

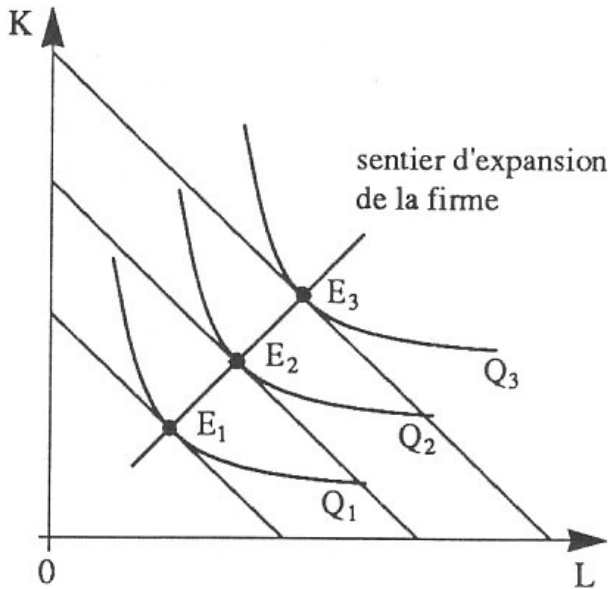
# Sentier d'expansion

Le **sentier d'expansion** est le lieu géométrique des points de tangence entre la droite **d'isocoût** (isocoût : contrainte budgétaire du producteur) et **l'isoquante** (isoquant : combinaison de travail et de capital assurant un niveau donné de production).

Chaque point du sentier d'expansion constitue un optimum du producteur.

L'équation du sentier d'expansion est :

$$K = f(L)$$



Sentier d'expansion de la firme

## Exercice d'application

Soit une entreprise caractérisée par la fonction de production  $f$  définie par:

$$f(x_1, x_2) = x_1^{3/4} x_2^{1/4}$$

1. Quelle est la nature des rendements d'échelle de cette entreprise ?
2. Déterminer l'équation du sentier d'expansion, pour  $p_1 = 3$  et  $p_2 = 1$ .

# Elasticité d'échelle

L'**élasticité d'échelle** mesure le taux relatif de croissance de l'output qu'entraîne un accroissement relatif de l'emploi de tous les inputs.

L'**élasticité d'échelle** sera inférieure, égale ou supérieure à 1 suivant que les rendements d'échelles sont, respectivement, décroissants, constants ou croissants.

## Exemple

L'élasticité de production, pour un facteur donné, mesure la sensibilité de la production face à la variation de ce facteur.

Pour le facteur **L**:

$$e_L = \frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial L}{L}} = \frac{\partial Q}{\partial L} \times \frac{L}{Q}$$

Pour le facteur **K**:

$$e_K = \frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial K}{K}} = \frac{\partial Q}{\partial K} \times \frac{K}{Q}$$

## Exercice (Partie A)

Soit la fonction de production du producteur Ahmed suivante :

$$Q(L, K) = 6L^{1/2}K^{2/3}$$

où  $L$  et  $K$  représentent les quantités de facteurs utilisées pour la production. Les facteurs  $L$  et  $K$  sont achetés au fournisseur Kamal respectivement au prix de  $P_L$  et  $P_K$ .

1. Calculer les élasticité de production. En déduire le pourcentage d'augmentation de la production induite par une hausse de **3%** des quantités de facteur  $K$  utilisé.
2. À l'aide de la question précédente, déterminer le TMST.

3. (Q) est-elle homogène ? Si oui, en déduire la nature des rendements d'échelle.
4. Représenter graphiquement les isoquantes telles que  $Q=20$ ,  $Q=40$  et  $Q=60$ .

## Partie B

5. Le producteur Ahmed dispose d'un budget  $B_0$  pour cette production. Déterminer l'équation du sentier d'expansion et les fonctions de demande de Ahmed en facteurs de production.
6. Dédire des résultats précédents la valeur du TMST aux points où Ahmed maximise sa production.
7. Calculer les coordonnées de l'optimum (noté  $Z$ ) lorsque:  $B_0 = 39,66$ ;  $P_L = 9$  et  $P_K = 6$ .