

# Étude des redresseurs à diodes (redresseurs non commandés)

## Première partie : généralités

### 1. Rappels sur les diodes

En électronique de puissance, la diode est utilisée comme un interrupteur unidirectionnel non commandé.

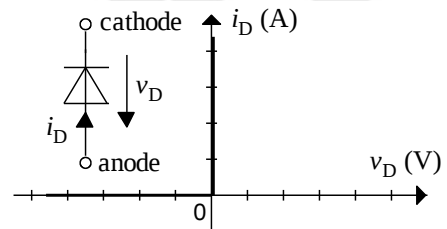
Le graphe ci-contre représente la caractéristique d'une diode parfaite (ou idéale).

- lorsque la diode est passante, elle se comporte comme un interrupteur fermé. Quelle est la tension à ses bornes ?

La tension aux bornes d'un interrupteur fermé est nulle.

- lorsque la diode est bloquée, elle se comporte comme un interrupteur ouvert. Quelle est l'intensité qui la traverse ?

Le courant à travers un interrupteur ouvert est nul.



Dans les situations suivantes indiquer si la diode peut être passante.

<p>Passante</p>	<p>Bloquée</p>	<p>Passante</p>
<p>Bloquée</p>	<p>Passante</p>	<p>Bloquée</p>

### 2. Fonctionnement des groupements de diodes

Les diodes utilisées dans les redresseurs non commandés peuvent être connectées de deux manières différentes pour former des groupements. Pour l'établissement des règles de fonctionnement, les diodes sont supposées parfaites.

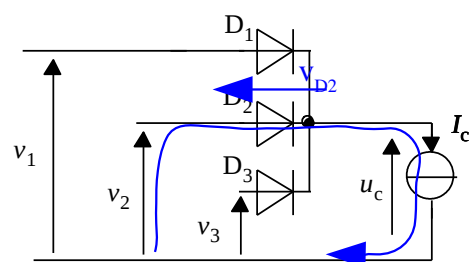
a. À cathodes communes (ou « plus positif ») : Il s'agit de diodes dont les cathodes sont reliées.

#### ➤ Principe de fonctionnement

Dans le montage ci-contre, la diode  $D_1$  est supposée passante.

- que vaut la tension à ses bornes ? Elle est nulle car la diode est supposée passante.
- que vaut la tension  $u_c$  ? La pointe de  $v_1$  et celle de  $u_c$  sont confondues et il en est de même pour leurs talons donc  $u_c = v_1$ .
- exprimer la tension aux bornes des autres diodes.

On utilise la loi des mailles sur la maille en bleu pour la



tension aux bornes de  $D_2$ .

On obtient :  $v_2 - v_{D2} - u_c = 0$  soit  $v_{D2} = v_2 - u_c$  et  $u_c = v_1$  donc  $v_{D2} = v_2 - v_1$

En procédant de même on obtient  $v_{D3} = v_3 - v_1$

• l'hypothèse est-elle vérifiée si  $v_1$  est la plus grande des tensions ? Si  $v_1$  n'est pas la plus grande des tensions ?

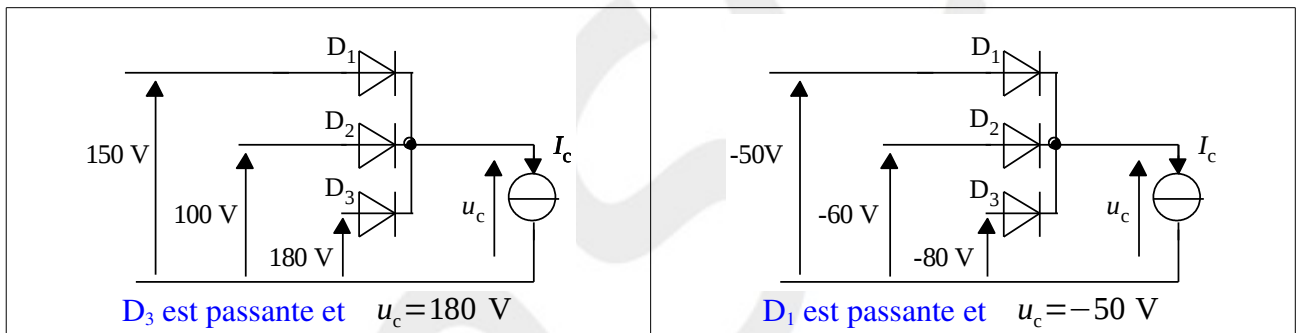
Si  $v_1$  est la plus grande des tensions alors  $v_{D2} = v_2 - v_1$  est négative, le blocage de  $D_2$  est donc vérifié et  $v_{D3} = v_3 - v_1$  est négative, le blocage de  $D_3$  est vérifié.

Si  $v_1$  n'est pas la plus grande des tensions : on peut avoir  $v_2 > v_1$  et  $v_{D2} = v_2 - v_1$  est positive et la diode  $D_2$  peut être passante... Cette situation est impossible car la tension  $u_c$  serait alors égale à  $v_1$  et égale à  $v_2$ .

**Règle de fonctionnement des commutateurs à cathodes communes : la diode passante est celle dont l'anode est reliée à la tension la plus grande.**

➤ Dans les situations représentées à la page suivante :

- Indiquer la diode passante,
- la tension aux bornes des deux autres,
- la tension aux bornes de la charge (représentée sur les schémas par la source de courant).

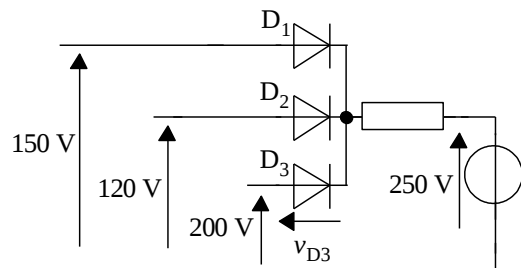


**Remarque :**

Si le dipôle relié aux cathodes des diodes impose un potentiel supérieur au plus grand des potentiels imposés sur les anodes alors aucune diode ne peut être passante. Cette situation est illustrée ci-dessous.

L'anode de la diode  $D_3$  est connectée au potentiel le plus élevé (200 V). Le potentiel imposé sur sa cathode étant égal à 250 V,  $v_{D3} = -50$  V et elle ne peut pas être passante.

Dans cette situation, toutes les diodes sont donc bloquées.

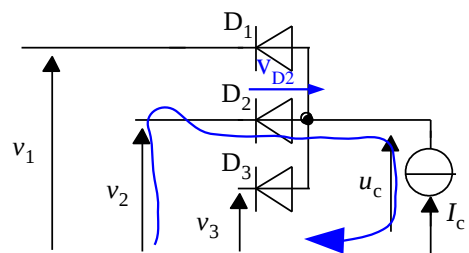


**b. À anodes communes (ou « plus négatif ») : Il s'agit de diodes dont les anodes sont reliées.**

➤ Principe de fonctionnement

Dans le montage ci-contre, la diode  $D_1$  est supposée passante.

- que vaut la tension à ses bornes ? Elle est nulle car la diode est supposée passante.
- que vaut la tension  $u_c$  ? La pointe de  $v_1$  et celle de  $u_c$  sont confondues et il en est de même pour leurs talons donc



$$u_c = v_1 \quad .$$

- exprimer la tension aux bornes des autres diodes.

On utilise la loi des mailles sur la maille en bleu pour la tension aux bornes de  $D_2$ .

On obtient :  $v_2 + v_{D2} - u_c = 0$  soit  $v_{D2} = -v_2 + u_c$  et  $u_c = v_1$  donc  $v_{D2} = -v_2 + v_1$

En procédant de même on obtient  $v_{D3} = -v_3 + v_1$

- l'hypothèse est-elle vérifiée si  $v_1$  est la plus petite des tensions ? Si  $v_1$  n'est pas la plus petite des tensions ?

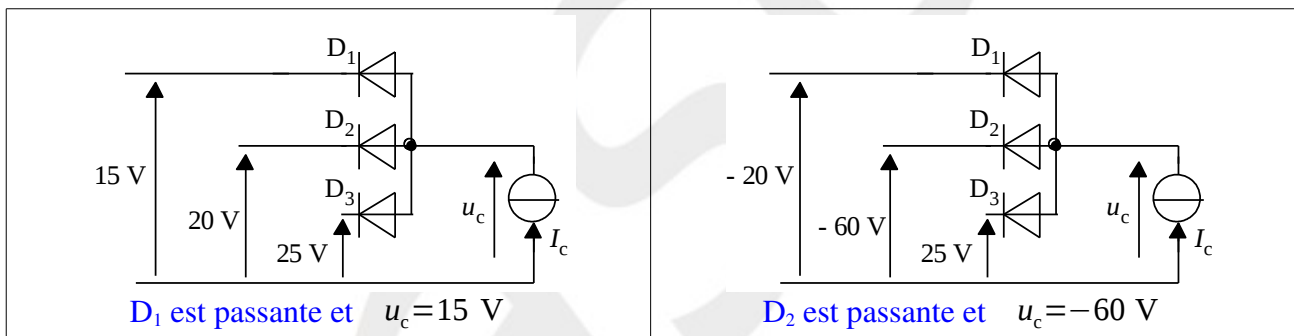
Si  $v_1$  est la plus petite des tensions alors  $v_{D2} = -v_2 + v_1$  est négative, le blocage de  $D_2$  est donc vérifié et  $v_{D3} = -v_3 + v_1$  est négative, le blocage de  $D_3$  est vérifié.

Si  $v_1$  n'est pas la plus petite des tensions : on peut avoir  $v_2 < v_1$  et  $v_{D2} = -v_2 + v_1$  est positive et la diode  $D_2$  peut être passante... Cette situation est impossible car la tension  $u_c$  serait alors égale à  $v_1$  et égale à  $v_2$  .

**Règle de fonctionnement des commutateurs à anodes communes : la diode passante est celle dont la cathode est reliée à la tension la plus petite.**

➤ **Dans les situations suivantes :**

- indiquer la diode passante,
- la tension aux bornes des deux autres
- la tension aux bornes de la charge.



### 3. Plan d'étude des montages redresseurs

Les diodes sont supposées idéales. Les résistances (transformateur, connexions) sont négligées. Dans un premier temps, l'intensité côté continu est supposée parfaitement lissée.

Les différents points suivants sont mis en application dans la deuxième partie pour l'étude des redresseurs à commutation parallèle double PD2 et PD3.

➤ **Détermination des intervalles de conduction des diodes :** à établir à partir des règles de fonctionnement des groupements de diodes.

➤ **Étude des tensions**

- Tracé de la tension redressée en fonction du temps.
- Tracé de la tension aux bornes d'une diode en fonction du temps (non exigible à l'examen).

Ces courbes sont établies à partir des intervalles de conduction et de la loi des mailles.

*La fréquence de l'ondulation de la tension redressée est un critère de choix du type de redresseur. Plus elle est élevée, plus le filtrage est aisé.*

- Détermination de l'expression de la valeur moyenne de la tension redressée en fonction de la valeur efficace de l'une des grandeurs d'entrée (tension simple ou efficace).

- Détermination de la valeur maximale de la tension aux bornes d'une diode. Cette valeur est un critère de choix d'une diode.

#### ➤ Étude des intensités

- Tracé de l'intensité dans une diode en fonction du temps. Cette courbe est obtenue à partir des intervalles de conduction. Calcul des valeurs moyenne et efficace. Ces valeurs sont des critères de choix d'une diode.
- Tracé de l'intensité dans un secondaire de transformateur ou dans un fil de ligne en fonction du temps (cela dépend de la présence d'un transformateur). Cette courbe est tracée à partir des intervalles de conduction et de la loi des nœuds.
- Expression du facteur de puissance secondaire. À établir à partir de la définition du facteur de puissance et de l'hypothèse de composants parfaits (rendement du redresseur égal à un).

#### Méthode de détermination du facteur de puissance

La puissance active en entrée du redresseur est notée  $P$ , la puissance apparente  $S$ . Le facteur de puissance s'écrit alors  $k = \frac{P}{S}$ .

En supposant que le rendement du redresseur est égal à un, la puissance côté continu est aussi égale à  $P$ . Puisque le courant côté continu est parfaitement lissé alors  $P = \bar{u}_c \cdot I_c$  avec  $\bar{u}_c$  la valeur moyenne de la tension redressée et  $I_c$  l'intensité du courant continu.

La puissance apparente est obtenue en multipliant par le nombre de phases le produit des valeurs efficaces de la tension et de l'intensité pour une phase en entrée du redresseur.

*Le facteur de puissance secondaire est un critère de choix du type de redresseur.*

#### ➤ Étude de l'influence de la charge

Le courant côté continu n'est pas toujours parfaitement lissé et peut même être interrompu. Le fonctionnement du redresseur est alors sensiblement différent de l'étude précédente.

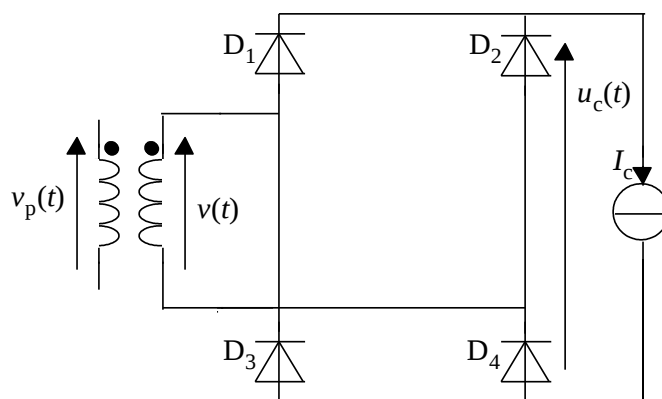
#### Deuxième partie : étude des redresseurs à commutation parallèle double (PD2 et PD3)

Le schéma de chaque redresseur est donné à la page suivante. Pour les deux montages :

- Indiquer les intervalles de conduction des diodes,
- Représenter la tension redressée et vérifier que les valeurs moyennes sont cohérentes avec les relations  $\bar{u}_c = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi}$  pour un PD2 et  $\bar{u}_c = \frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}$  pour un PD3 ( $V$  est la valeur efficace des tensions aux bornes des enroulements secondaires des transformateurs),
- Représenter le courant dans une diode, écrire les expressions littérales des valeurs moyennes et efficaces.
- Représenter le courant dans un enroulement secondaire de transformateur, écrire les expressions littérales des valeurs efficaces puis le facteur de puissance.

### ➤ Montage PD2

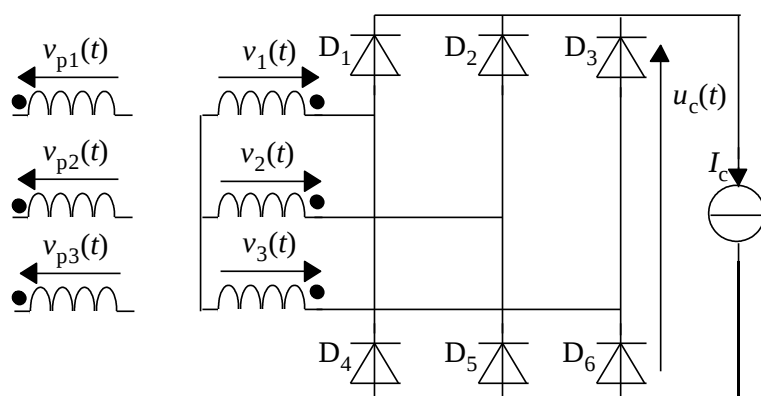
Les enroulements primaire et secondaire sont bobinés sur la même colonne de transformateur. Les nombres de spires au primaire et au secondaire sont notés  $n_1$  et  $n_2$ .



### ➤ Montage PD3

Les tensions  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$  forment un système triphasé équilibré direct.

Les enroulements primaire et secondaire placés sur la même horizontale sont bobinés sur la même colonne de transformateur. Les nombres de spires au primaire et au secondaire sont notés  $n_1$  et  $n_2$ .



Remarque : le primaire du transformateur peut être couplé en étoile ou en triangle.

Des feuilles « documents réponses » sont disponibles pour déterminer les intervalles de conduction et tracer les tensions redressées ainsi que les tensions aux bornes des diodes.

## Exercices

### Exercice 1 : calcul d'un redresseur PD3 non commandé

Les questions 1 à 3 reprennent l'étude « classique » d'un pont redresseur à diodes, la question 4 concerne le calcul de la bobine de lissage.

On suppose dans un premier temps que le courant côté continu est parfaitement lissé. On utilise les mêmes notations que dans le cours pour les diodes, les tensions et intensités alternatives et redressée.

1. Représenter sur le document réponse de la page suivante les intervalles de conduction des diodes ainsi que la tension redressée  $u_c(t)$ .

#### Intervalles de conduction des diodes

- Les diodes  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  forment un groupement à cathodes communes. La diode passante est celle dont l'anode est reliée à la tension ( $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  ou  $v_3(t)$ ) la plus élevée (la « plus positive ») : voir le document réponse.
- Les diodes  $D_4$ ,  $D_5$  et  $D_6$  forment un groupement à anodes communes. La diode passante est celle dont la cathode est reliée à la tension ( $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  ou  $v_3(t)$ ) la plus faible (la « plus négative ») : voir le document réponse.

#### Tension redressée

- Lorsque  $D_1$  et  $D_5$  sont passantes, il est possible d'écrire (par exemple en utilisant la loi des mailles)  $u_c(t) = v_1(t) - v_2(t) = u_{12}(t)$ . La tension composée  $u_{12}(t)$  est en avance de  $30^\circ$  sur  $v_1(t)$ .
- Lorsque  $D_1$  et  $D_6$  sont passantes, il est possible d'écrire (loi des mailles)  $u_c(t) = v_1(t) - v_3(t) = u_{13}(t)$ . La tension composée  $u_{13}(t)$  est en retard de  $30^\circ$  sur  $v_1(t)$ .

• et ainsi de suite... Voir le document réponse.

2. On note  $V_1$  la valeur efficace d'une tension simple du réseau alimentant le redresseur (fréquence 50 Hz).

a. Déterminer  $V_1$  pour que la valeur moyenne de  $u_c(t)$  soit égale à 450 V. On rappelle que la valeur moyenne de la tension redressée s'écrit :  $\bar{u}_c = \frac{3U_1\sqrt{2}}{\pi}$  avec  $U_1$  la valeur efficace d'une tension composée alimentant le redresseur.

La grandeur  $V_1$  est la valeur efficace d'une tension simple alimentant le réseau, elle est reliée à  $U_1$  par

$$V_1 = \frac{U_1}{\sqrt{3}}. \text{ Puisque } \bar{u}_c = \frac{3U_1\sqrt{2}}{\pi} \text{ alors } U_1 = \frac{\pi \bar{u}_c}{3\sqrt{2}} \text{ ce qui donne } V_1 = \frac{\pi \bar{u}_c}{3\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\pi \cdot 450}{3\sqrt{2}\sqrt{3}} = 192 \text{ V}$$

b. Calculer la valeur moyenne du courant côté continu si la charge est constituée d'une résistance  $R$  de 4,8  $\Omega$  en série avec une bobine de résistance négligeable et d'inductance  $L$  suffisante pour que le courant soit parfaitement lissé.

Les composantes continues de la tension et de l'intensité côté continu sont reliées par  $\bar{u}_c = R \bar{i}_c$  ce qui donne

$$\bar{i}_c = \frac{\bar{u}_c}{R} = \frac{450}{4,8} = 93,8 \text{ A}$$

3. Représenter le courant dans un enroulement secondaire en fonction du temps et calculer sa valeur efficace. En déduire le facteur de puissance.

Le courant continu est confondu avec sa valeur moyenne notée  $I_c$ . L'enroulement choisi est celui relié aux diodes  $D_1$  et  $D_4$ , le courant, noté  $i_1(t)$ , est orienté pour que cet enroulement soit orienté avec la convention générateur. Dans ce cas,  $i_1(t)$  est égal à  $I_c$  lorsque  $D_1$  est passante et égal à  $-I_c$  lorsque  $D_4$  est passante ; lorsque  $D_1$  et  $D_4$  sont bloquées alors  $i_1(t) = 0$ . Voir la représentation sur le document réponse.

Calcul de la valeur efficace : en élevant le signal au carré, on obtient un signal constitué de deux rectangles de base  $\frac{T}{3}$  et de hauteur  $I_c^2$ . Ce qui donne  $I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} I_c^2 \cdot \frac{T}{3} \cdot 2} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_c$ . En prenant  $I_c = 93,8 \text{ A}$ , on trouve que

$$\text{la valeur efficace des courants en ligne est égale à } \sqrt{\frac{2}{3}} 93,8 = 76,6 \text{ A}$$

Le facteur de puissance est donné par la relation  $k = \frac{P}{S}$  avec  $P$  la puissance active et  $S$  la puissance réactive pour le secondaire.

Le redresseur étant supposé parfait, les puissances actives côté alternatif et côté continu sont égales, il est donc possible d'écrire  $P = \bar{u}_c I_c$  car le courant côté continu est supposé parfaitement lissé. On obtient

$$P = \frac{3U_1\sqrt{2} \cdot I_c}{\pi}$$

La puissance apparente est obtenue en faisant le produit des valeurs efficaces des tensions et intensités soit

$$S = 3V_1 \cdot I_{\text{eff}} = \sqrt{3} U_1 \cdot I_{\text{eff}} = \sqrt{3} U_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} I_c$$

$$\text{D'où le facteur de puissance : } k = \frac{\frac{3U_1\sqrt{2} \cdot I_c}{\pi}}{\sqrt{3} U_1 \sqrt{\frac{2}{3}} I_c} = \frac{3}{\pi}$$

En réalité, le courant côté continu n'est pas parfaitement lissé. Le développement en série de Fourier de  $u_c(t)$

limité aux premiers termes est le suivant :  $u_c(t) = \frac{3V_1\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} \left(1 + \frac{2}{35} \cos 6\omega t - \frac{2}{143} \cos 12\omega t + \dots\right)$

Cette tension aux bornes d'un circuit  $R, L$  (constituant la charge) donne naissance à un courant dont les premiers termes sont  $i_c(t) = I_0 + i_1(t) + i_2(t) + \dots$

On suppose que le théorème de superposition est applicable.

4.a. Quelle est la fréquence du fondamental de  $i_c(t)$  ?

Méthode 1 : Le fondamental de  $i_c(t)$  correspond au terme  $\frac{2}{35} \cos 6\omega t$ , sa pulsation est égale à six fois celle du réseau soit  $6\omega = 6 \cdot 2\pi \cdot 50 = 1885 \text{ rad/s}$  ce qui correspond à une fréquence de 300 Hz.

Méthode 2 : sur le graphe de la tension redressée, on compte 6 sommets de sinusôides sur une période  $T$  du réseau, la période de la tension redressée est donc 6 fois plus faible que celle du réseau ce qui donne une fréquence 6 fois plus élevée.

b. Exprimer la relation entre les nombres complexes associés aux fondamentaux de  $u_c(t)$  et  $i_c(t)$ , la fréquence du fondamental, l'inductance  $L$  et la résistance  $R$ .

Les nombres complexes associés aux fondamentaux sont notés respectivement  $\underline{U}_{c1}$  et  $\underline{I}_{c1}$ , la fréquence du fondamental est notée  $6f$ . L'inductance  $L$  et la résistance  $R$  sont en série, leurs impédances s'ajoutent ce qui donne  $\underline{U}_{c1} = (R + jL \cdot 2\pi \cdot 6f) \underline{I}_{c1}$

c. Calculer la valeur de  $L$  qui permet d'obtenir une amplitude du fondamental de l'ondulation égal à 10% de  $I_0$  puis à 3% de  $I_0$ .

La valeur maximale du fondamental de l'ondulation est notée  $I_{c1}$ , l'objectif est d'obtenir  $\frac{I_{c1}}{I_0}$  égal à 0,1 puis 0,03

La relation donnant  $I_{c1}$  est obtenue à partir de celle trouvée au b :  $I_{c1} = \frac{U_{c1}}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2}}$

La relation donnant  $U_{c1}$  est obtenue à partir du développement en série de Fourier de la tension redressée :

$U_{c1} = \frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} \frac{2}{35}$ , d'où  $I_{c1} = \frac{\frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3} \cdot 2}{\pi \cdot 35}}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2}}$ . Remarque : le terme «  $V$  » correspond au terme «  $V_1$  » de la question 2.a.

la question 2.a.

Puisque  $I_0 = \frac{3V\sqrt{3}\sqrt{2}}{\pi \cdot R}$  alors

$$\frac{I_{c1}}{I_0} = \frac{\frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3} \cdot 2}{\pi \cdot 35}}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2}} \cdot \frac{\pi R}{3V\sqrt{3}\sqrt{2}} = \frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3} \cdot 2}{\pi \cdot 35} \cdot \frac{\pi R}{3V\sqrt{3}\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2}}$$

En simplifiant, on obtient  $\frac{I_{c1}}{I_0} = \frac{2}{35} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2}}$  soit  $\frac{I_0}{I_{c1}} = \frac{35}{2} \cdot \frac{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2}}{R}$

On isole le terme en «  $L$  » :  $\left(\frac{I_0}{I_{c1}} \cdot \frac{2}{35} \cdot R\right)^2 - R^2 = (L \cdot 2\pi \cdot 6f)^2$  ce qui donne  $L = \frac{\sqrt{\left(\frac{I_0}{I_{c1}} \cdot \frac{2}{35} \cdot R\right)^2 - R^2}}{2\pi \cdot 6f}$

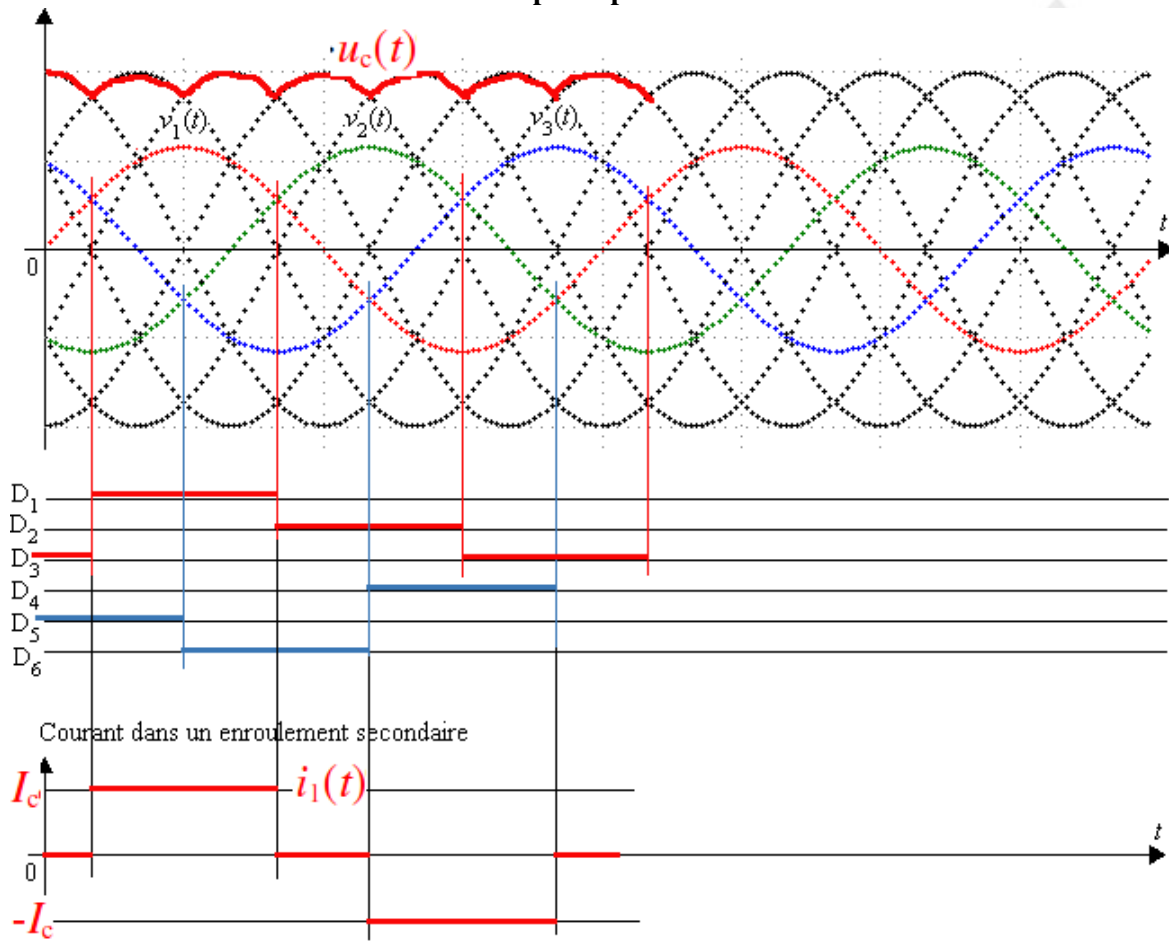
Pour  $\frac{I_{c1}}{I_0} = 0,1$  le terme  $\left(\frac{I_0}{I_{c1}} \cdot \frac{2}{35} \cdot R\right)^2 - R^2 = \left(\frac{1}{0,1} \cdot \frac{2}{35} \cdot 4,8\right)^2 - 4,8^2 = -15,5$  est négatif, il n'est donc pas

possible de calculer  $L$ . Cela signifie que le rapport  $\frac{I_{c1}}{I_0}$  est inférieur à 0,1 sans bobine de lissage.

Pour  $\frac{I_{c1}}{I_0} = 0,03$  :  $L = \frac{\sqrt{\left(\frac{I_0}{I_{c1}} \cdot \frac{2}{35} \cdot R\right)^2 - R^2}}{2\pi \cdot 6f} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{0,03} \cdot \frac{2}{35} \cdot 4,8\right)^2 - 4,8^2}}{2\pi \cdot 6 \cdot 50} = 4,13 \text{ mH}$



## Document réponse pour l'exercice 1



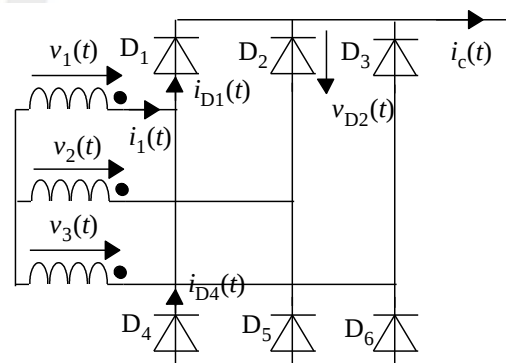
### Exercice 2 : étude d'un redresseur PD3

C'est l'étude « classique » d'un pont redresseur à diodes (sauf la question 2.b).

Le pont représenté ci-contre est alimenté par un système triphasé équilibré direct de fréquence 50 Hz dont les tensions simples ont une valeur efficace de 127 V.

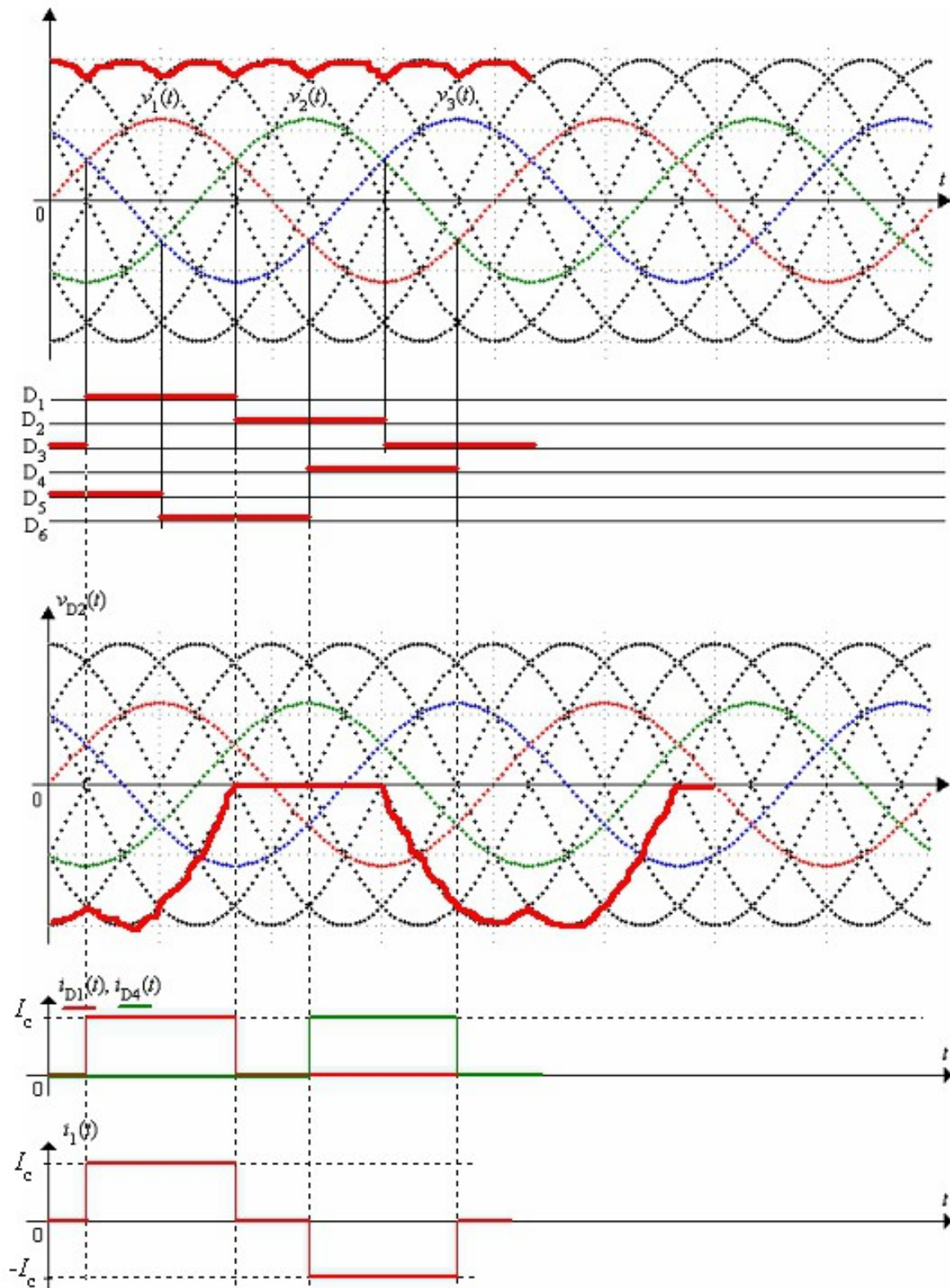
Le courant redressé est supposé parfaitement lissé, tous les éléments composant le montage sont supposés parfaits.

1. Indiquer sur le document réponse ci-dessous les intervalles de conduction des diodes.



- Les diodes  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  forment un groupement à cathodes communes. La diode passante est celle dont l'anode est reliée à la tension ( $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  ou  $v_3(t)$ ) la plus élevée (la « plus positive ») : voir le document réponse.
- Les diodes  $D_4$ ,  $D_5$  et  $D_6$  forment un groupement à anodes communes. La diode passante est celle dont la cathode est reliée à la tension ( $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  ou  $v_3(t)$ ) la plus faible (la « plus négative ») : voir le document réponse.





2.a. Représenter sur le document réponse le chronogramme de la tension redressée.

- Lorsque  $D_3$  et  $D_5$  sont passantes, la loi des mailles permet d'écrire  $v_3(t) - u_c(t) - v_2(t) = 0$  soit  $u_c(t) = v_3(t) - v_2(t) = u_{32}(t)$
- Lorsque  $D_1$  et  $D_5$  sont passantes, la loi des mailles permet d'écrire  $v_1(t) - u_c(t) - v_2(t) = 0$  soit  $u_c(t) = v_1(t) - v_2(t) = u_{12}(t)$
- et ainsi de suite : voir le document réponse.

b. Démontrer la formule donnant la valeur moyenne de la tension redressée en fonction de la valeur efficace des tensions composées du réseau alternatif puis faire l'application numérique (partie compliquée).

La tension redressée est égale à  $u_{12}(t) = V\sqrt{3}\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$  entre  $\frac{T}{12}$  et  $\frac{T}{4}$ .  $V$  est la valeur efficace des tensions aux bornes des enroulements secondaires du transformateur :  $V\sqrt{3}$  est donc la valeur efficace des tensions composées au secondaire. La tension  $u_{12}(t)$  est en avance de  $\frac{\pi}{6}$  sur  $v_1(t)$ .

La tension est composée de 6 motifs identiques sur une période  $T$  du réseau donc

$$U_{\text{cmoy}} = \frac{6}{T} \int_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{4}} V\sqrt{3}\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) dt = \frac{6V\sqrt{3}\sqrt{2}}{T} \frac{1}{\omega} [\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})]_{\frac{T}{12}}^{\frac{T}{4}} \text{ avec } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$U_{\text{cmoy}} = \frac{6V\sqrt{3}\sqrt{2}}{T} \frac{T}{2\pi} [\cos(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} + \frac{\pi}{6}) - \cos(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{12} + \frac{\pi}{6})] = \frac{3V\sqrt{3}\sqrt{2}}{\pi} [\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) - \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6})]$$

Comme  $\cos(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$  et  $\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$  on obtient finalement  $U_{\text{cmoy}} = \frac{3V\sqrt{3}\sqrt{2}}{\pi}$

(en cas de besoin, cette relation sera donnée le jour du devoir et très probablement le jour de l'examen, il est extrêmement improbable que cette question soit posée à cette occasion).

c. Représenter sur le document réponse la tension aux bornes de la diode  $D_2$ . À quelle valeur doit être égale la tension inverse maximale des diodes utilisées ? (partie compliquée)

Voir l'orientation de  $v_{D2}(t)$  sur le schéma (important pour écrire sans ambiguïté la loi des mailles).

- lorsque  $D_2$  est passante, la tension à ses bornes est nulle :  $v_{D2}(t) = 0$
- Lorsque  $D_1$  est passante ( $v_{D1}(t) = 0$ ). La loi des mailles permet d'écrire  $v_1(t) + v_{D2}(t) - v_2(t) = 0$  soit  $v_{D2}(t) = v_2(t) - v_1(t) = u_{21}(t)$
- lorsque  $D_3$  est passante ( $v_{D3}(t) = 0$ ). La loi des mailles permet d'écrire  $v_3(t) + v_{D2}(t) - v_2(t) = 0$  soit  $v_{D2}(t) = v_2(t) - v_3(t) = u_{23}(t)$

Voir le document réponse.

Les diodes doivent supporter en inverse la valeur maximale des tensions composées soit  $V\sqrt{3}\sqrt{2} = 127\sqrt{3}\sqrt{2} = 311 \text{ V}$ .

Cette question ne peut pas être posée le jour de l'examen.

3.a. Représenter les courants dans  $D_1$  et  $D_4$  sur le document réponse. Calculer les valeurs moyenne et efficace de ces courants.

Voir l'orientation des ces intensités sur le schéma (important pour écrire sans ambiguïté la loi des nœuds).

- Lorsque la diode est passante elle parcourue par l'intensité dans la charge :  $i_D(t) = I_c = i_c(t)$ .
- Lorsque la diode est bloquée, l'intensité qui la traverse est nulle :  $i_D(t) = 0$

Les intensités sont représentées sur le document réponse.

La valeur moyenne de l'intensité dans les diodes :  $I_{\text{Dmoy}} = \frac{1}{T} I_c \cdot \frac{T}{3} = \frac{I_c}{3}$ . Chaque diode est passante pendant un tiers de période.

La valeur efficace de l'intensité dans les diodes :  $I_{\text{Deff}} = \sqrt{\frac{1}{T} I_c^2 \cdot \frac{T}{3}} = \frac{I_c}{\sqrt{3}}$ .

b. Représenter le courant  $i_1(t)$  sur le document réponse. Calculer ses valeurs moyenne et efficace.

D'après la loi des nœuds :  $i_1(t) = i_{D1}(t) - i_{D4}(t)$ . Voir la représentation sur le document réponse.

La valeur moyenne de l'intensité  $i_1(t)$  est nulle.

Calcul de la valeur efficace : en élevant le signal au carré, on obtient un signal constitué de deux rectangles

de base  $\frac{T}{3}$  et de hauteur  $I_c^2$ . Ce qui donne  $I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} I_c^2 \cdot \frac{T}{3} \cdot 2} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_c$ .

c. Calculer le facteur de puissance au secondaire.

Il est par définition égal à  $k_s = \frac{P}{S}$  avec  $P$  la puissance active (c'est aussi la puissance en sortie du redresseur car les diodes sont supposées parfaites) et  $S$  la puissance apparente (produit des valeurs efficaces de la tension et de l'intensité pour une phase, multiplié par le nombre de phases).

$P = U_{\text{cmoy}} I_c$  car le courant côté continu est supposé parfaitement lissé donc  $P = \frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_c$  avec  $V$  la valeur efficace des tensions aux bornes des enroulements secondaires du transformateur.

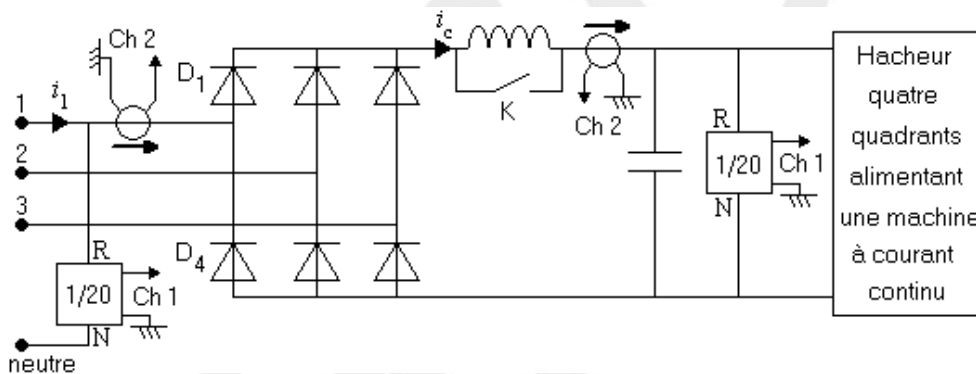
$S = 3V \cdot I_{\text{eff}}$  soit  $S = 3V \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} I_c$

D'où le facteur de puissance :  $k_s = \frac{\frac{3V\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} \cdot I_c}{3V\sqrt{\frac{2}{3}} I_c} = \frac{3}{\pi} = 0,955$

**Exercice 3 : redresseur PD3, fonctionnement en conduction discontinue.**

Dans les cas étudiés précédemment, le courant côté continu est supposé parfaitement lissé ou le lissage est assuré par une bobine, la conduction est alors ininterrompue. Dans de nombreuses applications, le filtrage de la tension de sortie d'un redresseur triphasé est assuré par un condensateur et la conduction est alors interrompue. L'étude suivante propose de comparer ces deux types de fonctionnement sur un même dispositif.

Le schéma, indiquant les positions des appareils de mesure, est le suivant :

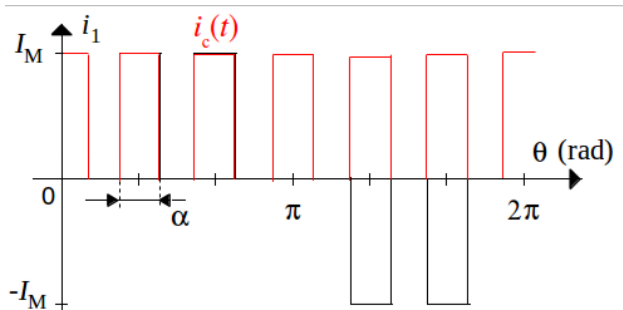


Le redresseur PD3 à diodes alimente le hacheur quatre quadrants soit par l'intermédiaire d'un filtre constitué d'un condensateur seul lorsque l'interrupteur K est fermé ou par l'intermédiaire d'une cellule LC lorsque l'interrupteur K est ouvert.

Les relevés sur oscilloscope sont disponibles à la page 8.

1. Indiquer pour chaque cas les intervalles de conduction des diodes  $D_1$  et  $D_4$  (oscillogrammes du haut).

La diode  $D_1$  est passante lorsque  $i_1$  est positif et bloquée sinon. La diode  $D_4$  est passante lorsque  $i_1$  est négatif et bloquée sinon. Voir ci-dessus.



2. Pour simplifier les calculs, le courant  $i_1(t)$  dans le cas de la conduction discontinue est approché par la courbe ci-contre :

a. En déduire la représentation approchée de  $i_c(t)$ .

Le courant  $i_c(t)$  est égal à  $I_M$  lorsqu'une diode est passante, il est égal à zéro sinon (voir le graphe)

b. Exprimer la valeur efficace de  $i_1(t)$  en fonction de l'angle  $\alpha$ .

- Pour le calcul, il faut élever  $i_1(t)$  au carré :  $i_1^2(t)$  est égal à  $I_M^2$  sur quatre intervalles de largeur  $\alpha$ .

- puis calculer la valeur moyenne :  $I_{1\text{eff}}^2 = \frac{1}{2\pi} 4 I_M^2 \cdot \alpha = \frac{2 I_M^2 \alpha}{\pi}$  ( $\alpha$  exprimé en radians)

- enfin prendre la racine carrée :  $I_{1\text{eff}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} I_M$

c. Représenter  $i_c(t)$  et exprimer sa valeur moyenne en fonction de  $\alpha$  et de  $I_M$ .

$i_c(t)$  a été représenté à la question a, il est constitué de six intervalles de largeur  $\alpha$  sur lesquels il est égal à  $I_M$ ,

il est nul sur les autres intervalles. D'où la valeur moyenne  $I_{\text{cmoy}} = \frac{6}{2\pi} \alpha I_M = \frac{3}{\pi} \alpha I_M$

3.a. Tracer la courbe donnant l'évolution du facteur de puissance dans le cas de la conduction discontinue (pour le calcul, on suppose que la tension redressée est parfaitement continue et égale à la valeur maximale des tensions composées du réseau d'alimentation).

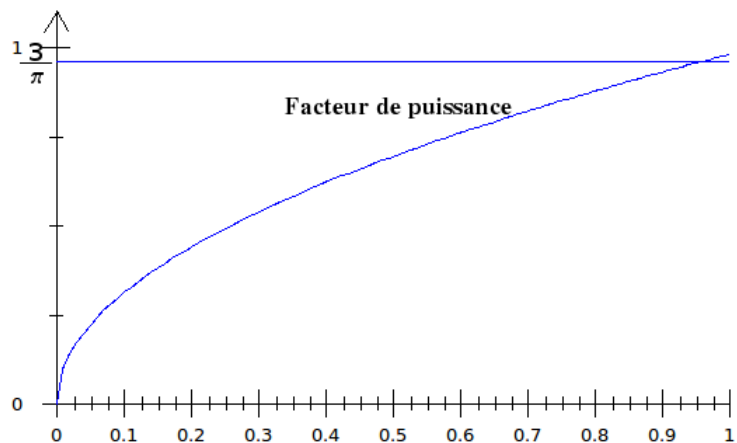
Expression de la puissance active (côté continu) :  $P = U_{\text{max}} \cdot I_{\text{cmoy}} = U_{\text{max}} \cdot \frac{3}{\pi} \alpha I_M$  avec  $U_{\text{max}}$  la valeur maximale des tensions composées. Comme le redresseur est supposé parfait, cette puissance est aussi celle en entrée du pont.

Expression de la puissance apparente en entrée du redresseur :  $S = \sqrt{3} U \cdot I_{1\text{eff}} = \sqrt{3} U \cdot \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} I_M$

Le facteur de puissance :  $k = \frac{P}{S} = \frac{U_{\text{max}} \cdot \frac{3}{\pi} \alpha I_M}{\sqrt{3} U \cdot \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} I_M} = \frac{U \sqrt{2} \cdot \frac{3}{\pi} \alpha I_M}{\sqrt{3} U \cdot \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} I_M}$

En simplifiant par  $U$  et  $I_M$  :  $k = \frac{\sqrt{2} \frac{3}{\pi} \alpha}{\sqrt{3} \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}}}$

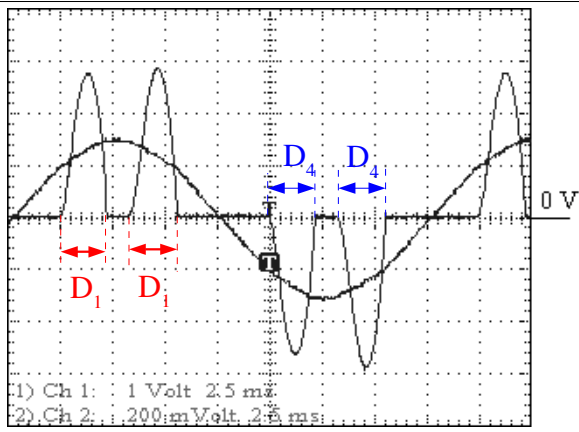
soit finalement :  $k = \sqrt{\frac{3\alpha}{\pi}}$  ; cette relation n'est valable que pour les valeurs de  $\alpha$  inférieures à  $\frac{\pi}{3}$ . La courbe correspondante est tracée ci-contre (l'axe des abscisses est gradué en radians). Le facteur de puissance est d'autant plus faible que l'angle de conduction  $\alpha$  est petit.



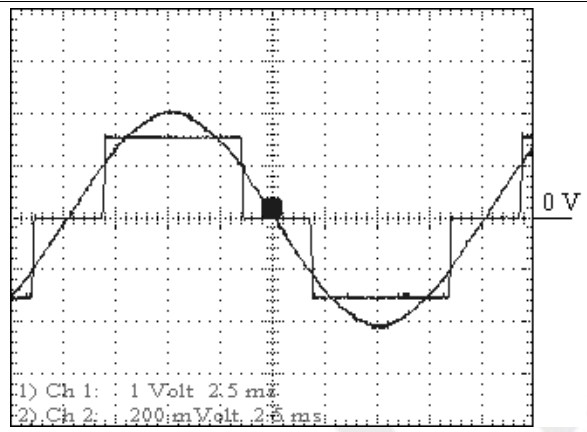
b. Comparer le résultat obtenu précédemment avec celui obtenu si le courant est supposé parfaitement lissé.

Lorsque le courant est parfaitement lissé, le facteur de puissance est égal à  $\frac{3}{\pi}$ , cette valeur n'est atteinte que pour des angles de conduction élevés. D'après les calculs, le facteur de puissance pourrait même atteindre 1 pour  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  si l'on suppose que la tension redressée reste constante et égale à la valeur maximale des tensions composées.

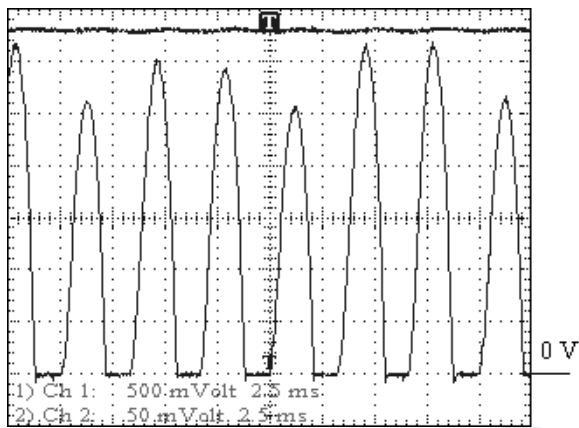
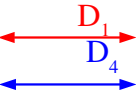
Filtrage par condensateur seul (l'interrupteur K est fermé)	Filtrage par cellule LC (l'interrupteur K est ouvert)
---	---



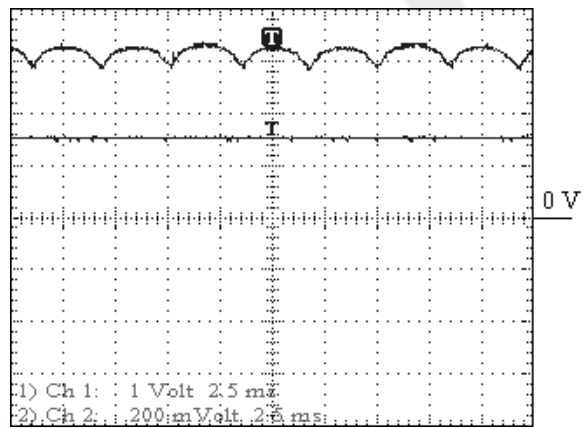
Courant  $i_1(t)$  et tension en entrée du redresseur



Courant  $i_1(t)$  et tension en entrée du redresseur



Courant  $i_c(t)$  et tension en sortie du redresseur



Courant  $i_c(t)$  et tension en sortie du redresseur