_2 = \frac{\delta_2\varepsilon_1 + \varepsilon_2\delta_1}{\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1} = \frac{h_2.\lambda.\beta.T_{02} + h_1.T_{01}.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)]}{\lambda.\beta[h_2.\cosh(\beta.L) + \lambda.\beta.\sinh(\beta.L)] + h_1.[h_2.\sinh(\beta.L) + \lambda.\beta.\cosh(\beta.L)]} \quad (51)$$

III. FLUX DE CHALEUR A TRAVERS LE MUR

Nous déterminons la capacité thermique à partir de l'expression suivante :

$$\phi(x, \omega, t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \cdot \beta \cdot [A_1 \cdot \cosh(\beta \cdot x) + A_2 \cdot \sinh(\beta \cdot x)] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (52)$$

La température est décroissante de la face avant à la face arrière ; soit $\frac{\partial T}{\partial x} \leq 0$

IV. RESISTANCE EQUIVALENTE D'UN MUR

$$\phi = (T_1 - T_2) \cdot S \cdot \frac{\lambda}{L} \quad (53)$$

- Flux convectif échangé à la face avant :

$$\phi_{c1} = (T_{a1} - T_1) \cdot S \cdot h_{c1} \quad (54)$$

- Flux radiatif échangé à la face avant :

$$\phi_{r1} = (T_{a1} - T_1) \cdot S \cdot h_{r1} \quad (55)$$

- Flux convectif échangé à la face arrière:

$$\phi_{c2} = (T_2 - T_{a2}) \cdot S \cdot h_{c2} \quad (56)$$

- Flux radiatif échangé à la face arrière :

$$\phi_{r2} = (T_2 - T_{a2}) \cdot S \cdot h_{r2} \quad (57)$$

En se basant sur les relations (54), (55), (56), (57) et (58) l'expression du flux est donnée par :

$$\phi = \frac{T_{a1} - T_{a2}}{(1/S) \cdot [1/(h_{c1} + h_{r1}) + L_2/\lambda + 1/(h_{c2} + h_{r2})]} \quad (58)$$

Par analogie avec l'électricité, nous avons une relation analogue à la loi d'ohm :

$$\Delta T = T_{a1} - T_{a2} = R_{eq1} \cdot \phi \quad (59)$$

Où R_{eq1} est la résistance équivalente du matériau,

ϕ flux de chaleur, correspond à l'intensité électrique I d'un courant électrique,

V. IMPEDANCE THERMIQUE DU MUR

Par analogie électrique nous avons :

- le flux ϕ correspond à l'intensité du courant électrique I
- la température T correspond au potentiel électrique V

Nous pouvons écrire :

$$\Delta T = Z_e \cdot \phi \quad (60)$$

Avec Z_e impédance thermique équivalente

et ΔT est la différence entre la température la plus élevée et la température la moins élevée.

Donnons différentes expressions du flux de chaleur traversant le mur

- Flux ϕ à travers le mur

$$\phi = \frac{\lambda \cdot S}{L} [T(0, \omega, t) - T(L, \omega, t)] \quad (61)$$

- Flux ϕ_1 traversant la face avant du mur

$$\phi_1 = h_1 \cdot S [T_{a_1} - T(0, \omega, t)] \quad (62)$$

- Flux ϕ_2 traversant la face arrière du mur

$$\phi_2 = h_2 \cdot S [T(L, \omega, t) - T_{a_2}] \quad (63)$$

Les relations (62), (63) et (64) permettent d'écrire:

$$\frac{\phi \cdot L}{\lambda \cdot S} = T(0, t) - T(L, t) \quad (64)$$

$$\frac{\phi_1}{h_1 \cdot S} = T_{a_1} - T(0, t) \quad (65)$$

$$\frac{\phi_2}{h_2.S} = T(L,t) - Ta_2 \quad (66)$$

Les relations (71) et (72) et (73) conduisent au résultat ci-dessous :

$$Ta_1 - Ta_2 = \frac{\phi}{S} \left(\frac{L}{\lambda} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (67)$$

Relation obtenue en considérant la conservation du flux à travers le mur.

Posons :

$$Re_1 = \frac{1}{S} \left(\frac{L}{\lambda} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (68)$$

Résistance équivalente thermique du mur
Nous pouvons écrire :

$$Ta_1(t) = Re_1 . \phi + Ta_2(t) \quad (69)$$

L'impédance thermique pour une profondeur x : Ze(x,ω)

$$T(o, \omega, t) - T(x, \omega, t) = [A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1.\sinh(\beta.x)].e^{i.\omega.t} = Ze.\phi \quad (70)$$

En tenant compte de l'expression du flux (53), on peut écrire :

$$Ze(x, \omega) = \frac{[A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1.\sinh(\beta.x)]}{\phi} e^{i\omega t} \quad (71)$$

$$Ze(x, \omega) = \frac{A_2(1 - \cosh(\beta.x)) - A_1.\sinh(\beta.x)}{-\lambda.\beta[A_1.\cosh(\beta.x) + A_2.\sinh(\beta.x)]} \quad (72)$$