
ESTIMATION PAR TECHNIQUE INVERSE
DES PROPRIETES RELATIVES AU
TRANSFERT HYDRIQUE

IV. Estimation par technique inverse des propriétés relatives au transfert hydrique

La prédiction des cinétiques de séchage d'un matériau capillaro-poreux nécessite la résolution des équations de transfert de masse et de chaleur qui, à leur tour, nécessite une bonne connaissance des propriétés physiques et hydriques du matériau.

Dans un premier temps, les équations régissant les transferts monodimensionnels de chaleur et de masse dans un matériau capillaro-poreux ainsi que les conditions aux limites retenues sont présentées en se référant au chapitre 1 et aux conditions expérimentales du chapitre 3. Les méthodes de résolution spatiale et temporelle du système d'équations sont succinctement abordées.

La seconde partie est consacrée à la validation du modèle. Le béton cellulaire et le séchage convectif servent de matériau et de procédé test. L'étude est illustrée par une importante analyse de sensibilité du modèle aux coefficients de transfert hydrique afin de quantifier l'impact de ces paramètres sur les prédictions du modèle.

Dans la troisième partie, une méthode d'estimation par technique inverse des coefficients de transfert hydrique est exposée et la performance de la procédure d'estimation est éprouvée sur le béton cellulaire. Une fois la méthode validée sur ce matériau, elle sera appliquée sur les mélanges chanvre/chaux dont les coefficients de transfert hydrique sont inconnus. Cette dernière partie fera l'objet du dernier chapitre.

IV.1 Modèles mathématiques

Les équations de base retenues pour décrire les phénomènes de transfert de chaleur et de masse lors du séchage d'un matériau de construction découlent, du modèle de Whitaker (1977) exposé dans le premier chapitre. Les matériaux étudiés sont ainsi considérés rigides, capillaro-poreux et hygroscopiques et les transferts de chaleur et de masse au sein du produit sont supposés monodimensionnels. Uniquement la face supérieure du produit est exposée à un flux d'air convectif ; la face inférieure est supposé imperméable (*Figure IV.1*).

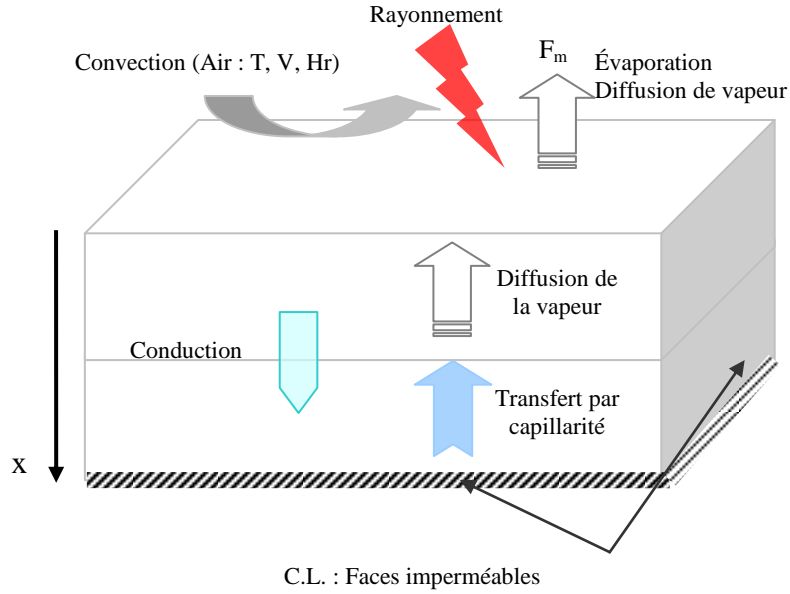


Figure IV.1 : Schématisation des transferts thermique et hydrique dans un matériau poreux.

IV.1.1 Equations de transfert de chaleur et de masse au sein du matériau

Dans le cas des transferts monodimensionnels, l'équation globale de conservation de la masse s'exprime sous la forme :

$$\frac{\partial W}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\rho_s} \left((D_l^T + D_v^T) \frac{\partial T}{\partial x} + (D_l^W + D_v^W) \frac{\partial W}{\partial x} \right) \right] = 0 \quad (\text{IV.1})$$

En négligeant le terme du transfert convectif, l'équation I.22 relative au transfert de chaleur s'écrit :

$$\overline{\rho C_p} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\lambda^* \frac{\partial T}{\partial x} \right) - K L_v = 0 \quad (\text{IV.2})$$

avec $\overline{\rho C_p}$ le produit de la masse volumique par la capacité thermique du milieu humide exprimé par l'équation IV.3 :

$$\overline{\rho C_p} = \bar{\rho}_s C_{p_s} + \bar{\rho}_l C_{p_l} + \bar{\rho}_v C_{p_v} + \bar{\rho}_a C_{p_a} \quad (\text{IV.3})$$

et K le taux de changement de phase donné par la relation :

$$K = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v^T \frac{\partial T}{\partial x} + D_v^W \frac{\partial W}{\partial x} \right) = \frac{\partial \dot{m}_v}{\partial x} \quad (\text{IV.4})$$

IV.1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont de type convectif et radiatif en surface. Quant au fond du creuset, il est considéré imperméable avec une condition de type adiabatique ou température imposée. La mise en équation de ces échanges est réalisée de la manière suivante :

- **Interface air-produit**

La conservation de flux de chaleur permet d'écrire :

$$-\lambda^* \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_l \bar{V}_l L_v = h_c (T_a - T(0,t)) + h_r (T_p - T(0,t)) \quad (\text{IV.5})$$

où h_c et h_r représente respectivement les coefficients d'échange par convection et par rayonnement.

La conservation du flux de masse est donnée par l'équation suivante :

$$-(\bar{\rho}_v^g \bar{V}_v + \rho_l \bar{V}_l) = F_m = k_m \frac{P_t M_v}{RT_{film}} \ln \left(\frac{P_t - P_{v\infty}}{P_t - P_{v surf}} \right) \quad (\text{IV.6})$$

Soit encore :

$$-(D_l^T + D_v^T) \frac{\partial T}{\partial x} - (D_l^W + D_v^W) \frac{\partial W}{\partial x} = k_m \frac{P_t M_v}{RT_{film}} \ln \left(\frac{P_t - P_{v\infty}}{P_t - P_{v surf}} \right) \quad (\text{IV.7})$$

- **Interface creuset-produit**

Si la condition limite au niveau du creuset est de type adiabatique (condition de Newman), elle s'exprime ainsi :

$$\left(-\lambda^* \frac{\partial T}{\partial x} - \bar{\rho}_v^g \bar{V}_v L_v \right)_n = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Si elle est de type température imposée (condition de Dirichlet), elle se présente ainsi :

$$T = T_{exp} \quad (\text{IV.9})$$

La surface du creuset étant imperméable, le flux masse qui la traverse est nul. Ceci est interprété par la condition aux limites suivante :

$$(\bar{\rho}_v^g \bar{V}_v + \rho_l \bar{V}_l)_n = 0 \quad (\text{IV.10})$$

IV.2 Résolution numérique des équations

L'ensemble des équations présentées précédemment conduit à un système d'équations différentielles non linéaires fortement couplées. La résolution de ce système revient donc à déterminer l'évolution des champs de températures et de teneurs en eau sur un intervalle du temps $I = [0, t_{fin}]$ et un domaine de l'espace $D = [0, e]$ en connaissant :

- Les conditions initiales et les conditions aux limites
- Les propriétés physiques du matériau

La discrétisation spatiale du système d'équations est faite par la méthode des volumes finis (Patankar, 1980) qui consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volume de contrôle construit autour des points de maillage. Le maillage structuré retenu est un maillage régulier. Les deux variables d'état T et W ont donc un profil linéaire entre deux nœuds de maillage consécutifs (*Figure IV.2*).

La dérivée spatiale première des deux variables d'état est approximée à partir d'un

développement de Taylor de premier ordre, à l'interface de nœud i et $i+1$, celle-ci s'écrit :

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial x} \right|_{i+1/2} = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{\Delta x} \quad (\text{IV.11})$$

Dès lors, la dérivée spatiale seconde relative au terme conductif et au taux de changement de phase s'approxime par :

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \left(F \frac{\partial Y}{\partial x} \right) \right|_i = \frac{1}{\Delta x^2} [F_{i+1/2} Y_{i+1} - (F_{i+1/2} + F_{i-1/2}) Y_i + F_{i-1/2} Y_{i-1}] \quad (\text{IV.12})$$

Y représente les variables d'état (T ou W) et F , la conductivité thermique équivalente ou les coefficients de transfert hydrique.

De même, la dérivée temporelle première de la température ou de la teneur en eau au nœud i est approximée par :

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial t} \right|_i = \frac{Y_i^{k+1} - Y_i^k}{\Delta t} \quad (\text{IV.13})$$

À l'interface de deux nœuds successifs, et afin d'assurer la continuité du flux de chaleur, la conductivité thermique est approximée par une moyenne harmonique. Toutes les autres propriétés physiques sont approximées par une moyenne arithmétique.

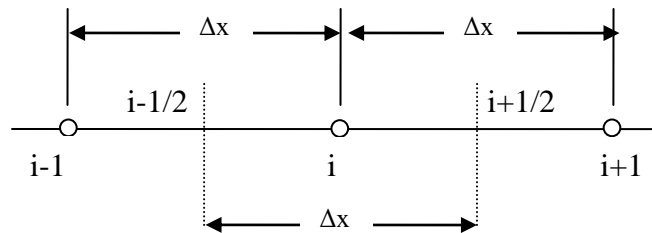


Figure IV.2 : Volume de contrôle en 1-D.

L'ensemble des équations ainsi discrétisées pour chacun des volumes est alors exprimé et résolu sous la forme matricielle :

$$[C][\dot{Y}] = [A][Y] + [B] \quad (\text{IV.14})$$

où A est une matrice tridiagonale, B un vecteur regroupant les termes sources, C une matrice diagonale et Y est le vecteur lié à la teneur en eau et à la température.

La résolution temporelle de ces systèmes est obtenue par une méthode itérative. Chaque système d'équations est intégré d'une façon indépendante par un schéma de calcul de type implicite. L'utilisation de ce schéma implicite en temps permet de s'assurer de la stabilité de la solution.

La non linéarité est traitée pour chaque système avec un test de convergence sur chaque variable. Dans chaque boucle, les caractéristiques dépendant de la variable correspondante sont recalculées à chaque itération. Le test de convergence global réalisé sur les deux variables du système permet de traiter le couplage de système d'équations. Le cycle est répété jusqu'à ce que l'écart entre deux valeurs successives de la teneur en eau et de la température

respecte le critère de convergence global. Le modèle est programmé en langage Fortran.

IV.3 Etude de sensibilité

Cette étude est réalisée sur le béton cellulaire qui est un matériau capillaro-poreux hygroscopique de porosité proche de 0,8. Sa fabrication industrielle assure une bonne reproductibilité de ses propriétés. L'essentiel de ces propriétés physiques provient de la thèse de Bellini (1992) (Tableau IV.1 et Figure IV.3).

Tableau IV.1 : Propriétés du béton cellulaire.

Porosité (-)	Masse volumique apparente sèche (kg.m ⁻³)	Conductivité thermique équivalente (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	Chaleur spécifique équivalente (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Emissivité (-)
0,80	450	0,15 + 0,46 W	840	0,90

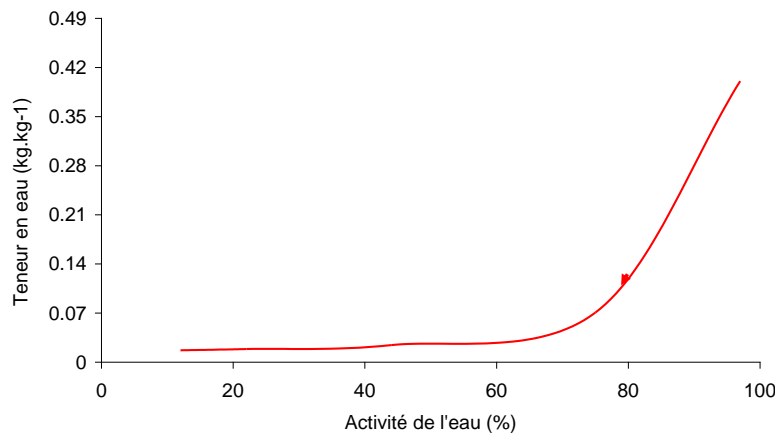


Figure IV.3 : Isotherme de désorption du béton cellulaire à 22°C.

Les expressions des quatre coefficients de transfert hydrique D_l^w , D_v^w , D_l^T et D_v^T du béton cellulaire récapitulées dans le Tableau IV.2 sont issues de la thèse de Lecharpentier (2002). L'auteur a proposé pour D_l^w une évolution exponentielle avec la teneur en eau et a considéré D_l^T constant à cause de sa faible variation avec les deux variables T et W . Quant aux coefficients D_v^w et D_v^T , ils sont exprimés en fonction de l'activité de l'eau (à travers la pression de vapeur) qui est une grandeur mesurable expérimentalement, de l'inverse de la tortuosité μ de la perméabilité à la vapeur f . Cette dernière est une fonction de forme polynomiale de la teneur en eau normalisé W_{eq} dont l'expression est donnée dans le Tableau IV.2. Les courbes représentatives des évolutions des quatre coefficients avec la teneur en eau sont présentées par la Figure IV.4.

Tableau IV.2 : Expressions des coefficients de transferts hydriques.

$D_l^T = 2 \cdot 10^{-11}$
$D_l^w = \exp(-24,18 + 70,32W - 162,9W^2 + 193,3W^3 - 114,9W^4 + 27,35W^5)$

$D_v^T = \mu f D_0 \left(\frac{M_a M_v}{MRT} \right) \left(\frac{\partial P_v^g}{\partial T} \right)$	$\begin{cases} \mu f = 0,3(1 - 3W_{eq}^2 + 2W_{eq}^3) \\ D_0 = 2,17 \cdot 10^{-5} \left(\frac{T}{273,15} + 1 \right)^{1,88} \end{cases}$
$D_v^W = \mu f D_0 \left(\frac{M_a M_v}{MRT} \right) \left(\frac{\partial P_v^g}{\partial W} \right)$	$W_{eq} = \frac{W - W_{hyg}}{W_{sat} - W_{hyg}}$

La teneur en eau hygroscopique W_{hyg} correspond à la teneur en eau de l'adsorption de la monocouche, elle peut être extraite par ajustement de l'isotherme de désorption avec le modèle de GAB. La teneur en eau de saturation W_{sat} est calculée à partir de la porosité du produit et sa masse volumique sèche selon l'expression :

$$W_{sat} = \varepsilon \frac{\rho_l}{\rho_s} \quad (IV.15)$$

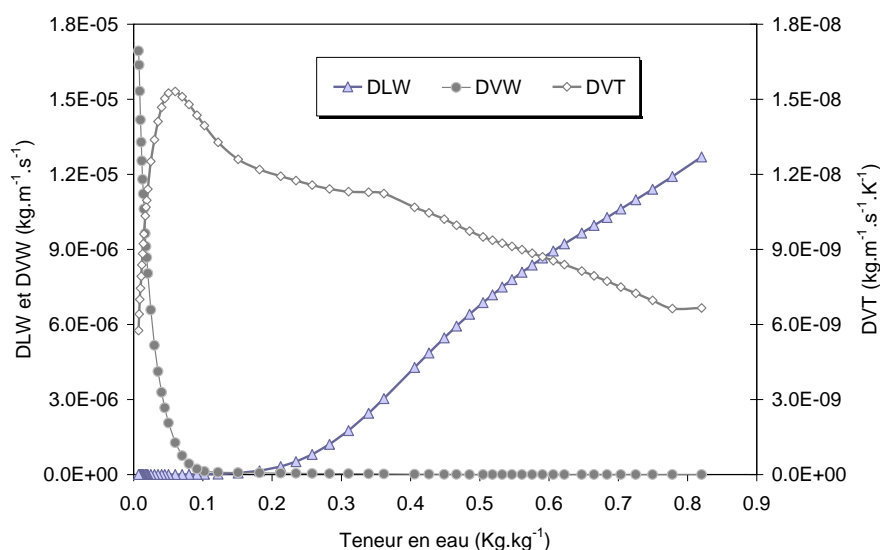


Figure IV.4 : Evolutions des coefficients de diffusion du béton cellulaire avec la teneur en eau (Lecharpentier, 2002).

IV.3.1 Simulation de référence

La simulation est réalisée avec les conditions aérauliques précisées dans le Tableau IV.3. La température au fond du produit est prise égale à la température mesurée au cours d'une expérimentation qui est présentée par la Figure IV.5. Un maillage uniforme constitué de 21 nœuds et un pas du temps constant de 0,5 secondes sont appliqués.

Tableau IV.3 : Conditions de séchage.

Conditions aérothermiques	T _{air} moyenne (°C)	50
	Hr (%)	12
Coefficients de convection et de rayonnement	h _c (W.m ⁻² .K ⁻¹)	30
	h _r (W.m ⁻² .K ⁻¹)	$h_r = 4\zeta\sigma T_{film}^3$ $T_{film} = \frac{T_{air} + T(x=0)}{2}$

La Figure IV.5 présente les évolutions au cours du temps de la température et de la teneur en eau à différentes profondeurs du matériau. On remarque que les deux périodes : de mise en

régime et de séchage à vitesse constante sont très courtes en comparaison avec les phases de ralentissement et de mise en équilibre. La teneur en eau en surface du produit chute très rapidement pour atteindre le domaine hygroscopique au bout des deux premières heures du séchage entraînant ainsi un fort gradient de teneur en eau. Quant à la température de surface, elle reste stable durant la période du séchage à vitesse constant puis commence à augmenter pour se stabiliser au bout de 30 heures à une température proche de la celle de l'air de séchage.

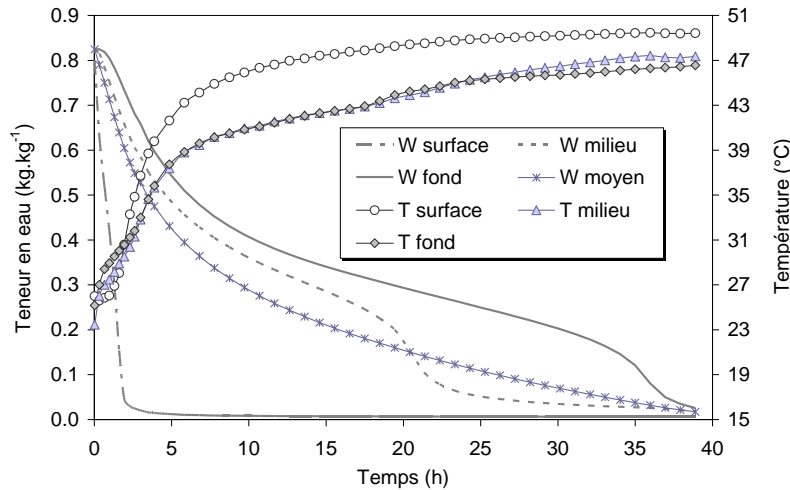


Figure IV.5 : Cinétique de séchage simulée du béton cellulaire.

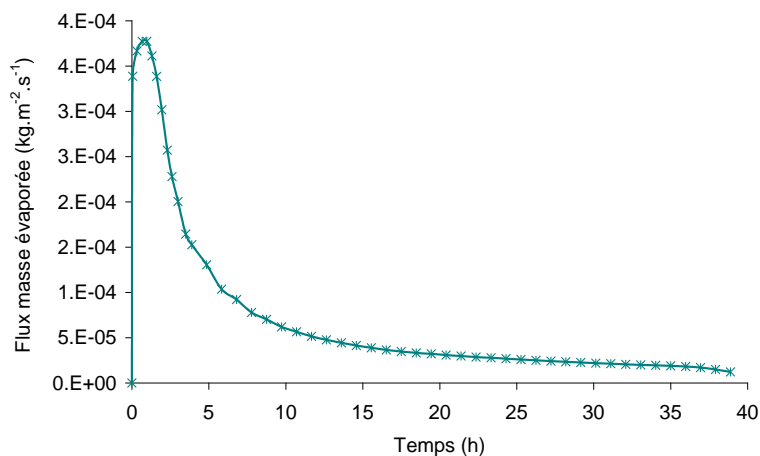


Figure IV.6 : Flux masse évaporé en fonction du temps.

IV.3.2 Sensibilité du modèle aux coefficients de transfert hydrique

Etant donné que les coefficients de transfert hydrique introduits dans le code de calcul sont issus de la littérature, ils ont souvent un degré d'incertitude important pouvant avoir un impact considérable sur l'exactitude des prédictions des variables T et W . De ce fait, Il est important d'étudier la réponse du modèle aux variations de ces paramètres et de quantifier leurs impacts par le biais d'une analyse de sensibilité (Saltelli *et al*, 1999).

De ce fait, plusieurs simulations ont été exécutées. A chaque simulation, une variation de 10% est apportée au coefficient étudié et les réponses obtenues sont comparées aux réponses de la

simulation de référence à travers le tracé des écarts des températures à deux niveaux (en surface et au milieu du produit) et les écarts des teneurs en eau moyennes et des flux masse d'eau évaporée.

La Figure IV.7 présente les écarts entre les températures de surface simulées à partir des variations de 10% des coefficients D_l^w , D_v^w et D_v^T et la température de référence. L'étude montre que la période de séchage à vitesse constante est marquée par l'insensibilité de la température de surface aux variations des trois coefficients. Au-delà de cela, et essentiellement durant la première phase de ralentissement, on enregistre une forte sensibilité au coefficient D_l^w , celle-ci se manifeste sous forme d'un pic d'une amplitude de $-0,58^\circ\text{C}$ correspondant à une erreur relative de 3%. L'écart entre les deux températures diminue au cours de la deuxième phase de ralentissement pour se stabiliser aux alentours de $0,1^\circ\text{C}$. Sur la même figure, on montre que la sensibilité de la température de surface au coefficient D_v^w est d'une intensité plus faible, son augmentation de 10% implique une diminution de la température de surface par rapport à celle de référence aux cours de la première phase de ralentissement et une partie de la seconde. Par la suite, cette variable passe au dessus de la température de référence avec un écart de $0,1^\circ\text{C}$. Toujours sur la même figure, on montre qu'une variation de 10% de D_v^T provoque une erreur très faible, elle n'excède pas $\pm 0,015^\circ\text{C}$, ce qui est 5 à 10 fois inférieure à celles générées par les coefficients D_l^w et D_v^w .

La Figure IV.8 montre que la sensibilité de la température du milieu au coefficient D_l^w est moins importante que celle de la température de surface au même coefficient. Elles varient de $0,1$ à $0,35^\circ\text{C}$ en valeur absolue. Quand au coefficient D_v^w , si on compare cette sensibilité à celle enregistrée sur la température de surface, elle est deux fois plus importante. Une sensibilité relativement faible de la température du milieu est enregistrée également avec la variation du coefficient D_v^T .

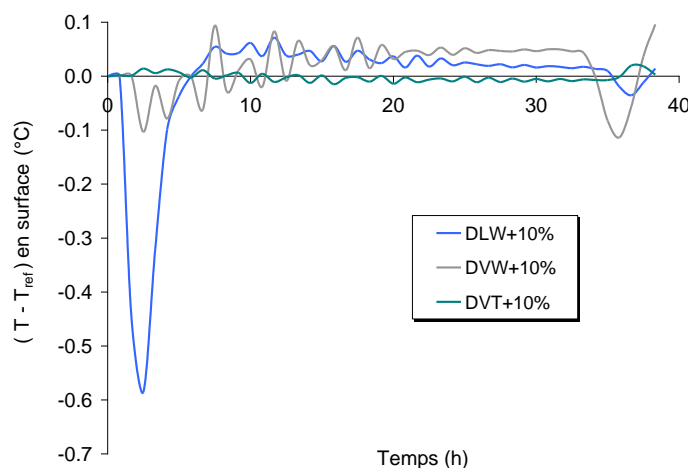


Figure IV.7 : Influence de D_l^w , D_v^w et D_v^T sur la température de surface.

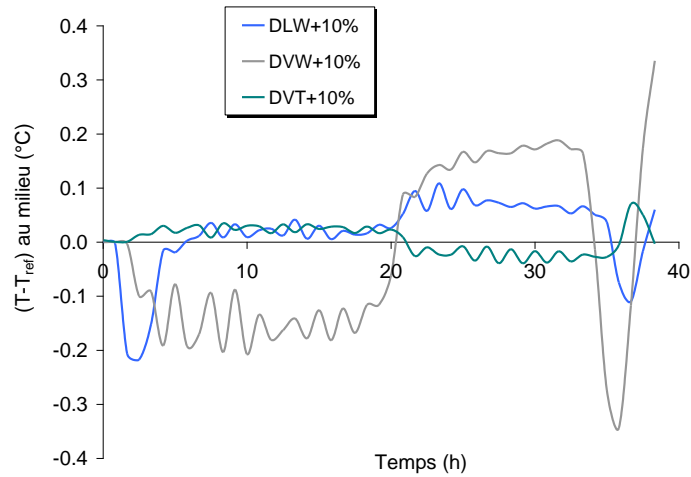


Figure IV.8 : Influence de D_v^w , D_l^w et D_v^T sur la température du milieu.

Pour la teneur en eau moyenne (Figure IV.9), on remarque qu'en augmentant de 10% le coefficient D_l^w , le transfert de l'eau en phase liquide augmente engendrant ainsi une augmentation du flux masse d'eau évaporée (Figure IV.10), et donc une diminution de la teneur en eau moyenne du produit. La phase de séchage à vitesse constante et la première phase de ralentissement sont les plus influencées par les variations du coefficient D_l^w (soient des écarts de $\pm 0,01 \text{ kg.kg}^{-1}$ en teneur en eau et de $1,4 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ en flux masse d'eau évaporée). Cette sensibilité importante au début de séchages est due à l'importance des transferts par capillarité à des teneurs en eau élevées.

Contrairement à D_l^w , la sensibilité au coefficient D_v^w est inversement proportionnelle à la teneur en eau. Elle augmente avec la diminution de la teneur en eau enregistrant ainsi un impact plus important au cours de la deuxième phase de ralentissement et la phase de mise en équilibre, marquées par un écart maximum d'environ $-0,015 \text{ kg.kg}^{-1}$. Le coefficient D_v^T a un effet inverse, son augmentation de 10% entraîne un séchage moins rapide du produit et donc un flux masse d'eau évaporée plus faible.

Concernant le coefficient D_l^T , aucune sensibilité des quatre variables ni enregistrée à la variation de ce paramètre. La négligence de ce coefficient n'a aucun effet sur la réponse du modèle.

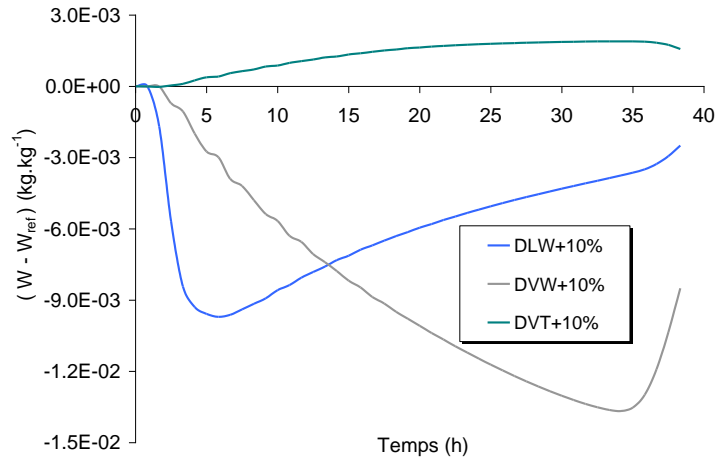


Figure IV.9 : Influence de D_v^w et D_l^w sur la teneur en eau moyenne.

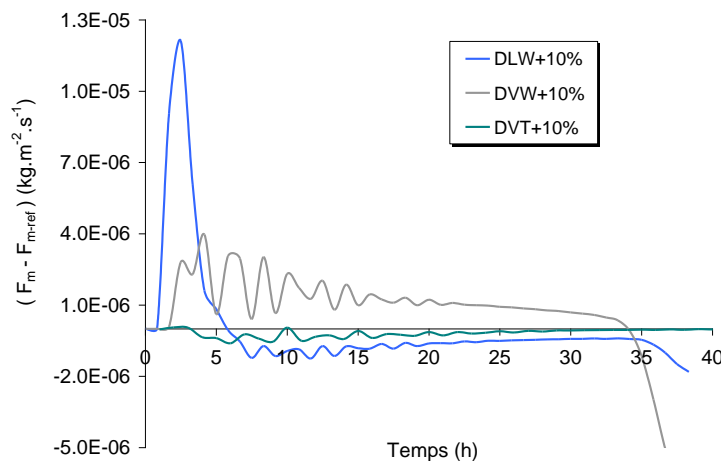


Figure IV.10 : Influence de D_v^w et D_l^w sur le flux masse évaporée.

A travers cette étude de sensibilité, nous avons mis en avant l'incidence et le rôle que peut jouer chacun des coefficients dans la simulation. De ce fait, il est important de bien appréhender et d'évaluer les coefficients D_l^w et D_v^w pour s'assurer de l'exactitude des réponses simulées. Dans la partie suivante, nous verrons comment déterminer ces coefficients en ayant recours à l'estimation par méthode inverse.

IV.4 Méthode d'estimation développée

IV.4.1 Description de la méthode

Les équations 1 et 2 représentatives des transferts de chaleur et de masse dans le milieu poreux constituent le système d'équations à résoudre avec deux variables de sortie : la température T et la teneur en eau W . Le problème inverse consiste à identifier les inconnus du système, qui sont dans ce cas les coefficients de transport hydrique, à partir des valeurs de variables de sortie. L'identification des paramètres se fait par la minimisation d'une fonction

« objectif » qui est l'écart entre les valeurs de variables de sortie expérimentales et simulées. Au minimum de cette fonction correspond un jeu de paramètres optimal. Le principal avantage de cette méthode est que le couplage entre les équations de transfert est pris en compte ainsi que la résistance aux transferts aux interfaces et les conditions réelles subies par le matériau.

Notre choix s'est penché vers les méthodes déterministes locales. Ces dernières sont caractérisées par leurs rapidités. Cependant, il est important de signaler que ce type de méthodes, comparées à des méthodes stochastiques, peut donner lieu à plusieurs minima locaux et rendre la solution dépendante du choix de paramètres initiaux.

Nous avons ainsi utilisé la fonction DNCONF de la bibliothèque IMSL du Fortran. Cette fonction est basée sur l'algorithme de programmation quadratique séquentielle SQP qui a comme idée de base de transformer le problème d'optimisation non linéaire avec contraintes en une suite de sous problèmes quadratiques (Edgar & Himmelblau, 2001).

Le problème est alors formulé ainsi :

$$\min_{p \in R^n} S(p)$$

$$\text{Sachant que : } \begin{cases} g_j(p) = 0, \text{ pour } j = 1, \dots, m_e \\ g_j(p) \geq 0, \text{ pour } j = m_{e+1}, \dots, m \\ p_l \leq p \leq p_u \end{cases}$$

Soient $p^k \in R^n$ l'itéré courant et $\lambda^k \in R^m$ l'estimé courant des multiplicateurs de Lagrange, la méthode SQP nécessite de considérer à chaque itération le problème quadratique tangent suivant :

- Minimiser : $q(\Delta p^k) = \nabla S(p^k)^T \Delta p^k + \frac{1}{2} (\Delta p^k)^T \nabla^2 L(p^k, \lambda^k) \Delta p^k$

Où L est le Lagrangien, défini ainsi : $L: R^n \times R^m \rightarrow R$ avec : $L(p, \lambda) = S(p) + \lambda^T g(p)$

- Sous les contraintes $\begin{cases} g_j(p^k) + \nabla g_j(p^k)^T \Delta p^k = 0 \text{ pour } j = 1, \dots, m_e \\ g_j(p^k) + \nabla g_j(p^k)^T \Delta p^k \geq 0 \text{ pour } j = m_{e+1}, \dots, m \end{cases}$

- Et : $p_l - p^k \leq \Delta p^k \leq p_u - p^k$

Donc à l'itération k , on prend pour direction de descente en p^k et pour nouvel estimateur de multiplicateur de Lagrange, une paire $(\Delta p, \lambda)$ du problème quadratique, appelée aussi la paire de Karush, Kuhn et Tucker (KKT).

L'algorithme s'écrit de la façon suivante :

1. initialiser (p^0, λ^0)
2. trouver un point p de KKT $(\Delta p, \lambda)$ du sous problème quadratique
3. rechercher un pas $\alpha > 0$ dans la direction Δp en utilisant la fonction de mérite.
4. test d'arrêt et boucle : $p^{k+1} = p^k + \alpha \Delta p, \lambda^{k+1} = \lambda^k$

La fonction « objectif » est la somme des écarts quadratiques entre la température de surface

et la teneur en eau moyenne expérimentales et simulées. Ces deux variables d'espace et du temps sont de nature différente, pour leurs donner le même ordre de grandeur, il semble important de les diviser par leurs valeurs maximales. La fonction « objectif » est donc présentée ainsi :

$$S(p) = \sum_{i=1}^N \left[\alpha \left(\frac{W_i - \tilde{W}_i(p)}{W_{initial}} \right)^2 + (1-\alpha) \left(\frac{T_i - \tilde{T}_i(p)}{\max(T_{surf})} \right)^2 \right] \quad (IV.16)$$

avec N le nombre de mesures et p le vecteur des paramètres inconnus. (W, T) et (\tilde{W}, \tilde{T}) sont respectivement les vecteurs de la teneur en eau et de la température expérimentales et simulées. La minimisation peut être réalisée sous contraintes et les valeurs des paramètres sont bornées. Le calcul est arrêté lorsque l'un des critères suivants est satisfait :

$$S(p^k) < \varepsilon \quad \text{et} \quad \|p^{k+1} - p^k\| < \varepsilon' \quad (IV.17)$$

ε et ε' étant les tolérances sur la fonction objectif et les paramètres.

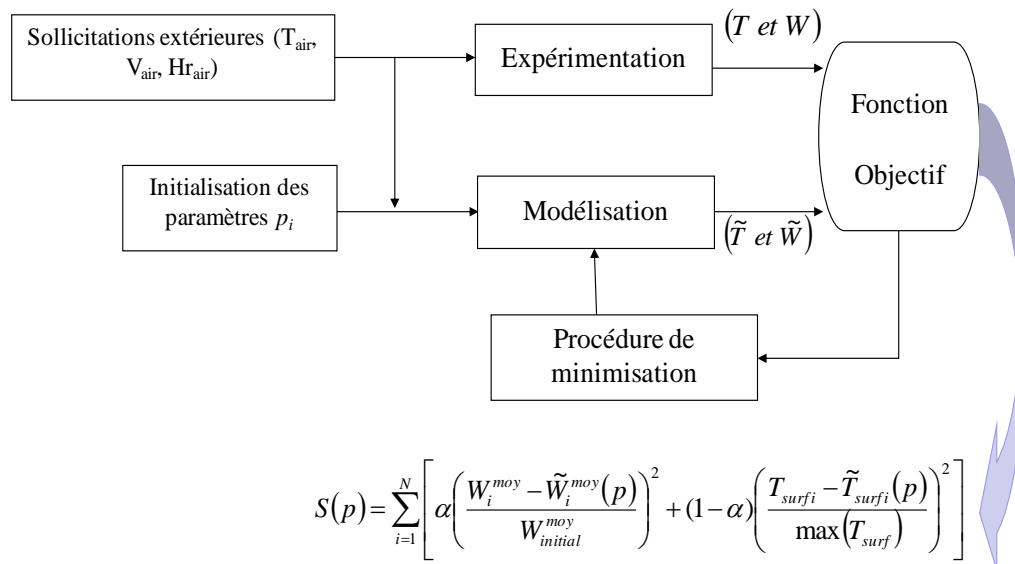


Figure IV.11 : Schéma du principe d'estimation des paramètres p_i .

IV.4.2 Application de la méthode

IV.4.2.1 Estimation des paramètres à partir d'un cas théorique

Le premier test réalisé consiste à déterminer les coefficients D_v^w et D_l^w en considérant les coefficients D_v^T et D_l^T parfaitement connus (Tableau IV.2). La détermination de ces coefficients D_v^w et D_l^w nécessite la connaissance de la perméabilité relative à la phase liquide et de la pression capillaire pour le premier coefficient et la perméabilité à la vapeur d'eau, la tortuosité et l'isotherme de désorption pour le deuxième. Toutes ces propriétés évoluent avec la teneur en eau à l'exception de la tortuosité. Afin de limiter le nombre des paramètres à estimer, nous avons choisi de remplacer leurs expressions par des équations de formes exponentielles avec quatre inconnus (équations (IV.18) et (IV.19)).

$$D_L^w = \exp\left(p_1 + \frac{p_2}{W}\right) \quad (\text{IV.18})$$

$$D_V^w = -\exp(p_3 + p_4 \cdot W) \quad (\text{IV.19})$$

IV.4.2.1.1 Etude de sensibilité des paramètres à estimer

L'étude de sensibilité de la température de surface et de la teneur en eau moyenne aux variations des paramètres p_i et la connaissance des matrices de variance et de covariance et les matrices de corrélation sont importantes pour avoir des informations sur la possibilité d'estimer les quatre paramètres simultanément.

On définit alors un coefficient de sensibilité de la variable \tilde{Y}_j au paramètre p_i ainsi :

$$C_{ij}(t, p) = \left. \frac{\partial \tilde{Y}_j}{\partial p_i} \right|_{p_k} \quad k \neq i \quad (\text{IV.20})$$

et comme la variable \tilde{Y}_j n'est pas simplement dérivable en p_i , on utilise une approximation en différences centrées pour réécrire la dérivée partielle.

$$C_{ij}(t, p) = \frac{\tilde{Y}_j(t, p_1, p_2, \dots, p_i + \Delta p_i, \dots, p_n) - \tilde{Y}_j(t, p_1, p_2, \dots, p_i - \Delta p_i, \dots, p_n)}{2\Delta p_i} \quad (\text{IV.21})$$

Δp_i représente 1% de p_i .

Afin de pouvoir comparer les sensibilités aux différents paramètres, on définit un coefficient de sensibilité réduit, exprimé ainsi :

$$C_{ij}^*(t, p) = p_i \cdot C_{ij}(t, p) \quad (\text{IV.22})$$

Ce coefficient, qui est de même unité que la variable \tilde{Y}_j , permet de quantifier l'amplitude de cette dernière provoquée par une variation de 1% de p_i .

Dans l'étude des sensibilités, les valeurs des paramètres introduites dans le modèle sont indiquées dans le Tableau IV.4.

Tableau IV.4 : Valeurs des paramètres des coefficients de diffusion pour le calcul des sensibilités.

Paramètres	p_1	p_2	p_3	p_4
Valeurs théoriques	-11,66	-0,275	-10,54	-44,65

La Figure IV.12 et la Figure IV.13 représentent les évolutions en fonction du temps des sensibilités réduites de la teneur en eau moyenne et de la température de surface aux paramètres p_1 , p_2 , p_3 et p_4 . On remarque que les quatre paramètres n'ont pas d'influence sur les variables au cours des deux premières heures de séchage. Durant la période de ralentissement, la sensibilité de la teneur en eau moyenne aux paramètres p_1 et p_2 évolue pour atteindre son maximum au bout de 7 heures de séchage (1,6 kg.kg⁻¹ pour p_1 et 0,12 kg.kg⁻¹ pour p_2) et décroît par la suite pour s'annuler quand l'équilibre hygroscopique du matériau est atteint. On enregistre également une augmentation progressive des sensibilités aux paramètres p_1 et p_2 avec un maximum de 1,1 kg.kg⁻¹ pour le premier et 0,15 kg.kg⁻¹ pour

le deuxième au bout de 30 heures. On remarque que ces sensibilités sont largement supérieures au bruit de mesure ce qui est une condition nécessaire mais pas suffisante pour pouvoir estimer les quatre paramètres correctement.

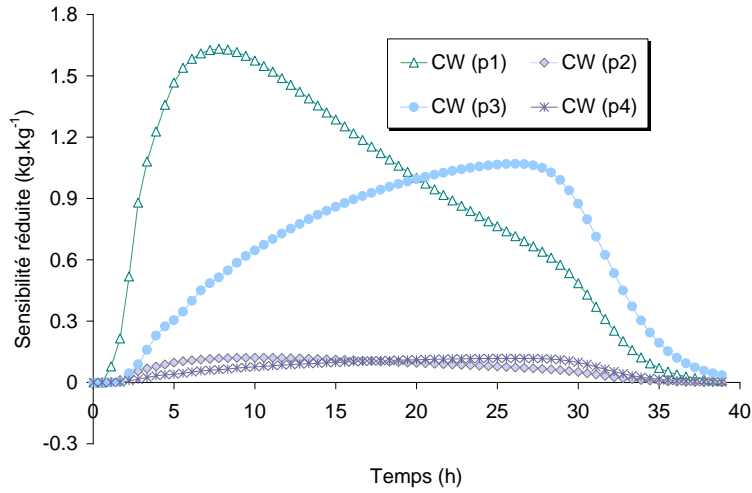


Figure IV.12 : Sensibilité de la teneur en eau moyenne aux variations des paramètres p_i .

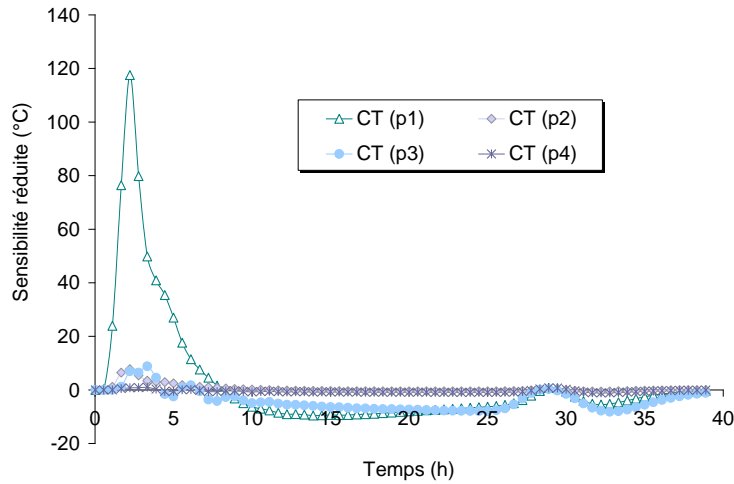


Figure IV.13 : Sensibilité de la température de surface aux variations des paramètres p_i .

Les sensibilités de la température de surface aux variations des paramètres p_2 , p_3 et p_4 se manifestent sous forme de deux pics, l'un apparaît entre la deuxième et la troisième heure de séchage d'une largeur de deux heures environ et l'autre en fin de séchage. On remarque que le paramètre p_1 a la plus importante influence sur la température de surface tout au long du séchage avec un pic d'une amplitude de 120°C . La température de surface est très peu influencée par le paramètre p_4 .

Maintenant on va évaluer la variance des estimateurs des différents paramètres p_i . Cela nécessite le calcul de la matrice de variance covariance du vecteur-paramètre qui est exprimée ainsi :

$$\text{Var}(p_i, p_m) = \sigma_n^2 (C_j^T C_j)^{-1} = \sigma_n^2 \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N (C_{ij}(t_k, p)) & \sum_{k=1}^N C_{ij}(t_k, p) \cdot (C_{mj}(t_k, p)) \\ \sum_{k=1}^N C_{ij}(t_k, p) \cdot (C_{mj}(t_k, p)) & \sum_{k=1}^N (C_{mj}(t_k, p)) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.23})$$

Le facteur de corrélation entre deux paramètres est donné par la relation suivante :

$$\rho(p_i, p_m) = \frac{Cov(p_i, p_m)}{\sqrt{Var(p_i) \cdot Var(p_m)}} \quad (IV.24)$$

Ce facteur permet d'analyser le degré de corrélation entre deux paramètres p_i et p_m et de voir s'ils sont plus ou moins dépendants.

Le Tableau IV.5 et le Tableau IV.6 donnent respectivement les matrices de variance et de corrélations calculées à partir des coefficients de sensibilités réduites de la teneur en eau moyenne et de la température de surface.

Tableau IV.5 : Matrices de variances.

	Température de surface				Teneur en eau moyenne				
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_1	p_2	p_3	p_4	
p_1	502,7	33,48	67,17	8,11	p_1	0,2922	0,0216	0,0741	0,0099
p_2		2,31	4,66	0,55	p_2		0,0017	0,0091	0,0011
p_3			14,85	1,91	p_3			0,1337	0,0150
p_4				0,28	p_4				0,0017

Tableau IV.6 : Matrices de corrélations.

	Température de surface				Teneur en eau moyenne				
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_1	p_2	p_3	p_4	
p_1	1,000	0,982	0,778	0,687	p_1	1,000	0,964	0,375	0,449
p_2		1,000	0,795	0,688	p_2		1,000	0,599	0,661
p_3			1,000	0,941	p_3			1,000	0,996
p_4				1,000	p_4				1,000

Les couples (p_1 et p_2) et (p_3 et p_4) représentent des facteurs de corrélation très élevés. Ils sont respectivement de 0,982 et 0,941 pour la température de surface et de 0,964 et 0,996 pour la teneur en eau moyenne. Ces valeurs sont proches de 1, ce qui indique que ces paramètres sont partiellement corrélés.

Pour évaluer les performances numériques de la méthode d'estimation, nous avons réalisé plusieurs estimations selon trois scénarios différents. Le premier consiste à vérifier l'unicité de la solution en testant différents jeux de paramètres initiaux sur une cinétique de séchage théorique. Le deuxième scénario permet de tester la stabilité de la solution en appliquant un bruit de mesure sur les données théoriques. Le troisième scénario consiste à estimer les paramètres à partir d'une cinétique de séchage réelle.

IV.4.2.1.2 Unicité de la solution

L'optimisation d'un nombre important de paramètres peut mener vers une non-unicité de la solution finale. Le but de cette série d'estimation est de vérifier l'unicité de la solution en partant de différents jeux de paramètres initiaux. La température de surface et la teneur en eau moyenne injectées comme observation sont le résultat de simulation en utilisant le jeu de

paramètres présentés dans le Tableau IV.7. Par inversion nous allons tenter de retrouver ce jeu de paramètres.

Tableau IV.7 : Les valeurs des paramètres à retrouver par inversion.

Paramètres	p_1	p_2	p_3	p_4
Solution	-11,66	-0,275	-10,54	-44,65

Les résultats des estimations sont rassemblés dans le Tableau IV.8. En testant trois différents jeux de paramètres initiaux, nous constatons que le modèle converge vers la solution avec une erreur très faible. Nous avons constaté que la courbe d'évolution de la teneur en eau toute seule apporte suffisamment d'informations pour estimer correctement les paramètres p_1 , p_3 et p_4 , les valeurs initiales de ces derniers n'influencent que très peu la solution finale tandis que le paramètre p_4 est très dépendant de sa valeur initiale. Lorsque la température de surface est utilisée seule pour l'estimation des paramètres, la solution converge vers un jeu de paramètres presque unique pour différents jeux de paramètres initiaux. Par contre, les résultats obtenus représentent des erreurs importantes par rapport à la solution exacte. En tenant compte des contributions des deux variables dans le calcul de la fonction « objectif », on assure une certaine indépendance de la solution finale de jeu de paramètres initial.

Tableau IV.8 : Paramètres initiaux et estimés « cas théorique du béton cellulaire sans bruit de mesure ».

Paramètres	Initiaux	$\alpha=1$	$\alpha=0,75$	$\alpha=0,5$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0$
p_1	-5	-11,6599	-11,6599	-11,6599	-11,6599	
p_2	-2	-0,2750	-0,2750	-0,2750	-0,2750	
p_3	-12	-10,5398	-10,5399	-10,5399	-10,5399	
p_4	-50	-44,6582	-44,6554	-44,6528	-44,6517	
$S(T)$	573,4	$1,25 \cdot 10^{-7}$	$2,51 \cdot 10^{-8}$	$6,72 \cdot 10^{-9}$	$5,46 \cdot 10^{-9}$	
$S(W)$	4172,2	$3,07 \cdot 10^{-8}$	$3,07 \cdot 10^{-8}$	$9,35 \cdot 10^{-9}$	$3,63 \cdot 10^{-9}$	
S moyenne	2372,8	$7,78 \cdot 10^{-8}$	$2,79 \cdot 10^{-8}$	$8,04 \cdot 10^{-9}$	$4,54 \cdot 10^{-9}$	
N itérations		58	54	48	64	
p_1	-3	-11,5599	-12,5042	-11,6599	-11,6599	
p_2	-4	-0,2750	$-1 \cdot 10^{-5}$	-0,2750	-0,2750	
p_3	-7	-10,5398	-24,2710	-10,5399	-10,5399	
p_4	-50	-44,6583	-38,1547	-44,6522	-44,6517	
$S(T)$	596,7	$1,34 \cdot 10^{-7}$	180,95	$1,89 \cdot 10^{-9}$	$1,89 \cdot 10^{-9}$	
$S(W)$	7888,1	$2,84 \cdot 10^{-8}$	47,21	$4,71 \cdot 10^{-9}$	$4,71 \cdot 10^{-9}$	
S moyenne	4242,4	$8,12 \cdot 10^{-8}$	114,07	$3,30 \cdot 10^{-9}$	$3,30 \cdot 10^{-9}$	
N itérations		62	19	48	43	
p_1	-5	-11,6599	-11,6599	-11,6612	-11,6599	
p_2	-1	-0,2750	-0,2750	-0,2747	-0,2750	
p_3	-5	-10,5398	-10,5399	-10,5492	-10,5399	
p_4	-45	-44,6592	-44,6522	-44,2949	-44,6524	

$S(T)$		$1,47 \cdot 10^{-7}$	$6,62 \cdot 10^{-9}$	$1,06 \cdot 10^{-4}$	$3,36 \cdot 10^{-9}$
$S(W)$		$4,27 \cdot 10^{-8}$	$8,87 \cdot 10^{-9}$	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$9,23 \cdot 10^{-9}$
S moyenne		$9,48 \cdot 10^{-8}$	$7,74 \cdot 10^{-9}$	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$6,29 \cdot 10^{-9}$
N itérations		58	64	41	56

Sur la Figure IV.14, nous avons tracé l'évolution de la fonction « objectif » au cours des itérations pour un facteur de pondération de 0,5. On a montré à travers cette étude l'égalité des contributions de la teneur en eau moyenne et de la température dans la minimisation de la fonction « objectif » globale durant les 7 premières itérations. Par la suite, on enregistre une légère dominance de la teneur en eau moyenne jusqu'à la 22^{ème} itération. Ceci contribue d'une manière considérable à l'ajustement des paramètres p_1 et p_2 (Figure IV.15). On remarque aussi qu'au delà des 7 premières itérations le paramètre p_3 n'évolue que très peu et le paramètre p_4 apparaît très peu sensible à la température de surface et à la teneur en eau moyenne au cours des itérations. Ce n'est qu'au bout de la 40^{ème} itération que celui-ci augmente très rapidement pour atteindre sa valeur exacte faisant passer la fonction « objectif » de 10^{-2} à 10^{-8} .

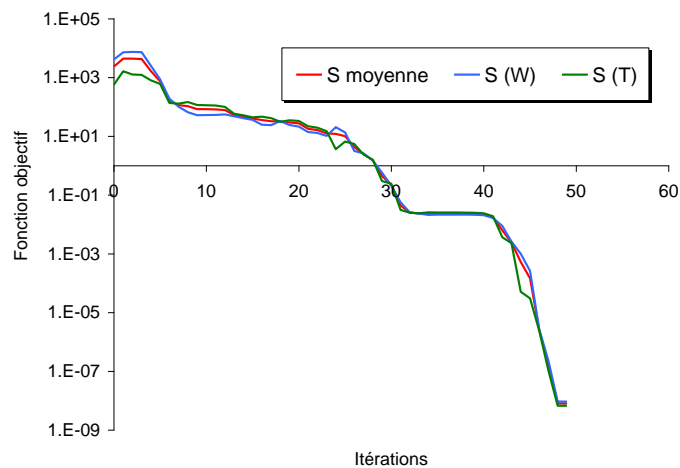


Figure IV.14 : Evolution de la fonction « objectif » au cours des itérations ($\alpha=0,5$).

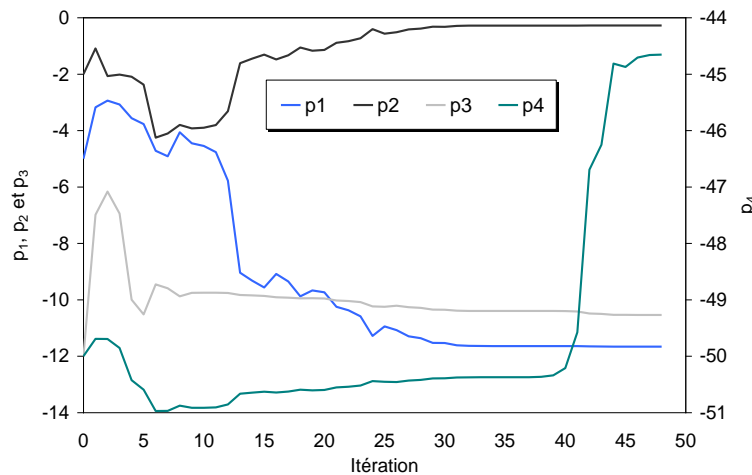


Figure IV.15 : Evolution des paramètres estimés au cours des itérations pour ($\alpha=0,5$).

IV.4.2.1.3 Stabilité de la solution

Pour tester la stabilité de la solution, nous avons superposé aux données un bruit aléatoire. Il s'agit d'un bruit blanc gaussien qui suit une loi normale. Le résultat de l'estimation pour différents facteurs de pondération est donné dans le Tableau IV.9.

Tableau IV.9 : Paramètres initiaux et estimés «cas théorique avec bruit de mesure ».

Paramètres	Initiaux	$\alpha=1$	$\alpha=0,75$	$\alpha=0,5$	$\alpha=0,25$
p_1	-5	-11,7341	-11,6997	-11,6655	-11,6124
p_2	-2	-0,2593	-0,2708	-0,2810	-0,2972
p_3	-12	-10,8901	-10,8678	-10,7875	-10,6104
p_4	-50	-33,0739	-33,4471	-35,8623	-41,6688
$S(T)$	573,4	32,71	32,57	32,43	32,29
$S(W)$	4172,2	35,60	35,62	35,62	35,95
S moyenne	2372,8	34,15	34,09	34,03	34,12
N itérations		73	50	61	64

On peut constater que le problème converge au bout d'un nombre plus important d'itérations. Le paramètre p_4 estimé est fortement dépendant de facteur de pondération. Ainsi, lorsqu'on tient compte des deux variables : température de surface et teneur en eau moyenne d'une façon égale dans le calcul de la fonction objectif, l'erreur produite sur ce paramètre est d'environ 20% de la solution exacte. Alors que l'erreur baisse pour atteindre environ 6,7% quand on donne plus de poids à la température de surface. Ces observations sont valables pour le paramètre p_3 avec des erreurs considérablement moins importantes (pour $\alpha=0,5$ l'erreur sur p_3 est de 2,3% et pour $\alpha=0,25$, elle est de 0,7%). Les paramètres p_1 et p_2 , sont mieux estimés avec des erreurs très faibles quand la fonction « objectif » est évaluée en donnant le même poids aux deux variables T et W .

IV.4.2.2 Estimation des paramètres à partir de données expérimentales

Afin d'évaluer la méthode, des données expérimentales sont maintenant exploitées. Cet essai présenté par la Figure IV.16 est extrait de la thèse de Lecharpentier (2002).

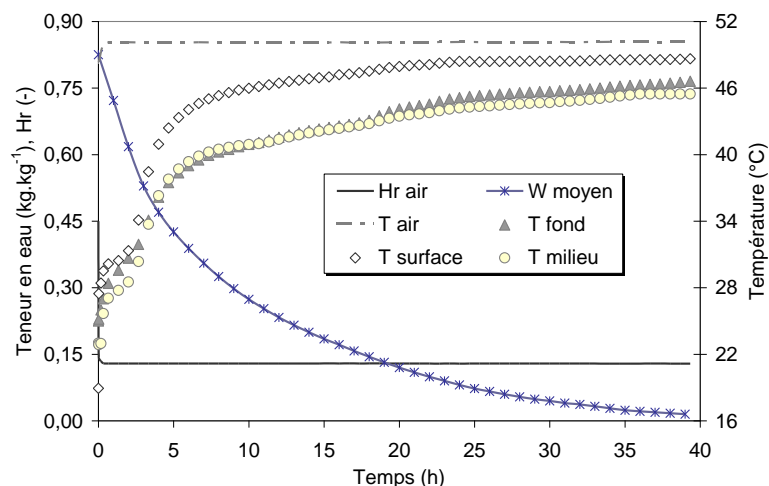


Figure IV.16 : Cinétique de séchage expérimentale du béton cellulaire (Lecharpentier, 2002).

IV.4.2.2.1 Estimation des coefficients D_t^w et D_v^w

Un seul jeu de paramètre est testé pour deux coefficients de pondérations ($\alpha=0,5$ et $\alpha=0,25$). Ces coefficients sont choisis car ils ont donné les meilleurs résultats dans les deux précédents cas. Dans le Tableau IV.10, on donne les résultats d'estimation pour ce troisième scénario.

Tableau IV.10 : Paramètres initiaux et estimés «cas expérimental».

Paramètres	Initiaux	$\alpha=0,5$	$\alpha=0,25$
p_1	-5	-11,8210	-11,7530
p_2	-2	-0,2390	-0,2415
p_3	-12	-10,5159	-10,5994
p_4	-50	-60,0000	-60,0000
$S(T)$	491,6	71,32	63,39
$S(W)$	3138,3	11,85	26,54
S moyenne	1815,0	41,54	44,97
N itérations		45	45

La valeur la plus faible de la fonction « objectif » est enregistrée pour un facteur de pondération de 0,5. On remarque que dans les deux cas de minimisation, le paramètre p_4 converge vers sa valeur inférieure. On peut constater que ce paramètre est mal estimé sans pour autant affecter le processus d'inversion. Ceci est justifié par l'insensibilité des deux variables, température de surface et teneur en eau moyenne à ce paramètre. La Figure IV.17 représentative les évolutions des paramètres estimés au cours des itérations, elle montre que p_4 reste pratiquement invariable durant les 35 premières itérations puis il chute très rapidement pour atteindre sa borne inférieure au bout de la 38^{ème} itération. Cette chute ne contribue pas à minimiser la fonction « objectif ».

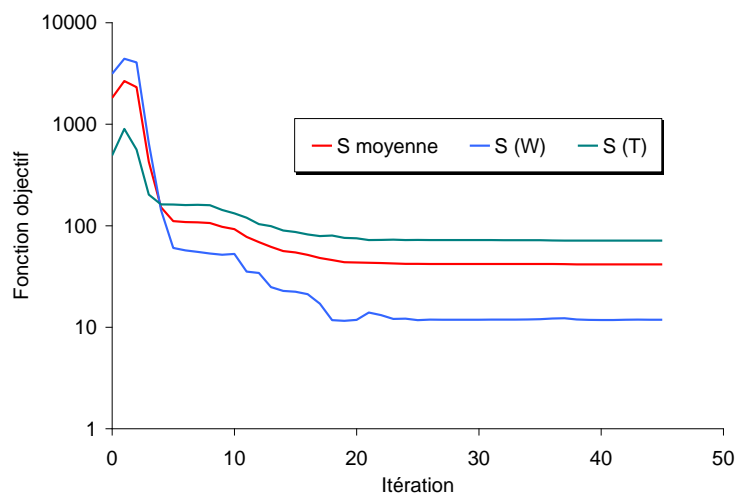


Figure IV.17 : Evolution de la fonction « objectif » au cours des itérations ($\alpha=0,5$).

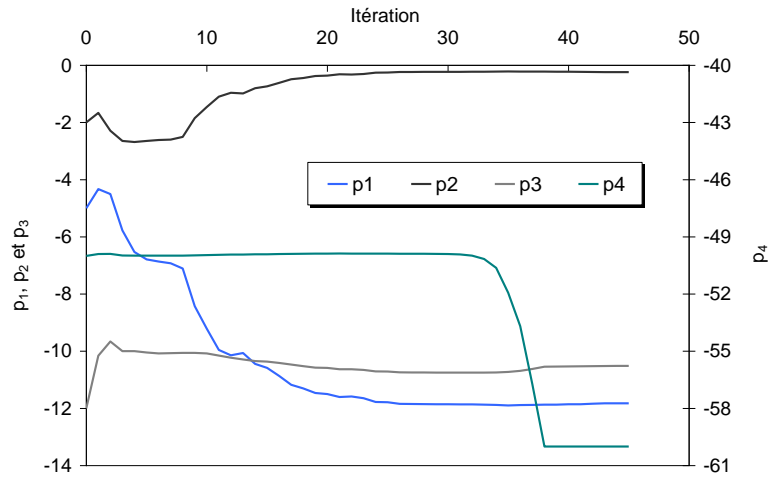


Figure IV.18 : Evolution des paramètres estimés au cours des itérations pour ($\alpha=0,5$).

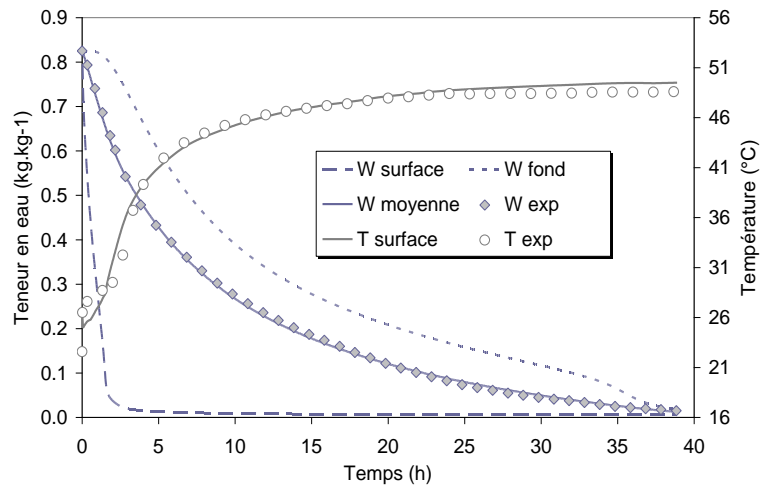


Figure IV.19 : Confrontation des cinétiques de séchage expérimentale et simulée du béton cellulaire.

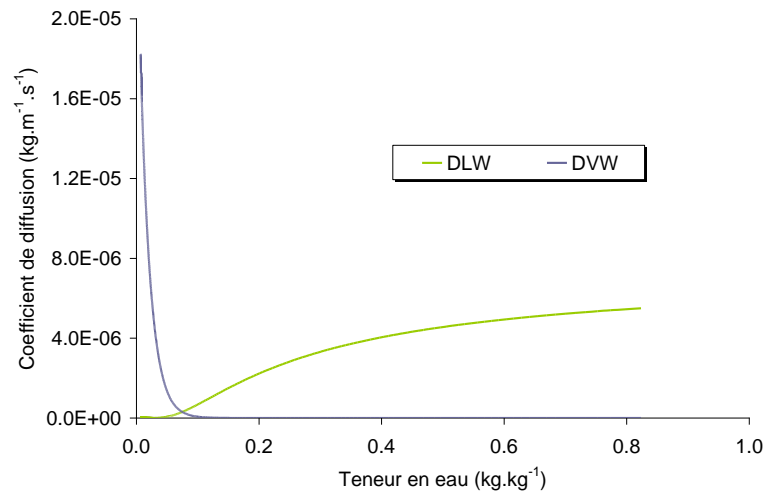


Figure IV.20 : Evolution des coefficients de diffusion estimés du béton cellulaire.

La Figure IV.19 représente une confrontation entre la cinétique de séchage expérimentale et la cinétique simulée avec le jeu de paramètres estimés pour un coefficient de pondération $\alpha=0,5$. On voit bien que les courbes représentatives des teneurs en eau moyenne simulé et

expérimentale sont superposées. Quant à la température de surface, un écart d'environ 1 à 2°C est enregistré durant les trois premières heures de séchage, ce qui correspond à la phase de séchage à vitesse constante. Cet écart se rétrécit, ainsi les deux courbes se rejoignent durant la phase de ralentissement pour se séparer légèrement durant la phase de mise en équilibre.

IV.4.2.2.2 Estimation des coefficients D_l^w , D_v^w et D_v^T

À présent, les trois coefficients de transfert hydrique D_l^w , D_v^w et D_v^T sont estimés simultanément. La forme empirique du coefficient D_l^w utilisée dans les estimations précédentes est retenue pour cette seconde série d'estimations.

En référence au chapitre 1, Jury *et* Letey (1979) ont suggéré que le produit μf peut être considéré constant. D'autres auteurs (Brook *et* Corey, 1964 ; Perré *et* Degiovanni, 1990 ; Furgusson *et* Turner, 1994 ; Couture *et al.*, 1996) ont exprimé la perméabilité en phase vapeur en fonction de la teneur en eau par des équations empiriques de forme polynomiale. En se basant sur les formes trouvées dans la littérature, nous avons proposé d'exprimer le produit μf en fonction de la teneur en eau normalisée par un polynôme d'ordre 3 (équation IV.25).

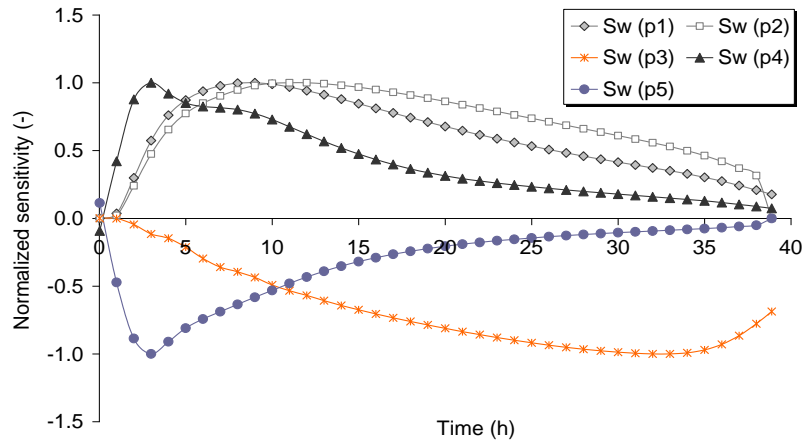
$$\mu f = p_3 + p_4 W_{eq}^2 + p_5 W_{eq}^3 \quad (IV.25)$$

Avant de se lancer dans l'estimation des cinq paramètres à partir de la cinétique de séchage expérimentale du béton cellulaire, nous allons d'abord étudier les sensibilités de la température de surface et de la teneur en eau moyenne à ces cinq paramètres pour savoir s'il est possible de les estimer simultanément.

Les sensibilités réduites des deux variables sont calculées à partir des équations IV.21 et IV.22 présentées précédemment. Ainsi, nous avons enregistré une dominance significative des paramètres p_1 et p_2 . Elles atteignent 106°C pour la température de surface et 2 kg.kg⁻¹ en teneur en eau moyenne pour le paramètre p_1 . Ces valeurs sont largement supérieures au bruit de mesure. Cependant, les plus faibles sensibilités sont obtenues avec les paramètres p_4 et p_5 . Pour montrer l'allure des courbes de sensibilités relatives, nous les avons présentées sous formes réduites normalisées en divisant les sensibilités réduites de chaque paramètre par leur maximum.

La Figure IV.21 (a) et (b) montrent que les courbes de sensibilité de la température de surface et de la teneur en eau moyenne aux paramètres p_4 et p_5 sont inversement proportionnelles. Ceci est probablement dû à une dépendance linéaire entre ces deux paramètres. Une proportionnalité moins importante est enregistrée entre les paramètres p_1 et p_2 alors que le paramètre p_3 représente des courbes de sensibilité différentes des autres ce qui est un avantage majeur pour son estimation correcte.

(a)



(b)

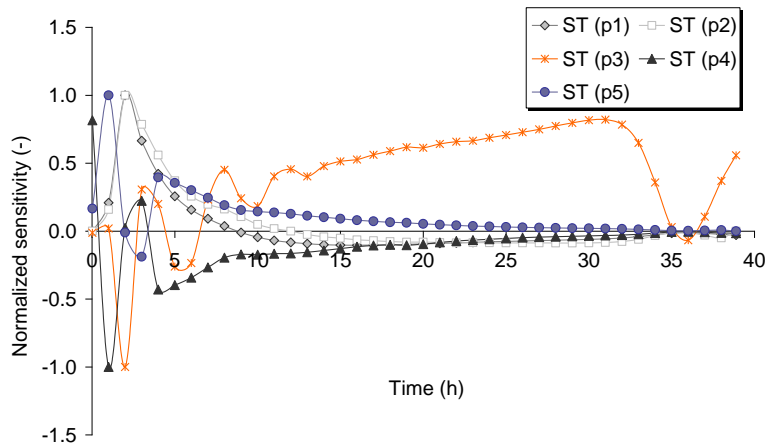


Figure IV.21 : Sensibilités réduites normalisées de la teneur en eau moyenne (a) et de la température de surface (b) (séchage convectif du béton cellulaire).

Le Tableau IV.11 rassemble les matrices de corrélation déduites des courbes de sensibilités de la teneur en eau et la température de surface précédentes. On note que le couple (p_1, p_2) présente un important coefficient de corrélation. Il est de 0,985 pour la température de surface et de 0,959 pour la teneur en eau. Le couple (p_4, p_5) montre aussi une importante dépendance avec des coefficients de corrélation moins importants que les précédents (0,973 pour la température et de 0,920 pour la teneur en eau). Cependant les coefficients de corrélation des autres couples sont largement loin de 1.

Tableau IV.11 : Matrices de corrélation « béton cellulaire ».

Température de surface					Teneur en eau					
p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	
	1	0,985	-0,531	-0,220	0,364	1	0,959	0,124	0,937	-0,772
		1	-0,579	-0,271	0,401		1	-0,139	0,848	-0,589
			1	0,269	-0,350			1	0,307	-0,602
				1	-0,973				1	-0,920
					1					1

À partir de cette étude de sensibilité, on peut conclure que la dépendance linéaire entre certains paramètres peut affecter leurs estimations et que les deux variables séparément ne détiennent pas suffisamment d'informations pour estimer correctement les cinq paramètres. Ainsi, il est nécessaire de tenir compte des deux variables dans le calcul de la fonction « objectif ».

Plusieurs estimations ont été munies avec différents jeux de paramètres initiaux. Le Tableau IV.12 présente un exemple de résultat d'estimations obtenues pour différents coefficients de pondération. Ces résultats montrent la validité de l'étude. Il est important de mentionner que les valeurs estimées des paramètres p_3 et p_4 se rejoignent et le paramètre p_5 tend vers sa borne inférieure pour un coefficient de pondération de 0,25. Ce qui est justifiable par la faible sensibilité de la température de surface et de la teneur en eau moyenne aux paramètres p_3 et p_5 .

Tableau IV.12 : Paramètres initiaux et estimés «béton cellulaire».

Paramètres	Initiaux	$\alpha = 1$	$\alpha = 0,75$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,25$
p_1	-5	-11,751	-11,722	-11,665	-11,554
p_2	-2	-0,260	-0,264	-0,275	-0,296
p_3	1	0,240	0,236	0,230	0,219
p_4	-4	-0,760	-0,508	-0,634	-0,219
p_5	3	0,519	0,272	0,403	10^{-3}
S (T)	587,4	73,7	71,4	68,0	62,3
S (W)	4574,8	7,7	8,0	10,2	20,8
S moyenne		40,7	39,7	39,1	41,5
N° itérations	-	38	32	44	34

En outre, nous avons mis en évidence la complémentarité des contributions de la température de surface et de la teneur en eau dans la minimisation de la fonction « objectif ». Il est clairement démontré que l'ensemble des paramètres estimés obtenus avec un coefficient de pondération de 0,5 présente le plus faible écart quadratique entre les cinétiques expérimentales et simulées.

La Figure IV.22 présente une comparaison entre les cinétiques expérimentales et simulées obtenues avec le coefficient de pondération de 0,5. Nous remarquons que la teneur en eau expérimentale est correctement présentée par le modèle numérique avec une erreur moyenne de $0,001 \text{ kg.kg}^{-1}$. Nous observons également une distinction entre les températures de surface mesurées et simulées, particulièrement durant la phase isenthalpe, pour laquelle un écart de 1 à 2°C est enregistré. Après cette période, les valeurs de la température simulée et expérimentales se rejoignent durant la montée en température puis elles se séparent à nouveau lors de l'état d'équilibre où la courbe simulée passe légèrement au dessus de l'expérimentale. Ce phénomène peut être causé par une probable surestimation du coefficient de diffusion en phase vapeur.

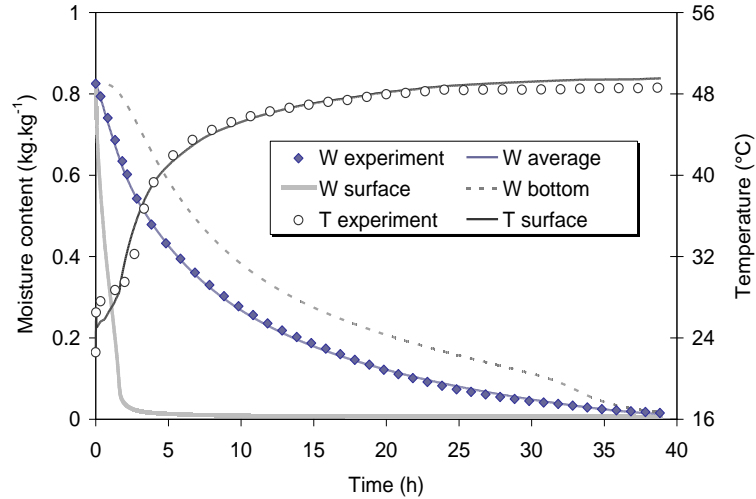


Figure IV.22 : Confrontation des cinétiques de séchage expérimentale et simulée du béton cellulaire ($\alpha=0,5$).

Par ailleurs, pour réduire les temps de calcul, nous allons estimer trois paramètres au lieu de cinq, en remplaçant l'équation IV.18 à trois inconnus par l'équation IV.26 à un inconnu :

$$\mu f = p_3(1 - W_{eq}^2) \quad (IV.26)$$

En utilisant des valeurs initiales de p_1 , p_2 et p_3 identiques aux valeurs précédentes, le résultat de l'estimation pour différents α sont très proches de ceux de l'estimation précédente.

Tableau IV.13 : Paramètres initiaux est estimés «béton cellulaire»

Paramètres	Initiaux	$\alpha = 1$	$\alpha = 0,75$	$\alpha = 0,5$
p_1	-5	-11,750	-11,644	-11,662
p_2	-2	-0,260	-0,289	-0,276
p_3	0,8	0,241	0,243	0,231
S (T)	577,2	73,7	71,4	68,0
S (W)	3897,9	7,7	8,0	10,3
S moyenne		40,7	39,7	39,1
N itérations		31	37	35

Nous avons réussi, à travers cette série d'estimation de réduire le nombre d'itérations et le temps de calcul et d'assurer plus de stabilité dans la solution.

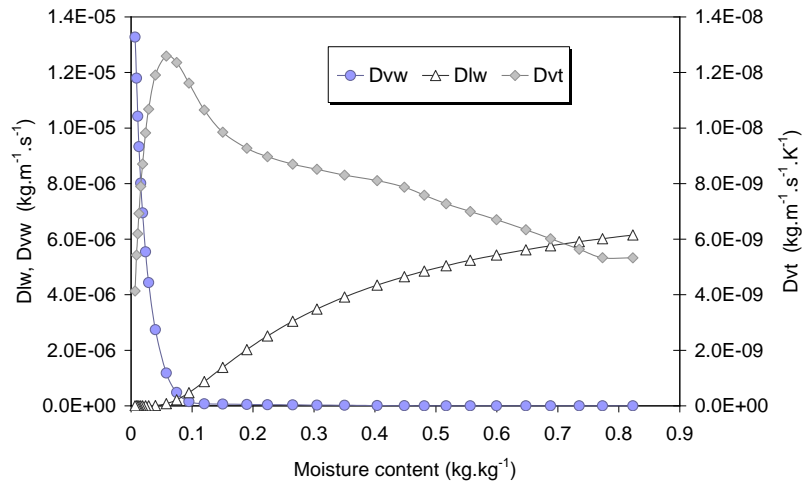


Figure IV.23 : L'évolution des coefficients de diffusion estimés du béton cellulaire.

Les évolutions des coefficients de diffusion du béton cellulaire en fonction de la teneur en humidité sont présentées par la Figure IV.23. Nous constatons que le coefficient de diffusion en phase liquide est dominant jusqu'à une teneur en eau de $0,1 \text{ kg.kg}^{-1}$ puis le coefficient D_v^w prend la relève pour atteindre une valeur maximale de $1,3 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ à des teneurs en eau proches de 0.

IV.4.2.2.3 Etude de l'impact des autres paramètres

Les propriétés physiques et les conditions aérauliques introduites dans le code de calcul sont en grande partie mesurées expérimentalement ou encore trouvées dans la littérature. Souvent, ces paramètres ont un degré d'incertitude important pouvant avoir un impact considérable sur l'exactitude des prédictions des variables de sortie. De ce fait, il est important d'étudier la réponse du modèle aux variations de ces paramètres à travers une analyse de sensibilité. Trois principaux facteurs sont évalués :

- L'amplitude des variables de sorties
- La durée de chacune des phases de séchage
- les valeurs des variables de sortie en équilibre hygroscopique

Nous avons donc fait varier chaque paramètre de 10% de sa valeur de référence à l'exception des conditions aérauliques de l'air (température, humidité relative). L'erreur appliquée à l'humidité est $\pm 5\%$ et $\pm 1^\circ\text{C}$ sur la température d'air. La variation engendrée par chaque paramètre au niveau d'une sortie est évaluée par le calcul de l'indice de sensibilité IS exprimé ainsi :

$$IS = \frac{\frac{S - S_{ref}}{S_{ref}}}{\frac{E - E_{ref}}{E_{ref}}} \quad (\text{IV.27})$$

où E est le paramètre d'entrée et S la réponse du modèle.

Cette étude est appliquée au cas de séchage convectif du béton cellulaire dont les conditions d'expérimentation sont données dans le Tableau IV.14.

Tableau IV.14 : Conditions aérothermiques et initiales des simulations numériques.

Conditions aérothermiques	T_{air} (°C)	50
	Hr (%)	13
	h_c (W.m ⁻² .K ⁻¹)	30
Conditions initiales	T (°C)	22
	W (kg.kg ⁻¹)	0,82
ρ_s (kg.m ⁻³)		450
e (m)		0,025

L'impact engendré par les variations des propriétés physiques est évalué sur la température de surface et sur la teneur en eau moyenne.

➤ Température de surface

Sur la Figure IV.24 sont présentées les évolutions au cours du temps des écarts des températures de surface engendrée par l'augmentation de 10% des propriétés physiques et de 5% et 1°C de l'humidité et de la température d'air respectivement.

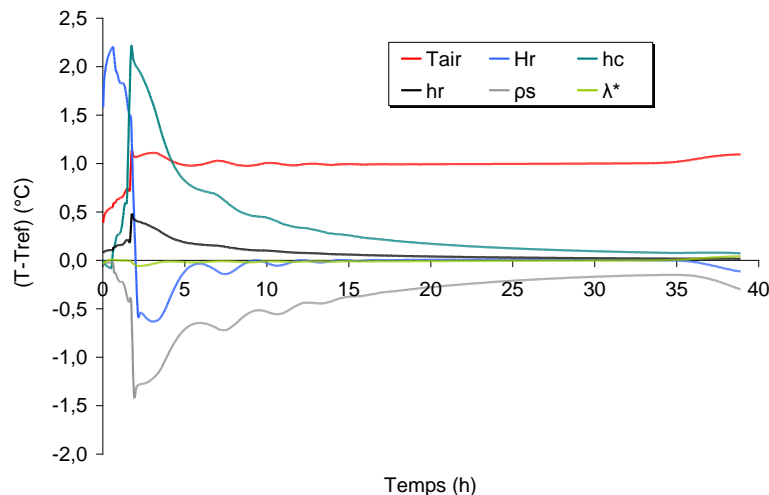


Figure IV.24 : Sensibilité de la température de surface aux variations des conditions de séchage et des propriétés physiques du matériau.

Durant le séchage, en modifiant les entrées du modèle, plusieurs d'entre elles produisent des variations non négligeables de la température de surface durant le séchage à vitesse constante. On remarque qu'une augmentation de 5% de l'humidité produit une augmentation de 8% de température de surface (soit 2,2°C). Ceci correspond à un indice de sensibilité de 0,3. Une variation de 1°C de la température de surface engendre une augmentation d'environ 0,5°C de la température de surface (indice de sensibilité de 1). La variation de la température de surface est inversement proportionnelle à la variation de coefficient de transfert convectif avec un indice de sensibilité relativement faible (-0,06). L'augmentation du coefficient de rayonnement (émissivité) de 10% fait augmenter la température de surface de 0,1°C.

On remarque que la conductivité thermique et la masse volumique apparente sèche du matériau ont un très faible impact sur la température de surface durant la phase de séchage à vitesse constante.

La durée de la phase isenthalpe n'est influencée que par les trois facteurs : l'humidité de l'air, le coefficient de transfert par convection et la masse volumique apparente du matériau sec. Le plus grand impact est enregistré avec h_c . La durée de la phase isenthalpe diminue de 20% de la durée de référence pour une augmentation de 10% de h_c (indice de sensibilité de -2,5), suivi de l'humidité de l'air et de la masse volumique qui ont pratiquement un impact de même ordre de grandeur avec un indice de sensibilité de 1.

Durant la première phase de ralentissement, les erreurs sur la température de surface due aux variations des paramètres d'entrée augmentent progressivement pour atteindre leurs maximums vers la fin de cette période. La plus grande erreur est enregistrée avec la température d'air avec un indice de sensibilité d'environ 1,6. Toute augmentation de l'humidité relative fait diminuer la température de surface durant la première période de ralentissement avec un indice de sensibilité de -0,25 environ. L'impact de la masse volumique va dans le même sens que l'humidité relative avec un indice de sensibilité plus important (-0,75).

Durant la seconde période de ralentissement, une diminution progressive de l'erreur relative sur la température est enregistrée. Au cours de la mise en équilibre hygroscopique, la variation des paramètres indiquée n'a pas un impact sur la valeur de la température d'équilibre en surface du matériau sauf la température de l'air qui donne un indice de sensibilité d'environ 0,9.

➤ **Teneur en eau moyenne**

Les évolutions avec le temps des écarts des teneurs en eau moyenne dus aux augmentations des paramètres d'entrée sont présentées sur la Figure IV.25.

On remarque que l'humidité de l'air, le coefficient de transfert par convection et la masse volumique apparente sec sont les paramètres les plus influents tout au long du séchage avec des maximums enregistrés au cours des phases de ralentissement. Toute surévaluation de ces paramètres induit des erreurs importantes dans la simulation de la teneur sur toute la durée de séchage.

Une augmentation de 10% de la masse volumique sèche engendre un écart important de la teneur en eau qui évolue au cours du séchage pour atteindre son maximum durant la deuxième phase de ralentissement (soit $0,022 \text{ kg.kg}^{-1}$) et se stabiliser aux alentours de cette valeur par la suite. L'augmentation de 5% de l'humidité de l'air implique un séchage moins rapide du matériau et donc un écart important entre les deux teneurs d'eau tout au long des phases de séchage avec un maximum de $0,018 \text{ kg.kg}^{-1}$. La température de surface a un effet inverse sur la teneur en eau, en l'augmentant, le matériau sèche plus vite et la teneur en eau chute plus rapidement que la référence. L'effet du coefficient de transfert par convection est beaucoup plus marquant au cours des premières phases de séchage avec un maximum d'environ $0,013 \text{ kg.kg}^{-1}$ enregistré au cours de la première phase de ralentissement. Les sensibilités enregistrées avec le coefficient de transfert par rayonnement et la conductivité thermique restent les moins importantes, elles n'excèdent pas $0,002 \text{ kg.kg}^{-1}$ pour les deux paramètres.

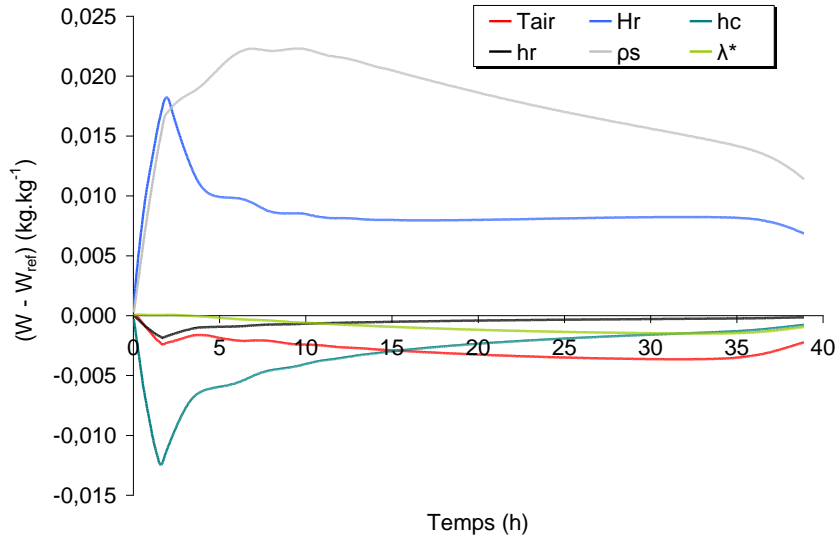


Figure IV.25 : Sensibilité de la teneur en eau aux variations des conditions de séchage et des propriétés physiques du matériau.

Cette étude de sensibilité nous a permis de mettre en avant l'importance de bien évaluer le coefficient de transfert par convection, la masse volumique sèche et les conditions aérothermiques du séchage afin de s'assurer de l'exactitude des réponses simulées.

IV.5 Conclusion

Différents tests ont été réalisés afin de discerner les formes des coefficients du transfert hydrique les plus adéquates pour simuler les cinétiques de séchage du béton cellulaire. Les premiers tests avaient pour but de valider l'estimation des coefficients D_v^W et D_l^W en leur attribuant des équations empiriques de forme exponentielle à quatre inconnus. L'unicité de la solution a été vérifiée en testant différents jeux de paramètres initiaux. Quand un bruit aléatoire est superposé aux données numériques, la méthode montre la possibilité d'estimer correctement les paramètres du coefficient D_l^W , tandis qu'un des paramètres du coefficient D_v^W est estimé avec une incertitude importante allant de 6 à 20% de la solution exacte. La méthode d'identification montre rapidement ses limites quand elle testée avec des données réelles, le paramètre p_4 du coefficient D_v^W tend vers sa borne inférieure sans pour autant pénaliser la conformité de la cinétique simulée à l'expérimentale.

Une autre approche a été testée avec succès afin de déterminer les coefficients D_l^W , D_v^W et D_v^T simultanément. La forme empirique du D_l^W a été gardée, quant aux coefficients D_v^W et D_v^T , deux grandeurs difficilement mesurables sont estimés : le facteur de tortuosité et la perméabilité à la phase vapeur. Nous avons montré à travers l'étude, qu'il est possible d'estimer simultanément les deux paramètres décrivant la dépendance de D_l^W de la teneur en eau et le paramètre relatif à la diffusion en phase vapeur.