

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....	5
1.1 Réducteur harmonique .....	5
1.1.1 Avantages.....	6
1.1.2 Inconvénients .....	6
1.1.3 Éléments du réducteur.....	7
1.1.4 Principe de fonctionnement .....	7
1.1.5 La dynamique.....	8
1.1.6 Flexibilité .....	10
1.1.7 Frottement.....	11
1.1.8 Effet d'hystérésis .....	14
1.1.9 Erreur cinématique.....	15
1.2 Capteur de couple .....	17
1.2.1 Nombre pair de rosettes .....	18
1.2.2 Nombre impair de rosettes .....	21
1.3 Contrôleurs pour joints flexibles.....	21
1.3.1 Linéarisation par retour d'état statique .....	22
1.3.2 Linéarisation par retour d'état dynamique .....	23
1.3.3 Technique des perturbations singulières.....	23
1.3.4 Commande prédictive .....	23
CHAPITRE 2 PRÉSENTATION ET CARACTÉRISATION DU BANC D'ESSAI.....	25
2.1 Montage .....	25
2.2 Amélioration de la précision du capteur de position de la membrure .....	29
2.2.1 Outil de mesure pour caractériser le capteur de position.....	29
2.2.1.1 Précision.....	31
2.2.1.2 Erreur temporelle .....	32
2.2.2 Erreur du Netzer.....	33
2.3 Capteur de couple .....	36
2.3.1 Montage .....	36
2.3.2 Fluctuation de la mesure .....	37
2.3.3 Constante de couple $k_c$ .....	39
2.4 Caractérisation de la constance de couple du moteur $k_t$ .....	40
2.5 Caractérisation du réducteur harmonique .....	41
2.5.1 Rigidité et hystérésis.....	41
2.5.2 Frottement.....	45
2.5.3 Erreur cinématique.....	46
2.5.4 Comportement anormal .....	47

CHAPITRE 3 MODÈLE DES CONTRÔLEURS MINIMISANT LES VIBRATIONS.....	51
3.1 Contrôle rigide .....	52
3.2 Commande prédictive .....	55
3.3 La technique des perturbations singulières .....	58
3.3.1 Modèle lent .....	60
3.3.2 Modèle rapide .....	62
3.4 Modèle numérique du système .....	66
CHAPITRE 4 EXPÉRIMENTATIONS DES CONTRÔLEURS MINIMISANT LES VIBRATIONS .....	69
4.1 Trajectoire 2 <sup>e</sup> vs 9 <sup>e</sup> ordre.....	72
4.2 Trajectoire brusque .....	73
4.3 Vitesse constante à la fréquence naturelle du système .....	79
4.4 Essai à vitesse constante de 150 RPM et 600 RPM.....	83
4.5 Discussions .....	86
CONCLUSION.....	91
RECOMMANDATIONS .....	93
ANNEXE I FONCTION DE L'ERREUR DU NETZER.....	95
ANNEXE II FONCTION DE L'ERREUR DU CAPTEUR DE COUPLE .....	97
ANNEXE III FONCTION DE L'ERREUR CINÉMATIQUE .....	99
ANNEXE IV MÉTHODE D'INSTALLATION DES JAUGES DE DÉFORMATION SUR LA FS.....	101
ANNEXE V TRAJECTOIRE 2 <sup>E</sup> ET 9 <sup>E</sup> ORDRE .....	105
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	106

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Composantes du banc d'essai .....	28
Tableau 3.1 Résumé des paramètres du modèle numérique .....	68
Tableau 4.1 Nom et définition des contrôleurs utilisés .....	71



## LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1.1	Éléments du réducteur harmonique .....	7
Figure 1.2	Principe de fonctionnement d'une transmission harmonique .....	8
Figure 1.3	Schéma simplifié du réducteur harmonique .....	8
Figure 1.4	Schéma complet du réducteur harmonique .....	9
Figure 1.5	Rigidité typique d'un réducteur harmonique .....	10
Figure 1.6	Phénomène de <i>soft windup</i> ou <i>quasi-backlash</i> .....	11
Figure 1.7	Type de frottement : (a) Frottement de Coulomb (b) Frottement de Coulomb + frottement visqueux (c) Frottement de Coulomb + frottement visqueux cubique (d) Frottement de Stribeck (e) Frottement arc tangente .....	13
Figure 1.8	Phénomène d'hystérésis .....	14
Figure 1.9	Erreur cinématique typique .....	17
Figure 1.10	(a) Montage des jauges de déformation sur la <i>flexspline</i> (b) Branchement du pont de Wheatstone des jauges .....	18
Figure 1.11	(a) Montage des rosettes de jauges de déformation sur la <i>flexspline</i> (b) Schéma électrique du montage .....	21
Figure 2.1	Banc d'essai .....	25
Figure 2.2	Schéma du montage .....	27
Figure 2.3	Schéma du banc d'essai .....	27
Figure 2.4	Fiche caractéristique du Netzer fournie par le fabricant .....	29
Figure 2.5	Montage de appareil de poursuite laser pour caractériser les erreurs (a) Version asymétrique (b) Version symétrique .....	30
Figure 2.6	Schéma des erreurs cinématiques dans l'articulation et les mesures disponibles .....	30

Figure 2.7	(a) Différence entre la mesure Faro et la position théorique pour trois tours à 0,2 RPM (b) Moyenne glissante de la différence entre la mesure Faro et la position théorique ainsi que la mesure corrigée .....	32
Figure 2.8	Erreur du Netzer (a) Selon les essais du fabricant (b) Obtenue avec la mesure de l'appareil de poursuite laser .....	33
Figure 2.9	FFT de l'erreur mesuré du Netzer .....	34
Figure 2.10	Différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et le Netzer pour une rotation complète du Netzer à 0,08 rad/s (a) Sans correction (b) Avec correction .....	34
Figure 2.11	Trajectoire de la membrure .....	35
Figure 2.12	(a) Différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et de la position de la membrure corrigée (b) Différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et de la position du moteur .....	35
Figure 2.13	Montage des quatre rosettes de jauges de déformation sur la <i>flexspline</i> ....	37
Figure 2.14	Rosette constituée de deux jauges de déformation croisées à 90° (a) Superposées (062WT) (b) Juxtaposées (062TH) .....	38
Figure 2.15	Erreur de mesure du couple par les jauges de déformation (a) Erreur en fonction de la position relative du <i>wave generator</i> par rapport à la <i>flexspline</i> (b) Erreur en fonction du temps avec et sans correction .....	39
Figure 2.16	Résultats de la calibration du capteur de couple .....	40
Figure 2.17	Constantes de couple <i>kt</i> du moteur mesurées .....	41
Figure 2.18	Rigidité théorique du réducteur harmonique CSG-32-160 .....	42
Figure 2.19	Couple mesuré par le capteur de couple en fonction de la déformation (membrure bloquée et couple appliqué au moteur) .....	43
Figure 2.20	Comparaison entre les mesures expérimentales et les données du fabricant .....	44
Figure 2.21	Comparaison entre les mesures expérimentales et le modèle numérique .....	44
Figure 2.22	Frottement de l'articulation .....	46

Figure 2.23	(a) Erreur cinématique en fonction de la position du <i>wave generator</i> (b) FFT de l'erreur cinématique.....	47
Figure 2.24	(a) Trajectoire angulaire de la membrure (b) Couple de chargement.....	48
Figure 2.25	Vibration de la membrure : (a) À la position de référence (essai A) (b) Rotation de 90° de l'articulation par rapport à la position de référence (essai B).....	48
Figure 3.1	Modèle simple à un degré de liberté.....	51
Figure 3.2	Modèle Simulink du contrôle rigide asservi par la position du moteur.....	54
Figure 3.3	Modèle Simulink du contrôle rigide asservi par la position de la membrure.....	54
Figure 3.4	Modèle Simulink du contrôle de commande prédictive.....	58
Figure 3.5	Modèle Simulink du contrôle avec la technique des perturbations singulières.....	65
Figure 3.6	Modèle simple à un degré de liberté avec la flexibilité globale.....	66
Figure 3.7	Modèle numérique du joint (modèle système).....	67
Figure 4.1	Montage pour les expérimentations.....	70
Figure 4.2	Comparaison entre les trajectoires des 2 <sup>e</sup> et 9 <sup>e</sup> ordres (a) Trajectoire complète (b) Zoom sur la portion de décélération.....	72
Figure 4.3	Comparaison entre les trajectoires des 2 <sup>e</sup> et 9 <sup>e</sup> ordres (a) Contrôleur RM-100 (b) Contrôleur FNI-EL-75.....	73
Figure 4.4	Trajectoire désirée et réponse temporelle de la position angulaire de la membrure pour différents contrôleurs.....	74
Figure 4.5	Différence entre la position du moteur et la trajectoire désirée de la membrure (multiplié par le ratio de réduction) pour différents contrôleurs.....	74
Figure 4.6	Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs.....	75
Figure 4.7	(a) Influence de l'utilisation de la commande prédictive (b) Influence de l'utilisation de différentes rigidités avec le contrôleur de commande prédictive.....	76

Figure 4.8	Comparaison entre la simulation et l'essai expérimental avec le contrôle RM-100 (a) Erreur de suivi de trajectoire (b) Couple appliqué au moteur .....	78
Figure 4.9	Comparaison entre la simulation et l'essai expérimental avec le contrôle FNI-EL-75 (a) Erreur de suivi de trajectoire (b) Couple appliqué au moteur .....	78
Figure 4.10	Comparaison entre la simulation et l'essai expérimental avec le contrôle PSI-EL-30 (a) Erreur de suivi de trajectoire (b) Couple appliqué au moteur .....	79
Figure 4.11	Erreur de position de la membrure pour différents contrôleurs .....	81
Figure 4.12	Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs .....	81
Figure 4.13	Erreur de position de la membrure avec le contrôleur RB-100 (a) Sans correction du Netzer et mesurée avec le Netzer corrigé (b) Avec correction du Netzer et mesurée avec le Netzer corrigé (c) Sans correction du Netzer et mesurée avec l'appareil de poursuite laser (d) Avec correction du Netzer et mesurée avec l'appareil de poursuite laser .....	83
Figure 4.14	Erreur de position de la membrure pour différents contrôleurs à 150 RPM .....	84
Figure 4.15	Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs à 150 RPM .....	85
Figure 4.16	Erreur de position de la membrure pour différents contrôleurs à 600 RPM .....	85
Figure 4.17	Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs à 600 RPM .....	86

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

Abréviation	Définition
WG	<i>Wave generator</i>
FS	<i>Flexspline</i>
CS	<i>Circular spline</i>
HD	Réducteur harmonique ( <i>Harmonic drive</i> )
OS	Système d'exploitation
CPU	Processeur
SMR	Sphère réfléchissante pour l'appareil de poursuite laser ( <i>Sphere mounted reflector</i> )
FFT	Transformée de Fourier rapide
PD	Correcteur proportionnel dérivé
PID	Correcteur proportionnel dérivé intégrale
IREQ	Institut de Recherche d'Hydro-Québec
SG	Jauge de déformation ( <i>Strain gauge</i> )



## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

Symbole	Unité	Nom
<i>X</i>	-	Scalaire (écrit en italique)
<b>X</b>	-	Vecteur et matrice (écrit en gras)
( $\dot{\phantom{x}}$ )	-	Dérivée première par rapport au temps
( $\ddot{\phantom{x}}$ )	-	Dérivée seconde par rapport au temps
( $\dddot{\phantom{x}}$ )	-	Dérivée troisième par rapport au temps
( $\ddddot{\phantom{x}}$ )	-	Dérivée quatrième par rapport au temps
<i>A</i>	N·m /rad	Paramètre pour le modèle d'hystérésis
<i>B<sub>f1,0</sub></i>	N·m	Frottement de Coulomb côté moteur
<i>B<sub>f1,1</sub></i>	N·m·rad <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>	Frottement visqueux linéaire côté moteur
<i>B<sub>f3</sub></i>	N·m·rad <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>	Frottement visqueux linéaire côté membrure
<i>g</i>	m/s <sup>2</sup>	Accélération gravitationnelle
<i>I</i>	kg·m <sup>2</sup>	Inertie côté membrure
<i>J</i>	mg·m <sup>2</sup>	Inertie côté moteur
<i>k<sub>t</sub></i>	N·m /A	Constante de couple du moteur
<i>k<sub>c</sub></i>	N·m /V	Constante du capteur de couple
<i>k</i>	kN·m /rad	Constante de rigidité du réducteur harmonique
<i>k<sub>b</sub></i>	kN·m /rad	Constante de rigidité de la membrure et du support
<i>k<sub>p</sub></i>	-	Gain proportionnelle
<i>k<sub>d</sub></i>	-	Gain dérivée
<i>k<sub>i</sub></i>	-	Gain intégrale
<i>K</i>	-	Ensemble de gain pour contrôleur
<i>K<sub>1</sub></i>	-	Gain partie rapide (perturbations singulières)

Symbole	Unité	Nom
$K_2$	-	Gain partie rapide (perturbations singulières)
$l$	m	Longueur de la membrure
$m$	kg	Masse de la charge côté membrure
N	-	Ratio
$T_{fs}$	N·m	Couple à la <i>flexspline</i>
$T_{wg}$	N·m	Couple au <i>wave generator</i>
$T_{hys}$	N·m	Couple d'hystérésis ( $T_{st} + T_k$ )
$T_{f2}$	N·m	Couple de frottement dû à l'interaction des engrenages
$T_{f3}$	N·m	Couple de frottement du roulement FS
$T_{f1}$	N·m	Couple de frottement du roulement WG
$T_f$	N·m	Couple de frottement total ( $T_{f1} + T_{f2} + T_{f3}$ )
$T_{st}$	N·m	Couple de l'amortissement structural de la FS
$T_k$	N·m	Couple dû à la rigidité
$u$	N·m	Couple appliqué au moteur
$\alpha$	rad <sup>-1</sup>	Paramètre pour le modèle d'hystérésis
$\theta$	rad	Déformation du réducteur harmonique
$\tilde{\theta}_p$	rad	Erreur cinématique de base
$\tilde{\theta}_s$	rad	Erreur cinématique dû à la flexibilité du réducteur
$\tilde{\theta}$	rad	Erreur cinématique totale ( $\tilde{\theta}_p + \tilde{\theta}_s$ )
$\theta_{fs}$ ou $q_b$	rad	Position <i>flexspline</i>
$\theta_l$ ou $q_1$	rad	Position membrure
$\theta_m$ ou $q_2$	rad	Position moteur
$\theta_{wg}$	rad	Position <i>wave generator</i>

Unité	Nom
N	newton
V	volt
A	ampère
s	seconde
m	mètre
mm	millimètre
µm	micromètre
rad	radian
µrad	microradian
rad/s	radian par seconde
RPM	tour par minute
°	degré
KPa	kilo pascal
kN	kilo newton
Ω	ohm
N·m	newton-mètre
kg	kilogramme



## INTRODUCTION

Hydro-Québec a développé et utilise depuis plus de 20 ans un robot articulé, nommé SCOMPI, pour des tâches, telles le meulage, le polissage, la soudure, le chauffage et le martelage (Hazel et Cote, 2010; Hazel *et al.*, 2012b). Il est utilisé pour la réfection et la fabrication de centrales hydroélectriques (Hazel *et al.*, 2012a). Grâce à sa taille réduite, sa facilité d'installation et sa capacité d'adaptation à des espaces restreints, ce système robotique six-axes sur rail est un outil efficace et rentable dans le domaine hydroélectrique. En contrepartie, sa faible rigidité limite ses performances, notamment, pour les tâches de meulage.

En effet, la flexibilité limite de façon importante les performances d'un système robotisé, puisqu'elle engendre des vibrations qui compromettent le procédé. Il existe deux sources de flexibilité dans un robot. La première source de flexibilité provient des joints et est due aux réducteurs harmoniques, aux courroies ou à un manque de rigidité des composantes mécaniques. La deuxième source est la flexibilité des membrures causée par des membrures trop longues ou trop frêles. Dans les deux cas, cette flexibilité ajoute de nouveaux degrés de liberté au système robotique, ce qui a pour effet d'introduire un trop grand nombre de variables et complique ainsi le contrôle du système. Dans le cas du robot SCOMPI, 80 % de la flexibilité du robot provient des articulations (Swiatek, Hazel et Liu, 2010). Environ la moitié de cette flexibilité est causée par le moteur pas à pas et l'autre moitié, par le réducteur harmonique.

Pour contourner le problème de flexibilité, il existe des robots industriels qui sont surdimensionnés afin d'augmenter leur rigidité. Cela permet de négliger la flexibilité et d'utiliser des techniques beaucoup plus simples de contrôle rigide. Cependant, ce surdimensionnement augmente le poids, l'encombrement et le coût de fabrication des robots.

Quant au robot SCOMPI, il se caractérise principalement par sa taille compacte et son poids léger (35kg), avantages indéniables, tout en étant capable d'appliquer une force de 200 N à

pleine extension. Il est donc difficile de rigidifier le robot sans compromettre sa légèreté et sa taille. De ce fait, il est inévitable d'utiliser un contrôleur adéquat permettant de supprimer les vibrations.

L'objectif de ce projet est donc de développer un contrôleur capable d'éliminer les vibrations causées par la flexibilité des articulations. Par contre, la génération actuelle du SCOMPI (V3) ne permet pas d'implanter un tel type de contrôleur à cause de ses limitations physiques. C'est pour cette raison que l'Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ) élabore, depuis peu, une nouvelle génération du SCOMPI (V4). Cette nouvelle version, qui est toujours à l'étape de conception, a la particularité d'utiliser des moteurs synchrones à aimants permanents pour la motricité. De plus, elle possède des capteurs de position angulaire à l'entrée et à la sortie du réducteur harmonique, permettant ainsi de mesurer les vibrations. Jumelées à cela, des jauges de déformation installées sur la composante flexible du réducteur harmonique permettent de déduire le couple transmis par l'articulation. Dans le but d'étudier le nouveau système robotique et de concevoir un contrôleur permettant au robot d'effectuer des mouvements rapides et précis, un banc d'expérimentation reproduisant une seule articulation rotoïde du robot est utilisé.

L'objectif spécifique du projet est donc de rendre fonctionnel le banc d'essai et de proposer des contrôleurs permettant de supprimer les vibrations. Plus en détail, la tâche consiste à :

- Valider et modifier aux besoins les capteurs de position angulaire;
- Installer, sur la partie flexible du réducteur harmonique, des jauges de déformation pour déduire le couple transmis par l'articulation;
- Sélectionner et implanter un système informatique et électronique permettant le développement de divers contrôleurs en temps réel;
- Caractériser les composantes du banc d'essai;
- Concevoir différents contrôleurs qui permettent de supprimer les vibrations en considérant la flexibilité dans l'articulation;
- Expérimenter les différents contrôleurs développés.

Ainsi, ce mémoire présente une revue de littérature portant sur les réducteurs, les capteurs de couple installés sur les réducteurs harmoniques et le contrôle d'articulation rotoïde flexible. Par la suite, le banc d'essai et la caractérisation de ses composantes sont présentés. Puis, les modèles de contrôle développés et expérimentés sur le banc d'essai sont exposés. Finalement, des recommandations sont énoncées, dans le but de contribuer au développement du futur robot SCOMPI V4.

Rapport-Gratuit.com



## CHAPITRE 1

### REVUE DE LITTÉRATURE

Cette section présente une revue de littérature sur les principaux thèmes abordés dans le projet. Premièrement, une revue sur le réducteur harmonique, composante maîtresse de l'articulation, est présentée. C'est cette composante qui induit la flexibilité et les comportements non linéaires dans le système. Deuxièmement, les principes d'installation des jauges de déformation sur la composante flexible du réducteur, permettant de déduire le couple, sont abordés. Troisièmement, un survol de quelques techniques de contrôle d'articulations flexibles, répandues dans la littérature, est présenté.

#### 1.1 Réducteur harmonique

Développés en 1955 par Walton Musser (Musser, 1955) pour le domaine aérospatial, les réducteurs harmoniques sont, de nos jours, très utilisés dans les systèmes mécaniques et spécialement en robotique. Ce type de réducteurs procure un haut rapport de transmission de couple, tout en étant compact et léger. Malgré ces avantages indéniables, le réducteur harmonique a des comportements fortement non linéaires, ce qui limite ses performances s'il n'est pas contrôlé adéquatement. Son comportement non linéaire caractéristique est dû à quatre phénomènes; 1) la rigidité non linéaire; 2) le frottement non linéaire; 3) l'effet d'hystérésis et; 4) l'erreur cinématique. On retrouve, dans la littérature, plusieurs modèles. Certains d'entre eux sont très complexes, ce qui rend la détermination des paramètres difficile. Toutefois, d'autres modèles sont plus simples, mais en contrepartie, représentent moins bien le système réel.

### 1.1.1 Avantages

Le réducteur harmonique a de nombreux avantages (Harmonic Drive Technology, 2009; Khial, 2001; Taghirad, 1997) :

- Capacité élevée de transmission de couple – La puissance est transférée par l'intermédiaire de plusieurs dents en contact;
- Grand rapport de réduction – Le rapport varie entre 1:50 et 1:320;
- Sans jeu angulaire – La charge axiale sur les dents élimine pratiquement tout jeu d'engrenage, ce qui permet une fluidité dans les changements de direction;
- Excellente répétabilité – Environ 10  $\mu$ rad;
- Excellente exactitude – Moins de 300  $\mu$ rad;
- Extérieur creux – Pratique pour le passage de fils électrique;
- Efficace – Avec une lubrification appropriée, le rendement peut être aussi élevé que 90 %.

### 1.1.2 Inconvénients

Malgré ses nombreux avantages, le réducteur harmonique comporte aussi certains désavantages :

- Flexible – La déformation due au couple appliqué est significative. La flexibilité contribue aux vibrations;
- Erreur cinématique – Malgré une erreur de position faible, cela entraîne des fluctuations de couple qui peuvent exciter le système et engendrer des vibrations;
- Non linéaire – Le réducteur se comporte de façon non linéaire, à cause, en partie, du frottement et de la rigidité;
- Complexe à contrôler – Il est compliqué d'inclure toutes les non-linéarités dans le modèle de contrôle, ce qui a pour effet de limiter les performances du système.

### 1.1.3 Éléments du réducteur

Le réducteur harmonique est composé de trois composantes. En se référant à la Figure 1.1, la *circular spline* (CS) est un anneau mince et rigide comportant des dents internes. Habituellement, cette composante est fixe au bâti. La *flexspline* (FS) est une composante flexible, à paroi mince, comportant des dents extérieures. Elle possède deux dents en moins que la *circular spline* et est normalement l'élément de sortie. Le *wave generator* (WG) est une came elliptique, incluant un roulement, qui déforme la *flexspline* pour lui donner une forme elliptique. C'est généralement l'élément d'entrée.

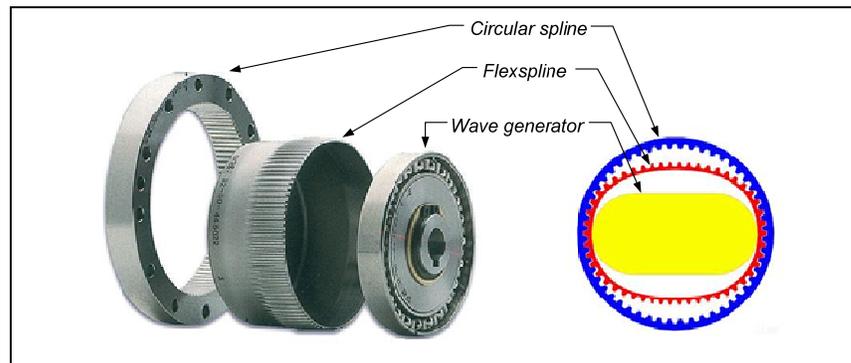


Figure 1.1 Éléments du réducteur harmonique  
Adaptée de Harmonic Drive AG (2011) et Laurens van Lieshout

### 1.1.4 Principe de fonctionnement

La figure 1.2 schématise les étapes du fonctionnement du réducteur harmonique. Le ratio du réducteur est donné par l'équation suivante :

$$N = \frac{n_{fs} - n_{cs}}{n_{fs}} \quad (1.1)$$

où  $N$  est le ratio,  $n_{fs}$  est le nombre de dents de la *flexspline* et  $n_{cs}$  est le nombre de dents de la *circular spline*.

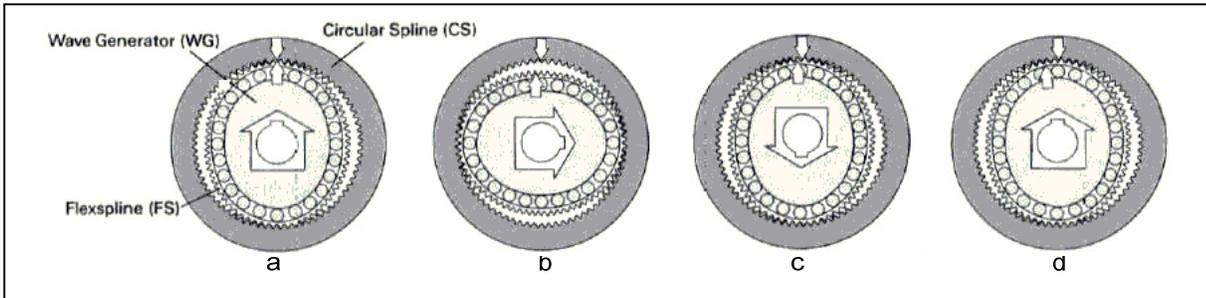


Figure 1.2 Principe de fonctionnement d'une transmission harmonique  
Adaptée de Northwestern University mechatronics design wiki

### 1.1.5 La dynamique

Pour cette étude, le *circular spline* est fixe, le moteur entraîne le *wave generator* et la sortie du réducteur est la *flexspline*. La Figure 1.3 illustre le modèle idéal d'un réducteur harmonique.

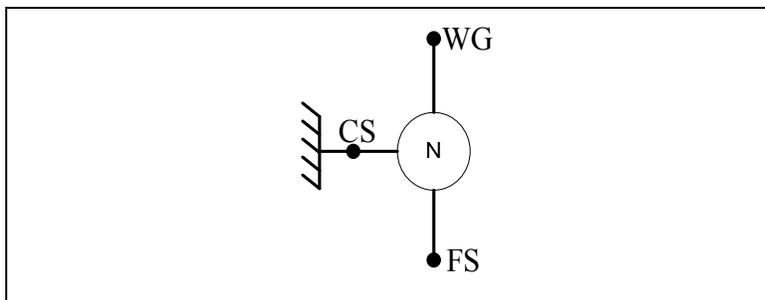


Figure 1.3 Schéma simplifié du réducteur harmonique

Les équations du modèle idéal sont les suivantes :

$$\theta_{wg} = -N\theta_{fs} \quad (1.2)$$

$$\dot{\theta}_{wg} = -N\dot{\theta}_{fs} \quad (1.3)$$

$$T_{wg} = -\frac{1}{N}T_{fs} \quad (1.4)$$

où  $\theta_{wg}$ ,  $\dot{\theta}_{wg}$  et  $T_{wg}$  sont respectivement la position, la vitesse et le couple d'entrée du *wave generator* et  $\theta_{fs}$ ,  $\dot{\theta}_{fs}$  et  $T_{fs}$  sont respectivement la position, la vitesse et le couple de sortie de la *flexspline*.

Pour obtenir un modèle plus réaliste, des éléments de non-linéarité sont ajoutés au modèle idéal. Ainsi, quatre dissipateurs d'énergie permettent de représenter le roulement du *wave generator*  $T_{f1}$ , le roulement de sortie de la *flexspline*  $T_{f3}$ , l'interaction des dents entre la *flexspline* et la *circular spline*  $T_{f2}$  et l'amortissement structural de la *flexspline*  $T_{st}$ . Le couple  $T_{st}$  est dû à la flexibilité du système. La somme de  $T_{st}$  et  $T_k$  produit le phénomène d'hystérésis. L'erreur cinématique  $\tilde{\theta}$  est l'erreur entre la position réelle et la position souhaitée de la sortie. Tous les phénomènes présentés ici seront traités plus en détails dans ce chapitre. La Figure 1.4 représente le modèle complet.

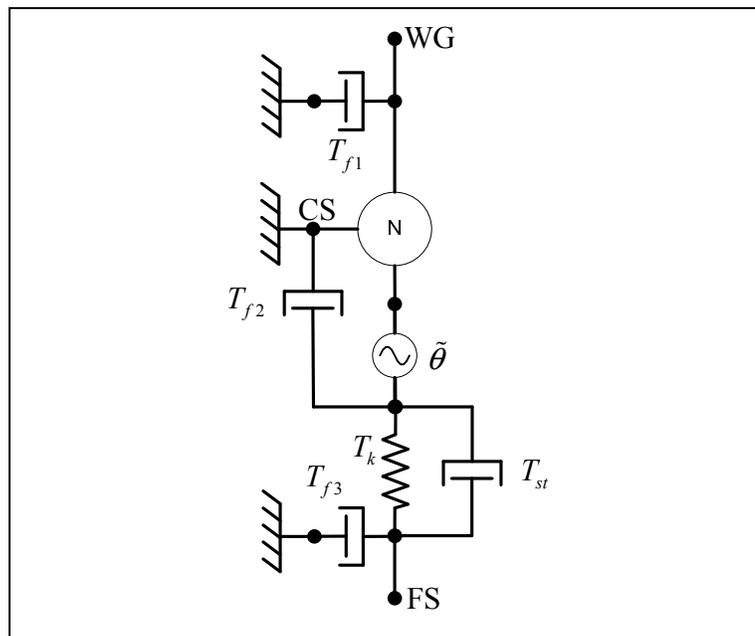


Figure 1.4 Schéma complet du réducteur harmonique

### 1.1.6 Flexibilité

La majeure partie de la flexibilité du réducteur harmonique provient de la *flexspline*. Cette composante a un comportement élastique non linéaire, voir Figure 1.5. La déformation causée par la flexibilité se calcule selon l'équation suivante :

$$\theta = \frac{\theta_{wg}}{N} - \theta_{fs} \quad (1.5)$$

où  $\theta_{wg}$  est la position du *wave generator*,  $\theta_{fs}$  est la position de la *flexspline* et  $N$  est le ratio du réducteur harmonique.

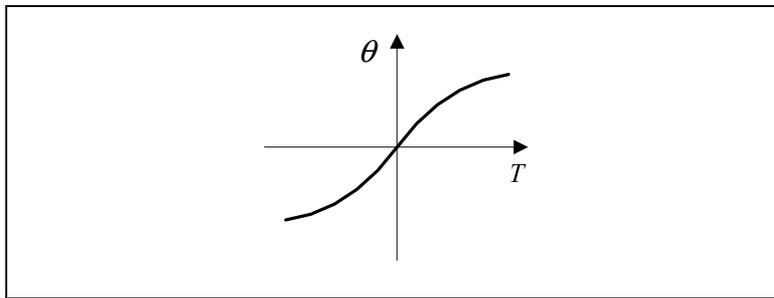


Figure 1.5 Rigidité typique d'un réducteur harmonique

Dans le but de simplifier le modèle, certaines études traitent la rigidité comme linéaire (Ghorbel, Gandhi et Alpeter, 2001; Good, Sweet et Strobel, 1985; Taghirad et Bélanger, 1998a; Wen-Hong, Dupuis et Doyon, 2007). Ghorbel *et al.* (2001) ont émis l'hypothèse que la rigidité était linéaire, car ils n'utilisaient qu'une petite portion de la plage d'opération du réducteur, soit environ 30 %. D'autres études modélisent la rigidité comme une succession de pentes linéaires (Kennedy et Desai, 2005; Tjahjowidodo, 2006). Cette approche simplifie le modèle tout en représentant relativement bien la réalité. Pour une meilleure représentation, une approximation par une fonction polynomiale de degrés impairs est fortement répandue dans la littérature. On y retrouve la fonction cubique (Seyfferth, Maghzal et Angeles, 1995; Tuttle et Seering, 1996) :

$$T_k = a_1\theta + a_2\theta^3 \quad (1.6)$$

où,  $T_k$  est le couple,  $\theta$  est la déformation,  $a_1$  et  $a_2$  sont des coefficients. D'autres utilisent une fonction de degré cinq (Dhaouadi, Ghorbel et Gandhi, 2003) et même de degré neuf (Dhaouadi et Ghorbel, 2008).

Certaines études incorporent le phénomène appelé *soft windup* ou *quasi-backlash*, voir Figure 1.6, qui est le fait d'avoir une faible rigidité pour une faible charge appliquée (Harmonic Drive AG, 2011; Kircanski et Goldenberg, 1997; Moghaddam, 1997). Pour ce faire, un terme correctif est ajouté à la fonction polynomiale :

$$T_k = a_1\theta + a_2\theta^3 - k_w e^{-a\theta^2}\theta \quad (1.7)$$

où  $k_w$  et  $a$  sont les facteurs de correction représentant le *soft windup*.

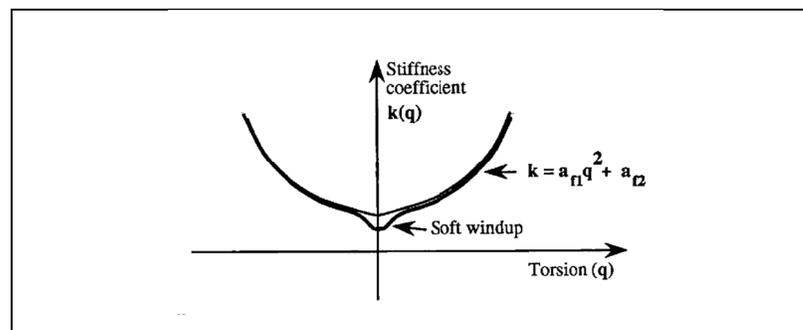


Figure 1.6 Phénomène de *soft windup* ou *quasi-backlash*  
Tirée de Kircanski et Goldenberg (1997)

### 1.1.7 Frottement

Le frottement principal du système est introduit par l'interaction des engrenages entre la *circular spline* et de la *flexspline* (Taghirad, 1997). Le couple résistant dû au frottement représente entre 10 % et 80 % du couple fourni (Harmonic Drive Technology, 2009). La plupart des modèles de friction englobent la friction totale  $T_f$ , soit la somme des frottements dus aux engrenages  $T_{f1}$  et dus aux roulements  $T_{f2}$  et  $T_{f3}$ . Les couples de frottement sont habituellement combinés, car il est compliqué de les dissocier les uns des autres. De plus, le fait de dissocier ces mécanismes n'est pas utile, car c'est le frottement total qui importe.

Étant donné que le comportement est de type *stick-slip*, la plupart des modèles utilisent le frottement de Coulomb (Figure 1.7a), dont l'équation est la suivante :

$$T_f = b_c \text{sgn}(\dot{\theta}_{wg}) \quad (1.8)$$

où  $T_f$  est le couple de frottement total,  $b_c$  est le coefficient de frottement,  $\dot{\theta}_{wg}$  est la vitesse angulaire du *wave generator* et  $\text{sgn}()$  est une fonction mathématique qui extrait le signe d'un nombre réel. Certains ajoutent au frottement de Coulomb un simple frottement visqueux linéaire (Kircanski et Goldenberg, 1997), voir Figure 1.7b, dont l'équation est maintenant :

$$T_f = b_c \text{sgn}(\dot{\theta}_{wg}) + b_1 \dot{\theta}_{wg} \quad (1.9)$$

où  $b_1$  est le coefficient linéaire. D'autres ajoutent un terme cubique (Seyfferth, Maghzal et Angeles, 1995; Tuttle et Seering, 1996), voir Figure 1.7c, dont l'équation est maintenant :

$$T_f = b_c \text{sgn}(\dot{\theta}_{wg}) + b_1 \dot{\theta}_{wg} + b_2 \dot{\theta}_{wg}^3 \quad (1.10)$$

où  $b_2$  est le coefficient du terme cubique. Certains ont ajouté l'effet de Stribeck (Kennedy et Desai, 2005; Taghirad et Bélanger, 1998a) (Figure 1.7d) :

$$T_f = b_c \text{sgn}(\dot{\theta}_{wg}) + b_1 \dot{\theta}_{wg} + b_s \text{sgn}(\dot{\theta}_{wg}) e^{-|\dot{\theta}_{wg}/\theta_s|^{\delta_s}} \quad (1.11)$$

où  $b_s$ ,  $\theta_s$ , et  $\delta_s$  sont des coefficients de Stribeck. Dans ces dernières études, certains paramètres sont identifiés comme négatifs, ce qui est contraire au modèle habituel de Stribeck. De plus, certains paramètres sont également définis différemment en fonction du sens de la rotation. Tuttle (1992) a même ajouté au couple de frottement une quantité qui varie en fonction de la position angulaire de la *flexspline*, dont l'équation est la suivante :

$$T_f = b_c \text{sgn}(\dot{\theta}_{wg}) + b_1 \dot{\theta}_{wg} + b_2 \dot{\theta}_{wg}^3 + b_{cyc} \sin(\theta_{fs} + \varphi) \quad (1.12)$$

où  $b_{cyc}$  est un coefficient,  $\theta_{fs}$  est la position angulaire de la *flexspline* et  $\varphi$  est le déphasage.

Preissner (2009), contrairement aux autres auteurs, n'a pas utilisé de frottement de Coulomb. Il utilise une fonction arc tangente (Figure 1.7e) :

$$T_f = b_1 \arctan(b_2 \dot{\theta}_{wg}) \quad (1.13)$$

D'autres modèles de frottement existent, dont celui de Karnopp et Armstrong, mais ils sont peu utilisés pour modéliser le frottement des réducteurs harmoniques (Olsson *et al.*, 1998). De plus, pour le comportement *stick-slip*, Karnopp (1985) propose également d'autres modèles.

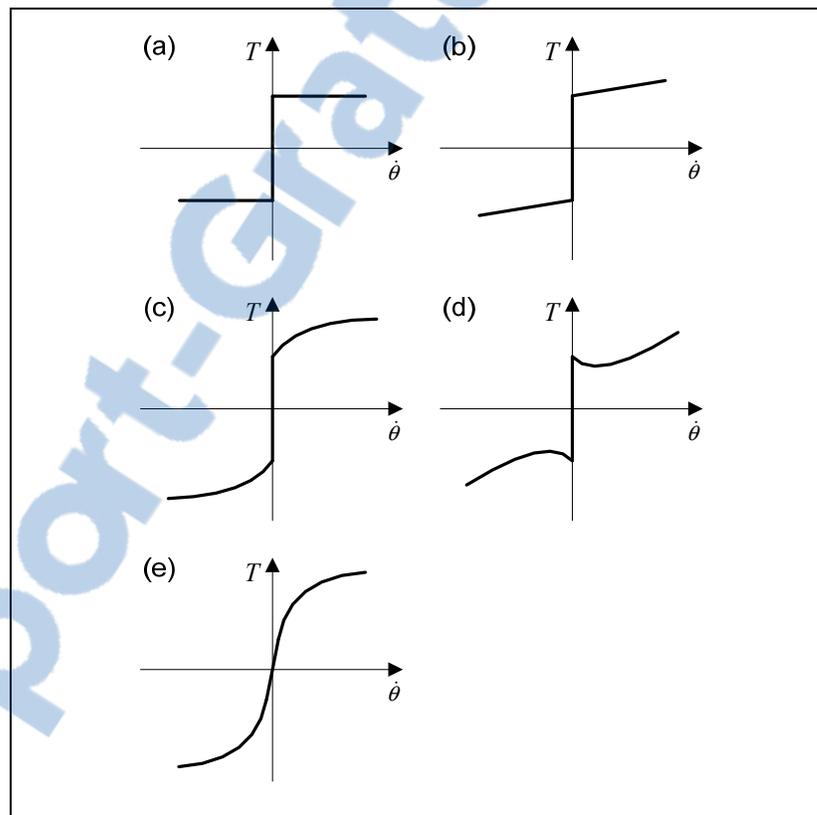


Figure 1.7 Type de frottement : (a) Frottement de Coulomb (b) Frottement de Coulomb + frottement visqueux (c) Frottement de Coulomb + frottement visqueux cubique (d) Frottement de Stribeck (e) Frottement arc tangente

### 1.1.8 Effet d'hystérésis

L'effet d'hystérésis est le retard de l'effet sur la cause. C'est la propriété d'un système qui tend à conserver un certain état quand la cause extérieure, qui a produit le changement d'état, a cessé. Généralement, l'effet d'hystérésis est indépendant de la fréquence du changement d'état. Plusieurs auteurs négligent l'effet d'hystérésis ou utilisent un modèle très simplifié. Le phénomène d'hystérésis est la combinaison du frottement  $T_{st}$  et de la rigidité non linéaire  $T_k$ . Elle a généralement l'allure de la courbe présentée à la Figure 1.8.

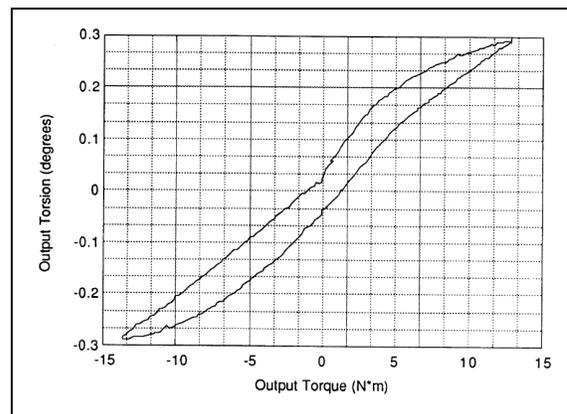


Figure 1.8 Phénomène d'hystérésis  
Tirée de Tuttle (1992)

Dhaouadi, Ghorbel et Gandhi (2003) représentent l'effet d'hystérésis selon un modèle qui tient compte de l'historique. L'équation suivante représente le couple en fonction de la déformation angulaire :

$$T_{hys} = a_1\theta + a_2\theta^3 + a_3\theta^5 + z \quad (1.14)$$

$$\dot{z} = -\alpha|\dot{\theta}|z + A\dot{\theta} \quad (1.15)$$

où  $T_{hys}$  est le couple d'hystérésis,  $\theta$  est la déformation du réducteur et  $z$  est le couple de friction qui tient compte de l'historique des positions. Les paramètres  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $\alpha$  et  $A$  sont identifiés de façon expérimentale avec la méthode des moindres carrés non linéaires. Des expériences ont validé que la forme de la courbe d'hystérésis est indépendante de la vitesse.

Seyfferth, Maghzal et Angeles (1995) proposent un modèle qui tient aussi compte de l'historique. Leur modèle est le suivant :

$$T_{hys} = a_1\theta + a_2\theta^3 + \Delta T_{hys}^* + [b_{hys} - \Delta T_{hys}^* \text{sgn}(\dot{\theta})] \tanh(\gamma(\theta - \theta^*)) \quad (1.16)$$

où  $T_{hys}$  est le couple d'hystérésis,  $\theta$  est la déformation du réducteur,  $\theta^*$  est la déformation de la dernière position,  $a_1$  et  $a_2$  caractérisent la rigidité,  $\Delta T_{hys}^*$  est la portion attribuable à l'effet d'hystérésis de la dernière position,  $\gamma$  détermine l'allure de la courbe et  $b_{hys}$  est le frottement de Coulomb.

D'autres modèles plus simples modélisent l'effet comme un frottement de Coulomb (Chedmail et Martineau, 1996; Kircanski et Goldenberg, 1997) ou par une combinaison de *Maxwell-slip* (Tjahjowidodo, 2006).

### 1.1.9 Erreur cinématique

L'erreur cinématique est un comportement important à considérer pour modéliser, le plus fidèlement possible, un réducteur harmonique. Elle joue un rôle important dans la performance du réducteur. Cependant, ce ne sont pas tous les modèles proposés dans la littérature qui en tiennent compte. L'erreur cinématique est l'erreur entre la position espérée à la sortie du réducteur et la position réelle, voir Figure 1.9. Malgré sa faible amplitude, l'erreur contribue à exciter le système et à engendrer des vibrations indésirables. Ces vibrations deviennent dominantes à haute vitesse et surtout aux fréquences de résonance (Harmonic Drive AG, 2011). Ce phénomène crée des pertes de couple et des fluctuations de vitesse (Ghorbel, Gandhi et Alpeter, 2001; Tuttle, 1992). L'erreur est due, en partie, aux erreurs d'assemblage et aux défauts physiques, en particulier de fabrication (Nye et Kraml, 1991). Puisque les sources d'erreurs cinématiques sont peu contrôlables, deux réducteurs harmoniques semblables peuvent avoir une erreur cinématique différente, donnant ainsi une signature au réducteur harmonique. Étant donné que chaque réducteur a des erreurs différentes, il est donc nécessaire de caractériser expérimentalement chaque réducteur (Ghorbel, Gandhi et Alpeter, 2001). En plus de l'environnement d'utilisation, l'erreur

cinématique varie en fonction de la vitesse de rotation, de la charge, de la rigidité et de l'usure (Ghorbel, Gandhi et Alpeter, 2001; Nye et Kraml, 1991). L'erreur cinématique est donnée par :

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta_{wg}}{N} - \theta_{fs} \quad (1.17)$$

où  $\tilde{\theta}$  est l'erreur,  $\theta_{fs}$  est la position de la *flexspline*,  $\theta_{wg}$  est la position du *wave generator* et  $N$  est le ratio du réducteur. L'erreur cinématique est, en fait, la combinaison de deux erreurs. La première est l'erreur de base (pure), occasionnée par la structure cinématique du réducteur harmonique. La deuxième est due à la rigidité du réducteur. Ainsi, l'équation de l'erreur introduite en (1.17) peut être décomposée en :

$$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_p + \tilde{\theta}_s \quad (1.18)$$

où  $\tilde{\theta}_p$  est l'erreur de base et  $\tilde{\theta}_s$  est due à la flexibilité intrinsèque du réducteur. L'erreur de base peut être déterminée en effectuant les mesures à très basse vitesse. Quant à l'erreur  $\tilde{\theta}_s$ , elle est déterminée en effectuant la différence entre l'erreur  $\tilde{\theta}$  et  $\tilde{\theta}_p$  lors d'essais à plus grande vitesse.

Étant donné que l'erreur dominante se produit deux fois par révolution du moteur, l'erreur cinématique peut donc être approximée par une simple fonction sinusoïdale :

$$\tilde{\theta} = A \sin(2\theta_{wg}) \quad (1.19)$$

où  $A$  est l'amplitude et  $\theta_{wg}$  est la position du *wave generator*.

Cependant, l'erreur est généralement modélisée par une superposition de fonctions sinusoïdales (Kennedy et Desai, 2005; Preissner, 2009; Tuttle et Seering, 1996). Tuttle (1992) utilise la position relative du moteur par rapport à la sortie, soit :

$$\tilde{\theta} = A \sin(2\theta_{wgrel}) \quad (1.20)$$

où,

$$\theta_{wgrel} = \theta_{wg} - \theta_{fs} \quad (1.21)$$

Pour de grands ratios de réduction, ce qui est généralement le cas, la différence entre (1.19) et (1.20) est minime.

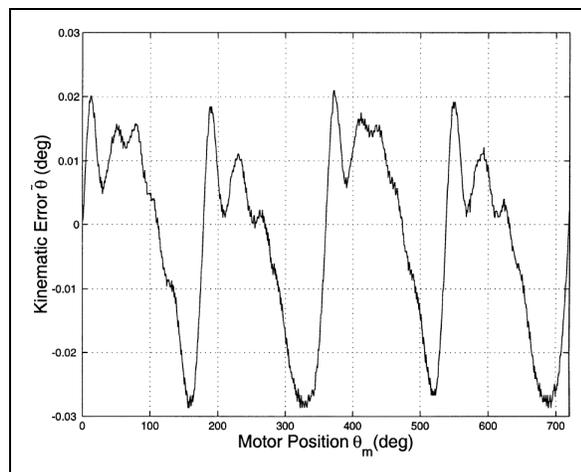


Figure 1.9 Erreur cinématique typique  
Tirée de Gandhi et Ghorbel (2002)

## 1.2 Capteur de couple

L'installation de jauges de déformation sur la *flexspline*, la partie flexible du réducteur harmonique, est utilisée par plusieurs auteurs dans la littérature. L'avantage indéniable d'installer des jauges de déformation, comparativement à l'utilisation d'un capteur de couple industriel, est qu'il n'induit aucune flexibilité additionnelle. L'ajout de flexibilité pourrait dégrader les performances de l'articulation robotique. De plus, l'installation de jauge de déformation est compacte, ce qui a pour effet de ne pas augmenter la dimension de

l'articulation. En contrepartie, les jauges de déformation sont fragiles et peuvent se détériorer selon l'environnement d'utilisation.

Une étude démontre que l'endroit le mieux approprié pour installer les jauges de déformation est sur le *diaphragm* (Hashimoto, Kiyosawa et Paul, 1993). Pour tous les types d'installations, des rosettes de deux jauges croisées à  $90^\circ$  sont utilisées. Il existe deux approches d'installation des rosettes, soit un nombre pair ou un nombre impair. Les deux sections suivantes traitent respectivement de ces deux approches.

### 1.2.1 Nombre pair de rosettes

Une des techniques consiste à positionner les rosettes en nombre pair, positionnée à  $90^\circ$  l'une par rapport à l'autre. En se référant à la Figure 1.10a, si le couple est dans le sens horaire, la jauge R1 est en compression tandis que la jauge R2 est en tension. De même, toutes les jauges paires sont en compression et toutes les jauges impaires sont en tension.

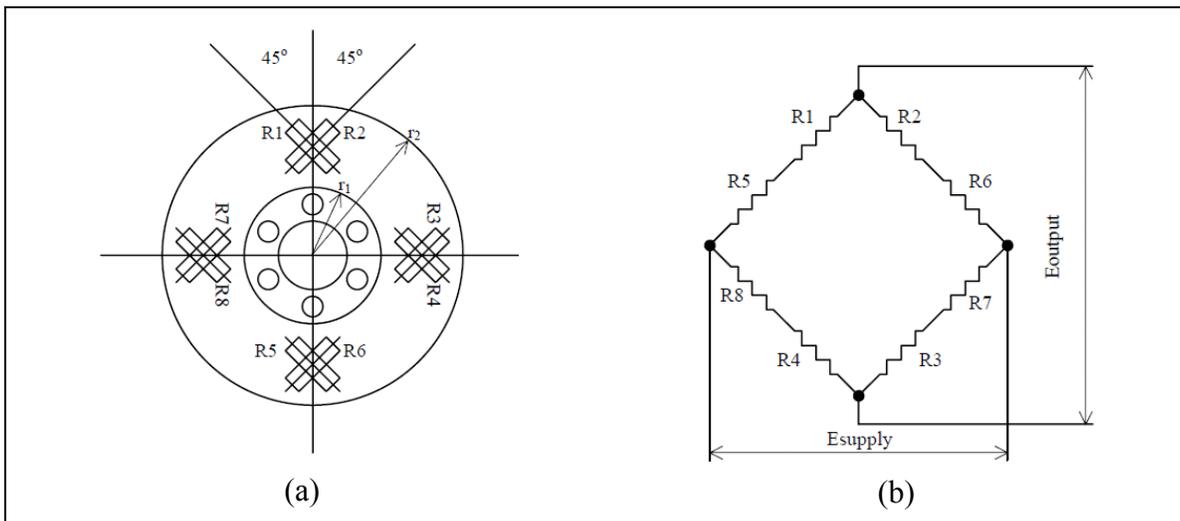


Figure 1.10 (a) Montage des jauges de déformation sur la *flexspline* (b) Branchement du pont de Wheatstone des jauges

Tirée d'un rapport interne de l'IREQ (2005)

L'utilisation de rosettes en paire est nécessaire pour compenser la déformation ellipsoïdale intrinsèque de la *flexspline* (Hashimoto, Kiyosawa et Paul, 1993). Les variables  $\varepsilon_t$  et  $\varepsilon_\omega$  représentent respectivement la déformation causée par le couple et la déformation ellipsoïdale. Ainsi, les déformations de R1 et R2 sont :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_t + \varepsilon_\omega \\ \varepsilon_2 &= -\varepsilon_t + \varepsilon_{\omega^*}\end{aligned}\quad (1.22)$$

où  $\varepsilon_{\omega^*}$  est la modulation sinusoïdale de  $\varepsilon_\omega$ . On obtient alors,

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 2\varepsilon_t + \Psi_0 \sin(2\beta) \quad (1.23)$$

en assumant que la déformation causée par la déformation ellipsoïdale est sinusoïdale :

$$\varepsilon_\omega - \varepsilon_{\omega^*} = \Psi_0 \sin(2\beta) \quad (1.24)$$

Dans le but d'annuler la déformation ellipsoïdale  $\Psi_0 \sin(2\beta)$  et de mesurer uniquement la déformation qui est due au couple  $\varepsilon_t$ , l'utilisation de la rosette, constituée des jauges R3 et R4, est essentielle. Elle doit être positionnée à  $90^\circ$  par rapport à la rosette constituée des jauges R1 et R2. Ainsi,

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_4 = 2\varepsilon_t + \Psi_0 \sin(2\beta - \pi) \quad (1.25)$$

En construisant un pont de Wheatstone avec les jauges R1 à R4, voir la Figure 1.10b, la déformation ellipsoïdale est supprimée. Seule la déformation causée par le couple appliqué est mesurée. Ainsi, la tension produite est proportionnelle au couple et son équation est la suivante :

$$\begin{aligned}E_{out} &= \frac{K}{4} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2 - \varepsilon_4) E_{sup} \\ E_{out} &= K \varepsilon_t E_{sup}\end{aligned}\quad (1.26)$$

où  $K$  est le facteur de jauge,  $E_{out}$  est la tension de sortie et  $E_{sup}$  est la tension d'alimentation. Les deux autres rosettes, constituées des jauges R5 à R8, sont ajoutées uniquement pour la symétrie (Hashimoto, Kiyosawa et Paul, 1993), pour minimiser les erreurs de montage (Taghirad et Bélanger, 1998b) et pour augmenter la linéarité (Godler *et al.*, 2000b). Des

essais à huit rosettes ont aussi été expérimentés, mais l'amélioration n'est pas significative (Godler et Hashimoto, 1998).

La déformation due au couple se calcule selon (Hashimoto, Kiyosawa et Paul, 1993) :

$$\varepsilon_t = \frac{T(r_1 + r_2)}{8\pi t G r_1^2 r_2} \quad (1.27)$$

où  $T$  est le couple appliqué,  $r_1$  et  $r_2$  sont les rayons interne et externe du *diaphragm*,  $t$  est l'épaisseur du *diaphragm* et  $G$  est le module de cisaillement.

Un problème avec ce type de montage est la présence d'une fluctuation de couple. Cette fluctuation est généralement de 2 % de la plage de mesure, mais peut atteindre 10 % (Godler *et al.*, 2000b). L'erreur de positionnement des rosettes engendre, entre autres, cette fluctuation. L'erreur radiale de positionnement influence peu. En revanche, l'erreur circonférentielle, l'erreur angulaire entre deux rosettes d'un même pont, est significative (Sensinger et Weir, 2006). Même si elles sont positionnées avec une grande précision, la fluctuation est toujours présente (Taghirad, 1999). La fluctuation peut alors provenir de la forme elliptique de la *flexspline* ou d'un défaut d'alignement mécanique (Taghirad et Bélanger, 1998b). Les deux fréquences dominantes de la fluctuation sont à deux fois et à quatre fois la fréquence de rotation du *wave generator*. La première harmonique est la plus importante (Godler *et al.*, 2000b).

Pour contrer la fluctuation de la mesure, le filtre de Kalman est plus efficace qu'un filtre passe-bas parce qu'il utilise une structure (Taghirad et Bélanger, 1998b). En plus de supprimer la fluctuation, le filtre de Kalman annule aussi les erreurs de désalignement. Par contre, le filtre laisse un peu de fluctuation, spécialement pour des conditions statiques ou à de faibles vitesses. En plus, il occasionne un délai qui est dû au temps de calcul nécessaire (Sensinger et Weir, 2006).

### 1.2.2 Nombre impair de rosettes

Cette approche consiste à positionner trois rosettes avec un angle de  $60^\circ$  ou  $120^\circ$  entre elles ( $72^\circ$  si cinq rosettes sont utilisées), voir la Figure 1.11a. Le principe consiste à connecter chaque rosette en demi-pont de Wheatstone, de multiplier la mesure de chaque demi-pont par un gain et de sommer les trois mesures (Godler *et al.*, 2000b), voir Figure 1.11b. Le gain sert à compenser les erreurs de montage et doit être trouvé soit de façon manuelle ou avec un ordinateur en optimisant les gains de manière à minimiser la fluctuation de la mesure. Avec cette approche, il est possible de réduire la fluctuation à 0,2 % de la plage de mesure (Godler *et al.*, 2000a). Cette approche a l'avantage de ne pas nécessiter une grande précision de montage et n'induit pas de délais. Cependant, cette approche n'est optimale que dans un environnement sans bruit (Sensinger et Weir, 2006), puisque la mesure n'est pas prise en différentielle.

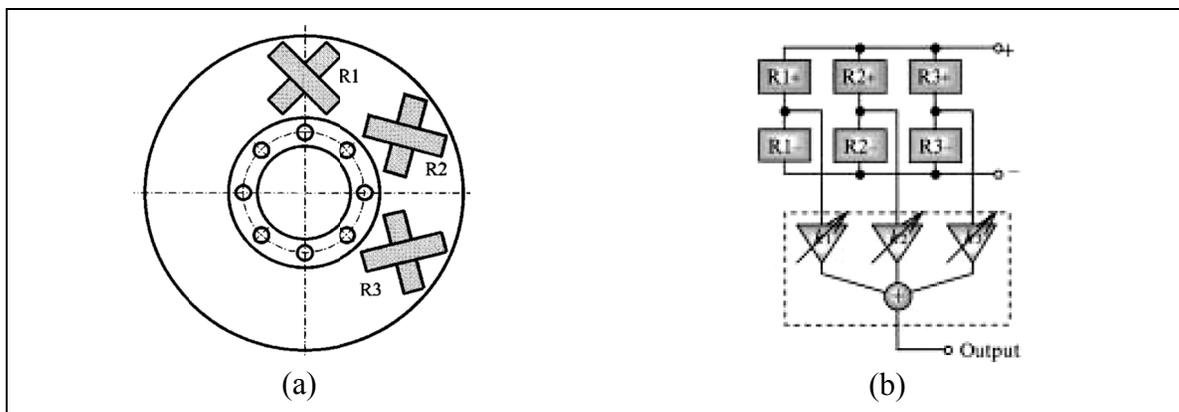


Figure 1.11 (a) Montage des rosettes de jauges de déformation sur la *flexspline*  
 (b) Schéma électrique du montage  
 Tirées de Godler, Ninomiya et Horiuchi (2001) et Godler *et al.*(2001)

### 1.3 Contrôleurs pour joints flexibles

La flexibilité d'un joint robotique peut provenir de diverses composantes mécaniques, tels les réducteurs harmoniques et les transmissions à câble ou à courroie. La flexibilité limite considérablement les performances d'un système robotisé si elle n'est pas contrôlée

adéquatement. Pour contourner les pertes de performance causée par la flexibilité, plusieurs robots sont surdimensionnés afin d'augmenter leur rigidité. Cela permet de négliger la flexibilité et d'utiliser les techniques de contrôle rigide. Par conséquent, ce surdimensionnement augmente le poids, l'encombrement et le coût de fabrication des robots (Ozgoli et Taghirad, 2006; Spong, Khorasani et Kokotovic, 1987). Ainsi, une des solutions servant à augmenter la plage d'utilisation et les performances du robot, sans le rigidifier de façon mécanique, est d'implanter un contrôleur adéquat qui tient compte des flexibilités. Le développement de ce type de contrôleur, qui incorpore la flexibilité, a vu le jour dans les années 1980. Les premiers modèles dynamiques étaient sous forme Lagrangiennes (Spong, 1990).

### **1.3.1 Linéarisation par retour d'état statique**

La linéarisation est une approche qui consiste à transformer un système non-linéaire en un système linéaire équivalent, mais simplifié. Une fois le système linéarisé, il est possible d'appliquer les techniques de contrôles linéaires conventionnelles. Dans Spong *et al.* (2006) un bouclage de linéarisation est présenté utilisant un modèle non linéaire statique (par opposition à dynamique). Certaines hypothèses sont posées dans le but de simplifier. Ces hypothèses restreignent l'application de cette technique pour certaines classes de robot, dont ceux avec un réducteur de grand ratio, comme le robot SCOMPI. Ce modèle est spécialement adapté pour les joints à forte flexibilité, car la rigidité des joints est prise en compte dans le modèle (Tsang, 1993). Par ailleurs, la trajectoire désirée doit être dérivable au moins quatre fois. Par le fait même, cette approche n'est valable que si la mesure de l'accélération et du jerk des membrures sont disponibles pour la rétroaction. Malheureusement, mesurer directement ces variables peut être coûteux et compliqué. Il est possible de calculer ces variables par des approximations numériques combinées à des équations du système, mais la précision des valeurs physiques et un niveau de bruit acceptable sont cruciaux. Il est aussi possible de concevoir un observateur non linéaire (Spong, 1987). La précision de l'estimation est alors grandement affectée par les incertitudes du modèle par rapport au système réel.

### 1.3.2 Linéarisation par retour d'état dynamique

La linéarisation par retour d'état dynamique est similaire à la linéarisation par retour d'état statique mais sans les hypothèses simplificatrices (De Luca, 1988). Le calcul de l'énergie dynamique tient compte de tous les mouvements et non pas uniquement de ceux du moteur. Cependant, comme pour la linéarisation par retour d'état statique, la mesure de l'accélération et du jerk des membrures sont nécessaires pour la rétroaction, ce qui engendre les mêmes complications énoncées à la section 1.3.1.

### 1.3.3 Technique des perturbations singulières

La technique des perturbations singulières est une méthode de contrôle abondamment répandue dans la littérature (Ozgoli et Taghirad, 2006; Spong, Khorasani et Kokotovic, 1987; Wilson et Irwin, 1993). Contrairement à la linéarisation par retour d'état, cette technique est une approximation, donc tout dépendamment du cas, l'erreur peut être négligeable ou considérable. La technique des perturbations singulières consiste à séparer le système en une partie évoluant lentement et une autre évoluant rapidement. La partie lente a une loi de commande de type rigide qui ne tient pas compte de la flexibilité du robot. La partie rapide, qui tient compte de la flexibilité, est stabilisée par une loi de commande par retour d'état linéaire. Ainsi, la combinaison de ces deux parties permet d'avoir un système stable sous certaines conditions. Cette technique nécessite la connaissance de la position et de la vitesse du moteur et de la membrure, toutes des informations facilement mesurables.

### 1.3.4 Commande prédictive

La commande prédictive (*feed-forward*) consiste à utiliser le modèle dynamique pour précalculer le couple nécessaire au suivi de la trajectoire. À cela s'ajoute une boucle de rétroaction pour compenser les perturbations et les erreurs de modélisation, qui sont toujours présentes dans un système réel. Pour calculer la commande prédictive, la trajectoire désirée doit être dérivable au moins quatre fois (De Luca, 2000). Contrairement à la linéarisation par

retour d'état, qui nécessite aussi une trajectoire dérivable quatre fois, la mesure de l'accélération et du jerk ne sont pas nécessaires pour la rétroaction. Cela représente un avantage important de cette approche. Un autre avantage de la commande prédictive est que l'effort de calcul en temps réel peut être minimisé si le couple est calculé hors ligne. De plus, même si le couple est calculé en temps réel, la période d'échantillonnage pour le calcul peut être plus grande, tout en demeurant stable. À l'inverse, la linéarisation par retour d'état doit avoir un temps d'échantillonnage court, puisque le modèle est inclus dans la boucle de rétroaction (Moberg, 2007).

## CHAPITRE 2

### PRÉSENTATION ET CARACTÉRISATION DU BANC D'ESSAI

Ce chapitre présente l'ensemble du banc d'essai et ses composantes maîtresses.

#### 2.1 Montage

Le banc d'essai utilisé au laboratoire de l'IREQ est présenté à la Figure 2.1. Le banc est principalement constitué d'une articulation instrumentée (fixée à une table rigide), d'une membrure et de masses amovibles.

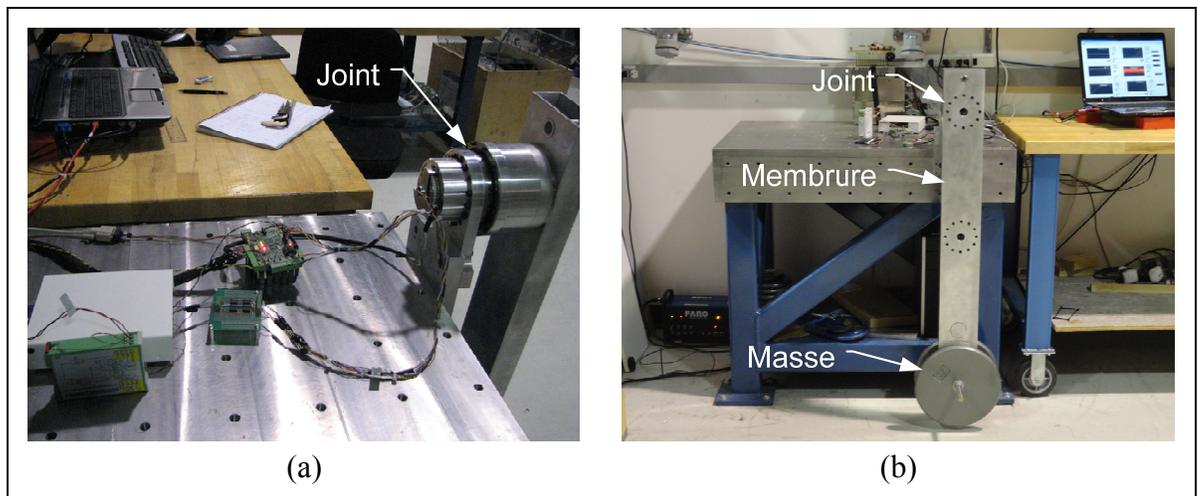


Figure 2.1 Banc d'essai

Le paragraphe qui suit présente le fonctionnement du banc d'essai et l'interaction des composantes entre elles. La numérotation utilisée réfère aux composantes de la Figure 2.2, de la Figure 2.3 et du Tableau 2.1. La Figure 2.2 illustre le montage dans son ensemble avec le système de contrôle. La Figure 2.3 est un schéma de l'articulation robotique. Le Tableau 2.1 regroupe toutes les composantes mécaniques, électriques et électroniques du banc d'essai avec leurs spécifications sommaires. Ce tableau comporte aussi les spécifications de l'appareil de poursuite laser (*laser tracker*) qui est utilisé comme outil de mesure.



Tel que montré dans le schéma du montage, à la Figure 2.2, le modèle de contrôle est d'abord développé sur Simulink (MATLAB), avec l'ordinateur de développement (7). Le modèle de contrôle est compilé en C et transféré à l'ordinateur cible temps réel (5), qui utilise NI VeriStand comme système d'exploitation. La carte d'acquisition (8), qui est connectée à l'ordinateur cible temps réel (5), reçoit en entrée les mesures en quadrature de phase des capteurs de position du moteur (3) et de la membrure (4). Elle reçoit aussi la mesure analogique des jauges de déformation (10) via le transducteur (11). En retour, la carte d'acquisition (8) envoie une commande de couple sous forme de signal analogique au convertisseur de puissance Elmo (9). Le convertisseur de puissance (9), en fonction de la commande reçue et de la position réelle du moteur, assure la commutation du courant dans les enroulements statoriques du moteur synchrone à aimants permanents (2). Après une expérimentation, les données sont transférées de l'ordinateur cible temps réel (5) vers l'ordinateur de développement (7), pour effectuer le post-traitement des données.

Pour tous les essais, la membrure utilisée est un tube rectangulaire en aluminium d'une longueur de 1 m. La rigidité équivalente en rotation est de  $480 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$ , lorsque la force est appliquée à 0,9 m du centre de rotation. Pour cette même force appliquée, la rigidité équivalente en rotation du support de l'articulation est de  $340 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$ . La rigidité équivalente de la membrure et du support est donc de  $200 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$ .

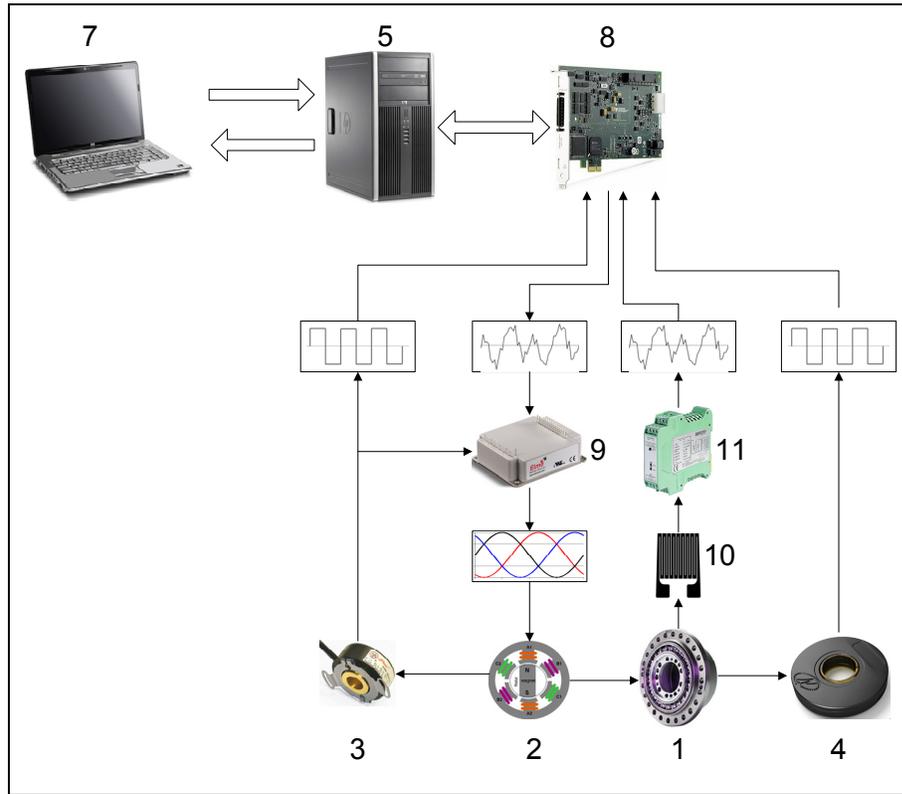


Figure 2.2 Schéma du montage

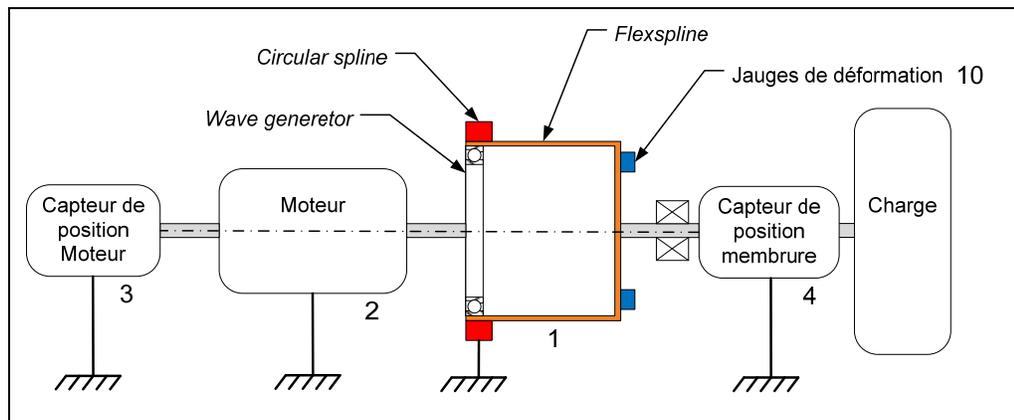


Figure 2.3 Schéma du banc d'essai

Tableau 2.1 Composantes du banc d'essai

#	Composante	Modèle	Caractéristique
1	Réducteur	Harmonique Drive Technology CSG - 32 - 160	Couple nominal : 178 N·m Couple maximal : 892 N·m
2	Moteur synchrone à aimants permanents	Bayside Motion K0890759Y	Couple nominal : 1,96 N·m Couple maximal : 5,88 N·m Constante de couple $k_t$ : 0,29 N·m/A Nombre de pôles : 12
3	Capteur de position moteur	Quantum Devices QD200-05/05-5000-0- 01-T9-01	Capteur optique incrémental Résolution : 314 $\mu$ rad Précision : 290 $\mu$ rad Sortie : Quadrature AqB
4	Capteur de position membrane	Netzer DS-58[20]-32	Capteur absolu sin-cos Résolution : 24 $\mu$ rad Précision : 297 $\mu$ rad Sortie : Quadrature AqB
5	Ordinateur cible temps réel	HP Compaq 6000 Pro Microtower PC	CPU : Intel Core2 Duo E53000 2,6 GHz
6	OS temps réel	NI VeriStand 2010	Fréquence maximale : 10 kHz
7	Ordinateur hors ligne	HP Pavilion	Logiciel : - Matlab 2010a - NI VeriStand 2010
8	Carte d'acquisition	National Instruments NI PCIe-6321	Compteur : 100 MHz Entrées et sorties analogiques : 16 bits @ 250 ks/s et 900 ks/s
9	Convertisseur de puissance pour moteur	Elmo WHI-10/100	Courant nominal : 10 A Courant maximal : 20 A (3 sec.) Tension nominale : 85 V
10	Jauge de déformation	Vishay CEA-06-062WT-350	Résistance : 350 $\Omega$ Facteur de jauge : 2,16 Collé avec : M-Bond EA-10
11	Transducteur à jauge de déformation	Dataforth DSCA38-12	Sensitivité : 2 mV/V Sortie : 0-10 V Bande passante : 3 kHz
12	Appareil de poursuite laser	Faro Laser tracker ION	Résolution : 0,5 $\mu$ m Précision distance : 16 $\mu$ m + 0,8 $\mu$ m/m Précision angulaire : 20 $\mu$ m + 5 $\mu$ m/m Fréquence d'acquisition : 340 Hz

## 2.2 Amélioration de la précision du capteur de position de la membrure

Selon la caractérisation fournie par le fabricant, le capteur de position de la membrure (Netzer) a une précision de  $296 \mu\text{rad}$ , voir la Figure 2.4. L'imprécision du Netzer est fonction de sa position angulaire. Dans le but d'avoir un contrôle adéquat, l'augmentation de la précision du capteur est une nécessité. Étant donné que la résolution est de  $24 \mu\text{rad}$ , un gain est possible.

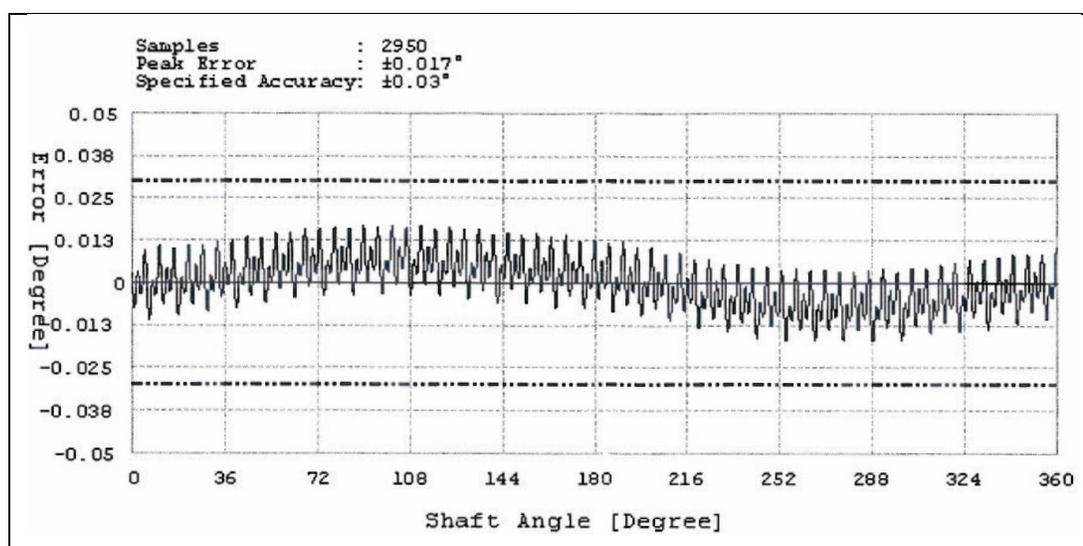


Figure 2.4 Fiche caractéristique du Netzer fournie par le fabricant

### 2.2.1 Outil de mesure pour caractériser le capteur de position

L'outil de mesure le plus précis, disponible à l'IREQ, est un appareil de poursuite laser (Faro). L'appareil de poursuite laser donne avec précision la position spatiale d'une sphère réfléchissante (SMR). La SMR est positionnée sur la membrure à  $0,9 \text{ m}$  du centre de rotation de l'articulation (Figure 2.5a). Par la suite, il est possible de convertir les positions spatiales du SMR en position angulaire. Pour ce faire, les mesures sont rapportées dans un repère XY et un algorithme programmé permet de trouver le centre du cercle et son rayon (Taubin, 1991). Finalement, par simple trigonométrie, la position angulaire est calculée.

En plus de mesurer l'erreur du Netzer, il peut aussi servir à mesurer l'erreur cinématique du réducteur harmonique. La Figure 2.6 schématise l'ensemble des erreurs du système et les mesures disponibles.

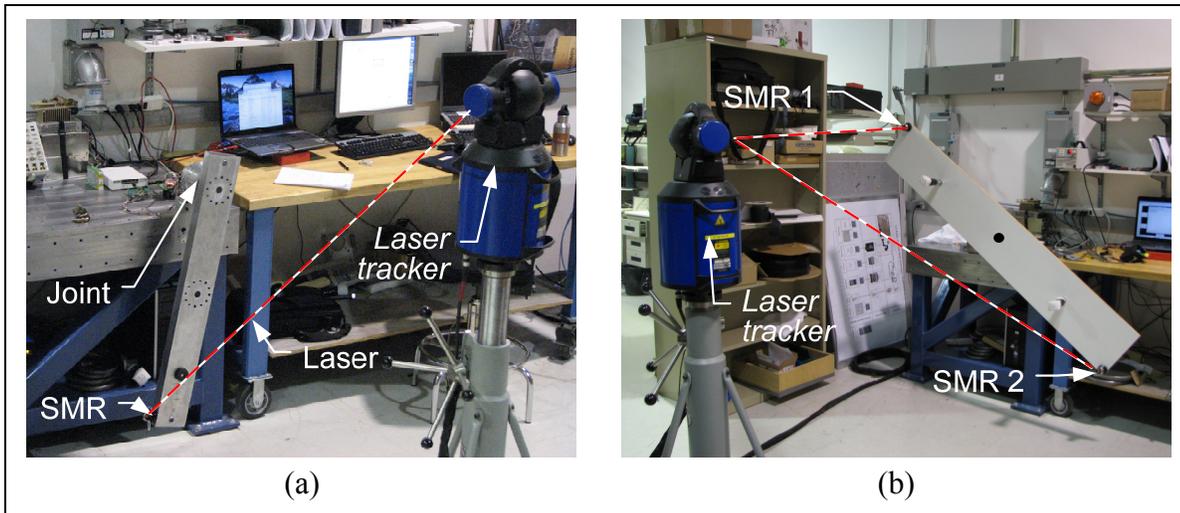


Figure 2.5 Montage de l'appareil de poursuite laser pour caractériser les erreurs  
(a) Version asymétrique (b) Version symétrique

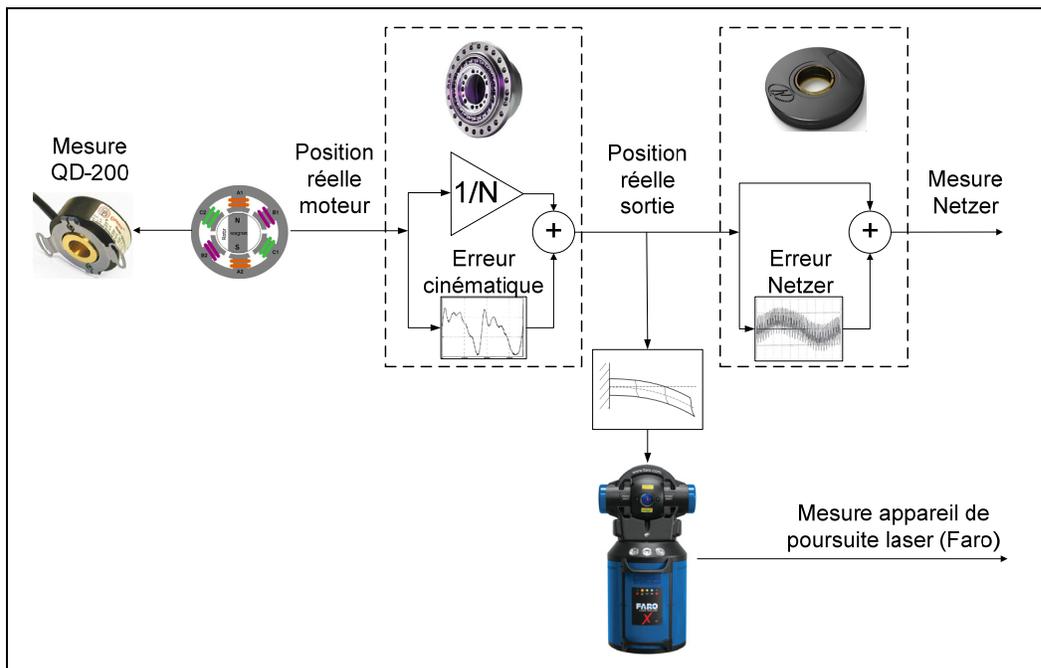


Figure 2.6 Schéma des erreurs cinématiques dans l'articulation et les mesures disponibles

### 2.2.1.1 Précision

La précision de l'appareil de poursuite laser est en fonction de la distance et du champ de mesure. Pour le type de mesure effectuée, dans cette étude, l'erreur du Faro est de 20  $\mu\text{m}$ . Considérant que la SMR est située à 0,9 m du centre de rotation, la précision angulaire équivalente est de 22  $\mu\text{rad}$ .

Dans le but de valider la méthode de mesure, deux essais comparatifs ont été effectués. Pour les deux essais, la position initiale de la membrure était identique, soit en position verticale. De même, la trajectoire de la membrure était identique, soit trois tours complets dans le sens antihoraire. Lors du premier essai, la SMR était positionnée en haut de la membrure symétrique (Figure 2.5b). Quant au deuxième essai, la SMR était positionnée en bas de la membrure symétrique. La différence entre la mesure Faro et la trajectoire théorique a été évaluée et comparée. Une légère fluctuation de 25  $\mu\text{rad}$  à basse fréquence a été observée. Afin de déterminer la source de cette fluctuation, des transformations (déphasage ou inversion) ont été réalisées sur une des courbes. La meilleure similarité entre les courbes des deux essais (Figure 2.7a) est observée lorsque les courbes sont déphasées de  $180^\circ$  l'une par rapport à l'autre. Puisque la ressemblance n'existe qu'en déphasant les courbes, cela implique que l'erreur est attribuable à l'instrument de mesure (Faro). Dans le cas contraire, si l'erreur était due à la flexion de la membrure, la ressemblance des courbes aurait aussi été visible lors de l'inversion d'une d'entre elles. Par ailleurs, si l'erreur était attribuable à un défaut dans le réducteur harmonique, la ressemblance entre les deux courbes aurait été visible sans aucune transformation. Ainsi, la légère fluctuation à basse fréquence de 25  $\mu\text{rad}$  est causée par une erreur de mesure du Faro. Puisque l'erreur est reproductible, il est possible de la corriger. L'erreur du Faro est déterminée en effectuant une moyenne glissante de la différence entre la mesure Faro et la trajectoire théorique (Figure 2.7b).

En outre, si le centre du cercle calculé n'est pas au bon endroit, par exemple, décentré de 20  $\mu\text{m}$ , l'erreur angulaire occasionnée sera de 22  $\mu\text{rad}$ . Cependant, puisque le centre du

cercle est calculé en établissant la moyenne de milliers de points, cette erreur peut donc être négligée.

Finalement, malgré un ajustement de la mesure, la précision globale du système sera considérée à  $25 \mu\text{rad}$ .

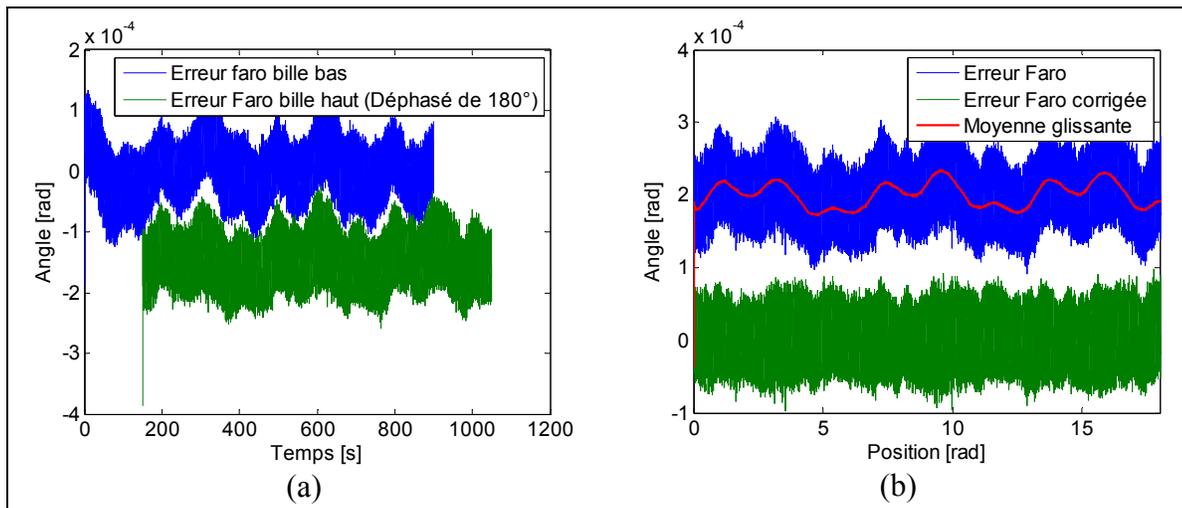


Figure 2.7 (a) Différence entre la mesure Faro et la position théorique pour trois tours à 0,2 RPM (b) Moyenne glissante de la différence entre la mesure Faro et la position théorique ainsi que la mesure corrigée

### 2.2.1.2 Erreur temporelle

L'appareil de poursuite laser et l'ordinateur cible temps réel utilisent leur propre système d'acquisition. La base de temps de ces deux systèmes n'est pas la même. L'horloge du Faro est plus lente d'environ 0,0065 %. Cette erreur se calcule en faisant le quotient de la pente du capteur de position (Netzer) et de la pente de l'appareil de poursuite laser. La pente se calcule en effectuant une régression linéaire de la trajectoire mesurée. Cependant, l'erreur doit être calculée pour chaque essai, car l'erreur d'horloge peut varier de 5 % d'un essai à l'autre. L'erreur moyenne de 0,0065 % a été observée sur une période de dix jours.

### 2.2.2 Erreur du Netzer

L'erreur du Netzer se mesure en effectuant la différence entre la mesure angulaire obtenue avec l'appareil de poursuite laser et la mesure obtenue avec le Netzer. L'erreur obtenue est 60 % supérieure à celle fournie par le fabricant, mais l'allure générale de l'erreur est similaire (Figure 2.8). Cette erreur additionnelle est probablement occasionnée par une minime erreur de montage, car d'une installation à l'autre, l'amplitude de l'erreur varie. Une FFT permet de confirmer que l'erreur est cyclique et fonction de la position angulaire du capteur, voir Figure 2.9. La somme de huit fonctions sinusoïdales permet de modéliser cette erreur (ANNEXE I). Ainsi, l'erreur est soustraite du signal mesuré en temps réel, pour accroître la précision du capteur. La limite de précision est relative au système de mesure utilisé, soit l'appareil de poursuite laser ou la résolution du Netzer. Donc, la précision, initialement de 400  $\mu\text{rad}$ , est maintenant de 50  $\mu\text{rad}$ . Par contre, pour des essais à vitesse plus élevée (0,8 rad/s), l'erreur est de 100  $\mu\text{rad}$ . Un essai à 0,08 rad/s, présenté à la Figure 2.10, illustre la différence avec et sans la correction du Netzer.

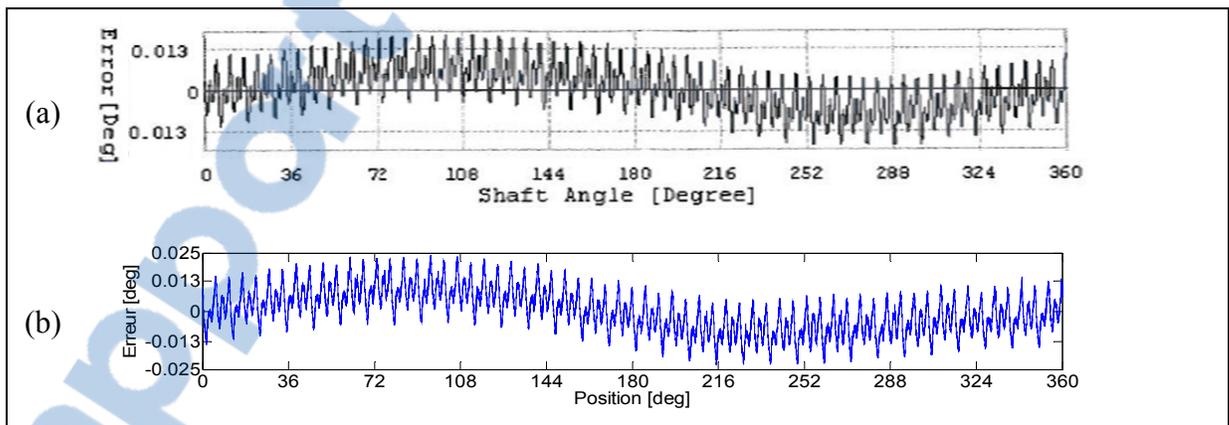


Figure 2.8 Erreur du Netzer (a) Selon les essais du fabricant (b) Obtenue avec la mesure de l'appareil de poursuite laser

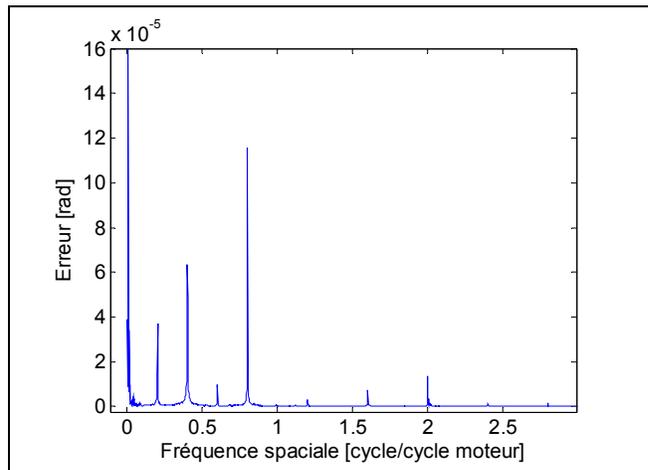


Figure 2.9 FFT de l'erreur mesuré du Netzer

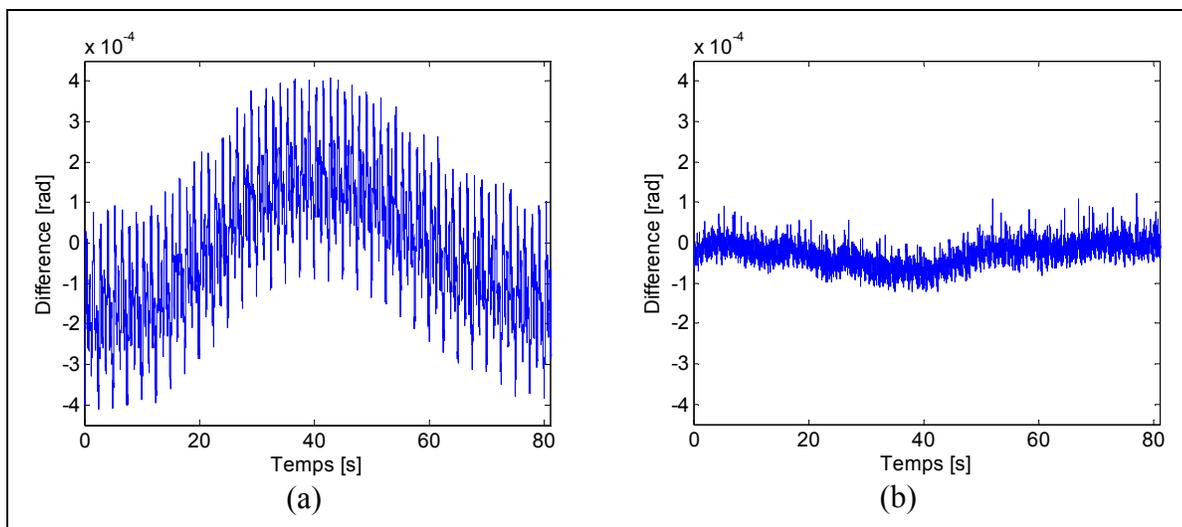


Figure 2.10 Différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et le Netzer pour une rotation complète du Netzer à 0,08 rad/s (a) Sans correction (b) Avec correction

Malgré la correction de cette erreur cyclique, le Netzer présente un autre type d'erreur. Cette fois-ci, l'erreur est non linéaire et se comporte comme un jeu mécanique, c'est-à-dire qu'à chaque changement de direction, la mesure fait un saut d'environ  $300 \mu\text{rad}$ . Un essai, dont la trajectoire est présentée à la Figure 2.11, illustre ce phénomène. La Figure 2.12a, qui présente la différence entre la mesure du Netzer corrigée et l'appareil de poursuite laser, montre clairement le saut d'environ  $300 \mu\text{rad}$ . Pour valider que l'erreur provient réellement du Netzer, le jeu mécanique du système a été mesuré (Figure 2.12b). Ainsi, la différence entre la

mesure de l'appareil de poursuite laser et la position du moteur, divisée par le ratio de réduction, est de  $40 \mu\text{rad}$ . Ce jeu mesuré est attribuable soit à l'effet d'hystérésis, soit à l'erreur cinématique, soit à un faible jeu mécanique ou à une combinaison de ces trois facteurs. En ce qui concerne l'erreur du Netzer, elle n'est pas corrigible, car elle est non linéaire. L'ajout d'une fonction non linéaire en fonction du sens rotation serait possible, mais ne compenserait pas les sauts brusques.

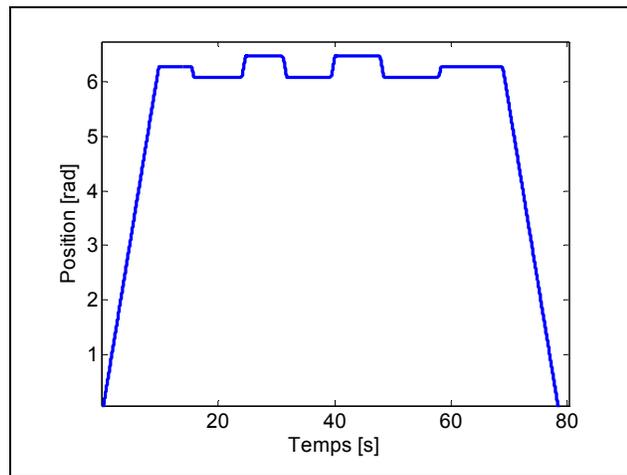


Figure 2.11 Trajectoire de la membrure

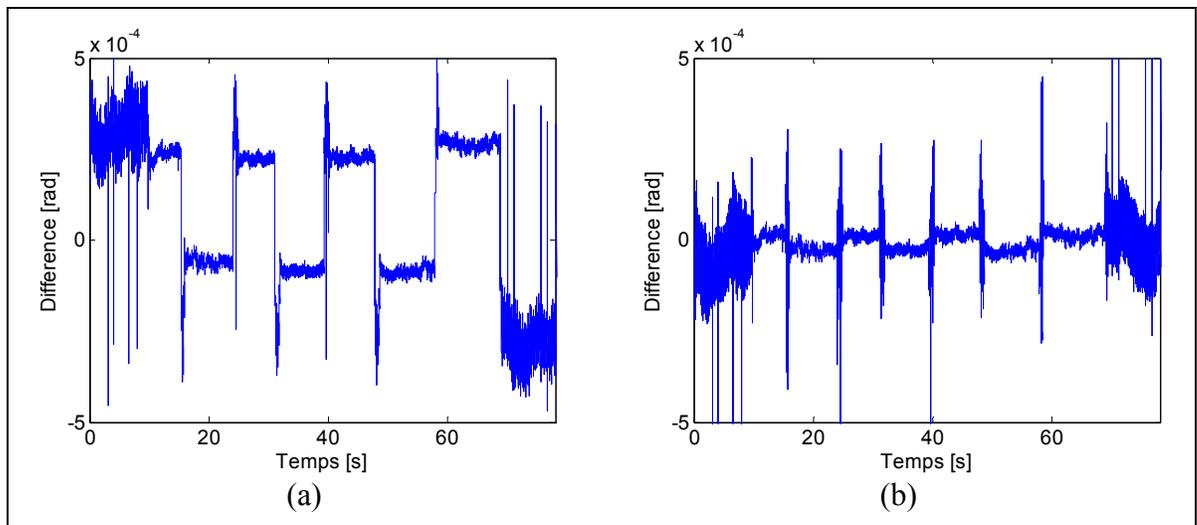


Figure 2.12 (a) Différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et de la position de la membrure corrigée (b) Différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et de la position du moteur

## 2.3 Capteur de couple

Cette section présente l'implantation d'un capteur de couple, en installant des jauges de déformation sur la composante flexible du réducteur harmonique (*flexspline*).

### 2.3.1 Montage

Comme mentionné dans la littérature, il existe différents types de montage pour les jauges de déformation. La méthode à quatre rosettes positionnées à  $90^\circ$  a été retenue, car ce montage est moins sensible au bruit (Figure 2.13).

Les rosettes de jauges utilisées sont des 062WT de  $350 \Omega$ . Elles sont composées de deux jauges superposées (croisées à  $90^\circ$ ). Les  $350 \Omega$  sont préférables aux  $120 \Omega$ , car elles chauffent moins, offrant ainsi une meilleure stabilité thermique. Les rosettes ont été collées avec la colle M-Bond EA-10, car elle n'a pas besoin d'être chauffée pour réagir et ne colle pas de façon instantanée.

Les rosettes ont été positionnées avec précision selon une méthode inspirée de Taghirad et Bélanger (1998b) (ANNEXE IV). Après inspection, avec un appareil de mesure dont la précision est de  $20 \mu\text{m}$ , l'erreur maximale de positionnement des rosettes est de  $60 \mu\text{m}$ .

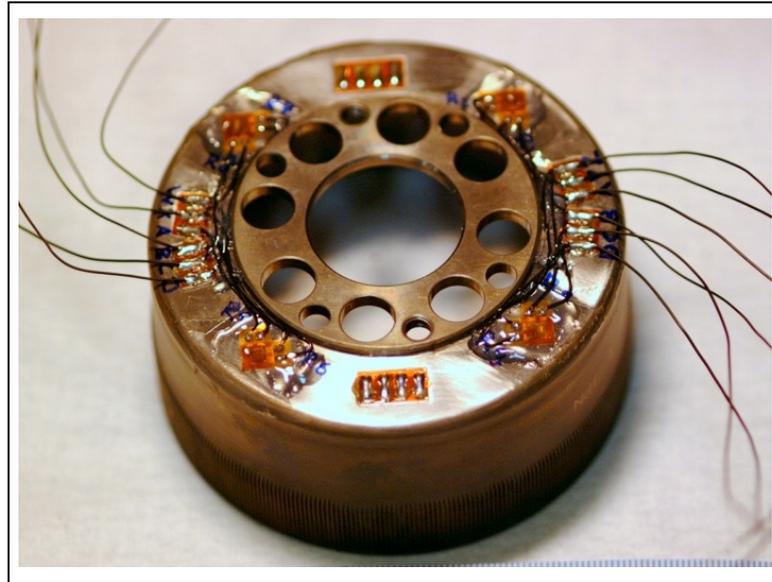


Figure 2.13 Montage des quatre rosettes de jauges de déformation sur la *flexspline*

### 2.3.2 Fluctuation de la mesure

Malgré le positionnement précis des rosettes, une fluctuation de la mesure est présente. L'erreur est mesurée lorsque le moteur tourne à vitesse constante sans charge. Normalement, la mesure de déformation devrait être nulle, hormis une valeur négligeable qui est due au couple de frottement du roulement. Or, une fluctuation de l'ordre de 15 N·m d'amplitude est présente, selon la constance du capteur de couple  $k_c$  déterminée à la section suivante 2.3.3. Une des sources possibles de cette erreur est la superposition des jauges, voir la Figure 2.14a. Les jauges du dessus se déforment de 8 % à 13 % plus que celles positionnées directement sur la surface. Les jauges se déformant plus déséquilibrent le pont de Wheatstone, ce qui contribue à la fluctuation. Une solution serait d'utiliser des jauges juxtaposées, voir la Figure 2.14b.

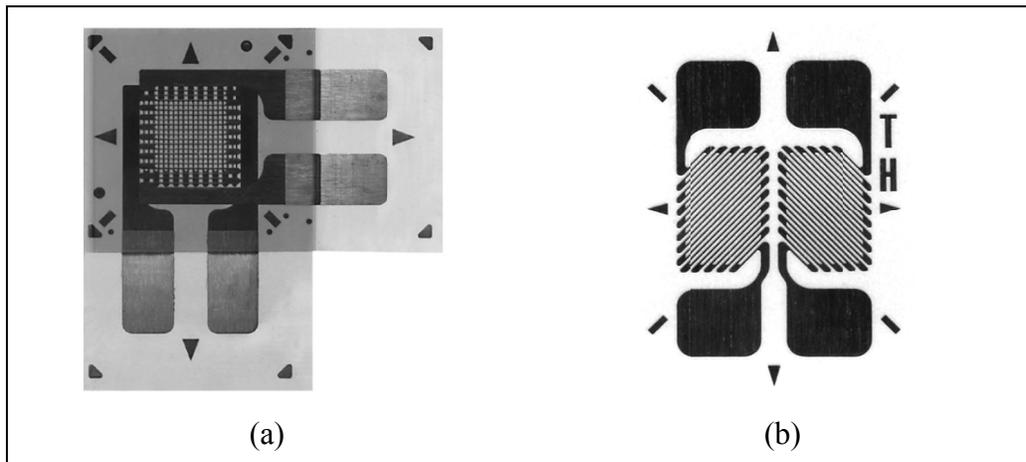


Figure 2.14 Rosette constituée de deux jauges de déformation croisées à  $90^\circ$  (a) Superposées (062WT) (b) Juxtaposées (062TH)  
Tirées de Vishay

L'erreur de  $15 \text{ N}\cdot\text{m}$  représente  $8\%$  du couple nominal et  $1,5\%$  du couple maximal. La littérature ne spécifie toutefois pas quel couple est utilisé pour quantifier la fluctuation. En considérant le couple maximal, la fluctuation mesurée est sensiblement la même que celle véhiculée dans la littérature. Il va de même pour la fréquence principale de fluctuation, qui est quatre fois plus rapide que la fréquence de rotation relative du *wave generator*, par rapport à la *flexspline*, comme mentionnée dans la littérature (Figure 2.15a).

Il faut noter que l'utilisation de deux rosettes, plutôt que quatre rosettes, ajoute une erreur supplémentaire. En plus de la fluctuation de  $15 \text{ N}\cdot\text{m}$  à haute fréquence, une autre erreur s'ajoute de  $8 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Cette erreur est à basse fréquence, soit à la fréquence de rotation de la *flexspline*. Ainsi, c'est pour cette raison que quatre rosettes ont été utilisées.

Il est répandu dans la littérature d'utiliser un filtre de Kalman pour compenser la fluctuation de la mesure. À titre expérimental, une autre approche a été étudiée. Puisque la fluctuation est cyclique et en fonction de la position du *wave generator*, il est donc possible de compenser cette erreur en temps réel, comme il a été fait pour le Netzer. Une sommation de huit fonctions sinusoïdales permet de modéliser la fluctuation mesurée (ANNEXE II). Ainsi, l'erreur est soustraite au signal mesuré en temps réel et filtré, par la suite, avec un filtre

passse-bas de premier ordre. L'erreur est diminuée, pour atteindre 2 N·m, telle qu'illustrée à la Figure 2.15b.

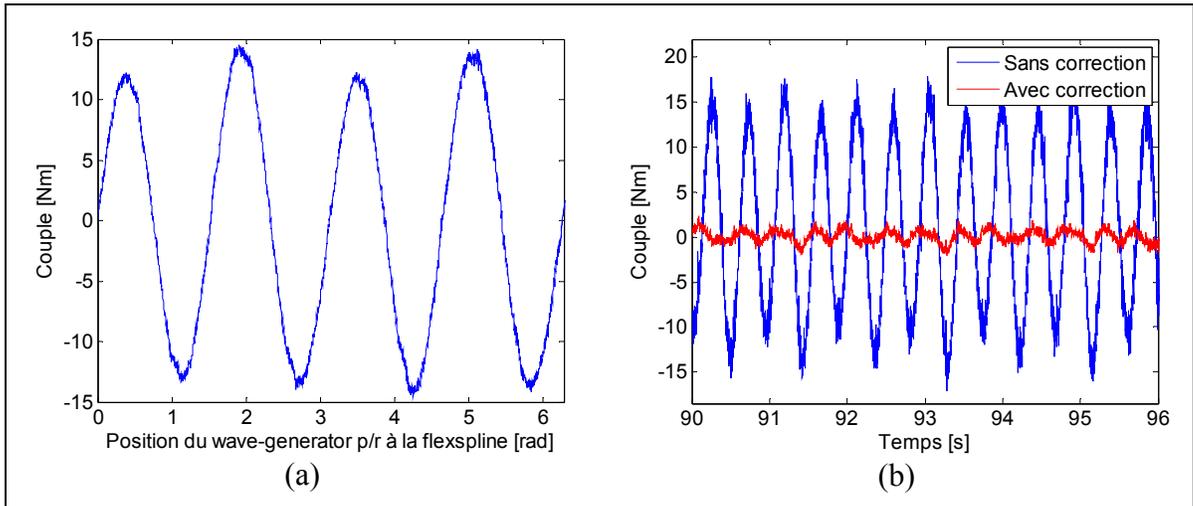


Figure 2.15 Erreur de mesure du couple par les jauges de déformation (a) Erreur en fonction de la position relative du *wave generator* par rapport à la *flexspline* (b) Erreur en fonction du temps avec et sans correction

### 2.3.3 Constante de couple $k_c$

La constante de couple  $k_c$  a été calculée de deux façons. D'une part, la tension au pont de Wheatstone a été mesurée pour différents couples appliqués. Une régression linéaire a permis de déterminer une constante de couple de 116 N·m/V, avec une exactitude de 1 % (Figure 2.17). D'autre part, un autre essai a été réalisé, afin de valider la constante du capteur de couple sur une révolution complète. Ainsi, une masse connue a été fixée à l'extrémité de la membrure, lors d'un tour complet de l'articulation. En effectuant un ajustement de courbe avec une fonction sinusoïdale, la constante de couple déterminée était aussi de 116 N·m/V, avec une exactitude de 1 %. La valeur de 116 N·m/V sera donc utilisée.

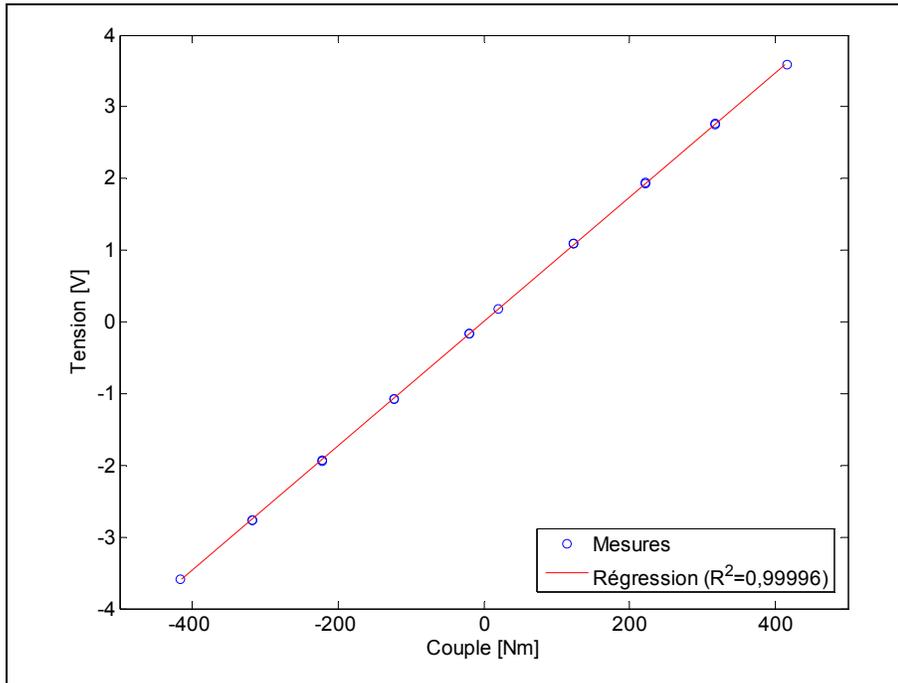


Figure 2.16 Résultats de la calibration du capteur de couple

#### 2.4 Caractérisation de la constance de couple du moteur $k_t$

La constante de couple du moteur synchrone à aimants permanents  $k_t$ , fournie par le fabricant, est de 0,29 N·m/A. Suite à des essais statiques, la constante de couple moyenne mesurée est plutôt de 0,26 N·m/A. La Figure 2.17 illustre les  $k_t$  mesurées en fonction de la commande de courant appliquée  $I$ . Le calcul de  $k_t$  se fait avec l'équation ci-dessous :

$$k_t = \frac{T}{I} \quad (2.1)$$

où  $T$  est le couple mesuré avec le capteur de couple.

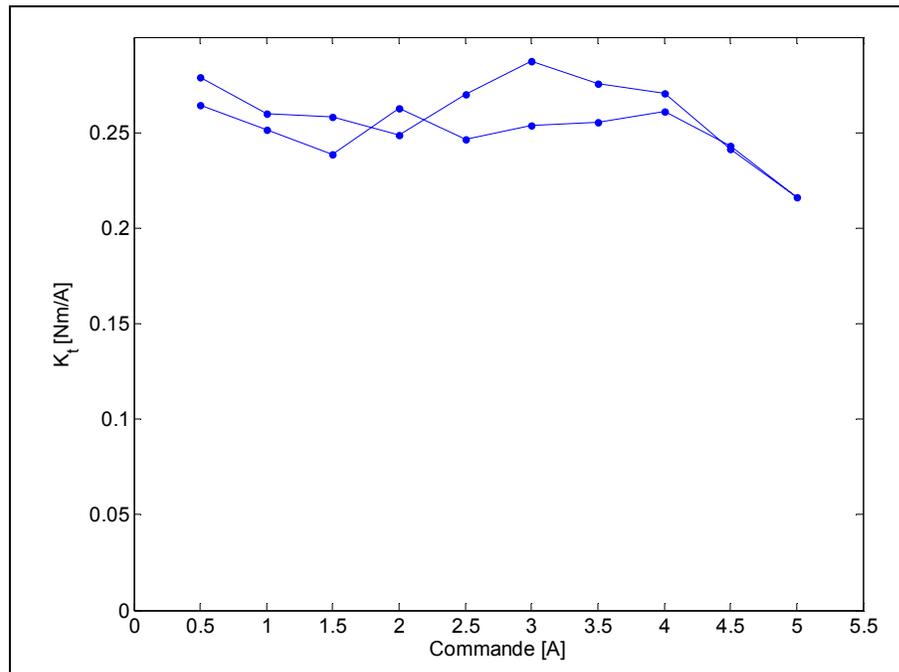


Figure 2.17 Constantes de couple  $k_t$  du moteur mesurées

## 2.5 Caractérisation du réducteur harmonique

Cette section porte sur la caractérisation du réducteur harmonique. La rigidité, l'effet d'hystérésis, le frottement et l'erreur cinématique sont évalués. Cette caractérisation est faite dans le but de valider les spécifications fournies par le fabricant. Connaître chacun des paramètres avec précision contribue à une représentation numérique, plus fidèle à la réalité, de l'articulation. Évidemment, une meilleure connaissance de ces paramètres améliore aussi le modèle de contrôle.

### 2.5.1 Rigidité et hystérésis

Pour mesurer la rigidité et l'effet d'hystérésis, le capteur de couple et les capteurs de positions ont été utilisés. Tout d'abord, le fabricant modélise la rigidité par trois lignes droites ayant des rigidités différentes, telle qu'illustrée à la Figure 2.18. Selon ces informations, le

phénomène de *quasi-backlash* serait présent, soit une faible rigidité pour de faibles couples. Le fabricant mentionne une valeur maximale d'hystérésis de 290  $\mu\text{rad}$ .

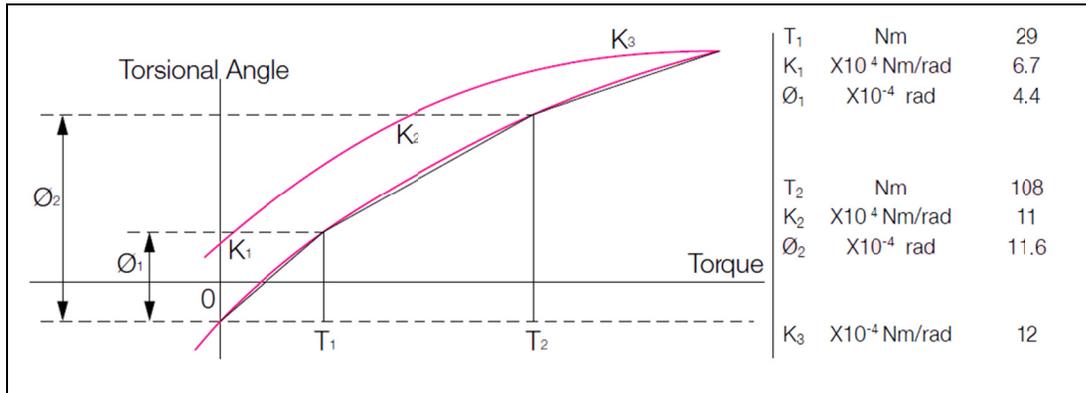


Figure 2.18 Rigidité théorique du réducteur harmonique CSG-32-160  
Tirée de Harmonic Drive Technology (2009)

Un premier essai a été réalisé en encastrant la membrure et en appliquant différents couples au moteur, suivant un profil triangulaire. Les résultats montrent que, sous ces conditions, l'effet d'hystérésis n'est pas visible et la rigidité est linéaire (Figure 2.19). En effet, le phénomène de *quasi-backlash* n'est pas visible. Toutefois, la courbe obtenue est relativement parallèle à la courbe théorique. Une régression linéaire a permis de déterminer une rigidité de 121  $\text{kN}\cdot\text{m/rad}$ . Il est aussi possible d'exprimer la rigidité sous la forme d'un polynôme impair de degré trois dont les coefficients sont les suivants : 112  $\text{kN}\cdot\text{m/rad}$  et 1,35  $\text{MN}\cdot\text{m/rad}^3$ .

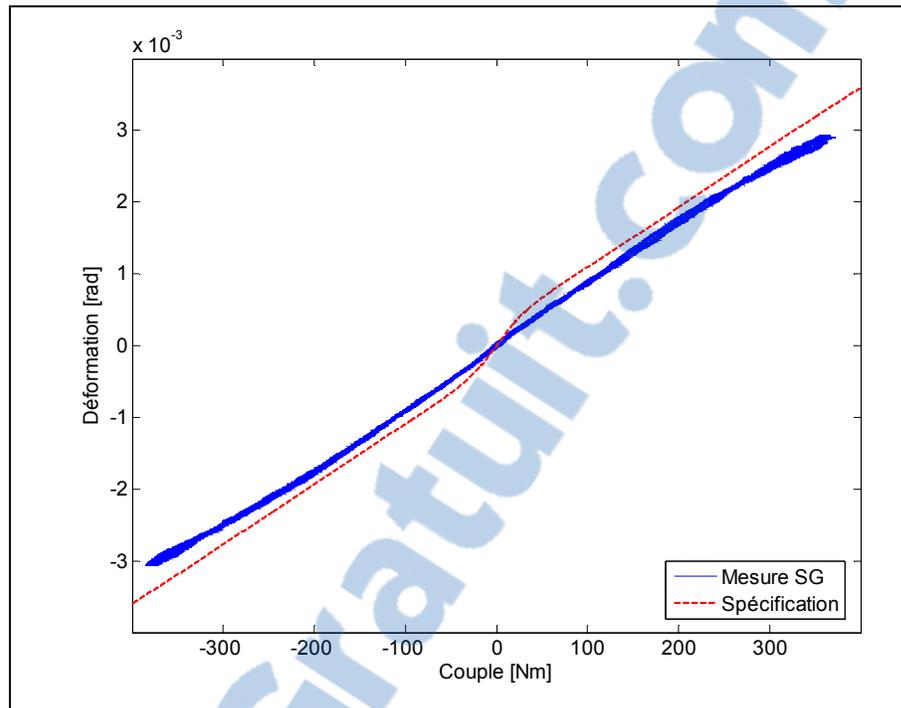


Figure 2.19 Couple mesuré par le capteur de couple en fonction de la déformation (membrane bloquée et couple appliqué au moteur)

Un autre essai a été réalisé, mais cette fois-ci, le moteur était encastré et le couple était appliqué du côté membrane. C'est sous ces conditions que le fabricant spécifie l'effet d'hystérésis de  $290 \mu\text{rad}$ . Dans le cas présent, l'effet d'hystérésis est visible, mais la rigidité est toujours linéaire. L'amplitude de l'effet d'hystérésis mesurée est similaire à la valeur spécifiée par le fabricant (Figure 2.20). Pour modéliser le comportement mesuré, le modèle de Dhaouadi, Ghorbel et Gandhi (2003), présenté à la section 1.1.8, a été utilisé, car il reproduisait adéquatement le phénomène. Les paramètres ont été optimisés pour concorder avec l'essai. Les paramètres  $\alpha$  et  $A$  valent respectivement  $55,6 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$  et  $2\,900 \text{ rad}^{-1}$ , tandis que la rigidité utilisée est linéaire et vaut  $121 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$ . Le modèle numérique reflète bien le comportement expérimental (Figure 2.21).

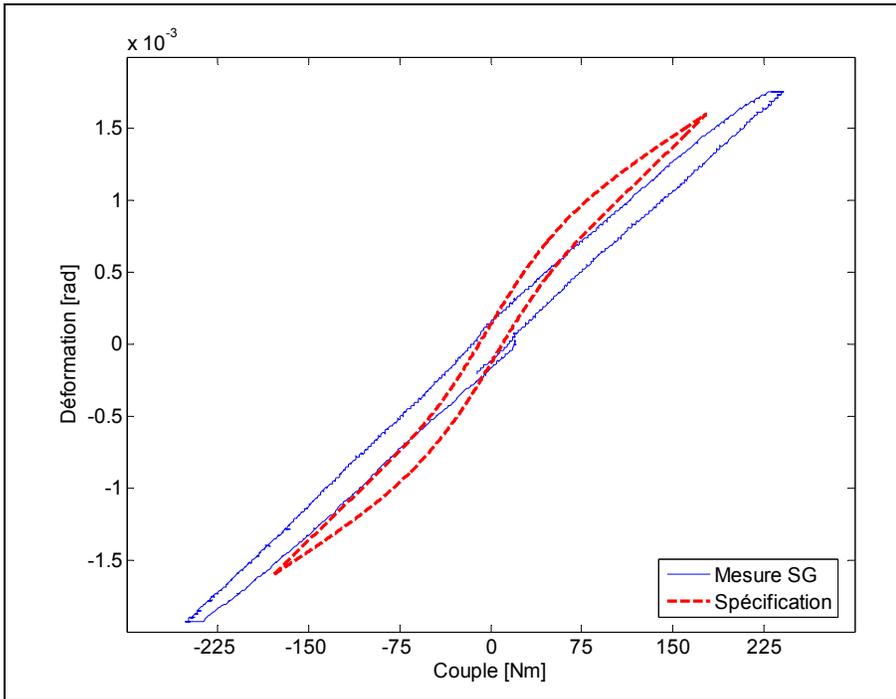


Figure 2.20 Comparaison entre les mesures expérimentales et les données du fabricant

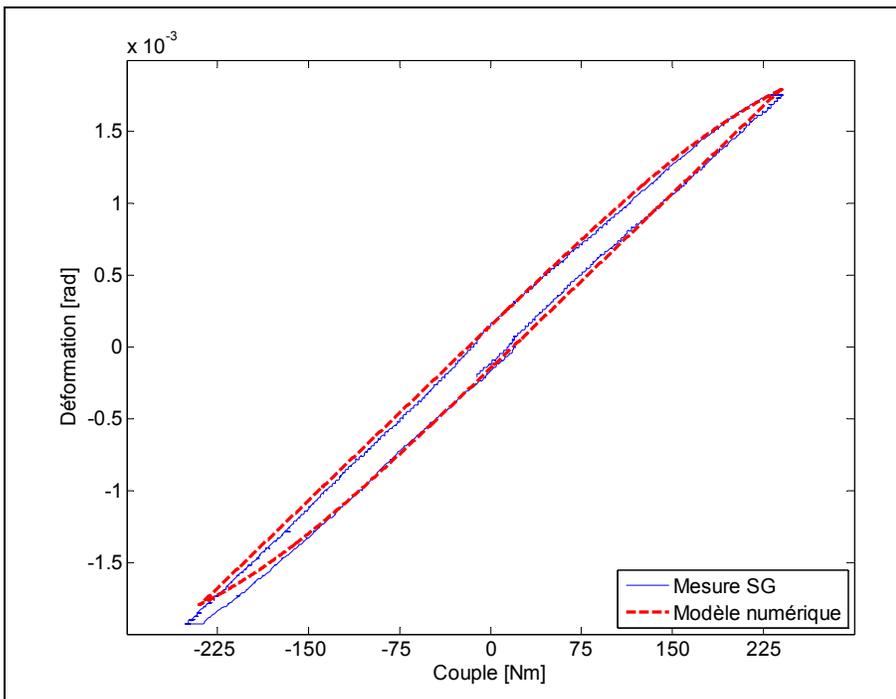


Figure 2.21 Comparaison entre les mesures expérimentales et le modèle numérique

### 2.5.2 Frottement

Pour cette étude, tous les frottements ont été combinés et traités comme un seul frottement. Cette approche facilite la caractérisation et la modélisation, et ce, sans engendrer d'erreurs. La majeure partie du frottement provient de l'interaction des engrenages du réducteur harmonique et une faible partie provient des roulements de l'articulation. Le frottement a été caractérisé en appliquant une commande de courant au moteur suivant un profil triangulaire. Ainsi, avec la vitesse de rotation et le couple appliqué au moteur, il est possible de caractériser le frottement. Il faut noter que la mesure de couple utilisée est une mesure indirecte. En effet, c'est le courant au moteur qui est mesuré en considérant que le couple est proportionnel au courant, selon la constante de couple du moteur  $k_t$ . Ainsi, la caractérisation du frottement pourrait être erronée si la constante de couple n'est pas linéaire.

L'essai de la Figure 2.22 montre que le frottement mesuré est similaire à celui fourni par le fabricant. Un frottement visqueux linéaire de  $0,0011 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$  jumelé à un frottement de Coulomb de  $0,17 \text{ N}\cdot\text{m}$  représente bien les résultats expérimentaux. L'utilisation d'une représentation plus complexe n'améliore pas la précision du modèle, car le frottement n'est pas toujours constant. En effet, le couple de frottement pour contrer l'initiation de la rotation et celui nécessaire pour arrêter la rotation ne sont pas toujours identiques. À cela s'ajoute une légère variation en fonction de la température des engrenages. Une représentation plus complexe serait formée d'une fonction cubique jumelée à un frottement de Coulomb et dont les coefficients seraient fonction du sens de rotation. Par ailleurs, l'utilisation d'une combinaison de frottements visqueux linéaire et de Coulomb représente bien les valeurs fournies par le fabricant. Ces valeurs sont  $0,0013 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$  pour le frottement visqueux linéaire et  $0,13 \text{ N}\cdot\text{m}$  pour le frottement de Coulomb.

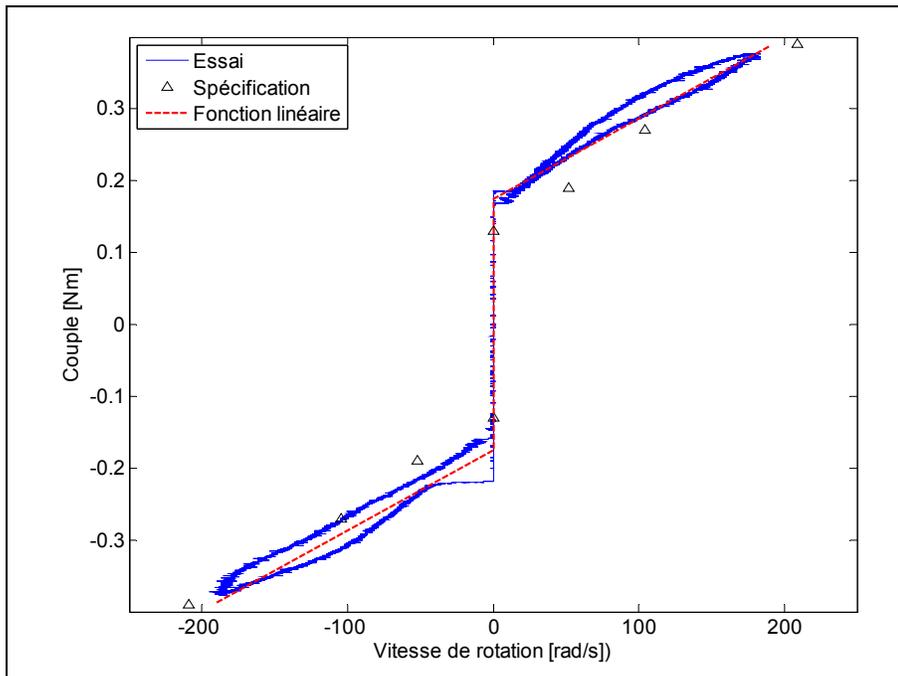


Figure 2.22 Frottement de l'articulation

### 2.5.3 Erreur cinématique

L'erreur cinématique n'est pas attribuable à une erreur de capteur. Il s'agit plutôt d'un phénomène physique intrinsèque au réducteur harmonique. Ainsi, la caractérisation de cette erreur permet d'inclure ce phénomène à l'intérieur du contrôleur et du modèle numérique. L'erreur cinématique du réducteur harmonique a été obtenue en effectuant la différence entre la mesure de l'appareil de poursuite laser et la mesure du capteur de position côté moteur. Comme mentionné dans la littérature, l'erreur est cyclique et est fonction de la position du *wave generator*. La fréquence dominante est deux fois la fréquence du *wave generator* (Figure 2.23). Selon les spécifications du manufacturier, l'amplitude de l'erreur cinématique est de 145  $\mu\text{rad}$ . Or, dans le cas étudié, l'amplitude est d'environ 70  $\mu\text{rad}$ . L'erreur cinématique mesurée peut être modélisée par une somme de quatre fonctions sinusoïdales (ANNEXE III).

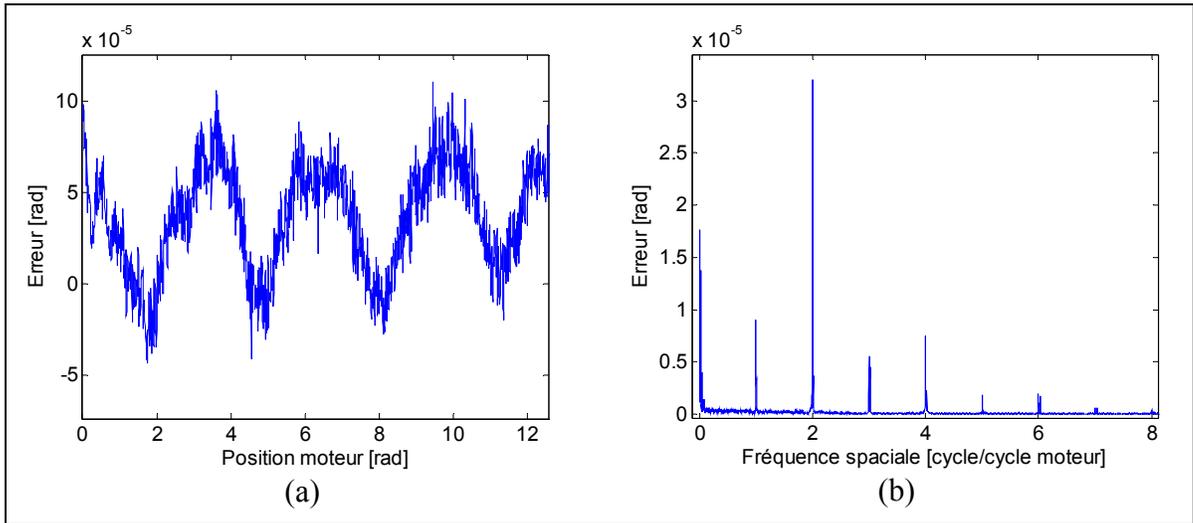


Figure 2.23 (a) Erreur cinématique en fonction de la position du *wave generator*  
(b) FFT de l'erreur cinématique

#### 2.5.4 Comportement anormal

Suite à des essais, un comportement particulier de l'articulation a été observé. Les essais consistaient à faire un tour antihoraire suivi d'un tour horaire de la membrure à vitesse constante (Figure 2.24a). D'un essai à l'autre, l'articulation a été tournée de  $90^\circ$  par rapport à la position précédente de la membrure. Ainsi, le chargement en fonction du temps est identique pour les deux essais. Une vitesse de 1,87 RPM de la membrure a été sélectionnée pour correspondre à la vitesse de résonance du système. Cette vitesse permet d'amplifier les vibrations et de mieux observer le comportement anormal. Une masse de 24,2 kg appliquée à 0,9 m du centre de rotation induisait un couple sinusoïdal d'une amplitude de 213 N·m (Figure 2.24b).

La Figure 2.25a illustre la vibration de la membrure pour l'essai A. L'amplitude de la vibration est importante lorsque le chargement est maximal, mais seulement lorsque la membrure est à  $270^\circ$  par rapport à la position de départ. De plus, les résultats montrent que la vibration est maximale lorsque la masse descend. Quant à la Figure 2.25b, elle illustre la vibration de la membrure pour l'essai B. Cette fois-ci, l'articulation a été pivotée de  $90^\circ$  par rapport à la position précédente de la membrure. Lors de cet essai, le même phénomène

observé à l'essai A est présent et se produit également lorsque la masse descend. Toutefois, les vibrations d'amplitudes importantes se retrouvent désormais à  $90^\circ$  par rapport à la position de départ.

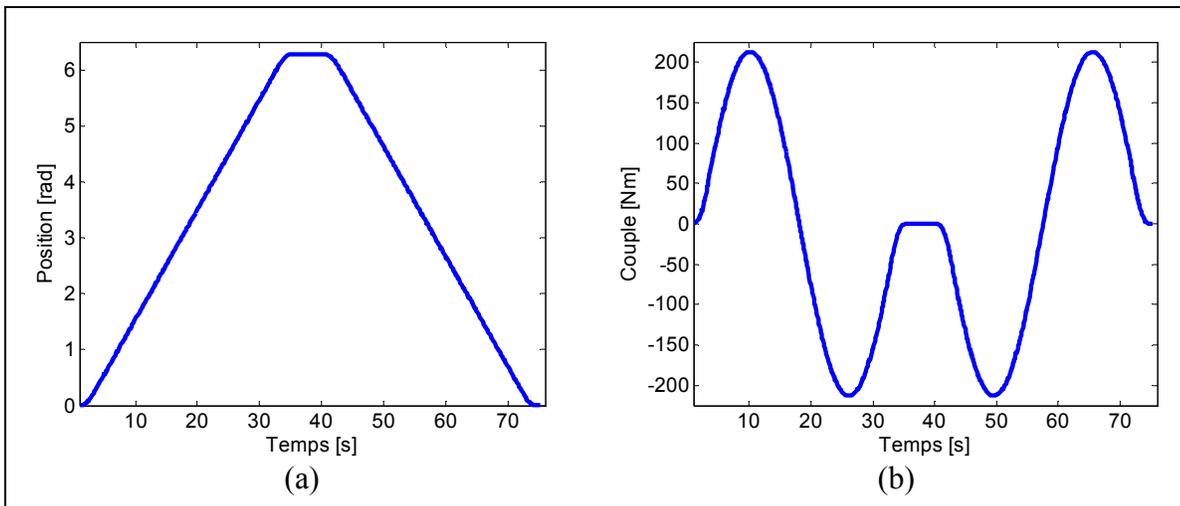


Figure 2.24 (a) Trajectoire angulaire de la membrure (b) Couple de chargement

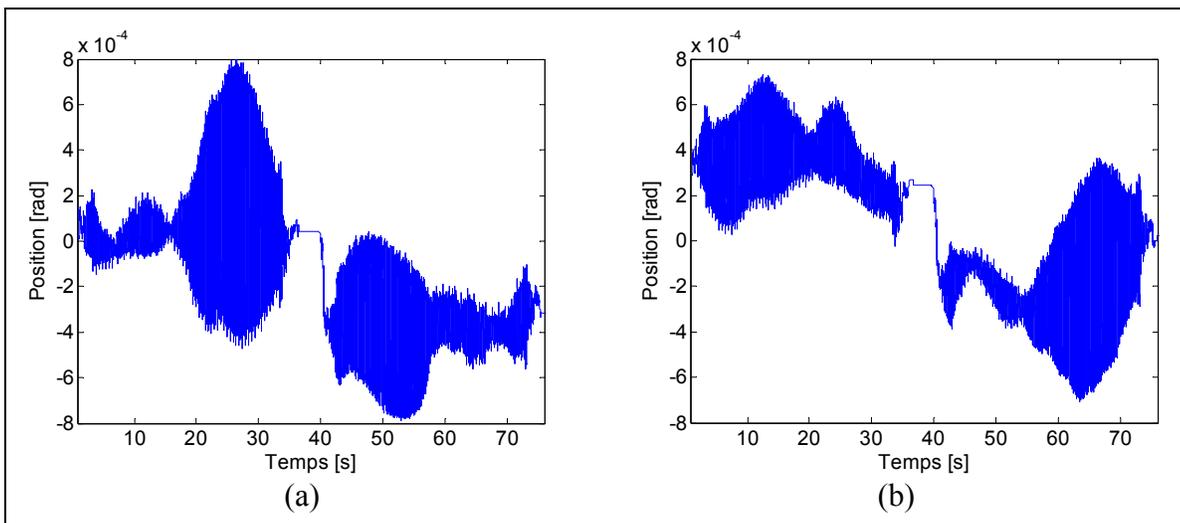


Figure 2.25 Vibration de la membrure : (a) À la position de référence (essai A) (b) Rotation de  $90^\circ$  de l'articulation par rapport à la position de référence (essai B)

Ce comportement anormal peut être attribuable à un défaut dans l'articulation, ou plus spécifiquement, dans le réducteur harmonique, car le cadran où l'amplitude est maximale

change en fonction de l'orientation de l'articulation. De plus, l'effet s'accroît en fonction du chargement, ce qui explique que cet effet n'était pas visible lors des essais à vide. Effectivement, l'erreur cinématique et le frottement étaient constants lors d'une rotation complète à vide. Par ailleurs, l'erreur cinématique ne peut pas être responsable de ce phénomène anormal puisque, contrairement à l'observation faite, la vibration aurait dû se situer là où le couple est minimum. En effet, l'amplitude de l'erreur cinématique diminue en fonction de l'augmentation du couple de chargement (Ghorbel, Gandhi et Alpetter, 2001).

Suite à cette expérience, il est difficile de caractériser pleinement ce phénomène et de tirer une conclusion juste, car les essais sont insuffisants. Afin d'obtenir plus d'information, il serait préférable d'appliquer un couple constant tout au long de la rotation de l'articulation, plutôt que de faire varier le couple de chargement de façon sinusoïdale. Ainsi, les configurations où la vibration est accentuée seraient identifiées adéquatement. De plus, avec ce type d'expérience, l'influence du chargement pourrait être quantifiée. Cette expérience contribuerait à identifier la source du problème, pour éventuellement apporter des corrections mécaniques.

Puisque le comportement anormal est probablement dû à un défaut physique de l'articulation et qu'il n'est pas modélisable, comme l'erreur cinématique, il ne peut pas être introduit dans le modèle de contrôle. Dans le cadre de cette étude, la configuration A a été utilisée pour expérimenter les contrôleurs.



## CHAPITRE 3

### MODÈLE DES CONTRÔLEURS MINIMISANT LES VIBRATIONS

Ce chapitre présente en détail les méthodes de contrôle. Les formulations mathématiques des contrôleurs sont réalisées pour un modèle à un joint flexible. Ce modèle de base inclut une non-linéarité qui est la force due à l'accélération gravitationnelle. La Figure 3.1 illustre le modèle.

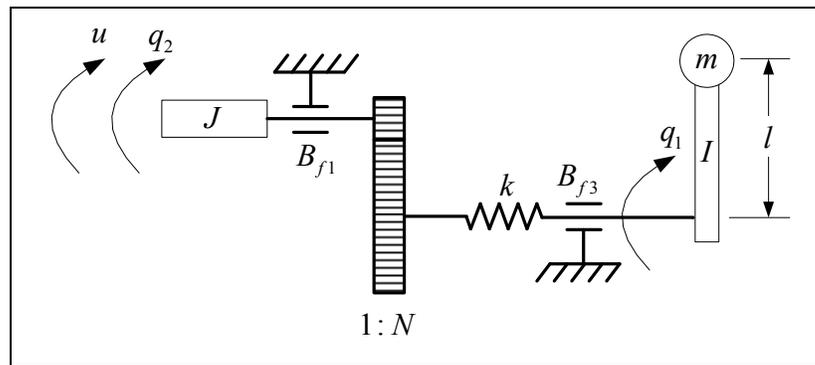


Figure 3.1 Modèle simple à un degré de liberté

Dans la Figure 3.1,  $J$  est l'inertie du rotor du moteur,  $I$  est l'inertie de la membrure,  $m$  est la masse de la membrure,  $u$  est le couple appliqué par le moteur,  $q_2$  est le déplacement angulaire du moteur,  $q_1$  est le déplacement angulaire de la membrure,  $k$  est la rigidité du joint flexible,  $B_{f1}$  et  $B_{f3}$  sont des frottements et  $l$  est la position du centre de masse de la membrure. Pour tous les contrôleurs, l'objectif est que la membrure suive une trajectoire le plus fidèlement possible, sans vibration.

Les équations dynamiques du système sont les suivantes :

$$I\ddot{q}_1 + mgl\sin(q_1) + B_{f3}\dot{q}_1 + k\left(q_1 - \frac{1}{N}q_2\right) = 0 \quad (3.1)$$

$$J\ddot{q}_2 + B_{f1}\dot{q}_2 - \frac{k}{N}\left(q_1 - \frac{1}{N}q_2\right) = u \quad (3.2)$$

où  $g$  est la gravité.

Avec le changement de variables suivant :

$$x_1 = q_1 \quad (3.3)$$

$$x_2 = \dot{q}_1 \quad (3.4)$$

$$x_3 = q_2 \quad (3.5)$$

$$x_4 = \dot{q}_2 \quad (3.6)$$

le système se réécrit sous la forme d'état suivante :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.7)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{mgl\sin(x_1)}{I} - \frac{k\left(x_1 - \frac{1}{N}x_3\right)}{I} - \frac{B_{f3}x_2}{I} \quad (3.8)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.9)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k\left(x_1 - \frac{1}{N}x_3\right)}{J} + \frac{u}{J} - \frac{B_{f1}x_4}{J} \quad (3.10)$$

Sous forme matricielle, il s'écrit comme suit :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (3.11)$$

où,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{mgl\sin(x_1)}{I} - \frac{k\left(x_1 - \frac{1}{N}x_3\right)}{I} - \frac{B_{f3}x_2}{I} \\ x_4 \\ \frac{k\left(x_1 - \frac{1}{N}x_3\right)}{J} - \frac{B_{f1}x_4}{J} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

### 3.1 Contrôle rigide

Un contrôle rigide est un contrôle qui traite le système comme n'ayant aucune flexibilité. Le nombre d'entrées correspond donc au nombre de sorties. Ce type de contrôleur est présenté dans le but de le comparer avec les contrôleurs qui tiennent compte de la flexibilité de l'articulation. Pour obtenir un contrôle rigide, le modèle dynamique doit être simplifié en posant  $k \rightarrow \infty$  (une rigidité infinie). La variable  $x_1 = q_2$  sera utilisée pour le contrôle.

Puisque l'articulation est parfaitement rigide,  $q_1 = \frac{1}{N}q_2$ . Le modèle dynamique rigide est alors le suivant :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.13)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u}{\frac{I}{N^2} + J} - \frac{\frac{mgl}{N} \sin\left(\frac{x_1}{N}\right) - \left(\frac{B_{f3}}{N^2} + B_{f1}\right) x_2}{\frac{I}{N^2} + J} \quad (3.14)$$

Le système est facilement linéarisable en posant la loi de commande suivante :

$$u = \left(\frac{I}{N^2} + J\right) v + \left(\frac{B_{f3}}{N^2} + B_{f1}\right) x_2 + \frac{mgl \sin\left(\frac{x_1}{N}\right)}{N} \quad (3.15)$$

De sorte que :

$$\dot{x}_2 = v \quad (3.16)$$

où  $v$  est la nouvelle entrée du système qui peut être définie par la simple loi de contrôle linéaire suivante :

$$v = \dot{x}_2^d + k_p(x_1^d - x_1) + k_d(x_2^d - x_2) \quad (3.17)$$

La valeur des gains, pour avoir un système avec un amortissement critique et dont les deux pôles sont situés aux mêmes endroits (à  $-\lambda$ ), est :

$$k_p = \lambda^2 \quad (3.18)$$

$$k_d = 2\lambda \quad (3.19)$$

Le modèle Simulink de ce contrôleur est présenté à la Figure 3.2. L'équation (3.17) peut aussi inclure un intégrateur et devient :

$$v = \dot{x}_2^d + k_p(x_1^d - x_1) + k_d(x_2^d - x_2) + k_i \int (x_1^d - x_1) dt \quad (3.20)$$

où les gains, qui placent les trois pôles à  $-\lambda$ , sont donnés par :

$$k_p = 3\lambda^2 \tag{3.21}$$

$$k_d = 3\lambda \tag{3.22}$$

$$k_i = \lambda^3 \tag{3.23}$$

Il est aussi possible d'asservir le système avec la position de la membrure  $q_1$ . Ainsi, les équations (3.13) et (3.14) sont réécrites en posant  $x_1 = q_1$  et  $q_2 = Nq_1$ . Le modèle Simulink de ce contrôleur est présenté à la Figure 3.3. Cependant, il est mentionné dans la littérature que de poser  $x_1 = q_1$  peut rendre le système instable (Spong, 1987).

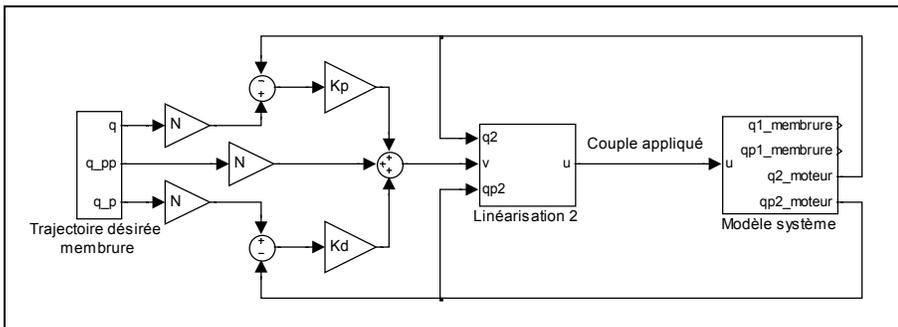


Figure 3.2 Modèle Simulink du contrôle rigide asservi par la position du moteur

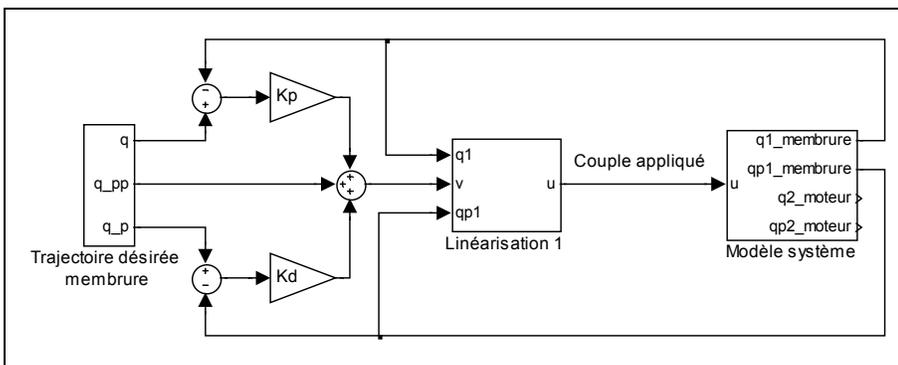


Figure 3.3 Modèle Simulink du contrôle rigide asservi par la position de la membrure

### 3.2 Commande prédictive

La commande prédictive (*feed-forward*) consiste à utiliser le modèle dynamique pour précalculer le couple ainsi que la trajectoire du moteur, qui sont nécessaires au suivi de la trajectoire désirée de la membrure. Pour la rétroaction, l'erreur de suivi de la trajectoire de la membrure et aussi celle du moteur sont considérées.

Les équations du système étant :

$$I\ddot{q}_1 + mg\sin(q_1) + B_{f3}\dot{q}_1 + k\left(q_1 - \frac{1}{N}q_2\right) = 0 \quad (3.24)$$

$$J\ddot{q}_2 + B_{f1}\dot{q}_2 - \frac{k}{N}\left(q_1 - \frac{1}{N}q_2\right) = u \quad (3.25)$$

la loi du couple de commande est la suivante :

$$u = u_d + \tilde{u} \quad (3.26)$$

où le couple de correction est :

$$\tilde{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (3.27)$$

tel que  $\mathbf{K}$  est le vecteur des gains et  $\mathbf{x}$  est le vecteur des variables d'états qui sera défini un peu plus loin. En remplaçant les trajectoires désirées de la membrure  $q_{1d}$  et du moteur  $q_{2d}$  dans l'équation (3.25), le couple désiré peut être déterminé comme suit :

$$u_d = J\ddot{q}_{2d} + B_{f1}\dot{q}_{2d} - \frac{k}{N}\left(q_{1d} - \frac{1}{N}q_{2d}\right) \quad (3.28)$$

La trajectoire désirée de la membrure  $q_{1d}$ , ainsi que ses dérivées sont connues. La trajectoire désirée du moteur  $q_{2d}$  se détermine selon l'équation (3.24) et devient :

$$q_{2d} = N\left[k^{-1}\left(I\ddot{q}_{1d} + mg\sin(q_{1d}) + B_{f3}\dot{q}_{1d}\right) + q_{1d}\right] \quad (3.29)$$

En dérivant deux fois l'équation (3.29), la position, la vitesse et l'accélération sont ainsi obtenues:

$$\dot{q}_{2d} = N[k^{-1}(I\ddot{q}_{1d} + mgl\cos(q_{1d})\dot{q}_{1d} + B_{f3}\ddot{q}_{1d}) + \dot{q}_{1d}] \quad (3.30)$$

$$\ddot{q}_{2d} = N[k^{-1}(I\ddot{\ddot{q}}_{1d} - mgl\sin(q_{1d})(\dot{q}_{1d})^2 + mgl\cos(q_{1d})\ddot{q}_{1d} + B_{f3}\ddot{\ddot{q}}_{1d}) + \ddot{q}_{1d}] \quad (3.31)$$

Ainsi, avec le changement de variables suivant :

$$x_1 = \tilde{q}_1 = q_{1d} - q_1 \quad (3.32)$$

$$x_2 = \tilde{\dot{q}}_1 = \dot{q}_{1d} - \dot{q}_1 \quad (3.33)$$

$$x_3 = \tilde{q}_2 = q_{2d} - q_2 \quad (3.34)$$

$$x_4 = \tilde{\dot{q}}_2 = \dot{q}_{2d} - \dot{q}_2 \quad (3.35)$$

le système se réécrit sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.36)$$

$$\dot{x}_2 = -I^{-1} \left[ mgl(\sin(q_{1d}) - \sin(q_1)) + B_{f3}x_2 + k \left( x_1 - \frac{1}{N}x_3 \right) \right] \quad (3.37)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.38)$$

$$\dot{x}_4 = -J^{-1} \left[ \frac{k}{N} \left( x_1 - \frac{1}{N}x_3 \right) - B_{f1}x_4 - \tilde{u} \right] \quad (3.39)$$

Il est possible d'ajouter un intégrateur à la variable  $x_1$  pour augmenter la robustesse du suivi de la trajectoire de la membrure, celle qui est importante à suivre. Ainsi, une nouvelle variable s'ajoute :

$$x_5 = \int \tilde{q}_1 dt \quad (3.40)$$

par ailleurs, le terme non linéaire de la gravité, donné par  $mgl(\sin(q_{1d}) - \sin(q_1))$ , devrait être éliminé pour obtenir un système linéaire. Heureusement, ce terme peut être considéré comme négligeable, étant donné que l'erreur de suivi est généralement faible. Ainsi, le système se réécrit comme suit :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.41)$$

$$\dot{x}_2 = -I^{-1} \left[ k \left( x_1 - \frac{1}{N} x_3 \right) + B_{f3} x_2 \right] \quad (3.42)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.43)$$

$$\dot{x}_4 = -J^{-1} \left[ \frac{k}{N} \left( x_1 - \frac{1}{N} x_3 \right) - B_{f1} x_4 - \tilde{u} \right] \quad (3.44)$$

$$\dot{x}_5 = x_1 \quad (3.45)$$

Sous forme matricielle, il s'écrit comme suit :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{b}\tilde{u} \quad (3.46)$$

où,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{I} & -\frac{B_{f3}}{I} & \frac{k}{IN} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{k}{JN} & 0 & -\frac{k}{JN^2} & -\frac{B_{f1}}{I} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Les gains du vecteur  $\mathbf{K}$  sont déterminés de façon à placer tous les pôles au même endroit, soit à  $-\lambda$ . Le modèle Simulink de ce contrôleur est présenté à la Figure 3.4.

Il faut noter que le comportement non linéaire du frottement ou de la rigidité peut également être inclus dans le calcul du couple désiré. Par contre, les non-linéarités devraient être linéarisées pour le calcul des gains par placement des pôles.

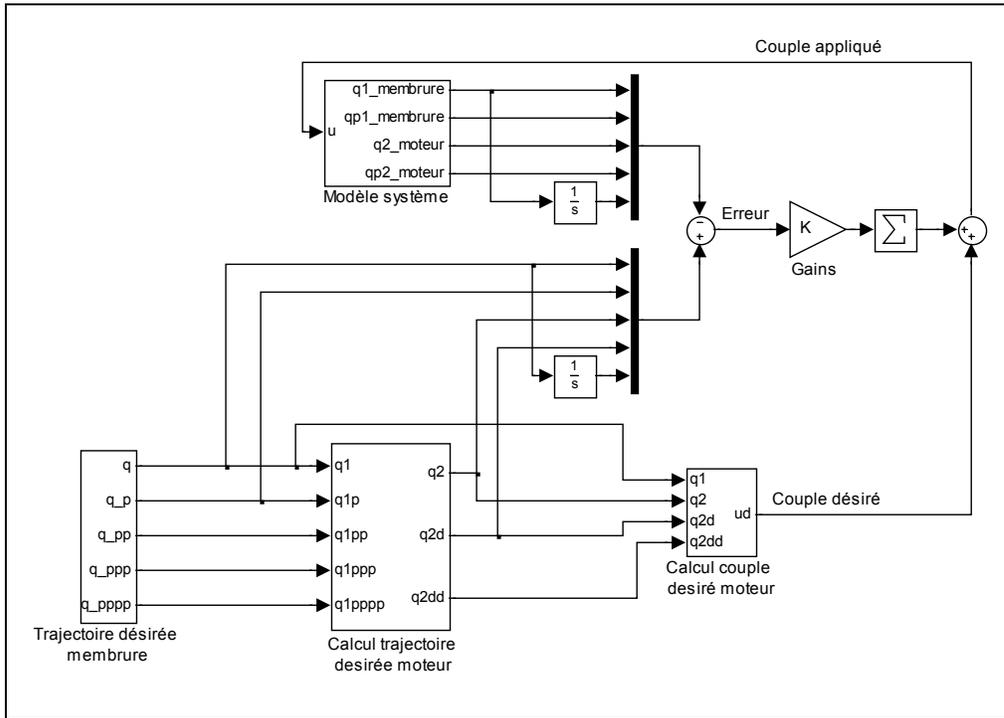


Figure 3.4 Modèle Simulink du contrôle de commande prédictive

### 3.3 La technique des perturbations singulières

La technique des perturbations singulières consiste à décomposer un système du 4<sup>e</sup> ordre en deux systèmes du 2<sup>e</sup> ordre. L'approche utilisée, ici, est celle proposée par Wilson et Irwin (1993).

Les équations dynamiques du système peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$I\ddot{q}_1 = \Gamma - mg\sin(q_1) - B_{f3}\dot{q}_1 \quad (3.48)$$

$$J\ddot{q}_2 = u - B_{f1}\dot{q}_2 - \frac{\Gamma}{N} \quad (3.49)$$

$$\Gamma = k\left(\frac{q_2}{N} - q_1\right) \quad (3.50)$$

Dans ce cas, les variables d'états sont définies de la façon suivante :

$$x_1 = q_1 \quad (3.51)$$

$$x_2 = \dot{q}_1 \quad (3.52)$$

$$z_1 = \Gamma \quad (3.53)$$

$$z_2 = \mu \dot{\Gamma} \quad (3.54)$$

où les  $x$  sont les variables du système lent et les  $z$  sont les variables du système rapide, tandis que le paramètre des perturbations singulières est défini par :

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{k}} \quad (3.55)$$

De façon générale, plus ce paramètre est petit, plus l'approximation de l'approche des perturbations singulières est bonne. Ce paramètre est utilisé pour réécrire la dynamique du système sous la forme standard des perturbations singulières :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.56)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{z_1 - B_{f3}x_2 - mgl\sin(x_1)}{I} \quad (3.57)$$

$$\mu \dot{z}_1 = z_2 \quad (3.58)$$

$$\mu \dot{z}_2 = \frac{1}{NJ}u - \left(\frac{1}{N^2J} + \frac{1}{I}\right)z_1 - \frac{\mu B_{f1}}{J}z_2 - \left(\frac{B_{f1}}{J} - \frac{B_{f3}}{I}\right)x_2 + \frac{mgl\sin(x_1)}{I} \quad (3.59)$$

Maintenant, en se basant sur le principe de séparation des perturbations singulières (Spong, 1987), le modèle complet est subdivisé en deux modèles (un modèle lent et un modèle rapide). Puisqu'il y a deux modèles, il y a aussi deux lois de contrôle. Le couple appliqué au moteur est donc :

$$u = \bar{u}(x) + \hat{u}(\eta) \quad (3.60)$$

où  $\bar{u}$  est le couple de commande de la partie lente et  $\hat{u}$  est couple de commande de la partie rapide.

### 3.3.1 Modèle lent

Pour obtenir la partie lente, le paramètre  $\mu$  est posé égal à zéro, ce qui équivaut à  $k \rightarrow \infty$ . De plus, une barre est ajoutée à chacune des variables pour indiquer qu'il s'agit du modèle lent. Le système réduit est alors donné par l'équation suivante :

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2 \quad (3.61)$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = \frac{\bar{z}_1 - B_{f3}\bar{x}_2 - mg\sin(\bar{x}_1)}{I} \quad (3.62)$$

$$0 = \bar{z}_2 \quad (3.63)$$

$$0 = \frac{1}{NJ}\bar{u} - \left(\frac{1}{N^2J} + \frac{1}{I}\right)\bar{z}_1 - \left(\frac{B_{f1}}{J} - \frac{B_{f3}}{I}\right)\bar{x}_2 + \frac{mg\sin(\bar{x}_1)}{I} \quad (3.64)$$

En isolant les  $\bar{z}$  de l'équation (3.63) et (3.64) on obtient :

$$\bar{z}_1 = h_1 = \frac{NI\bar{u} - (IB_{f1} - JB_{f3})N^2\bar{x}_2 + N^2Jmg\sin(\bar{x}_1)}{N^2J + I} \quad (3.65)$$

$$\bar{z}_2 = h_2 = 0 \quad (3.66)$$

où les  $h$  sont connus sous le nom de *slow manifold condition* (Spong, 1990). Le système lent est obtenu en substituant le  $\bar{z}_1$  dans l'équation (3.62) :

$$\dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2 \quad (3.67)$$

$$\dot{\bar{x}}_2 = \frac{N\bar{u} - (B_{f1}N^2 + B_{f3})\bar{x}_2 - mg\sin(\bar{x}_1)}{N^2J + I} \quad (3.68)$$

Le système obtenu est le même que celui obtenu avec l'approche du contrôle rigide, soit les équations (3.13) et (3.14). Il s'écrit donc sous la forme standard d'un système dynamique :

$$J_s\ddot{q}_1 = u - B_s\dot{q}_1 - f_s(q_1) \quad (3.69)$$

où,

$$J_s = \frac{(I + N^2 J)}{N} \quad (3.70)$$

$$B_s = \frac{(B f_3 + N^2 B f_1)}{N} \quad (3.71)$$

$$f_s(q_1) = \frac{m g l \sin(q_1)}{N} \quad (3.72)$$

Puisque le modèle de la partie lente est identique au modèle du système rigide, la même loi de commande s'applique :

$$\bar{u} = J_s [\ddot{q}_1^d + k_d (\dot{q}_1^d - \dot{q}_1) + k_p (q_1^d - q_1)] + B_s \dot{q}_1 + f_s(q_1) \quad (3.73)$$

La valeur des gains pour obtenir un système avec un amortissement critique, et dont les deux pôles situés aux mêmes endroits, sont de nouveau donnés par :

$$k_p = \lambda^2 \quad (3.74)$$

$$k_d = 2\lambda \quad (3.75)$$

Il est aussi possible d'utiliser un intégrateur comme présenté par l'équation (3.20).

### 3.3.2 Modèle rapide

Pour obtenir la partie rapide, la nouvelle variable de temps  $\tau$  est définie pour tout  $\mu \geq 0$ , tel que :

$$\tau = \frac{t - t_0}{\mu} \quad (3.76)$$

Étant donné que  $\mu$  est petit, cette variable temporelle est dilatée par rapport au temps  $t$ . Le modèle complet peut alors s'exprimer par rapport à cette nouvelle variable temporelle :

$$\frac{dx_1}{d\tau} = \mu x_2 \quad (3.77)$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = \mu \frac{z_1 - B_{f3}x_2 - mgl\sin(x_1)}{I} \quad (3.78)$$

$$\frac{dz_1}{d\tau} = z_2 \quad (3.79)$$

$$\frac{dz_2}{d\tau} = \frac{1}{NJ}u - \left(\frac{1}{N^2J} + \frac{1}{I}\right)z_1 - \frac{\mu B_{f1}}{J}z_2 - \left(\frac{B_{f1}}{J} - \frac{B_{f3}}{I}\right)x_2 - \frac{mgl\sin(x_1)}{I} \quad (3.80)$$

Cette opération permet maintenant de se concentrer sur la partie rapide du système. La variation de la partie rapide par rapport au *slow manifold* de  $z$  peut alors être définie comme :

$$\eta = z - \bar{z} \quad (3.81)$$

La dynamique de cette variation est obtenue à partir des équations (3.80) et (3.65) :

$$\frac{d\eta_1}{d\tau} = \eta_2 - \frac{dh_1}{d\bar{x}} \frac{d\bar{x}}{d\tau} \quad (3.82)$$

$$\frac{d\eta_2}{d\tau} = \frac{1}{NJ}\hat{u} - \left(\frac{1}{N^2J} + \frac{1}{I}\right)\eta_1 - \frac{\mu B_{f1}}{J}\eta_2 - \frac{dh_2}{d\bar{x}} \frac{d\bar{x}}{d\tau} \quad (3.83)$$

où,

$$\hat{u} = u - \bar{u} \quad (3.84)$$

Le modèle déduit, pour la partie rapide, est obtenu en faisant tendre le paramètre  $\mu$  vers zéro. Dans ce cas, en se référant à (3.77) et (3.78) :

$$\frac{d\bar{x}}{d\tau} = 0 \quad (3.85)$$

et cela donne le modèle réduit de la partie rapide :

$$\frac{d\eta_1}{d\tau} = \eta_2 \quad (3.86)$$

$$\frac{d\eta_2}{d\tau} = \frac{1}{NJ}\hat{u} - \left(\frac{1}{N^2J} + \frac{1}{I}\right)\eta_1 \quad (3.87)$$

La loi de commande, pour la partie rapide, est alors,

$$\hat{u} = -K_1\eta_1 - K_2\eta_2 \quad (3.88)$$

Puisque les variables ne sont pas mesurables directement, le système doit être réécrit comme suit :

$$\hat{u} = -K_1(z_1 - \bar{z}_1) - K_2(z_2 - \bar{z}_2) = -K_1(z_1 - \bar{z}_1) - K_2z_2 \quad (3.89)$$

Pour ce faire, il faut connaître avec précision la valeur de  $\bar{z}$ . Dans le but d'éviter cette source de problème, une technique est de formuler la loi de contrôle comme suit (Wilson et Irwin, 1993) :

$$\hat{u} = -K_1z_1 - K_2z_2 \quad (3.90)$$

Cependant, il faut adapter le modèle réduit de la partie lente, pour compenser le fait que le modèle rapide contient un terme lent. La même approche, utilisée pour les équations (3.56) à (3.68), est utilisée, mais cette fois-ci, en posant :

$$u = u + K_1\bar{z}_1 \quad (3.91)$$

Le modèle adapté est le suivant :

$$J_s\ddot{q}_1 = u - B_s\dot{q}_1 - f_s(q_1) \quad (3.92)$$

où,

$$J_s = \frac{I(NK_1 + 1) + N^2J}{N} \quad (3.93)$$

$$B_s = \frac{B_{f3}(NK_1 + 1) + N^2B_{f1}}{N} \quad (3.94)$$

$$f_s(q_1) = \frac{(NK_1 + 1)}{N} mgl \sin(q_1) \quad (3.95)$$

Le calcul des gains  $K_1$  et  $K_2$  se fait en insérant le  $\hat{u}$  de l'équation (3.88) dans l'équation (3.87). L'équation est réécrite sous la forme suivante :

$$\frac{d^2\eta_1}{d\tau^2} + \left(\frac{K_2}{JN}\right) \frac{d\eta_1}{d\tau} + \left(\frac{K_1}{JN} + \frac{1}{JN^2} + \frac{1}{I}\right) \eta_1 = 0 \quad (3.96)$$

Selon la forme générique d'un système du deuxième ordre :

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + 2\zeta\omega_f \frac{dy}{d\tau} + \omega_f^2 y = 0 \quad (3.97)$$

Il est possible d'associer les termes :

$$\frac{K_1}{JN} + \frac{1}{JN^2} + \frac{1}{I} = \omega_f^2 \quad (3.98)$$

$$\frac{K_2}{JN} = 2\zeta\omega_f \quad (3.99)$$

et d'isoler les gains :

$$K_1 = \frac{JN^2 \left( \omega_f^2 - \frac{1}{I} \right) - 1}{N} \quad (3.100)$$

$$K_2 = 2\zeta_f \omega_f JN \quad (3.101)$$

où  $\omega_f$  et  $\zeta_f$  sont respectivement la fréquence naturelle et le facteur d'amortissement de la partie rapide. Puisque l'échelle de temps de la partie rapide est dilatée selon l'équation (3.76),  $\omega_f$  doit respecter la contrainte suivante pour obtenir de bonnes performances :

$$\omega_f = \omega_s \quad (3.102)$$

où  $\omega_s$  est la fréquence naturelle de la partie lente et est donné par :

$$\omega_s = \sqrt{\frac{1}{J_s}} \quad (3.103)$$

Pour satisfaire l'équation (3.102),  $\omega_f$  doit être ajustée par itération. Cette itération est nécessaire, car  $\omega_f$  et  $\omega_s$  sont interdépendantes, puisque le modèle lent est adapté du modèle rapide. En effet,  $\omega_f$  et  $\omega_s$  sont liées par les variables  $J_s$  et  $K_1$ . L'auteur suggère comme point de départ :

$$\omega_{f0} = \sqrt{\frac{1}{I} + \frac{1}{N^2 J}} \quad (3.104)$$

Quant au facteur d'amortissement, il est recommandé d'utiliser une valeur entre 0,5 et 0,8. Le modèle Simulink de ce contrôleur est présenté à la Figure 3.5.

Les non-linéarités peuvent être incluses dans ce type de contrôle également. Le frottement se retrouvant uniquement dans la partie lente et la rigidité se retrouvant uniquement dans la partie rapide. Cependant, la rigidité non linéaire ne peut être considérée dans le calcul des gains de la partie rapide. Néanmoins, une table de gains pourrait être définie en fonction de la déformation, ce qui permettrait de considérer la rigidité non linéaire.

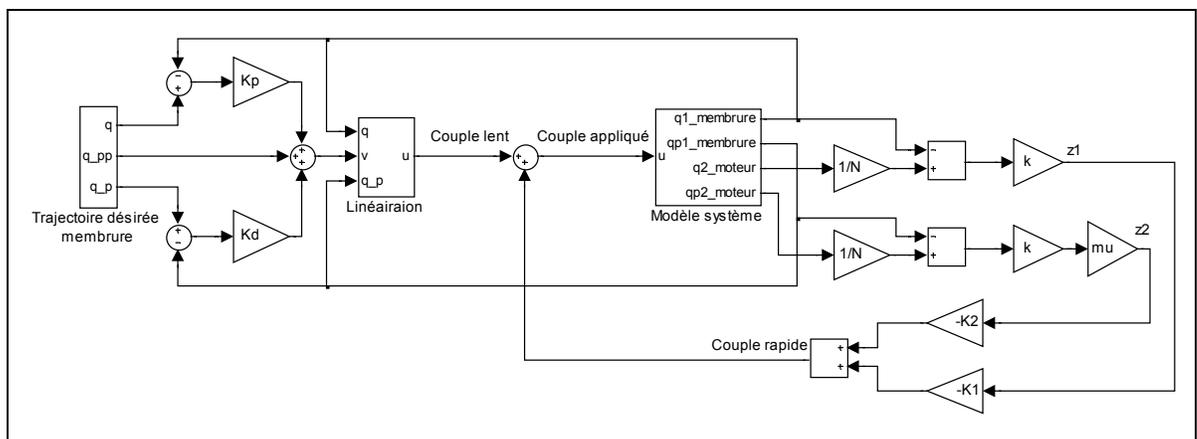


Figure 3.5 Modèle Simulink du contrôle avec la technique des perturbations singulières

### 3.4 Modèle numérique du système

Un modèle numérique continu du système a été réalisé avec Simulink afin de permettre de valider les modèles de contrôle présentés (Figure 3.7). Le modèle considère toutes les inerties des composantes tournantes et des masses en mouvement. Contrairement au modèle présenté à la Figure 3.1, le modèle a été adapté pour inclure la flexibilité de la membrure et du support. Pour ce faire, un deuxième ressort  $k_b$  a été ajouté en série avec le ressort représentant la flexibilité du réducteur harmonique  $k$  (Figure 3.6).

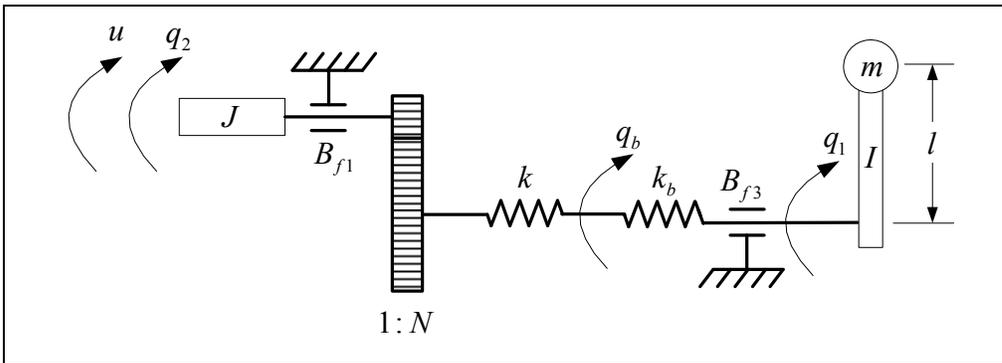


Figure 3.6 Modèle simple à un degré de liberté avec la flexibilité globale

Ainsi, une nouvelle équation a été ajoutée au modèle formé des équations (3.1) et (3.2). La nouvelle formulation est donc :

$$I\ddot{q}_1 + mgl\sin(q_1) + B_{f3}\dot{q}_1 + k_b(q_1 - q_b) = 0 \quad (3.105)$$

$$k\left(q_b - \frac{1}{N}q_2\right) - k_b(q_1 - q_b) = 0 \quad (3.106)$$

$$J\ddot{q}_2 + B_{f1}\dot{q}_2 - \frac{k}{N}\left(q_b - \frac{1}{N}q_2\right) = u \quad (3.107)$$

la variable  $q_b$  est l'état immédiatement après le réducteur harmonique. C'est cet état qui est réellement mesuré dans les essais expérimentaux. Ainsi, cet état est utilisé comme variable de sortie du modèle numérique.

Le modèle numérique considère aussi les caractéristiques du réducteur harmonique déterminées de façon expérimentale, telles la rigidité non linéaire, les frottements non

linéaires, l'effet d'hystérésis et l'erreur cinématique. Puisque la dynamique électrique du moteur n'a pas été modélisée, une limite a été ajoutée pour ne pas excéder la vitesse maximale de rotation et le couple maximal du moteur. Afin d'émuler le mieux possible les conditions réelles d'opération, la fréquence d'échantillonnage est la même que celle pour le contrôle réel, soit 5 000 Hz. De plus, les capteurs de position ont été discrétisés afin d'avoir le même nombre d'incrément que les capteurs de position angulaire utilisés. Le Tableau 3.1 regroupe les valeurs numériques utilisées pour le modèle.

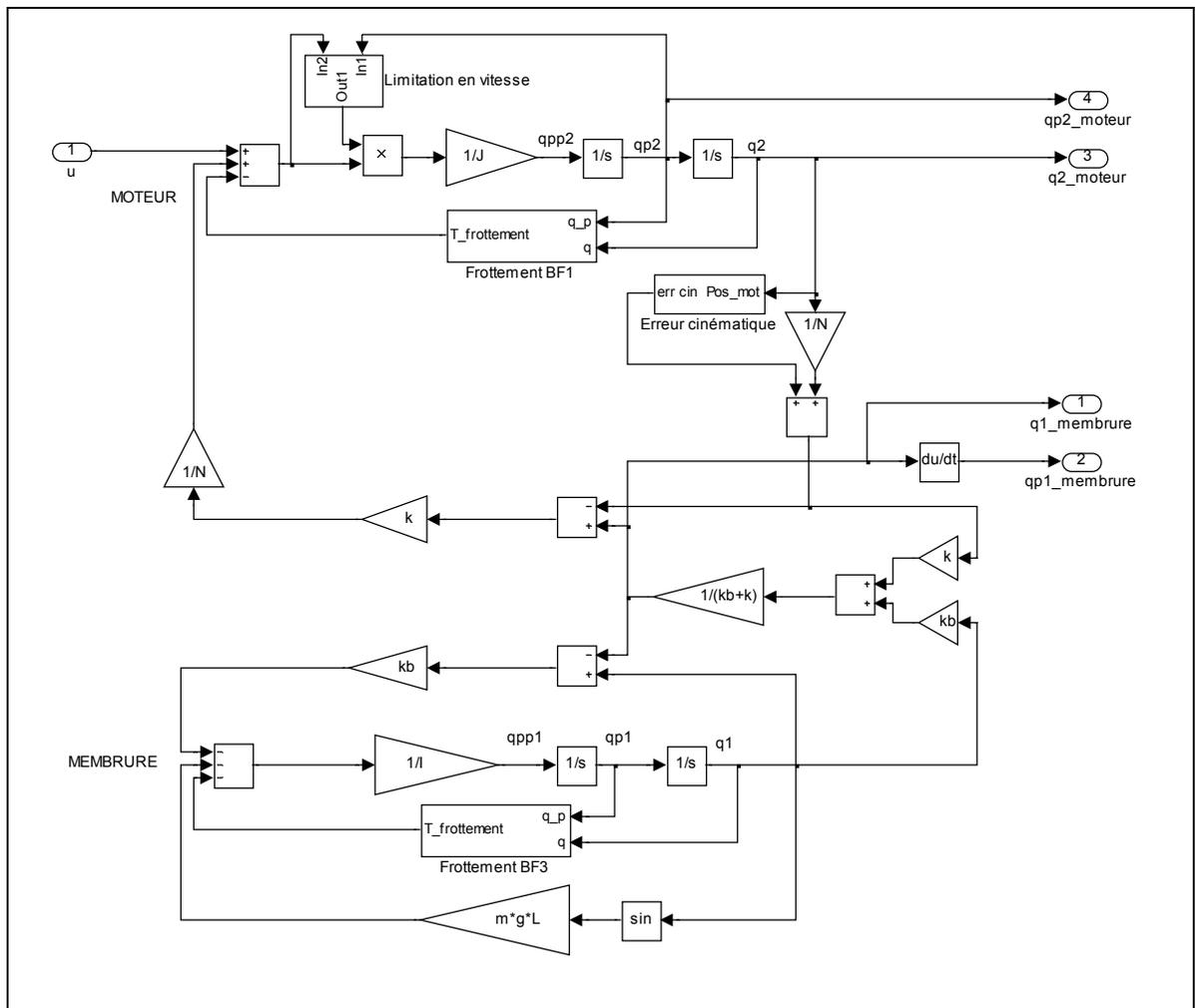


Figure 3.7 Modèle numérique du joint (modèle système)

Tableau 3.1 Résumé des paramètres du modèle numérique

<b>Symbole</b>	<b>Valeur</b>	<b>Unité</b>	<b>Nom</b>
$N$	160	-	Ratio du réducteur harmonique
$k_t$	0,26	N·m /A	Constante de couple du moteur
$k$	121	kN·m /rad	Constante de rigidité du réducteur harmonique
$k_b$	200	kN·m /rad	Constante de rigidité de la membrure et du support
$J$	320	mg·m <sup>2</sup>	Inertie côté moteur
$I$	19.5	kg·m <sup>2</sup>	Inertie côté membrure
$B_{f1_0}$	0,17	N·m	Frottement de Coulomb côté moteur
$B_{f1_1}$	0,0011	N·m·rad <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>	Frottement visqueux linéaire côté moteur
$B_{f3}$	0	N·m·rad <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>	Frottement visqueux linéaire côté membrure
$l$	0,9	m	Longueur de la membrure
$m$	24,2	kg	Masse de la charge côté membrure
$g$	9,81	m/s <sup>2</sup>	Accélération gravitationnelle
$A$	55 580	N·m /rad	Paramètre pour le modèle d'hystérésis
$\alpha$	2 940	rad <sup>-1</sup>	Paramètre pour le modèle d'hystérésis

## CHAPITRE 4

### EXPÉRIMENTATIONS DES CONTRÔLEURS MINIMISANT LES VIBRATIONS

Les contrôleurs présentés à la section précédente sont expérimentés et comparés afin d'identifier leurs avantages et leurs inconvénients. De même, l'influence de certains paramètres est aussi étudiée. Une fréquence d'échantillonnage de 5 000 Hz a été utilisée pour l'ensemble des tests menés sur les contrôleurs. Malgré que la fréquence maximale proposée par VeriStand (la cible temps réel) soit de 10 000 Hz, il était impossible de l'exécuter à cette vitesse. Pour tous les contrôleurs, les gains ont été définis de façon à avoir un temps de réponse le plus court possible, tout en restant inférieur au cycle limite. Le cycle limite est atteint lorsque le bruit du système contamine son comportement, ce qui engendre des fluctuations de couple et des vibrations à haute fréquence audible. De plus, tous les gains de chaque contrôleur ont été définis en positionnant les pôles au même endroit, de manière à avoir un amortissement critique. Ce critère de sélection des gains n'est pas optimal, mais facilite la comparaison des contrôleurs entre eux. Cependant, une optimisation des gains serait souhaitable pour améliorer davantage chaque contrôleur. Il existe une multitude de méthodes d'optimisation des gains pour répondre à un ou à plusieurs critères. Cependant, ces approches nécessitent une reformulation du problème (Marler et Arora, 2004; Scherer, Gahinet et Chilali, 1997).

Pour tous les essais, une masse équivalente (membrure + masse) de 24.2 kg est appliquée à 0,9 m du centre de rotation (Figure 4.1). La fréquence naturelle du système est de 10 Hz. La fréquence naturelle a été définie de manière à approcher la fréquence naturelle du SCOMPI actuellement en service, qui est d'environ 7 Hz. Dans ces conditions, le couple statique appliqué au réducteur harmonique est de 213 N·m. Ce couple est légèrement supérieur au couple nominal de 178 N·m, mais inférieur au couple maximal de 892 N·m.

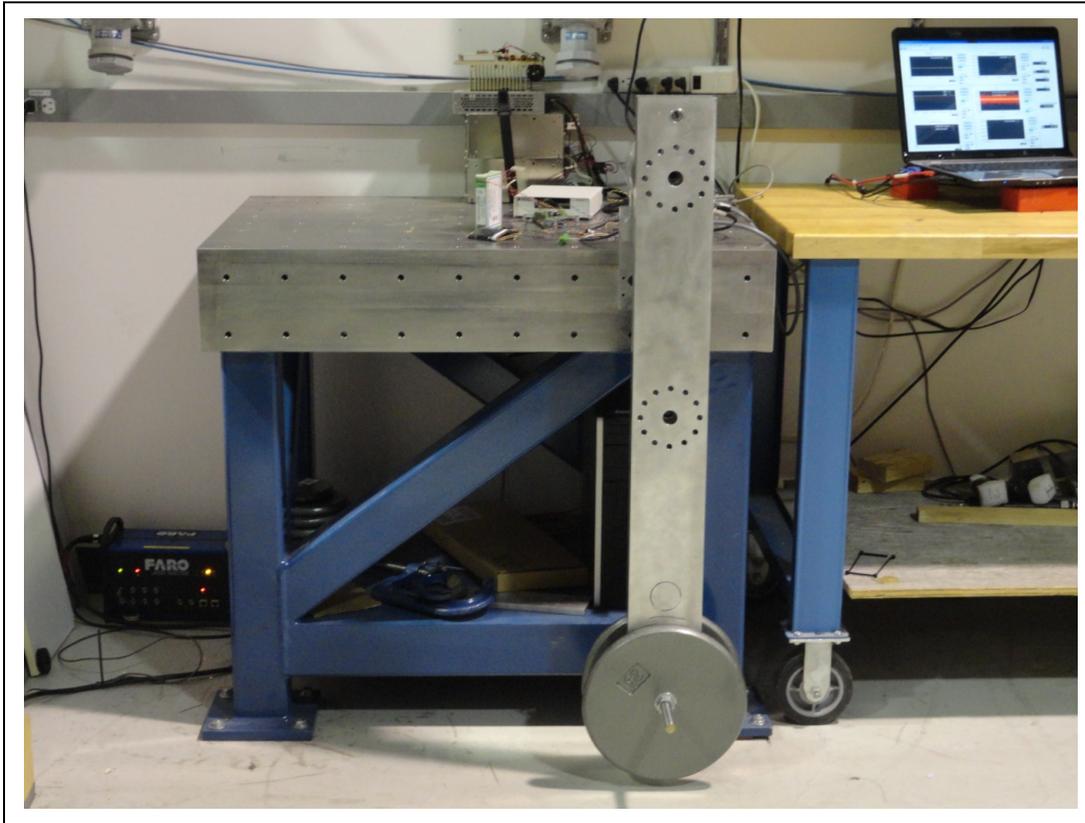


Figure 4.1 Montage pour les expérimentations

Un intégrateur a été ajouté aux contrôles avec le modèle de commande prédictive et avec la technique des perturbations singulières, car ces modèles n'obtenaient pas une erreur de trajectoire nulle. Pour les contrôleurs rigides, l'intégrateur n'a pas été ajouté, car l'erreur sur le suivi de trajectoire était acceptable et cet ajout engendrait plus de vibrations ou diminuait le temps de réponse. Le Tableau 4.1 rassemble tous les contrôleurs étudiés ainsi que leur nom abrégé et leur description complète.

Le capteur de couple est utilisé, dans un des cas, pour substituer le capteur de position du côté membrure. En effet, la position de la membrure  $\theta_l$  peut être déduite avec la relation suivante :

$$\theta_l = \frac{\theta_m}{N} - \frac{T}{k} \quad (4.1)$$

où  $\theta_m$  est la position du moteur,  $T$  est le couple mesuré avec le capteur de couple,  $N$  est le ratio de réduction et  $k$  est la rigidité du réducteur harmonique.

Tableau 4.1 Nom et définition des contrôleurs utilisés

Nom	Description
RM-100	Rigide : correcteur PD $\lambda = 100$ – Asservi par le capteur de position côté moteur
RB-100	Rigide : correcteur PD $\lambda = 100$ – Asservi par le capteur de position côté membrure
PSI-EL-30	Technique des perturbations singulières – Partie lente PID $\lambda = 30$ – Partie rapide $\zeta = 0,9$ et $\omega = 1$ – Asservi par le capteur de position côté membrure et côté moteur – Rigidité linéaire déterminée de façon expérimentale
FNI-EL-75	Commande prédictive – Correcteur PD pour le moteur et correcteur PID pour la membrure $\lambda = 75$ – Asservi par le capteur de position côté membrure et côté moteur – Rigidité linéaire déterminée de façon expérimentale
FNI-EC-75	Commande prédictive – Correcteur PD pour le moteur et correcteur PID pour la membrure PID $\lambda = 75$ – Asservi par le capteur de position côté membrure et côté moteur – Rigidité cubique déterminée de façon expérimentale
FNI-TS-75	Commande prédictive – Correcteur PD pour le moteur et correcteur PID pour la membrure $\lambda = 75$ – Asservi par le capteur de position côté membrure et côté moteur – Rigidité théorique modélisée en spline
FNI-TL-75	Commande prédictive – Correcteur PD pour le moteur et correcteur PID pour la membrure $\lambda = 75$ – Asservi par le capteur de position côté membrure et côté moteur – Rigidité théorique approximée linéairement
FNI-EL-75-S	Sans commande prédictive (uniquement le correcteur) – Correcteur PD pour le moteur et correcteur PID pour la membrure $\lambda = 75$ – Asservi par le capteur de position côté membrure et côté moteur – Rigidité linéaire déterminée de façon expérimentale
FCI-EL-75	Commande prédictive – Correcteur PD pour le moteur et correcteur PID pour la membrure $\lambda = 75$ – Asservi par le capteur de position côté moteur et le capteur de couple – Rigidité linéaire déterminée de façon expérimentale

#### 4.1 Trajectoire 2<sup>e</sup> vs 9<sup>e</sup> ordre

Étant donné que le contrôleur de commande prédictive nécessite la continuité de la 4<sup>e</sup> dérivée, un polynôme de 9<sup>e</sup> ordre est alors nécessaire pour assurer la continuité aux jonctions de chaque portion de trajectoire. En effet, l'ordre minimal pour définir la position, la vitesse, l'accélération et le jerk au début et à la fin d'une trajectoire est le 9<sup>e</sup> ordre. Puisqu'une fonction de 9<sup>e</sup> ordre est complexe à définir, elle a été comparée à une fonction de 2<sup>e</sup> ordre pour justifier son utilisation. Les paramètres de 2<sup>e</sup> ordre ont été définis de façon à approximer le plus adéquatement possible la fonction de 9<sup>e</sup> ordre (ANNEXE V). La Figure 4.2 illustre la différence entre les deux trajectoires dont l'erreur maximale est de 1 mrad.

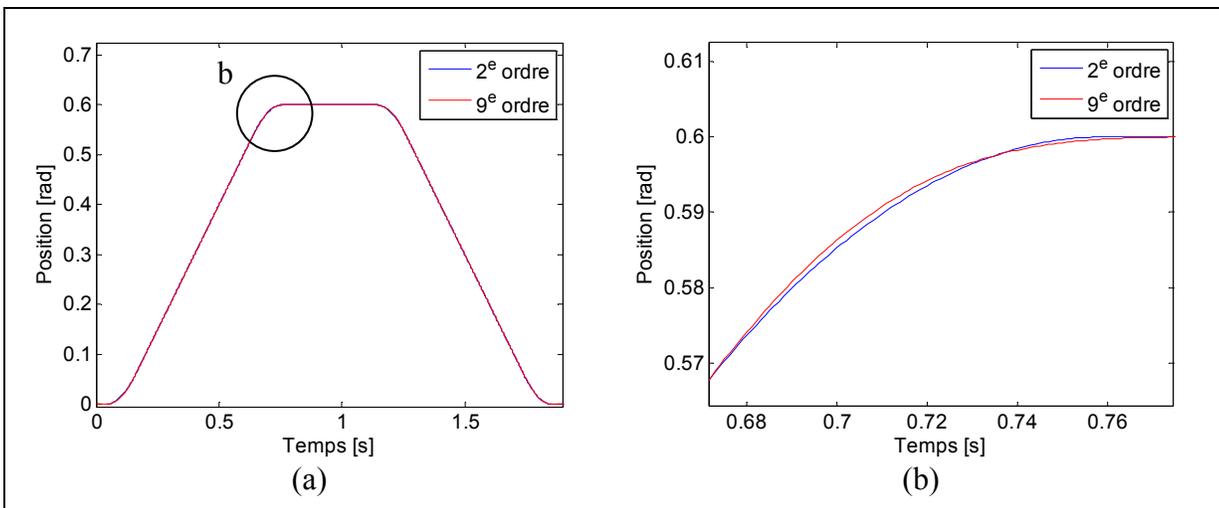


Figure 4.2 Comparaison entre les trajectoires des 2<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> ordres (a) Trajectoire complète (b) Zoom sur la portion de décélération

La Figure 4.3 illustre l'erreur sur le suivi de trajectoire pour deux contrôleurs différents. Pour le contrôleur rigide RM-100 (Figure 4.3a), malgré que la réponse de la position de la membrure soit déphasée, l'amplitude de l'erreur est similaire pour les deux trajectoires. En revanche, l'amplitude de l'erreur est réduite de moitié pour la trajectoire de 9<sup>e</sup> ordre lorsque le contrôleur de commande prédictive (FNI-EL-75) est utilisé. Ainsi, la trajectoire de 9<sup>e</sup> ordre contribue à la réduction des vibrations. Toutefois, il faut préciser que l'ordre de la trajectoire influence sur les vibrations uniquement s'il y a variation de vitesse.

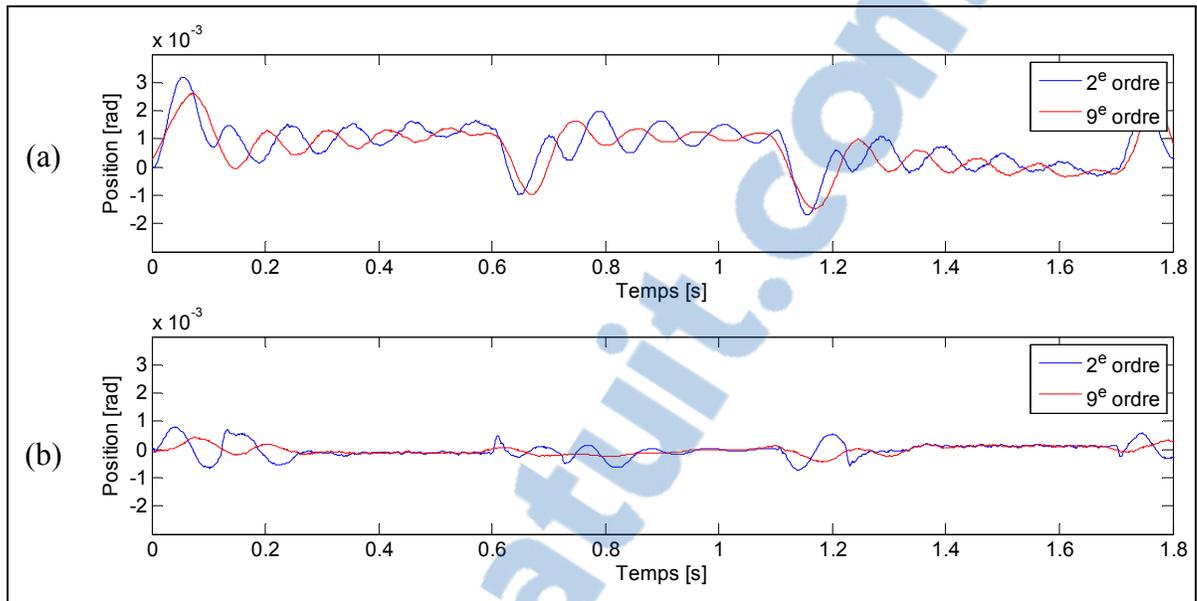


Figure 4.3 Comparaison entre les trajectoires des 2<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> ordres  
(a) Contrôleur RM-100 (b) Contrôleur FNI-EL-75

## 4.2 Trajectoire brusque

La trajectoire de 9<sup>e</sup> ordre de la section 4.1 a été utilisée pour comparer les contrôleurs entre eux. Cette trajectoire a été sélectionnée puisqu'elle comporte de fortes accélérations (1600 rad/s<sup>2</sup> au moteur) et une vitesse élevée (160 rad/s au moteur). La Figure 4.4 illustre la portion de stabilisation en position, après la période de vitesse constante et de décélération brusque, pour différents contrôleurs. La Figure 4.5 illustre la différence entre la position du moteur et la trajectoire désirée de la membrure multipliée par le ratio. En d'autres termes, elle illustre la vibration du moteur. La Figure 4.6 illustre les couples appliqués au moteur. Il faut noter que le couple FCI-EL-75 n'est pas présenté sur cette figure, car il est similaire au couple FNI-EL-75.

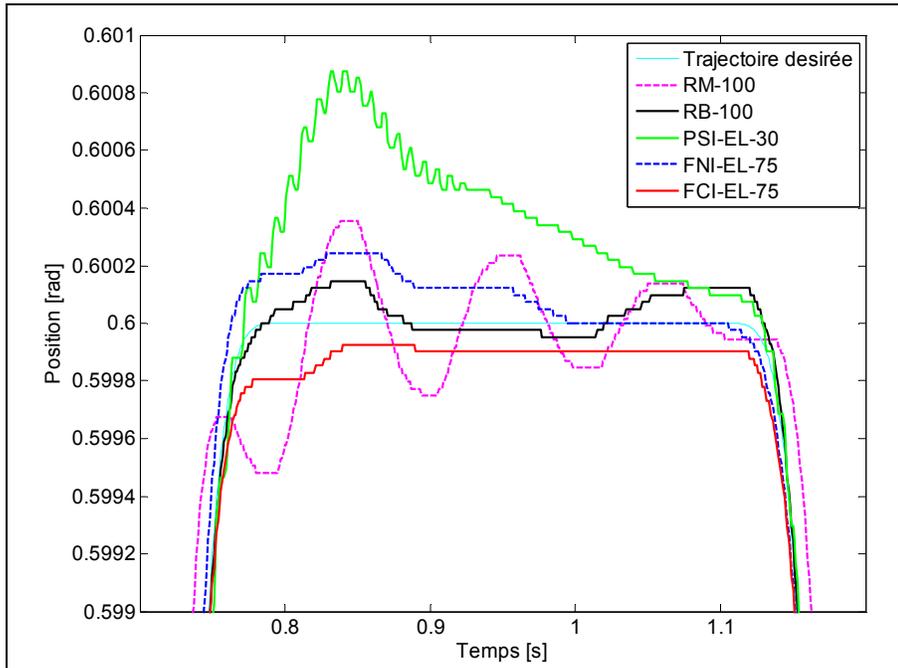


Figure 4.4 Trajectoire désirée et réponse temporelle de la position angulaire de la membrure pour différents contrôleurs

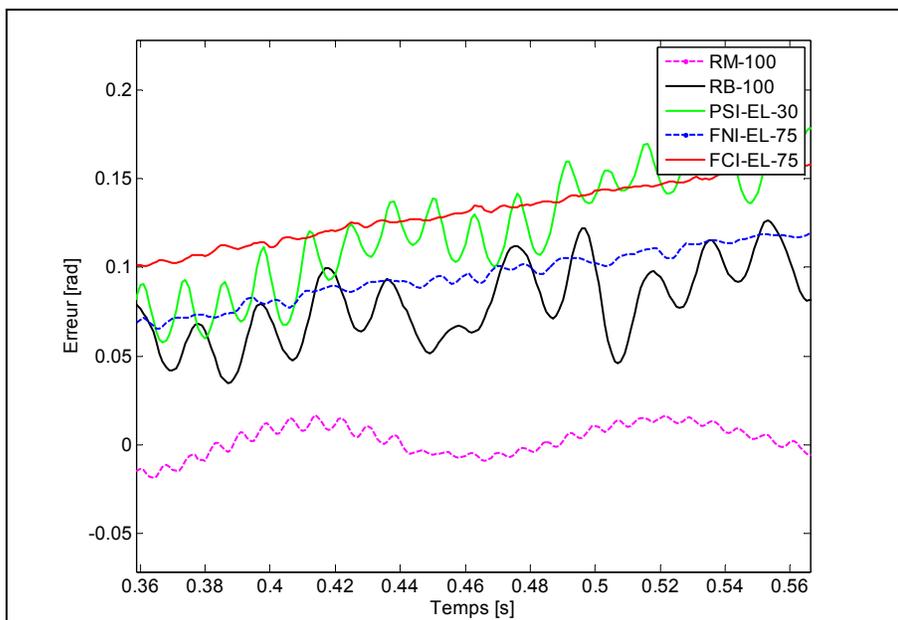


Figure 4.5 Différence entre la position du moteur et la trajectoire désirée de la membrure (multiplié par le ratio de réduction) pour différents contrôleurs

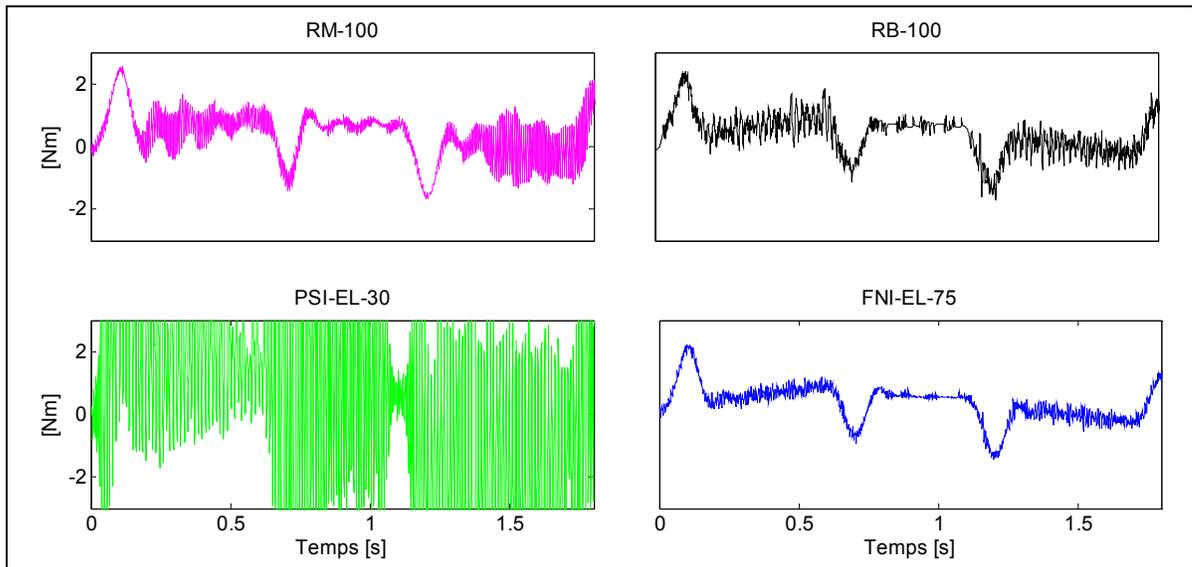


Figure 4.6 Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs

Le contrôle rigide, asservi par le capteur de position côté moteur (RM-100), est le contrôleur qui crée le plus de vibration de la membrure. Plus les gains sont élevés, plus la vibration est importante. En réduisant les gains, la vibration peut être éliminée aux dépens d'un temps de réponse plus long. Les contrôleurs de commande prédictive (FNI-EL-75 et FCI-EL-75) sont ceux qui stabilisent la membrure le plus rapidement et dont le couple appliqué au moteur est le plus faible. Entre les deux, c'est le contrôleur utilisant le capteur de couple (FCI-EL-75) qui stabilise le plus rapidement la membrure, car le jeu du Netzer (discuté à la section 2.2.2) est invisible pour le contrôleur. À l'inverse, le contrôleur utilisant le capteur de position Netzer (FNI-EL-75) doit compenser le jeu, ce qui nécessite plus de temps pour atteindre la trajectoire cible. En contrepartie, l'utilisation du capteur de couple n'assure par une erreur nulle, car la position de la membrure n'est pas directement mesurée. Néanmoins, l'erreur est d'environ  $50 \mu\text{rad}$ , ce qui est négligeable.

Le contrôleur rigide, asservi par le capteur de position côté membrure (RB-100), réduit l'amplitude des vibrations, mais il ne stabilise ni la membrure ni le moteur. En effet, le moteur vibre considérablement en comparaison avec le contrôle de commande prédictive. Cette vibration se reflète par une plus grande demande en couple.

Pour ce qui est du contrôle utilisant la technique des perturbations singulières (PSI-EL-30), il n'est pas adéquat. Malgré une réduction de l'amplitude des vibrations de la membrure, le couple moteur fluctue beaucoup et sature régulièrement. De plus, l'erreur en position est la plus grande des cinq contrôleurs.

Un essai comparatif a démontré que l'utilisation du couple désiré du contrôleur de commande prédictive contribue à la réduction des vibrations de la membrure (Figure 4.7a). En effet, en utilisant uniquement la partie correctrice du contrôleur de commande prédictive, l'amplitude de l'erreur maximale était quatre fois plus grande. Ceci valide donc la contribution de la commande prédictive.

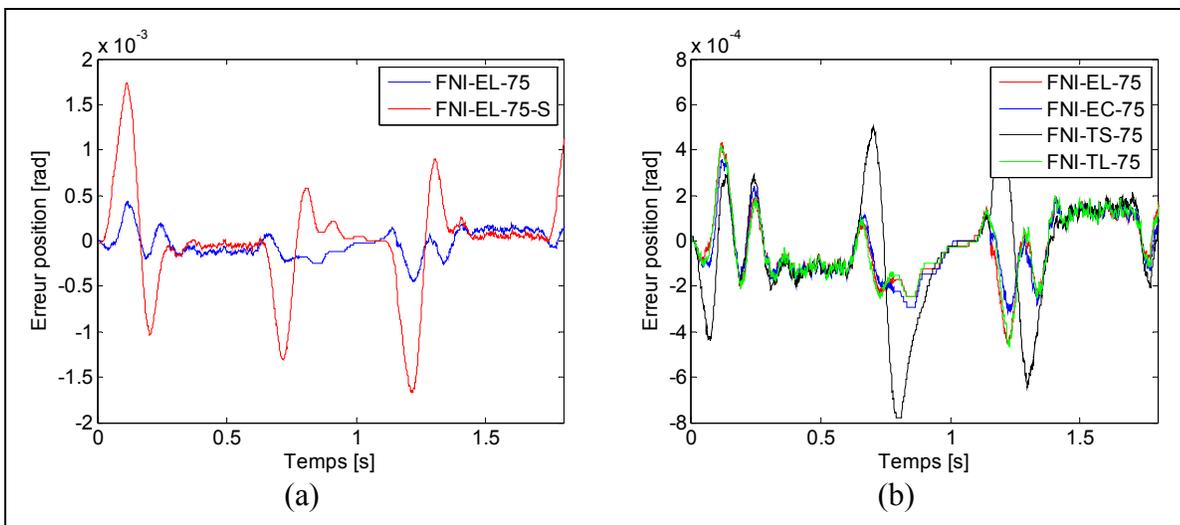


Figure 4.7 (a) Influence de l'utilisation de la commande prédictive (b) Influence de l'utilisation de différentes rigidités avec le contrôleur de commande prédictive

La rigidité utilisée dans les contrôleurs de commande prédictive a aussi une influence, surtout lors des accélérations. La Figure 4.7b illustre l'erreur de position de la membrure pour différentes rigidités. L'utilisation de la rigidité expérimentale, exprimée sous forme cubique ou linéaire, donne relativement la même réponse que l'utilisation de la rigidité théorique approximée de façon linéaire. Par contre, l'utilisation de la rigidité non linéaire théorique réduit les performances du contrôleur en augmentant l'erreur maximale d'un facteur 2.

Par ailleurs, l'utilisation du frottement et de la compensation de l'erreur cinématique n'a pas d'influence pour ce type de trajectoire. L'ajout de l'erreur cinématique à la trajectoire désirée du moteur n'influence pas la réponse, car l'amplitude de l'erreur est du même ordre que la précision des capteurs qui la mesure.

Dans le but de valider le modèle numérique, présenté à la section 3.4, les résultats simulés ont été comparés aux résultats expérimentaux, pour trois types de contrôleurs. Le premier contrôleur, présenté à la Figure 4.8, est le contrôle rigide asservi par la position moteur (RM-100). Le second contrôleur, présenté à la Figure 4.9, est le contrôle de commande prédictive, qui utilise les deux capteurs de position (FCI-EL-75). Le troisième contrôleur, présenté à la Figure 4.10, est le contrôle utilisant la technique des perturbations singulières (PSI-EL-30), qui utilise aussi les deux capteurs de position. Pour chacun des essais, la comparaison est faite avec l'erreur de suivi de trajectoire et le couple appliqué au moteur. Pour les deux premiers contrôleurs simulés, le modèle numérique représente bien l'erreur de suivi de trajectoire, malgré qu'à certains endroits, la simulation de la commande prédictive diffère un peu de l'expérimentation. Quant au couple appliqué, le couple expérimental est plus bruité que la simulation, spécialement pour le contrôle rigide. Malgré tout, le modèle numérique représente bien le comportement réel du système mécanique étudié. Les résultats expérimentaux sont en phase avec le modèle numérique et les amplitudes maximales se produisent au même moment. Quant au troisième contrôleur (PSI-EL-30), les résultats expérimentaux diffèrent de la simulation, tant au niveau de la fluctuation du couple que de l'erreur de suivie de trajectoire.

Étant donné que deux contrôleurs sur trois obtiennent une corrélation entre la simulation et l'expérimentation, le modèle numérique est donc validé. La non-corrélation du contrôleur utilisant la technique des perturbations singulières est probablement engendrée par le bruit des signaux du montage expérimental. En effet, il a été observé que ce type de contrôle, lors de simulation, était particulièrement sensible aux bruits comparativement aux autres contrôleurs, notamment quant au type de filtrage utilisé pour la vitesse.

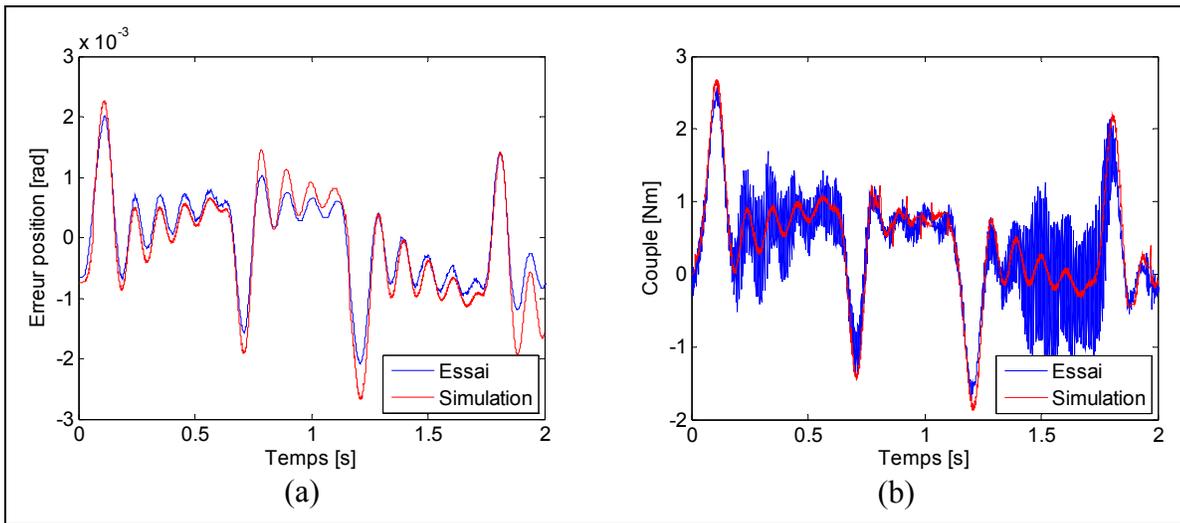


Figure 4.8 Comparaison entre la simulation et l'essai expérimental avec le contrôle RM-100 (a) Erreur de suivi de trajectoire (b) Couple appliqué au moteur

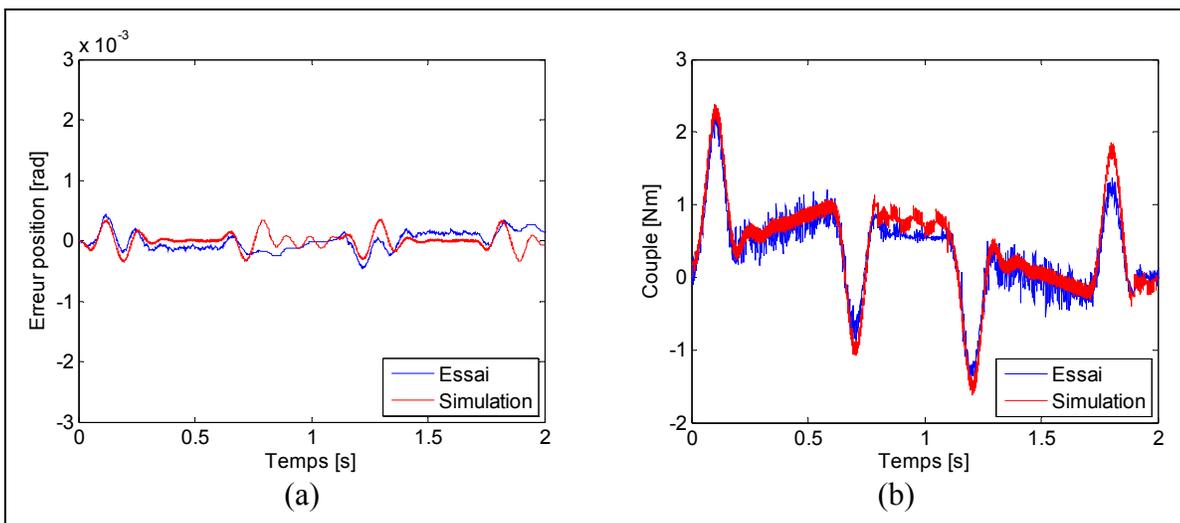


Figure 4.9 Comparaison entre la simulation et l'essai expérimental avec le contrôle FNI-EL-75 (a) Erreur de suivi de trajectoire (b) Couple appliqué au moteur

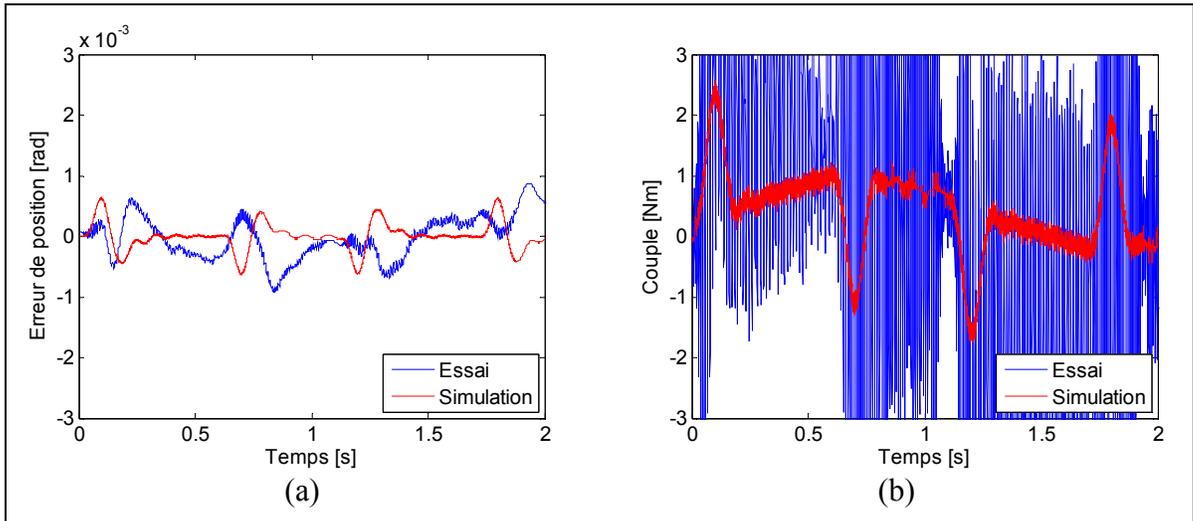


Figure 4.10 Comparaison entre la simulation et l'essai expérimental avec le contrôle PSI-EL-30 (a) Erreur de suivi de trajectoire (b) Couple appliqué au moteur

### 4.3 Vitesse constante à la fréquence naturelle du système

Pour tout système possédant un réducteur harmonique, il existe une vitesse de rotation à laquelle le système peut résonner. Cette vitesse de résonance est dictée par la fréquence de l'erreur cinématique du réducteur harmonique, qui est deux fois plus rapide que la fréquence de rotation de l'entrée (*wave generator*). Par conséquent, la vitesse de résonance à l'entrée (en RPM) se calcule en multipliant la fréquence naturelle du système (en Hz) par 30 (Harmonic Drive AG, 2011). Le fabricant suggère donc de ne pas opérer à cette vitesse. Il recommande de soit dépasser la vitesse de résonance le plus rapidement possible, soit sélectionner un réducteur plus rigide de manière à rester en deçà de la vitesse de résonance. Toutefois, ces solutions ne sont pas envisageables dans le cas du robot SCOMPI, puisque les vitesses des joints sont dépendantes de la trajectoire de l'effecteur, qui est lui-même dépendant du procédé. Par ailleurs, les réducteurs ne peuvent être surdimensionnés pour augmenter la rigidité, car la légèreté et la miniaturisation sont deux caractéristiques importantes pour le robot.

De ce fait, le robot sera sujet à opérer à la vitesse de résonance. Ainsi, des essais ont été réalisés à la fréquence de résonance de l'articulation pour évaluer les contrôleurs dans des

conditions sévères. Dans le cas étudié, la fréquence naturelle du joint est de 10 Hz, donc le moteur doit opérer à 300 RPM. La trajectoire utilisée est une rotation complète de la membrure dans le sens antihoraire. L'erreur de position des différents contrôleurs est présentée à la Figure 4.11, tandis que le couple appliqué au moteur est présenté à la Figure 4.12. Le contrôleur utilisant la technique des perturbations singulières est complètement inopérant. Le couple moteur fluctue jusqu'à saturation et une vibration audible est fortement perceptible. Ainsi, ce contrôleur ne sera pas présenté, pour cette trajectoire, puisqu'il risquait d'endommager le banc d'essai.

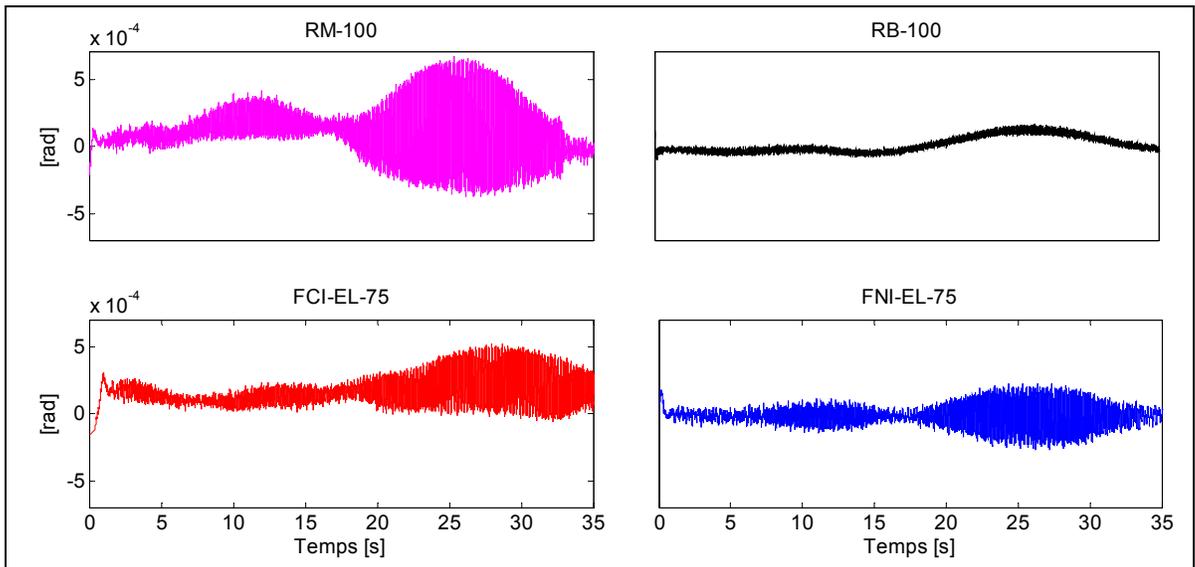


Figure 4.11 Erreur de position de la membrure pour différents contrôleurs

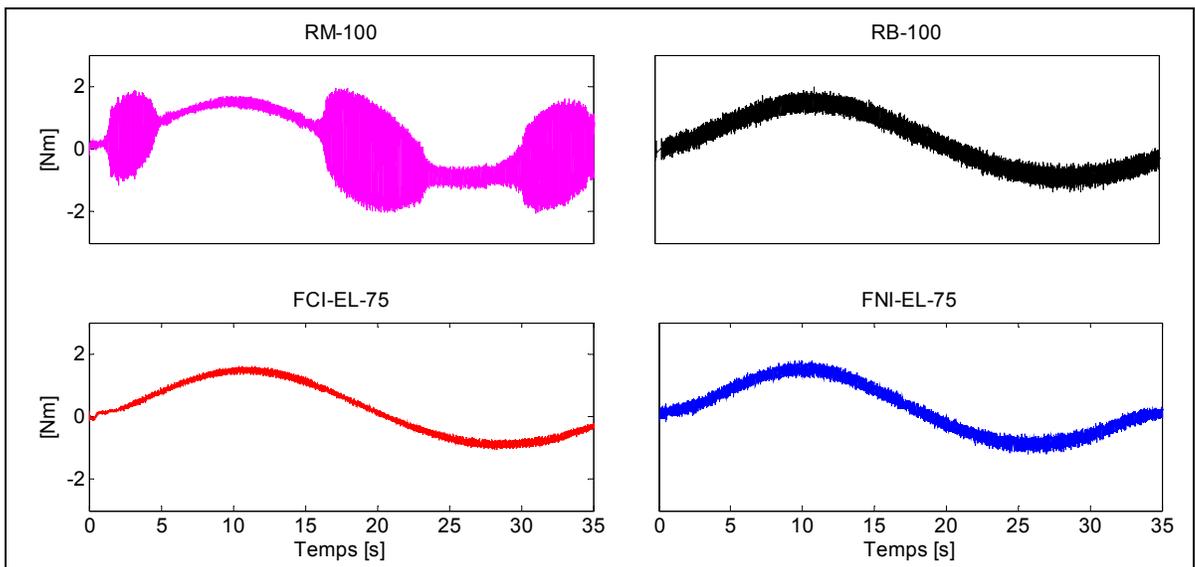


Figure 4.12 Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs

Comme pour les essais avec une trajectoire brusque, c'est le contrôleur rigide, asservi par le capteur de position moteur (RM-100), qui vibre le plus. L'amplitude de vibration crête à crête est de  $1000 \mu\text{rad}$ . La vibration maximale se produit lorsque la membrure est à l'horizontale et, spécifiquement, lorsqu'elle est à  $270^\circ$ . Cette vibration est due à un comportement anormal du système mécanique, identifié à la section 2.5.4. De plus, de fortes

fluctuations de couple appliqué au moteur sont présentes lorsque la charge est faible (soit lorsque la membrure est à la verticale).

Quant au contrôleur rigide, asservi par le capteur de position de la membrure (RB-100), les vibrations sont réduites d'un facteur 15, avec une amplitude crête à crête de 70  $\mu\text{rad}$ . C'est ce type de contrôleur qui minimise le plus les erreurs de suivi de trajectoire. En contrepartie, la fluctuation du couple moteur est trois fois supérieure au contrôleur FCI-EL-75. Cette fluctuation à haute fréquence est légèrement audible. De plus, en position stationnaire, le moteur oscille constamment autour de la position d'équilibre.

Les contrôleurs de commande prédictive (FNI-EL-75 et FCI-EL-75) réduisent la vibration de moitié avec une amplitude crête à crête de 450  $\mu\text{rad}$ . Notamment, la fluctuation du couple appliqué au moteur est deux fois moins importante lorsque le capteur de couple est utilisé en substitut au capteur de position côté membrure. Le contrôleur utilisant le capteur de couple est donc celui qui stabilise le plus le couple moteur.

L'utilisation de la correction du capteur de position côté membrure (Netzer), présentée à la section 2.2.2, contribue à la réduction de la vibration. Effectivement, avec le contrôleur RB-100, mais sans la correction du Netzer, les vibrations de la membrure augmentent d'un facteur 7. L'amplitude atteint 500  $\mu\text{rad}$  crête à crête, en plus d'une erreur de position à basse fréquence. La Figure 4.13 illustre la différence avec et sans correction, et ce, mesuré avec le Netzer et l'appareil de poursuite laser. L'amplitude de vibration est plus grande avec l'appareil de poursuite laser, car les flexions de la membrure et du support sont aussi incluses dans la mesure. Il faut noter que la même erreur a été observée lors des essais avec la commande prédictive qui utilise le Netzer (FNI-EL-75). Ainsi, l'utilisation de la correction en temps réel du capteur de position côté membrure contribue fortement à la réduction des vibrations.

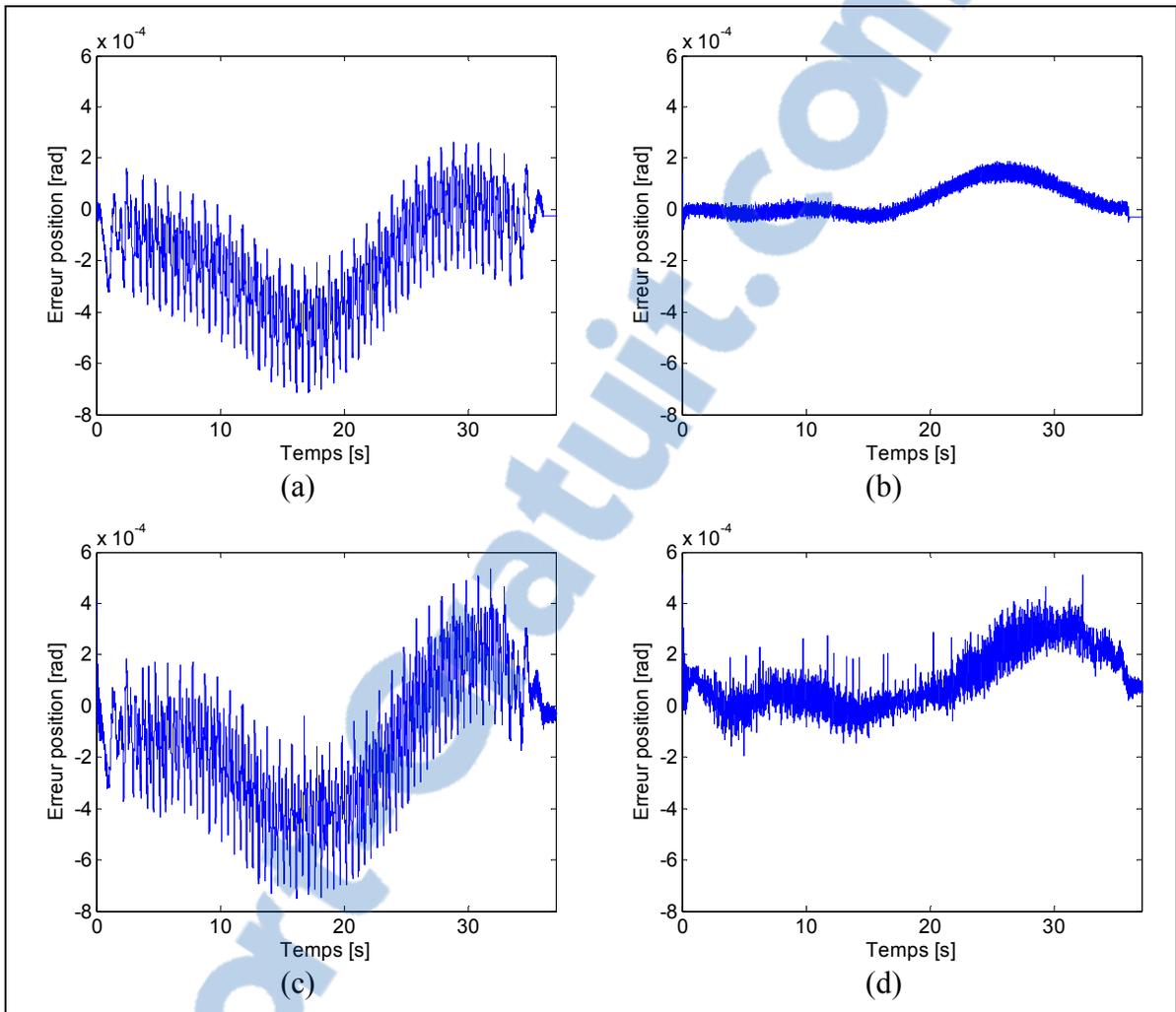


Figure 4.13 Erreur de position de la membrure avec le contrôleur RB-100 (a) Sans correction du Netzer et mesurée avec le Netzer corrigé (b) Avec correction du Netzer et mesurée avec le Netzer corrigé (c) Sans correction du Netzer et mesurée avec l'appareil de poursuite laser (d) Avec correction du Netzer et mesurée avec l'appareil de poursuite laser

#### 4.4 Essai à vitesse constante de 150 RPM et 600 RPM

Jusqu'à maintenant, les contrôleurs ont été expérimentés dans les conditions les plus sévères dans lesquelles l'articulation est sujette à opérer, soit pour de fortes accélérations ou à la vitesse coïncidant avec la fréquence de résonance du système. Maintenant, des expérimentations sont effectuées dans des conditions moins sévères, soit à des vitesses de rotation deux fois inférieures ou deux fois supérieures à la vitesse de résonance. Les vitesses

de rotation du moteur sont alors de 150 RPM et de 600 RPM. Pour chacune des vitesses, les quatre contrôleurs utilisés à la section 4.3 sont comparés. Pour les deux vitesses expérimentées, la vibration de la membrure est présentée à la Figure 4.14 et à la Figure 4.16. De plus, le couple appliqué au moteur est présenté à la Figure 4.15 et à la Figure 4.17.

Pour ce qui est de la vitesse à 150 RPM au moteur, la vibration maximale crête à crête est de  $400 \mu\text{rad}$  pour l'ensemble des contrôleurs, à l'exception du contrôleur rigide asservi, par la position de la membrure (RB-100), dont l'amplitude est de  $200 \mu\text{rad}$ . Quant à l'essai à 600 RPM, la vibration est relativement la même, peu importe le type de contrôleur. L'amplitude de la vibration crête à crête est d'environ  $100 \mu\text{rad}$ . Pour ce qui est du couple appliqué au moteur, les mêmes comportements observés à la vitesse de résonance (section 4.3) sont présents pour les deux nouvelles vitesses expérimentées.

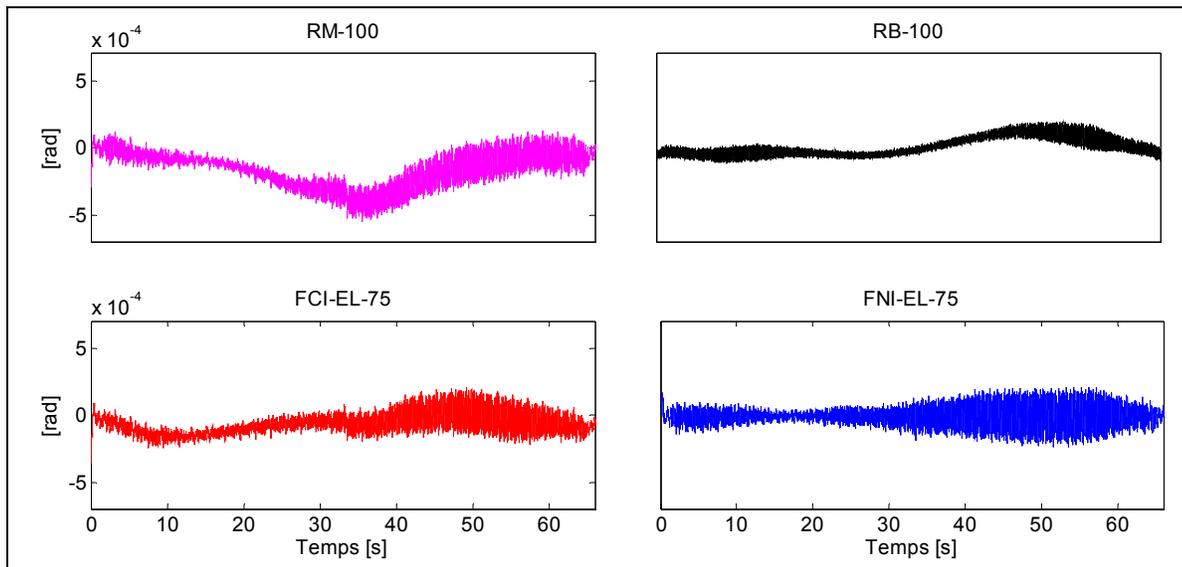


Figure 4.14 Erreur de position de la membrure pour différents contrôleurs à 150 RPM

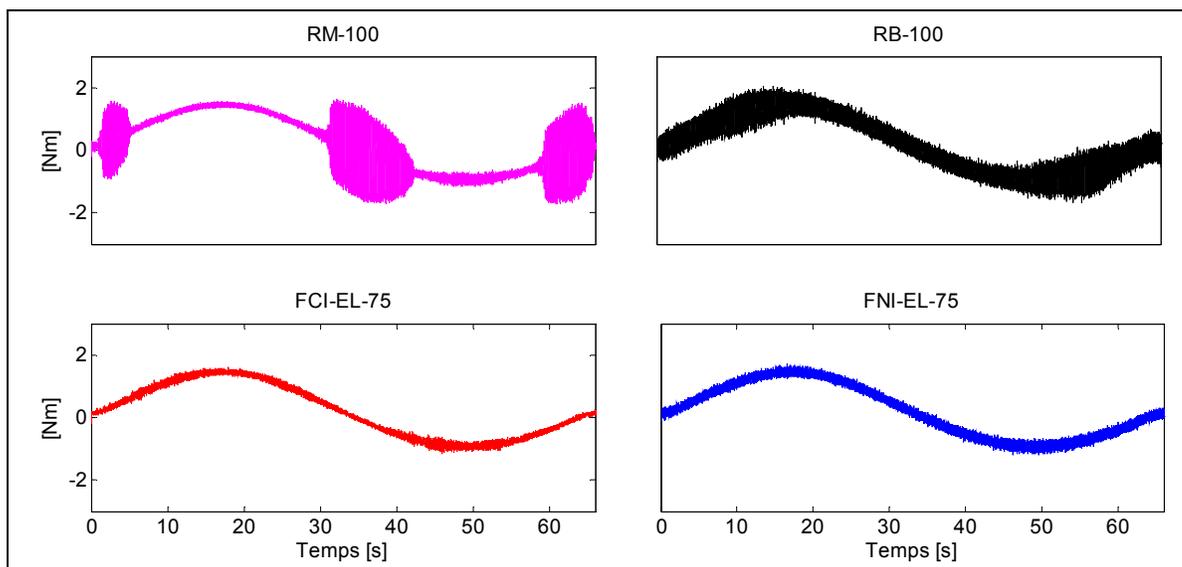


Figure 4.15 Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs à 150 RPM

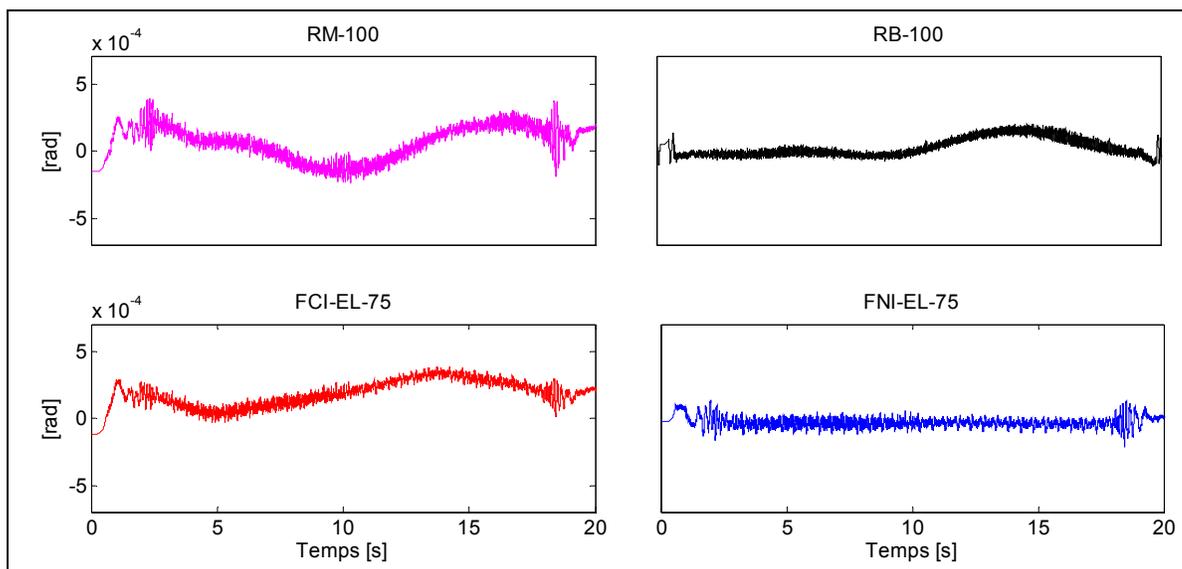


Figure 4.16 Erreur de position de la membrure pour différents contrôleurs à 600 RPM

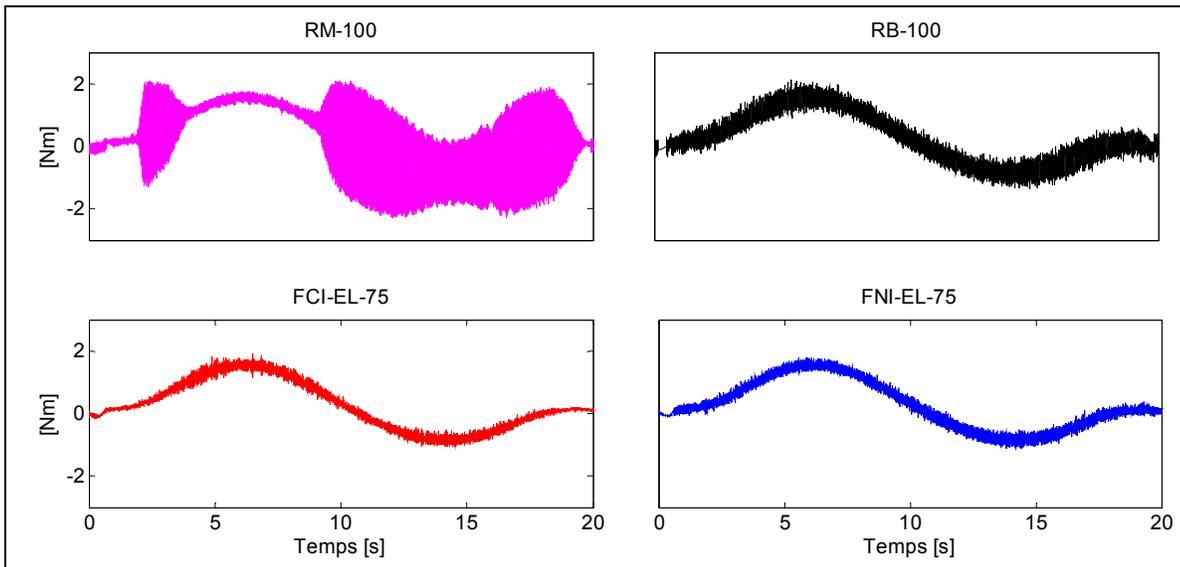


Figure 4.17 Couple appliqué au moteur pour différents contrôleurs à 600 RPM

#### 4.5 Discussions

Les essais réalisés dans le cadre de cette étude ont permis d'évaluer le comportement de l'articulation dans l'ensemble de sa plage d'opération. Suite à ces expérimentations, il est maintenant possible de discuter des avantages et des inconvénients de chacun des contrôleurs.

Dans tous les cas étudiés, c'est le contrôleur rigide, asservi par la position du moteur, qui génère le plus de vibrations de la membrure. De plus, c'est le contrôleur qui engendre le plus de fluctuation du couple moteur, à l'exception du contrôleur utilisant la technique des perturbations singulières. Une diminution des gains permet de réduire les vibrations, mais en contrepartie, augmente le temps de réponse, rendant ainsi ce contrôleur moins performant.

Les expérimentations montrent que le contrôleur de type rigide, asservi par la position de la membrure, donne une faible erreur sur le suivi de trajectoire. Il est à noter que ce résultat diffère de l'observation de Spong (1987), qui constate une instabilité avec cette approche. Cependant, le modèle de Spong a une fréquence naturelle de 1,6 Hz et un amortissement nul, comparativement au système étudié dans ce mémoire, qui a une fréquence naturelle de 10 Hz

avec de l'amortissement. D'un autre côté, malgré une faible erreur de suivi de trajectoire, le moteur oscille autour de la position d'équilibre lorsque la membrure est immobile. Cet inconvénient n'est pas négligeable et démontre une instabilité potentielle. Par conséquent, la superposition d'un autre contrôleur, servant uniquement à stabiliser la vibration du moteur, pourrait être envisagée.

La technique des perturbations singulières n'a pas donné les résultats escomptés. En effet, lors des simulations, le contrôleur donnait des résultats comparables à la commande prédictive. Cependant, ces résultats ne se sont pas reproduits lors des essais expérimentaux. La fluctuation de couple est importante et sature régulièrement, ce qui a pour effet de surchauffer le moteur. Le contrôleur donne uniquement des résultats acceptables lors d'essais de type échelon. Dans ces conditions, l'erreur entre la position désirée et la position réelle est grande. Le couple moteur est alors maximal pour converger à la trajectoire cible, ce qui limite les fluctuations. C'est uniquement durant cette période que le moteur ne vibre pas. Évidemment, dans un cas réel, l'erreur est toujours faible; ainsi, la fluctuation est toujours présente. Cependant, un meilleur filtrage des signaux ou un meilleur choix des gains pourraient rendre ce contrôleur fonctionnel.

Le contrôleur de commande prédictive s'est avéré le plus prometteur. C'est ce contrôleur qui stabilise la membrure le plus rapidement après une forte décélération. Malheureusement, il ne réduit pas les vibrations à vitesse constante autant que le contrôle rigide, asservi avec la position de la membrure. Cependant, c'est ce contrôleur qui génère le moins de fluctuation de couple au moteur. Moins de fluctuation signifie moins de perte énergétique sous forme de chaleur, ce qui évite de surchauffer le moteur à long terme et de l'endommager.

Théoriquement, la commande prédictive ne devrait pas comporter d'erreur de suivi de trajectoire si le modèle dynamique est parfaitement connu. Or, dans le système étudié, ce n'est pas le cas, car la flexibilité de la membrure et du support ne sont pas considérés dans le modèle de contrôle. Par ailleurs, l'utilisation d'un estimateur de perturbation pourrait contribuer à diminuer l'erreur. Avec cette approche, toutes les perturbations du système sont

regroupées en une seule, ce qui permet d'avoir un modèle de contrôle plus simple, tout en offrant de bonnes performances.

La caractérisation de la rigidité a permis de déceler une différence entre la rigidité fournie par le fabricant et celle mesurée expérimentalement. Cette différence a été validée lors de l'utilisation du contrôleur de commande prédictive. En effet, le contrôleur utilisant la rigidité expérimentale a donné de meilleurs résultats que celui utilisant la rigidité théorique. Ainsi, il est peut-être mieux de valider expérimentalement la rigidité ou d'approximer la rigidité théorique comme étant linéaire, en d'autres termes, négliger le phénomène de *quasi-backlash*. Inversement, même si le frottement fourni par le fabricant concordait avec le frottement mesuré, son utilisation n'est pas significative. Ainsi, en posant un frottement nul dans le modèle de contrôle, l'erreur du suivi de trajectoire reste inchangée.

Le phénomène d'hystérésis n'a pas été considéré dans le modèle de contrôle, puisqu'il complexifie davantage le modèle et que la majorité des auteurs négligent ce phénomène. Néanmoins, il serait intéressant, dans une étude subséquente, de valider son importance.

Considérer l'erreur cinématique, en l'ajoutant à la trajectoire désirée du moteur dans le modèle de contrôle, n'a pas permis de réduire l'amplitude des vibrations. Ces résultats peuvent être attribuables à la faible amplitude de l'erreur cinématique (70 mrad), versus la résolution du capteur de position côté membrure (24  $\mu$ rad).

L'importance de la précision du capteur de position angulaire du côté membrure a été démontrée. En effet, la correction apportée au capteur de position a contribué à la réduction de la vibration, dans certains cas, d'un facteur 7. Une attention particulière devrait donc être portée à la sélection du capteur de position. Si la seule solution possible est d'utiliser le même type de capteur, une méthode plus pratique que l'utilisation de l'appareil de poursuite laser devra être implantée pour caractériser l'erreur du Netzer. Une solution valable serait d'identifier l'erreur du Netzer avec le capteur de position du moteur. Par la suite, une analyse spectrale permettrait de différencier l'erreur cinématique de celle du Netzer. Cette manœuvre

est possible puisque les fréquences propres à l'erreur du Netzer sont différentes de celles propres à l'erreur cinématique du réducteur harmonique, à l'exception d'une seule fréquence. Cette exception est la fréquence dominante de l'erreur cinématique, soit deux fois la fréquence du moteur. Dans le cas étudié, 30 % de l'amplitude à cette fréquence est attribuable à l'erreur du Netzer.

L'utilisation du capteur de couple, en substitution au capteur de position du côté membrure, s'est avérée efficace. Dans le cas étudié, les deux capteurs ont toujours été utilisés individuellement. Une solution envisageable serait de combiner les deux mesures de ces capteurs et d'utiliser un filtre de Kalman. Le filtre de Kalman permet d'estimer les états d'un système dynamique à partir d'une série de mesures incomplètes ou bruitées. Ainsi, il serait possible d'utiliser en simultané les deux capteurs sans qu'il y ait redondance et, ainsi, permettre une meilleure précision sur l'état du système. Il faut noter que l'utilisation industrielle de jauges de déformation comporte certains risques, car elles sont fragiles et peu fiables, dépendamment de l'environnement et de l'utilisation. Si l'installation de jauges de déformation est retenue pour la version V4 du SCOMPI, des efforts devront être fournis pour développer une technique d'installation qui garantisse la fiabilité du capteur.



## CONCLUSION

Le but ultime du projet est de contribuer au développement de la future génération V4 du robot SCOMPI, afin de minimiser les vibrations et ainsi d'améliorer la qualité des tâches effectuées, notamment, en meulage. Pour atteindre cet objectif, le mandat de cette étude était de valider le premier concept d'une des articulations du robot et de développer un contrôleur permettant de supprimer les vibrations de cette articulation.

Pour ce faire, une caractérisation des capteurs de position a permis de constater que le capteur de position, à la sortie du réducteur, n'était pas assez précis pour supprimer adéquatement les vibrations. L'erreur du capteur a donc été caractérisée pour compenser sa mesure en temps réel. Cette amélioration a permis de supprimer la vibration d'un facteur 7, pour certains types de contrôleur.

Deux types de contrôle considérant la flexibilité ont été développés, soit un, basé sur la technique des perturbations singulières, et l'autre, avec l'approche de la commande prédictive. Les deux contrôleurs s'avéraient prometteurs lors des simulations numériques, mais en situation réelle, la technique de perturbation singulière n'a pas donné de bons résultats. Cependant, la méthode de commande prédictive s'est avérée, dans tous les cas, plus efficace qu'un contrôleur ne considérant pas la flexibilité. Le contrôleur de commande prédictive permet de stabiliser plus rapidement la membrure que les autres contrôleurs, et ce, pour le même temps de réponse. Cette étude a permis de confirmer que l'utilisation d'un contrôleur qui considère la flexibilité contribue à réduire les vibrations.

Par ailleurs, des jauges de déformation ont été installées sur la partie flexible du réducteur harmonique pour mesurer le couple transmis par l'articulation. La mesure obtenue par le capteur possédait une erreur cyclique. Il a été possible de caractériser cette erreur et de la supprimer en temps réel de la mesure. Ce capteur s'est avéré fiable avec une linéarité de 1 %. Il a permis de caractériser la rigidité et l'effet d'hystérésis du réducteur harmonique. Le capteur de couple développé a aussi été utilisé comme source de mesure, en substitution au

capteur de position à la sortie du réducteur. L'utilisation de ce capteur a donné des résultats comparables à l'utilisation d'un capteur de position angulaire.

Les comportements intrinsèques au réducteur ont été caractérisés. Cette caractérisation a permis, entre autres, de valider que la rigidité fournie par le fabricant n'est pas exactement celle mesurée en réalité. Cette information a été validée en constatant que le contrôleur était plus performant lorsque la rigidité expérimentale était utilisée, au lieu de la rigidité théorique. En contrepartie, la considération du frottement et de l'erreur cinématique n'influençait pas les performances du contrôleur.

Finalement, cette étude a permis de mettre en place un banc d'essai fonctionnel à l'IREQ donnant ainsi l'opportunité aux ingénieurs et aux chercheurs collaborant au projet d'améliorer la conception de l'articulation et du contrôleur. Cette étude contribue donc au développement de la future génération du SCOMPI, permettant ainsi d'accroître la qualité des tâches robotisées.

## RECOMMANDATIONS

Suite aux expérimentations, plusieurs propositions ont été soulevées pour la suite du projet.

Voici la liste :

- Bien qu'il ait été possible de compenser l'erreur du capteur de position côté membrure, il est préférable d'utiliser un capteur ayant une meilleure précision. La méthode actuelle de caractérisation du capteur est fastidieuse, et donc peu envisageable pour une production à moyenne échelle. Une solution valable serait d'identifier l'erreur du Netzer avec le capteur de position du moteur. Une analyse spectrale permettrait de différencier l'erreur cinématique de l'erreur du Netzer.
- L'utilisation d'un filtre de Kalman permettrait de combiner la mesure du capteur de position et du capteur de couple et, ainsi, d'avoir une meilleure précision sur l'état du système.
- Dans la boucle de rétroaction du modèle de la commande prédictive, il pourrait être envisageable de ne pas accorder d'importance au suivi de trajectoire du moteur et d'utiliser uniquement la vitesse du moteur comme retour d'état. Ainsi, si la vitesse est stabilisée, la vibration du moteur pourrait être stabilisée du même coup.
- Seulement la trajectoire de 2<sup>e</sup> ordre a été comparée à celle de 9<sup>e</sup> ordre. Des essais de trajectoire d'ordres différents pourraient donc permettre de mieux déterminer l'influence de l'ordre.
- L'utilisation de jauges juxtaposées en remplacement aux jauges superposées, pour lesquelles une déformation supérieure a été observée sur la jauge du dessus, serait souhaitable. Cette amélioration pourrait réduire le couple de fluctuation du capteur de couple.

- Une voie qui n'a pas été explorée dans cette étude, mais qui semble fort prometteuse, est l'utilisation d'un estimateur de perturbation. Avec cette approche, toutes les perturbations du système sont regroupées en une seule, ce qui permet d'avoir un modèle de contrôle plus simple, tout en offrant de bonnes performances.
- L'optimisation de la sélection des gains est souhaitable. Dans le cas étudié, les gains ont été définis en positionnant tous les pôles au même endroit, de manière à obtenir un amortissement critique. Une optimisation augmenterait sans doute les performances des contrôleurs.
- Des essais à couple constant devraient être réalisés pour quantifier le comportement anormal de l'articulation. Ce comportement génère de fortes vibrations. La source du problème devra être identifiée et corrigée.
- Une caractérisation plus approfondie du moteur et du convertisseur de puissance permettrait, entre autres, de quantifier les perturbations qui y sont associées.
- Une analyse de stabilité et une analyse fréquentielle des contrôleurs seraient souhaitable pour mieux les comparer.
- Les contrôleurs devraient être étendus à un modèle numérique à six degrés de liberté, tel le SCOMPI. Cette étape est essentielle pour justifier le choix du contrôleur qui sera implanté dans la version future du robot.

## ANNEXE I

### FONCTION DE L'ERREUR DU NETZER

#### Fonction

$$\begin{aligned} f(x) = & d + a_1 \sin(b_1 x + c_1) + a_2 \sin(b_2 x + c_2) + \\ & a_3 \sin(b_3 x + c_3) + a_4 \sin(b_4 x + c_4) + a_5 \sin(b_5 x + c_5) + \\ & a_6 \sin(b_6 x + c_6) + a_7 \sin(b_7 x + c_7) + a_8 \sin(b_8 x + c_8) \end{aligned} \quad (\text{A I-1})$$

#### Paramètres

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.0001936 \\ b_1 &= 1 \\ c_1 &= -1.454 \\ a_2 &= 0.0001187 \\ b_2 &= 128 \\ c_2 &= -1.588 \\ a_3 &= 8.863e-005 \\ b_3 &= 64 \\ c_3 &= 0.4777 \\ a_4 &= 0 \\ b_4 &= 0 \\ c_4 &= 0 \\ a_5 &= 4.24e-005 \\ b_5 &= 32 \\ c_5 &= -0.317 \\ a_6 &= 2.878e-005 \\ b_6 &= 2 \\ c_6 &= 0.8739 \\ a_7 &= 1.446e-005 \\ b_7 &= 320 \\ c_7 &= -0.586 \\ a_8 &= 0 \\ b_8 &= 0 \\ c_8 &= 0 \\ d &= 0.000321 \end{aligned}$$



## ANNEXE II

### FONCTION DE L'ERREUR DU CAPTEUR DE COUPLE

#### Fonction

$$\begin{aligned} f(x) = & d + a_1 \sin(b_1 x + c_1) + a_2 \sin(b_2 x + c_2) + \\ & a_3 \sin(b_3 x + c_3) + a_4 \sin(b_4 x + c_4) + a_5 \sin(b_5 x + c_5) + \\ & a_6 \sin(b_6 x + c_6) + a_7 \sin(b_7 x + c_7) + a_8 \sin(b_8 x + c_8) \end{aligned} \quad (\text{A II-1})$$

#### Paramètres

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.1096 \\ b_1 &= 4.025 \\ c_1 &= -1.483 \\ a_2 &= 0.04911 \\ b_2 &= 0.0008701 \\ c_2 &= 1.217 \\ a_3 &= 0.01061 \\ b_3 &= 2.013 \\ c_3 &= 0.5767 \\ a_4 &= 0.003434 \\ b_4 &= 0.02497 \\ c_4 &= 1.311 \\ a_5 &= 0.04267 \\ b_5 &= 0.0009407 \\ c_5 &= 4.319 \\ a_6 &= 0.002321 \\ b_6 &= 2.025 \\ c_6 &= -2.315 \\ a_7 &= 0.001329 \\ b_7 &= 6.025 \\ c_7 &= 0.2615 \\ a_8 &= 0.001681 \\ b_8 &= 8.025 \\ c_8 &= 2.249 \\ d &= 6.831 \end{aligned}$$



## ANNEXE III

### FONCTION DE L'ERREUR CINÉMATIQUE

#### Fonction

$$f(x) = a_1 \sin(b_1 x + c_1) + a_2 \sin(b_2 x + c_2) + a_3 \sin(b_3 x + c_3) + a_4 \sin(b_4 x + c_4) \quad (\text{A III-1})$$

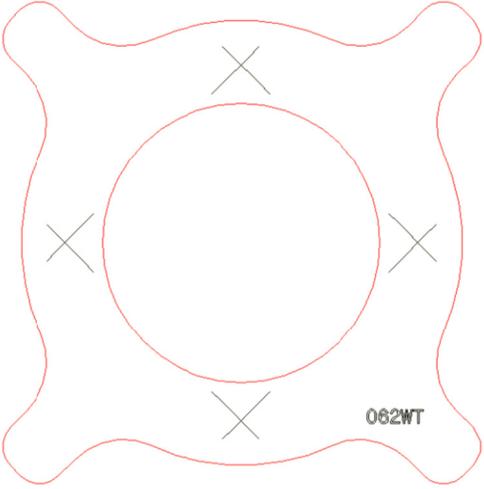
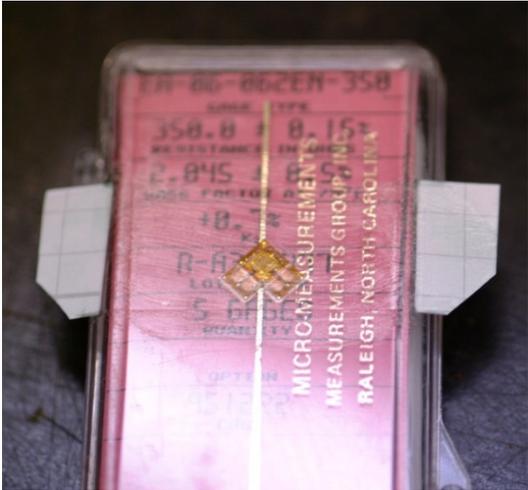
#### Paramètres

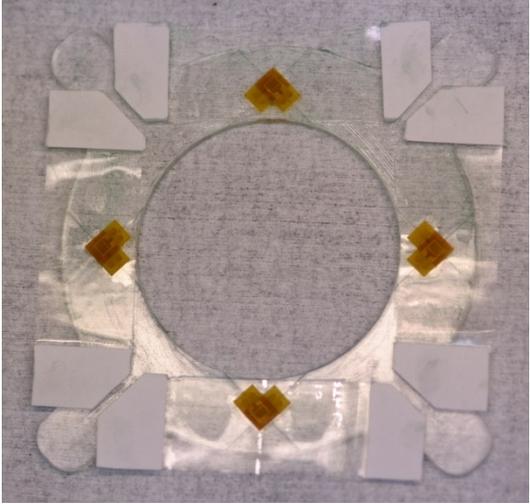
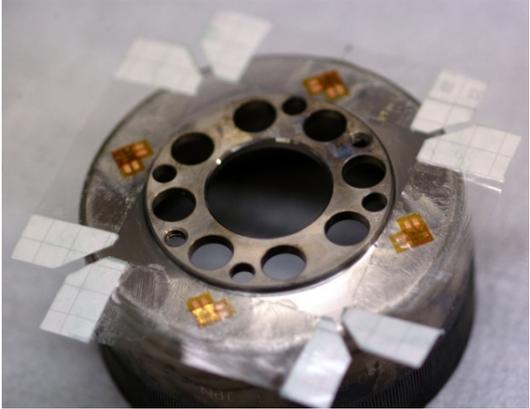
$$\begin{aligned} a_1 &= 3.395e-005 \\ b_1 &= 2 \\ c_1 &= 1.053 \\ a_2 &= 1.143e-005 \\ b_2 &= 1 \\ c_2 &= -2.348 \\ a_3 &= 8.763e-006 \\ b_3 &= 4 \\ c_3 &= -2.33 \\ a_4 &= 6.278e-006 \\ b_4 &= 3 \\ c_4 &= 1.651 \end{aligned}$$

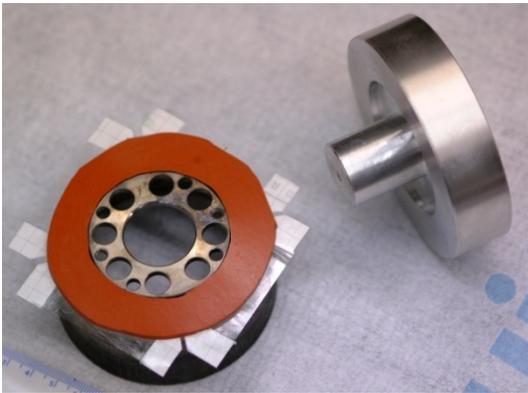


## ANNEXE IV

### MÉTHODE D'INSTALLATION DES JAUGES DE DÉFORMATION SUR LA FS

1	 <p>The diagram shows a red outline of a strain gauge pattern. It features a central circle with four 'X' marks at the top, bottom, left, and right positions. The pattern is labeled '082WT' in the bottom right corner.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Découper et graver un patron au laser avec une précision de l'ordre du micromètre.</li></ul>
2	 <p>The photograph shows a strain gauge being installed on a surface. The gauge is a small, square device with a central gold-colored element. It is being held in place by a pinkish-red adhesive strip. The strip has text printed on it, including 'MICRO-MEASUREMENTS', 'MEASUREMENTS GROUP, INC.', and 'RALEIGH, NORTH CAROLINA'. The gauge is being applied to a surface that appears to be a concrete or masonry block.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Placer les rosettes sur une surface nettoyée selon les exigences du fabricant. La surface de la rosette à coller doit faire face à la surface nettoyée.</li><li>• Coller un papier cellophane autocollant sur les jauges.</li><li>• Coller aux extrémités du papier cellophane des morceaux de papier pour permettre de manipuler les assemblages de rosettes et de cellophane.</li></ul>

3		<ul style="list-style-type: none"><li>• Graisser le patron et le dessus du papier cellophane.</li><li>• Mettre l'assemblage rosette et le papier cellophane sur le patron graissé (le côté collant du cellophane vers le haut).</li><li>• Positionner les jauges au bon endroit avec un microscope optique de type stéréomicroscope ou un autre instrument permettant une précision de positionnement.</li><li>• Mettre de la colle sur les rosettes.</li></ul>
4		<ul style="list-style-type: none"><li>• Déposer l'assemblage du patron et des rosettes sur la <i>flexspline</i> qui à été préalablement préparée.</li><li>• Appliquer une pression pour que le papier cellophane colle sur le <i>diaphragm</i> de la <i>flexspline</i>.</li><li>• Retirer délicatement le patron en s'assurant que les rosettes restent collées sur la <i>flexspline</i>.</li></ul>

5		<ul style="list-style-type: none"><li>• Appliquer un matériau mou sur les rosettes.</li><li>• Appliquer, sur le matériau mou, une surface plane rigide qui permettra d'appliquer la pression nécessaire.</li><li>• Appliquer la pression prescrite, pendant le temps prescrit, selon la colle utilisée.</li></ul>
6		<ul style="list-style-type: none"><li>• Effectuer les soudures des jauges.</li><li>• Appliquer un enduit pour protéger les jauges.</li></ul>



## ANNEXE V

### TRAJECTOIRE 2<sup>E</sup> ET 9<sup>E</sup> ORDRE

2 <sup>e</sup> ordre	<ul style="list-style-type: none"><li>• Amplitude de la vitesse constante : 1 rad/s</li><li>• Amplitude de la rotation : 0,6 rad</li><li>• Durée de l'accélération : 0,12 s</li><li>• Durée de la pause : 0,38 s</li></ul>
9 <sup>e</sup> ordre	<ul style="list-style-type: none"><li>• Amplitude de la vitesse constante : 1 rad/s</li><li>• Amplitude de la rotation : 0,6 rad</li><li>• Amplitude de la rotation pour la portion d'accélération : 0,1 rad</li><li>• Durée de l'accélération : 0,2 s</li><li>• Durée de la pause : 0,3 s</li></ul>

## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Chedmail, Patrick, et Jean-Pierre Martineau. 1996. « Characterization of robot harmonic drive actuators friction and stiffness parameters ». In *Proceedings of the 1996 3rd Biennial Joint Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ESDA. Part 7 (of 9), July 1, 1996 - July 4, 1996*, 4. Vol. 76, p. 135-142. Coll. « American Society of Mechanical Engineers, Petroleum Division (Publication) PD ». Montpellier, Fr: ASME.
- De Luca, A. 1988. « Dynamic control of robots with joint elasticity ». In *Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on (24-29 Apr 1988)*. p. 152-158 vol.1.
- De Luca, A. 2000. « Feedforward/feedback laws for the control of flexible robots ». In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on (2000)*. Vol. 1, p. 233-240 vol.1.
- Dhaouadi, R., et F. H. Ghorbel. 2008. « Modelling and analysis of nonlinear stiffness, hysteresis and friction in harmonic drive gears ». *International Journal of Modelling and Simulation*, vol. 28, n° 3, p. 329-36.
- Dhaouadi, R., F. H. Ghorbel et P. S. Gandhi. 2003. « A new dynamic model of hysteresis in harmonic drives ». *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 50, n° 6, p. 1165-1171.
- Gandhi, Prasanna S., et Fathi H. Ghorbel. 2002. « Closed-loop compensation of kinematic error in harmonic drives for precision control applications ». *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, n° 6, p. 759-768.
- Ghorbel, Fathi H., Prasanna S. Gandhi et Friedhelm Alpetter. 2001. « On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears ». *Journal of Mechanical Design*, vol. 123, n° 1, p. 90-97.
- Godler, I., et M. Hashimoto. 1998. « Torque control of harmonic drive gears with built-in sensing ». In *IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 31 Aug.-4 Sept. 1998*. Vol. vol.3, p. 1818-23. Coll. « IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (Cat. No.98CH36200) ». New York, NY, USA: IEEE.
- Godler, I., M. Hashimoto, M. Horiuchi et T. Ninomiya. 2001. « Performance of gain-tuned Harmonic Drive torque sensor under load and speed conditions ». *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 6, n° 2, p. 155-160.

- Godler, I., M. Horiuchi, M. Hashimoto et T. Ninomiya. 2000a. « Accuracy improvement of built-in torque sensing for Harmonic Drives ». *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 5, n° 4, p. 360-6.
- Godler, I., T. Ninomiya, M. Horiuchi et M. Hashimoto. 2000b. « Improved performance of built-in torque sensing for harmonic drives ». In *2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 31, 2000 - November 5, 2000*. Vol. 2, p. 1249-1254. Coll. « IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems ». Takamatsu, Japan: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- Godler, Ivan, Tamotsu Ninomiya et Masashi Horiuchi. 2001. « Ripple compensation for torque sensors built into Harmonic Drives ». *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 50, n° 1, p. 117-122.
- Good, M. C., L. M. Sweet et K. L. Strobel. 1985. « Dynamic models for control system design of integrated robot and drive systems ». *Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 107, n° 1, p. 53-9.
- Harmonic Drive AG. 2011. *Engineering Data for Harmonic Drive Gears*. Allemagne, 26 p.
- Harmonic Drive Technology. 2009. *Digital Catalogue - Precision in motion*. Japon, 49 p.
- Hashimoto, Minoru, Yoshihide Kiyosawa et Richard F. Paul. 1993. « Torque sensing technique for robots with harmonic drives ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, n° 1, p. 108-116.
- Hazel, B., P. Mongenot, J. Michaud et Gendron S. 2005. *Robot Scompi 4eme Génération : Spécifications*. Montréal: Hydro-Québec : Institut de Recherche, 34 p.
- Hazel, Bruce, et Jean Cote. 2010. « Robotic penstock welding ». In *2010 1st International Conference on Applied Robotics for the Power Industry, CARPI 2010, October 5, 2010 - October 7, 2010*. Coll. « 2010 1st International Conference on Applied Robotics for the Power Industry, CARPI 2010 ». Montreal, QC, Canada: IEEE Computer Society.
- Hazel, Bruce, Jean Cote, Yvan Laroche et Patrick Mongenot. 2012a. « Field repair and construction of large hydropower equipment with a portable robot ». *Journal of Field Robotics*, vol. 29, n° 1, p. 102-122.
- Hazel, Bruce, Jean Cote, Yvan Laroche et Patrick Mongenot. 2012b. « A portable, multiprocess, track-based robot for in situ work on hydropower equipment ». *Journal of Field Robotics*, vol. 29, n° 1, p. 69-101.

- Karnopp, Dean. 1985. « COMPUTER SIMULATION OF STICK-SLIP FRICTION IN MECHANICAL DYNAMIC SYSTEMS ». *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, vol. 107, n° 1, p. 100-103.
- Kennedy, Christopher W., et Jaydev P. Desai. 2005. « Modeling and control of the Mitsubishi PA-10 robot arm harmonic drive system ». *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 10, n° 3, p. 263-274.
- Khial, Karim. 2001. « Commande en position d'un servo-système incluant un réducteur harmonique avec mesure de couple et compensation de non-linéarités ». MQ65585, Canada, Ecole Polytechnique, Montreal (Canada), 118 p.
- Kircanski, N. M., et A. A. Goldenberg. 1997. « An experimental study of nonlinear stiffness, hysteresis, and friction effects in robot joints with harmonic drives and torque sensors ». *International Journal of Robotics Research*, vol. 16, n° 2, p. 214-39.
- Marler, R. T., et J. S. Arora. 2004. « Survey of multi-objective optimization methods for engineering ». *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 26, n° 6, p. 369-395.
- Moberg, Stig. 2007. « On Modeling and Control of Flexible Manipulators ». Linköping, Suède, Linköping University, 148 p.
- Moghaddam, Majid Mohammadi. 1997. « Robust H(infinity)-based control of flexible joint robots with harmonic drive transmission ». NQ28295, Canada, University of Toronto (Canada), 109 p.
- Musser, C.W. 1955. *STRAIN WAVE GEARING-BEARING VARIABLE ELEMENTS*. Office, United States Patent (inv.). 2,906,143. United States.
- Nye, Ted W., et Robert P. Kraml. 1991. « Harmonic drive gear error: Characterization and compensation for precision pointing and tracking ». *NASA Conference Publication*, n° 3113, p. 237-237.
- Olsson, H., K. J. Astrom, C. Canudas de Wit, M. Gafvert et P. Lischinsky. 1998. « Friction models and friction compensation ». *European Journal of Control*, vol. 4, n° 3, p. 176-95.
- Ozgoli, S., et H. D. Taghirad. 2006. « A survey on the control of flexible joint robots ». *Asian Journal of Control*, vol. 8, n° 4, p. 332-344.
- Preissner, C. 2009. « A high-fidelity harmonic drive model: Experiment, simulation, and application ». 3367520, United States -- Illinois, University of Illinois at Chicago, 179 p.

- Scherer, C., P. Gahinet et M. Chilali. 1997. « Multiobjective output-feedback control via LMI optimization ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 42, n° 7, p. 896-911.
- Sensinger, J. W., et R. Fff Weir. 2006. « Improved torque fidelity in harmonic drive sensors through the union of two existing strategies ». *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 11, n° 4, p. 457-61.
- Seyfferth, W., A. J. Maghzal et J. Angeles. 1995. « Nonlinear modeling and parameter identification of harmonic drive robotic transmissions ». In *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 21-27 May 1995*. Vol. vol.3, p. 3027-32. Coll. « Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.95CH3461-1) ». New York, NY, USA: IEEE.
- Spong, M., K. Khorasani et P. Kokotovic. 1987. « An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots ». *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, vol. 3, n° 4, p. 291-300.
- Spong, M. W. 1987. « Modeling and control of elastic joint robots ». *Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 109, n° 4, p. 310-319.
- Spong, M. W. 1990. *Control of Flexible Joint Robots: A Survey*. ILL-U-Eng-90-2203 DC-116. Urbana, Illinois: Coordinated Science Laboratory, University of Illinois.
- Spong, MW, S Hutchinson et M Vidyasagar. 2006. *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons.
- Swiatek, Grzegorz, Bruce Hazel et Zhaoheng Liu. 2010. « Dynamic simulation and configuration dependant modal identification of a portable flexible-link and flexible-joint robot ». In *2010 CMVA Seminar* (Université Laval, Québec, Canada, 27-29 octobre 2010).
- Taghirad, H. D. 1997. « Robust torque control of harmonic drive systems ». NQ44660, Canada, McGill University (Canada), 164 p.
- Taghirad, H. D. 1999. « Intelligent built-in torque sensor for harmonic drive systems ». *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 48, n° 6, p. 1201-1207.
- Taghirad, H. D., et P. R. Bélanger. 1998a. « Modeling and Parameter Identification of Harmonic Drive Systems ». *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 120, n° 4, p. 439-444.

- Taghirad, H. D., et P. R. Bélanger. 1998b. « Torque ripple and misalignment torque compensation for the built-in torque sensor of harmonic drive systems ». *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 47, n° 1, p. 309-315.
- Taubin, G. 1991. « Estimation of planar curves, surfaces, and nonplanar space curves defined by implicit equations with applications to edge and range image segmentation ». *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, vol. 13, n° 11, p. 1115-1138.
- Tjahjowidodo, T., Al-Bender, F., Van Brussel, H. . 2006. « Nonlinear Modelling and Identification of Torsional Behaviour in Harmonic Drives ». In *he Proceedings of ISMA Conference 2006*, . p. 2785-2796. Leuven, Belgium.
- Tsang, Raymond Wai-Man. 1993. « Implementation of integral manifold control on a two degree of freedom flexible joint manipulator: Theory and experiments ». MM83572, Canada, University of Toronto (Canada), 160 p.
- Tuttle, T. D. 1992. *Understanding and Modeling the Behavior of a Harmonic Drive Gear Transmission*. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology.
- Tuttle, T. D., et W. P. Seering. 1996. « A nonlinear model of a harmonic drive gear transmission ». *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 12, n° 3, p. 368-374.
- Wen-Hong, Zhu, E. Dupuis et M. Doyon. 2007. « Adaptive Control of Harmonic Drives ». *Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 129, n° 2, p. 182-93.
- Wilson, G. A., et G. W. Irwin. 1993. « Tracking control of manipulators with elastic joints ». In *Proceedings of the 2nd IEEE Conference on Control Applications, September 13, 1993 - September 16, 1993*. Vol. 1, p. 165-170. Coll. « Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications ». BC, BC, Can: Publ by IEEE.