

<b>RESUME .....</b>	<b>IV</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE. ....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I PRESENTATION DE L'OUTIL STATISTIQUE DE BASE.....</b>	<b>2</b>
<i>I-1-Introduction.....</i>	<i>3</i>
<i>I-2-2-Variable aléatoire (V.A).....</i>	<i>3</i>
<i>I-2-3-Caractéristiques des séries de données.....</i>	<i>3</i>
I-2-3-1-Caractéristiques de tendance centrale.....	3
I-2-3-1-1-Moyenne arithmétique.....	3
I-2-3-1-2-Médiane.....	3
I-2-3-1-3-Mode.....	3
I-2-3-1-5-Quantiles d'ordre k.....	3
I-2-3-2-Caractéristiques de la population.....	3
I-2-3-2-1-Moment non centré d'ordre r est donné par :.....	3
I-2-3-2-2-Le moment centré d'ordre r par rapport à la moyenne m est donné par :.....	4
I-2-3-3-Les caractéristiques de dispersion.....	4
I-2-3-3-1-Variance et écart-type.....	4
I-2-3-3-2-Coefficient de variation.....	5
I-2-3-3-3-Etendue.....	5
I-2-3-3-4-Coefficient d'asymétrie.....	5
I-2-3-3-5- Coefficient d'aplatissement.....	5
<i>I-2-4-Rappel sur les lois.....</i>	<i>5</i>
I-2-4-1-Fonction de répartition.....	5
I-2-4-2-Fonction densité de probabilité.....	5
I-2-4-3-Méthodes d'estimation des paramètres.....	6
I-2-4-3-1-Estimation par la méthode des moments.....	6
I-2-4-3-2-Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance (MMV).....	6
<i>I-2-5-LES TESTS STATISTIQUES.....</i>	<i>6</i>
I-2-5-1-Principe d'un test d'hypothèse.....	7
I-2-5-2-Formulation des hypothèses.....	7
I-2-5-3-Hypothèse statistiques.....	7
I-2-5-4-Seuil de signification.....	8
I-2-5-5-Test d'égalité des variances (TEST F).....	8
I-2-5-6- Test de STUDENT ( t ) sur l'égalité des moyennes (variances égales, mais non connues).....	9
<i>I-2-6-Les tests Utilisés dans le KHRONOSTAT.....</i>	<i>9</i>
I-2-6-1-Tests vérifiant le caractère aléatoire.....	9
I-2-6-1-1-Test de corrélation sur le rang (kendall et stuart, 1943 ; wmo, 1966).....	10
I-2-6-1-2-Autocorrélogramme-coefficient d'auto-corrélation d'ordre k.....	10
I-2-6-2-Tests de détection de ruptures.....	11
I-2-6-2-1-Test de Mann-Whitney (Pettitt, 1979; Ceresta, 1986).....	11

I-2-6-2-2-Statistique U de Buishand (1982, 1984) .....	11
I-2-6-2-3-Ellipse de contrôle .....	12
I-2-6-2-4-Méthode bayésienne .....	12
I-2-6-2-5-Méthode de segmentation des séries hydrométéorologiques .....	13
I-2-6-3--Hypothèses des tests du Khronostat et interprétation.....	14
I-2-6-3-1-Tests d'indépendance .....	14
I-2-6-3-2-Test d'homogénéité .....	14
<i>I-2-7-Test d'ajustement et principe d'ajustement graphique.....</i>	<i>14</i>
I-2-7-1-Test de $\chi_2$ (Chi-carré).....	14
I-2-7-2-Test de Kolmogorov Smirnoff .....	15

**CHAPITRE II : SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MÉTHODES STATISTIQUES DE TRAITEMENT ET D'ANALYSE DE LA VARIABILITÉ TEMPORELLE DES SÉRIES DE DONNÉES**  
..... **16**

INTRODUCTION .....	17
CONCLUSION.....	21

**CHAPITRE III : TRAITEMENT DE DONNÉES, ANALYSE ET INTERPRÉTATION DES RESULTATS : EFFET DU BARRAGE DE MANANTALI SUR LES DÉBITS MOYENS MENSUELS. 22**

III-1 INTRODUCTION .....	23
III-2-CADRE PHYSIQUE .....	23
III-3-RESEAU HYDROGRAPHIQUE.....	24
III-4-RESEAU HYDROMETRIQUE.....	25
III-5-DONNÉES UTILISÉES .....	25
III-6- METHODOLOGIE .....	25
III-7-PREPARATION DES DONNÉES .....	26
III-8-PRESENTATION ET SYNTHÈSE DES RESULTATS.....	27
<i>III-8-1-Les modules annuels.....</i>	<i>27</i>
III-8-1-1-L'évolution interannuelle des modules annuels.....	27
III-8-1-2 Evolution interannuelle des valeurs centrés et réduits des modules annuels.....	30
III-8-1-3-Tests d'indépendance .....	33
III-8-1-3-1-Analyse des corrélogrammes .....	33
III-8-1-3-2-Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 .....	35
III-8-1-3-3-Test sur le rang de Kendall sur les modules annuels.....	35
III-8-1-3-4- Synthèses des tests d'indépendance .....	35
III-8-1-4- Tests d'homogénéité.....	36
III-8-1-4-1-Analyse des ellipses de Bois (figure III-6).....	36
III-8-1-4-2-Analyse de la procédure de segmentation des séries de modules annuels.....	38
III-8-1-4-4-Test de Buishand sur les modules .....	40
III-8-1-4-5-Statistique bayésienne.....	41
III-8-1-4-6-Synthèse des tests d'homogénéité.....	41
III-8-1-5-Conclusion.....	42

<i>III-8-2-Débits moyens mensuels</i> .....	42
III-8-2-1-L'évolution interannuelle des débits moyens mensuels.....	42
III-8-2-2-L'évolution temporelle débits moyens mensuels centrés et réduits .....	45
III-8-2-3-Tests d'indépendance .....	47
III-8-2-3-1-Autocorrélogramme .....	47
III-8-2-3-2-les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 .....	48
III-8-2-3-3-Test sur le rang de Kendall .....	49
III-8-2-3-4-Synthèse des tests d'indépendance .....	50
III-8-2-4-Tests d'homogénéité.....	52
III-8-2-4-1-Test U de Buishand.....	52
III-8-2-4-2-Ellipse de contrôle de Bois .....	53
III-8-2-4-3-Procédure de segmentation de Hubert.....	55
III-8-2-4-4-Procédure de Lee et Heghinian .....	57
III-8-2-4-5-Test de Pettitt .....	58
III-8-2-4-6-Synthèses des résultats les tests de détection de rupture .....	58
<i>III-8-3-Ajustement et tests d'ajustement sur les modules des stations</i> .....	60
III-8-3-1-Ajustement de modules : utilisation de Hydraccess.....	60
III-8-3-2-Principe du test d'ajustement à la loi normale sur modules de Oualia.....	62
<i>III-8-4-Conclusion</i> .....	63
<b>III-9 : ETUDE DE L'IMPACT DU BARRAGE DE MANANTALI SUR LES DEBITS MENSUELS</b> .....	64
<i>III-9-1-Introduction</i> .....	64
<i>III-9-2-Méthodologie</i> .....	64
<i>III-9-3-Résultats</i> .....	65
III-9-3-1-Résultats du test de Student et du test F .....	65
III-9-3-2-Comparaison des évolutions interannuelles des modules annuelles .....	65
III-9-3-3-Tests d'homogénéité sur les séries de modules .....	66
III-9-3-4-Evolution interannuelle des débits mensuels .....	67
III-9-3-5-Tests d'homogénéité sur les débits mensuels .....	67
<i>III-9-4-Conclusion</i> .....	70
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	71
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	72

## LISTE DES FIGURES

Figure III-1: Limite du bassin versant du fleuve Sénégal .....	24
Figure III-2: Stations hydrométriques retenues .....	25
Figure III-3: Evolution interannuelle des modules annuels des différentes stations .....	29
Figure III-4: Evolution interannuelle des séries des modules annuels centrés et réduits .....	31
Figure III-5 : Mise en évidence de la tendance à la baisse par l'évolution interannuelle des modules centrés et réduits entre 1961 et 1983. ....	32
Figure III-6 : Mise en évidence de la tendance à la hausse par l'évolution interannuelle des modules centrés et réduits entre 1984 et 2006. ....	33
Figure III-7: Autocorrélogramme des modules annuels des stations d'étude .....	34
Figure III-8: Ellipse de Bois des séries de modules des différentes stations. ....	37
Figure III-9: La segmentation des séries de modules des stations d'étude. ....	39
Figure III-10: Evolution interannuelles des débits moyens mensuels .....	44
Figure III-11: Evolution interannuelle des valeurs centrées et réduites débits moyens mensuels .....	46
Figure III-12: Autocorrélogrammes des séries de débits mensuels des stations .....	48
Figure III-13: Ellipse de contrôle des débits moyens mensuels .....	54
Figure III-14: Segmentation des débits moyens mensuels .....	56
Figure III-15: Ajustement à la loi normale des modules annuels de stations .....	61
Figure III-16: Comparaison des évolutions temporaires de modules annuels de Bafing Makana et de Kayes .....	66
Figure III-17: Comparaison des ellipses de contrôle des séries de modules des stations de Bafing Makana et de Kayes .....	67
Figure III-18: Comparaison de l'évolution des modules annuels de Makana et de Kayes par la méthode procédure de segmentation de Hubert. ....	67
Figure III-19: Comparaison de l'évolution des débits moyens mensuels par la procédure de segmentation de Hubert .....	69
Figure III-20: comparaison des ellipse de contrôle entre la station de Bafing Makana et celle de Kayes .....	69

## LISTES DES TABLEAUX

Tableau I-1:types de tests .....	8
Tableau I-2:types d'erreurs .....	8
Tableau III-1: Données caractéristiques Bafing Makana .....	26
Tableau III-2 : Données caractéristiques Bakel .....	26
Tableau III-3: Données caractéristiques Dakka Saïdou .....	27
Tableau III-4: Données caractéristiques Gourbassi.....	27
Tableau III-5 : Données caractéristiques Kayes.....	27
Tableau III-6: Débits de Oualia.....	27
Tableau III-7: Débits de Manantali .....	27
Tableau III-8:valeurs des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des modules de stations... 35	
Tableau III-9: les valeurs de la variable U du test de corrélation des rangs de Kendall .....	35
Tableau III-10:Synthèse des tests d'indépendance : Hypothèse nulle $H_0$ : « la série est aléatoire » .....	36
Tableau III-11:mise en évidence de l'année de par la procédure de segmentation.....	40
Tableau III-12: Résultats du test de Pettitt sur les modules de station.....	40
Tableau III-13: résultats du test de Buishand sur les modules annuels.....	40
Tableau III-14:résultats du test de Lee et Heghinian .....	41
Tableau III-15:Synthèse des tests d'homogénéité : Hypothèse nulle $H_0$ : « absence de rupture ».....	42
Tableau III-18: Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des stations d'étude. ....	49
Tableau III-19: Résultats du test de Kendall au seuil de confiance 95%.....	50
Tableau III-20: Synthèse des tests d'indépendance .....	51
Tableau III-21: Synthèse des résultats du test de Buishand .....	53
Tableau III-22: Résultats de la méthode Bayésienne .....	57
Tableau III-23: Résultats du test de Pettitt .....	58
Tableau III-24: résultats des tests de rupture .....	59
Tableau III-25: Principe du test de Chi-deux .....	62
Tableau III-26: Résultats du test d'ajustement à la loi normale des modules annuels de stations par la méthode du Khi-deux .....	62
Tableau III-27 : Principe du t est de Kolmogorov-Smirnoff sur la séries des données de	

Manantali.....	63
Tableau III-28: Résultats des tests t et test F.....	65
Tableau III-29: Synthèse des tests d'homogénéité pour l'étude de l'impact du barrage .....	66
Tableau III-30: Comparaison des résultats et période de ruptures des tests d'homogénéité. ..	68

## LISTE DES SIGLES

AMMA : Analyse Multidisciplinaire de la Moussa Africaine.  
IRD : Institut de Recherche pour le Développement  
OMVS : Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal

## LISTES DES ACRONYMES

Con : Conclusion  
 $E(S_k^*)$  : Espérance mathématique de  $S_k^*$   
 $H_0$  : hypothèse nulle  
 $H_1$  : hypothèse alternative  
max : maximal  
min : minimal  
Moy : moyenne ( $\bar{X}$ )  
 $MS_k$  : moyenne segmentée d'ordre  $k$ , avec  $k=1,2,\dots$   
Proba : probabilité  
 $r_k$  : coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$   
sgn : signe  
 $S_k$  : somme des écarts à la moyenne  
 $U$  : variable normale réduite  
 $U_{0,025}$  : variable normale réduite pour un seuil de signification de 2,5%  
 $U_{t,N}$  : variable du test de Pettitt  
Var : variance  
 $\alpha$  : seuil de signification  
 $S$  : écart-type  
Cv : Coefficient de variation  
 $\gamma_1$  : Coefficient d'asymétrie  
 $\gamma_2$  : Coefficient d'aplatissement  
 $\mu'_r$  : moment centré d'ordre  $r$  pour une variable discrète.  
 $\mu_r$  : moment centré d'ordre  $r$  pour une variable continue  
  
 $m'_r$  : moment non centré d'ordre  $r$  pour une variable discrète.  
 $m_r$  : moment non centré d'ordre  $r$  pour variable continue  
Mod : module  
Méd : médiane  
Var : variance  
C. Ap :  
E : étendue  
 $E(X)$  : Espérance mathématique.  
Dm : écart quadratique  
 $d_k$  : sommes des carrés des écarts à la moyenne  
 $\tau$  : position dans le temps (Lee et Heghinian)  
 $\delta$  : l'amplitude de changement de moyenne (Lee et Heghinian)  
 $\mu$  : moyenne de la variable de Lee et Heghinian

$\Delta$  : l'amplitude de changement de moyenne de Buishand  
 $\sigma_k$  : écart-type de Lee et Heghinian  
 $\varepsilon_i$  : variable aléatoire de moyenne nulle et de  $\sigma^2$  de Lee et Heghinian.

## **Introduction générale.**

L'analyse des séries de variables hydroclimatiques (pluie, débits, ETP,...) est une étape incontournable pour la détermination des débits de projets indispensables aux problèmes de dimensionnement des ouvrages et aménagements hydrauliques. Ces séries contiennent des informations sur l'évolution climatique, et sur les modifications des régimes hydrologiques induites par ces aménagements. Les observations contenues dans ces séries doivent obéir à deux propriétés de base: indépendance, homogénéité. Ces propriétés sont vérifiées à l'aide de tests statistiques.

C'est ainsi que, dans ce mémoire pour suivre l'évolution climatique, on a effectué une analyse des débits recueillis sur les stations de Bafing Makana, Bakel, Dakka Saïdou, Gourbassi, Kayes, Manantali et Oualia durant la période 1961-2006. Ce qui permettra de localiser la présence ou non des ruptures dans séries hydrométriques.

Pour cela, l'évolution annuelle des modules, de leurs valeurs centrées réduites, des débits moyens mensuels et de leurs variables centrées réduites étudiée puis un traitement statistique sera effectué à l'aide d'un certain nombre de tests d'indépendance, d'homogénéité et d'adéquation seront aussi appliqués.

Ce travail est présenté en trois chapitres :

Dans le premier chapitre un outil statistique de base sera présenté.

Dans le deuxième chapitre nous allons présenter une synthèse bibliographique sur les méthodes de traitement statistique des observations hydrométriques et pluviométriques.

Dans le troisième chapitre, nous présenterons la zone d'étude ; les résultats suivis de leurs synthèses et, étudions l'impact du barrage sur les débits enregistrés. Et enfin nous terminons par une conclusion et perspectives.

# Chapitre I **Présentation** de **l'outil statistique de base**

## I-1-Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier certaines notions statistiques permettant de bien traiter les données.

### I-2-2-Variable aléatoire (V.A)

Une variable aléatoire est une variable que l'on ne peut pas prédire. C'est une variable incertaine. On la note X. Par exemples : les débits les précipitations, température sont des variables aléatoires. Elle est discrète si elle ne peut prendre que certaines valeurs en nombre fini, elle est continue si elle peut prendre toutes les valeurs dans un intervalle donné.(BOBEE B, 1978).

### I-2-3-Caractéristiques des séries de données

#### I-2-3-1-Caractéristiques de tendance centrale

Elles donnent une idée de l'ordre de grandeur des valeurs constituant la série. Les principales caractéristiques de tendance centrale sont : la moyenne arithmétique, le mode, la médiane et les quantiles.

##### I-2-3-1-1-Moyenne arithmétique

La moyenne  $\bar{X}$  d'une série de N valeurs  $X_i$  est donnée par :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad \text{Ou} \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N N_i X_i = \sum_{i=1}^N f_i X_i \quad \text{I-1}$$

##### I-2-3-1-2-Médiane

C'est la valeur qui partage la série en deux parties comprenant exactement le nombre de données de part et d'autre lorsque cette série est en ordre croissant ou décroissant. Elle correspond à la fonction de répartition égale 1/2  $\{F(x)=1/2\}$ .

##### I-2-3-1-3-Mode

Le mode est la valeur de la plus grande fréquence que l'on observe dans une série d'observations.

##### I-2-3-1-5-Quantiles d'ordre k

Les quantiles ou fractiles d'ordre k sont les **k-1** valeurs qui divisent une série statistique en k classes de même effectif ou approximativement de même effectif..

**Ce sont des caractéristiques de position partageant la série statistique ordonnée en k classes. Le quantile**

$$x_i \text{ d'ordre } k \text{ de } x \text{ est tel que : } \text{Pr} oba(X \leq x_i) = \frac{i}{n} \quad \text{I-2}$$

avec i le numéro de l'ordre de l'intervalle, et n le nombre d'intervalles.

#### I-2-3-2-Caractéristiques de la population

**I-2-3-2-1-Moment non centré d'ordre r est donné par :**

$$m'_r = \sum_{i=1}^N x_i^r P_i \quad \text{I-3}$$

pour le cas des variable discrètes et

$$m_r = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^r f(x) dx \quad \text{I-4}$$

pour le cas des variable continue avec f(x) la densité de probabilité d'une loi.

Le moment centré d'ordre 1 noté  $m_1 = m$  est égal à la moyenne ou à l'espérance

mathématique donnée par :

$$E'(x) = \sum_{i=1}^N P_i x_i \quad \text{I-5}$$

Cas des variables discrètes

$$E(x) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x f(x) dx \quad \text{I-6}$$

Cas des variables continues

**I-2-3-2-2-Le moment centré d'ordre r par rapport à la moyenne m est donné par :**

$$\mu'_r = \sum_{i=1}^N (x_i - m)^r P_i \quad \text{I-7}$$

si les variables sont discrètes.

$$\mu_r = \int_a^b (x - m)^r f(x) dx \quad \text{I-8}$$

si les variables sont continues.

### I-2-3-3-Les caractéristiques de dispersion

Ces caractéristiques quantifient les fluctuations des valeurs observées autour de la valeur centrale et permettent d'apprécier l'étalement de la série. Les principales sont : l'écart-type ou son carré appelé variance, le coefficient de variation, le coefficient d'asymétrie et l'étendue.

#### I-2-3-3-1-Variance et écart-type

La variance c'est la moyenne de la somme des carrés des écarts par rapport à la moyenne arithmétique.

• pour les données non réparties en classe on a :

$$e^2 q = S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 - \bar{X}^2 \quad \text{I-9}$$

• pour les données réparties en k classes, la classe i étant d'effectif absolu  $N_i$

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K N_i (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K N_i X_i^2 - \bar{X}^2 \quad \text{I-10}$$

L'écart-type est  $S = \sqrt{\text{Variance}}$ . **I-11**

L'écart-type S caractérise la dispersion d'une série de valeurs. Plus S est petit, plus les données sont regroupées autour de la moyenne arithmétique et plus la population est homogène ; cependant avant de conclure il faut faire attention à l'ordre de grandeur des données. La variance est une meilleure caractéristique de dispersion.

### ***I-2-3-3-2-Coefficient de variation***

Il est donné par l'expression suivante :

$$Cv = \frac{S}{\bar{X}} \quad \text{I-12}$$

Il permet d'apprécier la représentation de la moyenne arithmétique  $\bar{X}$  par rapport à l'ensemble des données, mais aussi permet d'apprécier l'homogénéité de la distribution. Une valeur de coefficient de variation inférieure à 15% traduit une bonne, homogénéité de la distribution et aussi permet de comparer deux distributions même si les données ne sont pas exprimées avec la même unité ou si les moyennes arithmétiques des deux séries sont très différentes.

### ***I-2-3-3-3-Etendue***

$$E = X_{\max} - X_{\min} \quad \text{I-13}$$

Elle donne une idée appréciable de la dispersion.

### ***I-2-3-3-4-Coefficient d'asymétrie***

Il est donné par le rapport entre le moment centré d'ordre 3 sur le moment centré d'ordre 2 à la puissance 3/2.

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad \text{I-14}$$

si  $\gamma_1 = 0$  alors la distribution est symétrique,

si  $\gamma_1 > 0$  alors la dissymétrie est positive et la distribution est étalée à droite

si  $\gamma_1 < 0$  alors la dissymétrie est négative et la distribution est étalée à gauche.

### ***I-2-3-3-5- Coefficient d'aplatissement***

Il est donné par la relation suivante :

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 \quad \text{I-15}$$

.Pour une loi normale  $\gamma_2 = 0$

Si  $\gamma_2 > 0$  alors cette loi est moins aplatie que la loi normale,

Si  $\gamma_2 < 0$  alors cette loi est plus aplatie que la loi normale.

## **I-2-4-Rappel sur les lois**

### **I-2-4-1-Fonction de répartition**

La fonction de répartition exprime la probabilité que la variable aléatoire X reste inférieure ou égale à la valeur numérique x c'est-à-dire la probabilité au non dépassement de x.

On la note :  $F(x) = \text{Proba}(X \leq x)$  I-16

### **I-2-4-2-Fonction densité de probabilité**

La plupart des lois s'expriment sous forme de  $f(x, \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_p)$  : **densité de probabilité**. Elle est égale à la dérivée de F(x) par rapport à x et est telle que

$$f(x).dx = \text{Proba}[x \leq X \leq x + dx \text{ donc } F(x) = \int_{x_0}^x f(x) dx \quad \text{I-17}$$

avec  $x_0$  la borne inférieure du domaine de définition.  
 les paramètres des lois sont estimées à partir des méthodes d'estimation

### I-2-4-3-Méthodes d'estimation des paramètres

Pour estimer les paramètres d'une loi, nous nous contenterons dans ce mémoire d'utiliser deux méthodes : l'une des moments et l'autre du maximum de vraisemblance. Cependant il existe d'autres méthodes comme la méthode des moindres carrés, celle des moindres rectangles...

#### I-2-4-3-1-Estimation par la méthode des moments

La méthode moments consiste à écrire autant d'égalité entre moments tirés de la loi (moments théoriques) que de moments estimés d'après l'échantillon. Ceci permet d'avoir un système d'équation dont la résolution fournit les paramètres recherchés. On utilise les moments non centrés ou centrés d'ordre le plus bas (Bois Ph. 2007).

#### I-2-4-3-2-Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance (MMV)

Cette méthode tient compte de tous les éléments de l'échantillon individuellement.  
 Prenons un échantillon de taille  $N$  dont les observables sont  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . on veut ajuster sur cette échantillon une distribution dont la densité de probabilité est :

$f(x, a, b, c)$  où :

$x$  est une variable aléatoire ;  $a, b, c$  sont des paramètres de la loi.

Si les observables sont indépendantes :

$P = \text{Prob}(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N) = P(x_1) \cdot P(x_2) \cdot \dots \cdot P(x_i) \cdot \dots \cdot P(x_N)$  est la probabilité d'obtenir l'échantillon considéré. Quand on considère la distribution de densité  $f(x, a, b, c)$ , on définit la vraisemblance par

$L = f(x_1, a, b, c) \cdot f(x_2, a, b, c) \cdot \dots \cdot f(x_i, a, b, c) \cdot \dots \cdot f(x_N, a, b, c)$

La méthode du maximum de vraisemblance consiste à rendre la vraisemblance par rapport aux paramètres :

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial c} = 0 \quad \text{I-18}$$

On obtient autant de relations que de paramètres.

Des fois il est plus facile de maximiser  $\text{Log}L$  et cela revient au même (BOBEE B., 1978).

### I-2-5-LES TESTS STATISTIQUES

La théorie de la statistique consiste à formuler des hypothèses particulières sur des paramètres ou sur des lois qui interviennent dans problèmes étudiés, puis à amener un jugement sur ces hypothèses. Ce jugement est basé d'une part, sur les résultats obtenus sur un ou plusieurs échantillons extraits de la population concernée et d'autre part sur l'acceptation d'un certain risque dans la prise de décision.

Les tests peuvent être classés en différentes catégories :

- tests sur une hypothèse relative à la valeur particulière d'un ou de plusieurs paramètre(s) ou tests paramétriques,
- tests de conformité de deux distributions ou tests d'ajustement entre une distribution théorique et une distribution expérimentale,
- tests de comparaison de deux populations (comparaison de deux variances, des

moyennes...)

—tests d'indépendance de deux caractères quantitatifs ou qualitatifs

### I-2-5-1-Principe d'un test d'hypothèse

Soit une population dont les éléments possèdent un certain caractère, dénombrable ou mesurable. Ce caractère est une variable aléatoire  $X$  dont la loi de probabilité dépend d'un paramètre  $\theta$ , dont la valeur exacte est inconnue. Cependant, grâce à des connaissances déduites des propriétés d'échantillons ou grâce à une certaine expérience, on est à mesure de formuler **une hypothèse** sur ce paramètre,  $\theta = \theta_0$ , par exemple.

Une hypothèse est un énoncé quantitatif sur les caractéristiques d'une population.

La statistique utilisée pour estimer ce paramètre  $\theta$  lui donne une valeur différente de  $\theta_0$ ,  $\theta'_0$  par exemple. La différence entre ces deux valeurs  $\theta_0$  et  $\theta'_0$  peut être due, soit à des fluctuations d'échantillonnage, soit à une mauvaise appréciation de la valeur de  $\theta$ , ou encore à d'autres raisons.

Pour décider si l'hypothèse  $\theta = \theta_0$ , formulée à l'égard du paramètre, peut être acceptée ou rejetée, par comparaison avec la valeur  $\theta'_0$  déduite de l'échantillon il faut élaborer une stratégie permettant de tester si l'écart observé  $|\theta_0 - \theta'_0|$  est trop grand pour être dû à des erreurs d'échantillonnage, ou au contraire, n'est pas en contradiction avec la loi de la variable aléatoire  $X$ .

Dans le premier cas, on doit rejeter l'hypothèse  $\theta = \theta_0$ , on dit que le test est **significatif**; en revanche, dans le deuxième cas on doit garder l'hypothèse  $\theta = \theta_0$ .

### I-2-5-2-Formulation des hypothèses

Ayant un lot homogène d'éléments (la population) possédant un caractère mesurable, on veut savoir si le paramètre qui le caractérise est conforme aux normes. A cet effet, on prélève un échantillon de taille  $n$  qui nous permettra, à l'aide de ces  $n$  observations, de conclure, d'après des règles de décision, si le lot lui-même est vraisemblablement conforme ou non aux normes. C'est un autre objectif d'échantillonnage d'une population.

Cette approche repose sur deux notions importantes, celle **d'hypothèse statistique** et celle de **seuil de signification**. Nous voulons comparer la moyenne d'un échantillon avec la moyenne  $\mu = \mu_0$  d'une population (c'est-à-dire nous voulons vérifier si le lot dont extrait l'échantillon, est vraisemblablement à la norme  $\mu_0$ ).

### I-2-5-3-Hypothèse statistiques

Pour se faire, nous énonçons d'abord deux hypothèses statistiques concernant la moyenne hypothétique de la population, soit **l'hypothèse nulle**, nous notons

$H_0 : \mu = \mu_0$  (le lot est conforme à la norme  $\mu_0$ ),

et l'hypothèse alternative (ou encore contre hypothèse) que nous notons

$H_1 : \mu \neq \mu_0$  (le lot n'est pas conforme à la norme).

On pourrait également prendre comme hypothèse alternative l'un ou l'autre des énoncés suivants :  $H_1 : \mu > \mu_0$  ou  $H_1 : \mu < \mu_0$ . toutefois une seule de ces trois alternatives est envisagée lors de l'exécution d'un test statistique. Dans le cas où  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  nous sommes en présence d'un test bilatéral ; dans le cas où  $H_1 : \mu > \mu_0$  nous avons un unilatéral à droite

et unilatéral à gauche dans le cas où  $H_1: \mu < \mu_0$ . Ces types de tests sont résumés dans le tableau ci-dessous (BAUBEE B., 1978)

**Tableau I-1:types de tests**

Types de test		
Test unilatéral à gauche	test bilatéral	Test unilatéral à droite
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu < \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu > \mu_0$

### I-2-5-4-Seuil de signification

En envisageant les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ , on peut commettre deux types d'erreurs :

♠ rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie (erreur de type I)

♣ accepter  $H_0$  alors qu'elle est fautive et que  $H_1$  est vraie (erreur de type II).

**Tableau I-2:types d'erreurs**

Décision \ Réalité	On accepte $H_0$	On rejette $H_0$
$H_0$ vraie	OK	Erreur de type I
$H_0$ Fausse	Erreur de type II	OK

Si l'on minimise de type II alors en augmente le risque de type II et réciproquement en pratique on minimise la taille de l'erreur de type I. On note  $\alpha$  le niveau ou seuil de signification, il représente la probabilité de commettre l'erreur de type I c'est-à-dire de rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie.

De nombreux tests sont basés sur cette approche. Nous avons explicité dans ce qui suit certains tests que nous aurons à utiliser pour la suite de notre travail.

### I-2-5-5-Test d'égalité des variances (TEST F)

Soient deux échantillons non corrélés de taille  $N_1$  et  $N_2$  tirés de 2 populations normales, on veut tester l'hypothèse d'égalité des variances de ces populations

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Leftrightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad \text{I-19}$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1 \\ \text{ou} \\ \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \end{cases} \quad \text{I-20}$$

Soient  $s_1^2$  et  $s_2^2$  les variances non biaisées des deux échantillons.

Si  $H_0$  est vraie ; le rapport  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$  a une distribution F avec  $v_1 = N_1 - 1$  et  $v_2 = N_2 - 1$  degrés de liberté.

(La distribution F dépend de deux paramètres  $v_1$  et  $v_2$  )

Pour un niveau de signification  $\alpha$ , on détermine la zone d'acceptation de  $H_0$  :  $F_1 < F < F_2$

Si  $F < F_1$  on est dans la zone critique  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$

Si  $F > F_2$  on est dans la zone critique  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

En pratique si l'on appelle  $s_1^2$  la plus grande variance et  $s_2^2$  la plus petite, le rapport  $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$  est

toujours supérieur à 1 et il suffit de comparer F avec la valeur critique  $F_2$ . Il ne s'agit pas cependant de d'un test d'un côté, en effet, pour un niveau de signification  $\alpha$ , on considère  $F_2$  qui a une probabilité au dépassement  $\alpha/2$ .

Si  $F > F_2$ , on rejette  $H_0$

Si  $1 < F < F_2$ , on accepte  $H_0$ .

### I-2-5-6- Test de STUDENT ( t ) sur l'égalité des moyennes (variances égales, mais non connues)

On suppose que les séries proviennent de populations de variance égale et on veut tester l'égalité des moyennes de deux populations dont les variances sont inconnues mais supposées égales. Pour cela on dispose de deux échantillons de tailles  $N_1$  et  $N_2$ , dont les observations sont  $y_{1i}$  et  $y_{2i}$

L'hypothèse  $H_0$  est l'égalité des moyennes  $\mu_1$  et  $\mu_2$  des populations. ( $\mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$ )

La valeur de t est :

$$t = \frac{(y_1 - y_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}} \quad \text{I-21}$$

$\bar{y}_1$  et  $\bar{y}_2$  sont des moyennes des échantillons.

Al variance  $s^2$  est calculée par :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} (y_{1i} - \bar{y}_1)^2 + \sum_{i=1}^{N_2} (y_{2i} - \bar{y}_2)^2}{N_1 + N_2 - 2} \quad \text{ou encore} \quad s^2 = \frac{(N_1 - 1)s_1^2 + (N_2 - 1)s_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \quad \text{I-22}$$

Le nombre de degrés de liberté de t est  $v = N_1 + N_2 - 2$  connaissant v et le niveau de signification  $\alpha$  on en déduit les limites de la zone d'acceptation de  $H_0$ .

Si  $N_1$  et  $N_2$  sont petits ( $< 30$ ) les populations originales doivent être normales. Si  $N_1$  et  $N_2$  sont grands ( $> 30$ ) alors  $\bar{y}_1$  et  $\bar{y}_2$  sont distribués approximativement selon une loi normale et il de même pour  $(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)$ .

## I-2-6-Les tests Utilisés dans le KHRONOSTAT

### I-2-6-1-Tests vérifiant le caractère aléatoire

Ces tests sont en général assez puissants pour faire une distinction entre le caractère aléatoire et le caractère non aléatoire de la série. Ces tests permettent de détecter des tendances dans des séries hydrologiques. Parmi ces tests, nous distinguons le test de corrélation sur les rangs

de Kendall et l'autocorrélogramme.

### ***I-2-6-1-1-Test de corrélation sur le rang (kendall et stuart, 1943 ; wmo, 1966)***

L'hypothèse nulle à vérifier est : « la série des  $(X_i), i=1, N$ , est aléatoire » où  $X_i$  désignent les réalisations de la variable  $X$  observées à des pas de temps successifs égaux.

On détermine le nombre de paires  $P$  pour lesquelles  $X_j > X_i, j>i$ , avec  $i=1, \dots, N-1$ .

Pour  $N$  élevé, sous l'hypothèse nulle, la variable  $\tau$  donnée par :

$$\tau = 1 - \frac{4B}{N(N-1)} \quad \text{I-23} \quad \text{avec} \quad B = \frac{N(N-1)}{2} - P \quad \text{I-24}$$

suit une **distribution normale** de moyenne nulle et de variance égale à :

$$\sigma^2_\tau = \frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}. \quad \text{I-25}$$

Si l'hypothèse nulle est vraie, alors la variable  $U = \tau / \sigma_\tau$  est une variable normale réduite.

Pour un risque  $\alpha$  de première espèce donné, on accepte l'hypothèse nulle si  $U = \tau / \sigma_\tau$  est comprise entre :

$$-U_{1-\alpha/2\sigma_\tau} \quad \text{et} \quad U_{1-\alpha/2\sigma_\tau}.$$

L'hypothèse alternative de ce test est celle d'une tendance.

Lorsque l'on s'intéresse directement à la distribution asymptotique de la variable  $P$ , ce test porte le nom de test de **Mann-Kendall**.

### ***I-2-6-1-2-Autocorrélogramme-coefficient d'auto-corrélation d'ordre k***

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$ , et plus généralement de l'autocorrélogramme permet de mesurer du caractère aléatoire d'une série chronologique. En effet on suppose qu'il existe des dépendances significatives entre les termes successifs d'une série non aléatoire.

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre  $k$  est donné par l'expression :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X}_1)(X_{t+k} - \bar{X}_2)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X}_1)^2 \sum_{t=1}^{N-k} (X_{t+k} - \bar{X}_2)^2}} \quad \text{I-26}$$

avec  $\bar{X}_1$  moyenne des observations  $(X_i), i=1, N-k$  et  $\bar{X}_2$  moyenne des observations  $(X_i), i=k+1, N$ .

Si une série chronologique est aléatoire, alors pour  $N$  grand,  $r_k \approx 0$  pour toute la valeur de  $k$  non nulle (**Chatfield**, 1989). Donc suit approximativement une distribution normale de moyenne nulle et de variance  $1/N$ . Pour un seuil de confiance  $\alpha$  donné, la région de confiance

est définie par :  $\pm \frac{U_{1-\alpha/2}}{\sqrt{N}}$ ,  $U$  étant la variable normale réduite.

Une importance particulière doit être accordée au comportement de l'autocorrélogramme pour de faibles valeurs de  $k$ , notamment pour  $k=1$  (**WMO**, 1966).

### ***I-2-6-2-Tests de détection de ruptures***

Les tests présentés sont plus particulièrement puissants pour détecter des ruptures de la série chronologique.

Une rupture peut être définie de la façon générale par un changement dans la loi de probabilité de la série chronologique à un instant donné, le plus souvent inconnu. Parmi ces tests on peut citer : le test de Mann-Whitney (Pettitt), la statistique U de Buishand, l'ellipse de contrôle de Bois, la méthode bayésienne, et la procédure de segmentation de Hubert.

#### ***I-2-6-2-1-Test de Mann-Whitney (Pettitt, 1979; Ceresta, 1986)***

Le fondement de ce test est le suivant (Ceresta, 1986) :

- ♠ la série étudiée est divisée en deux sous-échantillons respectivement de taille m et n.
- ♠ les valeurs des deux échantillons sont regroupées et classées par ordre croissant. On calcule alors la somme des rangs des éléments de chaque sous-échantillon dans l'échantillon total. Une statistique est définie à partir des deux sommes ainsi déterminées, et testée sous l'hypothèse nulle d'appartenance des deux sous-échantillons à la même population.

Ce test a été modifié par Pettitt (Pettitt, 1979) :

L'hypothèse nulle du test est l'absence de rupture dans la série.

Soit  $D_{ij} = \text{sgn}(X_i - X_j)$  avec  $\text{sgn}(X) = 1$  si  $X > 0$ ,  $0$  si  $X = 0$  et  $-1$  si  $X < 0$  avec  $X = (X_i - X_j)$ .

On considère la variable  $U_{t,N}$  telle que :

$$U_{t,N} = \sum_{i=1}^t \sum_{j=t+1}^N D_{ij} \quad \text{I-27}$$

Soit  $K_N = \max_{1 \leq t < N} |U_{t,N}| \quad \text{I-28}$

Si k désigne la valeur de  $k_N$  prise sur la série étudiée, sous l'hypothèse nulle, la probabilité de dépassement de la valeur k est donnée approximativement par :

$$\text{Proba.}(k_N > k) \approx 2 \exp(-6k^2 / (N^3 + N^2)) \quad \text{I-29}$$

Pour un risque  $\alpha$  de première espèce donné, si  $\text{Proba.}(k_N > k)$  est inférieur à  $\alpha$ , l'hypothèse nulle est rejetée.

Le test est réputé pour sa robustesse.

#### ***I-2-6-2-2-Statistique U de Buishand (1982, 1984).***

Le test présenté est de nature bayésienne et fait référence au modèle simple qui suppose un changement de moyenne de série :

$$X_i = \begin{cases} \mu + \varepsilon_i, & i = 1, \dots, m \\ \mu + \Delta + \varepsilon_i, & i = m + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{I-30}$$

Les  $\varepsilon_i$  sont des variables aléatoires normales de moyennes nulle et de variance commune  $\sigma^2$ . Le point de rupture m et les paramètres  $\mu$  et  $\Delta$  sont inconnus.

Soit la variable :

$$S^*_0 = 0, \quad S^*_k = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}) \quad \text{pour } k=1, \dots, N \quad \text{I-31}$$

ou  $\bar{X}$  est la moyenne des valeurs  $X_1, X_2, \dots, X_N$

$S_k^*$  est telle que :

$$E(S_k^*) = -k(N-m)N^{-1}\Delta, \quad k=0, \dots, N$$

$$E(S_k^*) = -m(N-k)N^{-1}\Delta, \quad k=m+1, \dots, N$$

$\text{Var}(S_k^*) = k(N-k)N^{-1}\sigma^2, \quad k=0, \dots, N$  Sous l'hypothèse nulle, la variable  $S_k^*$  suit une distribution normale de moyenne nulle et de variance  $k(N-k)N^{-1}\sigma^2, k=0, \dots, N$ .  $\sigma^2$  inconnue est remplacée par son estimateur à partir de la série étudiée. Il en résulte que la variable  $S_k^*$  suit une distribution de la moyenne nulle et de variance approximative

$$k(N-k)N^{-1}D_x^2 \quad \text{I-32} \quad , \quad k=0, \dots, N \quad \text{avec} \quad D_x^2 = \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad \text{I-33}$$

En supposant une distribution a priori uniforme pour la position d'un point de rupture  $m$ , on définit la statistique  $U$  par :

$$U = [N(N+1)]^{-1} \sum_{k=1}^{N-1} (S_k^* / D_x)^2. \quad \text{I-34}$$

Des valeurs critiques de la statistique  $U$  sont données par **Buishand (1982)** à partir d'une méthode de **Monte Carlo**.

Pour tout changement de moyenne survenant au milieu de la série, la statistique  $U$  s'avère performante. La statistique  $U$  est une statistique robuste qui reste valide même pour des distributions de la variable étudiée qui s'écartent de la normalité.

Remarque : les tests basés sur les écarts cumulés ont des propriétés optimales dans le cas des changements brutaux de moyenne.

### ***I-2-6-2-3-Ellipse de contrôle***

Cette méthode complète le test de la statistique  $U$  de **Buishand (Bois, 1971, 1986)**.

Il est possible de définir une région de confiance contenant pour un seuil de confiance  $1-\alpha/2$

donné, la région de confiance est définie par  $\pm \frac{U_{1-\alpha/2} \sqrt{k(N-k)}}{\sqrt{(N-1)}} D_x$  I-35

Cette région de confiance est appelée ellipse de contrôle.

### ***I-2-6-2-4-Méthode bayésienne***

Le principe de base de procédure est le suivant (**Kolz et al., 1981, vol.1**) :

$$X_i = \begin{cases} \mu + \varepsilon_i, & i = 1, \dots, \tau \\ \mu + \varepsilon_i + \delta, & i = \tau + 1, \dots, N \end{cases} \quad \text{I-36}$$

Les  $\varepsilon_i$  sont indépendants et normalement distribués, de moyenne nulle et variance  $\sigma^2$ .  $\tau, \delta, \mu, \sigma$  sont des paramètres inconnus

$$0 \leq \tau \leq N - 1, \quad -\infty < \mu < +\infty, \quad -\infty < \delta < +\infty$$

$\tau, \delta, \mu$  et  $\sigma$  sont indépendants.  $\tau$  et  $\delta$  représentent respectivement la position dans le temps et l'amplitude d'un changement éventuel de moyenne.

L'approche Bayésienne présentée est fondée sur la distribution marginale a posteriori de  $\tau$  et  $\delta$  (**Lee and Heghinian, 1977**).

Les distributions a priori  $\tau$  et  $\delta$  sont :

$$P(\tau) = \frac{1}{N-1} \quad \text{I-37} \quad , \tau=1, 2, \dots, N-1$$

$P(\delta)$  est normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma_k^2$

La distribution a posteriori de  $\tau$  est définie par :

$$P(\tau/X) \approx [N/(\tau(N-\tau))]^{1/2} [R(\tau)]^{(n-2)/2} , 0 \leq \tau \leq N-1 \quad \text{avec} \quad R(\tau) = H(\tau) / \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}_N)^2$$

$$= \left[ \sum_{i=1}^{\tau} (X_i - \bar{X}_{\tau})^2 + \sum_{i=\tau+1}^N (X_i - \bar{X}_{N-\tau})^2 \right] / \sum (X_i - \bar{X}_N)^2 \quad \text{I-38}$$

$$\bar{X}_N = 1/N \sum_{i=1}^{N-1} X_i , \bar{X}_{\tau} = 1/\tau \sum_{i=1}^{\tau} X_i , \bar{X}_{N-\tau} = 1/(N-\tau) \sum_{i=\tau+1}^N X_i \quad \text{I-39}$$

On sait que :

$$P(\delta/X) = \sum_{\tau=1}^{N-1} P(\delta/\tau, X) P(\tau/X) \quad \text{I-40}$$

La distribution conditionnelle a posteriori de  $\delta$  par rapport à  $\tau$ ,  $P(\delta/\tau, X)$ , est **distribution de Student** de moyenne  $\hat{\delta}_{\tau} = \bar{X}_{N-\tau} - \bar{X}_{\tau}$  et de variance  $\sigma_{\delta/\tau^2} = NH(\tau)/[(N-2)(\tau(N-\tau))]$  avec  $\nu = N-2$  degrés de liberté. Sa fonction densité de probabilité s'écrit :

$$P(\delta/\tau, X) = \frac{\nu^{\nu/2} \Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(1/2) \Gamma(\nu/2) (\sigma_{\delta/\tau^2})^{1/2}} \frac{1}{(\nu + (\delta + \hat{\delta}_{\tau}) / \sigma_{\delta/\tau^2})^{(\nu+1)/2}} \quad \text{I-41}$$

La position dans le temps et l'amplitude d'un changement éventuel de moyenne sont définis par les modes des distributions a posteriori de  $\tau$  et  $\delta$ . A ces modes sont associés des probabilités.

### ***I-2-6-2-5-Méthode de segmentation des séries hydrométéorologiques***

Une procédure de segmentation de séries hydrométéorologiques a été présentée **par Hubert et al.(1989)**

Le principe de cette procédure est de découper la série en  $m$  segments ( $m < 1$ ) de telle sorte que la moyenne calculée sur tout segment soit significativement différente de la moyenne du (ou des) segment(s) voisin(s).

Une telle méthode est appropriée à la recherche de multiples changements de moyenne.

La segmentation est définie de la façon suivante.

Toute série  $x_i$ ,  $i=i_1, i_2$  avec  $i_1 > 1$  et  $i_2 < N$  où  $(i_1 < i_2)$  constitue un segment de série initiale des  $(X_i)$ ,  $i=1, \dots, N$ .

Toute partition initiale en  $m$  segments est une segmentation d'ordre  $m$  de cette série.

A partir d'une segmentation particulière d'ordre  $m$  pratiquée sur la série initiale, on définit :

- $i_k$ ,  $k=1, 2, \dots, m$
- $n_k = i_k - i_{k-1}$

$$\spadesuit \bar{X}_k = \frac{\sum_{i=i_{k-1}+1}^{i=i_k} X_i}{n_k} \quad \text{I-42}$$

$$\spadesuit D_m = \sum_{k=1}^{k=m} d_k \text{ avec } d_k = \sum_{i=i_{k-1}+1}^{i=i_k} (X_i - \bar{X}_k)^2 \quad \text{I-43}$$

La segmentation retenue doit être telle que pour un ordre  $m$  de segmentation donné, l'écart quadratique  $D_m$  soit minimum. Cette condition est nécessaire mais non suffisante pour la détermination de la segmentation optimale. Il faut lui adjoindre la contrainte suivante selon laquelle les moyennes des deux segments contigus doivent être significativement différentes. Cette contrainte est satisfaite par application du test de Scheffé (**Dagnélie, 1970**).

D'après les auteurs (**Hubert et al., 1989**), cette procédure de segmentation peut être interprétée comme un test de stationnarité « la série est stationnaire » constituant l'hypothèse nulle de ce test. Si la procédure ne produit de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égale à 2, l'hypothèse nulle est acceptée. Aucun niveau de signification n'est attribué à ce test.

### **I-2-6-3--Hypothèses des tests du Khronostat et interprétation**

#### ***I-2-6-3-1-Tests d'indépendance***

Pour les tests d'indépendance, l'hypothèse nulle est  $H_0$  : « la série est aléatoire ». L'hypothèse alternative est  $H_1$  : « la série n'est pas aléatoire ».

L'analyse de l'autocorrélogramme est la première étape de l'étude de l'indépendance des observations d'une série. Lorsque tous les points du graphe obtenu sont à l'intérieur des limites de l'intervalle de confiance, alors l'hypothèse nulle  $H_0$  est acceptée. Dans le cas contraire, on ne peut pas conclure. Alors le test du coefficient d'autocorrélation d'ordre est analysé. Lorsque celui-ci est compris à l'intérieur de l'intervalle de confiance, on accepte l'hypothèse nulle, sinon on la rejette, au niveau de signification choisi. Le test du coefficient d'ordre permet de mettre en évidence dans la série une persistance de type markovienne.

Le test de corrélation des rangs de Kendall permet de mettre en évidence une tendance linéaire dans la série.

#### ***I-2-6-3-2-Test d'homogénéité***

Pour les tests d'homogénéité, l'hypothèse nulle est  $H_0$  : « la série ne présente pas de rupture ». L'ellipse de Bois et la procédure de segmentation des séries sont accompagnées de graphiques permettant de visualiser les résultats. Pour l'ellipse de Bois, l'hypothèse nulle est acceptée lorsque le nuage de points est compris à l'intérieur de l'intervalle de confiance au niveau de signification considéré, généralement pris égal à 5 %. Pour la segmentation des séries, l'hypothèse nulle est acceptée si la procédure ne produit pas de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égal à 2 sans aucun niveau de signification attribué. Donc nous sommes limités à l'ordre 2, même si dans certains cas nous avons poussé jusqu'à l'ordre 3. La segmentation des séries à l'ordre 2 permet de mettre en évidence un saut de la moyenne ainsi que l'année où ce saut s'est produit.

### **I-2-7-Test d'ajustement et principe d'ajustement graphique**

#### ***I-2-7-1-Test de $\chi^2$ (Chi-carré)***

Pour cette étude nous limiterons au test de  $\chi^2$  (Chi-carré). Ce dernier permet de vérifier si une fonction densité de probabilité donnée peut rendre compte des observations. Pour appliquer le

test, on détermine les fréquences expérimentales et théoriques correspondant à des valeurs discrètes ou à des classes (pour une valeur continue). Soit un échantillon de taille N, on veut tester si la loi densité de probabilité f(x) représente l'échantillon.

On divise l'intervalle de variation en k classes équiprobables, il est alors possible de déterminer :-le nombre n<sub>i</sub> de valeurs expérimentales dans la classe i-le nombre théorique v<sub>i</sub> d'observations dans la classe i pour k classe équiprobables , on a v<sub>i</sub>=N/k.

On peut montrer que la variable :  $Z = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - v_i)^2}{v_i}$  I-44

suit un loi  $\chi^2$  à v degré de liberté

v=k-p-1 avec p nombre de paramètre définissant f(x),  
k nombre de classes.

Cette formule est vraie quand les paramètres sont estimés à partir de l'échantillon. Si les paramètres sont connus et ne sont pas estimés à partir de l'échantillon on a v=k-1.

Lorsque l'on considère k classes équiprobables, on a v<sub>i</sub>=N/k et l'on en déduit une formule simplifiée de  $Z = \frac{k}{N} (\sum_{i=1}^k n_i^2) - N$ . A l'aide de la table de  $\chi^2$  pour on v donné, on calcule les

valeurs correspondant aux probabilités au dépassement 0,05 et 0.01.

$\chi_{0,05}^2$   $\chi_{0,01}^2$

$Z_1$   $Z_2$

Si Z < Z<sub>1</sub> la loi est satisfaite pour représenter l'échantillon.

Si Z > Z<sub>2</sub> la loi choisie est rejetée.

Si Z<sub>1</sub> < Z < Z<sub>2</sub> on ne peut pas conclure (Bois et al.,2007).

On doit choisir le nombre de classes de manière que v<sub>i</sub> > 5

Les paramètres de la loi f(x) doivent être estimés.

### I-2-7-2-Test de Kolmogorov Smirnov

Le principe général est le même mais la distance entre la distribution de l'échantillon et la distribution F(x) est définie comme le plus grand écart (en valeur absolue) entre F(x<sub>i</sub>) et F\*(x<sub>i</sub>) :

$$D_N = \text{Max} |F(x_i) - F^*(x_i)| \quad \text{I-45}$$

avec F(x<sub>i</sub>) la distribution expérimentale (empirique) tirée à partir d'une loi empirique et F\*(x<sub>i</sub>) la distribution théorique.

Pour cela on classe les x<sub>i</sub> en ordre croissant avec x(k) l'échantillon de classe k : rang de

classe. Par exemple  $F_{exp} = F(x_i) = \frac{k}{N}$  I-46

L'hypothèse nulle H<sub>0</sub> est F\*(x<sub>i</sub>) et F(x<sub>i</sub>) sont indépendantes.

Pour un niveau de signification  $\alpha$  donné, Si  $D_N \leq D_{N,\alpha}$  on accepte H<sub>0</sub>

Si  $D_N > D_{N,\alpha}$  on rejette l'hypothèse nulle H<sub>0</sub>

# **Chapitre II : Synthèse bibliographique sur les méthodes statistiques de traitement et d'analyse de la variabilité temporelle des séries de données**

## **Introduction**

Dans ce chapitre nous avons indiqué quelques méthodes de traitement et d'analyse des séries temporelles utilisées par certains chercheurs. Ce chapitre nous a servi de base pour traiter puis analyser nos données hydrométriques.

Les méthodes d'analyses des séries hydrologiques sont très nombreuses. Elles peuvent se faire à l'aide des tests statistiques comme de manière graphique. Beaucoup de ces tests sont utilisés pour mettre en évidence le changement des observations dans la chaîne. Celui-ci peut être constaté de manière graphique en traçant les courbes d'évolution.

Par « Aka A. A., Lubes H., Masson J. M., Servat E., Paturel J. E. & Kouamé B. (1996) **[Analysis of the temporal variability of runoff in Ivory Coast : statistical approach and phenomena characterization]**, Journal des Sciences Hydrologiques, volume41, n°6 : 959-970 »

L'analyse de la variabilité temporelle des écoulements en Côte d'Ivoire a été effectuée à l'aide d'une approche statistique et d'une caractérisation des phénomènes par Aka. A. A et al., en 1996. Ces derniers ont utilisées les tests de détection de rupture tels que celui de Pettitt (Pettitt, 1979) , la méthode Bayésienne de Lee et Heghinian, (bayésienne de Lee et Heghinian, 1977 ; Bruneau et Rassam, 1983) et la statistique U de Buishand (Buishand, 1982, 1984) qui sont déjà décrits plus haut pour faire ce travail. Les variables étudiées sont des modules et des différents types de débits caractéristiques. Les résultats ont mis en évidence du point de vue quantitative l'existence d'une rupture nette dans les séries de modules au début des années 1970, date à partir de laquelle les écoulements diminuent sensiblement. Un examen plus qualitatif des résultats montre que les basses eaux sont plus affectées que les hautes eaux par cette variation du régime. Cette fluctuation évolue en phase avec les phénomènes de sécheresse observée à la même période plus au Nord, au Sahel.

Par « Giakoumakis S. G. & Baloutsos G. (1997) **[Investigation of trends hydrological time series of the Avinos river basins]** Journal des Sciences hydrologiques, volume 42, n°1 »

Pour détecter des tendances dans les séries hydrologiques du bassin versant de la rivière Evinos, Giakoumakis S. G. et Baloutsos G. ont utilisé comme méthode de travail l'analyse des coefficients d'auto-corrélation, le test de corrélation sur les rangs de Kendall et la régression linéaire. Après l'utilisation de ces différentes méthodes permettant de savoir si ces séries sont ou non de type purement aléatoire, une tendance significative à la baisse, de longue durée, a remarquée dans le cas des précipitations , alors des tendances fluctuantes, de courtes durées , ont été détectées dans le cas des débits.

Par « Mirza M. Q. (1997) **[hydrological changes in the Gange system in Bangladesh in the post-Farakka period]**, journal des Sciences hydrologiques, volume42, n°5 : 613-632 »

Pour observer les modifications hydrologiques du système de Gange au Bangladesh depuis la construction du barrage de Mirza M. M. Q (1997) a utilisé cinq tests statistiques que sont : le test F de Fisher Snedecor, le test t de Student, le test de Cramer, le test de Krushal-Wallis et le test U de Mann-Whitney. Ces analyses ont indiqué que le barrage est à l'origine d'importantes modifications hydrologiques dans le système du G ange. La quantité d'eau disponible pendant la saison sèche a été substantiellement réduite alors que l'ensablement du fleuve Gorai s'est significativement accru.

Par « Gautier F., Lubès-Niel H., Sabatier R., Masson J. M., Paturel J. E. & Servat E. (1998) **[Variabilité du régime pluviométrique en Afrique de l'Ouest non Sahélienne entre 1950**

et 1989], Journal des Sciences Hydrologiques , volume 43, n°6 : 1921-936»

Pour étudier la variabilité du régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest non sahélien entre 1950 et 1989, Gautier et al., ont utilisé les tests de rupture univariés : le test de corrélation sur les rangs de Kendall (Kendall & Stuart, 1943 ; WMO, 1966), le test de Pettitt (Pettitt, 1979), la statistique de Buishand (Buishand, 1982, 1984) , la méthode Bayésienne de Lee et Heghinian (Lee et Heghinian, 1977 ; Bruneau & Rassam, 1983) et la procédure de segmentation (Hubert & Carbonnel, 1987 ; Hubert et al., 1989). Les résultats montrent que le régime pluviométrique a subi une modification dès les années 1966 essentiellement au Sénégal et en Guinée Bissau.

Par «Mirza M. Q., Warrick R. A., Ericksen N. J. & Kenny G. J. (1998) [**Trends and persistence in precipitation in the Ganges, Brahmaputra and Meghna river basins**], Journal des Sciences Hydrologiques, volume 43, n°6: 845-858

Dans cet article, les tests de Mann-Kendall (Kendall & Stuart, 1961) et du test  $t$  de Student ont été utilisés pour analyser des tendances et persistance des précipitations des bassins des fleuves Gange, Brahmapoutre et Meghna est fait par Mirza et al., (1998). En plus de ces deux tests : la régression linéaire et l'auto-corrélation du premier l'ordre, ont été utilisé pour les problèmes de persistance. Les résultats montrent que les précipitations du bassin de Gange sont relativement stables tandis que celles de l'une des sous-divisions du bassin du Brahmapoutre présentent une tendance décroissante et celles d'une autre sous-division présentent une tendance croissante. Cette méthode leurs a permis d'étudier persistance Markovienne sur les série de précipitations de ces sous-divisions.

Par « Paturel J. E., Servat E., Delattre & Lubès-Niel H. (1998) [**Analyse des séries pluviométriques de longues durées en Afrique de l'Ouest et Centrale non Sahélienne dans un contexte de la variabilité climatique**], Journal des Sciences hydrologiques, volume 43, n°6 : 937-946 »

Ces auteurs ont analysé de séries pluviométriques de longue durée en Afrique de l'Ouest et Centrale non sahélienne dans le contexte de la variabilité climatique. Leur méthode de travail était en première position basée sur les représentations graphiques et cartographiques. Cette démarche permet d'observer l'alternance des périodes sèches et humides dans un contexte régional. Ensuite, le test de Pettitt (Pettitt, 1979). Pour approfondir les premières constatations faites par ces méthodes d'analyse, ils ont utilisé l'indice pluviométrique tel qu'il est défini par Lamb (1982) comme une variable centrée réduite :

$$\frac{(X_i - \bar{X})}{S}$$

avec  $X_i$  : la pluviométrie de l'année  $i$ ,  $\bar{X}$  : pluviométrie moyenne interannuelle sur la période de référence, et  $S$  : l'écart-type de la pluviométrie interannuelle sur la période de référence. Les résultats de leur analyse ont indiqué l'alternance des périodes sèches et humide depuis le début de 20<sup>ème</sup> siècle. Ils ont mis en évidence le caractère fortement hétérogène.

Par « Assani .A .A (1999), [**Variabilité temporelle et persistance des épisodes secs en saisons des pluies à Lubumbashi (Congo-Kinshasa)**], la revue Sécheresse, volume 10 n°1, : 45-53 ».

Pour analyser la variabilité temporelle et la persistance des épisodes secs en saison des pluies à Lubumbashi, l'auteur a utilisé deux tests de tendances : le test de Mann-Kendall et le test de Pettitt, et un test classique : le test de Student. les résultats ont permis de voir que la variabilité

temporelle des épisodes secs en saison des pluies à Lubumbashi est caractérisée par trois périodes suivantes :

- une période marquée par de nombreux jours secs supérieurs à la moyenne de la série (1921—1950) ;
- une période de diminution des jours secs de 23,5%, qui s'est terminée vers 1980 ; a diminué
- et une nouvelle période d'accroissement de la fréquence des jours secs durant les dernières années.

Par « Kachroo R. K. ; Mkhanda S. H. et Gunasekara T. E. G.(2000), [**Flood frequency analysis of southern Africa : I. Delineation of homogeneous regions**], Journal des sciences hydrologiques, volume 45, n°3 : 437-449 »

Dans cet article les auteurs ont utilisé un test graphique permettant de vérifier que les observations relatives aux crues maximales annuelles pour délimiter des régions homogènes en vue d'étudier les crues en Afrique centrale. Ce test est basé sur la comparaison du coefficient de variation (Lcv) observé sur le site à l'intervalle de confiance correspondant à une loi choisie. L'homogénéité d'un groupe de site est acceptée si un  $L_{cv}$  pris une statistique d'ordre est inclus dans les limites de l'intervalle de confiance correspondant. L'application de ce test aux données des crues maximales annuelles de Tanzanie leur a permis de subdiviser le pays en 12 régions homogènes.

Par « Savane I ; Coulibaly K ; M et Gioan P, (2001),[**Variabilité climatique et ressources en eau souterraine dans la région semi-montagneuse de Man**], la revue Sécheresse, volume 12 , n° 4 : 231-237 ».

Les auteurs, pour étudier la variabilité de la pluviométrie, ont utilisé le test de Mann Kendall, le test de Pettitt pour la détection de rupture sur les séries pluviométriques et les indices pluviométriques annuels calculés suivant la formule de Nicholson :  $X_{ij} = \frac{(r_{ij} - \bar{r}_i)}{\sigma_i}$  ou  $r_{ij}$  la

hauteur de pluie totale pour une station  $i$  et une année  $j$  ;  $\bar{r}_i$  la moyenne annuelle de pluie à la station  $i$  pendant la durée de temps entière de l'enregistrement et  $\sigma_i$  écart type de la pluviométrie annuelle. Les résultats ont confirmé la réalité d'une période sèche. Le calcul du coefficient de tarissement qu'ils ont effectué de leur manière montre que la réduction pluviométrique est intervenue en 1966, année de rupture, et que les périodes à forte pluviométrie de 4 mois se sont réduites de 2 mois.

Par « Bergaoui M. et Alouini A. (2001), [**Caractérisation de la sécheresse météorologique et hydrologique : cas du bassin versant de Siliani en Tunisie**], Sécheresse, volume 12, n°2 : 205-213 »

Pour la caractérisation et l'identification de la sécheresse, les auteurs ont utilisé des indices suivants :

l'indice de l'écart à la moyenne ( $E_m$ ) donné par la relation  $E_m = P_i - P_m$  avec  $P_i$  la hauteur de précipitation annuelle et  $P_m$  la hauteur moyenne annuelle de précipitation. Cet indice permet d'estimer le déficit de la pluviométrie à l'échelle annuelle ;

l'indice de pluviosité ( $I_p$ ) défini par le rapport entre la hauteur de précipitation annuelle à la hauteur moyenne annuelle de précipitation ( $I_p = P_i / P_m$ ), s'il est supérieur à 1 alors l'année correspondante est qualifiée d'année humide ;

le rapport à la normale des précipitations (RN), il est exprimé en pourcentage et est donné par

la relation  $RN(\%) = (P_i/P_n) * 100$

ou RN est le rapport à la normale des précipitations en pourcentage,  $P_i$  est précipitation annuelle en mm,  $P_n$  est la précipitation normale en mm. Ce rapport exprime la variation ponctuelle des précipitations par rapport à la normale.

Ces deux auteurs ont aussi utilisé l'analyse fréquentielle permettant de distinguer parmi les années sèches celles qui sont les plus déficitaires. Ils ont en plus employé la distribution selon la fréquence et selon les déciles indicateurs de sécheresse. Toutes ces techniques leurs ont permis de connaître plusieurs périodes de sécheresse qui sont caractérisées par des pluviométries déficitaires et des écoulements très faibles dans certaines zones. Ils ont aussi remarqué que pendant les périodes sèches, les ressources en eau diminuent

Par « Mahé G., L'Hôte Y, Olivry J. C. & Wotling G. (2001) [**trends and discontinuities in regional rainfall of West and Central Africa : 1951-1989**] Journal des Sciences Hydrologiques, volume 46, n° 2 »

Mahé G et al., en 2001 avait étudié les tendances dans les séries de pluies régionales en Afrique de l'Ouest et Centrale. Ces séries ont été enregistrées durant la période de 1951 à 1989. Les moyens d'analyse étaient constitués des tests paramétriques tels que celui de Student et celui de Fisher Snedecor ; des tests non paramétriques de Kolmogorov-Smirnov, de Signs, de Wilcoxon et de Mann-Whitney ; et la régression linéaire. Ce travail tourné autour de 891 stations de 23 pays d'Afrique de l'Ouest et Centrale. Les tests de rupture statistiques des séries pluviométriques montrent que les séries d'Afrique centrale sont sans rupture. Tandis que pour celles de l'Afrique de l'Ouest, une première rupture est détectée dès les années 1950 dans plusieurs unités suivie de la principale rupture apparue entre 1968 et 1970 puis une autre au début des années 1980.

Par « Callede J., Guyot J. L., Ronchail J., Molinier M. & De Oliveira E., (2002) [**l'Amazone à Obidos (Brésil) : étude statistique des débits et bilan hydrologique**], Journal des sciences hydrologiques, volume 47, n°2 : 321-334 »

Callede J et al., pour faire une étude statistique des débits et bilan hydrologique à Obidos (Brésil), ils ont utilisé les méthodes graphiques telles l'évolution mensuelle des débits et l'ajustement des modules. Leur travail a mis en évidence un bilan hydrologique indiquant un déficit d'écoulement de 1193mm qui peut être assimilé à l'évapotranspiration réelle.

Par « Le Lay M. & Galle S. (2005), [**variabilité interannuelle et inter-saisonnière des pluies aux échelles hydrologiques. La mousson Ouest africaine en climat soudanien**], Journal des sciences hydrologiques, volume 50, n°3 : 509-524 »

Dans cet article, les auteurs ont utilisé les indices pluviométriques comme moyen de travail. Leur analyse basée sur la distinction entre les régimes de mousson océanique et continentale, montre que l'essentiel des modifications pluviométriques observées est à la variabilité de la saison continentale.

Par « Niel H., Leduc C. & Dieulin C. (2005) [**Caractérisation de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations annuelles sur le bassin du lac Tchad au cours du 20<sup>ème</sup> siècle**], Journal des sciences hydrologiques, volume 50, n°2 : 223-244 »

Niel H et al., (2005) ,pour caractériser la variable spatiale et temporelle des précipitations annuelles sur le bassin versant du Lac Tchad au cours du 20<sup>ème</sup> siècle, ont appliqué les tests de Pettitt (Pettitt, 1979) ; la segmentation de Hubert (Hubert et al., 1989) et la procédure bayésienne de Lee et Heghinian (Lee et Heghinian, 1977) qui sont des tests adaptés pour détecter des ruptures dans une série chronologique. En plus de ceux-ci ils ont aussi utilisé le

test de tendance basé sur l'estimation de l'intervalle de confiance à 95% du coefficient de la régression linéaire simple entre le temps et la série chronologique analysée. Le test de corrélation sur les rangs de Kendall, qui teste le caractère aléatoire de la série, est aussi proposé. Ce test et celui de Pettitt ont été appliqués avec un seuil de signification de 5% et celui de la segmentation d'Hubert est de 1%. Pour cela 47 séries de pluies annuelles ont été analysées, soit un total d'environ de 1600 années pour les seules séries de plus de 25ans de données. A l'échelle décennale, les résultats montrent une décennie 1950 très humide suivie de trois décennies sèches, cette sécheresse s'est intensifiée progressivement avant de se rabaisser vers les années 1980. Les pluies annuelles ont montré un gradient décroissant du Sud vers le Nord.

Par « Soro N., Lasm T., Kouadio B. H., Soro G., Ahoussi (2006) [**Variabilité du régime pluviométrique du Sud de la Côte d'Ivoire et son impact sur l'alimentation de la nappe d'Abidjan**], Sud Sciences et Technologies, n°14 , 30-40 »

La variabilité du régime pluviométrique du Sud de la Côte D'ivoire et son impact sur l'alimentation de la nappe d'Abidjan a été étudiée par Soro N et al.,(2006). Leur méthode d'analyse était effectuée à l'aide du test de rupture Pettitt et de l'indice de Nicholson. Cette analyse a montré qu'une période irrégulière et sèche a succédé, à partir de 1969, à une période normale et humide. Elle a aussi montré qu'une période irrégulière et sèche a succédé, à partir de 1969, à une période normale et humide.

Par « Hubert P ; bader J. C et Bendjoudi (2007), [**Un siècle de débits annuels du Fleuve Sénégal**], Journal des sciences hydrologiques, volume 52, n°1 : 68-73)

Pour voir l'évolution des débits annuels du fleuve Sénégal pendant un siècle, ces auteurs ont utilisé comme moyen la procédure de segmentation (Hubert et al., 1997, 2000). Leur analyse met en évidence, outre les cassures déjà identifiées dans les précédentes études, une nouvelle cassure située entre 1993 et 1994 est apparue pour le fleuve Sénégal.

## **Conclusion**

Il résulte de cette synthèse bibliographique qu'il ya plusieurs méthodes permettant d'analyser des séries chronologiques. Parmi ces approches on distingue les méthodes statistiques et les méthodes non statistiques.

Les méthodes statistiques sont basées sur l'utilisation des tests statistiques : test de Pettitt, test de Buishand, test Fisher, test de Student, test de segmentation des séries d'Hubert, le test d'autocorrélation, le test de corrélation sur les rangs de Kendall...

Tandis les tests non statistiques sont basés sur le calcul des indices pluviométriques, le traçage des courbes de régression linéaire...

Dans la suite de notre travail nous pencherons sur leurs méthodes pour analyser nos séries chronologiques.

**Chapitre III : Traitement de données, analyse et interprétation des résultats : effet du barrage de Manantali sur les Débits moyens mensuels.**

### **III-1 Introduction**

Dans ce chapitre, une brève présentation de la zone d'étude et des données utilisées sera faite. Elle sera suivie d'une méthodologie avant la présentation des résultats et leur interprétation à l'échelle annuelle comme mensuelle.

### **III-2-Cadre physique**

Le bassin versant du fleuve Sénégal s'étend des régions tropicales au Sud aux zones sahéliennes au Nord. Dans son cours supérieur, il traverse les versants humides du Fouta - Djallon et les Plateaux Mandingues. Dans son cours inférieur, il alimente de vastes zones inondables et de nombreuses cuvettes dans la zone sahélienne. Le bassin du fleuve Sénégal est généralement divisé en deux parties qui s'articulent autour de Bakel :

- Le Haut-Bassin, caractérisé par un réseau hydrographique très dense, un relief plus marqué (Massif du Fouta Djallon, Plateaux Mandingues), et un profil en long plus accentué (sur le Bafing, la pente du cours d'eau varie entre 1,3‰ et 0,4‰, et sur la Falémé, de 8.5‰, à 0.24‰). L'écoulement se fait à l'intérieur d'un lit mineur généralement bien calibré, sans échanges latéraux. Les stations de mesure sont pour la plupart bien stables, et les courbes de tarage bi univoques.

- La vallée en aval de Bakel, qui est une vaste étendue, de relief très faible, avec cependant une micro topographie complexe, composée d'un réseau de cuvettes connectées entre elles et communiquant avec le fleuve par de chenaux. La vallée comporte un grand nombre d'aménagements qui ont pu modifier cette morphologie

Deux barrages ont été construits sur le fleuve Sénégal : Manantali, sur le Bafing, et Diama sur le Sénégal, en amont de Saint-Louis. Le premier est un barrage à buts multiples (irrigation, navigation, fourniture d'électricité), le second permet de relever la côte du plan d'eau et de stopper l'intrusion saline.

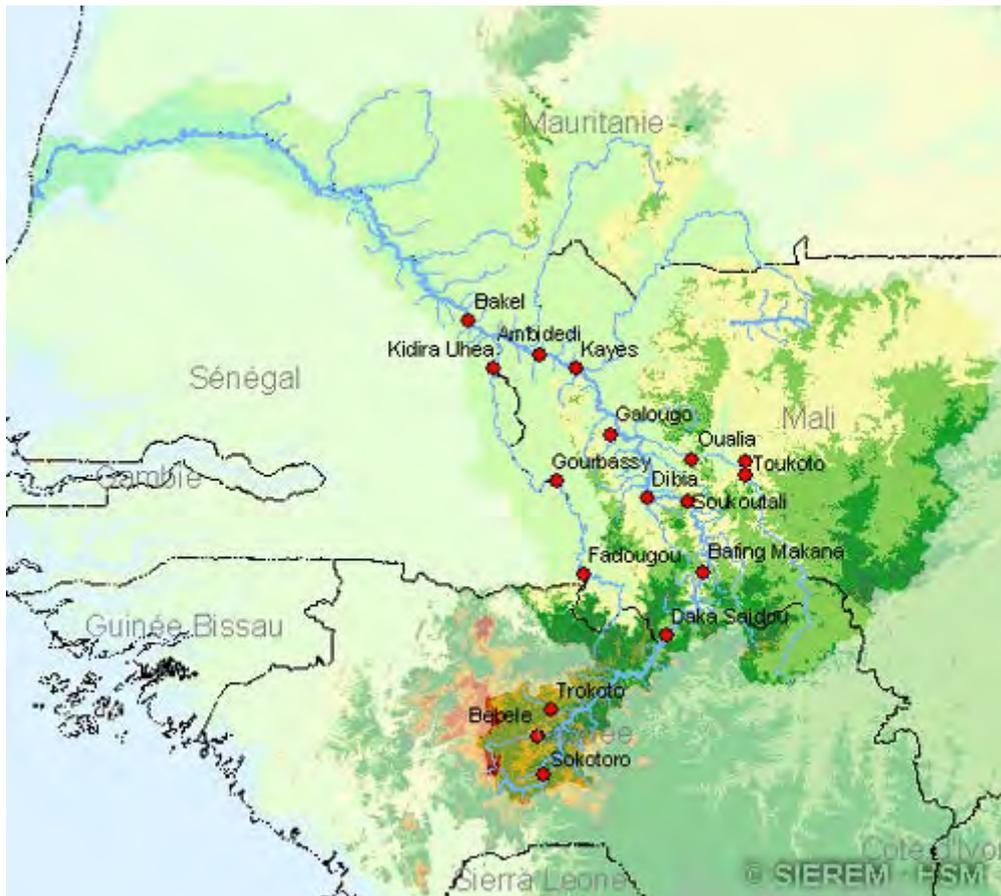


Figure III-1: Limite du bassin versant du fleuve Sénégal

### III-3-Réseau hydrographique

Le bassin du fleuve Sénégal amont de Bakel ou bassin du Sénégal supérieur s'étend de la latitude 10°21' à la latitude 17°N environ et est compris entre les méridiens 7°W et 12°20'W. Sa forme est sensiblement ovoïde, et il est réparti entre la Guinée, le Mali, la Mauritanie et la Guinée. Il s'étend sur une superficie d'environ 218000km<sup>2</sup> sur les 300000km<sup>2</sup> que compte le bassin total.

Le Fleuve Sénégal en amont de Bakel est constitué par la jonction du Bafing et du Bakoye près de Bafoulabé. Long de 760 km ; le Bafing a un bassin versant de 38400km<sup>2</sup> et fournit la majeure partie des écoulements du fleuve Sénégal (40% à 60%) des apports. Le Bafing prend sa source en Guinée, dans le massif du Fouta Djallon, à 800 m d'altitude. Le Bafing est considéré comme étant la branche mère du fleuve Sénégal. Le Bakoye (640m) prend naissance en territoire guinéen, au Nord Ouest de Siguiri, près de la limite méridionale du plateau Mandingue, à 760 m d'altitude. Il reçoit le Baoulé en rive droite, avant de se jeter dans le Bafing. A partir de la confluence à Bafoulabé, le fleuve prend la dénomination « Fleuve Sénégal ». Il reçoit alors la Falémé (bassin versant de 29000km<sup>2</sup>), son plus important affluent rive gauche, qui prend sa source à 800 m d'altitude dans la région du Fouta Djallon en Guinée. Deux autres affluents intermittents en rive droite complètent le réseau hydrographique du Haut Bassin : il s'agit du Karakoro, de la Kolombiné et du Gorgol. La station de Bakel contrôle la quasi-totalité des écoulements de la basse vallée.

### **III-4-Réseau hydrométrique**

Parmi les stations hydrométriques du bassin amont, nous avons retenu celles qui sont actuellement utilisées par l'OMVS dans le cadre de la gestion des deux barrages de Diama et de Manantali. Il s'agit des stations de Dakka Saidou, Bafing Makana et Manantali sur le Bafing, de Oualia sur le Bakoye, de Gourbassy sur la Falémé, et Kayes et Bakel sur le Fleuve Sénégal (Figure III- 2)

Les courbes de tarage sont généralement biunivoques, sauf à la station de Bakel dont la courbe de tarage est non biunivoque.

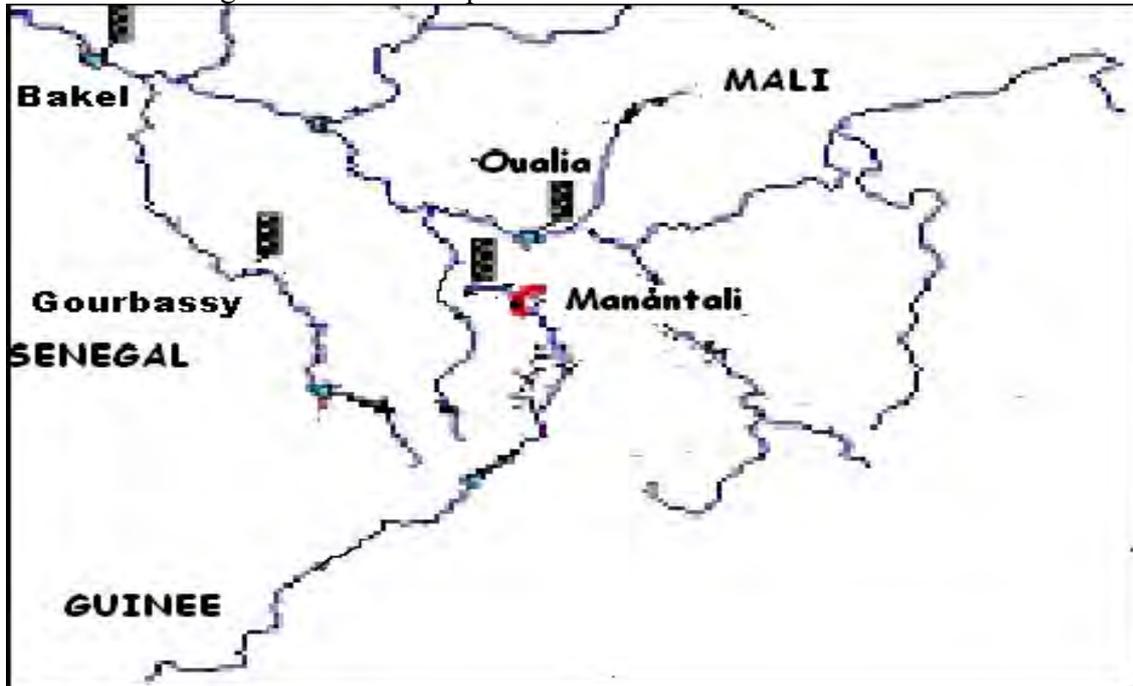


Figure III-2: Stations hydrométriques retenues

### **III-5-Données utilisées**

Les stations retenues dans ce mémoire relèvent de la gestion des services l'OMVS (Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal). Cette dernière a gracieusement mis à notre disposition des données provenant de sa base. Il s'agit des débits moyens journaliers recueillis au niveau des stations retenues. Ces dernières sont au nombre de sept : **BAFING MAKANA, BAKEL, DAKA SAIDOU, GOURBASSI, KAYES, MANANTALI et OUALIA**. L'étude couvre la période de 1961 à 2006 pour toutes les stations sauf pour **MANANTALI** où les débits ont été enregistrés en 1988 à 2006 après la construction du barrage. Ces débits recueillis seront ensuite traités à partir des méthodes que nous expliciterons la démarche et enfin une analyse et une interprétation résultats obtenus seront faites.

### **III-6- Méthodologie**

La démarche que nous avons optée dans le traitement consiste, dans un premier temps, à faire une représentation graphique pour visualiser l'évolution des débits moyens mensuels et des modules annuels en fonction du temps. Pour cela, nous avons tracé des courbes représentant l'évolution interannuelle des modules, des débits et de leurs variables centrées et réduites avec une moyenne mobile. L'objectif ici est de déceler graphiquement toute tendance dans ces séries. Ensuite un traitement statistique des séries de modules annuels et des débits moyens

mensuels est fait sur toutes les stations retenues en vue de détecter des ruptures, après que l'absence l'indépendance au sein des séries ait été vérifiée. L'indépendance est définie en terme d'absence de persistance entre observations successives. L'homogénéité est définie de diverses manières. L'échantillon est homogène lorsque les observations qui le constituent ont été générées à partir des mêmes processus physiques que la population mère, ou à l'issue de processus physiques voisins. Dans ce mémoire, nous définissons l'homogénéité d'une série par l'absence de rupture, celle-ci étant définie comme un changement dans la loi de probabilité de la série chronologique contenant les observations.

Pour faciliter l'étude, nous avons utilisé le logiciel KHRONOSTAT mis au point par l'IRD (Institut de Recherche pour le Développement), et disponible gratuitement sur le net. Les tests contenus dans ce logiciel ont été appliqués par un grand nombre de chercheurs sur les séries hydro pluviométriques en Afrique de l'Ouest et Centrale.

### III-7-Préparation des données

Les données mises à notre disposition par l'OMVS (Organisation pour la Mise en Valeur du fleuve Sénégal) sont des débits journaliers enregistrés pendant la période de 1961 à 2006 pour toutes les stations retenues à l'exception des débits enregistrés dans la station de Manantali enregistrés depuis 1988 après construction du Barrage. De ces débits, de longues séries ont été créées. A partir des séries de débits moyens journaliers sur l'ensemble des stations retenues, les débits moyens mensuels, puis les modules ont été calculés. Les caractéristiques statiques (moyenne, mode, médiane et variance) ainsi que les principaux coefficients (coefficients de variation, coefficients d'asymétrie et d'aplatissement notamment) ont été calculés à l'aide du logiciel Hydraccess, les séries de variables centrées réduites constituées (voir tableaux ci-dessous).

Les valeurs des variances sont généralement très élevées. On assiste dès fois des coefficients de variation supérieurs à 0,2 et dépassant parfois 1 et en module supérieure à 0,3. Ceci met en évidence une mauvaise répartition des débits moyens mensuels et des modules annuels.

Les coefficients d'asymétrie sont positifs pour tous les débits moyens mensuels et des modules annuels de chacune des stations retenues à l'exception des débits moyens de Juillet et Février de la station de Manantali. Ce qui explique que les distributions en général sont étalées à droite.

Les coefficients d'aplatissement en majeure partie positifs. Cela montre que ces observations suivent des lois moins aplaties que celle de la loi normale.

**Tableau III-1: Données caractéristiques Bafing Makana**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	7.4	56	256	760	899	506	506	123	53	30	15	6.61	243
Méd	4.5	47	249	717	793	439	439	87	48	28	12	5.00	222
Mode	4.4	43	240	674	790	423	423	92	47	26	12	4.96	215
Var	76	1440	7619	65454	99463	57365	57365	46015	424	149	66	28.4	6566
C v	1.2	0.68	0.34	0.34	0.35	0.47	0.47	2	0.39	0.41	0.55	0.81	0.3
$\gamma_1$	1.4	1.03	0.40	1.03	1.14	1.67	1.67	7	0.84	0.90	0.88	0.83	1.3
$\gamma_2$	1.1	0.21	-0.37	2.00	1.25	2.39	2.39	43	-0.32	0.39	-0.25	-0.5	1.6

**Tableau III-2 : Données caractéristiques Bakel**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	61	112	467	1420	2150	975	398	221	141	97	87	71	517
Méd	14	109	431	1188	1806	708	319	182	112	98	64	32	429
Mode	34	90	421	1178	1724	753	312	165	107	84	61	43	444
Var	5951	8579	26316	571920	1450799	457476	58458	36375	12537	3968	6305	6624	52378
C v	1.3	0.82	0.35	0.53	0.56	0.69	0.61	0.86	0.79	0.65	0.91	1.14	0.44
$\gamma_1$	1.1	0.56	0.71	0.90	1.41	2.10	1.36	2.67	2.44	0.47	1.00	1.09	0.90
$\gamma_2$	-0.01	-0.6	0.14	0.04	1.66	5.33	1.51	8.97	7.57	-0.34	0.31	-0.06	-0.33

**Tableau III-3: Données caractéristiques Dakka Saïdou**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	12	50	244	663	788	454	169	66	35	23	16	11	211
Méd	11	41	224	646	750	411	134	56	32	21	14	10	203
Mode	10	38	223	656	725	387	139	57	31	21	14	11	193
Var	45	1236	8341	41769	43983	36551	6893	689	166	41	18	15	3002
C v	0.56	0.70	0.37	0.31	0.27	0.42	0.49	0.40	0.37	0.28	0.27	0.35	0.26
$\gamma_1$	0.71	1.56	0.52	0.07	0.78	1.20	1.45	0.90	1.32	1.43	0.86	0.23	0.97
$\gamma_2$	-0.25	2.19	-0.15	2.05	1.08	0.83	1.55	-0.53	1.10	2.35	-0.18	-1.1	1.31

**Tableau III-4: Données caractéristiques Gourbassi**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	0.1	6.3	73	325	442	187	47	16	6.5	2.4	0.8	0.15	92
Méd	0.0	1.5	58	323	381	137	36	13	3.8	1.1	0.4	0.00	75
Mode	0.0	3.1	56	277	354	137	34	12	4.1	1.5	0.4	0.05	77
Var	0.2	102	2584	34959	66752	26330	1307	175	46.8	11.4	1.5	0.11	2536
C v	3.3	1.6	0.7	0.58	0.585	0.869	0.77	0.82	1.1	1.4	1.6	2.30	0.55
$\gamma_1$	3.9	2.3	1.0	0.60	1.084	2.475	1.33	1.18	1.6	2.8	3.3	2.79	0.77
$\gamma_2$	16.3	5.3	-0.1	-0.33	0.772	7.688	0.67	0.61	2.1	9.2	13.3	7.31	-0.5

**Tableau III-5 : Données caractéristiques Kayes**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	61	100	341	1012	1470	688	300	154	100	82	76	66	371
Méd	5	73	334	886	1266	493	243	122	83	53	33	10	319
Mode	31	68	307	826	1187	524	228	120	73	63	48	35	321
Var	6992	8895	16682	326613	649208	222217	43784	24869	7092	4606	6848	7401	26898
C v	1.38	0.95	0.38	0.56	0.55	0.69	0.70	1.02	0.84	0.83	1.09	1.31	0.44
$\gamma_1$	1.31	0.99	0.61	0.94	1.26	1.72	1.71	4.10	2.35	0.68	0.98	1.24	0.81
$\gamma_2$	0.60	-0.03	0.06	-0.14	1.30	2.74	3.82	22.29	8.44	-1.06	-0.51	0.30	-0.46

**Tableau III-6: Débits de Oualia**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	0.30	14	108	362	447	169	43	14	6.1	2.74	0.93	0.26	97.3
Méd	0.00	10	95	292	339	105	19	4	0.8	0.12	0.00	0.00	74.2
Mode	0.11	9	90	283	332	112	25	7	2.7	1.15	0.38	0.07	77.1
Var	1.28	196	3939	55784	113238	32366	2555	397	106	28	3.76	0.55	4363
C v	3.73	0.99	0.58	0.65	0.753	1.063	1.18	1.40	1.69	1.92	2.08	2.90	0.7
$\gamma_1$	5.44	1.69	0.72	0.99	1.071	2.222	1.69	1.82	2.08	2.53	2.76	3.35	0.8
$\gamma_2$	32.45	3.37	0.10	0.34	0.440	6.176	2.14	2.43	3.59	6.49	7.86	11	-0.6

**Tableau III-7: Débits de Manantali**

D. C	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	Mod
Moy	142	177	185	204	601	267	240	178	135	139	157	147	214
Méd	144	179	203	184	654	227	197	141	111	126	143	144	211
Mode	127	175	205	151	560	200	170	117	107	141	152	132	187
Var	3549	6726	10477	22981	100437	37344	60071	58667	7953	2525	4517	4362	5899
C v	0.42	0.46	0.55	0.74	0.53	0.72	1.02	1.36	0.66	0.36	0.43	0.45	0.36
$\gamma_1$	0.64	0.07	-0.44	1.14	0.27	1.22	2.83	3.37	2.22	-0.07	0.15	0.50	1.22
$\gamma_2$	-0.28	-0.85	-1.58	1.13	-1.30	1.25	9.42	12.64	7.20	-1.29	-0.80	-0.6	2.55

### III-8-Présentation et synthèse des résultats.

#### III-8-1-Les modules annuels

Le module annuel de débit est le débit moyen d'un cours d'eau calculé pendant le nombre de jours de l'année correspondante.

##### III-8-1-1-L'évolution interannuelle des modules annuels

La figure III-3 représente l'évolution temporelle à l'échelle annuelle des modules annuels pour toutes les stations à la période d'étude correspondante. En dehors de la station de Manantali, on note généralement un comportement similaire, plus ou moins accentué par une

tendance à la baisse des écoulements entre 1961 à 1982 ou 1985, une tendance à la hausse ou à la stabilisation des écoulements de 1982 ou 1985 à 2006. Cette tendance à la hausse est notée pour les séries de la station de Bafing Makana, de Dakka Saïdou et de Kayes. Par ailleurs pour les stations de Bakel, Gourbassi et d'Oualia l'évolution des séries entre 1982 ou 1985 à 2006 semble stationnaire.

A Manantali nous constatons une tendance qui semble être stationnaire durant la période d'enregistrement (1988-2006). **La figure III-3** ci-dessus illustre les résultats.

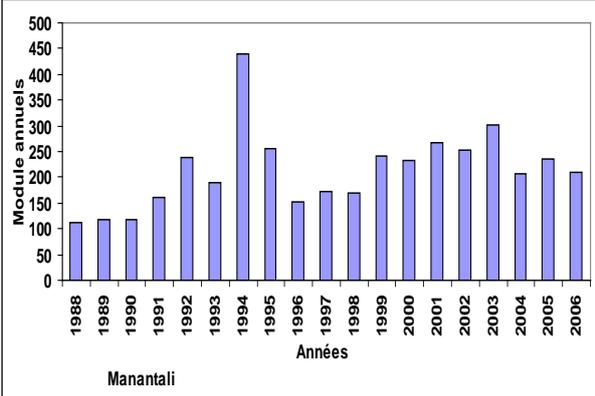
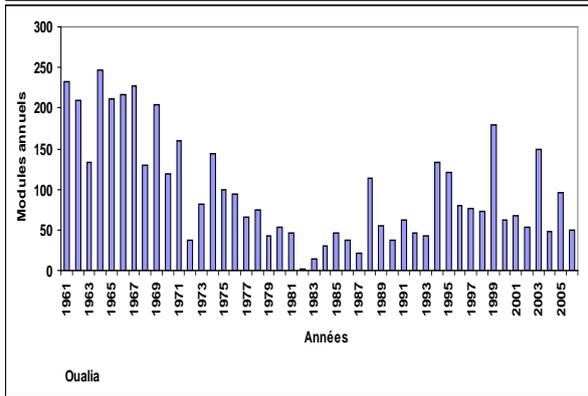
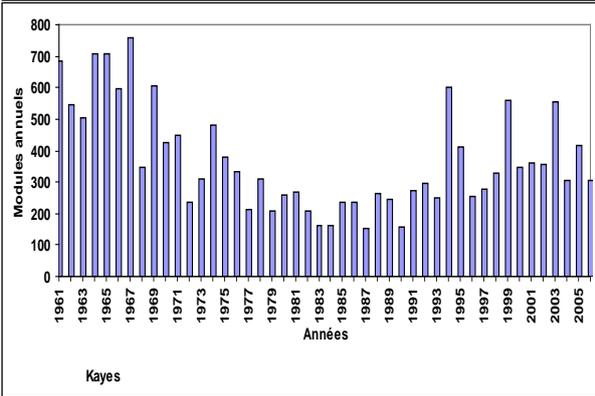
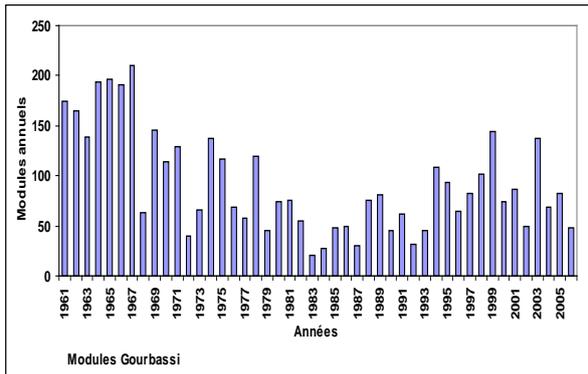
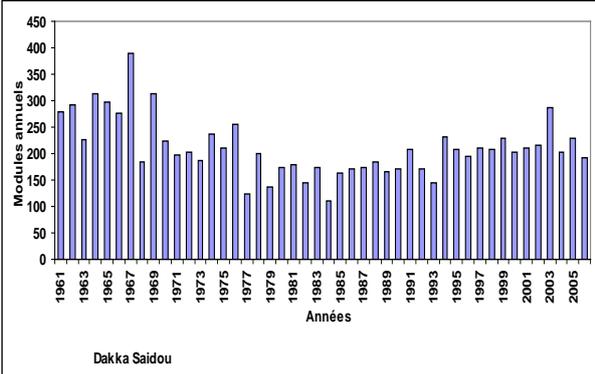
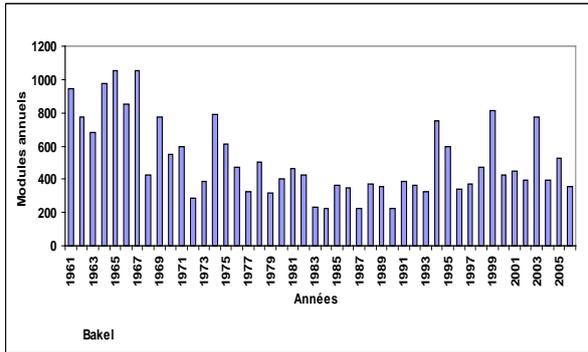
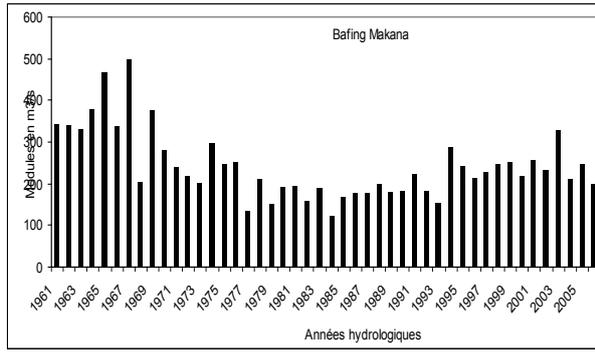
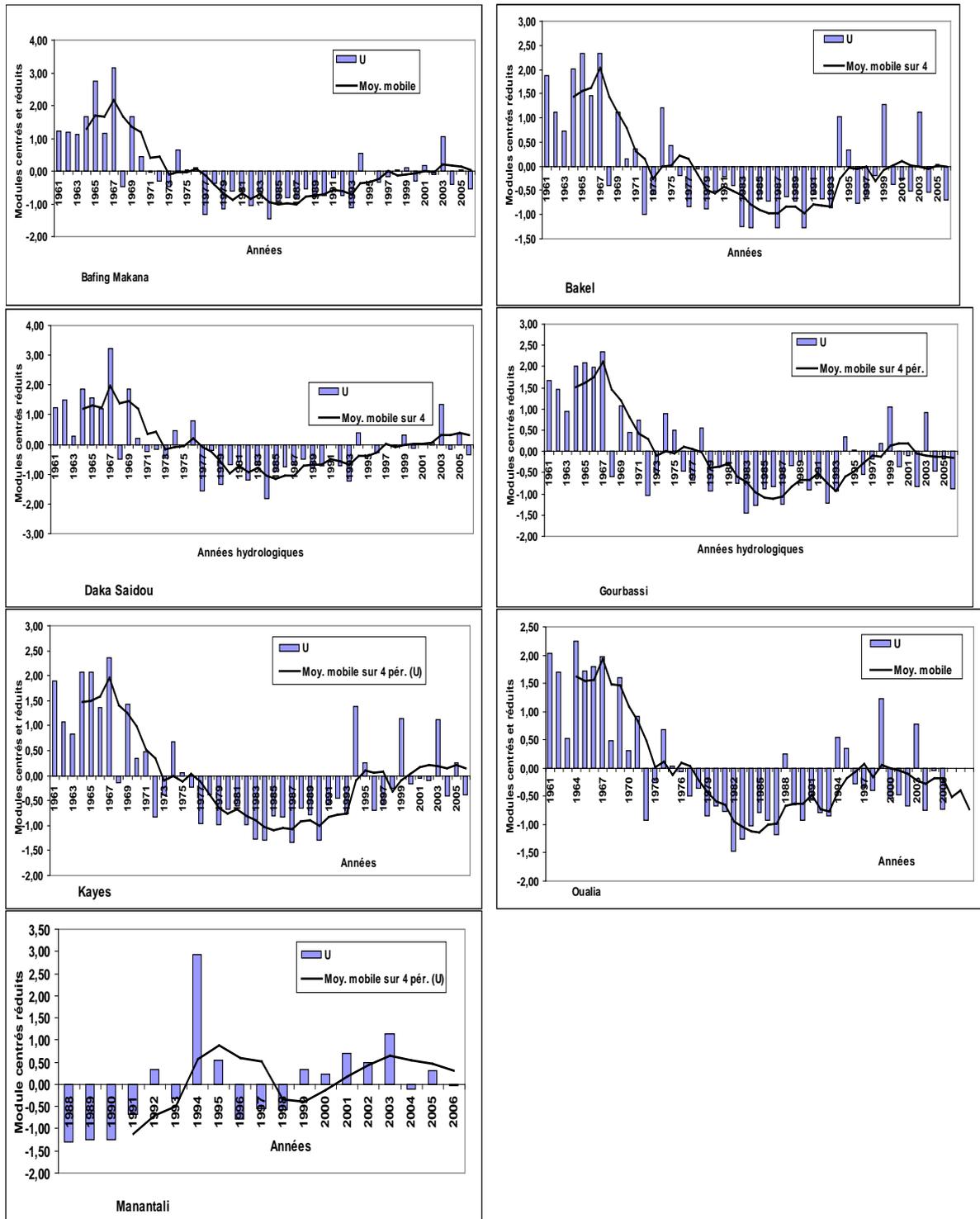


Figure III-3: Evolution interannuelle des modules annuels des différentes stations.

### **III-8-1-2 Evolution interannuelle des valeurs centrés et réduits des modules annuels**

L'indice pluviométrique permet de caractériser une période humide et sèche.

Les conclusions de l'évolution temporelle des séries de modules sont confirmées par l'analyse de l'évolution temporelle des valeurs centrées et réduites des modules annuels. Le tracé de la moyenne mobile a fait ressortir nettement ces deux tendances constatées lors de l'analyse de l'évolution temporelle des modules annuels. Pour toutes les stations la tendance à la baisse est généralisée sauf la station de Manantali où les enregistrements ont débuté en 1988. Cette dernière est caractérisée par une tendance plus ou moins constante. Entre 1983 ou 1986 et 2006 les stations ont des tendances diverses. Les unes ont une tendance à la hausse (Bafing Makana, Dakka Saïdou et Kayes). Les autres ont une tendance stationnaire (Bakel, Gourbassi et Oualia). La **figure III-4** ci-dessous en constitue une illustration des résultats. Nous remarquons, compte tenu du rôle que joue l'indice pluviométrique, trois périodes pour chacune des séries : une période humide (1961 vers 1970). Cette époque est suivie d'une période sèche (1970 vers la fin des années 90), ce qui met en évidence la sécheresse constatée vers les années 1970 en Afrique de l'Ouest. Et enfin une année qui semble être humide apparaît pour le reste des années d'enregistrement.



**Figure III-4: Evolution interannuelle des séries des modules annuels centrés et réduits**

Pour mieux revoir les deux tendances constatées plus haut (tendance à la baisse et tendance à la hausse) nous avons divisé, pour chaque station sauf Manantali dont la série est courte, les séries en deux sous-séries : une première sous-série de 1961 à 1983 et une seconde sous série de 1984 à 2006.

Les deux tendances cette fois-ci sont nettement visibles : une tendance à la baisse pour toutes les séries de 1961 à 1983 et une tendance à la hausse pour les séries de 1984 et 2006. Mais cette dernière tendance croit strictement dans la partie inférieure de l'axe jusqu'à 1994 avant de sembler stationnaire entre 1994 à 2006 pour les stations de Bakel, Gourbassi et Oualia

(figure III-5 et III- 6).

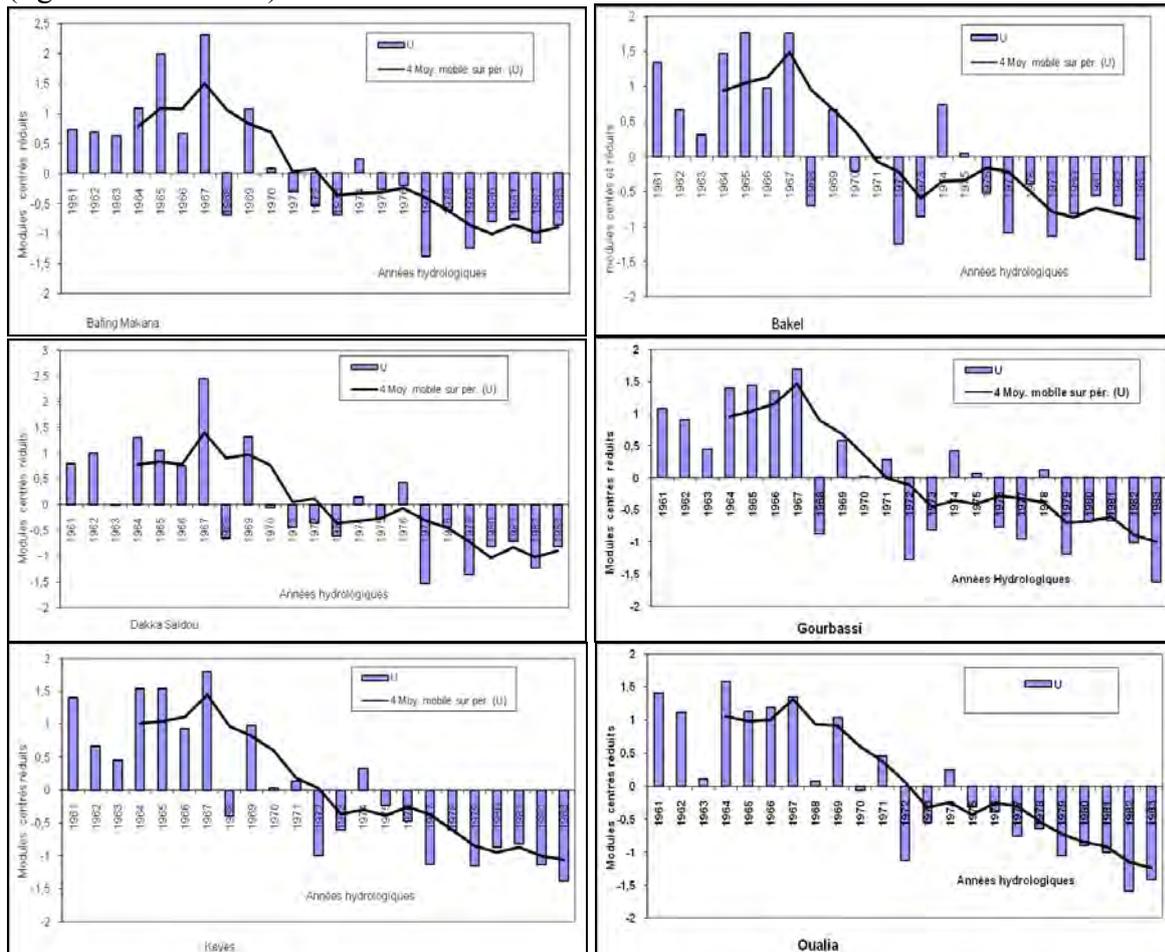


Figure III-5 : Mise en évidence de la tendance à la baisse par l'évolution interannuelle des modules centrés et réduits entre 1961 et 1983.

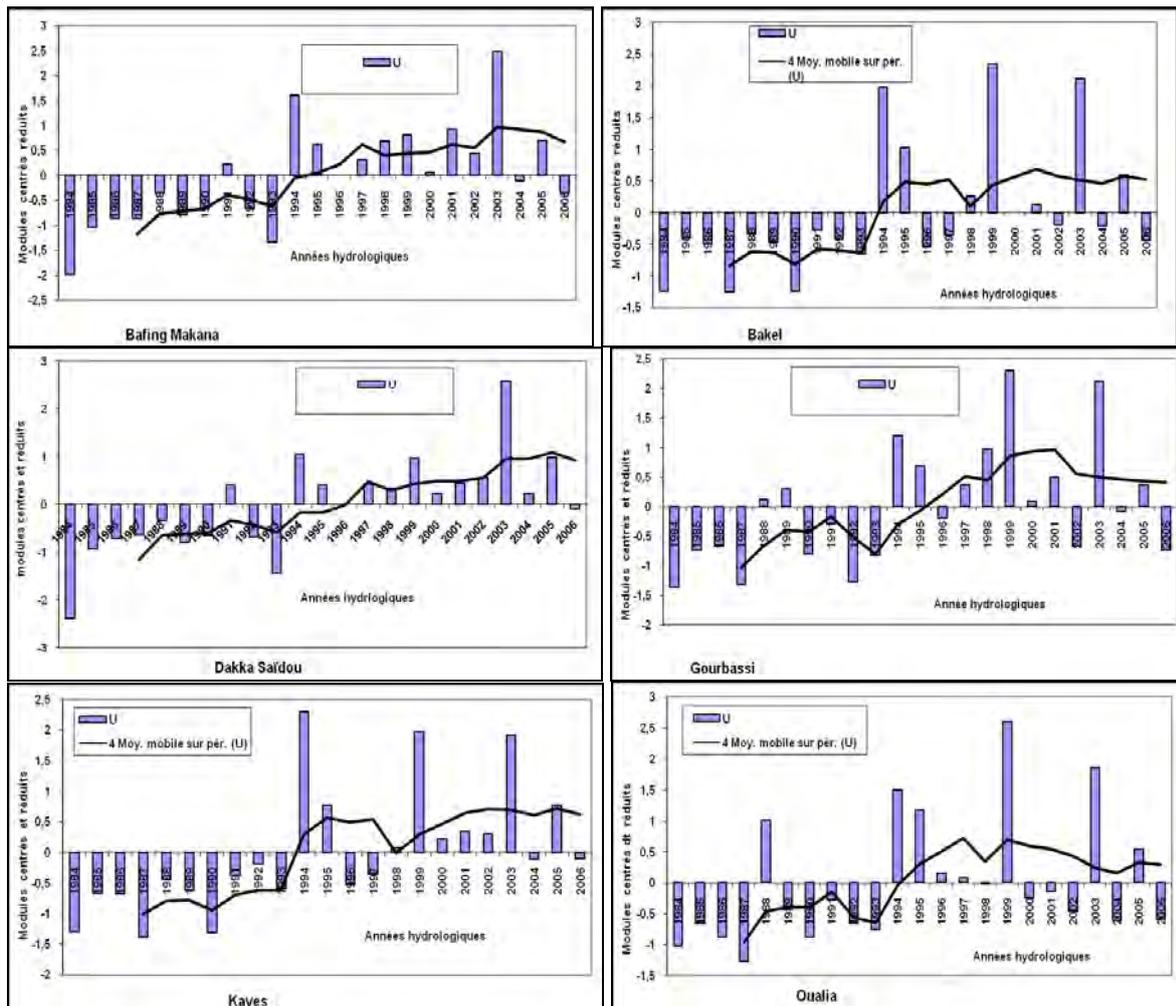


Figure III-6 : Mise en évidence de la tendance à la hausse par l'évolution interannuelle des modules centrés et réduits entre 1984 et 2006.

L'analyse de l'évolution des séries temporelles des modules et des indices pluviométriques est subjective. Nous avons approfondi l'étude par un traitement statistique.

### III-8-1-3-Tests d'indépendance

#### III-8-1-3-1-Analyse des corrélogrammes

Les corrélogrammes ont été représentés sur l'ensemble des stations retenues. L'analyse montre que, en dehors de la série de Manantali, un nombre relativement important de points sort des limites de l'intervalle de confiance au niveau de signification  $\alpha=0.05$ . L'hypothèse n'est acceptée sans aucune ambiguïté que pour la station de Manantali. Pour les autres stations, on ne peut pas conclure ce qui fait recours au coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. **La figure III-7** montre les autocorrélogrammes de toutes les séries de modules annuels des différentes stations. Et nous constatons de manière générale que les coefficients d'autocorrélation d'ordre inférieur sont plus élevés que les coefficients d'ordre supérieur.

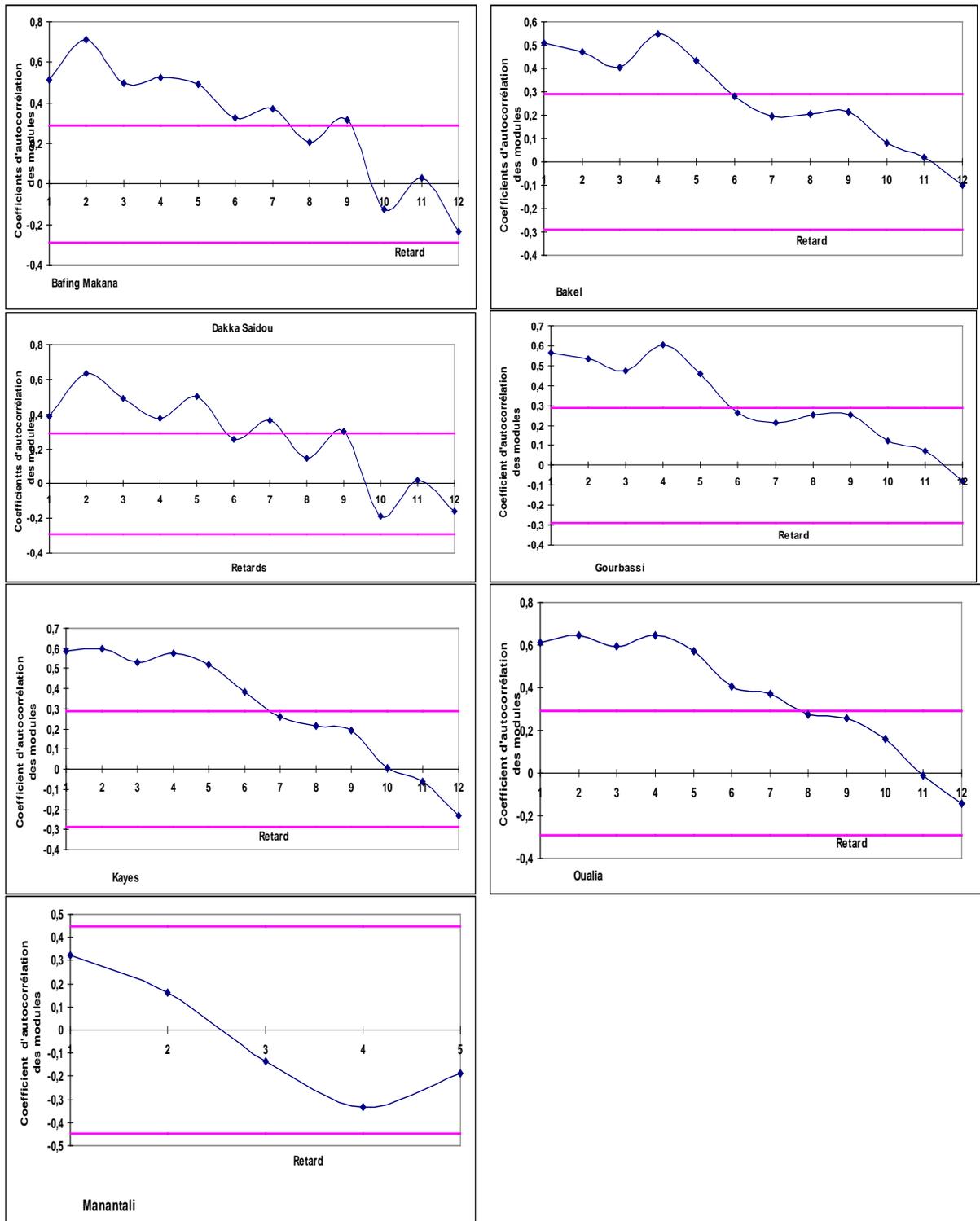


Figure III-7: Autocorrélogramme des modules annuels des stations d'étude

### III-8-1-3-2-Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1

Par ailleurs, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 sont généralement hors des limites de l'autocorrélogramme, sauf pour la station de Manantali, (dont la série est la plus courte) ce qui peut s'observer graphiquement à travers les autocorrélogrammes, d'où le rejet de l'hypothèse nulle  $H_0$  d'une série aléatoire pour toutes les séries de modules à l'exception de celle de Manantali. Ce caractère aléatoire constaté dans la série de Manantali met en évidence l'unique tendance constatée lorsqu'on avait examiné la courbe de l'évolution des séries temporelles des modules. Le **tableau III-8** nous donne tous les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des séries de modules annuels aux différentes stations d'étude et des résultats par **Oui** équivaut à **acceptée** et **Non** signifiant **rejetée**. Ces mots garderont les mêmes significations dans tout notre mémoire.

**Tableau III-8:valeurs des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des modules de stations.**

Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1( $r_1$ ) des modules annuels							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
$\pm r_{0,025}$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,289$	$\pm 0,4496$	$\pm 0,289$
$r_1$	0,5158	0,5114	0,3855	0,5659	0,5864	0,3232	0,6142
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non

### III-8-1-3-3-Test sur le rang de Kendall sur les modules annuels

Le tableau III-9 ci-dessous donne les résultats sur le test de corrélation des rangs de Kendall. Ce test nous a permis de rejeter l'hypothèse nulle pour les séries de modules de Bakel, Gourbassi, Manantali et Oualia, ce qui traduit l'absence de tendance d'évolution à long terme des modules pour ces stations. Par ailleurs l'hypothèse nulle est acceptée pour les stations de Bafing Makana, Dakka Saïdou et Kayes. Et quand on revoit l'évolution temporelle des modules nous constatons que les séries de modules ayant une tendance à la hausse strictement croissante sont celles qui acceptent l'hypothèse nulle. Par contraire, celle-ci est rejetée pour les stations où cette tendance semble stationnaire, Ces résultats donnés à partir du test de Kendall sont en désaccord, pour les séries de Bafing Makana ; Dakka Saïdou ; Kayes et Manantali, avec le ceux du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. Pour tirer une conclusion sur cette hypothèse, une synthèse est proposée par la suite.

**Tableau III-9: les valeurs de la variable U du test de corrélation des rangs de Kendall**

Test de corrélation des rangs de Kendall							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
U	-1,808	-2,528	-1,335	-2,433	-1,790	2,344	-2,888
$\pm U_{0,025}$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$	$\pm 1,96$
Résultat	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	NON

### III-8-1-3-4- Synthèses des tests d'indépendance

Le principe de la synthèse consiste à comparer les résultats de tous les tests vérifiant le caractère aléatoire. Et si toutefois un test rejette l'hypothèse nulle alors cette dernière sera rejetée en définitif. Le **tableau III-10** fait une synthèse des tests d'indépendance. Le point

d'interrogation (?) signifie que l'on ne pas conclure alors que **Oui** et **Non** équivalent respectivement acceptation et rejet de l'hypothèse nulle d'une série aléatoire. Après l'analyse du tableau, on note un désaccord entre les résultats des trois tests pour les séries de Bafing Makana, Dakka Saïdou, Kayes et Manantali. Cette mésentente porte sur l'existence ou non d'une tendance à long terme. Le poids de la deuxième période (1982 ou 1985 à 2006) caractérisée par une tendance à la hausse semble déterminant sur le résultat final du test de Kendall. Néanmoins l'hypothèse nulle «la série est aléatoire» est rejetée de manière définitive pour toutes les stations du fait que les tests sont en désaccord. Le caractère non aléatoire constaté peut s'expliquer par la modification du régime naturel du cours d'eau dû aux besoins d'utilisation de l'eau.

**Tableau III-10: Synthèse des tests d'indépendance : Hypothèse nulle H0 : « la série est aléatoire »**

Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Autocorrélogramme							
Résultats	?	?	?	?	?	Oui	?
Coefficient d'autocorrélation d'ordre 1							
Résultats	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON
Test de corrélation des rangs de Kendall							
Résultat	OUI	NON	OUI	NON	OUI	NON	NON
Conclusion	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON

### III-8-1-4- Tests d'homogénéité

#### III-8-1-4-1-Analyse des ellipses de Bois (figure III-8)

- L'hypothèse nulle « absence de rupture » est acceptée si tous les points sont inclus dans l'ellipse

- Elle est rejetée si un certain nombre de points sort de l'ellipse.

En observant (**figure III-8**) les ellipses de Bois sur l'ensemble des séries, on constate au niveau de signification retenu (5%) qu'en aucun cas, on a une ellipse qui englobe le nuage de points, sauf dans une moindre mesure pour la station de Manantali, pour laquelle un nombre relativement faible de points sort de l'ellipse. L'hypothèse nulle est donc rejetée pour toutes stations, à l'exception de celle de Manantali où on ne peut pas prononcer d'une existence ou non de rupture. Par contre en examinant les points, on constate généralement qu'aux environs de 1993 commence une période stationnaire à légèrement déficitaire une proximité de l'axe horizontal. Cette stagnation a été déjà remarquée lorsqu'on analysait l'évolution temporelle des modules annuels et de leurs centrées et réduites.

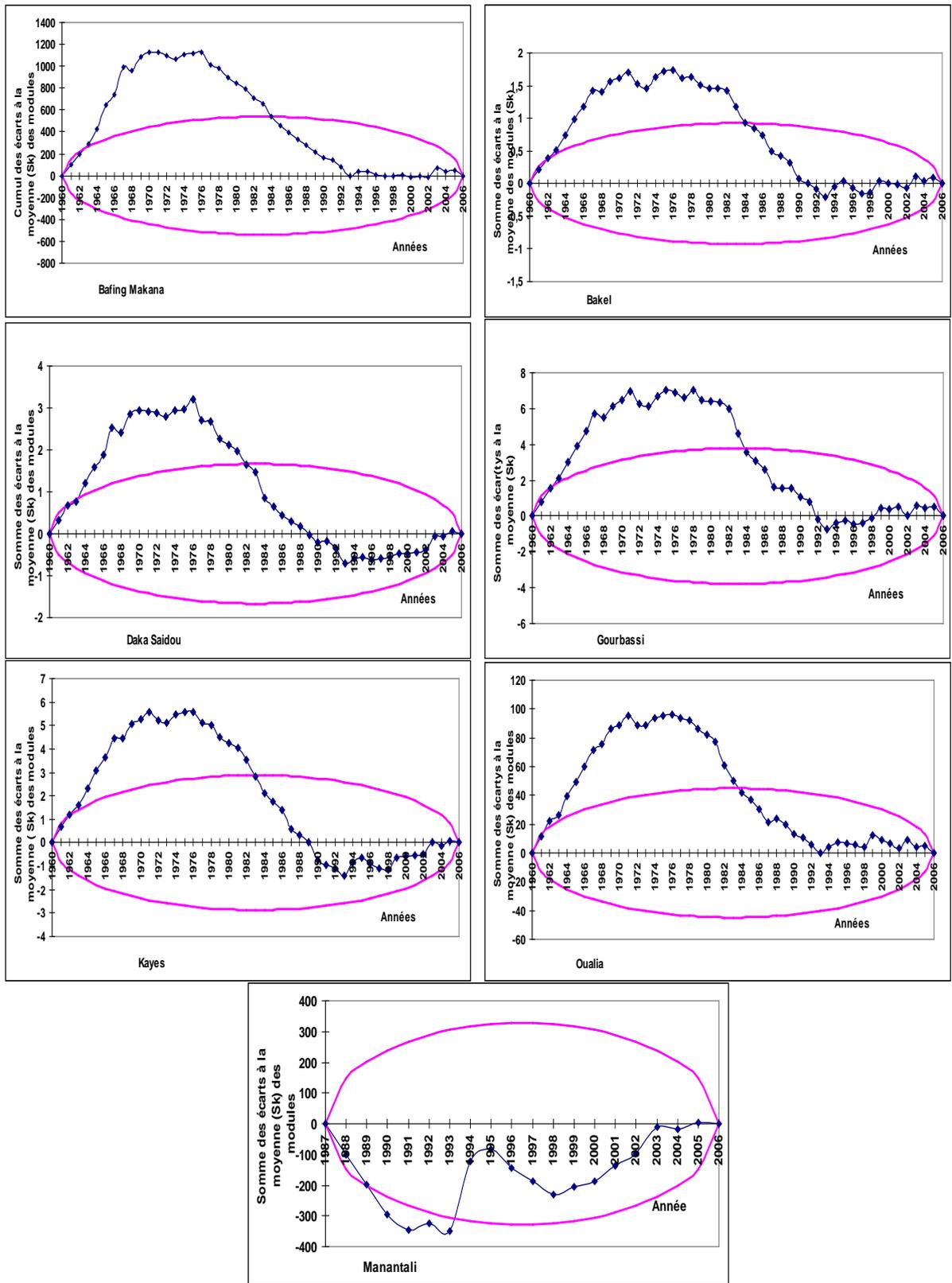


Figure III-8: Ellipse de Bois des séries de modules des différentes stations.

### ***III-8-1-4-2-Analyse de la procédure de segmentation des séries de modules annuels***

La procédure de segmentation nous permet de voir le changement de la moyenne dans une série chronologique.

- L'hypothèse nulle «la série est homogène c'est-à-dire sans rupture » est acceptée si la procédure ne produit pas de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égal à 2 et sans aucun niveau de signification est attribué.
- Sinon elle est rejetée.

Les résultats de ce test (**figure III-9**) ont montré, sans exception, que toutes les séries des modules annuels sont segmentées au moins deux fois, ce qui nous permet de rejeter l'hypothèse nulle pour toutes ces stations. Les résultats de la procédure de segmentation ont été représentés dans la **figure III-9**. Pour toutes ces séries de module rejetant l'hypothèse nulle « absence de rupture », nous avons fait une segmentation à l'ordre 2, et quand nous le jugeons opportun à l'ordre 3. Pour une série homogène, la segmentation ne se limite qu'à l'ordre 1.

La segmentation à l'ordre 2 montre que la rupture se fait dans le sens de la diminution des écoulements pour toutes les séries des stations retenues, à l'exception de la station de Manantali pour laquelle cette rupture se fait dans le sens d'une augmentation. Ce qui est remarquable est que la rupture intervenue à partir de 1967 et décelée à partir d'une série plus longue, se retrouve avec une série plus courte. La segmentation à l'ordre 3 met en évidence une hausse des écoulements pour quelques unes des stations entre 1961 et vers les années 1970 suivie d'une baisse jusqu'à la décennie 90 puis une nouvelle remontée vers les années 2000. Ces successions de périodes ont été remarquées avec lors de l'analyse précédente des indices pluviométriques.

La segmentation à l'ordre 2 donne l'année de rupture des séries de modules pour chaque station. Il s'agit de 1967 pour Bafing Makana, de Bakel et de Gourbassi ; 1969 pour Dakka Saïdou ; 1971 pour Kayes et d'Oualia et 1991 pour Manantali (voir tableau 13).

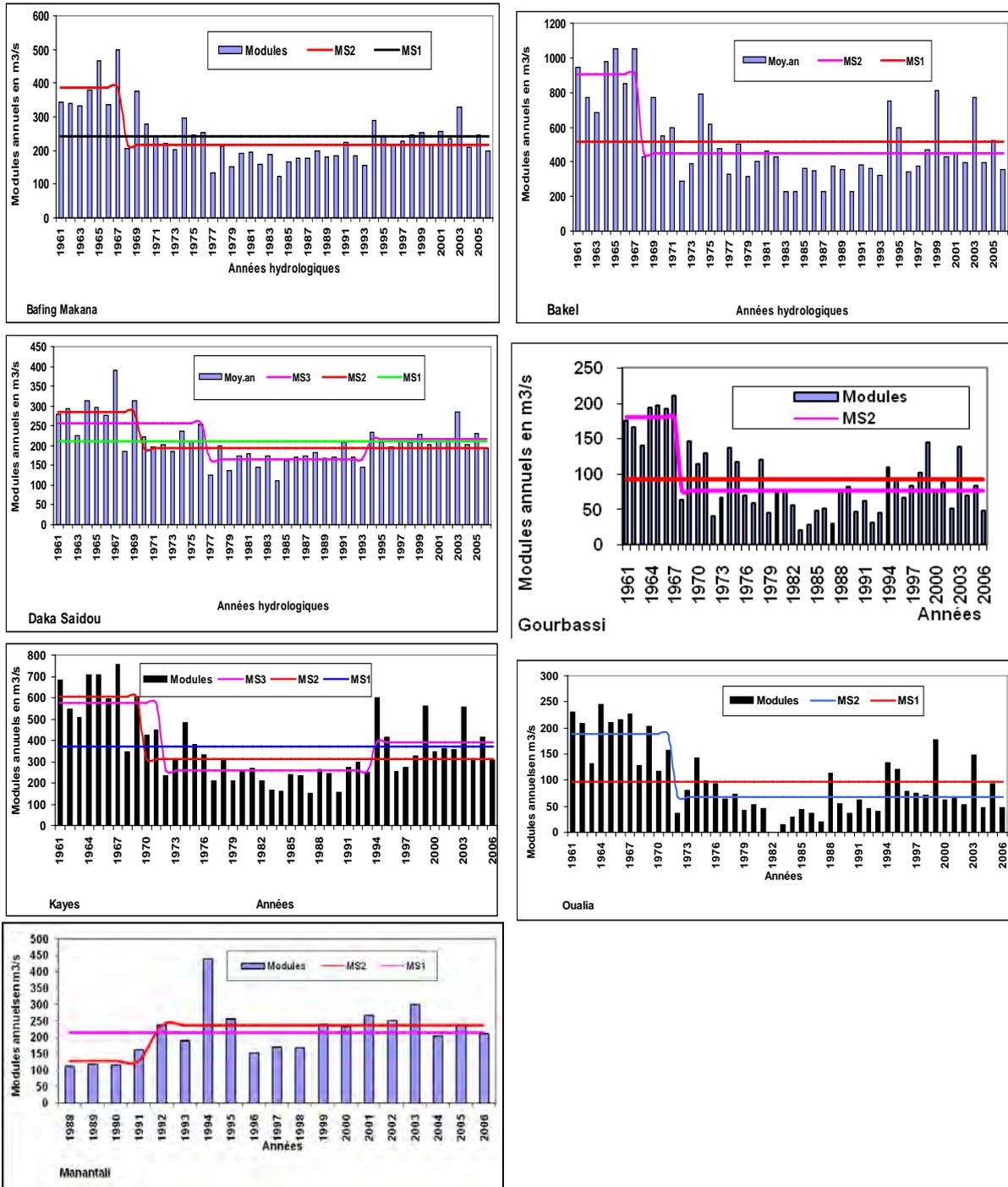


Figure III-9: La segmentation des séries de modules des stations d'étude.

**Tableau III-11: mise en évidence de l'année de par la procédure de segmentation**

Les années de rupture de la procédure de segmentation d'Hubert						
Stations	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali
Années de ruptures	1967	1967	1969	1967	1969	1991

### **III-8-1-4-3-Test de Pettitt sur les modules annuels**

L'hypothèse nulle « la série est homogène » est rejetée ici, lorsque la probabilité de dépassement est inférieure au seuil de signification  $\alpha$  qui est égal ici à 0,05.

Les résultats du test de Pettitt sont rassemblés dans le tableau III-12. Ce dernier regroupe la probabilité de dépassement de la valeur K, l'année de rupture si celle-ci existe et la conclusion permettant de rejeter (non) ou d'accepter (oui) l'hypothèse nulle : la série est homogène. D'après ce test, toutes les séries de modules annuels des toutes les stations retenues, exceptée celle de Manantali, rejettent l'hypothèse quoique la série est homogène. Ce test indique l'année 1976 comme année de rupture pour stations (Bafing Makana, Bakel, Dakka Saidou, Kayes, Oualia), et 1971 pour une seule, Gourbassi.

**Tableau III-12: Résultats du test de Pettitt sur les modules de station**

Résultats du test de Pettitt sur les modules							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Probabilité	$6^E-4$	$3^E-3$	$2.3^E-3$	$3^E-3$	$2^E-3$	$1^E-1$	$5^E-4$
$\alpha$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Conclusion	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non
Année de rupture	1976	1976	1976	1971	1976	Oui	1976

### **III-8-1-4-4-Test de Buishand sur les modules**

Ce test donne directement le résultat (tableau 3) soit :

- en acceptant l'hypothèse nulle « la série est homogène » ce qui est traduit par un **Oui**
- en rejetant l'hypothèse nulle « la série est homogène » ce qui est traduit par un **Non**. Le test de Buishand ici, comme celui de Pettitt, rejette l'hypothèse nulle d'absence de rupture pour toutes stations sauf pour la série de module annuel de Manantali pour laquelle cette hypothèse nulle est acceptée.

**Tableau III-13: résultats du test de Buishand sur les modules annuels**

Test de Buishand							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Résultat	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON

### **III-8-1-4-5-Statistique bayésienne**

Pour la procédure de Lee Heghinian, nous donne l'année la plus probable qu'il ait rupture, mais il n'ya forcément rupture. Donc on ne peut pas confirmer directement l'existence d'une rupture avec ce test. Ce dernier semble rejeter l'hypothèse nulle pour toutes les stations et indique comme période de rupture les années de 1967 (Bafing Makana et Bakel), 1971 (Gourbassi, Kayes et Oualia), 1969 pour Dakka Saidou et 1991 pour Manantali. Les résultats de ce test sont regroupés dans le **tableau III-13** et sont constitués de probabilité a posteriori de l'année de rupture suivie de celle-ci. Il reste maintenant à confirmer la présence de rupture en analysant les autres tests.

**Tableau III-14: résultats du test de Lee et Heghinian**

Test de Lee et Heghinian							
Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Probabilité	0.484	0.2734	0.3272	0.3725	0.3879	0.3304	0.5997
Années de rupture	1967	1967	1969	1971	1971	1991	1971

### **III-8-1-4-6-Synthèse des tests d'homogénéité**

Pour faire une synthèse nous procédons, nous avons rassemblé dans le même **tableau III-15** les résultats obtenus pour l'ensemble des tests d'homogénéité et nous procédons comme suit :

- nous avons **Oui** synonyme d'acceptation de l'hypothèse nulle si tous les tests acceptent l'hypothèse nulle, et ;
- nous avons mis **Non** synonyme de rejet de l'hypothèse nulle si au moins un de ces tests rejette l'hypothèse nulle.
- et nous mettons ? si nous ne pouvons pas affirmer l'existence d'une rupture, comme le cas de la méthode bayésienne.

Il ressort de cette synthèse (**tableau III-15**) que les résultats des tests d'homogénéité sont concordants en rejetant l'hypothèse nulle d'une série homogène pour toutes les stations sauf la station de Manantali. Pour celle-ci, l'acceptation de l'hypothèse nulle par les autres tests est rejetée par la procédure de segmentation d'Hubert. Ce qui revient définitivement à rejeter l'hypothèse pour l'ensemble séries des modules annuels des différentes stations retenues à savoir Bafing Makana ; Bakel ; Dakka Saïdou ; Gourbassi ; Kayes ; Manantali et Oualia.

**Tableau III-15: Synthèse des tests d'homogénéité : Hypothèse nulle H0 : « absence de rupture »**

Station	Bafing Makana	Bakel	Dakka Saidou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Test de Pettitt							
Résultat	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON
Test de Buishand							
Résultat	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON
Procédure de Lee Heghinian							
Résultats	?	?	?	?	?	?	?
Ellipse de Bois							
Résultat	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON
Procédure de segmentation des séries de P. Hubert							
Résultats	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON
conclusion	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON

### III-8-1-5-Conclusion

L'analyse de l'évolution des séries annuelles de modules, puis des séries annuelles des valeurs centrées et réduites des modules a mis en évidence deux tendances : une tendance à la hausse (1961 à 1982 ou 85) et une tendance à la baisse (1983 ou 86 à 2006). Les indices pluviométriques de plus indiquent trois périodes : excédentaire (1961- vers 1970), déficitaire (1970- vers 2000) et excédentaire ou stationnaire (2000-2006). L'analyse des autocorrélogrammes ne permet d'accepter l'hypothèse nulle de série aléatoire au niveau de signification  $\alpha=0.05$  que pour la station de Manantali. Les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 sont généralement élevés, ce qui permet de rejeter l'hypothèse nulle de série aléatoire au niveau de signification  $\alpha=0.05$ , pour l'ensemble des séries sauf pour celle de Manantali. Ces résultats sont contradictoires quelque part à ceux du test sur les rangs de Kendall, ce qui a permis au final de rejeter l'hypothèse nulle d'une série aléatoire pour toutes les séries sans exception.

Les tests d'homogénéité s'accordent sur l'existence d'une rupture pour toutes les séries des stations retenues à l'exception de celle de Manantali. Pour ce dernier, la procédure de segmentation rejette l'hypothèse nulle « série homogène » alors que tous les autres tests l'acceptent. La procédure de segmentation montre que cette rupture se fait dans le sens de la diminution des écoulements pour toutes les séries des stations utilisées, à l'exception de la station de Manantali pour laquelle cette rupture se fait dans le sens d'une augmentation. Ces tests en plus divergent sur l'année de rupture, qui varie entre 1967 et 1991 selon les séries utilisées. Une analyse sur les débits moyens mensuels peut être réalisée à la lumière des constats faits lors de l'analyse des modules annuels.

### III-8-2-Débits moyens mensuels

#### III-8-2-1-L'évolution interannuelle des débits moyens mensuels

Pour chacune des stations, parmi les sept à savoir Bafing Makana, Bakel, Dakka Saidou, Gourbassi, Kayes, Manantali et Oualia, l'étude que nous avons menée dans un premier temps sur l'évolution entre 1961 et 2006 des séries de débits mensuels à base d'observation simple des valeurs et des courbes tracées, nous a permis de voir comment varient les débits d'une année à l'autre. Mais il en résulte que cette variation n'est pas uniforme pour la majorité des séries de débits des stations. Comme nous l'avons constaté avec les modules annuels, sur la

période d'observation allant de 1961 à 2006 pour toutes les stations exceptée Manantali, les courbes de **la figure III-10** mettent en évidence généralement deux tendances parfois différentes de celles constatées lors de l'analyse des modules. Parmi ces tendances on peut citer : une tendance à la baisse suivie d'une tendance à la hausse ; une tendance à la baisse suivie d'une stationnaire ; d'une stationnaire suivie d'une hausse mais aussi on assiste parfois d'une unique tendance stationnaire.

Pour le premier cas c'est-à-dire cas de la tendance à la hausse suivie de celle à la baisse on le note pour la station de Bafing Makana aux séries de Janvier, de Février, de Mars, de Juillet d'Août et de Septembre. A Bakel, on le note pour les séries de Février, de Mars, de Juin et de Juillet. Quant à la station de Dakka Saïdou, ces deux tendances sont notées en Janvier, Février, Mars, Mai, Juillet Août, Septembre Octobre et Novembre. A Gourbassi elles ne sont notées nulle part. A Kayes elles sont notées en janvier, février, en Juin et ne juillet. Oualia nous ne les notons nulles part. A Manantali on le note à la série d'Octobre malgré sa taille.

Pour le deuxième cas (tendance à la baisse suivie d'une tendance stationnaire), on le note en Avril, Mai, Juin, Octobre et Novembre à Bafing Makana. A Bakel ; il est rencontré en Août, Septembre, Octobre et novembre. A Dakka Saïdou ce cas se retrouve aux séries d'Avril, Juin et Décembre. A Gourbassi, il est noté pour la majorité des séries. Il s'agit des séries de Janvier, Avril, Juin, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre et Décembre. Cela explique d'ailleurs le même comportement noté au niveau de ses modules. Pour la station de Kayes nous le notons aux séries d'Août, Septembre, Octobre, Novembre et décembre. Quant à Oualia, ce cas se retrouve en Janvier, Février, mars, Juillet, Août, Septembre, Octobre, novembre et Décembre.

Le troisième cas (tendance stationnaire suivie de celle à la hausse) n'est pas noté à Bafing Makana, Dakka Saïdou, Gourbassi et Oualia. Tandis qu'à Bakel on le note à la série d'Avril et Mai; à Kayes c'est en Mars, Avril et Mai ; et Manantali il est mentionné en Avril.

Enfin le quatrième cas (unique tendance stationnaire) est noté en Décembre pour Bafing Makana ; pour Bakel, il se note en Décembre et Janvier ; à Gourbassi il est noté en Février, Mars et Mai ; et à Oualia il se retrouve en Mai et Juin, pour Manantali on le rencontre en Mai, Juin, Septembre et Novembre. Ce cas n'est pas noté pour Dakka Saïdou et Kayes.

Quand à la station de Manantali, un autre cas, ou trois tendances sont notées : une tendance à la hausse suivie d'une tendance à la baisse suivie d'une nouvelle tendance à la hausse, est signalé en Janvier, Février, Mars, Juillet et Août (voir annexe).

Cette analyse reste à être confirmée par celle des débits mensuels centrés et réduits.

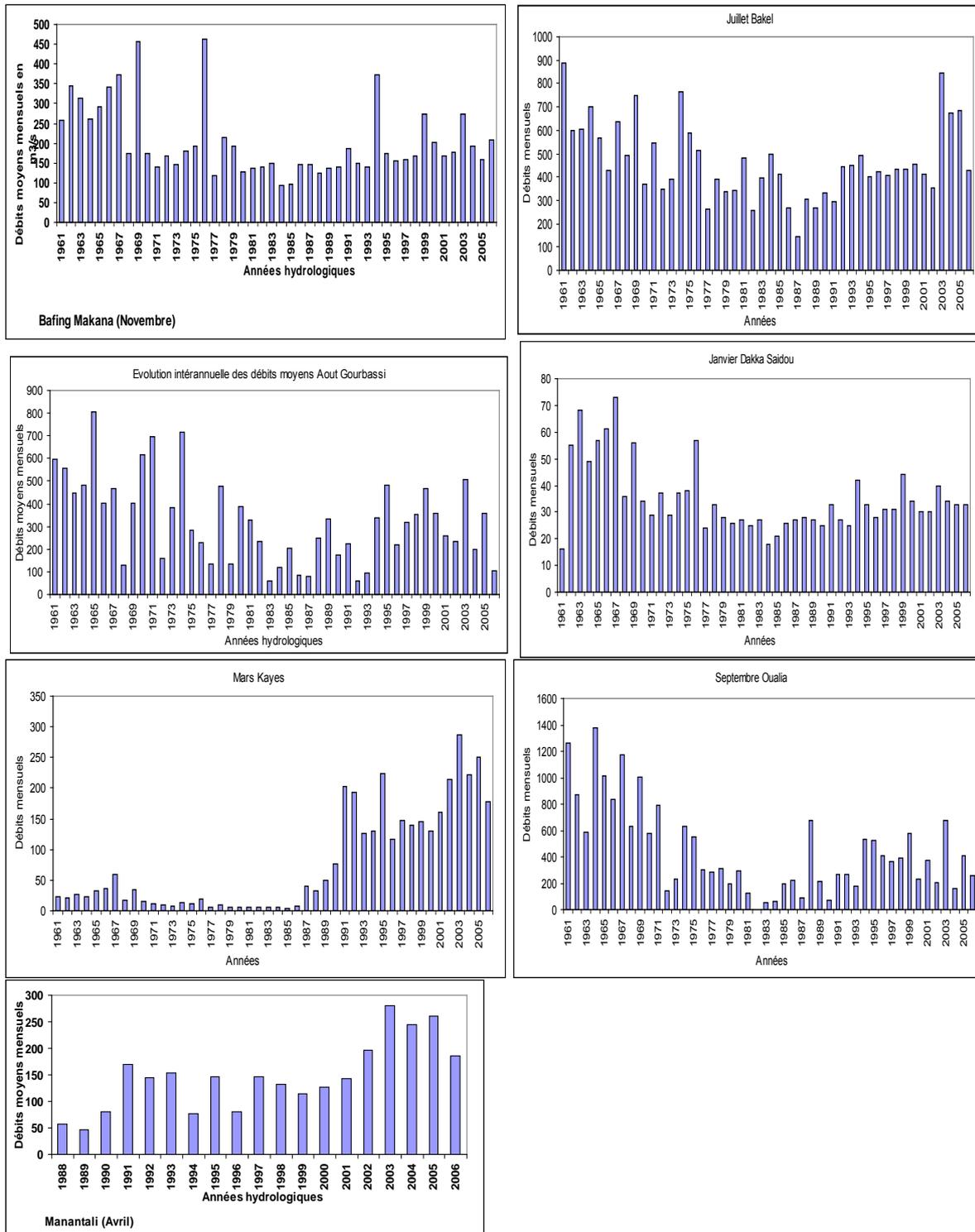


Figure III-10: Evolution interannuelles des débits moyens mensuels

### **III-8-2-2-L'évolution temporelle débits moyens mensuels centrés et réduits**

Les conclusions de l'évolution temporelle des séries des débits moyens mensuels et des modules sont confirmées par l'analyse de l'évolution temporelle des indices pluviométriques. Le tracé de la moyenne mobile au pas de quatre (4), fait ressortir les différentes tendances différentes constatées plus haut lors de l'analyse de l'évolution interannuelle des débits moyens mensuels. Par ailleurs l'analyse des variables centrées réduites pour toutes les stations indique pour le cas d'une tendance à la baisse suivie d'une stationnaire que cette dernière croit jusqu'à un certain temps avant de stationner. Cette stationnarité s'explique par la fluctuation autour de la moyenne mobile autour de l'axe de rotation. Dès fois la stationnarité est notée quand la moyenne mobile semble parallèle à l'axe des abscisses. L'unique tendance stationnaire notée pour certaines séries de stations traduit la fluctuation de la moyenne mobile autour de l'axe des abscisses au pas de temps très court. Les tendances constatées des séries à Manantali ne sont pas nettement visibles et peuvent parfois assimilées à des fluctuations autour de l'axe des abscisses. L'évolution interannuelle des débits moyens mensuels centrés et réduits nous a permis de distinguer les années sèches et humides. Une années est qualifiée d'humide si la valeur centrée réduite du débits est positive et elle est sèche si celle-ci est négative. Il en résulte de l'analyse de La **figure III-11** que vers les années 1970 qu'on note une sécheresse abondante.

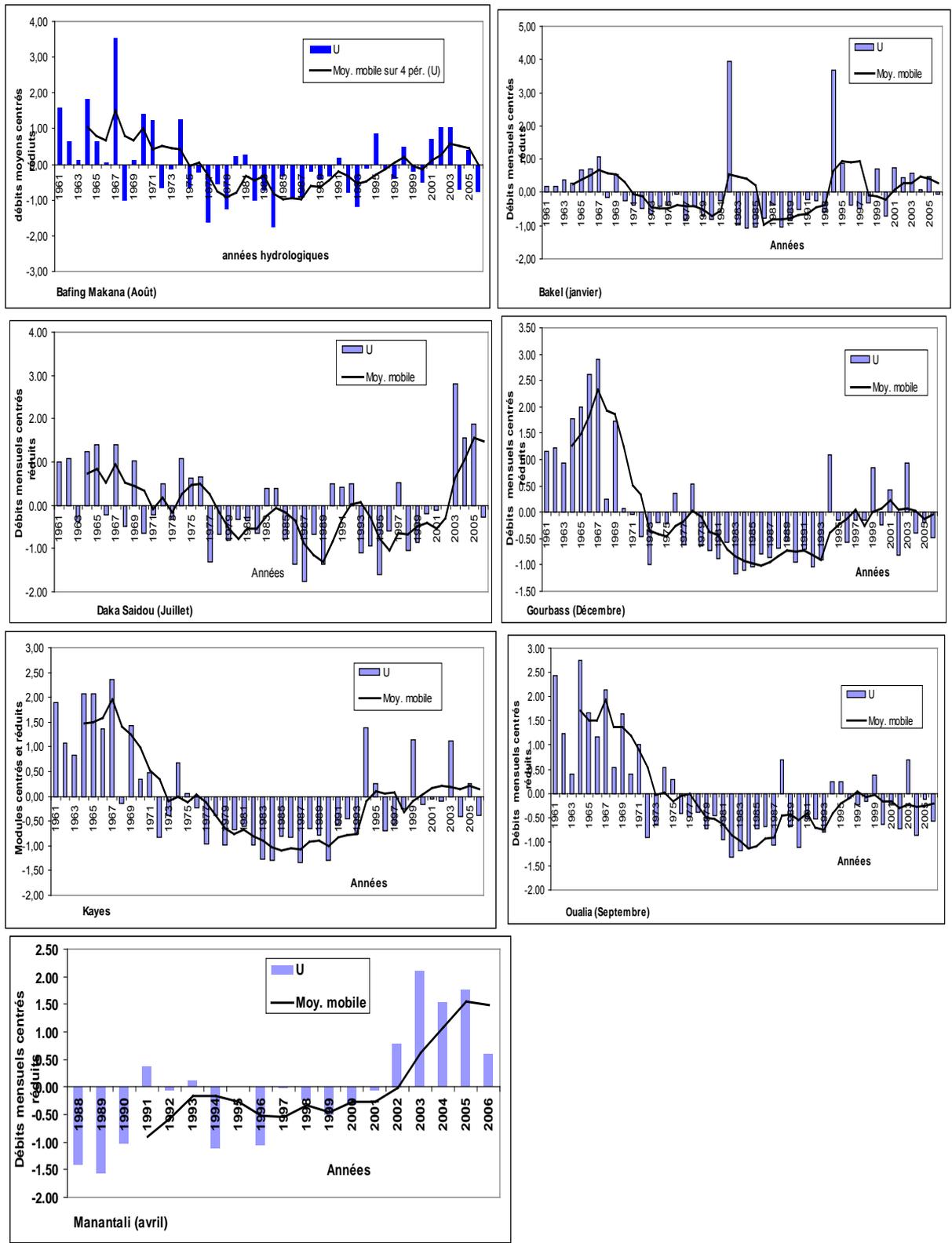


Figure III-11: Evolution interannuelle des valeurs centrées et réduites débits moyens mensuels

### III-8-2-3-Tests d'indépendance

#### *III-8-2-3-1-Autocorrélogramme*

Les corrélogrammes ont été représentés sur l'ensemble des stations retenues. L'analyse montre qu'un nombre relativement important de points sort des limites de l'intervalle de confiance au niveau de signification  $\alpha=0.05$  pour la totalité des séries de débits mensuels pour la station de Bafing Makana et celle de Gourbassi par contre pour les autres stations, en dehors de Manantali, on trouve quelques rares séries dont tous les points sont tous inclus dans les limites de l'autocorrélogramme c'est-à-dire acceptant l'hypothèse nulle :

- Bakel l'hypothèse nulle « la série est aléatoire » est acceptée pour les séries du mois de Décembre et novembre,
- Dakka Saïdou ce sont les séries du mois d'Août et de Novembre,
- Kayes, les séries aléatoires sont de Novembre et Décembre et,
- Oualia ce sont les séries de Mai et Juin.

L'hypothèse n'est acceptée sans aucune ambiguïté pour la majorité des séries que pour la station de Manantali. Il s'agit des séries de Janvier, Juin, Août, Octobre, Novembre et Décembre. **La figure III-12** constitue exemple pour les stations de Bafing Makana, Bakel, Dakka Saïdou, Gourbassi, Kayes, Oualia et Manantali pour certains mois.

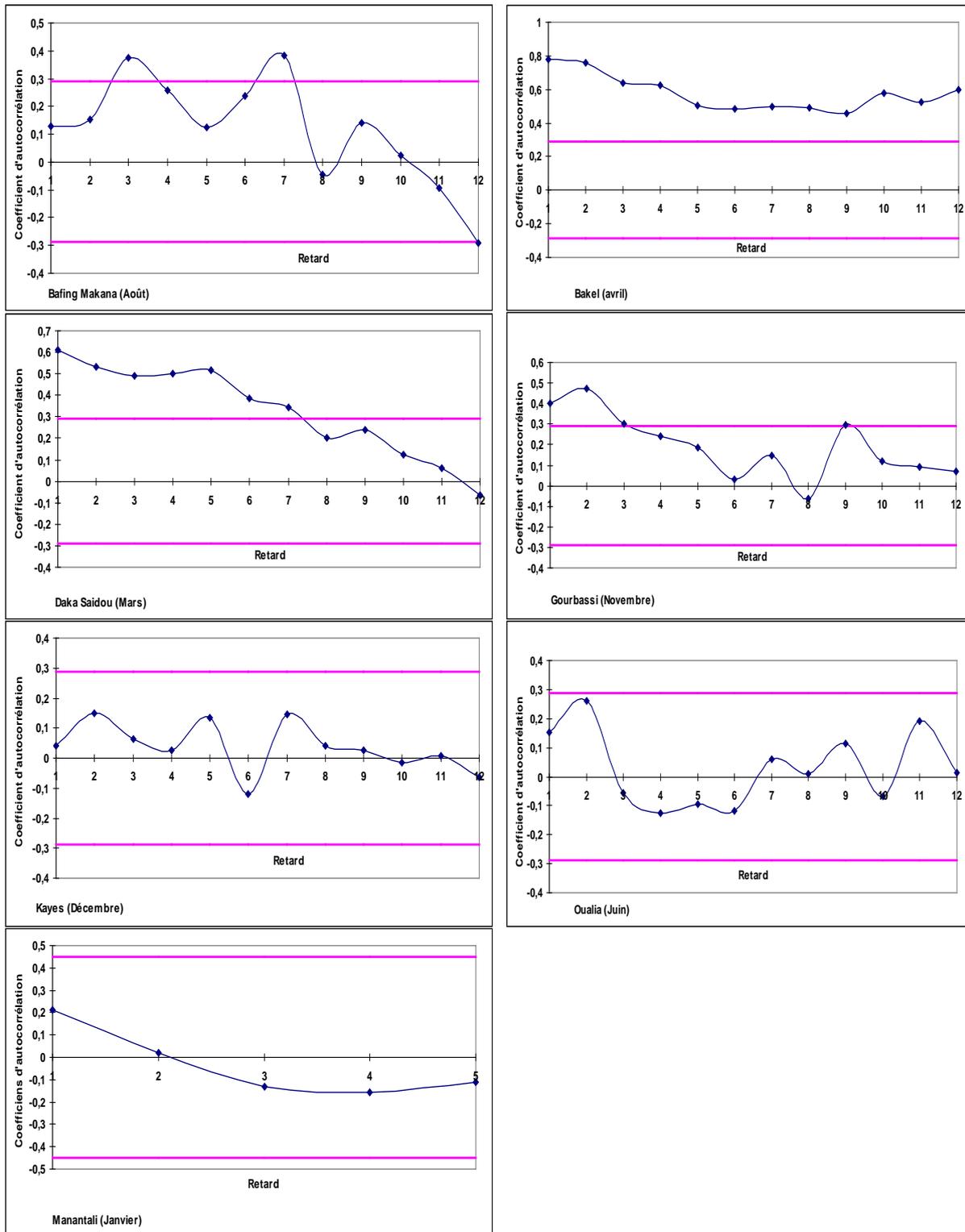


Figure III-12: Autocorrélogrammes des séries de débits mensuels des stations

### III-8-2-3-2-les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1

Par ailleurs comme nous venons de le voir pour les séries de modules, les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 sont généralement élevés pour la majorité des séries de débits mensuels, sauf pour la station de Manantali, (dont la série est la plus courte) ce qui permet de rejeter l'hypothèse nulle  $H_0$  d'une série aléatoire, et met en évidence une persistance de type

markovienne. Ceci est manifeste quand on examine la courbe de l'évolution des séries temporelles : les tendances se maintiennent sur quelques années avant de s'inverser.

**Tableau III-16: Coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des stations d'étude.**

Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
$\pm r_{0,025}$	$\pm 0,29$											
Bafing Makana												
$r_1$	0,25	0,22	0,25	0,13	0,43	0,44	0,22	0,07	0,41	0,49	0,54	0,50
Résultat	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Bakel												
$r_1$	0,88	0,65	0,41	0,32	0,49	0,51	0,13	-0,06	0,11	0,68	0,74	0,78
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Dakka Saidou												
$r_1$	0,292	0,09	0,36	-0,13	0,49	0,36	0,18	0,53	0,49	0,60	0,61	0,42
Résultats	Non	Oui	Non	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non
Gourbassi												
$r_1$	0,38	0,15	0,27	0,31	0,44	0,46	0,40	0,62	0,59	0,52	0,54	0,34
Résultats	Non	Oui	Oui	Non								
Kayes												
$r_1$	0,93	0,78	0,38	0,48	0,58	0,53	0,15	0,04	0,42	0,85	0,89	0,90
Résultats	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Oualia												
$r_1$	-0,01	0,15	0,17	0,32	0,57	0,60	0,60	0,77	0,71	0,65	0,59	0,35
Résultats	Oui	Oui	Oui	Non								
Manantali												
$\pm r_{0,025}$	$\pm 0,45$											
$r_1$	0,70	0,40	0,52	0,26	0,22	-0,30	-0,17	-0,13	0,21	0,50	0,49	0,68
Résultats	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non

Les résultats du test sur le rang de Kendall sont diverses car pour toutes les stations sans exception nous avons au moins une acceptation de l'hypothèse nulle au seuil de confiance 95%. Le **tableau III-19** illustre bien les cas de rejet (**non**) et d'acceptation (**oui**) de l'hypothèse nulle pour toutes les stations.

**Tableau III-17: Résultats du test de Kendall au seuil de confiance 95%**

Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
$\pm U_{0,025}$	$\pm 1,96$											
<b>Bafing Makana</b>												
U	-1,62	-2,49	-1,54	-1,11	-1,87	-1,45	-1,01	-1,83	-1,75	-1,37	-1,11	-0,92
Con	Oui	Non	Oui									
<b>Bakel</b>												
U	4,16	3,32	-1,39	-3,66	-2,85	-3,74	-2,15	-1,90	-0,31	2,07	3,40	3,70
Con	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
<b>Dakka Saïdou</b>												
U	-2,15	-2,62	-1,26	-0,54	-1,64	-1,24	-0,71	-1,94	-1,09	-1,62	-1,52	-2,02
Con	Non	Non	Oui	Non	Non							
<b>Gourbassi</b>												
U	6,90	-1,96	-1,52	-2,34	-2,47	-1,68	-1,68	-2,17	-1,35	-0,54	1,11	6,15
Con	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non
<b>Kendall Kayes</b>												
U	5,60	3,85	-1,47	-4,21	-3,36	-4,12	-1,39	-0,82	1,41	3,21	3,87	4,80
Con	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
<b>Oualia</b>												
U	5,79	-1,32	-2,49	-2,07	-2,91	-2,41	-2,59	-2,59	-1,34	-0,14	1,85	6,16
Con	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non
<b>Manantali</b>												
U	2,97	3,46	2,76	1,16	-0,95	-0,25	1,99	2,62	2,62	3,11	2,27	2,83
Con	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non

### **III-8-2-3-4-Synthèse des tests d'indépendance**

Pour conclure de manière définitive l'indépendance des séries de débits mensuels, nous allons essayer de comparer les résultats de l'autocorrélogramme à ceux des autocorrélogrammes d'ordre 1 et ceux du test de Kendall. Pour cela nous regroupons dans un même tableau les résultats des trois tests, et si au moins un des résultats donne comme conclusion **Non**, alors l'hypothèse nulle est rejetée par contre si tous les trois tests donnent comme conclusions **Oui**, alors l'hypothèse nulle est acceptée cette fois-ci.

Cette synthèse nous a permis de voir que pour chacune des stations la majeure partie des séries ne sont pas aléatoires. On note quelques rares séries aléatoires :

à Bafing Makana ce sont celles des mois de Mai, Juillet, Août, Novembre et Décembre ;

à Bakel les séries aléatoires sont des mois Décembre et Janvier ;

à Dakka Saïdou les séries aléatoires sont celles de Août et Novembre ;

à Gourbassi sont celles de Juin et Juillet qui sont aléatoires ;

les séries aléatoires à Kayes sont celles de Novembre et Décembre ;

à Manantali ce sont celles des mois d'Août, Septembre, Octobre et Janvier ;

et à Oualia seule la série de Juin enregistre des débits aléatoires.  
Voir tableau III-20.

**Tableau III-18: Synthèse des tests d'indépendance**

Bafing Makana												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
Autoco1	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Kendall	Oui	Non	Oui									
Résultat	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non

a)

Bakel												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	?	?	?	?	?	?	Oui	Oui	?	?	?	?
Autoco1	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
Résultat	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non						

b)

Daka Saidou												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	?	?	?	Oui	?	?	Oui	?	?	?	?	?
Autoco1	Non	Oui	Non	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Oui	Non	Non							
Résultat	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non

c)

Gourbassi												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
Autoco1	Non	Oui	Oui	Non								
Kendall	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Non
Résultat	Non	Oui	Oui	Non								

d)

Kayes												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	?	?	?	?	?	?	Oui	Oui	?	?	?	?
Autoco1	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non

e)

Manantali												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	?	Oui	?	Oui	?	Oui	Oui	Oui	Oui	?	?	?
Autoco1	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Kendall	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui	Non	Non	Non

f)

Oualia												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Autoco	Oui	Oui	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
Autocol	Oui	Oui	Oui	Non								
Kendall	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Non
Résultat	Non	Oui	Non									

g)

### III-8-2-4-Tests d'homogénéité

#### III-8-2-4-1-Test U de Buishand

L'analyse avec le test de Buishand indique que seules les stations de Bafing Makana et de Gourbassi enregistrent des séries non homogènes sans exception pour toutes leurs séries. Par contre pour les autres stations le **tableau III-21** du test de Buishand montrent quelques rares séries de débits sans rupture. Il s'agit de la station Bakel où seule la série de débits du mois de Janvier enregistre une homogénéité au seuil de confiance 95%, Daka Saidou ce sont les séries de Juillet et d'Août qui sont homogènes, quant à Kayes, le test U de Buishand montre une homogénéité que sur la série de débits enregistrés au mois de Décembre, concernant Manantali, le test U de Buishand au seuil de confiance 95% montre que presque la moitié de l'ensemble des séries de débits mensuels ont une tendance homogène et à Oualia presque la totalité des séries enregistrées au cours des mois sont hétérogènes sauf les séries des mois de Mai et Juin. Dans le **tableau III-21**, où les résultats sont donnés par **Oui** si l'hypothèse nulle est acceptée et **Non** si elle est rejetée, illustre les résultats du test U de Buishand.

**Tableau III-19: Synthèse des résultats du test de Buishand**

Résultats du test de Buishand													
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	
Bafing Makana													
Résultats	Non												
Bakel													
Résultats	Non	Oui	Non	Non	Non								
Daka Saïdou													
Résultats	Non	Non	Oui	Oui	Non								
Gourbassi													
Résultats	Non												
Kayes													
Résultats	Non	Oui	Non	Non	Non	Non							
Oualia													
Résultats	Oui	Oui	Non										
Manantali													
Résultats	Non	Non	Non	Oui	Non	Non	Non						

#### ***III-8-2-4-2-Ellipse de contrôle de Bois***

En analysant les ellipses de Bois sur l'ensemble des séries de débits mensuels, on constate au niveau de signification retenu qu'en aucun cas, on a une ellipse qui englobe totalement le nuage de points, sauf dans une moindre mesure pour la station de Manantali, pour laquelle un nombre relativement faible de séries ont des points qui sortent de l'ellipse. L'hypothèse nulle est donc rejetée pour toutes les stations, à l'exception de celle de Manantali où l'hypothèse nulle est acceptée sans ambiguïté pour les séries d'Août, d'Octobre et de Novembre. Par contre en examinant les points, on constate qu'aux environs de 1993 commence une période stationnaire à légèrement déficitaire une proximité de l'axe horizontal, que l'on déjà rencontré avec l'évolution des indices pluviométriques. La figure III-13 illustre quelques résultats : Bafing Makana, Bakel, Dakka Saïdou, Gourbassi, Kayes, Oualia et Manantali.

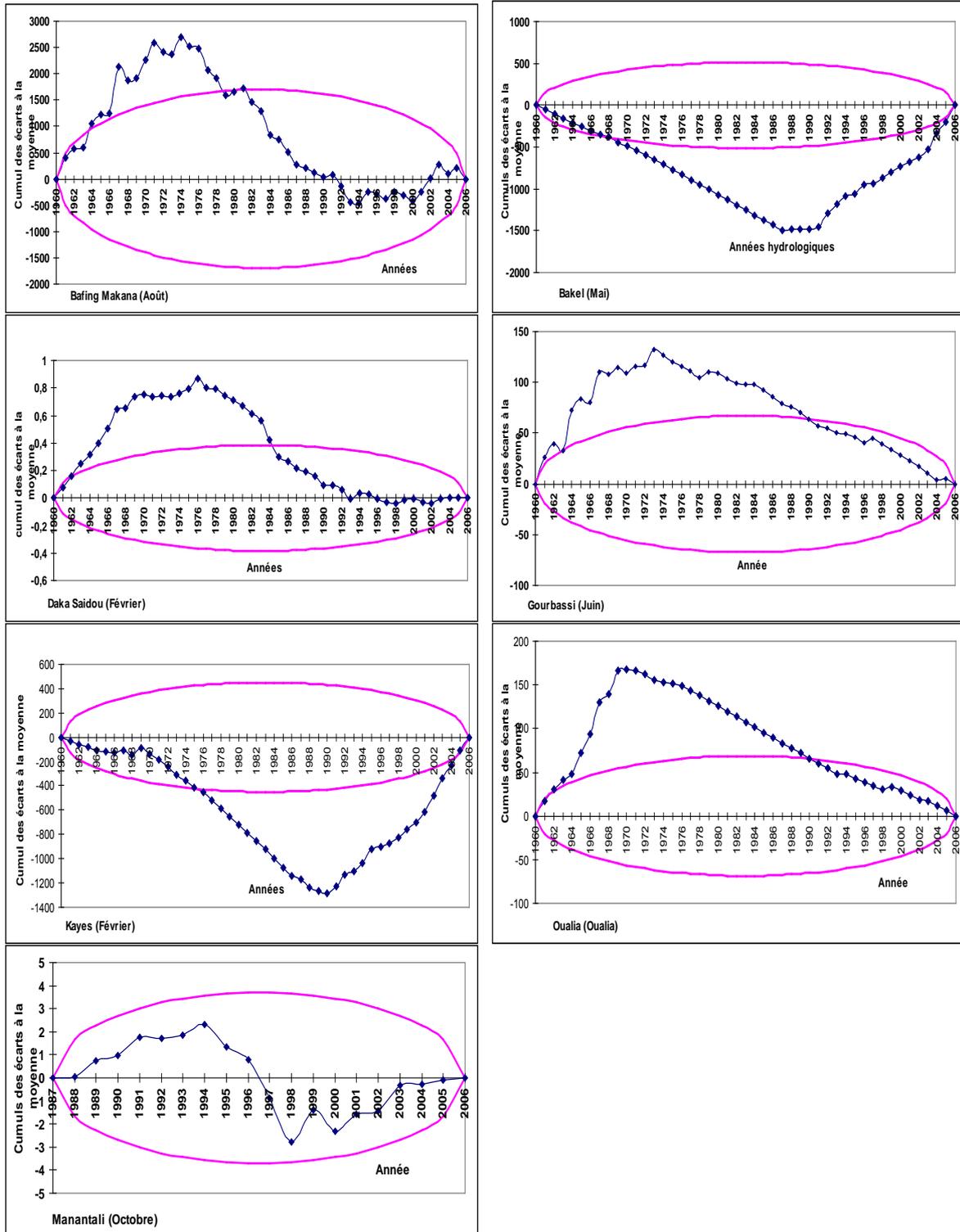


Figure III-13: Ellipse de contrôle des débits moyens mensuels

### ***III-8-2-4-3-Procédure de segmentation de Hubert***

L'hypothèse nulle est acceptée si la procédure ne produit pas de segmentation acceptable d'ordre supérieur ou égal à 2 sans aucun niveau de signification est attribué. Compte tenu de ceci l'analyse faite avec la segmentation de Hubert a rejeté l'hypothèse nulle pour toute les séries enregistrée dans la station de Bafing Makana comme celles de Gourbassi et Kayes sans exception et par contre dans la station de Bakel seule les série du mois de Décembre et de Janvier présentent une homogénéité. Ces deux séries ont montrées comme stationnaires lors de l'analyse de l'évolution interannuelle des débits et des centrés réduits. A Dakka Saïdou on note la série du mois d'Août comme acceptant l'hypothèse nulle et celle du mois de Mai pour la station de Oualia et pour la station de Manantali le nombre de séries acceptant l'hypothèse nulle est presque égale à la moitié du nombre total de séries, il s'agit des séries des mois d'août, de Décembre, de novembre et d'Octobre. La figure III-14 indique les résultats de la procédure de segmentation de Hubert : Bafing Makana, Bakel, Dakka Saïdou, Gourbassi, Kayes, Oualia et Manantali.

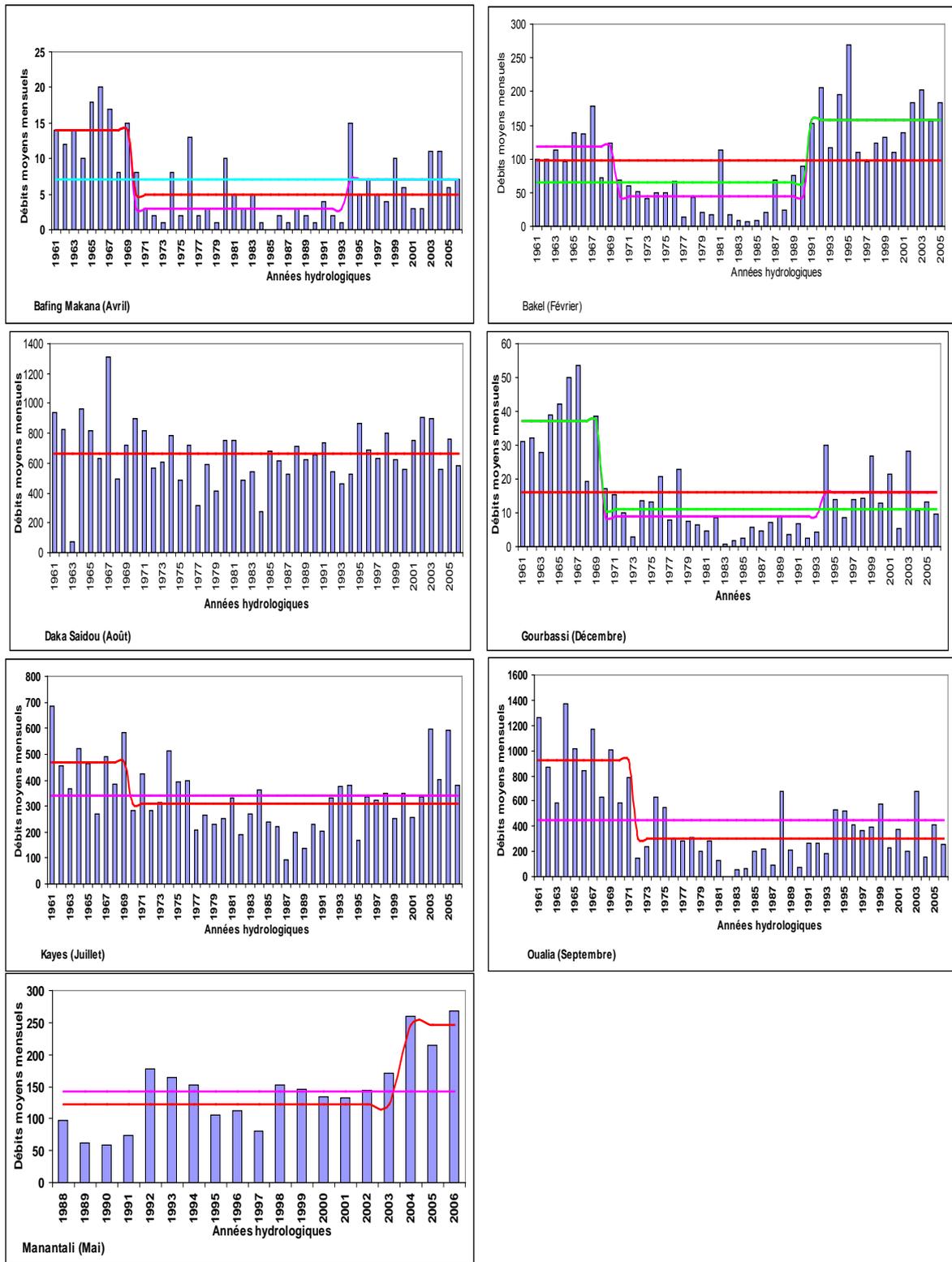


Figure III-14: Segmentation des débits moyens mensuels

### III-8-2-4-4-Procédure de Lee et Heghinian

La procédure de segmentation de Lee et Heghinian permet de calculer la probabilité que la série présente une rupture et donner l'année de rupture. Les résultats de cette procédure sont illustrés par le **tableau III-22** ci-dessous. Ces tableaux donnent la densité de probabilité de rupture et l'année de rupture.

**Tableau III-20: Résultats de la méthode Bayésienne**

Mois		Bafing Makana	Bakel	Dakka Saïdou	Gourbassi	Kayes	Manantali	Oualia
Mai	Proba	0,52	0,49	0,18	0,83	0,89	0,59	0,08
	Année	1968	1990	1973	1968	1991	2003	
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui
Juin	Proba	0,18	0,83	0,16	0,65	0,95	0,57	0,55
	Année	1984	1991	1984	1967	1991	1991	1964
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Juillet	Proba	0,12	0,19	0,46	0,24	0,17	0,82	0,20
	Année	1967	1969	2002	1964	1969	1991	1962
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Août	Proba	0,27	0,32	0,08	0,44	0,29	0,18	0,23
	Année	1971	1974		1974	1974	1989	1974
	Con	Non	Non	Oui	Non	Non	Non	Non
Septembre	Proba	0,61	0,31	0,36	0,95	0,51	0,45	0,77
	Année	1970	1967	1970	1967	1971	2003	1971
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Octobre	Proba	0,81	59	0,74	0,64	0,54	0,09	0,82
	Année	1969	1969	1969	1969	1969		1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Non
Novembre	Proba	0,56	0,33	0,61	0,79	0,28	0,20	0,89
	Année	1969	1969	1969	1969	1969	1988	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Décembre	Proba	0,51	0,14	0,47	0,30	0,33	0,32	0,95
	Année	1969	1969	1969	1969	1993	1993	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Janvier	Proba	0,32	0,09	0,22	0,86	0,29	0,19	0,98
	Année	1972		1976	1969	1993	1991	1969
	Con	Non	Oui	Non	Non	Non	Non	Non
Février	Proba	0,607	0,57	0,40	0,66	0,93	0,39	0,98
	Année	1969	1990	1969	1969	1990	1990	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Mars	Proba	0,65	0,47	0,29	0,40	0,95	0,31	0,94
	Année	1969	1989	1970	1967	1990	1990	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non
Avril	Proba	0,45	0,48	0,54	0,77	0,86	0,31	0,75
	Année	1970	1990	1970	1969	1990	1990	1969
	Con	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Non

### III-8-2-4-5-Test de Pettitt

Ce test nous donne la valeur maximale en valeur absolue de la variable U, le rang de cette variable et le résultat d'acceptation ou non, Le **tableau III-23** illustre les résultats de ce test pour chaque station.

**Tableau III-21: Résultats du test de Pettitt**

Bafing Makana												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
U	3E-3	9E-3	5E-2	3E-2	7E-4	1E-2	1E-2	4E-4	5E-4	5E-4	5E-3	5E-3
Année	1973	1984	1976	1974	1975	1976	1976	1976	1976	1976	1970	1970
Con	Non											
Bakel												
U	3E-7	1E-5	1E-2	3E-4	2E-3	7E-4	2E-2	3E-2	1E-1	1E-4	8E-7	5E-7
Année	1987	1987	1976	1981	1975	1978	1976	1970	-	1990	1988	1987
Con	Non	Oui	Non	Non	Non							
Dakka Saïdou												
U	2E-3	4E-3	5E-2	3E-1	2E-3	2E-2	2E-3	2E-4	3E-3	1E-4	3E-4	2E-3
Année	1981	1984	1976	-	1975	1976	1969	1976	1976	1976	1976	1976
Con	Non	Non	Non	Oui	Non							
Gourbassi												
U	5E-1	7E-3	2E-2	7E-3	4E-3	2E-2	6E-3	2E-3	2E-3	2E-3	3E-3	3E-1
Année		1973	1976	1974	1971	1978	1978	1971	1971	1971	1978	
Con	Oui	Non	Oui									
Kayes												
U	3E-7	5E-6	7E-3	1E-4	3E-4	1E-4	2E-2	1E-1	5E-4	3E-6	3E-7	3E-7
Année	1987	1991	1976	1981	1975	1978	1976		1990	1989	1986	1987
Con	Non	Oui	Non	Non	Non	Non						
Manantali												
U	1E-1	3E-2	1E-1	4E-1	3E-1	9E-1	5E-2	5E-2	8E-2	1E-1	1E-1	3E-1
Année		1996						1993				
Con	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui
Oualia												
U	4E-1	2E-1	1E-2	4E-3	5E-4	2E-3	2E-4	2E-4	2E-4	4E-4	5E-4	3E-1
Année			1978	1974	1971	1971	1978	1976	1976	1971	1971	
Con	Oui	Oui	Non	Oui								

### III-8-2-4-6-Synthèses des résultats les tests de détection de rupture

Les tests de détection de rupture effectués pour toutes les stations ont donné des résultats qui sont dès fois contradictoires, Pour tirer une conclusion générale nous regroupons les résultats dans même tableau et si au moins un seul test rejette l'hypothèse, on rejette de manière définitive l'hypothèse nulle, Cette méthode nous a permis de voir que toutes les séries de débits et de modules enregistrés dans les toutes les stations à l'exception de Manantali, sont en totalité hétérogène c'est-à-dire présentent toujours une rupture,

Concernant la station de Manantali même si la majorité des mois de la station est hétérogène mais on voit néanmoins une homogénéité des séries des mois d'Août, d'Octobre, et de Novembre, Le **tableau III-24** représente les résultats des tests.

**Tableau III-22: résultats des tests de rupture**

Bafing Makana												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non											
Buishand	Non											
Bayésienne	Non											
Hubert	Non											
Ellipse	Non											
Résultat	Non											

a)

Bakel												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Oui	Non	Non	Non							
Buishand	Non	Oui	Non	Non	Non							
Bayésienne	Non	Non	1	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non
Hubert	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non						
Ellipse	Non											
Résultat	Non											

b)

Daka Saidou												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Non	Non	Oui	Non							
Buishand	Non	Non	Oui	Oui	Non							
Bayésienne	Non	Non	Non	Oui	Non							
Hubert	Non	Non	Non	Oui	Non							
Ellipse	Non											
Résultat	Non											

c)

Gourbassi												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Oui	Non	Oui									
Buishand	Non											
Bayésienne	Non											
Hubert	Non											
Ellipse	Non											
Résultat	Non											

d)

Kayes												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Non	Oui	Non	Non	Non	Non						
Buishand	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Oui	Non								
Hubert	Non											
Ellipse	Non											
Résultat	Non											

e)

Manantali												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Oui	Non	Oui	Non								
Buishand	Non	Non	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Bayésienne	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Hubert	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non
Ellipse	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non
Résultat	Non	Non	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non	Non

f)

Oualia												
Mois	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
Petit	Oui	Oui	Non	Oui								
Buishand	Oui	Oui	Non									
Bayésienne	Oui	Non										
Hubert	Oui	Non										
Ellipse	Non											
Résultat	Non											

g)

### III-8-3-Ajustement et tests d'ajustement sur les modules des stations

#### III-8-3-1-Ajustement de modules : utilisation de Hydraccess.

Le logiciel **hydraccess** a été utilisé pour faire notre ajustement. Ce logiciel comprend 10 loi : la loi normale, la loi de Gauss, la loi de Gumbul, la loi da Galton, la loi de Pearson3, la loi de Pearson 5, la loi de Frechet, la loi de Polya, la loi de WRS-USA et la loi de Goodrich. Si un échantillon ne peut pas être ajusté par une loi alors, le résultat du test étant élevé, la probabilité est nulle ce qui permet de rejeter l'hypothèse d'ajustement par cette loi. En se basant sur ces conditions on a ajusté les modules à partir de certaines lois dont ils sont ajustables.

Les résultats obtenus (figure III-15) montrent que seuls les modules de la station de Manantali suivent une loi normale. Tous les autres modules d'autres stations excepté ceux de Manantali ne peuvent pas être représentés par la loi normale. Et pour plus de preuves nous utilisons le test d'adéquation pour vérifier.

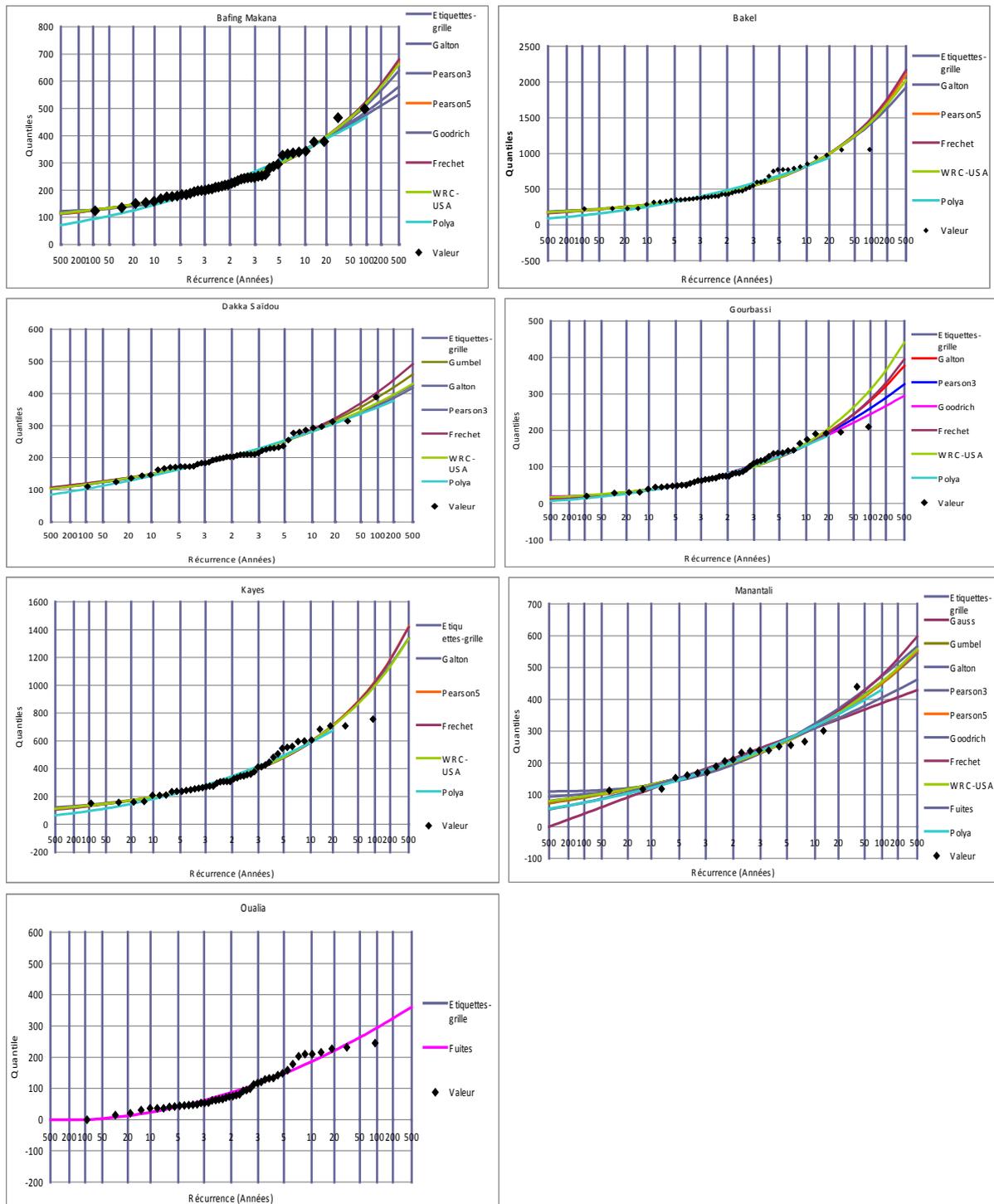


Figure III-15: Ajustement à la loi normale des modules annuels de stations

### III-8-3-2-Principe du test d'ajustement à la loi normale sur modules de Oualia.

Ici nous testerons simplement l'hypothèse nulle à savoir la loi normale représente l'échantillon et pour cela nous utiliserons que le test de  $\chi^2$  pour faire ce test sur toutes les séries des stations exceptée celle de Manantali ou nous utilisons le test de Kolmorov-Smirnoff du au nombre est insuffisant de données. Nous savons d'avance que les modules de certaines stations ne sont homogènes, néanmoins nous tenterons de faire leur ajustement.

La loi normale est définie par sa fonction de répartition suivante :

$$F(Q) = \int_{-\infty}^Q \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du \quad \text{avec}$$

$$u = \frac{Q - \bar{Q}}{\sigma} \quad \text{et l'estimation des deux paramètres } \sigma^2, \bar{Q} \text{ montrent que sont}$$

respectivement variance et moyenne. Le tableau ci-dessous illustre le principe du test.

**Tableau III-23: Principe du test de Chi-deux**

Principe du test de Chi-deux (Pearson)						
F(Q)	U	Limites des classes	Q théorique	Q observé	Qth-Qob	$\chi_i^2$
0,125	-1,15034938	]-∞ 21,1]	5,75	3	2,75	1,315217391
0,25	-0,67448975	]21.1- 52.5]	5,75	11	-5,25	4,793478261
0,375	-0,31863936	]52.5-76.7]	5,75	10	-4,25	3,141304348
0,5	-1,3921E-16	]76,0-97,0]	5,75	4	1,75	0,532608696
0,625	0,31863936	]97,0-118,0]	5,75	3	2,75	1,315217391
0,75	0,67448975	]118-141,5]	5,75	4	1,75	0,532608696
0,875	1,15034938	]141,5-172,9]	5,75	3	2,75	1,315217391
1		]172,9-+∞[	5,75	8	-2,25	0,880434783
					$\sum_i^N \chi_i^2$	13,82608696
					P	0,016752703

Le **tableau III-26** donne les résultats d'ajustement avec la loi normale.

Ces résultats montrent que l'hypothèse nulle « les modules sont tirés d'une loi normale » est rejetée pour toutes les séries de station à l'exception de celle de la station de Manantali. Cela confirme d'ailleurs les résultats obtenus avec l'ajustement et montre aussi la non-homogénéité des séries de modules constatée plus haut.

**Tableau III-24: Résultats du test d'ajustement à la loi normale des modules annuels de stations par la méthode du Khi-deux**

Loi de gauss				
Test	$\chi^2$	$P(\chi^2)$	$\alpha_1; \alpha_2$	Adéquation
Modules Bafing Makana	11,73913043	0,038542521	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Bakel	11,39130435	0,044150446	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Dakka Saïdou	14,52173913	0,012613816	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Gourbassi	10,34782609	0,065958705	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Kayes	9,652173913	0,085712423	0,01 ; 0,05	rejetée
Modules Oualia	13,82608696	0,016752703	0,01 ; 0,05	rejetée

**Tableau III-25 : Principe du test de Kolmogorov-Smirnoff sur la série des données de Manantali**

i	U	F*(Qi)	F(Qi)	Dn	Dn
1	-1,31	0,09481266	0,05263158	0,04218108	0,04218108
2	-1,26	0,10388154	0,10526316	-0,00138162	0,00138162
3	-1,25	0,10624399	0,15789474	-0,05165074	0,05165074
4	-0,79	0,21411976	0,21052632	0,00359345	0,00359345
5	-0,68	0,24973476	0,26315789	-0,01342314	0,01342314
6	-0,58	0,27947037	0,31578947	-0,0363191	0,0363191
7	-0,56	0,28827145	0,36842105	-0,0801496	0,0801496
8	-0,32	0,37271341	0,42105263	-0,04833923	0,04833923
9	-0,10	0,4586259	0,47368421	-0,01505831	0,01505831
10	-0,04	0,48446073	0,52631579	-0,04185506	0,04185506
11	0,23	0,59241677	0,57894737	0,0134694	0,0134694
12	0,30	0,61741602	0,63157895	-0,01416293	0,01416293
13	0,32	0,62728659	0,68421053	-0,05692393	0,05692393
14	0,34	0,63219117	0,73684211	-0,10465094	0,10465094
15	0,49	0,68917262	0,78947368	-0,10030106	0,10030106
16	0,55	0,70727953	0,84210526	-0,13482573	<b>0,13482573</b>
17	0,69	0,75437174	0,89473684	-0,1403651	0,1403651
18	1,13	0,87073452	0,94736842	-0,0766339	0,0766339
19	2,92	0,99826148	1	-0,00173852	0,00173852

$D_{N,\alpha}=0.301$  et  $D_{N \max}=0.135$  puisque  $D_{N,\alpha} > D_{N \max}$  alors l'hypothèse nulle est acceptée c'est-à-dire que les modules peuvent suivre une loi normale.

### III-8-4-Conclusion

Les tests d'homogénéité, d'indépendance et d'adéquation ont été appliqués dans les séries pour de voir les tendances, détecter des ruptures, étudier le caractère aléatoire et ajuster les échantillons.

Les résultats de l'étude nous ont montré que les séries de la station de Bafing Makana et de Gourbassi ne sont pas aléatoires car rejettent toutes sans ambiguïté l'hypothèse nulle, par contre on rencontre des séries aléatoires pour les autres stations à l'instar Bakel (novembre, Décembre et Janvier), Dakka Saïdou (Novembre), Kayes (Novembre, Décembre), Oualia (Juin), Manantali (Août, Octobre, Janvier) mais aussi elle nous a permis de voir que toutes les séries de débits enregistrés dans les toutes les stations à l'exception de Manantali, sont en totalité hétérogène c'est-à-dire présentent toujours une rupture, par contre la station de Manantali même si la majorité des mois de la station est hétérogène mais on voit néanmoins une homogénéité des séries des mois d'Août, d'Octobre, et de Novembre. L'ajustement effectué avec le test de Chi-deux et kolmogorov-Smirnoff met en évidence les caractères des séries constatés plus haut.

Le caractère aléatoire et les ruptures détectés dans séries de débits peuvent être dus au changement climatique d'une part et d'autre part à la construction du barrage. A cet effet une étude consistant à voir l'impact du barrage sera menée dans la suite.

## **III-9 : Etude de l'impact du barrage de Manantali sur les débits mensuels**

### **III-9-1-Introduction**

Les ruptures déterminées après avoir mené une étude statistique a permis de remettre en cause deux facteurs soupçonnés d'être à l'origine de ces ruptures, Il s'agit principalement des changements climatiques et des effets du barrage construit à Manantali.

Dans cette étude, vu le rôle que doit jouer le barrage de Manantali afin d'assurer un volume de retenue capable de fournir un certain débits à Bakel pour répondre à certaines fonctions {- la mise en valeur de plusieurs milliers d'hectares de périmètre irrigués ;-rendre le fleuve navigable entre Kayes (Mali) et St-Louis (Sénégal) en vue du désenclavement de la zone, et en particulier la république du Mali qui y trouve l'ouverture sur la mer ;-produire l'énergie hydro-électrique ;-produire pendant une période transitoire une crue artificielle afin de maintenir des cultures de décrue}, nous avons jugé nécessaire d'étudier les effets du barrage de Manantali sur le régime du fleuve Sénégal.

Pour mener cette étude nous allons essayer d'utiliser une méthode que nous décrirons dans la méthodologie. Compte de la taille de sa série et même le fait que le barrage se trouve à Manantali, alors sa station n'a pas été utilisée dans la suite: le réseau de comparaison est composé des stations de Bafing Makana et Kayes se trouvant respectivement en amont en aval du barrage de Manantali La période d'étude allant de 1961 à 2007 a été retenue, Elle s'étend de part et d'autre de l'année de mise en service du barrage de Manantali, 1987, Elle est suffisamment longue pour permettre une étude statistique.

### **III-9-2-Méthodologie**

Pour mettre en évidence les modifications hydrologiques dues à la mise en place d'un barrage, trois méthodes d'approches peuvent être utilisées :

- la méthode de la station témoin qui consiste à comparer les données mesurées à la même station avant et après la construction du barrage (RICHTER et al ;1997)
- la méthode de station de contrôle fondée sur la comparaison des débits mesurés en amont et en aval du barrage (ASSAINI et al., 2002) ou sur la comparaison des débits mesurés sur une station non influencée par un barrage et en aval du barrage (BENN et ERSKINE, 1994),
- et la méthode de simulation hydrologique qui consiste à comparer les débits naturels reconstitués au moyen d'un modèle hydrologique aux débits effectivement mesurés à une station influencée par un barrage (PETERS et PROWSE, 2001).

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous limiterons à la deuxième méthode qui consiste à comparer les évolutions des débits mesurés sur la station de Bafing Makana qui se trouve en amont du barrage de Manantali et celle de la station de Kayes se trouvant en aval du barrage.

Pour cette méthode de comparaison nous utiliserons le **tests de Student** pour tester l'égalité des moyennes et celui de **Fisher** pour tester l'égalité des variances puis le test se fera **graphiquement**, à partir de l'examen de l'évolution interannuelle des variables hydrométriques à l'échelle de temps annuelle et mensuelle et enfin **par voie statistique**, en utilisant les tests statistiques d'homogénéité disponible dans le logiciel KHRONOSTAT mis au point par l'IRD, et disponible gratuitement sur le net,

Ces tests sont déjà décrits en détail dans le deuxième chapitre et leurs hypothèses expliquées, Dans ce chapitre nous limiterons seulement aux tests d'homogénéité, ce que nous permettra de comparer les années de rupture des séries de débits mensuels et de modules.

### III-9-3-Résultats

#### III-9-3-1-Résultats du test de Student et du test F

Ces tests sont faits à l'aide d'un **tableur Excel**. La procédure consiste à tester l'hypothèse nulle à savoir « l'égalité des moyennes pour chaque mois et celle des modules des deux stations » et « l'égalité des variances pour chaque mois et celle des modules des deux stations ». Ces tests ont été faits à l'aide du **tableau III-28** qui donne les résultats sous forme de probabilités associées à chaque test.

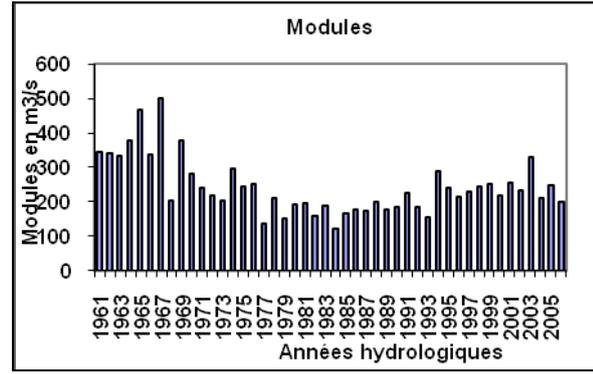
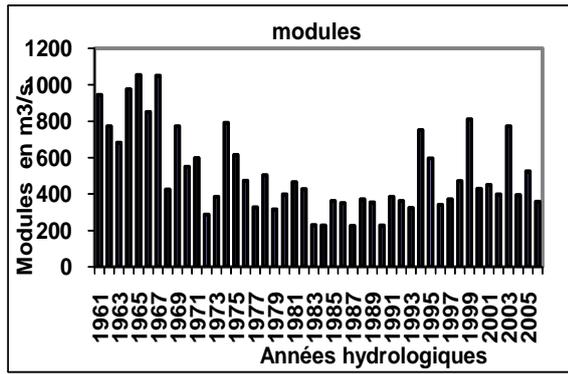
L'analyse des résultats montre que pour chacun des mois, les deux stations ont des moyennes et des variances significativement différentes, il est de même pour les modules car les probabilités sont très faibles pour accepter l'égalité des moyennes et des variances.

**Tableau III-26: Résultats des tests t et test F**

Test de Student et test de Fisher sur les séries de débits mensuels et de modules annuels des stations de Bafing Makana et Kayes				
Séries de mois et de modules des 2 stations	Test de Student(t)		Test F (Fisher Snédécour)	
	Probabilité associé au test t	Adéquation	Probabilité associé au test F	Adéquation
Mai	4,31196E-05	Rejetée	1,55062E-32	Rejetée
Juin	0,004661812	Rejetée	1,07051E-08	Rejetée
Juillet	0,000402863	Rejetée	0,009825271	Rejetée
Août	0,007581015	Rejetée	3,22024E-07	Rejetée
Septembre	2,23879E-05	Rejetée	4,25344E-09	Rejetée
Octobre	0,022126913	Rejetée	1,29384E-05	Rejetée
Novembre	0,005283842	Rejetée	8,35231E-08	Rejetée
Décembre	0,436807462	Rejetée	0,041670317	Rejetée
Janvier	0,0004424	Rejetée	1,0204E-16	Rejetée
Février	1,5066E-06	Rejetée	3,2324E-22	Rejetée
Mars	3,0287E-06	Rejetée	1,1655E-33	Rejetée
Avril	1,18631E-05	Rejetée	1,56746E-42	Rejetée
Module annuel	8,27682E-06	Rejetée	6,01677E-06	Rejetée

#### III-9-3-2-Comparaison des évolutions interannuelles des modules annuelles

La **figure III-16** indique pour les deux stations, l'évolution des séries des modules sur la période globale : III-16 a) pour la station de Bafing Makana, III-16 b) pour la station de Kayes, Il n'y a aucune différence dans cette évolution, et on note le même comportement : une légère tendance à la baisse jusqu'en 1983, puis à la hausse à partir de cette année jusqu'en 2006, Ce constat est cependant subjectif,



a)

b)

Figure III-16: Comparaison des évolutions temporaires de modules annuels de Bafing Makana et de Kayes

### III-9-3-3-Tests d'homogénéité sur les séries de modules

Les résultats des tests sont rassemblés dans le tableau III-29, Les tests de Pettitt, Buishand, Lee et Heghinian et la procédure de segmentation des séries de Pierre Hubert à l'ordre 2 rejettent l'hypothèse nulle d'absence de rupture sur les séries de modules pour les trois stations, Pour chaque test, les années de rupture sont les mêmes pour ces trois stations, Et nous constatons que ces deux stations enregistrent les mêmes années de ruptures pour le même test : 1976 pour le test de Pettitt et 1967 pour les tests de Lee & Heghinian et la segmentation de Hubert, (voir tableau III-29)

Tableau III-27: Synthèse des tests d'homogénéité pour l'étude de l'impact du barrage

	Bafing Makana	Kayes
Test de Pettitt		
Résultat	Non	Non
Année de rupture	1976	1976
Test de Buishand		
Résultats	Non	Non
Lee et Heghinian		
Résultats	Non	Non
Année de rupture	1967	1967
Segmentation des séries à l'ordre 2		
Résultats	Non	Non
Année de rupture	1967	1967

Les ellipses de Bois présentent toutes la même allure pour ces deux stations (figure III-17), Et nous remarquons qu'à partir de 1984 tous les points des deux séries se trouvent à l'intérieur de l'ellipse de contrôle jusqu'en 2006.

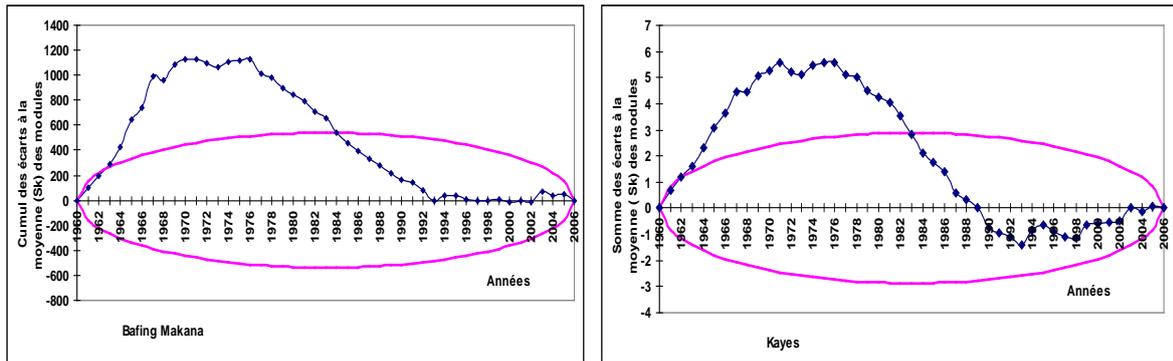


Figure III-17: Comparaison des ellipses de contrôle des séries de modules des stations de Bafing Makana et de Kayes

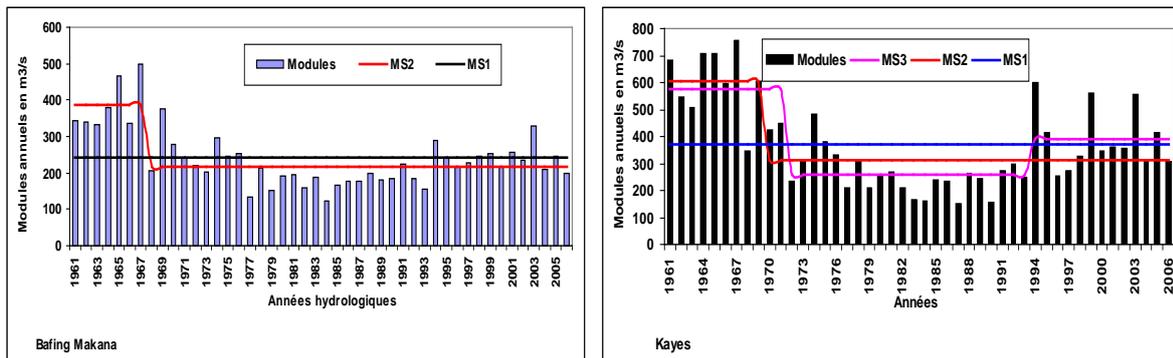


Figure III-18: Comparaison de l'évolution des modules annuels de Makana et de Kayes par la méthode procédure de segmentation de Hubert.

En conclusion, à l'échelle annuelle, les test ne détectent aucune influence du barrage sur le régime hydrologique, Le comportement des séries est la même, amont comme aval du barrage.

### III-9-3-4-Evolution interannuelle des débits mensuels

A la station de Bafing Makana l'évolution interannuelle est la même pour tous les mois, sur la période étudiée, Pour les stations de Kayes, l'évolution est différente, selon que l'on soit en crue ou en décrue,

En comparant l'évolution des débits mensuels à Bafing Makana à Kayes, on note que pour la période de la crue (Juillet à Novembre), il n'y a pas de différence, Par contre, pour la décrue et l'étiage, (Mars à Juin) il y a une différence notoire, caractérisée par une augmentation des écoulements à partir de l'année de mise de service du barrage, Les mois de Décembre et Janvier constituent une période de transition, C'est ce qui ressort de l'analyse des figures III-18 et III-19.

### III-9-3-5-Tests d'homogénéité sur les débits mensuels

Les résultats de la synthèse des tests sont regroupés dans le tableau III-30. A quelques exceptions localisées au mois de Décembre et Janvier, l'hypothèse nulle  $H_0 =$  « absence de rupture » est rejetée par tous les tests et pour toutes les stations et pour tous les autres mois, Nous avons indiqué également l'année de la rupture lorsque le test le permet, La rupture dans la série peut cependant avoir deux origines : changement climatique, ou influence du barrage,

**Tableau III-28: Comparaison des résultats et période de ruptures des tests d'homogénéité.**

	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A
<b>Bafing Makana</b>												
Pettitt	Non 1973	Non 1984	Non 1976	Non 1974	Non 1975	Non 1976	Non 1976	Non 1976	Non 1976	Non 1976	Non 1970	Non 1976
Buishand	Non											
Lee et al	Non 1968	Non 1984	Non 1967	Non 1971	Non 1970	Non 1969	Non 1969	Non 1969	Non 1972	Non 1969	Non 1969	Non 1970
Hubert	Non 1968	Non 1974	Non 1967	Non 1971	Non 1970	Non 1969	Non 1975	Non	Non 1972	Non 1969	Non 1969	Non 1969
Bois	Non											
<b>Kayes</b>												
Pettitt	Non 1987	Non 1991	Non 1976	Non 1981	Non 1975	Non 1978	Non 1976	Oui	Non 1990	Non 1989	Non 1986	Non 1987
Buishand	Non	Non	Non	Non	Non	Non	Oui	Oui	Non	Non	Non	Non
Lee et al	Non 1991	Non 1991	Non 1969	Non 1974	Non 1971	Non 1969	Non 1969	Non 1993	Non 1991	Non 1990	Non 1990	Non 2001
Hubert	Non 1991	Non 1991	Non 1969	Non 1974	Non 1971	Non 1969	Non 1969	Non 1993	Non 1993	Non 1990	Non 1990	Non 1990
Bois	Non											

Pour faire la part entre ces deux causes, nous avons comparé les années d'occurrence de la rupture dans les séries de Bafing Makana et Kayes, Il en découle que, généralement :

- à la station de Bafing Makana, cette rupture se produit toujours avant l'année 1987, année de mise en service du barrage, La procédure de segmentation des séries met en évidence une diminution des écoulements pour l'ensemble des débits moyens mensuels (figures III-18)
- aux stations de Kayes en période de crue, de Juillet à Novembre elle se produit avant la mise en service du barrage; en période de décrue et d'étiage, de Février à Juin, elle se produit après la période de mise en service de celui-ci, La procédure de segmentation des séries montre que le sens de la rupture n'est pas le même : en période de crue, il y a une diminution des écoulements, alors qu'en période de décrue et d'étiage, il y a au contraire une augmentation des écoulements (figures III-19 et III-20)

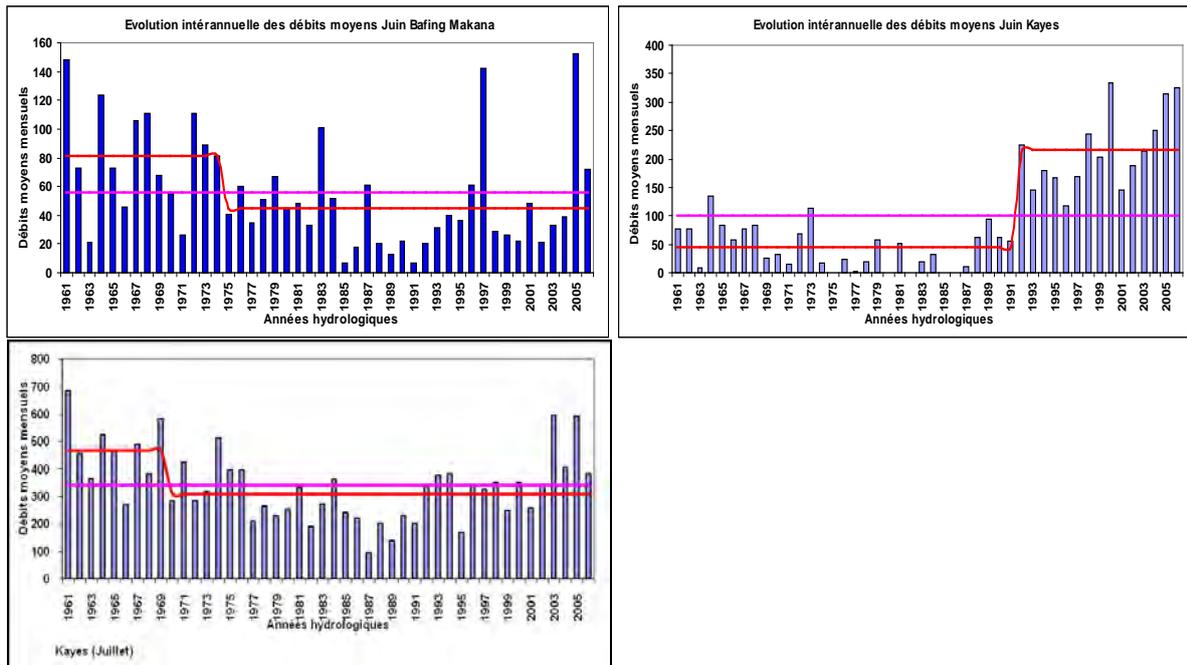


Figure III-19: Comparaison de l'évolution des débits moyens mensuels par la procédure de segmentation de Hubert.

La figure III-19 : montre également que l'effet du barrage est manifeste dans la configuration ellipses de Bois

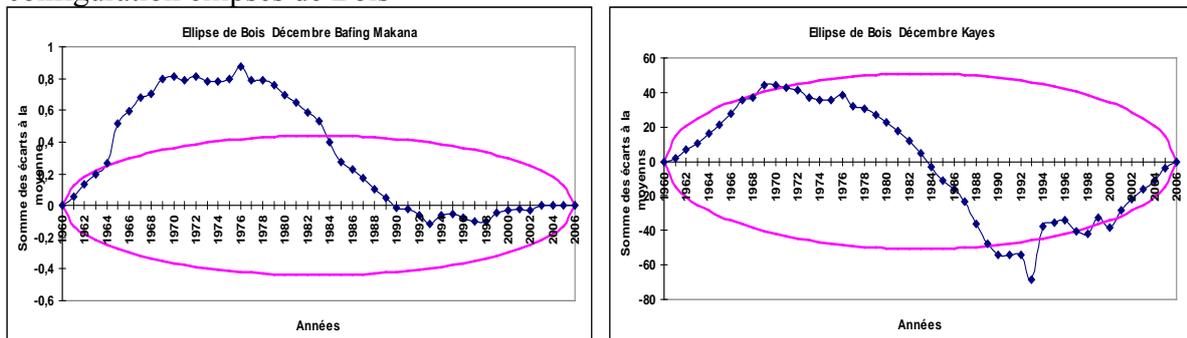


Figure III-20: comparaison des ellipse de contrôle entre la station de Bafing Makana et celle de Kayes

Il ressort de la comparaison des résultats des tests d'homogénéité appliqués aux séries des débits mensuels aux stations de Bafing Makana et Kayes que :

- pour la période de crue, la rupture dans les séries chronologiques des débits mensuels peut être imputable au changement climatique,
- pour période de décrue, cette rupture dans les séries des débits mensuels est due à l'influence du barrage

L'effet du barrage sur le régime hydrologique se limite donc à la période de décrue et d'étiage (Mai à Octobre) et se traduit par une augmentation sensible des écoulements, Les tests statistiques d'homogénéité disponibles dans le logiciel KHRONOSTAT constituent un outil efficace pour mettre en évidence l'effet du barrage de Manantali sur le régime hydrologique du fleuve Sénégal,

### **III-9-4-Conclusion**

L'objectif de ce mémoire est de mettre en évidence l'effet du barrage de Manantali sur le régime hydrologique, deux stations ont été utilisées : l'une amont du barrage, Bafing-Makana, l'autre en aval, Kayes et Bakel, Les séries de modules et de débits moyens mensuels calculés à partir des débits journaliers observés au niveau de ces stations sur la période de 1961 à 2006 ont été utilisées,

A l'échelle annuelle, la comparaison graphique de l'évolution des séries des modules aux stations de Bafing Makana et Kayes sur la période d'analyse n'indique aucune modification du régime hydrologique du au barrage, Ce constat est confirmé par les tests d'homogénéité, qui indiquent tous une rupture dans ces séries avant la période de mise en service du barrage,

A l'échelle mensuelle, la même comparaison met une différence de comportement selon que l'on soit en crue ou en décrue, Les tests statistiques d'homogénéité montrent que l'effet du barrage sur le régime hydrologique se limite à la période de décrue et de d'étiage, Le barrage introduit une rupture dans les séries de débits mensuels correspondants (Mai à Octobre), Cette rupture se produit après la mise en service du barrage et se traduit par une augmentation des écoulements.

## Conclusion Générale

Ce travail qui consistait à un traitement statistique puis une analyse nous permis de détecter des ruptures et de voir le caractère aléatoire des séries des différentes stations du point de vue mensuelle qu'annuelle.

L'analyse de l'évolution des séries annuelles de modules, puis des séries annuelles des valeurs centrées et réduites des modules indique trois périodes (excédentaire, déficitaire et excédentaire) correspondant à deux tendances différentes dans les écoulements, qui s'articulent autour de 1982 ou 1985 selon les cas : diminution des écoulements 1961 à 1982 ou 1985 selon les cas, et augmentation à partir de ces années.

Les tests d'indépendances n'acceptent l'hypothèse nulle de série aléatoire au niveau de signification  $\alpha=0.05$  que pour la station de Manantali. Les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 sont généralement élevés, ce qui permet de rejeter l'hypothèse nulle de série aléatoire au niveau de signification  $\alpha=0.05$ , pour l'ensemble des séries sauf pour celle de Manantali. Ce résultat permet de conclure à l'existence d'une persistance de type markovienne dans les séries concernées.

Les tests d'homogénéité s'accordent sur l'existence d'une rupture pour toutes les séries des stations retenues sans exception. La procédure de segmentation montre que cette rupture se fait dans le sens de la diminution des écoulements pour toutes les séries des stations utilisées, à l'exception de la station de Manantali pour laquelle cette rupture se fait dans le sens d'une rupture. Par contre, ces tests ne s'accordent pas sur l'année de rupture, qui varie entre 1967 et 1991 selon les tests et selon les séries utilisées.

À l'échelle mensuelle cette étude nous permis de voir que les séries de la station de Bafing Makana et de Gourbassi ne sont pas aléatoires car rejettent toutes sans ambiguïté l'hypothèse nulle, par contre on rencontre des séries aléatoires pour les autres stations à l'instar Bakel (novembre, Décembre et Janvier), Dakka Saïdou (Novembre), Kayes (Novembre, Décembre), Oualia (Juin), Manantali (Août, Octobre, Janvier) mais aussi elle nous a permis de voir que toutes les séries de débits enregistrés dans toutes les stations à l'exception de Manantali, sont en totalité hétérogène. À la station de Manantali même si la majorité des mois de la station est hétérogène mais on voit néanmoins une homogénéité des séries des mois d'Août, d'Octobre et de Novembre.

L'ajustement effectué avec le test de Chi-deux a prouvé nettement la non-homogénéité des séries de modules constatée.

L'influence du barrage à l'échelle annuelle sur le régime hydrologique n'a pas été mise par les tests statistiques utilisés. Ce constat est confirmé par les tests d'homogénéité, qui indiquent tous une rupture dans ces séries avant la période de mise en service du barrage. À l'échelle mensuelle selon que l'on soit en crue ou en décrue, les tests statistiques d'homogénéité montrent que l'effet du barrage sur le régime hydrologique se limite à la période de décrue et de d'étiage, Le barrage introduit une rupture dans les séries de débits mensuels correspondants (Mai à Octobre), Cette rupture se produit après la mise en service du barrage et se traduit par une augmentation des écoulements.

## Bibliographie

1. Aka A., Lubès H., Masson J,M, ; Servat E., Paturol J,E, Kouamé B, (1996) Analysis of the temporel variability of runoff in Ivory Coast: statistical approach and phenomena characterization, Hydr, Sci, J, 41(6), 959-970.
2. Assani A, A., Buffin-Bélanger T., Roy A, G, (2002) Analyse des impacts d'un barrage sur le régime hydrologique de la rivière Matawin (Québec, Canada), Rev, Sci, Eau **15**, 557-574.
3. Assani A, A., Gravel E., Buffin-Bélanger T., Roy A, G, (2005) Impacts des barrages sur les débits annuels minimums en fonction des régimes hydrologiques artificialisés au Québec (Canada) Rev, Sci, Eau 18/1 103-127.
4. Assani A.A (1999) : variabilité temporelle et persistance des épisodes secs en saison des pluies à Lubumbashi(Congo-Kinshasa), Sèch. 10(1) ,45-53
5. Bader J, C, Lamagat J, P& Guiguen N, (2003) : Gestion du barrage de Manantali sur le fleuve Sénégal: analyse quantitative d'un conflit d'objectifs, J. Sci. Hydr., 48(4), 525-538.
6. Bader J,C, (1997) Le soutien de la crue mobile dans le fleuve Sénégal à partir du barrage de Manantali, Hydrol, Sci, J, 42(6) 815-831.
7. Beaulieu C, Ouarda T.B.M.J & Seidou O (2007): Synthèse des techniques d'homogénéisation des séries climatiques et analyse d'applicabilité aux séries de précipitations, J. Sci. Hydr., 52(1), 18-37
8. Bergaoui M et Alouini A (2001) : caractérisation de la sécheresse météorologique et hydrologique : cas du bassin versant de Siliana en Tunisie, Sech ; 12(4) : 205-213
9. Bobée B (1978) : Eléments de statistiques .
10. Bois P, (1986) Contrôle des séries chronologies corrélées par l'étude du cumul des résidus, Deuxièmes Journées hydrologiques de l'ORSTOM, Montpellier, 89-100.
11. Bois P,(1971) Une méthode de contrôle des séries chronologiques utilisées en climatologie et en hydrologie, Laboratoire de Mécanique des Fluides, Université de Grenoble, 'Section hydrologie', 49 p.
12. Bois Ph, Obled Ch et Zin I : Introduction au traitement de données en hydrologie.
13. Buishand T, A, (1982) Some methods for testing the homogeneity of rainfall records, J, Hydrol, 58 11-27.
14. Buishand T,A, (1984) Tests for detecting a shift in the mean of hydrological time series, J, Hydrol, 58 51-69.
15. Cellade .J, Guyot J.L, Ronchail J, Molinier M & De Oliveira E, (2002) : L'Amazone à Obidos (Brésil) : étude statistique des débits et bilan hydrologique, J. Sci. Hydrol., 47(2), 321-334
16. Giakoumakis S. G et Baloutsos G (1997) : Investigation of trends in hydrological time series of the Evinos River basin, J. Sci. Hydrol.,42(1) ; 81-89
17. Hubert P, Bader J.C & Bendjoudi H, (2007) : Un siècle de débits annuels du fleuve Sénégal, J. Sci. Hydrol., 52(1) ; 68-73
18. Hubert P, Carbonnel J,P, Chaouche P,(1989) Segmentation des séries hydrométéorologiques : application à des séries de précipitations et de débits en Afrique de l'Ouest, J, Hydrol, 100 349-367.
19. Koutsoylannis D (2004) : Statistics of estimation of extreme rainfall: II, Empirical investigation of long rainfall records,Hydrol. Sci. J., 49(4) ; 591-610
20. Lee A,F,S,, Heghinian S,A, (1977) A shift of the mean level in a sequence of independant normal random variables, A bayesian approach, Technometrics, 19(4)

503-506.

21. Mirza M,Q, (1997) Hydrological changes in the Ganges system in the Bengla Desh in the post Farakka period, Hydrol, Sci, J, 42(5) 613-632.
22. Niel H, Leduc & Dieulin (2005) : Caractérisation de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations annuelles sur le bassin versant du lac Tchad au cours du 20<sup>ème</sup> siècle, J. Sci. Hydrol., 50(2), 223-244
23. Paturel J, E., Servat E., Delattre M,O., Lubès-Niel H, (1998) : Analyse des séries pluviométriques de longue durée en Afrique de l'Ouest et Centrale non sahélienne dans un contexte de variabilité climatique, Hydrol, Sci, J, 43(6) 937-946.
24. Peters D,L., Prowse T, (2001) Regulation effects on the lower Peace River, Canada, Hydrol, Process, **15**, 3184-3194.
25. Pettitt A,N, (1979) A non-parametric approach to the change-point problem, Applied Statistics 28(2) 126-135.
26. Richter (1997).
27. Rodier (1964) Régimes hydrologiques de l'Afrique Noire à l'Ouest du Congo, Mémoires ORSTOM, 6.
28. Sambou S, Diémé Y : Effet du barrage de Manantali sur les modifications du régime hydrologique du Fleuve Sénégal dans le bassin amont (Proposé à la revue sécheresse Juin 2008)
29. Sambou S, Malanda-Nimy E,N,(2006) Critique statistique des séries des pluies annuelles dans le bassin amont du Fleuve Sénégal, Climate Variability and Change-Hydrological Impacts (Proceedings of the Fifth FRIEND World Conference held at Havana, Cuba, November 2006), IAHS Publ, 308, 319-324.
30. Sandra Ardoin, Lubès-Niel H., Servat E., Dezetter A., Boyer J,F., Mahé G., Paturel J,E, (2003) Analyse de la sécheresse en Afrique de l'Ouest: caractérisation de la situation de la décennie 1990, Hydrology of the Mediterranean and Semi Arid Region (Proceeding of an international symposium held at Montpellier, April 2003) IAHS Publ 278, 223-228.
31. Sangaré, Mahé G, Paturel J.E, Bangoura Y : Bilan hydrologique du fleuve Niger en Guinée de 1950-2000, Sud. Sci. Et Techno. n°9, 4-16
32. Savane I ; Coulibaly K. M ; Gioan P (2001) : Variabilité climatique et ressources en eau souterraine dans la région semi-montagneuse de Man, Sech. ;12(4), 231-237
33. Soro N ; Lasm T ; Kouadio B. H ; Soro G et Ahoussi K. E (2006) : Variabilité du régime pluviométrique du sud de la Côte d'Ivoire et son impact sur l'alimentation de la nappe d'Abidjan, Sud Sci. et Techno., n°14, 30-40
34. Tazi O, Loufty M, Casanova F.P, Fahda A (2004): Impact du climat sur le réseau hydrologique Nfèfikh (Meseta atlantique du Maroc), Sech., 15(4), 361-365