Ministère de l'Enseignement Supérieur

Direction Générale des Instituts Supérieurs des Etudes Technologiques

Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Nabeul

COURS

TOPOGRAPHIE ELEMENTAIRE

Elaboré par :

Ajmi Mohamed – Chaouachi Mohamed Chokri – Yermani Mabrouk

Année universitaire 2005-2006

Chapitre I

Généralités

Généralités
Topographie

Définition

La topographie est la technique de représentation sur un plan ou sur une carte la configuration réelle d'un terrain avec tous les détails qu'on en trouve. Ces derniers peuvent être naturels (rivières, montagnes, bois, champs,..), artificiels (routes, bâtiments, canaux, ports,…) ou conventionnels (courbes de niveau, limites administratives,…)

Plan :

Un plan est une représentation graphique d'une portion restreinte de la terre obtenue par projection orthogonale sur une surface plane. Les détails y sont représentés à l'échelle.

Une carte :

La carte est une représentation réduite, généralisée, mathématiquement précise de la surface de la terre sur un plan montrant la situation, la distribution et les rapports des divers phénomènes naturels et sociaux, choisis et définis en fonction du but de chaque carte.
La carte permet également de montrer les variations et les développements des phénomènes dans le temps, ainsi que leurs facteurs de mouvement et de déplacement dans l'espace.

Une échelle

L'échelle d'un plan ou d'une carte est le rapport numérique qui existe entre les longueurs mesurées sur la carte et les longueurs correspondantes sur le terrain.
Une échelle s'exprime sous forme : 1/10000 :

- Cela signifie qu'une longueur mesurée sur terrain est réduite 10000 fois pour être reportée sur la carte ;
- Cela signifie qu'une longueur mesurée sur la carte représente une longueur 10000 fois plus grande sur terrain.

Les principales échelles employées en topographie sont :
1 / 100, 1 / 200, 1 / 500, 1 / 1000, 1 / 2000, 1 / 5000, 1 / 10000, 1 / 25000, 1 / 50000,
1 / 100000, 1 / 200000.

Levé topographique

Le levé topographique consiste à reporter sur un plan ce qui existe sur le terrain des détails qu'on en trouve, que se soit naturels ou artificiels ….

Implantation

L'implantation est la technique qui a pour but de matérialiser sur le terrain un projet préalablement déterminé sur plan. En général l'implantation fait suite à un levé de terrain.

Il est possible de classer les implantations en deux grandes catégories :

- L'implantation de masse : bâtiments, ouvrages d'arts, voiries, etc.…
- L'implantation d'axes : lignes électriques, autouroutes, etc.…

Rappel sur les unités de mesure

Le grade (gr) ou le gon (g) appelé encore le système centisémal

Sous-multiples

Décigrade (dcg)	Centigrade (cgr)	Milligrade (mgr)	Décimilligrade (dmgr)
0,1gr	0,01gr	0,001gr	0,0001gr

1 tour = 2 л rad = 400 gr = 360°

400 gr = 2 л rad → 1gr = 2 л rad / 400gr → α rad = (л / 200).α gr

Conversion du degrés-grades (gons) : α° = (180°/ л) x α rad = 0,9 x α gr

α gr = (200 / л) x α rad = (α° / 0,9) = des grades en degrés

α rad = (л / 180).α° = (л /200) x α gr = radians → degrès → grades

Sin 1'' ≈ valeur de 1'' en rad ≈ 0,0000015708 rad = $1{,}5708.10^{-6}$ rad ≈ 1/636620 rad

α rad = α ''.sin1'' ≈ α ''x $1{,}5708.10^{-6}$ ≈ (α''/636620)

α '' ≈ (α rad/sin1'') ≈ (α rad/$1{,}5708.10^{-6}$) ≈ α rad x 636620 rad

Correspondance entre différentes unités de mesure de quelques angles

400gr	360°	6,28rad	2 л rad	Circonférence
200gr	180°	3,14rad	л rad	Angle plat
100gr	90°	1,57rad	(л/2) rad	Angle droit
63,66gr	57°,30	1rad		
1,111gr	1°			
1gr	0,9°	0,0157rad		

Définition de la géodésie

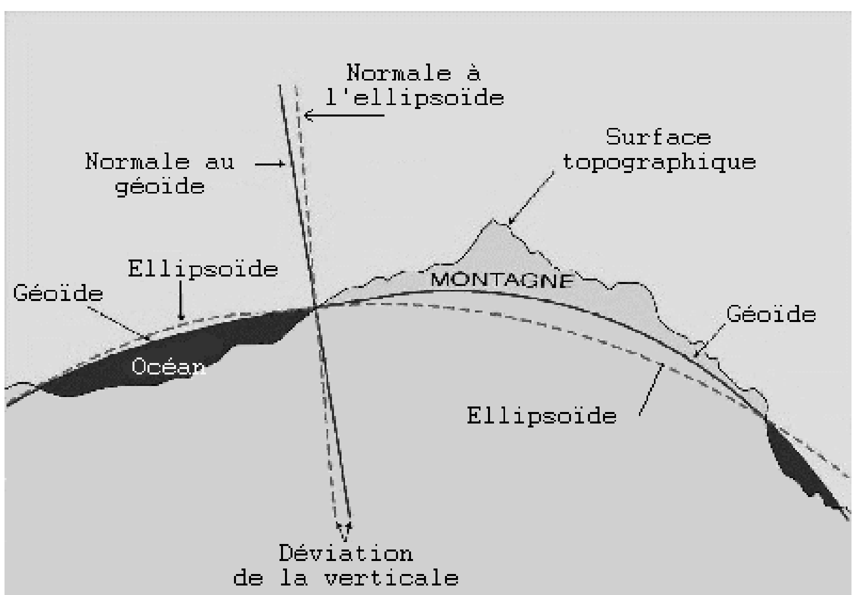
C’est la science qui, utilisant les systèmes de représentation plane, permet de transformer la surface courbe de la terre en un plan puis de placer sur ce plan un certain nombre de repères dits : points géodésiques.

Le géoïde

La forme générale de la terre est celle que nous donne la surface en équilibre constituée par l’ensemble des mers et des océans. Cette surface est équipotentielle puisqu’en équilibre ; elle est en tous points normale à la direction du fil à plomb.
On lui a attribué le nom de géoïde (du grec geos = terre et eidos = apparence).
Le géoïde, niveau des mers supposé prolongé sous les continents, est donc un volume irrégulier auquel on ne saurait appliquer des relations mathématiques de transformation.

L’ellipsoïde de révolution

On a constaté que tous les méridiens étaient égaux entre eux de petits écarts près ne dépassant pas la limite de précisions possibles actuellement. On en déduit (soustraire d’une somme) que le géoïde est très proche d’un volume de révolution, les écarts sont partout inférieurs à 100 mètres et rarement supérieurs à 10m (voir figure suivante)



On a constaté que le rayon de courbure des méridiens diminue des pôles vers l’équateur. L’étude de la variation du rayon de courbure le long du méridien a permis de conclure que le volume géométrique le plus proche du géoïde est un ellipsoïde de révolution tournant autour de son petit axe.

On l'appelle ellipsoïde de référence, on l'utilise comme surface de projection pour les cartes et les plans assez étendus mais seulement pour les points de canevas.

L'éllipsoide de la commission générale des poids et des mesures, calculé en 1799, a servi à la définition du mètre (un mètre est la quarante millionième partie de la longueur du méridien qui passe par la ville de paris assimilée au pas près). L'éllipsoide de Hayford a été recommandé comme éllipsoide international.

Ellipsoide	a-demi grand axe	b-demi petit axe	α = ((a-b) / a) applatissement
Hayford	6378 388 m	6356 912 m	1 : 297
Clarke II	6378 249 m	6356 515 m	1 : 293,5
Clarke I	6378 206 m	6356 584 m	1 : 295
Krassovski	6378 245 m	6356 863 m	1 : 298,3
Bessel	6377 397 m	6356 079 m	1 : 299,2
Erie	6377 491 m	6356 185 m	1 : 299,3
Everest	6377 276 m	6356 075 m	1 : 300,8

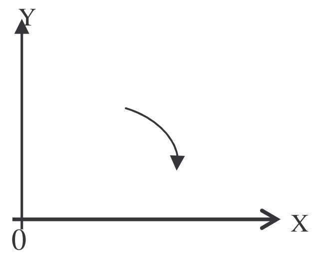
Rattachement des levés à un système de coordonnées rectangulaires

Il est d'usage universel de rapporter les mesures topométriques à un système de coordonnées. C'est à dire à deux droites orientées Ox et Oy choisies références. Un point M ainsi est défini par M(x,y).

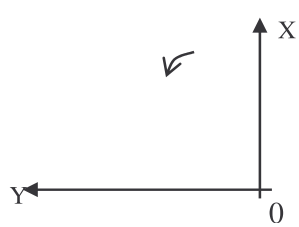
Origine des coordonnées planimétriques rectangulaires en Tunisie :

a- Les coordonnées du système topographique tunisien : système STT : L'échelle des coordonnées figure à l'intérieur du cadre de la carte 1 / 25 000.

b- Les coordonnées du système de l'Institut Géographique National de France : Système IGN de France : L'échelle des coordonnées figure à l'extérieur du cadre de la carte topographique de base : 1 / 25 000.

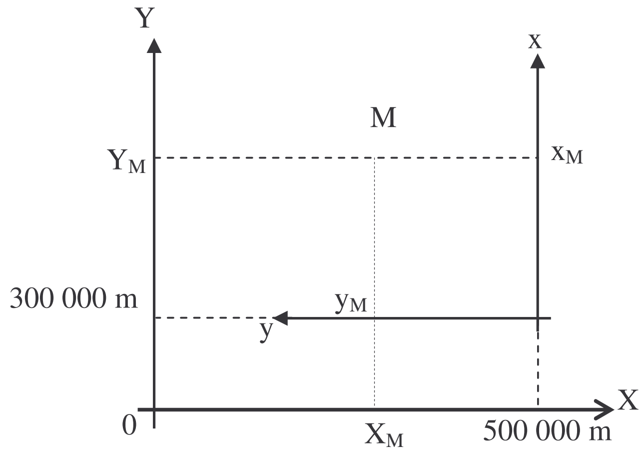


1.
2. Le système STT : Les coordonnées cadastrales X est croissant vers le Nord, il est confondu avec le méridien origine. Y est croissant vers l'Ouest, les directions sont mesurées à partir du Nord Lambert dans le sens opposé des aiguilles d'une montre (c'est le sens rétrograde) : se sont des orientements.



3. Le système I.G.N. de France (Institut de Géographie National de France) : Y est croissant vers le Nord, confondu avec le méridien origine. X est croissant vers l'Est. Les directions sont mesurées à partir du Nord Lambert est dans le sens des aiguilles d'une montre : ce sont des gisements.

Relation entre les deux systèmes



I.G.N.F $\quad X_M = 500\,000 - y_M$

$\quad Y_M = 300\,000 + x_M$

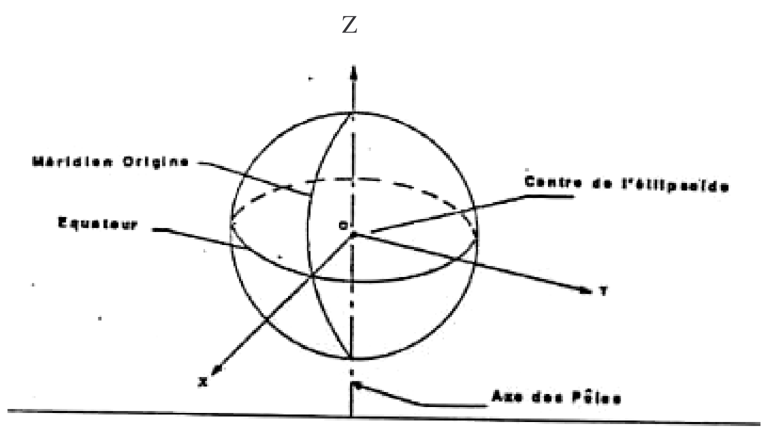
S.T.T. $\quad X_M = Y_M - 300\,000$

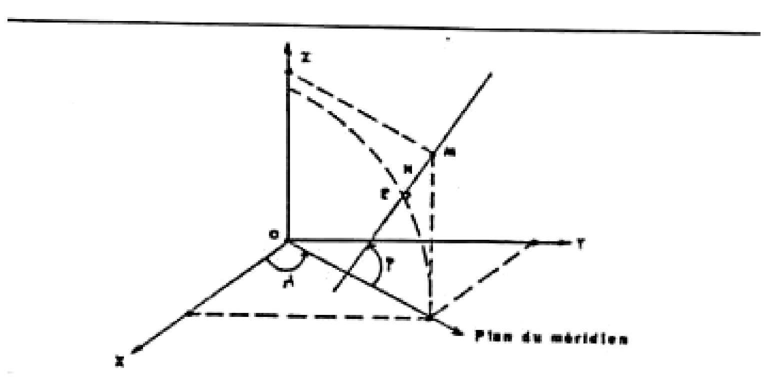
$\quad y_M = 500\,000 - X_M$

Les coordonnées géographiques

La longitude : (λ) est l'angle dièdre formé par le méridien du lieu et un méridien origine (observatoire de Greenwich). Elle est comptée de 0 à 360° positivement vers l'Est.

La latitude : (φ) est l'angle que fait la normale à la sphère au lieu considéré avec le plan de l'équateur. Elle est comptée de 0 à 90° positivement vers le Nord, négativement vers le Sud.





Systèmes de projections

En topographie, on considère la surface de la terre comme plane (puisque la surface levée est relativement réduite). Mais cette hypothèse n'est plus valable pour la représentation précise d'un territoire étendu. Dans ce cas, on a recours à une représentation conventionnelle dite ''projection''. Il existe un certain nombre de systèmes de projection (les plus utilisées dans le monde font le nombre d'une quarantaine). On peut citer les systèmes de projections suivants :

La projection Lambert ;

- Universal Transverse Mercator (UTM);
- La projection équivalente de Bonne ;
- La projection Gauss-Cruère (système fuseaux), etc.…

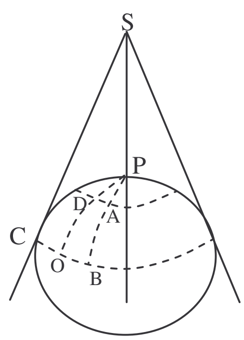


Figure 3

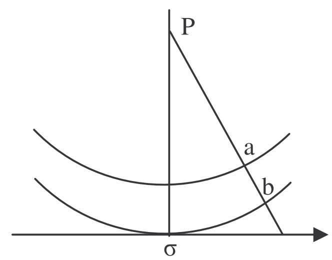


Figure 4

Afin de transformer les coordonnées géographiques en coordonnées rectangulaires, la projection Lambert à le principe suivant : sur la surface de la terre (fig. 3), on choisis le méridien origine OP (celui de Paris) et une parallèle origine OB (O : centre de la région à représenter).

La fraction de la surface terrestre avoisinant le (.) point σ sera représentée en plans, dans un système de coordonnées rectangulaires XOY (fig.4) d'après les conventions suivantes :

- Les méridiens sont représentés par des droites concourantes en 'P'
- Les parallèles sont représentées par des cercles concentriques ayant 'P' pour centre.
- Les longueurs mesurées sur la terre sont conservées sur le // origine et sur l'isomètre central.

L'intérêt de ce système est qu'il est ''conforme'' c'est à dire il conserve les angles mesurés sur le terrain (pour des longueurs des cotés des angles inférieurs à 10Km).

Notions sur les projections équivalentes et conformes

Il s'agit de transformer l'éllipsoide en plan. Il est évident que cette opération n'est pas possible sans déformation de longueur, de même qu'on ne peut pas aplatir la peau d'une demi-orange sans déchirement et sans compression de certaines parties.

On utilise différentes transformations mathématiques qui font correspondre à chaque point de l'éllipsoide un point du plan. Selon les procédés utilisés, on peut conserver soit les angles ; ce sont les projections conformes, soit les surfaces ; ce sont les projections équivalentes mais tous les procédés altèrent les longueurs (causent des altérations).

Les projections conformes conservent les angles élémentaires formés par des méridiens quelconques, les méridiens et les // se coupent à un angle droit. L'indicatrice de Tissot est alors un petit cercle de rayon a = b, ce qui signifie que l'échelle est constante dans toutes les directions au voisinage d'un point. La Projection conserve donc la forme des figures assez petites par rapport à la sphère (plus grande dimension < à 2000 km).

Les projections équivalentes conservent les surfaces ou plus exactement les rapports des surfaces de la terre à la carte ; l'échelle est variable autour d'un point selon la direction considérée, aussi l'Indicatrice de Tissot est elle une ellipse telle que a ≠ b, mais, suivant la position du point par rapport au centre de projection, le rapport a/b varie tan disque le produit a x b reste égal à l'unité, ce qui signifie que l'aplatissement de l'indicatrice varie mais la surface reste la même à celle du cercle initial.

Le méridien

Le méridien est l'intersection de la sphère de référence avec un plan contenant la ligne des pôles. C'est un arc de grand cercle.

Le parallèle : est l'intersection de la sphère de référence avec un plan perpendiculaire à la ligne de pôles. Le parallèle contenant le centre de la sphère s'appelle l'équateur. C'est un arc de grand cercle :

Circonférence méridienne + 400008,11 km

Circonférence équatoriale + 40075,9 km

Le système qui permet e repérer un point quelconque de la surface du globe est le système de coordonnées géographiques (S.C.G.). Il est constitué par un réseau de lignes orthogonales : les parallèles sont des lignes circulaires parallèles à l'équateur, les méridiens sont sur la sphère, des grandes cercles passant par deux pôles et, sur l'ellipsoïde des ellipses passant par les pôles.

L'équateur et les méridiens sont divisés en 360° ou en 400 grades. La division sexagésimale 1° = 60', 1' = 60'' est généralement utilisée sur le plan international et en astronomie.

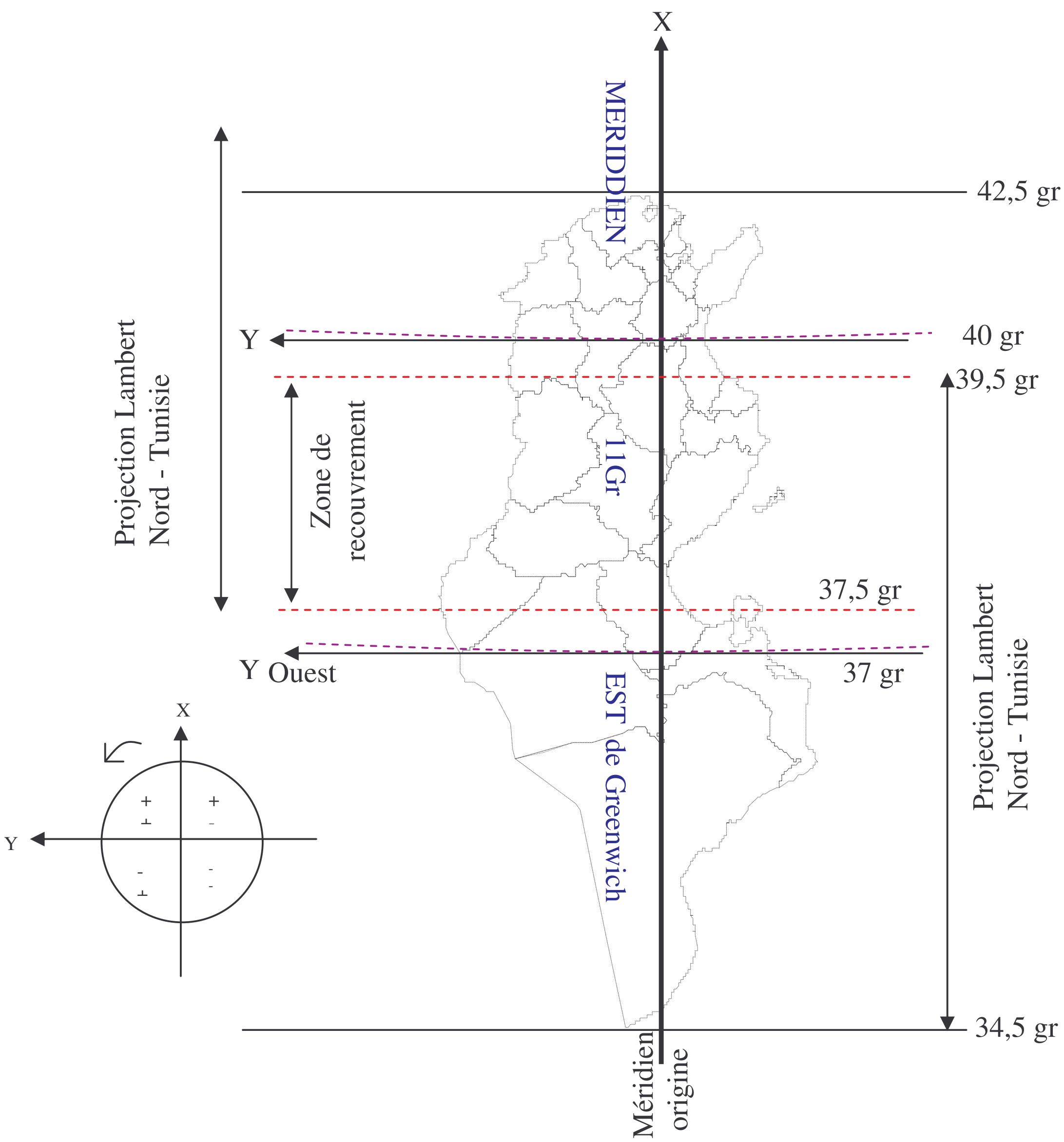
Une rotation de la terre = 360° → 24 heures, 15° → 1 heure, 15' d'arc = 15' = 1' min de temps. 15'' d'arc = 15'' = 1' seconde de temps.

La projection tunisienne

En Tunisie la carte topographique de base on été élaboré avec l'utilisation de la projection conique conforme de Lambert. Afin de minimiser les altérations linéaires entre le nord et le Sud, on a élaboré la carte en deux systèmes :

Système Lambert Nord et Système Lambert Sud

SYSTEME DE PROJECTION LAMBERT



Canevas de base géodésique

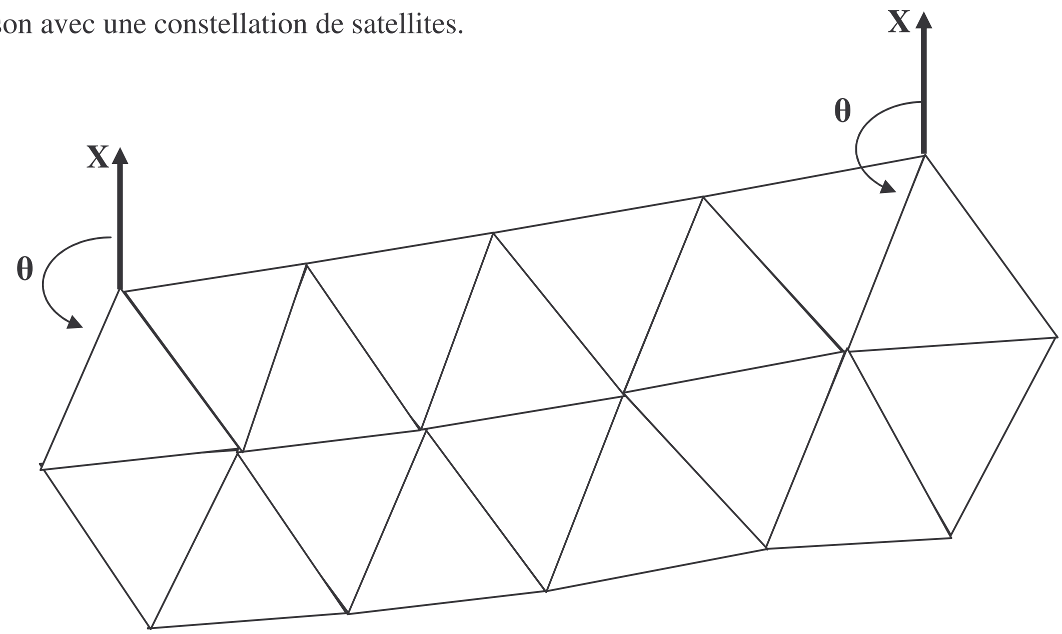
Le réseau géodésique national d'un pays se réalise dans un double but :

1- Scientifique : (connaissance de la forme et des dimensions de la terre).
2- Technique : (ossature, charpente, squelette pour tous les levés, carte d'un pays plans à grande échelle …)

Le canevas géodésique est généralement une triangulation elle consiste à déterminer les coordonnées X et Y des sommets de triangles accolés dont on mesure les angles et un certains nombre de cotés.

L'orientation d'une base géodésique est faite par détermination astronomique.

N.B. : les équipement du dernier temps (technologies de pointe) en l'occurrence le GPS (Global Positioning System) permettent dores et déjà la détermination des coordonnées planimétriques d'un réseau avec beaucoup plus de facilité, de précision en se basant sur la liaison avec une constellation de satellites.



Le service géographique de l'armée a créé (1924) en Tunisie un premier réseau géodésique un premier réseau géodésique comprenant des points de 1^{er}, $2^{ème}$ et $3^{ème}$ ordre.

- Le réseau de premier ordre formé de triangles sensiblement équilatéraux de 40 km de coté comprend :
  - Une chaîne Ouest-Est qui forme le prolongement du parallèle d'Alger, de Souk Ahras à l'extrémité du Cap-Bon.
  - Une chaîne méridienne, s'étendant de Tunis à Maatamer.
  - Des points de remplissage couvrant toute la Tunisie.

- Le réseau de 2ème ordre appuyé sur e précédent est formé de triangles plus petits et moins réguliers.
- Le réseau de 3ème ordre appuyé sur les deux précédents de points que ne sont généralement pas stationnables.

Tous les points sont connus, selon les deux systèmes utilisés en Tunisie : Les coordonnées fuseaux et l'origine unique (coordonnées rectangulaires).

L'office de la topographie et de la cartographie Tunisienne (l'OTC) a densifié depuis cette date le canevas géodésique par un réseau de 4ème ordre.

Les points géodésiques sont maçonnés sur la face supérieure d'un dé de maçonnerie est gravé un triangle équilatéral ayant pour centre un tube métallique noyé dans le dé.

Les usagers peuvent se procurer de l'OTC les coordonnées de ces points sur des feuilles appelées : fiches signalétiques dont l'exemple est à la page suivante :

Feuille N ……4 SE		Point : 14500				2ème Ordre	
A 1/ 50 000							
Gouvernorat	Nabeul						
Lieu dit	Nabeul	**Code** ………………………………………..				Créé en 1990	
	Latitude		**Longitude**				
	Désignation	**Coordonnées Lambert**		**Coordonnées UTM**		**Altitude**	
Principal	Axe minaret	+ 50846.80	- 74902.68				
Auxiliaire		X	Y				

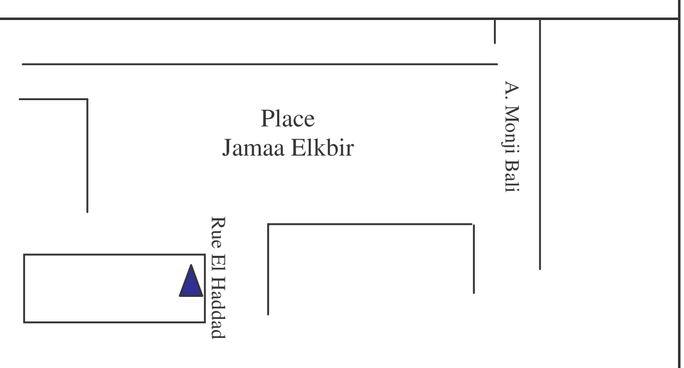
Désignation détaillée du point principal

Le point est matérialisé par l'axe du minaret

De la mosquée El Khébir

Croquis de repérage

Levé d'itinéraire



Chapitre II

Mesures d'angles

&

distances

Mesures angulaires

- Définition des angles

L’angle horizontal ‘‘a’’ entre deux directions A et B et par définition l’angle dièdre compris entre les deux plans verticaux passant par les directions. C’est encore l’angle formé par les projections des deux directions sur un plan horizontal.

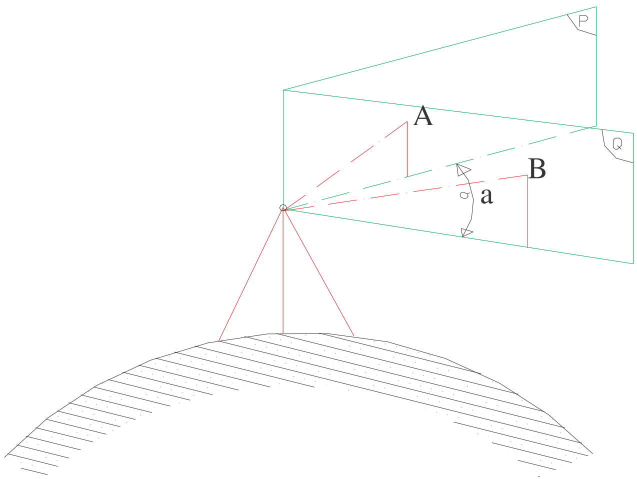


Figure II.1 : Angle horizontal entre deux directions

L’angle vertical « V » d’une direction, est ce que fait cette direction avec le plan horizontal. L’angle zénithal est son complément. En général, le zéro du cercle vertical se trouve vers le zénith et les angles mesurés sont des angles zénithaux ou appelés encore distances zénithales.

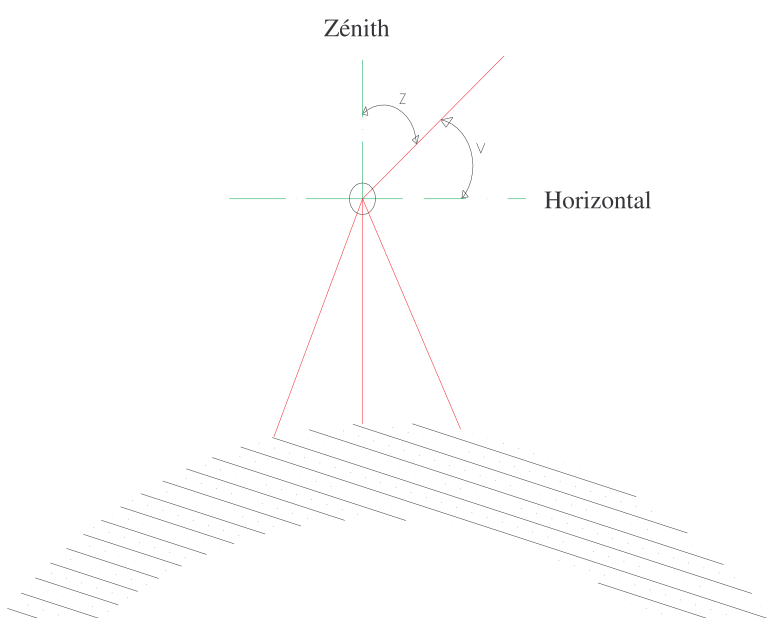


Figure II.2 : Angle zénithal et son complément

Mesure des angles horizontaux ou azimutaux

En Tunisie, les angles horizontaux sont comptés positifs dans le sens contraire des aiguilles d'une montre (sens rétrograde).

Les angles horizontaux peuvent être mesurés de deux manières différentes :

- Directement graphiqués à l'aide d'un gonigoraphe : une planchette placée horizontalement sur un trépied reçoit une feuille de papier qui est fixée et sur laquelle le plan est dessiné suivant la visée effectuée ;
- Mesurés en unités à l'aide d'un goniomètre : un cercle ou un limbe horizontal est gradué en valeurs angulaires ; la lunette peut être dirigée à volonté sur un point de visée, son déplacement commande celui d'un index le long du limbe.

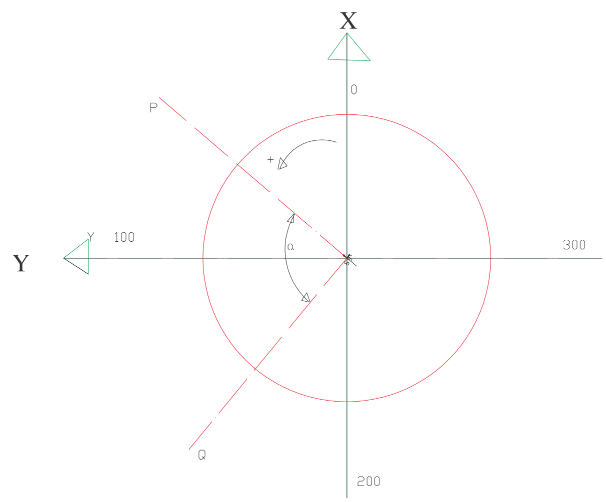


Figure II.3 : Mesure des angles horizontaux

Les instruments basés sur ce principe sont :

- l'équerre optique ;
- Le cercle d'alignement (uniquement pour les angles horizontaux) ;
- Les théodolites ordinaires et les théodolites électroniques.

Procédés de mesure des angles horizontaux :

a- Mesure de direction : Par ce procédé, on lit des directions sur le limbe horizontal. Les angles cherchés sont ensuite obtenus par soustraction de directions (en topographie on mesure des directions et on déduit des angles). Si l'on mesure plusieurs fois les directions, on parle de mesure de série (réitération).

b- Mesure d'angle : Dans ce cas, on mesure directement l'angle entre deux directions. Cette méthode nécessite l'emploi d'un théodolite répétiteur (c'est le principe de la répétition).

c- Principe de la détermination d'une direction : La détermination d'une direction peut être effectué de plusieurs manières :

Par le calcul

Connaissant les coordonnées de S et B, on calcul le gisement de la direction SB à partir de sa tangente :

$$\boxed{Tg\ G_{SB} = (X_B - X_S) / (Y_B - Y_S)}$$

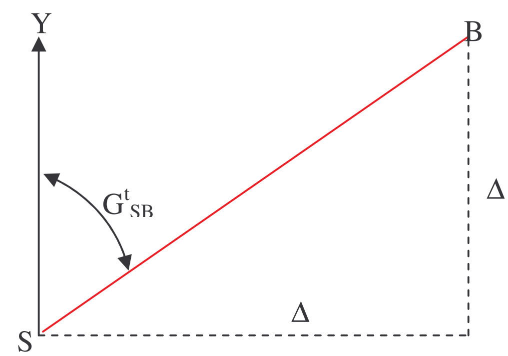


Figure II.4 : calcule du gisement d'une direction

En mode goniométrique

On prend comme référence intermédiaire une direction connue SA. On mesure l'angle ASB. Connaissant Gsa, on en déduit Gsb par la relation suivante :

$$\boxed{G_{SB} = G_{SA} + \widehat{ASB}}$$

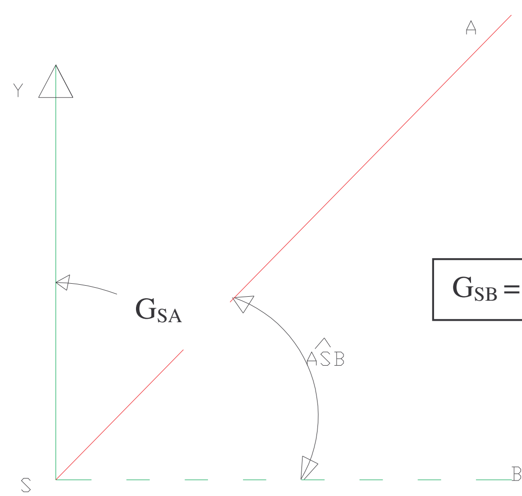


Figure II.5 : Calcul d'un gisement en mode goniométrique.

En mode décliné

On mesure l'azimut de la direction SB, angle formé par la direction et l'aiguille aimantée. Connaissant la déclinaison magnétique d'où en déduit que

G = Az magnétique + d'

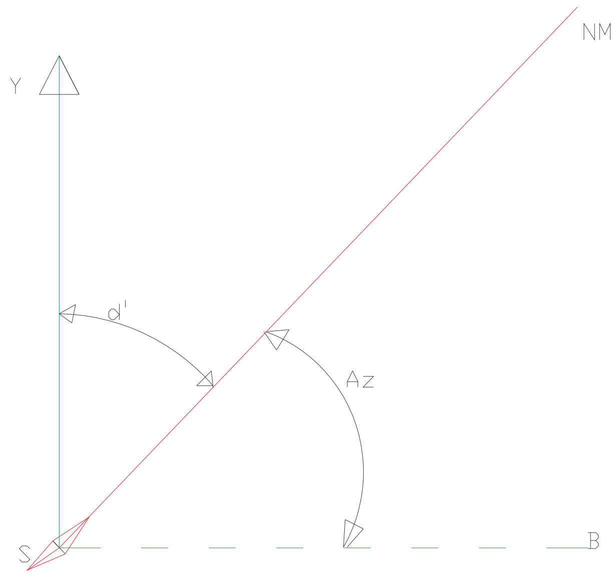


Figure II.6 : Recherche de la déclinaison magnétique

Déclinaison magnétique

C'est l'angle du plan vertical contenant l'axe du barreau (Nord magnétique) avec le plan méridien du lieu (Nord géographique). Le Nord magnétique est donné par la direction de l'aiguille aimantée et la connaissance de la déclinaison permet de déterminer la direction du Nord géographique. La déclinaison n'est pas un angle constant. Elle varie avec le lieu et le temps. Les lignes de même déclinaison sont appelées isogones. La déclinaison varie peu lorsqu'on se déplace du Nord au Sud. On admet en topographie que la déclinaison est constante dans un rayon de 5Km.

Méthode de mesure des angles horizontaux :

Pour mesurer des angles horizontaux, on distingue cinq méthodes :

- La répétition
- Le tour d'horizon avec réitération
- La méthode de couple
- L'altération de sens de rotation
- Le double retournement

Méthode d'observation par répétition (méthode classique avec les anciens instruments)

Cette méthode qui était très utilisée avec les anciens théodolites à verniers, est peu utilisée avec les instruments modernes. C'est une méthode assez longue, qui nécessite un appareil répétiteur pour la mesure d'un seul angle à la fois.

Principe : cette méthode consiste à juxtaposer (placer cote à cote, dans une proximité immédiate) sur le limbe. Un certain nombre de fois l'angle à mesurer, en n'effectuant que la lecture initiale et la lecture finale.

Mode opératoire : En cercle gauche, le mouvement générale bloqué, on pointe R et on fait une lecture I1. Avec le mouvement particulier (alidade étant mobile) on pointe A sans faire de lecture.

- Bloquer le mouvement particulier et avec le mouvement général on pointe R (sans faire de lecture).

- Bloquer le mouvement générale et pointer une deuxième fois a (sans lecture) et ainsi de suite.

Si : - n est le nombre de répétition ;

- m_1 est la première lecture
- m_n est la dernière, l'angle cherché sera alors : $(m_n - m_1) / n$

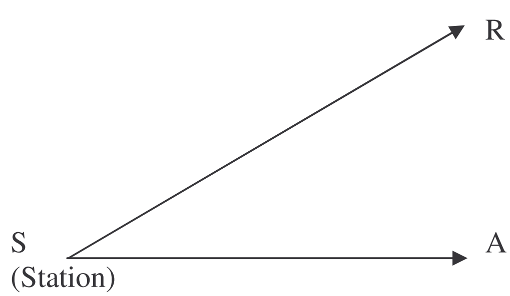


Figure II.7 : principe de la méthode par répétition

Il faut signaler que toutes les méthodes servent à éliminer les erreurs.

Méthode d'observation en tour d'horizon avec réitération :

Cette méthode est utilisée avec les théodolites munis d'un dispositif de décalage de limbe (bouton réitération avec lequel on peut amener une lecture prédéterminée, la lunette restant pointée sur l'objet ou la cible visée sur les théodolites Wild T2).

On appelle tour d'horizon l'observation successive des points A, B, C, …, A. Le point A choisi comme origine est observé de nouveau afin de boucler le tour complet et d'assurer un contrôle dit de fermeture.

La mesure des angles se fera par séquences et tour d'horizon. On appelle *séquence* un ensemble de lectures effectuées en une même station, avec une seule position du cercle, une origine prédéterminée du limbe, et un contrôle de fermeture sur l'origine (référence).
On appelle *paire de séquences* (une série), deux séquences successives avec décalage du limbe, retournement de la lunette (du cercle gauche CG en cercle droite CD) et inversion du sens d'observation.

Les théodolites de précision sont utilisés pour des visées très longues (plusieurs kilomètres ou pour des travaux de précision). Le nombre de paires de séquences (séries) sera 1, 2, 4 ou 8 selon la précision demandée, et la longueur des cotés.

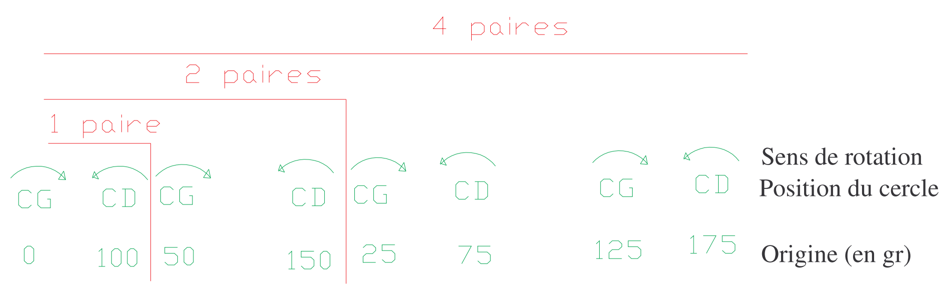


Figure II.8 : Nombre de paires de séquences

Première séquence :

1- Pointer le coté origine en CG (par exemple) ;

2- A l'aide du bouton de décalage du limbe amener le zéro de la graduation très près de l'index de l'alidade ;

3- Faire la lecture L_R sur la référence, après avoir effectué la coïncidence, soit 0.0243 gr ;

4- Tourner la lunette sur la droite, pointer le coté A et faire la lecture, soit 88.4251gr (Lecture L_A)

5- En tournant toujours sur la droite, viser la référence L_R soit 0.0253.

La fermeture est +10 dmgr.

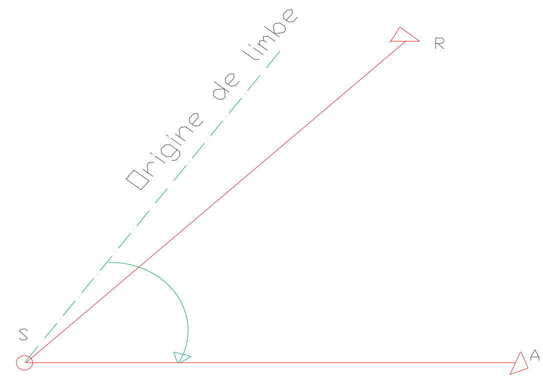


Figure II.9 : Principe de la méthode par séquence.

Deuxième séquence :

1- Effectuer un double retournement ;

2- Pointer le coté origine en CD ;

3- A l'aide du bouton de décalage du limbe, amener la gradation 100 gr très près de l'index de l'alidade ;

4- Faire la lecture sur LR, soit 100.0720 gr ;

5- Faire la lecture sur A en tournant la lunette sur la gauche, soit 188.4727 gr ;

6- Effectuer la fermeture sur la référence LR, soit 100.0714 (-6 dmgr).

Fermeture d'un tour d'horizon (fermeture d'une séquence) :

C'est la différence entre les lectures d'ouvertures et de fermeture. Elle doit être calculée sur le terrain. La fermeture sur la référence ne doit pas dépasser la tolérance correspondante à la précision demandée de la mesure. La fermeture met à l'évidence les fautes (pointage faux, déplacement en mouvement général) et les erreurs ainsi. On admet en générale un écart de fermeture pour un théodolite Wild T2 ou Zeiss Th2 à ± 10dmg.

Tout tour d'horizon ayant une fermeture supérieure devra être repris. La valeur adoptée est la moyenne entre l'ouverture et la fermeture.

Réduction des lectures à zéro sur l'origine :

Cette opération consiste à retirer à chaque lecture d'une même séquence, la lecture moyenne sur la référence. Le tableau suivant illustre cette technique de réduction.

Station	Points visés	Lectures CG	Lect. CG ramenée à 0	Lectures CD	Lect.CD ramenée à 0	Moyenne
S1	Référence	0.0243	0.0000	100.0714	0.0000	0.0000
	A	88.4252	88.4004	188.4727	88.4010	88.4007
	Référence	0.0253	0.0000	100.0720	0.0000	0.0000
	Fermeture +10 dmgr			Fermeture -6 dmgr		
	Moyenne 0.0248			Moyenne 100.0717		

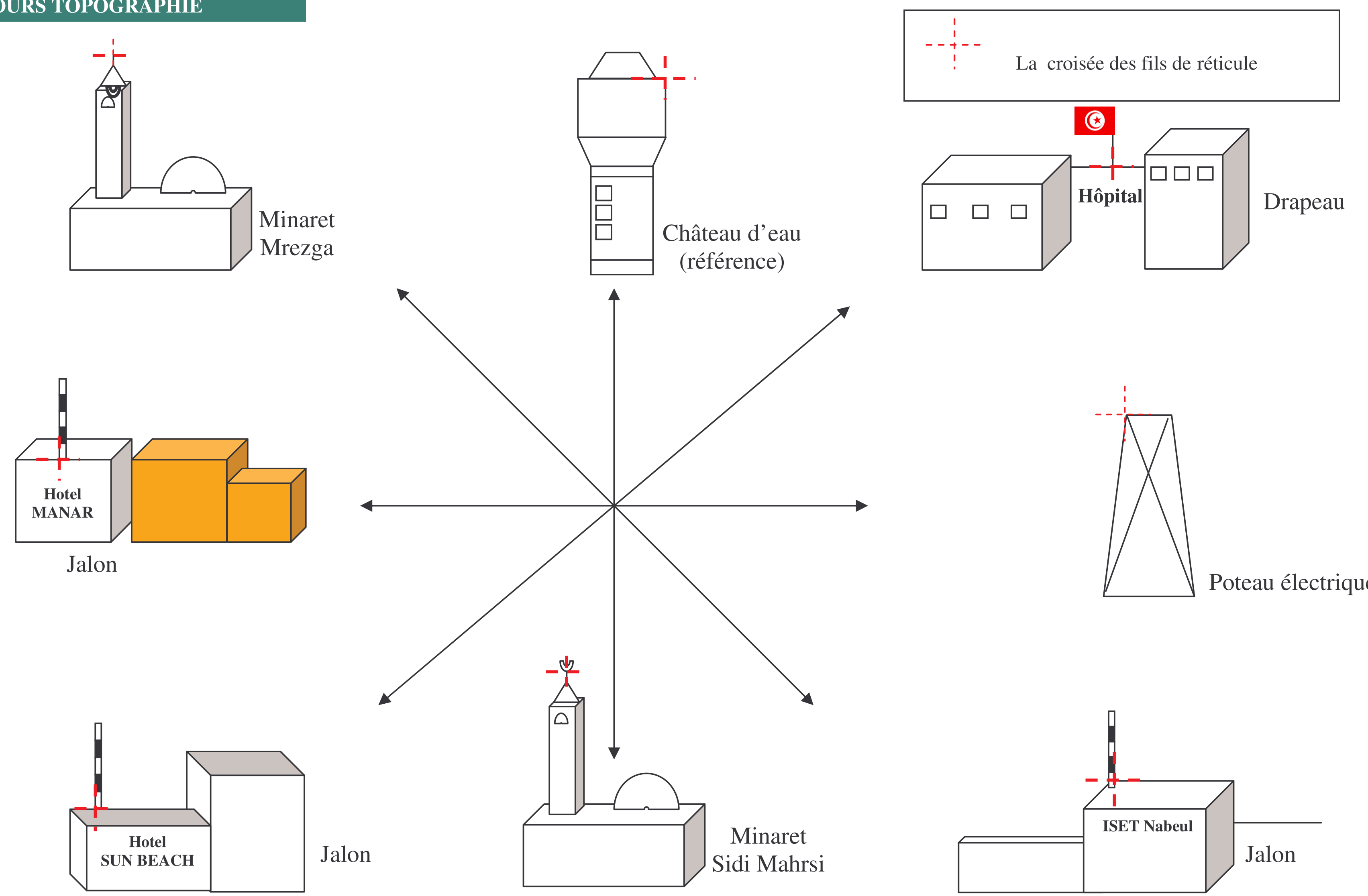
Tableau II.1 : Technique de réduction sur la référence.

Tolerance des théodolites: Wild T2, Zeiss Th2 ou Kern DRM2A :

Entre les moyennes de des séquences successives 18 dmgr. Entre les moyennes de deux paires de séquences successives 13 dmgr. Entre les moyennes de quatre paires de séquences successives 5 dmgr.

L'écart maximum entre la valeur le plus petite et la plus grande des quatre paires de séquences ne devra pas dépasser 25 dmgr. Toute séquence qui dépassera cette valeur devra être recommencée ainsi que la séquence qui lui est associée (CG, CD) car seul la moyenne d'une paire de séquence est affranchie des erreurs systématiques instrumentales.

Par exemple : un écart supérieur à 25 dmgr dans la séquence CD à 150 grades implique la reprise de cette séquence ainsi que celle CG à 50 grades.


La croisée des fils de réticule
Minaret
Mrezga
Château d'eau
(référence)
Hôpital
Drapeau
Hotel
MANAR
Jalon
Poteau électrique
Hotel
SUN BEACH
Jalon
Minaret
Sidi Mahrsi
ISET Nabeul
Jalon

Mesure des angles verticaux :

Les théodolites ont en plus de leur fonction "goniomètre" une fonction "éclimètre", c'est-à-dire qu'ils permettent la mesure des angles verticaux.

Le limbe vertical des tachéomètres à fonction éclimètre peut être gradué en :

- Site (**i**) : angle de la visée avec l'horizontale ;
- Angle zénithal (**z**) : angle de la visée avec la verticale ascendante ;
- Angle nadiral (**n**) : angle de la visée avec la verticale descendante.

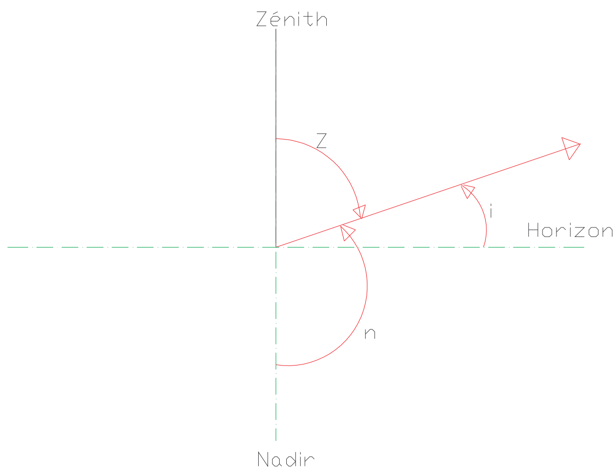


Figure II.10 : Principe de mesure des angles verticaux.

La figure suivante montre les différentes sortes de graduations du cercle vertical :

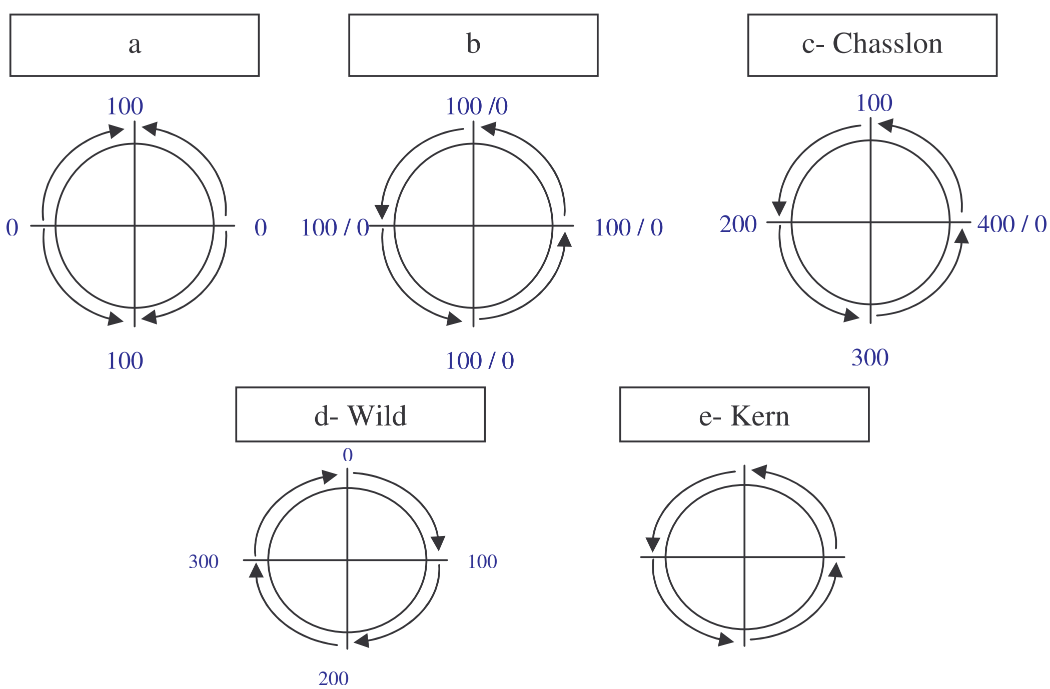


Figure II.11 : Différentes graduations du cercle vertical.

Puisque le but de l'éclimètre est de donner les angles d'inclinaison, on a d'abord logiquement utilisé des appareils sur lesquels le zéro est à l'horizontal (Figure 1a).

Chaque quadrant est divisé de 0 à 100 gr. Les inconvénients sont de deux sortes :

1- il faut compléter l'angle par son signe,

2- les lectures en position CG ne se différencient pas sur le carnet de celles effectuées en CD.

Or, l'erreur de collimation sur l'angle d'inclinaison change de signe avec le double retournement (changement de position de la lunette bout à bout).

Certains appareils donnent en position CG la distance zénithale Z et en position CD son complément à 400 gr. C'est la graduation du tachéomètre Moinot (1855) reprise par Wild pour tous ses appareils.

L'angle d'inclinaison est égal à :

i = 100-Z en CG

i = Z-300 en CD.

Kern a adopté une graduation en distances nadirales δN (Figure 1[e]). L'angle d'inclinaison en position CG est égal :

i= δN-100 en CG ;

i= 300- δN en CD.

On voit qu'avant d'utiliser un appareil, il faudra reconnaître avec soin le genre de graduation de son éclimètre.

Lorsqu'on veut obtenir une meilleure précision, on opère par double retournement et on fait les mêmes opérations de mesure de l'angle vertical en position CG et CD.

Le tableau à la page suivante peut être un document significatif pour des mesures et des applications dans les travaux pratiques pour la détermination des angles verticaux et qui servira par la suite dans le nivellement trigonométrique.

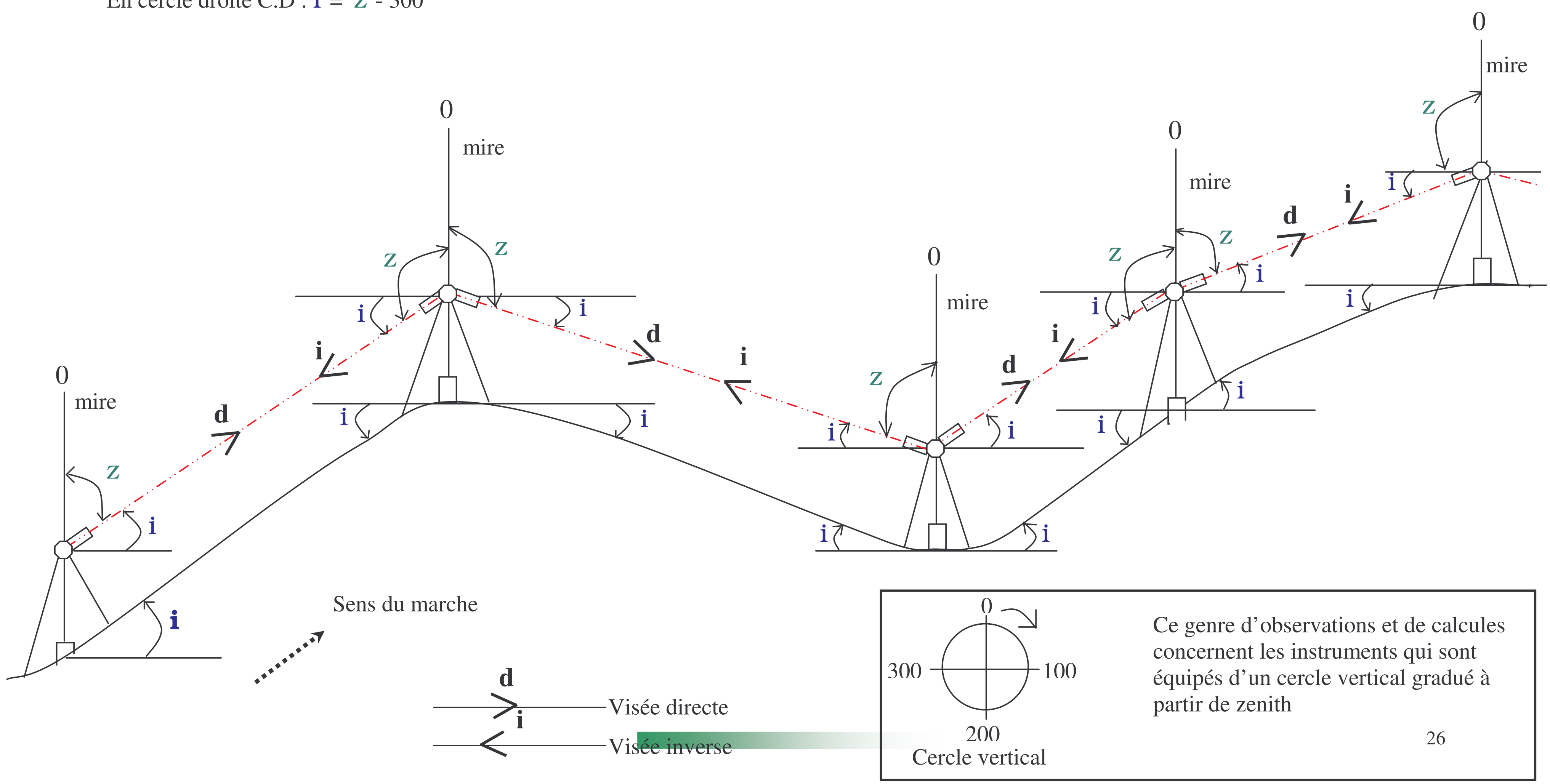
Schéma matérialisant l'angle d'inclinaison vertical (angle de site) en visée directe et inverse en adoptant $H_i = H_v$

H_i = Hauteur de l'instrument (hauteur de l'axe secondaire)

H_v = Hauteur du fil niveleur

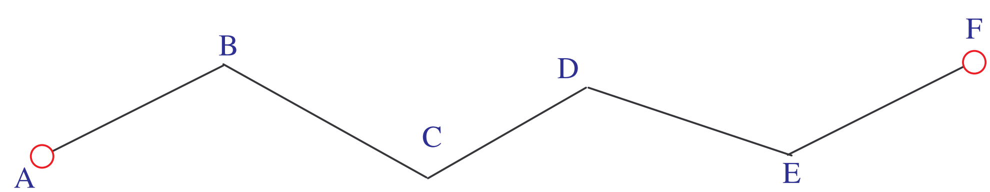
En cercle gauche C.G : $i = 100 - z$

En cercle droite C.D : $i = z - 300$



Station H_i	Points visées	d Ou i	Angles verticaux Cercle gauche C.G	 Cercle droite C.D	Site moyen i
A			98,28	301,74	+ 1,73
1,53	B	d	400,02		**+ 1,73**
	A	i	101,75	298,27	
B			400,2		- 1,74
1,54	C	d	96,85	303,17	+ 3,16
			400,02		**+ 3,15**
	B	i	103,15	296,86	
C			400,01		- 3,14
1,49	D	d	103,20	296,83	- 3,18
			400,03		**- 3,18**
	C	i	96,82	303,19	
D			400,01		+ 3,18
1,52	E	d	103,48	296,54	- 3,47
			400,02		**- 3,47**
	D	i	96,54	303,48	
E			400,02		+ 3,47
1,56	F	d	104,14	295,88	- 4,13
			400,02		**- 4,13**
	E	i	95,87	304,15	
F			400,02		+ 4,14
1,48					

d = visée directe
i = visée inverse



Mire centimétrique visée à la même hauteur que l'instrument $h_i = h_v$

Collimation verticale

Les théodolites et les tachéomètres, qu'ils soient à collimation verticale manuelle ou automatique, ne calent pas en général le zéro au zénith. La ligne 0.200 gr du limbe fait avec la verticale un petit angle Z_0 appelé défaut de collimation verticale. On élimine ce défaut soit par un double retournement, soit par visées directe et inverse.

1- Graduation zénitale et continu :

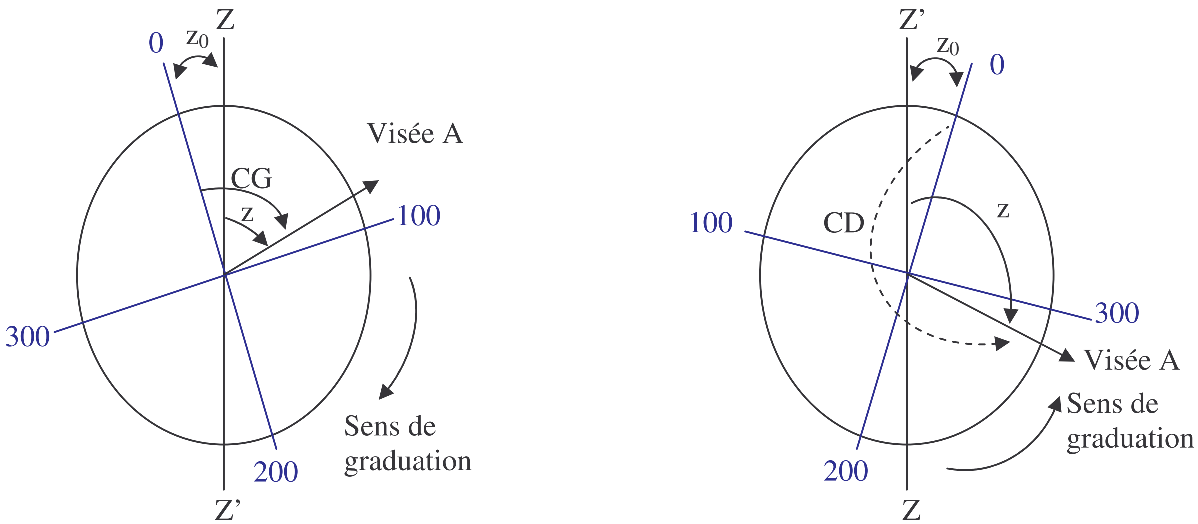


Figure II.12 : Défaut de collimation verticale.

La ligne 0.200 gr prend deux positions symétriques par rapport à la vertical :

Dans la position CG on a :

$$Z = \text{Lecture CG} - z0$$

Dans la position CD on a :

$$Z = 400\text{ gr} - \text{lecture CD} + z0,$$

d'où

$$Z = (400\text{ gr} + \text{lecture CG} - \text{lecture CD})/2.$$

La quantité Z_0 et par la suite la somme de lecture CG et lecture CD est une constante de l'appareil. En pratique, on détermine : 400 gr – lecture CG + lecture CD = $2Z_0$.

Exemple :

la lecture CG = 98.34 gr, le lecture CD = 301.70 gr,

400-98.34+301.70 = +0.04 gr = $2Z_0$

Chaque lecture est forte de 2 cgr, on obtient alors ;

lecture CG = 98.32 gr et lecture CD = 301.68 gr, lecture CG + lecture CD = 400.00 gr,

donc

Z= 98.32 gr et respectivement i = +1.68 gr.

Une vérification donne : Z = (400+98.34-301.70)/2 = 196.64/2 = 98.32 gr.

Si Z_0 est trop important (plus de 100 dmgr sur Wild T2 ou plus de 10 cgr sur Wild T16), il convient de régler la nivelle liée au limbe vertical.

1- Certains instruments ont une graduation du limbe vertical discontinue, peu utilisé en topométrie. Citons pour mémoire :

- le Wild T3 utilisé en géodésie : le limbe vertical est gradué en doubles grades de 50 à 150, Z = 100 + lecture CD – lecture CG.

La mesure angulaire est basée sur l'ensemble de trois axes cités ci-dessous :

- Axe principale ou encore appelé Pivot ;

- Axe secondaire (axe des tourillons). Ce dernier tournant autour de l'axe vertical ;

- Axe optique (axe de la lunette) bascule dans un plan vertical autour de l'axe horizontal qui est secondaire.

Contrôle et réglage d'un théodolite :

Pour contrôler et régler un théodolite, il faut suivre les règles pratiques suivantes :

1) *L'axe secondaire doit être perpendiculaire à l'axe principale ;*
2) *La directrice de la nivelle de l'alidade doit être perpendiculaire à l'axe principal ;*
3) *L'axe optique de la lunette doit être perpendiculaire à l'axe secondaire ;*
4) *L'axe de la nivelle d'index (du cercle vertical) doit être parallèle à la ligne de visée : le zéro du limbe vertical doit être parallèle à l'axe principal.*

Erreurs systématiques dues à un défaut de réglage :

On distingue quatre sortes d'erreurs systématiques à savoir :

- Erreur de verticalité de l'axe principal : Cette erreur est causée par la sensibilité et par la paresse de la nivelle (élimination par réglage). Il n'existe pas de mode opératoire pour éliminer cette erreur ;

- Erreur de collimation horizontale : On la détermine avec le contrôle suivant :

C_H = (lectureCD-lectureCG-200)/2,

l'axe vertical ZZ' non perpendiculaire à TT'. Le double retournement est le mode opératoire approprié pour son élimination ;

- Erreur de collimation verticale :

C_V= (lecture CD-lectureCG-400)/2.

Le double retournement est le mode opératoire approprié pour son élimination ;

- Erreur de basculement :

$\varepsilon_b = C_H$ (cosi-1)/2sini, avec i angle vertical.

Le double retournement est le mode opératoire approprié pour éliminer cette erreur.

Suivant le formulaire du contrôle d'un théodolite (voir formulaire à la page suivante), on détermine dans les procédés appropriés les valeur d'erreur : de collimation horizontal, de collimation vertical et l'erreur de basculement, il faut effectuer le réglage correspondant et contrôler le théodolite avant chaque utilisation, mais il substituera des valeurs très petites (erreurs résiduelles) qui doivent être éliminées par un mode opératoire approprié.

Erreurs systématiques dues à un défaut de construction :

On distingue cinq sortes d'erreurs de ce genre à savoir :

- Erreur d'excentricité des cercles ;
- Erreur due au défaut du rectitude de l'alidade ;
- Erreur de graduation du limbe ;
- Erreur due à l'excentricité de la lunette ;
- Erreur due au défaut de perpendicularité du plan du limbe sur l'axe verticale ZZ'.

Dans les limites des précisions, nous utilisons des modes opératoires pour compenser ces erreurs systématiques.

Formulaire du contrôle d'un théodolite

DEPARTEMENT DE GEOMATIQUE
OPTION : TOPOGRAPHIE

CONTROLE D'UN THEODOLITE

Instrument :……………………………..
Numéro : ………………………………..
Date : ……………………………………

nom : ……..............................
……………………………...
classe : ……………………

Position	collimation horiz.	Erreur de basculement et coll. verticale	
		Direction horiz.	Angle vertical i
II	.	.	.
I	- .	- .	+ .
	= .	= .	= .
	- 2 0 0 . 0 0 0 0	- 2 0 0 . 0 0 0 0	- 4 0 0 . 0 0 0 0
	= .	= .	= .
	x 0 . 5	$\times \frac{\cos i - 1}{2 \sin i} =$.	x 0 . 5
	c = …………………………	b = ………………………	z_0 = ………………………
			Cos i : Sin i :
Formules :	c = ½ (II-I-200)	b = ½ (II-I-200) $\times \frac{\cos i - 1}{2 \sin i}$	z_0 = ½ (I+II-400)

OBSERVATIONS :………………………………………………………………………………………………
………

Erreurs accidentelles :

-Erreur de pointé : $e_p = 100^a/G$.

-Erreur de lecture : $e_l = 2^a\text{-}100^a$,

cette erreur dépend de la qualité des divisions du limbe et du grossissement des systèmes de lecture (micromètre, microscope, etc.. ;

- Erreur de calage (centrage) de la bulle :

$ec = 2^a$ à 20^a,

elle dépend du rayon de courbure de la nivelle et aussi suivant le dispositif d'observations de la bulle (système à coïncidence) ;

- Erreur de centrage de l'instrument sur la station.

Les erreurs citées sont inévitables, elles sont dues à la précision de l'instrument, à l'appréciation de l'opérateur, aux conditions atmosphériques, on ne peut pas les éliminer à l'aide d'un mode opératoire approprié, on peut les réduire en prenant la moyenne d'un grand nombre d'observation :

$$E_m = \frac{e_m}{\sqrt{n}}$$

Avec : Em : erreur commise sur une mesure ; n : nombre de mesures effectuées.

Précaution dans la mesure des angles :

1- Il faut éliminer toujours la torsion des trépieds ;

2- Il faut pointer toujours avec la même partie du réticule (la croisée des fils stadimétriques) ;

3- Dans un tour d'horizon la référence doit être choisie opposée au soleil pour une meilleure pontée ;

4- Il faut éviter les mouvements autour des trépieds, seul l'opérateur doit être proche ;

5- Le pointage toujours dans le même sens ;

6- Eviter les mesures dans les conditions atmosphériques non convenables (les vents, pluies, des visées contre le vent, etc.)

1- L'erreur de pointé est variable selon qu'il s'agit d'un pointé par contact (pointé ordinaire) par bissection ou par encadrement :

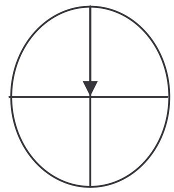
On appelle erreur de pointé l'erreur avec laquelle on amène l'image d'un objet visé à se former sur un des traits stadimétriques du réticule de la lunette :

On distingue plusieurs types de pointée :

a) le pointé par contact ou superposition ou appelé encore pointé ordinaire,

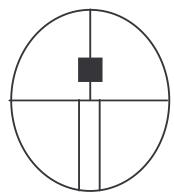
si on désigne par G le grossissement de la lunette, l'écart type angulaire de pointé est :

$\sigma_{\text{pointé}} = 1'/G = 100^{sc}/G$



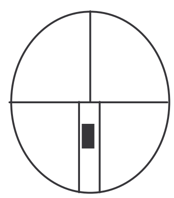
contact

b) le pointé par bissection (pointé en direction)



c) le pointé par encadrement

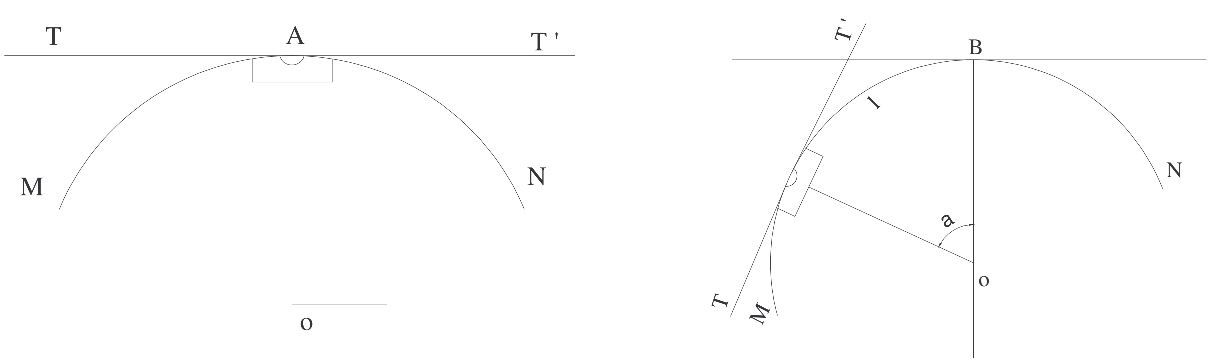
Dans ces deux derniers types de pointé plus précis, on peut admettre un écart type angulaire de pointé σ'_p compris entre 30^{sc}/G et 50^{sc}/G



Encadrement

2- Erreur de lecture : $E_l = 2^{sc} \rightarrow 100^{sc}$ suivant la qualité des divisions de limbe et du grossissement des systèmes de lectures (micromètre, microscopes,…)

Sensibilité d'une nivelle sur un instrument topographique



On appelle sensibilité d'une nivelle de l'angle pour lequel le déplacement de la bulle est de 2mm soit ε = l/R

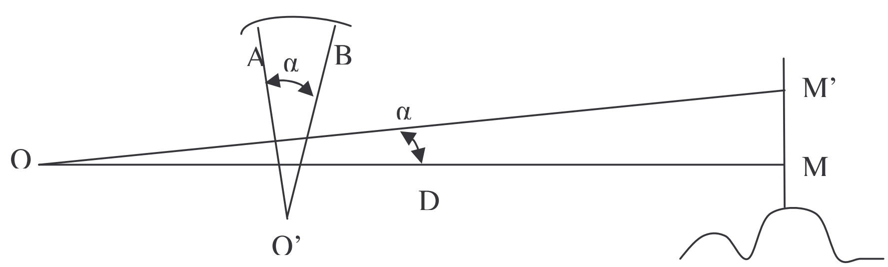
1- en radians : ε = 2(mm)/R(mm)
2- en secondes sexagécimales : ε = 2(mm)x200000/R(mm)
3- en secondes centicémales : ε = 2(mm)x600000/R(mm)

Cette valeur ne signifie que la position de la nivelle ne peut être définie qu'à cet angle près, c'est seulement une unité commode qui correspond approximativement au déplacement de la bulle d'une division. On peut en réalité obtenir une précision d'environ le 1/10 de cette sensibilité et même mieux avec un dispositif d'observations à prismes en respectant certains façons d'opérer.

Détermination du rayon de courbure d'un nivelle :

La précision de la nivelle étant fonction du rayon de courbure, il est nécessaire de pouvoir le déterminer pour connaître la précision des mesures effectuées et la limite d'emploi de l'instrument.

Une vérification sur terrain nous permet de déterminer d'une façon expérimentale le rayon de courbure (voir figure ci-après) On place l'appareil, bulle entre ses repères, en A.
Et on fait une visée M sur une mire : OM = D



On décale la bulle du niveau d'une longueur AB qui correspond à une inclinaison α. La lunette qui est solidaire de la nivelle s'est également inclinée de α. La lecture sur la mire est alors M'. on a :

MM' = Dtg α et AB = α.R

Or l'angle α étant très petit, on peut assimiler la tangente à l'arc, d'où :

α = MM'/D = AB/R → *on en déduit* R = AB.D/MM'

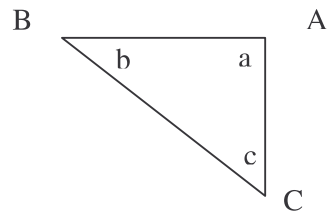
Exemple :

Soit une mire située à 60m. Pour un déplacement de la bulle de 4 divisions = 8mm, on a sur la mire une variation de 20mm, d'où : R = 8x600000/20 = 24000mm soit 24m

Les nivelles sphériques ont un rayon de courbure de 0,50m. Le rayon de courbure des nivelles des appareils topographiques varie de 5 à 50m (15 à 20m) pour les nivelles les plus courantes. Pour les appareils de géodésie R varie de 70 à 100m, en astronomie R atteint 400m.

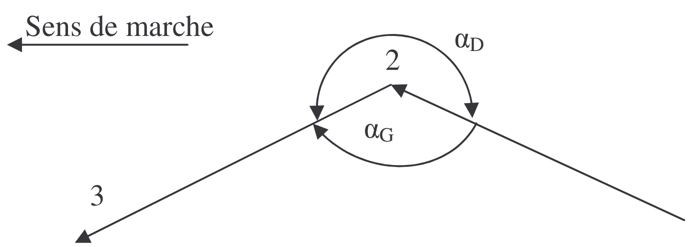
La somme des angles intérieurs d'un triangle quelconque a la valeur de 200gr.
$\hat{a}+b+c = 200gr$

Un polygone quelconque peut se décomposer en un ensemble de triangles. Si ce polygones à (N) cotés, alors :
Σ angles intérieurs = (n-2) x 200gr
Σ angles extérieurs = (n+2) x 200gr



L'angle topographique :

L'appareil étant en station en 2 (voir figure), l'opérateur



S'est fixé un sens de parcours (flèches) et systématiquement, il effectue une visée arrière (Lar), visée avant (Lav).

Par convention, nous appellerons angle topographique la quantité : (Lar-Lav) = α

Deux cas peuvent se présenter :

a- si le limbe de l'appareil est gradué dans le sens de la marche des aiguilles d'une montre, la valeur obtenue correspond à l'angle de droite (α_D)

b- si le limbe est gradué dans le sens rétrograde, on obtient l'angle de gauche (α_G)

Rappel de trigonométrie élémentaire

Formules de périodicité :

$\sin(\alpha + k2\Pi) = \sin\alpha$	$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$	$\sin(\Pi/2 - \alpha) = \cos\alpha$
$\cos(\alpha + k2\Pi) = \cos\alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$	$\cos(\Pi/2 - \alpha) = \sin\alpha$
$tg(\alpha + k2\Pi) = tg\alpha$	$tg(-\alpha) = -tg\alpha$	$tg(\Pi/2 - \alpha) = cotg\alpha$
$cotg(\alpha + k2\Pi) = cotg\alpha$	$cotg(-\alpha) = -cotg\alpha$	$cotg(\Pi/2 - \alpha)\ tg\alpha$

$\sin 0 = 0$	$\sin 100 = 1$	$\sin 200 = 0$	$\sin 300 = -1$	$\sin(\Pi/2 + \alpha) = \cos\alpha$
$\cos 0 = 1$	$\cos 100 = 0$	$\cos 200 = -1$	$\cos 300 = 0$	$\cos(\Pi/2 + \alpha) = -\sin\alpha$
$tg0 = 0$	$tg100 = \infty$	$tg200 = 0$	$tg300 = \infty$	$tg(\Pi/2 + \alpha) = -cotg\alpha$
$cotg0 = \infty$	$cotg100 = 0$	$cotg200 = \infty$	$cotg300 = 0$	$cotg(\Pi/2 + \alpha) = -tg\alpha$

$\sin(100gr + \alpha) = \cos\alpha$	$\sin(100gr - \alpha) = \cos\alpha$	$\sin(200gr - \alpha) = -\sin\alpha$
$\cos(100gr + \alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(100gr - \alpha) = \sin\alpha$	$\cos(200gr - \alpha) = -\cos\alpha$
$tg(100gr + \alpha) = -cotg\alpha$	$tg(100gr - \alpha) = cotg\alpha$	$tg(200gr - \alpha) = tg\alpha$
$cotg(100gr + \alpha) = -tg\alpha$	$cotg(100gr - \alpha) = tg\alpha$	$cotg(200gr - \alpha) = cotg\alpha$

$\sin(200gr - \alpha) = \sin\alpha$	$\sin(300gr + \alpha) = -\cos\alpha$	$\sin(300gr - \alpha) = -\cos\alpha$
$\cos(200gr - \alpha) = -\cos\alpha$	$\cos(300gr + \alpha) = \sin\alpha$	$\cos(300gr - \alpha) = -\sin\alpha$
$tg(200gr - \alpha) = -tg\alpha$	$tg(300gr + \alpha) = -cotg\alpha$	$tg(300gr - \alpha) = cotg\alpha$
$cotg(200gr - \alpha) = -cotg\alpha$	$cotg(300gr + \alpha) = -tg\alpha$	$cotg(300gr - \alpha) = tg\alpha$

$tg\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$

$cotg\alpha = 1 / tg\alpha = \cos\alpha / \sin\alpha$

$sec\alpha = 1 / \cos\alpha$

$cosec\alpha = 1 / \sin\alpha$

En considérant les valeurs absolues des fonctions circulaires en déduit que :

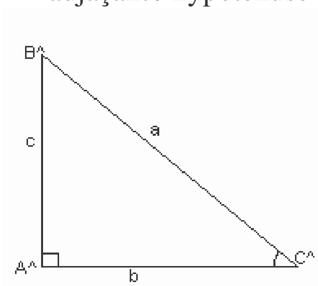
- Deux angles supplémentaires (leur somme ou leur différence est égale à 200gr ou 400gr) ont la même ligne trigonométrique.
- Deux angles complémentaires (leur somme ou leur différence est égale à 100gr ou 300gr) ont leur lignes trigonométrique opposée.

Autrement dit :

- Lorsque le chiffre des centaines de grades est pair la ligne trigonométrique ne change pas.
- Lorsque le chiffre des centaines de grades est impair la ligne trigonométrique change.

Exemples : sin 120gr = cos 20gr , sin 220gr = sin 20gr

Relations dans les triangles :
tg c^ = opposé / adjaçant = c/b
Cotg c^ = adjaçant / opposé = b/c
Sin c^ = opposé / hypoténuse = c/a
Cos c^ = adjaçant / hypoténuse = b/a



rappel de la résolution d'un triangle ⊥ :
1er cas :on donne b^ et a
c^ = 100gr – b^ , b = a sin b^
c = a cos b^
tg c^ = c/b (contrôle)

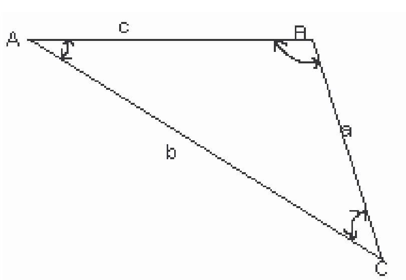
2ème cas :
on donne b^ et b : c^ = 100gr – b^
a = b / cos c^
c = b cotg b^
sin c^ = c/a

3eme cas :
on donne a et b
sin b^ = b/a , b^ + c^ = 100gr (contrôle)
cos c^ = b/a
c = a cos b^

4eme cas :
on donne b et c
tg b^ =b/c , a = sin b ou a = $b^2 + c^2$
cos c^ = b/a , b^+c^ = 100gr (contrôle)

Nota : Dans chaque cas la superficie s'obtient par la formule :
S = ½ b*c

Formules dans le triangle quelconque :
La plupart des problèmes topographiques font appel à la formule dite « relation des sinus ».



a/sin A = b/sin B = c/sin C

a = b sin A/sin B = c sin A/sin C

b = a sin B/sin A = c sin B/sin C

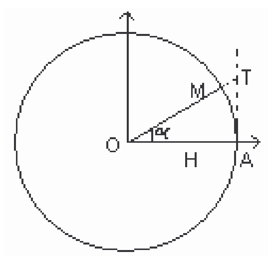
c = a sin C/sin A = b sin C/sin B

Désignons :
AB par c
BC par a
AC par b
Ces formules restent valables pour le triangle rectangle .Un des angles étant égal à 100 grades. le sinus est égal à 1.

Autre formule utilisée :
$A^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (relation de Charles)
et les deux relations analogues
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Lignes trigonométriques des petits angles :

Si α est très petit (en topométrie ≤ 4 grades)



$\alpha = 3{,}738\text{gr} = 3{,}738 * 0{,}015708 = 0{,}05872$
$\sin 3{,}738 = 0{,}05868$
$\text{tg } 3{,}738 = 0{,}05878$

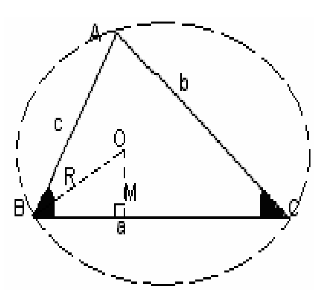
soit une erreur inférieur à 1cm pour 100m.

On admet que les sinus MH, la tangente AT et l'arc AM ont sensiblement la même valeur. Par conséquent, la mesure d'un très petit angle exprimé en radians est très voisine de la valeur numérique de son sinus ou de sa tangente.

RESOLUTION DES TRIANGLES

LES TRIANGLES QUELCONQUES

1ER CAS :TRIANGLE DEFINI PAR UN COTE ET LES DEUX ANGLES ADJACENTS



(fig1)

Données : a , B , C

Inconnues : A , b , c , superficie(s)

$\boxed{A = 200 - (B + C)}$

Dans le triangle BOM , on a :
BM = MC = a/2 = OB sinO = R sin A

(fig1)

(R :rayon du cercle circonscrit dont le centre est l'intersection des médiatrices)
→ 2R = a/sinA = b/sinB = c/sinC (relation des sinus)

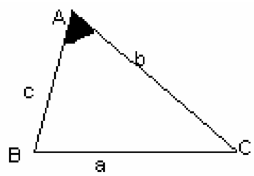
$\boxed{b = a \sin B/\sin A \text{ et } c = a \sin C/\sin A}$ Comme $\sin(200 - \alpha) = \sin\alpha$, on a :
$\boxed{b = a \sin B/\sin(B + C) \text{ et } c = a \sin C/\sin(B + C)}$

On a 2S = b*c*sinA , on remplace b et c par leur valeur , on obtient :
$\boxed{S = ½ * a^2 * \sin B * \sin C / \sin A}$ $= ½ * a^2 * \sin B * \sin C / \sin(200 - (B + C))$
$= ½ * a^2 * \sin B * \sin C / \sin(B + C)$
$= a^2/2 * 1/(\sin B * \cos C + \sin C * \cos B)/\sin B * \sin C$
$\boxed{S = ½ * a^2 / \text{cotg}B + \text{cotg}C}$, calcul en fonction des éléments donnés.

On se vérifie en fonction des éléments calculés par :
$\boxed{S = ½ * b * c * \sin A}$, mais on a aussi $S = ½ a*b*\sin C = ½ a*c*\sin B = (a*b*c)/4R$

2^{eme} CAS :TRIANGLE DEFINI PAR UN ANGLE ET LES DEUX COTES DE CET ANGLE

Données :A , b , c (fig2)
Inconnues :B , C , a , S



(fig2)

1^{er} CALCUL : application du théorème des tangentes :

(b + c)/(b – c) = (tg((B + C)/2))/(tg((B – C)/2))

(B + C)/2 = 100 – A/2 et tg((B – C)/2) = ((b – c)/(b + c)) * cotg A/2 d'où (B – C)/2
on obtient : B = (B + C)/2 + (B – C)/2 et C = (B + C)/2 - (B – C)/2
si b<c , le rapport (b – c)/(b + c) est <0 telle quelle pour le calcul de B et C.
on peut aussi calculer tg((C – B)/2) = ((c – b)/(c + b)) * cotg A/2 et dans ce cas
on a : C= (C + B)/2 + (C – B)/2 et B = (C + B)/2 - (C – B)/2

contrôle : A + B + C = 200
Ensuite on calcule a = b*sinA/sinB = c*sinA/sinC , a est ainsi vérifié et on prend la moyenne pour a définitif
Calcul de S = ½ b*c*sinA , calcul en fonction des éléments données . on se v2rifie en fonction d'éléments calculés par S = ½ a*c*sinB , on a aussi S = ½ a*b*sinC

2^{eme} CALCUL/ application du théorème de pythagore généralisé :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2*b*c*\cos A$ d'où a
De la relation des sinus on a sinB = b*sinA/a et sinC = c*sinA/a d'où B et C.
Sachant que $\sin(\pi - \chi) = \sin\chi$, il faut en tenir compte pour le calcul de B ou C.Exemple :si on trouve pour sinB la valeur 0,992115 , B vaut soit 92,00gr soit 108,00gr. Un report évite ce genre de confusion.

Contrôle : A + C + B = 200

La superficie (s) se calcule comme pour le premier calcul.

3^{eme} CALCUL :application de la relation des cosinus :

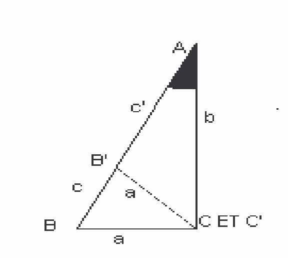
c = a*cosB + b*cosA . Remplaçant a par b*sinA/sinB(relation des sinus),
on obtient c = (b*sinA/sinB)* cosB + b*cosA = b*sinA*cotgB + b*cosA ,
ce qui donne : tg B = (b*sinA)/(c – b*cosA) et tg C = (c*sinA)/(b – c*cosA) ,
d'où B et C calculés on fonction des éléments donnés.

Si on obtient une tangente négative, on tient compte de l'égalité $tg(\pi - \chi) = -tg\chi$. Dans ce cas, l'angle obtenu avec la calculatrice est négatif et il faut lui ajouter 200gr pour obtenir l'angle cherché.

Contrôle : A + B + C =200gr
Ensuite a et S se calculent comme pour le premier calcul.

3^{eme} CAS : TRIANGLE DEFINI PAR UN ANGLE , UN COTE DE CET ANGLE ET LE COTE OPPOSE A CET ANGLE :

Ce cas est appelé cas douteux : deux solutions peuvent se présenter , il faut choisir celle dont on a besoin.



Données : A ,a ,b (fig3)
Inconnues : B , C , c , S .
De la relation des sinus , on a sin B = b sinA/a
Sachant que sin(π - χ) = sinχ , deux solutions se présente (voir discussion ci_dessous) : soit on obtient B (1er solution) , soit on obtient B' = 200 – B (2eme solution) , ces deux angles ayant même sinus .

c = AB
(fig3) c' = AB'
C = ACB
C = AC'B'

Ensuite on a C = 200 – (A + B) (1er solution)
Ou C' = 200 – (A + B') (2eme solution) ,
Puis on calcule c = a sinC/sinA = b sinC/sinB , c est ainsi vérifié et on prend la moyenne pour c définitif (1er solution)
De la même manière c' = a sinC'/sinA = b sinC'/sinB' (2eme solution)

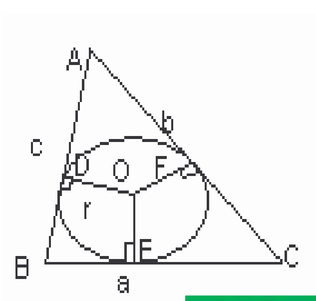
Calcul de S = ½ * a* b*sinC = ½ * b* c*sinA (vérification,1er solution)
De la même manière S'= ½ * a* b*sinC' = ½ * b* c'*sinA (2eme solution)
Dans la relation sinB = b*sinA/a , on a a*sinB = b*sinA et on doit avoir a ≥ b*sinA
Puisque sinB ≤ 1 . on obtient les solutions ci_dessous :

a = b*sinA	Triangle rectangle en B	A ≥ 100gr	0 solution
		A < 100gr	1 solution
a < b*sinA	0 solution		
a > b*sinA	A < 100gr	a < b	2 solutions
		a ≥ b	1 solution
	A >100gr	a > b	1 solution
		a ≤ b	0 solution

4eme CAS : TRIANGLE DEFINI PAR SES TROIS COTES

Rappels de géométrie :

- Le centre du cercle inscrit est le point d'intersection des bissectrices
- Les points D , E et F étant les points de contact de ce cercle , les droites AE , BF et CD sont concourantes (théorème de céva)
- Si P est le demi-périmètre du triangle , on a P – a = AD = AF
  P – b = BD = BE
  P – c = CE = CF
  S2 = P(P – a) (p – b) (P – c)
  S = P*r (r= rayon du cercle inscrit)



Données : a , b ,c (fig4)
Inconnues : A , B , C , S .

(fig4)

On obtient : $r = \sqrt{((P - a)(p - b)(P - c))/P}$ avec $P = (a + b + c)/2$

Et $tg(A/2) = r/(P - a)$; $tg(B/2) = r/(P - b)$; $tg(C/2) = r/(P - c)$ d'où A , B et C .
On peut aussi obtenir les angles par l'application du théorème de Pythagore généralisé :

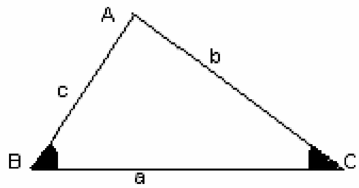
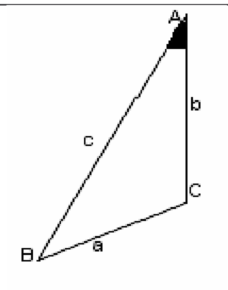
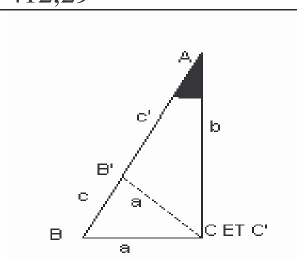
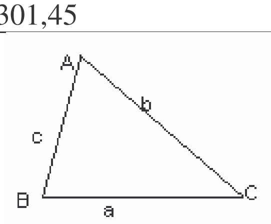
$a^2 = b^2 + c^2 - 2*b*c*\cos A$ → $\cos A = (b^2 + c^2 - a^2)/2bc$. par analogie , on a :

$\cos B = (a^2 + c^2 - ba^2)/2ac$ et $\cos C = (a^2 + b^2 - c^2)/2ab$

Contrôle : A + B + C =200gr

On calcule la superficie par : $S = \sqrt{P(P - a)(p - b)(P - c)} = r*P$,
ou $S = ½ * b* c*\sin A$, ou $S = ½ * a* c*\sin B$, ou $S = ½ * a* b*\sin C$ (vérification)

EXEMPLES

Données	Formules	Calculs intermédiaires	Résultat (gr , m , m2)
 (fig1) B = 69,894gr , C = 51,312 a = 315,17m	A = 200 – (B + C) b = a sinB/sinA c = a sinC/sinA S = ½ * a2 / cotgB + cotgC S = ½ * b* c*sinA	 vérification	A = 78,794 b = 296,90 c = 240,63 S = 33758,11 S = 33757,99
(fig2)  A = 31,283gr , b = 251,36m c = 412,29	tg B = (b*sinA)/(c – b*cosA) tg C = (c*sinA)/(b – c*cosA) a = b*sinA/sinB = c*sinA/sinC S = ½ * b* c*sinA S = ½ * a* c*sinB	 tg < 0 → +200 A + B + C =200gr vérification vérification	B = 35,426 C = 133,291 a = 224,55 S = 24449,86 S = 24449,95
 (fig3) A = 33,632gr , a = 165,33m b = 301,45	sin B = b sinA/a C = 200 – (A + B) c = a sinC/sinA = b sinC/sinB S = ½ * a* b*sinC S= ½ * b* c*sinA B' = 200 – B C' = 200 – (A + B')	A < 100gr et a < b →2 solutions vérification vérification vérification vérification	B = 74,210 C = 92,158 c = 325,51 S = 24730,54 S = 24730,31 B' = 125,790 C' = 40,578 c' = 195,19 S' = 14829,67 S' = 14829,37
 (fig4) a = 198,12m , b = 246,86 c = 171,14	cos A = (b2 + c2 – a2)/2bc cos B = (a2 + c2 – ba2)/2ac cos C = (a2 + b2 – c2)/2ab S = ½ * b* c*sinA S = ½ * a* c*sinB	 A + B + C =200gr vérification	A = 58,769 B = 92,850 C = 48,381 S = 16846,25 S = 16846,32

Mesures des distances

Introduction

D'une façon générale, une distance mesurée entre deux points est toujours ramenée à l'horizontale soit par le calcul, soit directement par la méthode ou l'instrument utilisé lors de mesurage.

La mesure des distances s'effectue de trois façons : par la mesure directe, par la mesure indirecte ou par la mesure électronique.

Mesure directe des distances/

Définition

Une mesure des distances est appelé directe lorsqu'on parcourt la ligne à mesurer en appliquant bout à bout un certain nombre de fois l'instrument de mesure.

Instruments de mesure :

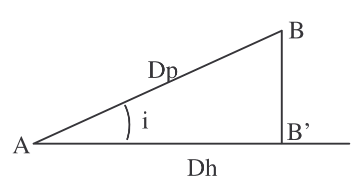
Ce sont : le mètre, le double mètre, les règles en bois, ou en métal de longueur 1,5 à 2m, la chaîne d'arpenteur variant entre 10 et 50m. Comme instruments accessoires on a : les fiches (tige de fer de 30cm de longueur), le fil à plomb, les jalons,..

Chaînage d'un terrain horizontal :

Tous les terrains sont considérés comme horizontaux si leur déclinaison de pente n'excède pas 2 à 8%. Le chaînage est accompli par un opérateur et un aide qui porte un jeu de 11 fiches et deux anneaux qui servent à marquer la fin de la chaîne. Exemple de chaînage directe : mesure de la longueur des routes ou des galeries sous terrain (mines).

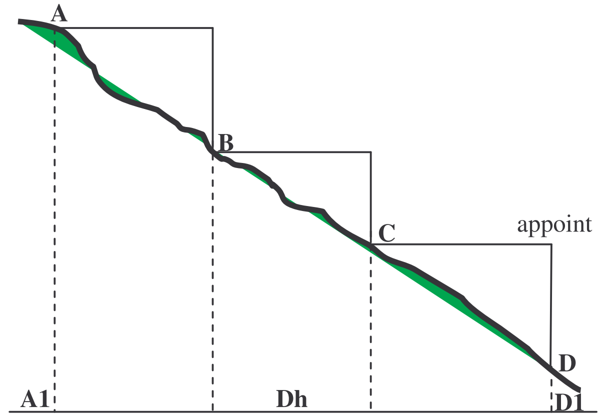
Chaînage d'un terrain incliné :

La vraie distance entre deux points sur un terrain incliné (distance utilisée en topographie) est la distance horizontale. Il y a donc lieu lorsqu'on reporte une mesure suivant la pente sur un plan de la réduire à l'horizontale.



Si Dp est la longueur mesurée AB, sa projection horizontale AB' est la distance : Dh = Dp.cosi.

Chaînage par cultellation



Ce procédé consiste à porter la chaîne horizontalement en passant d'une portée à l'autre par un rappel vertical avec un fil à plomb ou avec la fiche plombée. La distance totale est la somme des distances partielles. Cette méthode qui évite la nécessité de mesurer l'angle de pente et de faire des calculs est le plus souvent utilisée

Les fautes et les erreurs dans le chaînage :

- fautes : oubli d'une portée de ruban, faute de lecture, les fautes représentent en général un écart important. Le mesurage aller et retour fait apparaître les fautes.
- On peut donc éliminer et améliorer le résultat.
- Erreurs systématiques : étalonnage, dilatation, élasticité, alignement, défaut d'horizontalité, erreur due à la tension de la chaîne …

En tenant compte des erreurs et des conditions ci-dessous on considère que le procédé direct de mesure des longueurs :

le chaînage est procédé PRECIS.

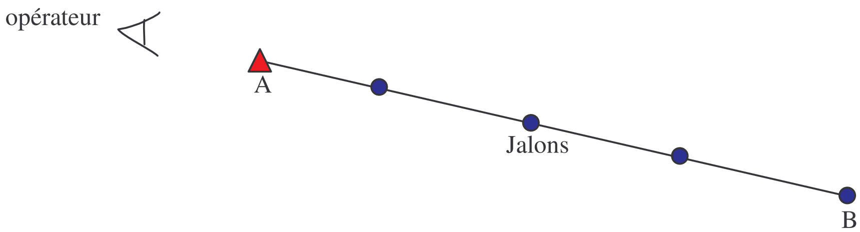
Les différences entre aller et retour doivent être :

Conditions de mesurage	Echelles					
	1 : 500		1 : 1000		1 : 2000	
	Erreur relative	Erreur pour 100m	Erreur relative	Erreur pour 100m	Erreur relative	Erreur pour 100m
Bonnes conditions i <= 4%	1/4000	2,5cm	1/3000	3,3cm	1/2000	5,0m
Conditions moyennes i = (4/8)%	1/3000	3,3cm	1/2000	5,0cm	1/1500	6,5cm
Mauvaises conditions i > 8%	1/2000	5,0cm	1/1500	6,5cm	1/1000	10cm

Le jalonnement :

l'opération consiste à ligner un certain nombre d'objets qui facilitent la mesure de distances partielles. Le jalonnement d'un alignement peut se faire, selon la longueur et la précision demandée : à vue, au fil à plomb, à l'aide d'un jalon, au moyen du réticule d'une lunette, avec un laser d'alignement … ; plusieurs cas peuvent se présenter :

1- de A on voit B et le jalonnement est sans obstacle. L'opérateur installe en B un jalon ou un trépied d'appareil. Il se place derrière l'origine A et fait installer les jalons intermédiaires en commençant par le plus éloigné.

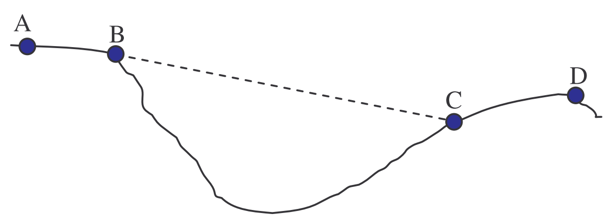


Dans le cas d'une distance courte, l'opérateur peut aligner chaque portée de ruban sans jalonnement préalable.

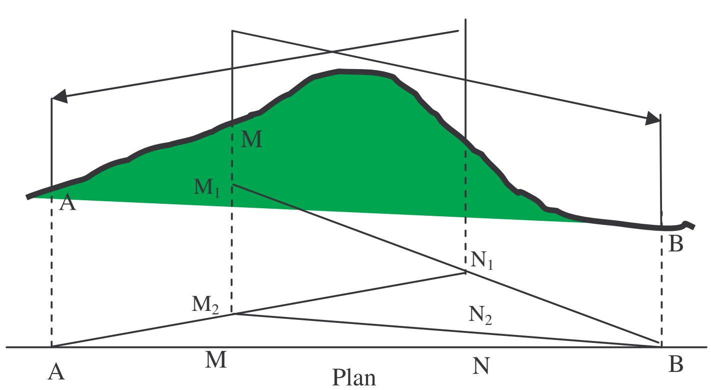
2) de A on voit B, mais une partie de l'alignement CD par exemple n'est pas visible (dépression ou changement de pente)

L'opérateur installe un jalon en C d'où il voit B et D

Il opère ensuite de la même manière que précédemment



1) procédé dit du ''fourrier'' le point B n'est pas visible de A.

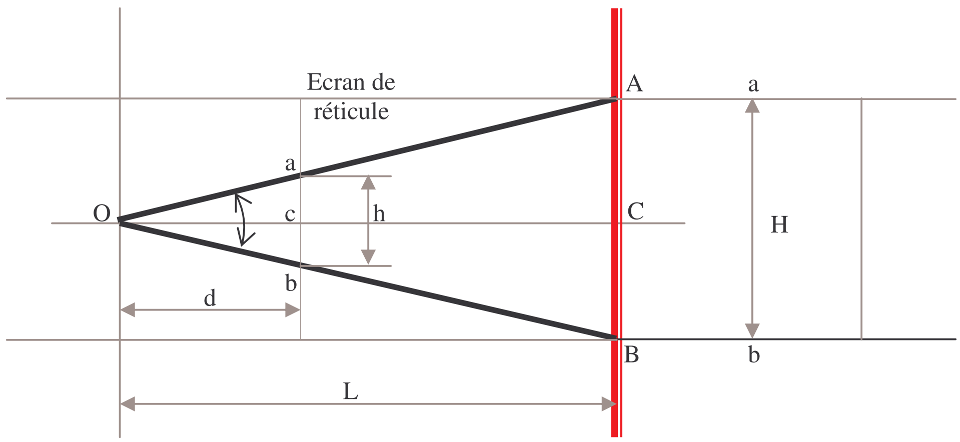


L'opérateur M se place aussi près que possible de l'alignement AB, de telle sorte qu'il puisse voir B, par exemple en M_1. L'aide N aligné par l'opérateur su M_1B se place en N_1 d'où il aligne à son tour l'opérateur en M_2 sur N_1A. L'opérateur M_2 aligne ensuite l'aide en N_2 sur M_2B. et ainsi de suite jusqu'à ce que les alignements successifs aboutissent aux points corrects M et N, où les rectifications de position ne sont plus nécessaires.

Mesure Indirecte des Distances :

Définition : La mesure indirecte des distances ou stadimètrie consiste à déterminer une distance L en évaluant sur une mire ou sur une stadia la longueur interceptée par deu rayons optiques issus d'un même point.

Principe :



La stadimètrie est basée sur le principe des triangles semblables. Un opérateur placé derrière l'instrument mis en station à son œil au point G situé à l'une des extrémités de la ligne à mesurer OC. La mire ou la stadia est dressée suivant la verticale AB à l'autre extrémité. L'opérateur vise à travers un écran transparent ab (a : fil supérieur du réticule, b : fil inférieur). Dans les triangles semblables OAB et oab on a : $H / h = L / d$ soit $d/h \times H = L$

H et d sont des constantes de l'appareil, H est variable.

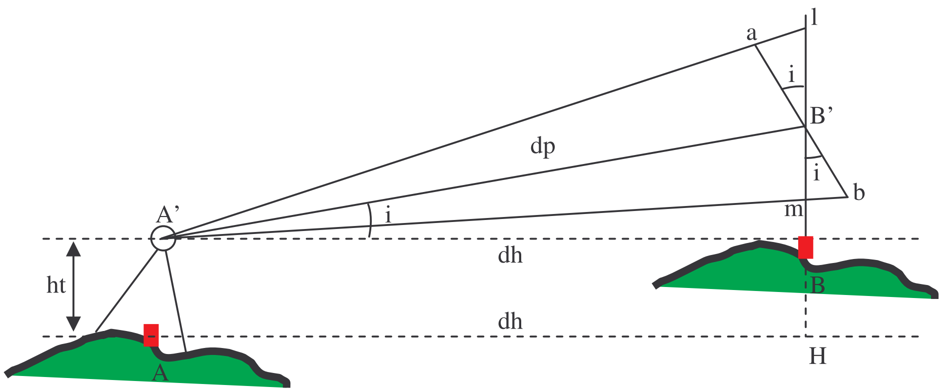
On pose $d/h = k$: coefficient constant égal à 25, 50 ou 100 suivant l'instrument utilisé, on peut donc écrire en définitive

$L = k.H$

Mire verticale : stadimètrie non réductrice

La mire étant tenue verticalement en B, les lectures stadimètriques l et m ne permettent pas d'obtenir la distance horizontale entre A et B. des corrections sont à appliquer.

Soit B’ un point sur la mire correspondant à la hauteur de l’instrument (ht = hv).
L’instrument étant en A, on vise B’ avec le trait niveleur et on fait les lectures l et m sur la mire avec les traits stadimètriques. Considérons, en première approximation, au point B’ la perpendiculaire à la visée A’B’. elle coupe les droites A’l et A’m aux points a et b.



Les triangles B’al et B’mb sont sensiblement rectangles en a et b et leurs angles en B’ sont égaux à i, inclinaison de la visée sur l’horizontale (en effet l’angle de site en A’ est égal à l’angle i en B’ car leurs cotés sont respectivement perpendiculaires)

Donc

aB’ = lB’.cosi

bB’ = mB’.cosi

d’où

ab = lm .cosi

ce qui entraine : dp = A’B’ = lm.100.cosi

dh = dpcosi = lm.100.cos²i

Exemple : lecture trait stadimétrique supérieur l = 1, 676

lecture trait stadimétrique inférieur m = 1, 364

le site mesuré sur B’ (ht = hv) est égal à 4,28gr

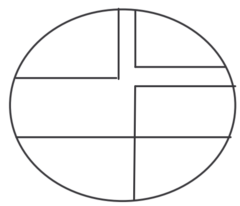
on aura dh = (1,676 – 1,364)(100)(cos²4,28) = 31,20 x 0,995487 = 31,06m

les stadimètres autoréducteurs :

parmi les instruments qui possèdent un dispositif autoréducteur on cite le tachéomète Kern K1RA.
Sur cet instrument les traits stadimètriques sont portés par deux plaques de verre. L’une fixe, l’autre mobile, dont les déplacements sont commandés par une came (pièce tornante en général un disque …).

- cette came tourne d’un angle 2i quand la lunette tourne en site d’un angle i.
- un anneau (cercle de matière, généralement dure, auquel on peut attacher ou suspendre qqch.) commutateur (sert à modifier), centré sur l’axe des tourillons permet de passer de la position D (position de mesures des distances) à la position ΔH (position de mesure des dénivelées).
- Le coefficient du rapport stadimètrique est une constante 100

Champ de la lunette



Lecture sur mire 1,300

Lecture sur mire 1,456

La distance horizontale Dh en position D :

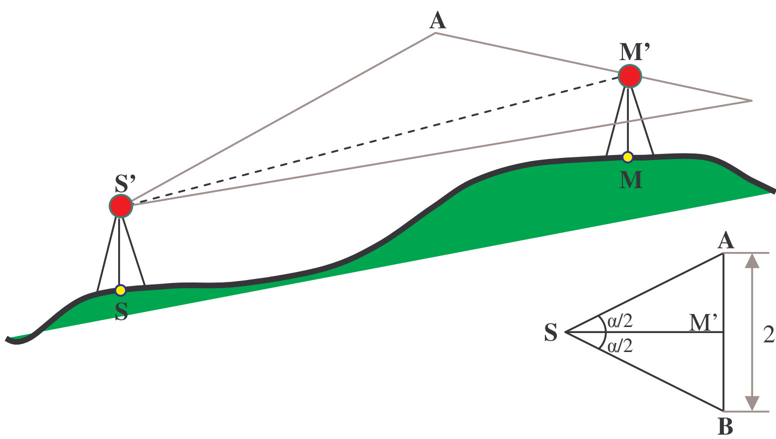
(1,456 – 1,300) x 100 = 15,60m

Avantages de ce procédé autoréducteur :

1- les traits stadimètriques horizontaux,
2- Il n’est pas nécessaire que le trait vertical du réticule soit rigoureusement au milieu de la mire.

Ce procédés est considéré comme procédé relativement précis, surtout lorsqu’on opère en visée directe et inverse et que l’angle de site i <= 6gr. Il est utilisé surtout en levé des détails, il fait gagner beaucoup de temps.

Procédé parallactique :



On dispose d’un stadia horizontale (mire horizontale) en métal invar, un petit viseur permet d’orienter la station perpendiculaire à la direction S’M’ ou SM.

La stadia est munie de deux voyants A et B symétriques par rapport à M’ et écartés exactement de 2m.

L’opérateur en station S, mesure l’angle horizontal ou appelé angle parallactique entre A et B avec un théodolite de précision (Wild Leica T2, T3, …).

Le calcul donne la distance horizontale :

AB = 2m = constante, AM' = 1m

A = 100gr – $\alpha/2$, $1/\sin(\alpha/2) = SM'/\cos(\alpha/2)$

D'où $\cos(\alpha/2) / \sin(\alpha/2) = \text{cotg}(\alpha/2)$

$SM' = 1/\text{tg}(\alpha/2) = \text{cotg}(\alpha/2)$ = distance horizontale.

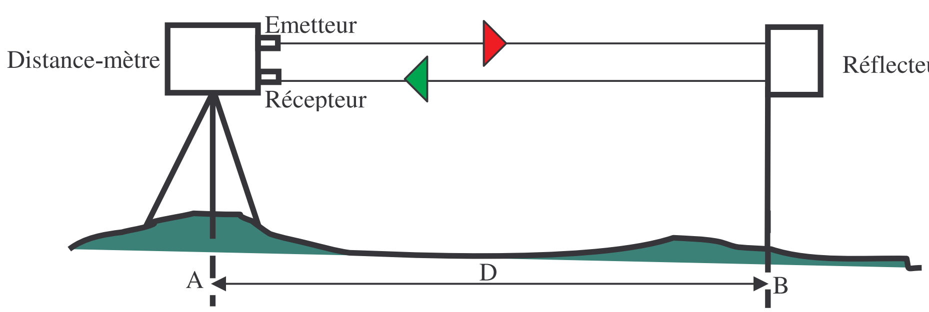
Le procédé parallactique de mesure des longueurs est un procédé précis. La précision de mesure d'une distance allant à 100m peut être estimée à 2-3cm. Cette précision dépend de la précision de mesure de l'angle α, du défaut de l'horizontalité du stadia, et au défaut d'orientation de la stadia, et au défaut d'orientation de la stadia vers la ligne e visée du théodolite.

Procédé électronique de mesure de longueurs :

Les instruments de mesure de longueurs (I.M.E.L.) ou appelés encore les instruments de mesure électronique des distances (I.M.E.D.) fonctionnent comme des chronomètres. Ils utilisent les ondes électromagnétiques qui se propagent en ligne droite, à une vitesse constante et connue.

L'intensité de l'onde porteuse (limeuse, centimétrique et électromagnétique) est modulée à l'émission par une fréquence plus basse.

L'onde porteuse est émise par un poste émetteur récepteur et renvoyée par celui-ci, soit par un réflecteur, soit par un deuxième récepteur (ondes radio). Les I.M.E.L. mesurent en fait des temps de parcours.



Formule générale : distance = (vitesse x temps de parcours)/2

L'onde porteuse faisant l'aller-retour

Parmi les instruments n'effectuant que des mesures de distances on peut citer :

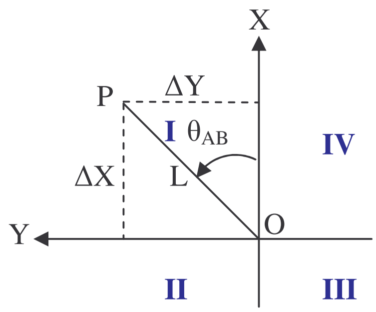
1- les telluromètres (ondes radio centimétriques)
2- les géodimètres (ondes lumineuses) ;
3- les distancesmètres (infra-rouge) ;
4- les télémètres électroniques ;

Dans de bonnes conditions météorologiques de mesures, ce dernier procédé permet une précision de 5mm + PPM par km.

En général ces équipements ultras moderne ne donnent pas les distances horizontales mais les distances suivant la pente, en fit en introduisant l'angle vertical (de site) et avec un simple calcul on peut obtenir facilement la distance réduite à l'horizontale.

La Planimètrie

Principe de calcul des coordonnées : schéma
Les coordonnées s'un point P sont Xp et Yp, les coordonnées polaires sont θ et l. θ est l'orientement de OP. l est la longueur du segment OP.



Quelque soit le quadrant on aura :

$\sin\theta = \Delta Y/L$, $tg\,\theta = \Delta Y/\Delta X$, $\cos\theta = \Delta X/L$

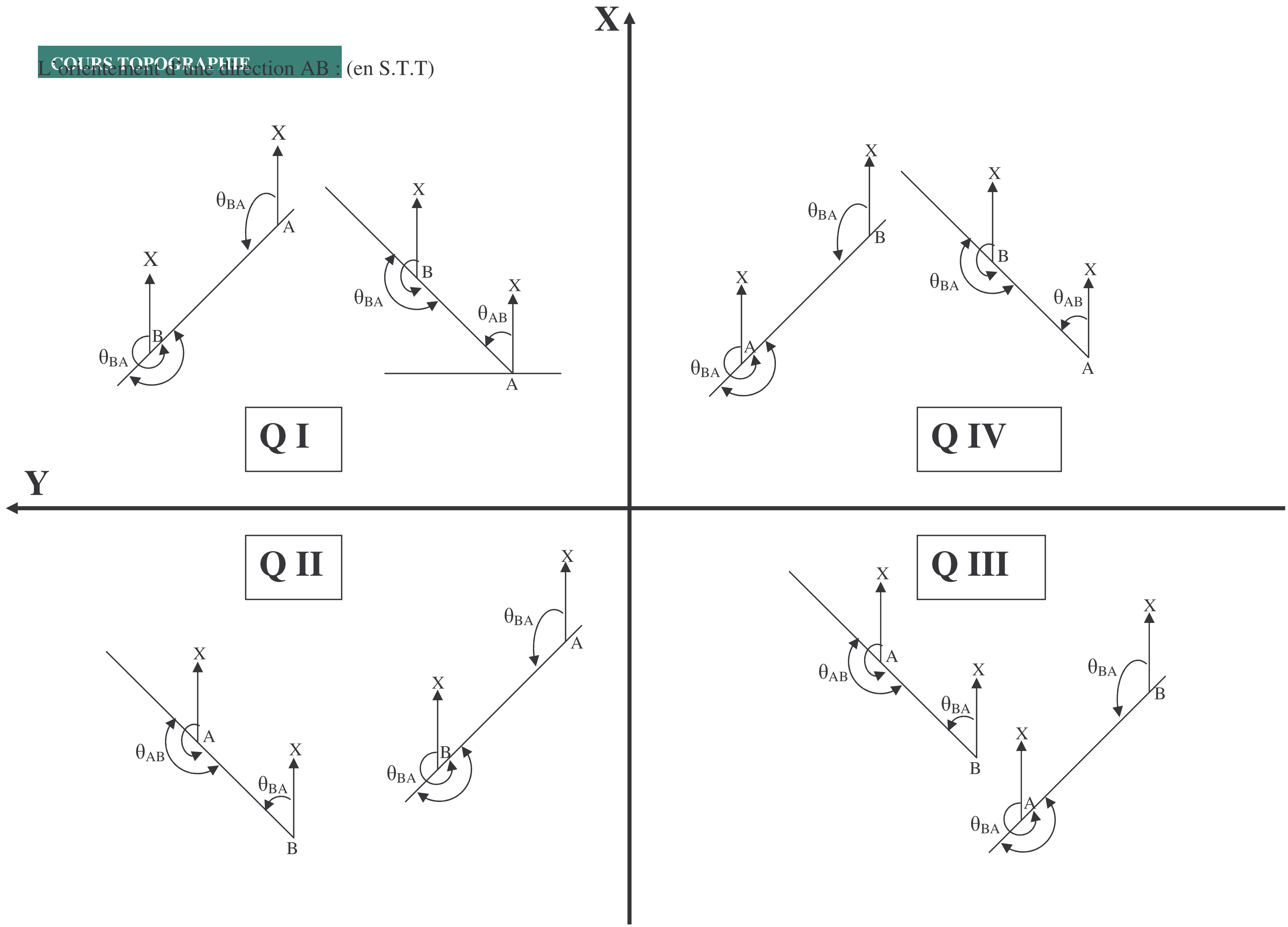
$cotg = \Delta X/\Delta Y$

X et Y étant prises avec prises leur signe.

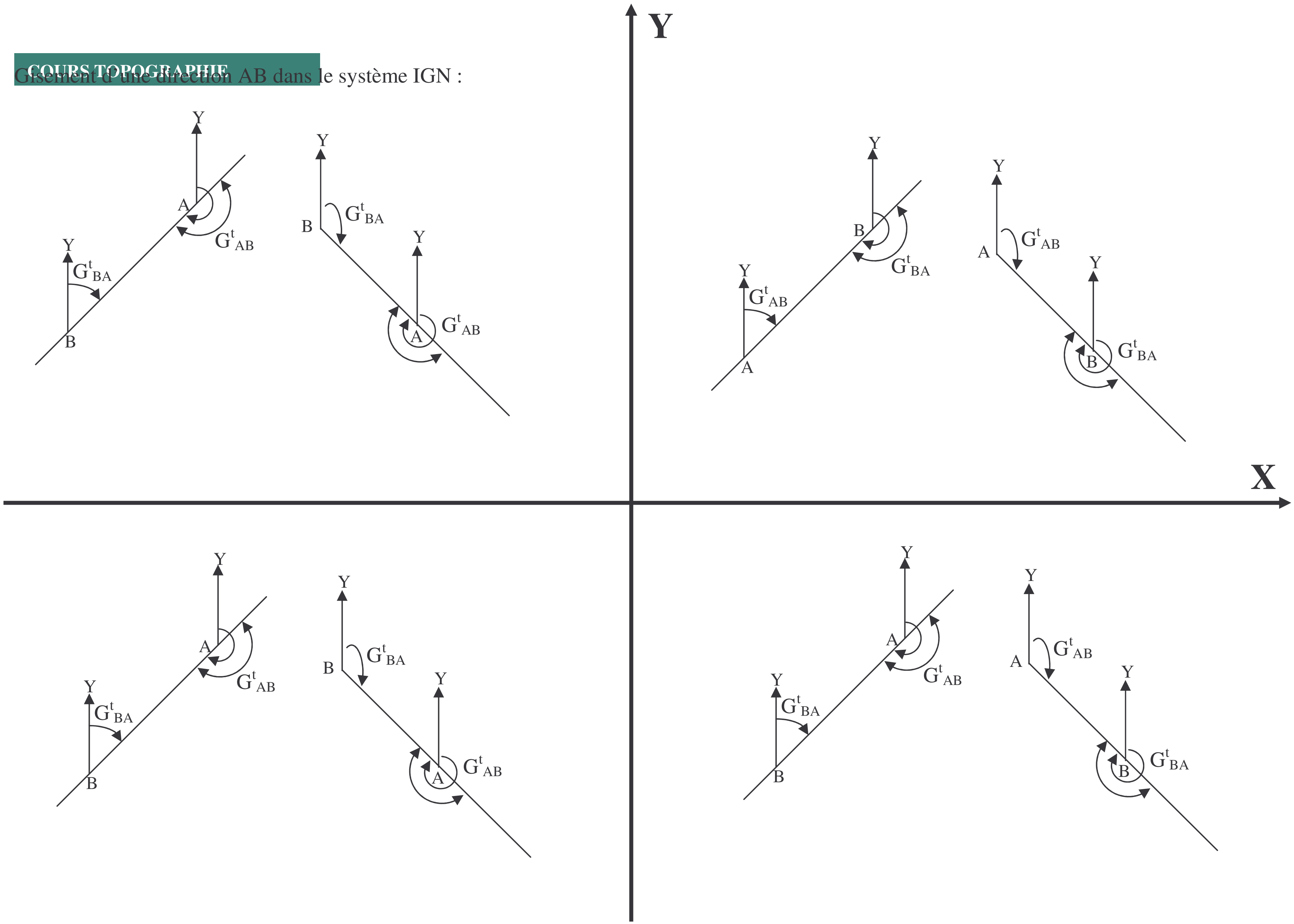
Passage des coordonnées polaires aux coordonnées rectangulaires/

Connaissant l'orientement de AB (θ_{AB}) et la distance d_{AB}, on peut calculer les coordonnées de B. Sachant que les coordonnées de A sont connues.

L'orientement d'une direction AB : (en S.T.T)



Gisement d'une direction AB dans le système IGN :

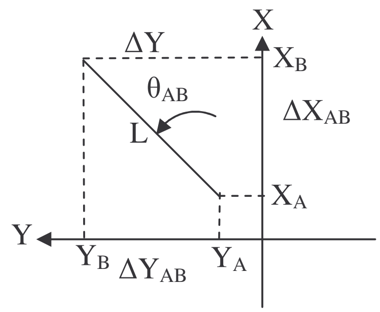


Passage des coordonnées polaires aux coordonnées rectangulaires :

Connaissant l'orientement de AB (θ_{AB}) et la distance dAB, on peut calculer les coordonnées de B sachant que celles de A sont connues.

$\sin \theta_{AB} = \Delta Y_{AB} / d_{AB} = Y_B - Y_A / d_{AB}$

$\cos \theta_{AB} = \Delta X_{AB} / d_{AB} = X_B - X_A / d_{AB}$



$X_B = X_A + d_{AB} \cos \theta_{AB}$

$Y_B = Y_A + d_{AB} \sin \theta_{AB}$

$Tg\ \theta_{AB} = \Delta Y_{AB} / \Delta X_{AB} = (Y_B - Y_A) / (X_B - X_A)$

Exemple : on connaît le point A, tel que $X_A = -2,30$ et $Y_A = 5,70$m. Déterminer les coordonnées du point B, si $\theta_{AB} = 131$gr,0328 et $d_{AB} = 10$m

Solution : $X_B = X_A + d_{AB}.\cos\theta_{AB}$, $X_B = -2,30 + 10.\cos 131,0328 \rightarrow X_B = -8,86$m

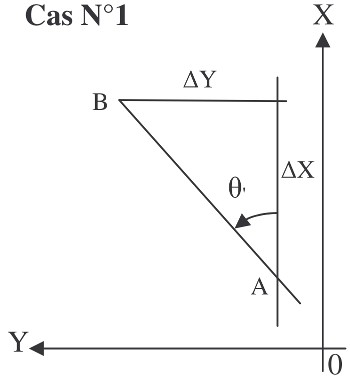
$Y_B = Y_A + d_{AB}.\sin\theta_{AB}$, $Y_B = 5,70 + 10.\sin 131,03 \rightarrow Y_B = 13,2433$m

Passage des coordonnées rectangulaires aux coordonnées polaires :

Connaissant les coordonnées rectangulaires $A(X_A, Y_A)$, $B(X_B, Y_B)$, le calcul se fait comme suit :

a- L'orientement :

Cas N°1

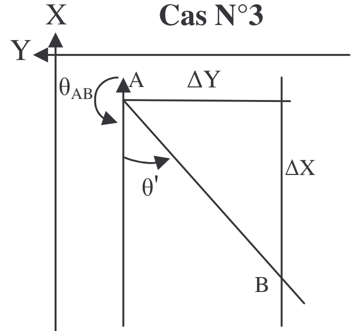


$tg\ \theta_{AB} = \Delta Y / \Delta X \rightarrow$

$\theta_{AB} = Arctg\ \Delta Y / \Delta X$

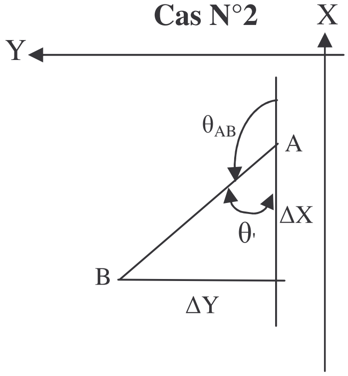
$\boxed{\theta_{AB} = \theta'}$

Cas N°3



$\boxed{\theta_{AB} = \theta' + 200}$

Cas N°2



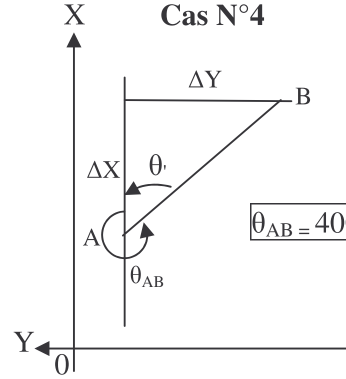
$tg\ \theta' = \Delta Y / \Delta X \rightarrow$

$\theta' = Arctg\ \Delta Y / \Delta X$

$\theta_{AB} + \theta' = 200$gr

$\boxed{\theta_{AB} = 200 - \theta'}$

Cas N°4



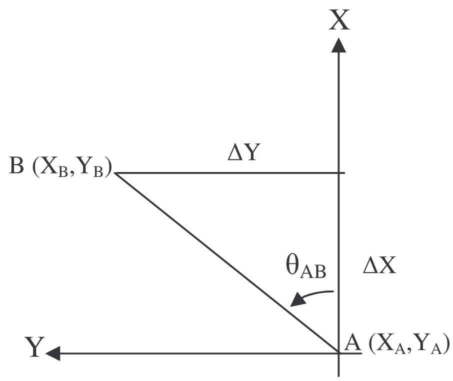
$\boxed{\theta_{AB} = 400 - \theta'}$

Tableau récapitulatif :

Signe	$\theta = \theta'$	$\theta = 200 - \theta'$	$\theta = 200 + \theta'$	$\theta = 400 - \theta'$
ΔX	+	-	-	+
ΔY	+	+	-	-

b- Distances entre les points A et B :
Principe :
Calculer la distance (D) entre deux points A et B dont on connaît les coordonnées X et Y

2) Application du théorème de Pythagore :



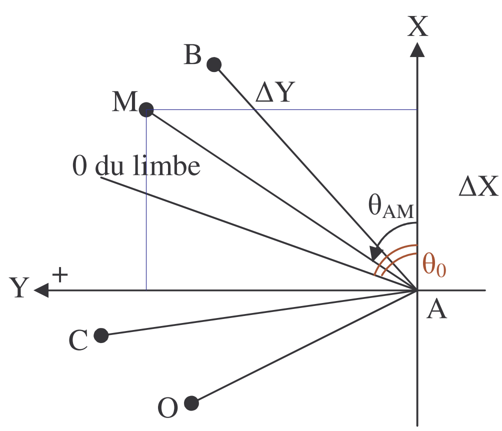
$D^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2 \rightarrow D = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$

3) par l'orientement :
$D = \Delta Y / \sin\theta_{AB} = \Delta X / \cos\theta_{AB}$

Avantage de cette méthode, vérification de calcul. La distance obtenue est une distance horizontale.

Calcul des coordonnées d'un point par rayonnement :

Le rayonnement est un procédé planimétrique associant à une mesure d'angle, une mesure de distance. Mais, au début on fait recours à la détermination du $\theta_0(V_0)$ de la station pour plus de précision et pour vérification V_0 (θ_0) moyen de la station.



Soit un tour d'horizon effectué sur plusieurs points M, B, C, D, …. à partir d'une même station A. La direction du zéro du limbe horizontal fait avec l'axe des X positifs un certain orientement appelé $\theta_0(V_0)$ de la station A.

Autrement dit dans le but d'améliorer la précision de l'orientation d'un tour d'horizon, on vise plusieurs points connus en coordonnées appelés points anciens.

En une première étape on calcule les orientements entre le point occupé par le théodolite qui est connu en (X,Y) en cas d'un rayonnement et entre les autres points visés qui sont aussi connus en (X,Y).

D'après les résultats obtenus des orientements calculés et les lectures effectués sur les directions des points connus visés, on peut localiser la position exacte de la direction du 0 du limbe horizontal dans lesquels des quatre quadrants.

Dans le cas ou la direction du 0 du limbe précède tous les directions (sens du graduation) on aura :

$\theta_{AE} = V_{01}\ (\theta_0) - L_E \rightarrow V_{01}\ (\theta_0) = \theta_{AE} + L_E$
$\theta_{AD} = V_{02}\ (\theta_0) - L_D \rightarrow V_{02}\ (\theta_0) = \theta_{AD} + L_D$
$\theta_{AC} = V_{03}\ (\theta_0) - L_C \rightarrow V_{03}\ (\theta_0) = \theta_{AE} + L_C$

Dans le cas où une ou plusieurs directions précèdent celle du 0 du limbe les écritures prennent la forme suivante pour celle qui précèdent le 0 du limbe :

$\theta_{AE} = 400 + V_{01}\ (\theta_0) - L_E \rightarrow V_{01}\ (\theta_0) = \theta_{AE} + L_E - 400$
$\theta_{AD} = 400 + V_{02}\ (\theta_0) - L_D \rightarrow V_{02}\ (\theta_0) = \theta_{AD} + L_D - 400$
$\theta_{AC} = 400 + V_{03}\ (\theta_0) - L_C \rightarrow V_{03}\ (\theta_0) = \theta_{AE} + L_C - 400$

et à la fin on calcule le $V_0(\theta_0)$ moyen à partir des $V_0(\theta_0)$ intermédiaires obtenus.

Calcul d'un rayonnement : Données A(X, Y), B(X, Y), C(X, Y), D(X, Y) à mesurer L_B, L_C, L_D et L_M.

Soit A un point connu en coordonnées (X_A, Y_A) et un point M à déterminer en coordonnées (X_M, Y_M), situé au voisinage de A, le rayonnement consiste à :

1) à déterminer θ_{AM}

2) à mesurer par un procédé adéquat la distance D_{AM} et à la réduire à l'horizon s'il y a lieu.

On calcule d'abord θ_{AB}, θ_{AC}, θ_{AD} et puis $V_0(\theta_0)$moy et V_{AM}.

Si L_M est la lecture correspondante au point M, on a pour un appareil gradué dans le sens des aiguilles d'une montre et si L_M précède le 0 du limbe

$$\theta_{AM} = 400 + V_0(\theta_0)\text{moy} - LM$$

en cas ou le 0 du limbe précède la lecture L_M on aura

$$\theta_{AM} = V_0(\theta_0)\text{moy} - LM$$

les cordonnées du point M par rayonnement seront :

$X_M = X_A + D_{AM}.COS\theta_{AM}$, $Y_M = Y_A + D_{AM}SIN\theta_{AM}$

Densification du canevas planimétrique de base :

Principe : c’est un canevas appuyé sur la triangulation géodésique et la triangulation complémentaire, dans le but d’augmenter la densité des points connus en coordonnées. Les méthodes d’observations sont les même que celles utilisées en triangulation. Les points sont déterminés isolément par :

2) intersection
3) relèvement
4) recoupement
5) trilatération
6) relèvement multiple
7) par polygonation

La précision et les tolérances dans ce type de travail dépendront :

1) de la méthode utilisée,
2) de l’échelle d’exécution du travail à faire,
3) de la précision des instruments utilisés,
4) du nombre des points connus au voisinage …

Réseau polygonal :

Le réseau polygonal est constitué de cheminements appuyés en général sur les points du canevas de base et du canevas complémentaire. Un cheminement est une succession des rayonnements entre deux points de coordonnées connues.

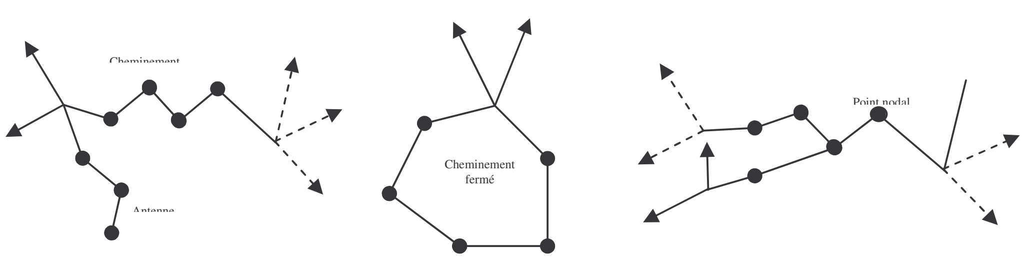
Forme de cheminement :

1) cheminement tendu (ou encadré) : c’est une ligne polygonale qui relie deux points connus en coordonnées. C’est la meilleure forme de cheminement.

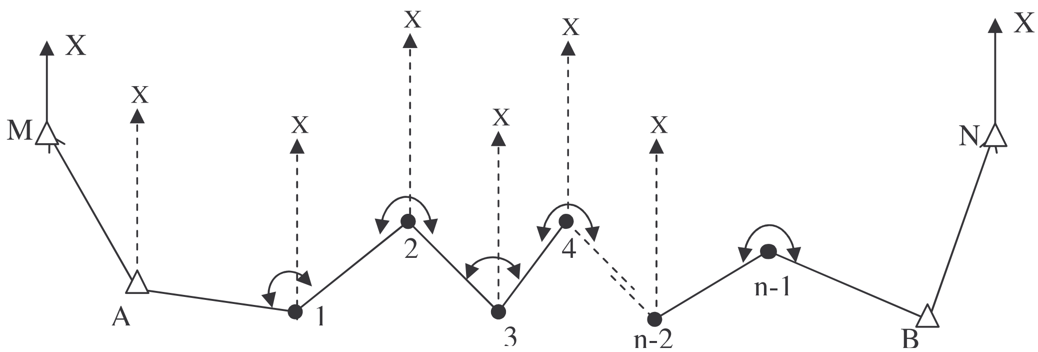
2) Cheminement fermé : c’est une ligne polygonale qui se boucle sur elle-même. Souvent employé bien qu’il présente des défauts. Il doit être utilisé de préférence lorsque la surface à lever est peu étendue.

3) L’antenne : C’est une ligne polygonale qui ne se referme pas sur un point connu. Procédé à éviter, ou à observer aller et retour.

4) Point Nodal : C’est le point de convergence de plusieurs antennes, ou encore le nœud de plusieurs cheminements encadrés. C’est une solution à rechercher, qui donne des résultats très homogènes.



Calcul d'un cheminement tendu (encadré) :



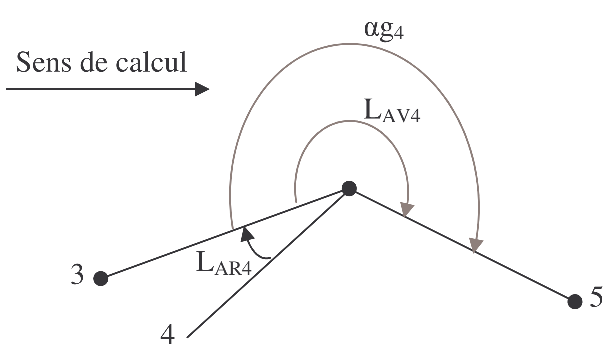
Généralités :

A partir de deux points connus en coordonnées A(X_A, Y_A), B(X_B, Y_B), assez distants l'un de l'autre pour permettre d'effectuer une chaîne successive de rayonnements consécutifs, l'opération consiste à déterminer par transport des coordonnées et d'orientement ou de gisements les coordonnées de tous les sommets situés sur le polygone AB et reliant A à B.

La comparaison des coordonnées primitives de B avec celle de B' point auquel aboutit le calcul du dernier rayonnement, dénonce l'ampleur et le comportement des erreurs cumulées tout au long du cheminement, l'erreur résultante BB' s'appelle : écart linéaire de fermeture, il est comparé à la valeur de la tolérance requise pour un cheminement, et réparti proportionnellement aux valeurs des composantes ΔXi et ΔYi de tous les cotés de la polygonale dans le cas où cet écart BB' st inférieur à cette tolérance.

Rappel :

Les angles topographiques de gauche et de droite :



On examine ce qu'il se passe sur un sommet (fig…..) en choisissant un sens de calcul qui n'est pas forcément celui des observations sur le terrain. On considère le sens de graduation du limbe des angles Hz.

Le plus couramment employé ( ). Quand on est en 4, le coté arrière est 4 et sa lecture arrière est faite sur la direction 4-3, le coté avant 4-5 et sa lecture avant est faite sur la direction 4-5 :

L_{A4} = lecture arrière faite au sommet 4

L_{AV4} = lecture avant faite au sommet 4

Ensuite, en 5 le coté arrière est 5-4, le coté avant 5-6 etc…

Par définition, l'angle rencontré à sa gauche quand on parcourt le cheminement dans le sens de calcul est l'angle topographique à gauche ou angle à gauche (αg)

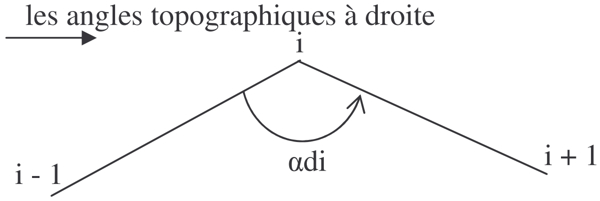
On a $\alpha g_4 = L_{AV4} - L_{AR4}$ d'où $\alpha gi = L_{AVi} - L_{ARi}$

Si , c'est l'angle le plus souvent employé dans le calcul de cheminement dans le système I.G.N.

Dans l'éventualité où le limbe serait gradué dans le sens indirect, on aurait :

$\alpha gi = L_{ARi} - L_{AVi}$

les angles topographiques à droite



L'angle topographique de droite (αd) se situe à droite du sens de calcul choisis (voir figure)

$\alpha di = 400 - \alpha gi$
$\alpha di = L_{ARi} - L_{AVi}$
$\alpha di = L_{AVi} - L_{ARi}$

Transmission des orientements :

Soit un cheminement d'extrémités A, B comportant n cotés et n-1 sommets intermédiaires (voir figure…)

Une orientation sur référence (sur un point connu en coordonnées au moins) connue est nécessaire à chaque extrémité.

On a : $\theta 1{,}2 = \theta A{,}1 + 200 + \alpha d1$ ou $\theta 1{,}2 = \theta A{,}1 - 200 + \alpha d1$

Ou encore $\theta 2 = \theta 1 + \alpha d1 \pm 200$, soit d'une manière générale

$$\theta_i = \theta_{i-1} + \alpha d_{i-1} \pm 200$$

On retrouve 200gr à la qualité ($\theta_{i-1} + \alpha d_{i-1}$) quand celle-ci est > 200gr, on ajoute 200gr quand elle est < à 200gr. On peut aussi soit ajoute systématiquement 200gr et retrancher 400gr quand le résultat est > à 400gr soit retrancher systématiquement 200gr et ajouter 400gr quand le résultat est négatif.

Exemple : $\theta_{6.7} = 256{,}879$gr, $\alpha_{d7} = 188{,}688$gr, $\alpha_{d8} = 24{,}421$gr, $\alpha_{d9} = 80{,}13$gr
On a $\theta_{7.8} = \theta_{6.7} + \alpha_{d7} \pm 200 = 256{,}879 + 188{,}688 - 200 = 245{,}567$gr
Ou $\theta_{7.8} = 256{,}879 + 188{,}688 + 200 = 645{,}567 - 400 = 245{,}567$gr

$\theta_{8.9} = 245{,}567 + 24{,}421 + 200 = 469{,}988 - 400 = 69{,}988gr$
$\theta_{8.9} = 245{,}567 + 24{,}421 - 200 = 69{,}988gr$

$\theta_{9.10} = 69{,}988 + 80{,}134 + 200 = 350{,}122gr$
$\theta_{9.10} = 69{,}988 + 80{,}134 - 400 = -49{,}878 + 400 = 350{,}122gr$

on a $\theta_{S.A} = \theta_A$ = orientement origine = orientement de départ = θ_{DEP}
et $\theta_{B.T} = \theta_T$ = orientement extrémité = orientement d'arrivée = θ_{AR}

Ces deux orientements peuvent être calculés avec les coordonnées des points A, B, S et T, on les considère comme exacts, on les appelle respectivement $\theta_{DEP.\ Exact}$ et $\theta_{AR.Exact}$

on obtient

$$\left.\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_A + \alpha d_A \pm 200 \\ \theta_2 &= \theta_1 + \alpha d_i \pm 200 \\ \theta_i &= \theta_{i-1} + \alpha d_{i-1} \pm 200 \\ \theta_T &= \theta_B + \alpha d_B \pm 200 \end{aligned}\right\} \quad \text{(n+1) fois avec n = nombre des cotés}$$

$$\theta_T = \theta_A + \sum_{i=A=0}^{n} \alpha di \pm (n+1)\cdot 200$$

En fait, les angles à droite mesurés au goniomètre sont tous entachés de petites imprécisions. Dans l'égalité ci-dessus, on n'obtient donc pas l'orientement d'arrivé exact (θ_T), mais un orientement d'arrivé approché résultant uniquement des observations ($\theta_{AR.obs}$). Si on appelle n le dernier sommet observé en B, on a : $\theta_{AR.obs} = \theta_{M.T}$

Alors que $\theta_{AR.exact} = \theta_{B.T}$ D'où en réalité avec le sommet A indiqué

$$\boxed{\theta_{AR.obs} = \theta_{DEP.exact} + \sum_{i=0}^{n} \alpha di \pm (n+1)\cdot 200}$$

on a vu que $\alpha d_i = L_{ARi} - L_{AVi}$, d'où

$$\boxed{\theta_{AR.obs} = \theta_{DEP.exact} + \sum_{i=0}^{n} LARi - \sum LAVi \pm (n+1)\cdot 200}$$

Dans le tableau de calcul, on indique l'orientement exact de départ (θ_A), et l'orientement exact d'arrivée (θ_T).

Calcul des coordonnées :

On connaît :

- Les coordonnées de départ et d'arrivée du cheminement,
- Les orientements compensés,- les distances horizontales des cotés.

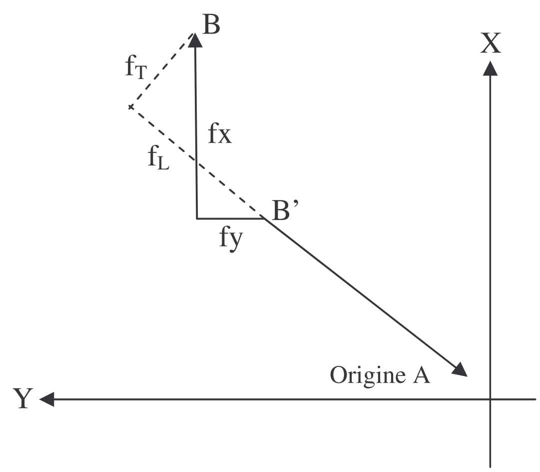
On peut donc calculer les ΔX, ΔY des sommets successifs (transformation de coordonnées polaires, en rectangulaires).

Soit : X0, Y0 les coordonnées de départ , Xe, Ye les coordonnées du point d'arrivée. On aura :

X0 + $\sum des \Delta X$ = Xe ± écart de fermeture fx.

Y0 + $\sum des \Delta Y$ = Ye ± écart de fermeture fy.

BB' = écart de fermeture linéaire
$fx = X_B - X_{B'}$ = fermeture en x
$fy = Y_B - Y_{B'}$ = fermeture en y
fL = B''B' = composante longitudinale
fT = BB'' = composante transversale



fL et fT n'ont de sens que dans le cas d'un cheminement tendu. Il existe de nombreuses méthodes d'ajustement planimétrique (parallèles, proportionnelles, carrier, cubique, moindres carrés,, lafosse …). Aucune méthode n'étant pleinement satisfaisante, on adopte la plus simple, les parallèles proportionnelles.

Cette méthode consiste à déplacer chaque sommet parallèlement à BB' d'une quantité proportionnelle à la longueur des cotés.

On a : L= longueur totale du cheminement, l1, l2,l3 la longueur des cotés successifs. En projetant BB' sur les axes des coordonnées (fx,fy) on aura :

ΔX_1-fx.l_1/L ΔY_1-fy.l_1/L pour le 1er coté

ΔX_2-fx.l_2/L ΔY_2-fy.l_2/L pour le 2^{eme} coté, etc..

Les et ΔY ainsi compensés, on aura :

Ecart de fermeture angulaire s'écrit :

$Fx = \theta_{B.T.obs\,-}\ \theta_{B.Texact}$ (toujours observé – Calculé)

Nous devons obligatoirement avoir :

Fx <= tolérance angulaire

Tolérance de l'écart de fermeture angulaire :

$Tx = 2{,}7.\ \sigma_{\alpha}\,.\sqrt{n+1}$

σ_{α} = écart type sur la mesure de chaque angle (erreur commise : instrument + opérateur)

Compensation de l'écart de fermeture angulaire :

La question de la compensation : la répartition des erreurs c'est la question la plus complexe et la plus délicate.

Il faut dire qu'il existe plusieurs méthodes de compensation des erreurs. Reste à signaler que objectiviser des méthodes de compensation et de répartition des erreurs ça veut dire étudier d'une façon assez large et détaillée les erreurs, leur ressources et types (systématiques, accidentelles, opérateur, instrument) ainsi d'établir des poids dans la mesure du possible.

La méthode la plus simple et la moins objective :

Pour chaque sommet la correction sera de :

$C_{correct}. = -F\alpha/(n+1)$

Cette méthode s'appelle encore :

Procédé de compensation cumulée :

La correction aura pour valeur :

-fa/(n+1) pour le 1^{er} sommet, -2fa/(n+1) pour le deuxième sommet, -3fa/(n+1) pour le $3^{ème}$ sommet.

X_0(départ) + ΔX_1 compensé = X_1, X_1 + ΔX_2 compensé = X_2
Y_0(départ) + ΔY_1 compensé = Y_1, Y_1 + ΔY_2 compensé = Y_2

X_{n-1} + ΔX_n compensé = Xe (arrivée), Y_{n-1} + ΔYn compensé = Ye (arrivée)

Tolérance de fermeture (cheminement encadré tendu)

1) **Tolérance de fermeture angulaire (fa)**

Dans un cheminement de n cotés on mesure (n+1) angles si σ_α est l'écart type sur la mesure d'un angle, la tolérance est 2,7 . $\sigma_\alpha \sqrt{n+1}$

Supposant un cheminement de huit cotés reliant deux points connus. Les observations ont été faites avec un instrument donnant le centigrade = 100cc à la lecture. Une paire de séquences a été observée. Compte tenu des différentes erreurs, on peut admettre un écart type sur la mesure d'un angle de σ_α = 1,4 cg, soit un écart type sur le cheminement de 1,4. $\sqrt{8+1} = 4{,}5$cg

La tolérance sera : 2,7x4,2 = 11cgr

2) **Tolérance de fermeture planimétrique** :

L'expression de la tolérance de fermeture planimétrique est très complexe. Elle dépend :

* de la forme de cheminement (encadré, fermé, tendu, semi-circulaire, ….)
* de la longueur des cotés (longs ou courts, inégalité de leur longueur etc…)

Dans le cadre de ce travail, nous prenons le cas d'un cheminement rectiligne dont les cotés ont sensiblement la même longueur ≈ 64m.

Après compensation angulaire des orientements, les coordonnées calculées sont celles d'un point B' légèrement différent du point B (point d'arrivée) le vecteur BB' est appelé écart de fermeture linéaire. Il représente :

- Des erreurs angulaires, restant après compensation : écart de fermeture transversale fT.
- Des erreurs commises sur les longueurs : écart de fermeture longitudinale fL.

Tolérance de fermeture transversale :

On pose : L = longueur de cheminement, n = nombre de cotés, σ_α = écart type sur un angle (après compensation).

La formule donnant la tolérance est fT = 2,7.L. σ_α . $\sqrt{n/3}$

Soit un cheminement de 9 cotés de 64m environ :

σ_α = 0,5cgr (σ_α est transformé en radians dans la formule)

soit :2,7x576m x 0,5m x 0,000157 x $\sqrt{9/3} = 0{,}21$m

Tolérance de fermeture longitudinale :

Si σ_l est l'écart type sur la longueur d'un coté, la tolérance est donnée par la formule :

$$2{,}7 \text{ x } \sigma_l \text{ x } \sqrt{n}$$

En admettant un écart type de 1,7cm pour un coté de 64m mesuré avec un ruban de 20m (aller et retour) la tolérance est : $2{,}7 \text{ x } 1{,}7 \text{ x } \sqrt{9} = 0{,}14\text{m}$

Conclusion : rechercher les cotés longs

Limiter le nombre de cotés

Eviter les cotés courts

Remarque : L'utilisation d'un distancemètre précis donne un écart type d'environ 0,5cm pour un coté de 100m

Cas d'un cheminement fermé :

Comme il s'agit d'un polygone fermé la vérification est simple sachant que :

$$\sum \textit{angles intérieurs} = (n-2)_{\text{cotés}}\text{x}200,$$

$$\sum \textit{angles extérieurs} = (n+2)_{\text{cotés}}\text{x}200$$

Pour les angles intérieurs elles s'obtiennent en faisant

$\alpha = L_{AR} - L_{AV}$ (cas du limbe)

L'écart de fermeture angulaire serait donc :

$$F\alpha = \boxed{\sum_{i=0}^{n} \alpha di - (n-2) \cdot 200}$$

Si $F\alpha$ est dans la tolérance ($T\alpha$ est calculée de la même manière que plus haut, elle doit etre répartie sur tous les sommets du polygone).

Donc les coordonnées du sommet n°1 seraient :

$X_1 = X_0 + l_1 \cos \theta_{A1},\ \ Y_1 = Y_0 + L_1.\sin \theta_{A1}$

$X_{n-1} = X_0 + l_{i-1} \cos \theta_{n-1},\ \ Y_{n-1} = Y_0 + L_{i-1}.\sin \theta_{n-1}$

Exemple de calcul d'un cheminement encadré

<u>Données</u> : les coordonnées des points A et B dans le système STT sont les suivants :

$X_A = 215320,46$
$Y_A = -782875,12$

$X_B = 215327,80$
$Y_B = -783228,94$

Les distances ont été réduites à l'horizontale.

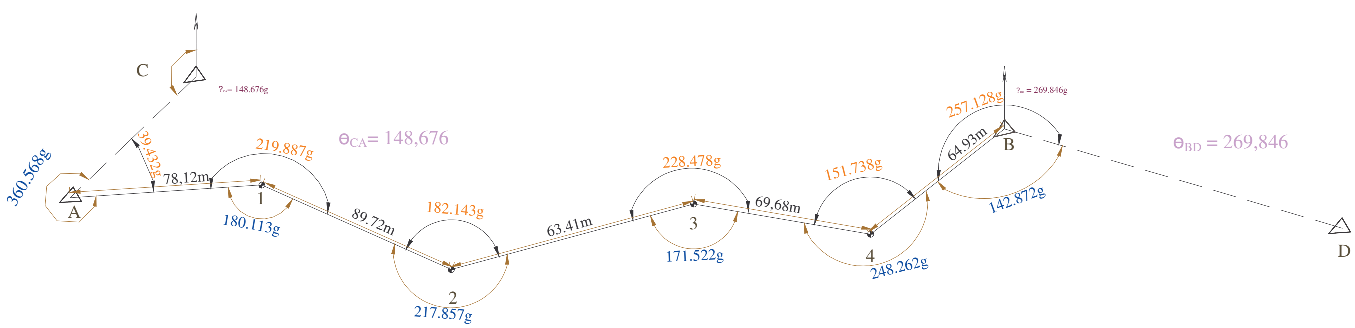
Les Orientements θ_{CA} et θ_{BD} ont été calculés à partir des coordonnées de A, B, C et D.

Calcul des ΔX et ΔY : $\Delta X = D\cos\theta$; $\Delta Y = D\sin\theta$;

$$\theta_{BD}\ obs = \theta_{DEP}\ exact + \sum \alpha d_i \pm (n+1)200$$

Nombre des côtés (n) = 5 ; Nombre de sommets (n+1) = 6.

Sens de marche



point	Angles (gr)	Gisements calculés (gr)	Gisements compensés (gr)	Distances (m)	ΔX	X	ΔY	Y
C		148.676						
A	360,568	-4,00 309.244	309.240	78,12	-3 11.299	215320,46	-8 -77.307	-782875,12
1	180.113	-8 289.357	289.349	89,72	-3 -14.941	215331,76	-10 -88.467	-782952,43
2	217.857	-12 307.214	307.202	63,41	-3 7.158	215316,81	-7 -63.005	-783040,90
3	171.522	-16 278.736	278.720	69,68	-3 -22.860	215323,97	-7 -65.823	-783103,92
4	248.262	-20 326.998	326.978	64,93	-3 26.699	215301,1	-7 -59.187	-783169,75
B	142.872	-24 269.870	269.846			215327,8		-783228,94
		269.846						
		f = 24		Σ = 365,86	Σ = 7.355			

Compensation des orientements : $\frac{-f}{(n+1)}$ pour le premier sommet $-\frac{24}{6} = -4mgr$

$$\frac{-2f}{n+1} \text{ pour le deuxième sommet } \frac{-48}{6} = -8mgr \quad \text{etc…}$$

Compensation de ΔX et ΔY :

$X_A + \sum \Delta X$ obs = 215320,46 + 7,355 = X_B calculé = 215327,815 ; Xcalculé – X exact = f_x = +15mm

$Y_A + \sum \Delta Y$ obs = -782875,12 – 353,781 = Y_B clculé = -783228,901 ; Y_B obs – Y Exact =f_y = +39mm

f_x = -38mm ; f_y = +16mm

Compensation proportionnelle aux distances

$$1^{er} \text{ côté (A-1) } \frac{-f_x \times D_{A1}}{\Sigma D} = \frac{-15 \times 78{,}12}{365{,}86} = -3{,}2mm$$

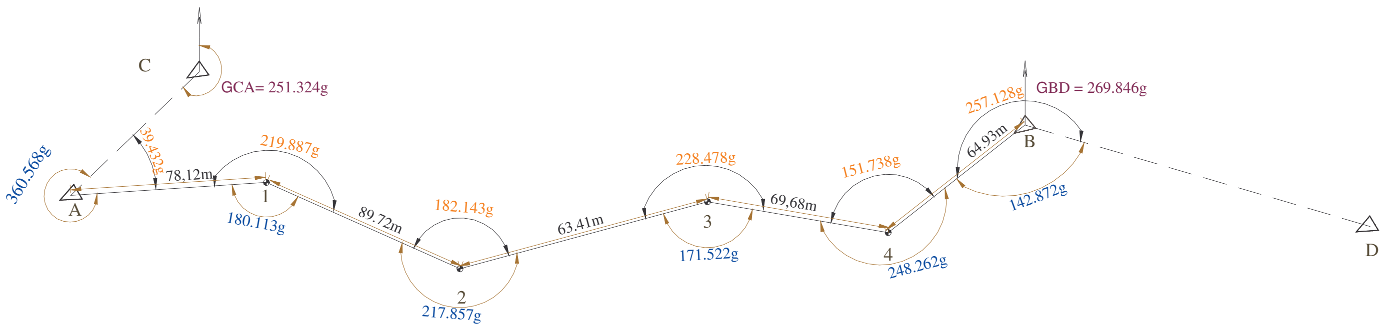
Exemple de calcul d'un cheminement encadré

<u>Données :</u> les coordonnées des points A et B dans le système IGN sont les suivants :

$X_A = 782875{,}12$
$Y_A = 215320{,}46$

$X_B = 782875{,}12$
$Y_B = 215320{,}46$

Sens de marche



$G_{BD}obs = G$ départ.exact + $\Sigma\alpha g - (n+1)200$

Les distances ont été réduites à l'horizontale. fa = Gobs – Gexact

Les gisements CA et BD ont été calculés à partir des coordonnées de A, B, C et D.

Calcul des ΔX et ΔY : $\Delta X =$ DsinG ; $\Delta Y =$ DcosG ; Nombre des côtés (n) = 5 ; Nombre de sommets (n+1) = 6.

point	Angles (gr)	Gisements calculés (gr)	Gisements compensés (gr)	Distances (m)	ΔX	X	ΔY	Y
C		251,324						
A	39,432	4,00 90,756	90,76	78,12	8 77,299	782875,12	3 11,299	215320,46
1	219,887	8 110,643	110,651	89,72	10 88,467	782952,43	-4 -14,94	215331,76
2	182,143	12 92,786	92,798	63,41	7 63,005	783040,90	-3 7,158	215316,81
3	228,478	16 121,264	121,28	69,68	7 65,823	783103,92	-3 -22,86	215323,97
4	151,738	20 73,002	73,022	64,93	7 59,187	783169,75	-3 26,699	215301,1
B	257,128	24 130,13	130,154			783228,94		215327,8
D		130,154						
		f = -24		Σ = 365,86	Σ = 353,781	783228,901	7,356	215327,816
						fx = -39mm		fy = 16mm

Compensation des gisements : $\frac{-f}{n+1}$ pour le premier gisement $\frac{24}{6} = 4mgr$

$\frac{-2f}{n+1}$ pour le deuxième gisement $\frac{48}{6} = 8mgr$ etc…

Compensation de ΔX et ΔY :

$X_A + \sum \Delta X = X_B$ calculé

$Y_A + \sum \Delta Y = Y_B$ calculé

X_B calculé = 782875,12 + 3543,781 = 783228,9014; X_B réelle = 783228,940

F_x = -38mm ; f_y = +16mm

Compensation proportionnelle aux distances

1er côté (A-1) $\frac{-f_x \times D_{A1}}{\Sigma D} = \frac{+39 \times 78{,}12}{365{,}86} = +8mm$

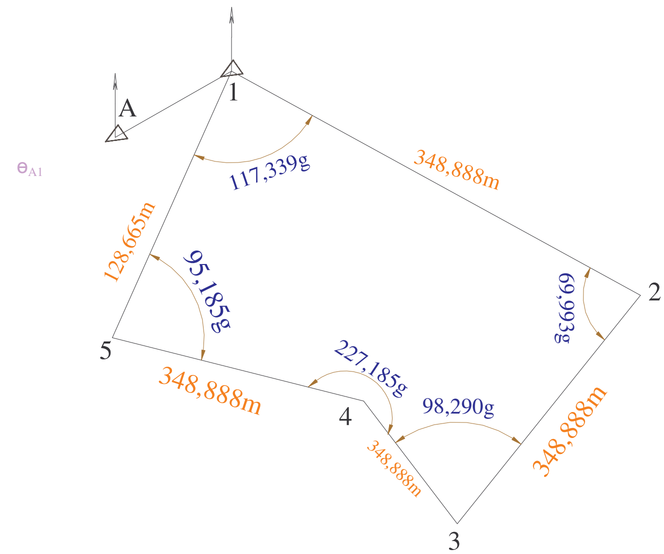
Exemple de calcul d'un cheminement fermé

Données : les coordonnées du points 1 dans le système STT sont les suivants :

$X_1 = 1000{,}000$; $\theta_{A1} = 358{,}828$
$Y_1 = 4000{,}000$
Contrôle des angles intérieurs :

$$\overline{1}+\overline{2}+\overline{3}+\overline{4}+\overline{A} = 599{,}992$$

$\sum angles\,interieurs$ = (n-2) * 200 = 600,0000 gr
Ecart de fermeture angulaire = obs – calculé :
600,0000 – 599,992 = 8mgr
Calcul des orientements :
Orientement d'un côté = orientement du côté précédent + $\alpha d_i \pm 200$



point	Angles de droite (gr)	Orientement Calculé (gr)	Orientement Compensé (gr)	Distances (m)	ΔX Brutes	ΔX Compensée	ΔY Brutes	ΔY Compensées	X Exact	Y Exa
A		358.828								
1	117.339	2 276.167	276.169	348.888	-37 - 127.573	-127.610	28 -324.728	-324.700	1000.000	4000.0
2	61.993	3 138.160	138.163	240.320	-26 - 135.588	-135.614	20 198.417	198.437	872.390	3675.3
3	98.290	5 36.450	36.450	60.230	-7 50.624	50.617	5 32.632	32.637	736.776	3873.7
4	227.185	6 63.635	63.641	203.413	-22 109.961	109.939	17 171.130	171.147	787.393	3906.3
5	95.185	8 358.820	358.828	128.665	-14 102.682	102.668	1 -77.531	-77.521	897.332	4077.5
1		358.828							1000.000	4000.0
		f = -8		Σ = 981.516	Σ = 0.106	Σ = 0.000	Σ = -0.080	Σ = 0.000	ΔX = 0.000	Δ 0.0

Calcul des ΔX et ΔY : $\Delta X = D\cos\theta$; $\Delta Y = D\sin\theta$;

Compensation cumulée des orientements :

$\dfrac{-f}{(n+1)}$ pour le premier sommet

$\dfrac{-2f}{n+1}$ pour le deuxième sommet etc…

Compensation de ΔX et ΔY :

côté (1-2) $\dfrac{-f_x \times D_{1-2}}{\Sigma D}$

côté (2-3) $\dfrac{-f_x \times D_{2-3}}{\Sigma D}$ etc…

Chapitre III

Les Travaux

de

Nivellement

Les travaux de nivellement

Les opérations de nivellement peuvent se classer en trois catégories :

1-Nivellement géométrique direct :

Ce procédé s'exécute par des visées horizontales à l'aide d'un niveau et d'une ou deux mires.

2-nivellement indirect ou trigonométrique :

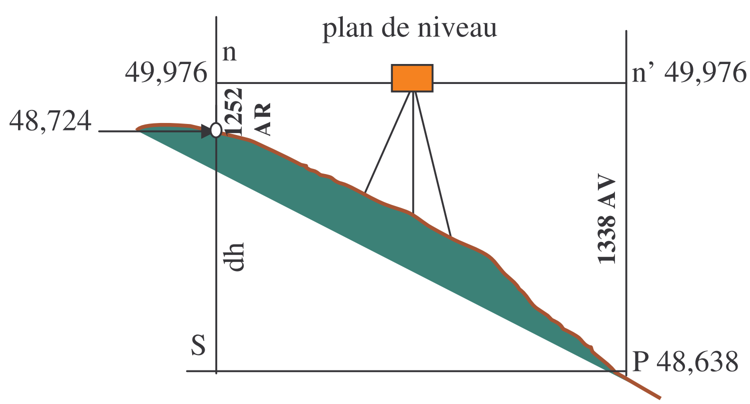
Cette méthode est réalisée par des visées inclinées. La dénivelée est déterminée par le calcul après avoir mesuré des longueurs et des angles verticaux.

3- nivellement barométrique :

Ce nivellement particulier est basé sur la pression atmosphérique. Nous savons que la pression atmosphérique varie dans le temps et aussi en fonction de l'altitude. On peut donc calculer la dénivelée entre deux points en fonction de la variation de la pression atmosphérique, en tenant compte naturellement des changements locaux de condition atmosphériques. L'instrument utilisé porte le nom de baromètre et donne une lecture en unités de longueurs (m).

Ī- nivellement géométrique direct :

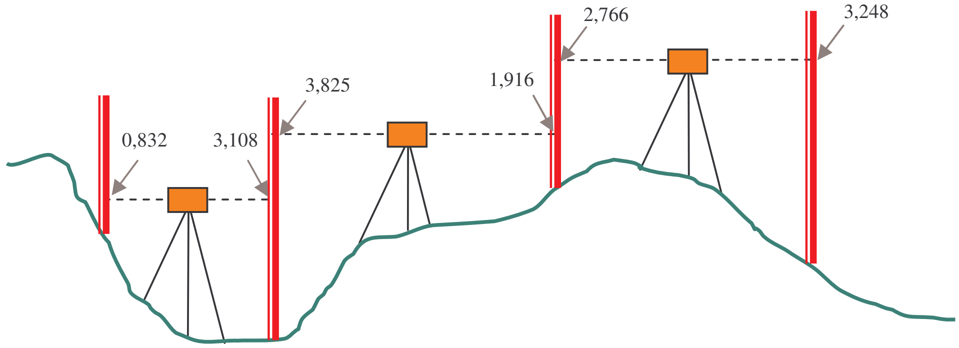
Mesure d'une dénivelée élémentaire:



On fait une lecture arrière (AR) (1,252m) sur la mire placée sur le point R dont on connaît l'altitude (48,724m). Cette lecture appelée visée arrière AR indique que le plan de référence nn' est 1,252m plus haut que le point R. L'altitude du plan de référence est donc de 48,724 + 1,252 = 49,976m. Si la visée avant AV sur le point P est de 1,338m, l'altitude de ce dernier sera donc à 49,976 - 1,338 = 48,638m. La dénivelée entre les deux points est donc : 48,638 – 48,724 = -0,086m ou encore 1,252 – 1,338 = -0,086m.

Nous remarquons que, dans l'exemple choisi, la dénivelée est négative, ce qui veut traduire que le point R set plus élevé que le point P.

III-2-2- Nivellement par cheminement :



Le nivellement par cheminement est une suite d'un certaine nombre de nivellements élémentaires, qui s'ajoutant l'un après l'autre, ferant que le point avant de la première station servira de point arrière à la deuxième station, puis le point avant de la deuxième station servira de point arrière à la troisième station et ainsi se suite.

La différence de niveau totale, ou de dénivelée totale, entre les deux points extrêmes du cheminement (fig.…) M et C set égale en grandeur

Et en signe à la somme algébrique des différences de niveaux partiels ou des dénivelées partielles, qui se traduisent par la formule :

$$\sum \mathbf{dn} = \sum \mathbf{L_{AR}} - \sum \mathbf{L_{AV}}$$

Dans un nivellement de deux points très éloignés l'un de l'autre, M et C par exemple, il devient indispensable de choisir des points intermédiaires quelconques Pc1, Pc2. Ces points devront répondre à deux conditions :

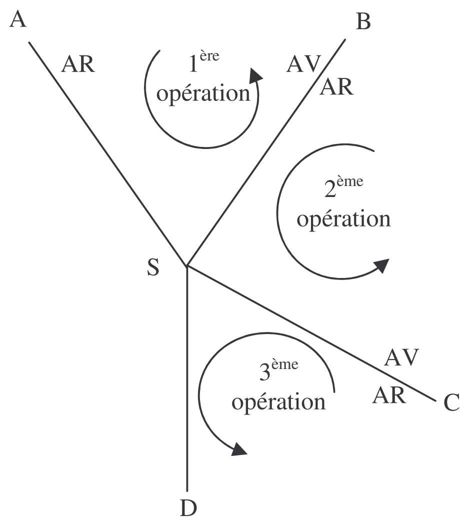
1-Distance :

Les visées ne devront pas dépasser 60 mètre environ, les points intermédiaire seront distants l'un de l'autre de 120m environ, au maximum.

2-Stabilité :

Appelés à supporter le poids de la mire pendant deux stations successives, les points intermédiaires seront choisis sur des seuils, bornes, pavés solides, etc. Notons que la méthode des visées égales (portées égales) élimine automatiquement l'erreur de collimation et une majorité des erreurs systématiques dans les nivellements.

ĪĪĪ-2-3- Nivellement par rayonnement :



Nous venons de voir que, dans le nivellement par cheminement, chaque station permet d'aller du point arrière à un unique point avant. Dans le nivellement par rayonnement, on peut aller du point arrière à plusieurs points avant. L'appareil étant mis en station en S, il est possible de déterminer de cette station les altitudes des points B, C, D… Fig.…

Décomposons cette opération en un certain nombre d'opérations élémentaires :

- La première s'effectue exactement comme un nivellement élémentaire entre le point A et le point B (A étant repère) déterminant ainsi l'altitude du point B.
- La deuxième s'effectue exactement comme un nivellement entre le point B et le point C (B est devenue le repère) déterminant ainsi l'altitude du point C.
- Les opérations se répètent autos de fois qu'on a des points.

D'une autre coté puisque le plan de niveau par l'appareil n'a pas varié on remarquera dans ce nivellement par rayonnement que :

-Le point avant B de la première station (opération) devient le point arrière de la deuxième opération.

-Le point avant C de la deuxième opération devient le point arrière de la troisième opération.

-La permutation des points AV et AR se multiple autos de fois qu'on a de points.

ĪĪĪ-2-4- cheminement fermé ou encadré d'un nivellement :

Le cheminement fermé consiste principalement à fermer sur un point d'altitude connue soit en revenant au point de départ, soit en fermant sur un autre dont l'altitude est connue. Ce procédé permet de trouver l'erreur de fermeture (écart de fermeture) et de vérifier si elle est dans les limites permises.

La différence algébrique entre l'altitude d'un point A obtenue par cheminement et l'altitude vraie de A est appelée <u>Ecart de fermeture</u>.

Altitude de A – Altitude vraie de A = Ecart de fermeture

(déterminée par cheminement)

Généralement l'écart de fermeture pour une dénivelée est ± ≈ 1,7mm alors que la tolérance peut aller jusqu'à ± ≈ 4,6mm.

Précision du Nivellement géométrique ordinaire :

1-Calage de la bulle ± ≈ 0,5mm, Erreur de lecture sur la mire ± ≈ 1mm, 3-Crapaud, mire non stable, erreur due à cela ± ≈ 0,5mm

- Erreur moyenne quadratique sur une visée :

$$Em = \sqrt{0,5^2 + 1^2 + 0,5^2} = \pm 1,22mm.$$

- Erreur moyenne quadratique sur une portée :

$$Em = 1,22 * \sqrt{2} = \pm 1,73mm$$

- Erreur moyenne quadratique d'un cheminement de n dénivelé :

$$\pm 1,73 * \sqrt{n}$$

- La tolérance pour une dénivelée :

$$2,7 * 1,72 = 4,6mm$$

- La tolérance pour un cheminement de n dénivelé :

$$4,6mm * \sqrt{n}$$

L'erreur moyenne kilométrique caractérise la précision d'un nivellement :

$$Emk = 1,22 * \sqrt{n}$$

Généralement pour le nivellement technique les portées sont de 60m et par Km on aura ~ 16 portées :

$$Emk = 1,22 * \sqrt{16} \approx 5mm$$

Les Erreurs en nivellement :

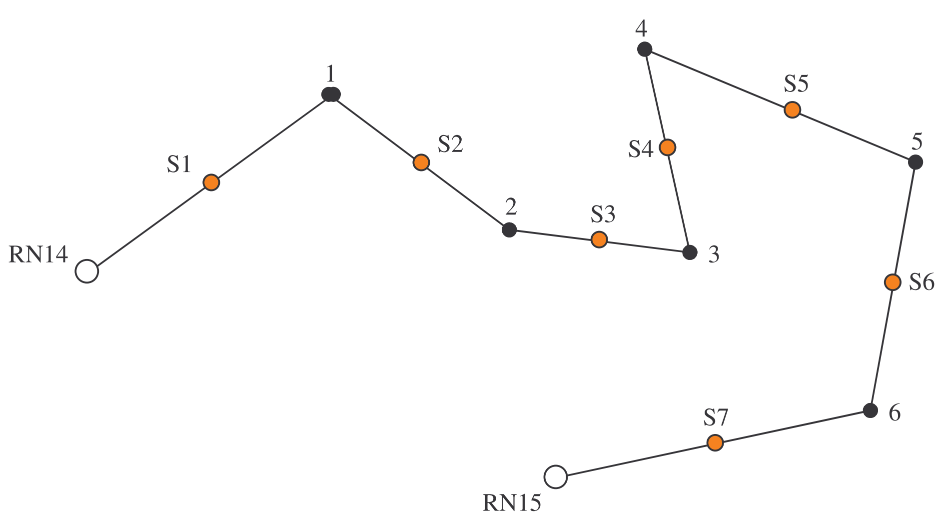
Les erreurs faites au cours d'une opération de nivellement sont multiples. On distingue les erreurs dues à un instrument mal réglé, à la graduation de la mire (dilatation, inclinaison …) un trépied instable ou encore inertie de la bulle de la nivelle. Les erreurs peuvent aussi être engendrées par une réfraction atmosphérique (traversée par la visée des couches atmosphériques de différentes densités) ou une variation de température.

2- Les fautes :

Les fautes aux cous d'une exécution d'un nivellement sont généralement dues à une mauvaise lecture de la mire, à une mauvaise inscription, à une erreur de calcul ou encore à une mire télescopique mal étirée.

Carnet de nivellement :

Dans cet exemple nous allons exécuter le nivellement des points 1 à 6 en partant d'un repère RN14 dont la côte est connue :(88,750) ; le croquis formant la figure sera Porté sur la page droite du carnet. La page gauche comportera à la fois les lectures faites et les calculs qui en découlent.



Après une reconnaissance des lieux, nous avons décidé de faire sept stations et de fermer sur le repère RN15 dont la côte est de :(90,707) ;

-Après la mise en station du S1, faire deux lectures arrières soit par exemple : 1573 et 1273 qui seront inscrites sur la première ligne de la colonne n°3

-Faire la moyenne : 1423 qui sera inscrite sur la première ligne dans la colonne n°4 ;

-Inscrire dans la première colonne à la première ligne l'indication du point repère RN14 et à la troisième ligne le numéro du point suivant soit le point 1.

-Dans la colonne n°9 et devant le point RN14, la côte de ce repère soit 88,750 ;

-Faire les deux lectures avant 1396 et 1097 qui seront inscrites sur la troisième ligne , en face du point N1, dans la colonne n°5 ;

-Faire la moyenne : 1247 qui sera portée à la troisième ligne de la colonne n°6 ;

-Calcul de la dénivelée en plus ou en moins , dans le cas présent , on obtient une différence en + (plus) de 0,177 qui sera portée dans la colonne n°8 sur la ligne n°2 , soit une ligne intermédiaire entre les deux points RN14 et 1.

-Calcul de l'altitude du point n°1. Dans cet exemple, ilya lieu de faire ajouter 0,177 à l'altitude 88,750 du point RN14, on obtient 88,927 qui est l'altitude du point 1. Cette côte sera inscrite dans la colonne n°9, sur la 3ème ligne qui est celle du point n°1.

Toutes ces opérations sont alors répétées exactement de la même façon que venons de réaliser et ce pour les stations suivantes.

Enfin du travail on déterminera l'écart de fermeture se calcule par méthodes différentes et des vérifications différentes aussi. Quand celui-ci est un peut important il est reporté uniformément entre les différents points de nivellement.

NIVELLEMENT GEOMETRIQUE DIRECT

Brigade ………………………. Date ……………………………

Opérateur ……………………... Temps …………………………..

Niveau ………………………… Mire ……………………………

N des points	DIST	LECTURES SUR MIRES				Denivellees		Altitude brute	Altitudes compensées	Observation	N des points
		C.AR	MOY	C.AV	MOY						
Rn 14		1573 1273	1424			0177		88.750	88.750		Rn 14
1		2009 1687	1848	1396 1097	1247	+1 0185		88.927	88.927		1
2		2055 1880	1967	1824 1503	1663	1052		89.112	89.113		2
3		2008 1804	1906	1004 0827	0915	+1 0191		90.164	90.165		3
4		1908 1600	1755	1821 1608	1715		+1 0164	90.355	90.357		4
5		1788 1539	1669	2070 1769	1919		+1 0210	90.191	90.194		5
6		1617 1506	1562	2003 1755	1879	+1 0721		89.981	89.985		6
Rn 15				0901 0780	0841			90.702	90.707		Rn 15
totaux			12.131		10.179	2.326	0.374				
3. différences égales		1 + 1.592				2 + 1.952		3 +1.952	Rn 15 – Rn 14 = 90.707-88.750 = 1.957 ε = écart de fermeture 1.952-1.957= -5 mm		

NIVELLEMENT GEOMETRIQUE SIMPLE PAR RAYONNEMENT (combiné)

N des points	Cotes lue sur la mire				Denivetées		Cotes au altitudes	N des points
	Arrières - AR		Avants - AV		Eu +	Eu -		
	Cotes lues	Moyennes	Cotes lues	Moyenne				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
M_2		2626			-1		**273.496**	M_2
Pc_1		2790		1591	1035 -2		274.530	Pc_1
Pc_2		1658		0591	2199		276.727	Pc_2
$\boxed{Pa_1}$				$\boxed{0210}$	$\boxed{1448}$		$\boxed{278.175}$	$\boxed{Pa_1}$
$\boxed{Pa_2}$				$\boxed{1130}$	$\boxed{0528}$		$\boxed{277.255}$	$\boxed{Pa_2}$
$\boxed{Pa_3}$				$\boxed{1242}$	$\boxed{0416}$		$\boxed{277.143}$	$\boxed{Pa_3}$
$\boxed{Pa_4}$				$\boxed{0738}$	$\boxed{0920}$		$\boxed{277.647}$	$\boxed{Pa_4}$
A		1856		0189	-2 1469		278.194	A
Pc_3		1301		2626		-1 0770	277.423	Pc_3
$\boxed{Pa_5}$				$\boxed{2120}$		$\boxed{0819}$	$\boxed{276.604}$	$\boxed{Pa_5}$
$\boxed{Pa_6}$				$\boxed{2130}$		$\boxed{0829}$	$\boxed{276.594}$	$\boxed{Pa_6}$
Pc_4		0747		2576	-1	-1 1275	276.147	Pc_4
B		2098		1548	1180	-1 0801	275.345	B
Pc_5		2262		0918		-2	276.524	Pc_5
Pc_6		0228		3609		1347 -2	275.175	Pc_6
M_2				1905		1677	**273.496**	M_2
		$\sum =$ 15566	+13mm	$\sum =$ 15553	$\sum =$ 5883	$\sum =$ 5870		

+13mm

Exemple d'un carnet du nivellement combiné :

- nivellement par cheminement et par rayonnement
- Pa_1, Pa_2, Pa_3, Pa_4, Pa_5 et Pa_6 sont les points rayonnés

Plus exactement on compense l'écart de fermeture, s'il est jugé admissible par une correction égale à l'écart de valeur absolue et de signe contraire.

On repartit la compensation totale sur les dénivelées partielles, soit également entre toutes les dénivelées. Soit proportionnellement aux distances entre les points (en terrain plat), Soit proportionnellement aux grandeurs des dénivelées (en terrain accidenté).

Dans le cas ou un nivellement n'est pas en circuit fermé ou n'est pas compris entre deux points d'altitudes connues réputées précises , on peut le transformer en nivellement fermé en réitérant (répétant) les opérations par un cheminement de retour.

On rentre alors dans le cas précédent.

Si l'on se propose seulement de déterminer l'altitude du point extrême, on adopte connue différence de niveau totale la moyenne entre la différence de niveau trouvée à l'aller et celle trouvée au retour changée de signe , à condition , bien entendu , que l'écart entre ces deux valeurs soit admissible.

Si l'erreur est trop grande : supérieur à la tolérance calculée théoriquement : $4{,}6 * \sqrt{n}$, il faut purement et simplement refaire l'ensemble de nivellement.

2- Carnet de nivellement combiné (par cheminement et par rayonnement)

La seule particularité de ce genre de carnet est la suivante :

Toutes les opérations de calcul se font comme dans le carnet précédent, sauf la répartition de l'écart de fermeture ne conserve pas les points rayonnés. Toutes les altitudes des points rayonnés sont obtenues soit en ajoutant soit en retranchant les côtes adoptés (avants) de ces points du dernier point.

Manipulation des niveaux et réalisation des travaux :

La mise en station d'un niveau (opération de calage), consiste à rendre horizontal l'axe optique (la lunette) de l'instrument. Pour y arriver, on opère selon l'ordre suivant :

Fixation de l'appareil sur trépied :

On installe l'instrument au dessus de la station tout en respectant les conditions suivantes :

Plateau du trépied proche de l'horizontal a vue d'œil

Plateau du trépied à hauteur du nez de l'opérateur

Calage de l'appareil :

Cette opération consiste à rendre l'axe optique de la lunette parfaitement horizontal. Pour y arriver, on procède en deux étapes :

On réalise le calage de la bulle sphérique en le ramenant à l'intérieur du cercle avec les vis calantes en opérant de la manière suivante :

On oriente le niveau pour que la lunette soit en direction de deux vis calantes et tourne ces dernières dans deux sens opposés pour ramener la bulle en face de la troisième vis calante.

On agit sur la troisième vis afin de ramener la bulle sphérique au centre du cercle.

On réalise le calage de la nivelle à bulle coupée avant chaque lecture sur la mire. A rappeler qu'au moment de la coïncidence de deux demi-bulles coupés l'axe optique de l'instrument décrit un plan parfaitement horizontal.

Réglage de l'oculaire :

On place une feuille blanche devant la lunette et on agit sur l'oculaire afin de rendre les fils du réticule nets. Ce réglage ne doit pas être modifié en cours de mesure.

Réalisation d'une lecture sur une mire :

Pour effectuer à partir d'une station S une lecture sur une mire placée au point A, on procède comme suit :

1- On réalise la mire en station du niveau sur le point S

2- On oriente avec le viseur la lunette vers la mire placée en A.

3- On effectue la mise au point pour avoir une image nette de la mire.

4- On ajuste le pointé sur la mire avec les vis de fin –calage horizontal pour ramener l'image de la mire au centre de réticule.

5- On fait le calage de la nivelle à la bulle coupée.

6- On effectue la lecture relative au fil axial (fil niveleur) du réticule de la manière suivante :

7- On lit le nombre de dm (décimètre) interceptés par le fil axial.

8- On compte le nombre des centimètres (cm).

9- On estime (en interpolant) enfin les mm.

Conditions de réglage d'un niveau :

La directrice de la nivelle doit être $\perp$ à l'axe principal.

Le fil niveleur doit être $\perp$ à l'axe principal.

L'axe optique doit être parallèle à la directrice de la nivelle.

Les Mires :

Une mire est une règle graduée en bois ou en métal, longue de 3 ou 4 m en plusieurs éléments. Les graduations ont des points communs :

Divisions décimétriques :

Partage du décimètre en 2 groupes de 5 cm dessinant le cm.

La première montée à la forme d'un E et la seconde est une alternance des cases noires et blanches.

La mire doit être tenue verticalement à l'aide de la bulle sphérique fixée à l'arrière.

La lecture sur la mire s'effectue au fil niveleur qui coupe les graduations de la mire sur la côte recherchée.

On lit le dm, on compte les cm, et on interpole pour estimer les mm.

Il existe deux types de mires :

- Mire droite : la lecture se fait de bas en haut.
- Mire renversée : la lecture se fait de haut en bas.

Les constructeurs ont diversifiés les types de mire d'une large gamme.

Origine des altitudes en Tunisie :

En Tunisie, toutes les altitudes sont déterminées par rapport au niveau moyen des mers dans le port de la Goulette à Tunis.

Ce niveau a été choisie et déterminé en 1889.

Pour avoir un point origine plus pratique on a choisi un point sur la terre : C'est un repère fixé dans un mur au port de France (L'are à Tunis), il a pour altitude 7,000 m, et il a été utilisé pour le nivellement général de la Tunisie.

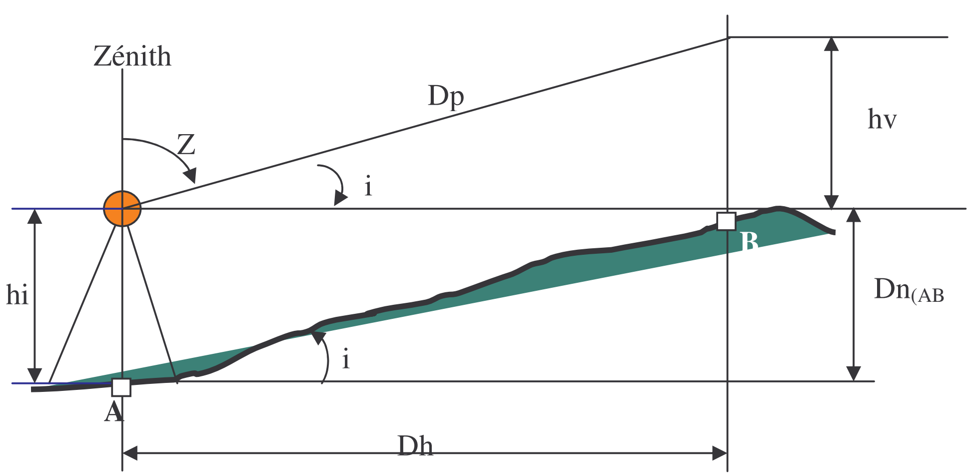
Le nivellement géométrique direct a des limites lorsque la pente est trop forte. Il est commode de procéder par nivellement indirect ou encore appelé nivellement trigonométrique si la précision le permet.

-Nivellement géométrique direct : les dénivelées sont obtenues par une simple différence.

-Nivellement trigonométrique indirect : la dénivelée entre deux points est déterminées à partir d'un calcul trigonométrique.

Objet du Nivellement trigonométrique :

Cette méthode est réalisée par visées inclinées. La dénivelée est obtenue par le calcul après avoir mesuré des longueurs et des angles verticaux (de suite).



Remarque :

Pour faciliter les calculs, et comme mode opératoire, toujours on prend hi = hy, ça nous permet d'éviter beaucoup d'ennuis de calcul.

Dans les procédés de détermination indirecte de la dénivelée entre deux points A et B, on mesure la distance AB et l'angle d'inclinaison (de suite) de la droite AB (voir fig.précédente).

hi = hauteur de l'instrument (hauteur des tourillons),

hv = la lecture du fil niveleur (moyen) pointée sur la mire,

Dp = distance suivant la pente entre A et B,

Dh = distance horizontale entre A et B,

Dn (AB) = dénivelée à déterminer entre A et B,

I = angle vertical d'inclinaison (de suite),

Z = angle zénithal,

$$Dn\,(AB) = dh * tg\ i$$

$$Dn\,(AB) = dh * cotg\ z$$

Cette méthode est appelée la nivellement indirect ou trigonométrique ;

Mesure de la distance AB :

On peut déterminer la distance AB par plusieurs méthodes :

1- En projection horizontale : chaînage par cultellation (dh),

2- Avec un appareil autoréducteur comme : appareil Kern K1RA,

3- Selon la pente : chaînage suspendu parallèle (Dp),

4- Avec les traits stadimétrique : Dp = (ls – mi) * 100 * cos i,

Remarque :

Avec le procède stadimétrique, en terrain incliné et si i dépasse 6 gr :

I > 6 gr, la mire étant tenue verticalement en B, les lectures stadimétrique (ls , lm , li) ne permettent pas d'obtenir la distance horizontale (dh) entre A et B mais elles permettent d'obtenir la distance suivant la pente (Dp), des corrections sont à appliquer.

<u>La mesure de l'angle vertical (de site) i :</u>

Avant d'utiliser un théodolite pour la mesure de l'angle vertical i, il faudra reconnaître avec soin le genre de graduation de son cercle vertical.

Lorsqu'on veut obtenir l'angle d'inclinaison i avec une meilleure précision on opère par double retournement et par visées directe et inverse. Ces deux modes opératoires permettent de lutter et d'éliminer un certains nombre d'erreurs systématiques et plus particulièrement l'erreur de collimation verticale (voir mesure des angles verticaux).

Précision du nivellement trigonométrique :

D'une façon générale et si $i \leq 6$ gr, 37 (pente de 10%) la précision d'un cheminement altimétrique dans le nivellement indirect trigonométrique sur une portée sera :

$\sigma_{\Delta H\ résul} = \sqrt{\sigma^2_D * i + \sigma^2_i * D^2}$

Donc et si on considère un cheminement formé de n portées (côtés) or peu prés égaux et de même angle i (site) $i \leq 6{,}37$ gr :

$\sigma_{chemin} = \sigma_{\Delta H\ résul} * \sqrt{n}$

On suppose que la longueur du cheminement L = 1000m, la longueur d'une portée l = 100m, n =L / l = 10

$\sigma_{chemin} = \sigma_{\Delta H\ résul} * \sqrt{10}$

L'écart de fermeture d'un cheminement admissible (la tolérance à ne pas dépasser) doit satisfaire la condition suivante :

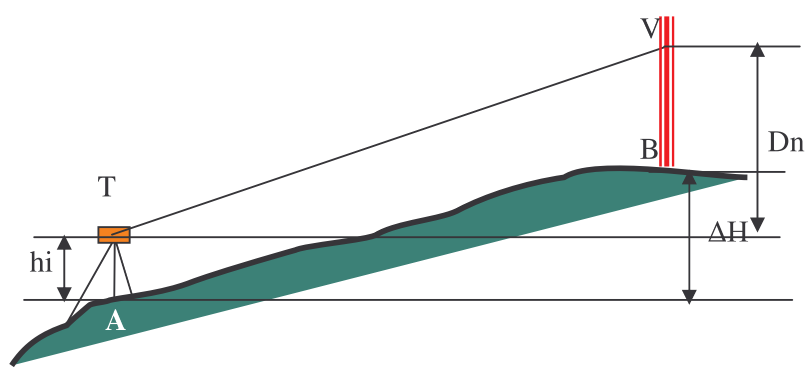
$f < 2{,}6 * \sigma_{\Delta H\ résul}$

Visées directe et inverse (visées ascendante et descendante)

a) -Visée directe :

Cas -1

visée ascendante :



$|Dn| + hi = |\Delta H| + hv$

$H_B > H_A$ d'où $H_B = H_A + |Dn| + hi - hv$

Dn = dénivelée entre l'axe es tourillons T et le point visé V

Cas -2

Visée descendante :

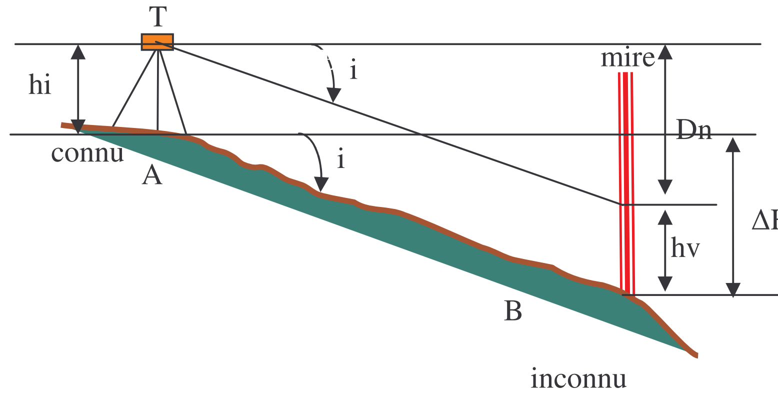
$|\Delta H| + hi = |Dn| + hv$

$H_A - H_B = |\Delta H|$

$|\Delta H| = |Dn| + hv - hi$

Or dans ce cas $H_B < H_A$ d'où $|\Delta H| < 0$

$H_B = H_A - |Dn| + hi - hv$



b) Visée inverse :

Cas -1

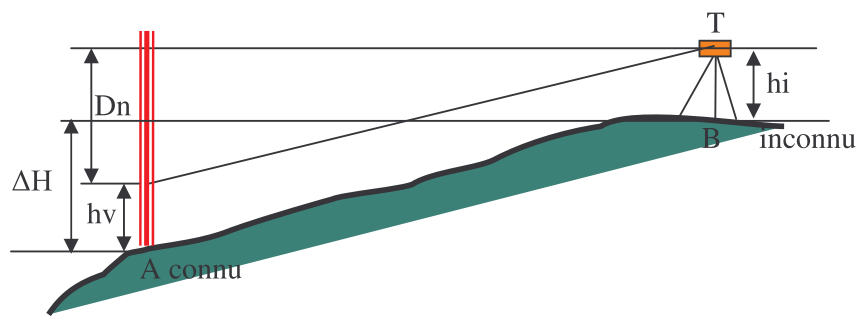
visée ascendante :

$|\Delta H| + hv = |Dn| + hi$

$H_A - H_B = |\Delta H|$ donc

$H_B - H_A = -|Dn| + hv - hi$

$H_B = H_A - |Dn| - hi + hv$



Cas -2

Visée descendante

$|\Delta H| = |Dn| - hi + hv$

$H_B - H_A = |\Delta H|$ donc

$H_B - H_A = |Dn| + hv - hi$

D'où

$H_B = H_A + |Dn| - hi + hv$