

## Sommaire

Introduction.....	1
<b>Chapitre I Revue de littérature</b>	
1.1. Généralités .....	3
1.2. Les tuyaux de transport du fluide .....	4
1.3. Revue de littérature .....	6
<b>Chapitre II Formulation du domaine structure et liquide</b>	
2. Formulation du domaine structure et fluide.....	9
2.1. Théorie des poutres .....	9
2.1.1. Définition .....	9
2.1.2 Hypothèses cinématique de la théorie des poutres .....	9
2.2. Modélisation du tuyau et du fluide .....	11
2.2.1. Élément fluide.....	11
2.2.2. Élément conduite .....	12
2.3. Modélisation par l'équation de Lagrange .....	16
2.3.1. Formulation du tuyau .....	16
2.3.1.1. Relation déformation –déplacement .....	16
2.3.1.2. Relation contraintes –déformations .....	17
2.3.1.3. Energie de déformation de la conduite .....	17
2.3.1.4. Energie cinétique de la conduite .....	18
2.3.2. Formulation du domaine liquide.....	18
2.3.2.1. Energie cinétique du fluide .....	18
2.3.3. Equation de mouvement .....	20
<b>Chapitre III Formulation de la structure et le fluide par MEF</b>	
3. Modélisation de la structure et fluide par MEF .....	22
3.1. Détermination des matrices [M], [C] et [K] .....	22
3.1.1. Détermination des matrices [M] et [K] de la conduite .....	22
3.1.1.2. Détermination de matrice de rigidité pour la conduite .....	23

---

3.1.1.3. Détermination de matrice masse de conduite .....	25
3.1.2. Détermination des matrices $[M]$ , $[C]$ et $[K]$ de fluide .....	26
3.1.2.1. Détermination de la matrice masse du fluide.....	26
3.1.2.2. Détermination de la matrice de rigidité du fluide.....	27
3.1.2.2. Détermination de la matrice d'amortissement du fluide.....	29
3.1.3. L'équation de mouvement du tuyau .....	29
3.1.4. L'équation de mouvement du fluide.....	29
3.1.5. L'équation de mouvement de couplage fluide solide (tuyau) .....	30

#### **Chapitre IV Organisation de la programmation**

4. Description de programmation .....	31
4.1. Introduction.....	31
4.2. Programme structure fluide.....	31
4.3. Introduction des données .....	32
4.3.1. Fichier des données.....	32
4.3.1.1. Paramètre de la structure et fluide .....	32
4.3.1.2. Conditions aux limites .....	33
4.3.1.3. Calcul des intégrales .....	34
4.3.2. Programme de calcul.....	34
4.3.2.1 Calcul des matrices des rigidités, matrices masses et d'amortissement .....	34
4.3.2.2. Conditions aux limites .....	35
4.3.2.3. Calcul des valeurs propres .....	35
4.3.2.4. Résolution de problème .....	35
4.3.2.5. Calcul de la matrice $[C]$ .....	36
3.2.6 Fichier de sortie.....	37

#### **Chapitre V Résultat et interprétation**

4.5. Résultats et interprétation .....	38
5.1. Validation et convergences .....	38
5.1.1. Convergences.....	38

5.1.2. Validation.....	43
5.1.3. Validations de la structure .....	43
5.1.4. Validations de la structure avec fluide.....	45
5.1.5. Exemples d'application.....	53
5.1.6 Interprétation.....	61
<b>Conclusion</b> .....	<b>62</b>

## Liste des tableaux

Tableau 4.1 : Introduction des conditions aux limites .....	34
Tableau 5.1 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide A-A ..	39
Tableau 5.2 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-L ...	40
Tableau 5.3 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-E ...	41
Tableau 5.4 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-A ...	42
Tableau 5.5 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ en utilisant la MEF avec [34] pour Encastrée-Libre (E-L) .....	44
Tableau 5.6 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ en utilisant la MEF avec [34] pour Encastrée-Appuis (E-A) .....	44
Tableau 5.7 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ en utilisant la MEF avec [34] pour Encastrée- Encastrée (E-E) .....	44
Tableau 5.8 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ en utilisant la MEF avec [34] pour Appuis - Appuis (A-A) .....	44
Tableau 5.9 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ à une vitesse du fluide $v_f=0$ avec [14] pour Encastrée-Libre (E-L) .....	45
Tableau 5.10 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ à une vitesse du fluide $v_f=0$ avec [14] pour Encastrée-Appuis (E-A) .....	45
Tableau 5.11 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ à une vitesse du fluide $v_f=0$ avec [14] pour Encastrée- Encastrée (E-E) .....	46
Tableau 5.12 : comparaison des paramètres des fréquences $\omega$ à une vitesse du fluide $v_f=0$ avec [14] pour Appuis - Appuis (A-A) .....	46
Tableau 5.13 : comparaisons entre les vitesses critiques dans le cas Appuis - Appuis (A-A) avec [6] et [14] .....	47
Tableau 5.14 : comparaisons entre les vitesses critiques dans le cas Encastrée-Appuis (E-A) avec [6] et [14] .....	47
Tableau 5.15 : comparaisons entre les vitesses critiques dans le cas Encastrée-Encastrée (E-E) avec [6] et [14] .....	48
Tableau 5.16 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Appuis - Appuis (A-A) – $B = 0.1$ .....	48

- Tableau 5. 17 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée-Appuis (E-A) –  $B = 0.5$  ..... 50
- Tableau 5.18 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) –  $B = 0.5$  ... 52
- Tableau 5.19 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Appuis - Appuis (A-A) –  $B = 0.3$  ..... 54
- Tableau 5.20 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Appuis - Appuis (A-A) –  $B = 0.5$  ..... 54
- Tableau 5.21 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Encastrée-Appuis (E-A) –  $B = 0.1$  ..... 56
- Tableau 5.22 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée-Appuis (E-A) –  $B = 0.3$  ..... 56
- Tableau 5.23 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) –  $B = 0.1$  ... 58
- Tableau 5.24 : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) –  $B = 0.3$  ... 59

## Liste des figures

Figure 1.1 : les méthodes de couplage .....	4
Figure 1.2 : conduite transportant le liquide .....	5
Figure 2.1 : Un tuyau de transport du fluide.....	10
Figure 2.2 : Forces et moments agissant sur les éléments (a) fluide, (b) tuyau.....	11
Figure 2.3: Représentation du premier terme de l'équation du mouvement (Force due à la flexion) .....	14
Figure 2.4: Représentation du deuxième terme de l'équation du mouvement (Force qui contraint le fluide à la courbure du tuyau) .....	14
Figure 2.5: Représentation du troisième terme de l'équation du mouvement (Force de Coriolis) .....	15
Figure 2.6: Représentation du quatrième terme de l'équation du mouvement (Force d'inertie).....	15
Figure 2.7: déformation de la poutre .....	16
Figure 2.8: déformation de la section .....	16
Figure 2.9 : Repère fixes et mobile.....	18
Figure 3.1 : Élément poutre .....	22
Figure 3.2 : Élément poutre à deux nœuds .....	23
Figure 4.1 : Numérotation des nœuds d'élément fluide et structure.....	33
Figure 5.1 : différentes conditions aux limites .....	38
Figure 5.2 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide A-A.....	39
Figure 5.3 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-L.....	40
Figure 5.4 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\omega$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-E.....	41

Figure 5.5 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences $\varpi$ en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-A .....	42
Figure 5.6 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Appuis - Appuis (A-A) B=0.1 .....	49
Figure 5.7 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée-Appuis (E-A) B=0.5 .....	51
Figure 5.8 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) B=0.5 .....	53
Figure 5.9 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Appuis - Appuis (A-A) B=0.3 .....	55
Figure (5.10) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (A-A) B=0.5 .....	55
Figure 5.11 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée-Appuis (E-A) B=0.1 .....	57
Figure (5.12) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (E-A) B=0.3 .....	57
Figure 5.13 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) B=0.1 .....	59
Figure (5.14) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) B=0.3 .....	60

## Liste des symboles

$S$	Périmètre interne du tuyau
$S_S$	Surface du tuyau
$S_f$	Surface du fluide
$q$	Contrainte de cisaillement sur la surface interne du tuyau
$A$	Section interne de tuyau
$P$	Pression
$Q$	Force de cisaillement transversal de la canalisation
$T$	Tension longitudinale dans le tube
$F$	Force radiale
$M$	Masse totale de la structure plus le fluide
$M_f$	Masse du fluide
$M_S$	Masse de la structure
$E$	Module d'élasticité
$I$	Moment quadratique
$\rho_f$	Masse volumique du fluide
$v_f$	Vitesse du fluide
$v_{fc}$	Vitesse du fluide critique
$v$	Champ des déplacements
$\rho$	Rayon de courbure due à la flexion de poutre
$\varepsilon_{xx}$	Déformation suivant l'axe x
$\sigma_{xx}$	Contrainte suivant l'axe x
$E_d$	Energie de déformation
$\rho_s$	Masse volumique de la structure
$E_C$	Energie cinétique
$(O, x, y, z)$	Repère fixe ( $R_F$ ) de vecteur unitaire $(i, j)$
$(O, x', y', z')$	Repère mobile ( $R_M$ ) de vecteur unitaire $(\gamma, \mu)$
$\theta$	l'angle de rotation de la poutre
$p$	point après déformation

$r_p$	vecteur position de p/(R <sub>M</sub> ) après déformation
$(\gamma, \mu)$	Vecteur unitaire de repère mobile
$(i, j)$	Vecteur unitaire de repère fixe
$\dot{p}$	Vitesse de point p après la déformation
L	Longueur de la poutre
{N}	Vecteur des fonctions de forme
{ $q_i$ }	Vecteur de déplacement
[ $K_S$ ]	Matrice de rigidité de la structure
[ $K_f$ ]	Matrice de rigidité du fluide
[ $C_f$ ]	Matrice d'amortissement
[ $K_t$ ]	Matrice de rigidité globale
[ $C_t$ ]	Matrice d'amortissement globale
[A]	Matrices transformé
[B]	Matrice transformé
[g]	Vecteur transformé
$\omega$	Fréquence propre
$q_i$	Coordonnées généralisées
$Q_i(t)$	Forces généralisées
$\varpi$	Paramètre de fréquence

## Résumé

Le travail présenté concerne l'étude vibratoire d'un tuyau de transport du fluide (fluide interne) avec une vitesse d'écoulement constante.

Le fluide circulant dans la conduite a le même mouvement flexionnel que celui de la structure, il crée une interaction « fluide-structure » qui se traduit par une diminution de la rigidité et par un amortissement de la structure conduite-fluide

Une étude théorique est faite pour la détermination des équations de mouvement de système fluide structure à partir de couplage entre les équations d'équilibre et une autre étude pour l'établissement des énergies cinétique et de déformation du système (fluide, structure) nécessaire à la détermination des équations de mouvement sous forme matricielle. La modélisation du liquide solide est faite par la méthode des éléments finis standards, un élément fini de type poutre à deux degrés de liberté par nœud a été utilisé.

Les fréquences propres du système sont calculées à l'aide d'un programme élaboré sous MATLAB. Après avoir étudié la convergence et validé le programme avec plusieurs articles, plusieurs exemples ont été étudiés. L'étude de ces exemples nous ont permis de déterminer l'influence des paramètres physiques et géométriques de la structure couplée sur le paramètre de fréquence. Parmi ces paramètres nous citons la vitesse d'écoulement, la masse volumique, le module d'élasticité, la longueur du tuyau et les conditions aux limites.

**Mots clés :** Interaction fluide-structure, tuyau de transport du fluide, Eléments finis.

Abstract

The present study concerns the vibration of a pipe transporting fluid (internal fluid) with a constant flow rate. The fluid flowing in the pipe has the same movement as that of the inflectional structure; it creates an interaction "fluid-structure" which results in a decrease in rigidity and damping behavior of the structure pipe-fluid.

A theoretical study was conducted to determine the equations of motion of fluid-structure system from coupling between the equations of equilibrium and another study for the establishment of kinetic energy and deformation of the system (fluid, structure) needed to determination of equations of motion in matrix form. Modeling of solid-liquid was conducted by the standard finite element method; finite element beam type with two degrees of freedom per node was used.

The frequencies of the system are calculated using a program developed on MATLAB language. After studying the convergence and validated the program with several articles, several examples were studied. The study of these examples has allowed us to determine the influence of physical and geometrical parameters of the coupled structure. Among these parameters we quote the flow velocity, density, elastic modulus, the length of pipe and boundary condition.

**Key words** : Fluid-structure interaction, pipe of fluid transport, finite elements

## ملخص

هذه الدراسة تتمحور حول الظواهر الاهتزازية للانابيب الناقلة للسوائل ذات سرعة ثابتة . أثناء مرور السائل في الأنبوب يتعرض هذا الأخير الى انحناء يؤثر على كتلة الأنبوب و السائل في نفس الاتجاه وفي آن واحد و يتولد عن هذا ما يسمى بظاهرة التداخل ما بين المادة و السائل و التي تظهر من خلال انخفاض صلابة الأنبوب و تخامد البنية (انبوب/سائل).

في هذه الدراسة النظرية قمنا بتحديد المعادلات الحركية للبنية (أنبوب/سائل) بالإعتماد على الربط بين معادلات التوازن و دراسة أخرى من أجل استخراج الطاقات الحركية و الكامنة للبنية (أنبوب/سائل) اللازمة لتحديد الشكل الجبري للمعادلات الحركية (على شكل مصفوفات).

للحصول على النموذج الجبري للمعادلات الحركية للبنية اعتمدنا على طريقة العناصر المنتهية معتمدين في ذلك على عنصر خطي متكون من درجتين حررت مرفقة بكل عقدة.

لحساب الترددات قمنا بإنجاز برنامج بالإعتماد على لغة البرجة **MATLAB**. بعد التأكد من تقارب النتائج المتحصل عليها من خلال البرنامج المنجز و كذا دقتها بالمقارنة مع الدراسات السابقة، قمنا بدراسة مجموعة متنوعة من أمثلة مختلفة أخرى، حيث تبين لنا مدى تأثير الأبعاد الهندسية والمعطيات الفيزيائية على رد الفعل الحركي للبنية (أنبوب/سائل) و التي من أهمها مايلي : سرعة السائل، الكتلة الحجمية، معامل المرونة، طول الأنبوب بالإضافة إلى الشروط المحيطة بالبنية (أنبوب/سائل).

**الكلمات المفتاحية:** تداخل السائل – المادة , انبوب ناقل السوائل , العناصر المنتهية.

# **Introduction**

# Introduction

Les canalisations de transport des fluides se trouvent dans de nombreuses applications d'ingénierie tels que les centrales électriques, les industries pétrochimiques et chimiques en particulier les échangeurs de chaleur, réacteurs nucléaires, pompes à jet, les machines hydrauliques. Les constructeurs sont amenés à améliorer leurs produits. Les progrès effectués dans la conception et fabrication des tuyaux permettent d'augmenter la résistance aux facteurs qui influent : corrosion, vibration, et le frottement ...etc.

La présence du fluide dans les conduites a une influence importante sur le comportement dynamique de la structure et cause une chute significative de la fréquence naturelle et peut affecter la stabilité du système.

La stabilité dynamique des tuyaux de transport a été un problème difficile au cours du dernier siècle. L'instabilité d'un tuyau apparaît lorsque le fluide est transporté à une vitesse critique

Objectifs :

Le comportement dynamique de transport du fluide a été modélisé par plusieurs types de méthodes analytiques, expérimentales et numériques.

La présente étude de ce problème est de modéliser numériquement, par la méthode des éléments finis (MEF), le comportement vibratoire en flexion de conduite remplie par un fluide, de déterminer le paramètre de fréquence de cette conduite et de déterminer l'influence des paramètres géométriques et physiques sur ce paramètre de fréquence.

Lorsqu'un tuyau est entièrement plein, il n'y a pas de mouvement relatif du liquide par rapport au tuyau à la suite d'une excitation externe c.à.d. interaction dans un seul sens, qui nous donne un couplage faible. Tout se passe comme si l'ensemble fluide-tuyau constituait une masse unique en mouvement de flexion. Cela évitera l'utilisation de l'interaction à couplage fort dans le cas des surfaces libres du fluide, la mise en mouvement dans ce cas entraîne l'apparition de phénomènes oscillatoires avec des

implications diverses : Distributions de pression dynamique, formation de vagues, moment de flexion et cisaillement.

Notre étude consiste à étudier l'influence de l'interaction fluide structure sur le comportement vibratoire d'une conduite en flexion :

Ce document est organisé en cinq chapitres :

- ✚ Chapitre1 : Une revue bibliographique qui décrit les développements et les recherches dans le domaine des vibrations des canalisations de transport des fluides et la modélisation par la méthode des éléments finis
- ✚ Chapitre2 : présente la théorie de la structure et du fluide, les hypothèses fondamentales, et les expressions des énergies cinétiques et de déformations de structure et fluide nécessaires à l'établissement des équations du mouvement
- ✚ Chapitre3 : ce chapitre est consacré à la modélisation numérique du système liquide-tuyau en utilisant la méthode des éléments finis standard pour l'obtention de matrice de rigidité et matrice masse de structure ainsi que la matrice de rigidité, matrice masse et d'amortissement du fluide.  
On détermine les équations du mouvement du système liquide-solide à partir du couplage fluide structure
- ✚ Chapitre4 : Dans ce chapitre on détaille les différentes étapes du programme de calcul des fréquences propres du système
- ✚ Chapitre5 : A ce chapitre la validation des résultats obtenus des fréquences propres avec d'autres résultats à différentes conditions aux limites et une étude d'influence de vitesse du fluide sur le comportement vibratoire de conduite et ce travail finalisé par une conclusion générale.

# Chapitre I

# Revue bibliographique

1.1. Généralités .....	3
1.2. Les tuyaux de transport du fluide .....	4
1.3. Revue de littérature .....	6

## 1.1. Généralités :

Lorsqu'une structure est en contact avec fluide au repos ou en écoulement, son comportement dynamique subit des changements considérables. La chute importante des fréquences constatée lors de l'interaction du fluide avec la structure peut même affecter la stabilité dynamique du système.

L'interaction fluide-structure est un phénomène qui traduit les effets réciproque de deux milieux continus, fluide et solide. Le couplage des deux milieux est imposé par un ensemble de conditions qui contraignent leurs mouvements relatifs de telle sorte que l'évolution de chaque milieu dépend de celle de l'autre.

Nous rencontrons dans la pratique un grand nombre de problèmes d'interaction fluide-structure dans des domaines différents. Nous citons à titre d'exemple des réservoirs remplis de liquide dans le domaine du transports, les piles et les tabliers de ponts dans le génie civil, les écoulements bi-phasiques dans les échangeurs thermiques des centrales nucléaires, les ailes d'avions et les fusées en aéroélasticité, les aubes de turbines dans les domaine de l'énergie et l'écoulement sanguin dans les artères en hémodynamique.

Les efforts fournis à l'étude des problèmes d'interaction fluide-structure se sont multipliées au cours de dernières années. L'essor constant connu par la simulation numérique des phénomènes couplé est due au développement des performances des calculateurs. Les modèles numériques développés ont permis de mieux comprendre et améliorer le comportement de certains systèmes en interactions avec le fluide lorsque le cout des essais expérimentaux en réelle n'est plus raisonnable.

Si nous examinons de près les cas pratiques, nous trouvons que les fuselages d'avions, les turboréacteurs, les réservoirs de tout genre, les pipelines, les aubes de turbines, les échangeurs sont tous des structures de type coque ou plaque.

La présence large de ces structures dans des industries stratégique et économiquement très importantes a favorisé le développement de ce domaine de recherche. Au début, tous les travaux visaient la compréhension des caractéristiques statiques et dynamiques

de ces structures afin d'éviter tous les effets destructifs lors de leur utilisation industrielle.

Parmi les interactions ; nous citons :

- Cas d'interaction à surface libre engendré par l'apparition des phénomènes oscillatoire avec des implications divers : formation des vagues, moment de flexion et cisaillement...etc. et la modélisation de ce dernier se fait par couplage direct et indirect :
- Direct c.à.d. la même variable de la structure et fluide couplé : déplacement-déplacement, vitesse-vitesse et pression-pression.

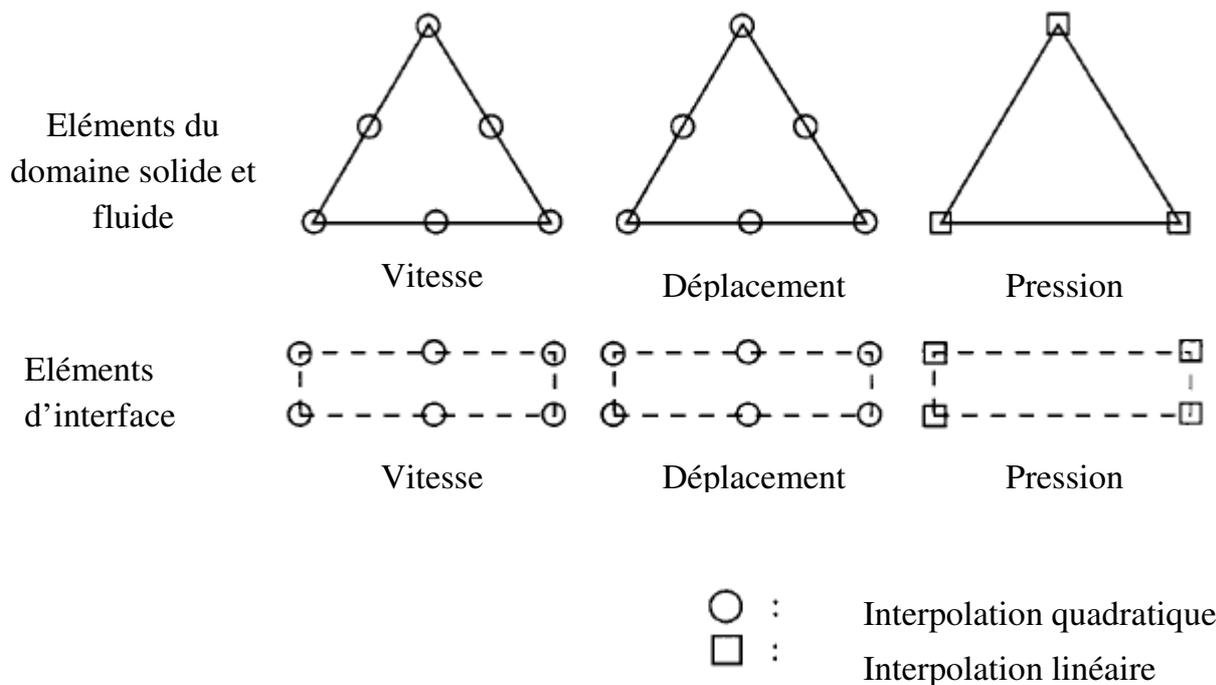


Figure (1.1) : les méthodes de couplage

- Indirect : le couplage se fait par deux variables différentes du système solide-liquide, par exemple déplacement-pression.
- Cas d'interaction où il n'y a pas un mouvement relatif du fluide par rapport ou solide et la modélisation de ce dernier se fait par couplage faible. Ce cas correspond à notre étude.

## 1.2. Les tuyaux de transport de fluide

Le présent travail se limite à la dynamique des tuyaux véhiculant des fluides. Evidemment, les tuyaux peuvent être trouvés partout, le transport de différents types de fluide à des fins différentes. Qu'ils soient utilisés dans les réacteurs, échangeurs de chaleur, les pipelines, les mines, les rues de la ville ainsi que le tuyau d'arrosage. L'écoulement d'un fluide à travers un tuyau peut exercer des pressions sur les parois de la canalisation qui provoque la courbure du tube dans des conditions d'écoulement défini. Cette déviation de la conduite peut conduire à une instabilité structurelle de la conduite est devient sensible à la résonance et peut provoquer la rupture par fatigue. Il est donc crucial déterminer le comportement vibratoire en flexion des différents paramètres ; vitesse du fluide, masse volumique...etc.

Même en se limitant à l'étude des conduites de transport du fluide, les possibilités sont presque infinies, comme l'a confirmé la production de plusieurs centaines de publications au cours des 50 dernières années, des modèles linéaires pour déterminer les caractéristiques de base, et sophistiquées des modèles non linéaires pour prédire des mouvements complexes, dans certains cas. La fréquence fondamentale naturelle d'un tuyau diminue généralement avec une vitesse croissante d'écoulement de fluide c.à.d. il ya certains cas où la diminution de cette fréquence naturelle peut être très importante

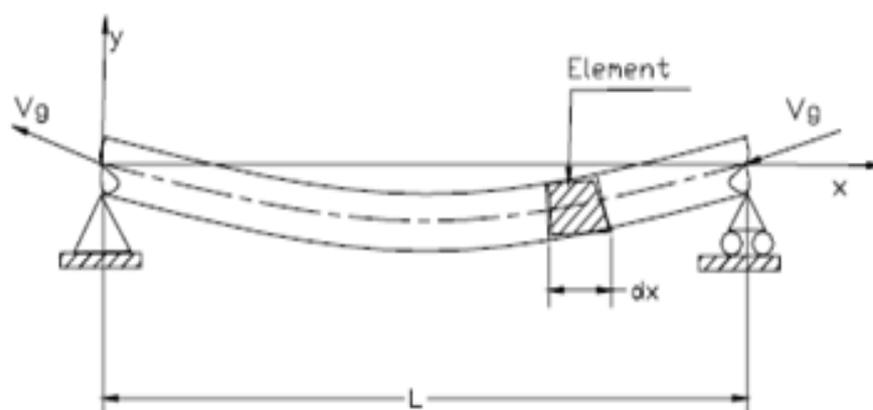


Figure (1.2) : conduite transportant le liquide

### 1.3. Revue de littérature :

L'étude du comportement dynamique des conduites transportant le fluide a été effectuée par plusieurs auteurs. **Bourrieres [1]** a effectué des investigations théoriques et expérimentales sur l'instabilité d'un tube contenant le liquide. Le problème a été réétudié par **Feodoseev, V.P.[2]**. Il a été étudiée aussi en détail par **Stein RA, Tobriner MW. [3]**. La recherche dans ce domaine est très importante où elle touche beaucoup d'applications pratiques d'ingénierie telle que les composants des réacteurs nucléaires **R.W., Mote Jr, C.D. [4]**. les lignes d'alimentation de moteurs de fusée **Robert D. Blevins. [5]**. et des systèmes de tuyauterie, **Paidoussis. [6]**.

Il ya eu des études approfondies sur la modélisation et l'analyse des conduites transportant le liquide au cours des dernières années. L'effet de l'écoulement interne sur vibration transversale d'un tuyau a été étudié par **Ashley H, Havigand G. [7]**. une étude initiale sur les vibrations de flexion d'un tuyau rempli par liquide simplement appuyé, ont été réalisées par **Han-IkYoona, In-SooSonb.[8]**. La dynamique des tuyaux de transport du fluide peut être divisée en théories linéaires et non linéaires. En théorie linéaire, les équations axiales et transversales sont développée par **Kameswara Rao Chellapilla and H.S. Simha. [9]**. et Le problème de la non-linéarité peuvent être trouvés dans Réf. [10,11]. Il existe des méthodes différentes pour la solution des problèmes dynamique des tuyaux, la méthode des différences finies dans la réf. **SAROJ K. BISWAS and N. U. AHMED. [12]**. la méthode des volumes finis dans la réf. **Wang Shizhong and Huang Wenhui. [13]**. la méthode de transformation différentielle et la méthode de quadrature différentielle par **Q. Ni, Z.L. Zhang, L.Wang. [14]** a utilisé une méthode semi-analytique à l'analyse de vibration des pipes rempli par le fluide relativement nouvelle, appelée la méthode de transformation différentielle (DTM), est généralisée pour analyser les problèmes des vibrations libres avec plusieurs conditions aux limites. Les fréquences normales et les vitesses d'écoulement critique sont obtenues en utilisant DTM et Les résultats sont comparés à ceux prévus par la méthode de quadrature différentielle (DQM) et à d'autres résultats

rapportés dans la littérature, ainsi que démontré que le DTM a une grande précision et d'efficacité de calcul dans l'analyse des vibrations des canalisations.

**A.M. Hellum, R.Mukherjee, A.J.Hull. [15].** ont présenté une étude analytique sur la stabilité et la dynamique des tuyaux contenant le fluide avec des profils turbulents et laminaires non-uniformes de vitesse avec un écoulement visqueux assume trois volume de fluide. La vitesse d'écoulement est différente pour les trois volumes mais est supposé être constant à l'intérieur de chaque volume  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ . Donc il existe trois interfaces : le premier est fluide-fluide, deuxième fluide-fluide et la troisième interface fluide-solide. Les forces de cisaillement à ces interfaces sont différentes et la résolution de ce système purement analytique. Cette étude n'est pas physiquement réalisable.

Un autre travail pour une analyse analytique de stabilité dynamique de conduit flexible contenant un fluide incompressible à une vitesse d'écoulement constante par **M.P. Païdoussis, and N.T.IssiD. [16].**

**Han-IkYoon, In-SooSon. [17].** ont effectué une étude sur la réponse dynamique de tuyau flexible tournant contenant le fluide avec une masse à l'extrémité. Dans ce travail, les influences de la vitesse angulaire du tuyau et la vitesse du flux du fluide sur le comportement dynamique de conduite plus l'effet de la masse à l'extrémité et l'accouplement de ces facteurs sur le comportement dynamique ont été étudié. L'équation du mouvement du système qui a été obtenue à partir des équations du Lagrange a été modélisée numériquement.

**YIH-HWANG LIN et AYAU-KUN. [18].** présentent une étude par éléments finis pour l'analyse des vibrations non linéaires de tuyaux de transport de fluide en utilisant la théorie de Timoshenko. La modélisation se fait numériquement par élément poutre trois degré de liberté par nœud. Détermination les expressions des énergies cinétiques et de déformations de structure et fluide pour l'obtention de matrice de rigidité, matrice masse et d'amortissement de structure ainsi que la matrice de rigidité, matrice masse et d'amortissement du fluide et calcul l'influence des vibrations induit par l'écoulement sur les fréquences propres des structure, cette étude a été également faite par d'autres auteurs [19] mais en utilisant la théorie d'Euler-Bernoulli. Une analyse de stabilité dynamique du tuyau étagé rempli par fluide examinée en utilisant la théorie

d'Euler-Bernoulli, un modèle modélisé par élément finis de tuyau étagé pour calculer la stabilité dynamique et comparer les fréquences propres par rapport à une conduite de section uniforme contenant le liquide a été faite par **Osama J. Aldraihem**. [20].

**P.A.A. Laura, G. M. Ficcadenti de Iglesias and P. L.Verniere de Irassar**. [21] présentent une étude sur la détermination des fréquences propres de vibration de flexion d'un pipeline tout simplement contenant un fluide avec différentes vitesses du fluide par une méthode analytique basée sur les séries de Fourier.

**Sakdirat Kaewunruen, Julapot Chiravatchrade, Somchai Chucheepsakul**. [22]. ont effectué une étude des vibrations libres non linéaires par la méthode des éléments finis sur les canalisations verticales des pipes marines transportant le fluide. Cette étude basée sur le principe du travail virtuel.

# **Chapitre II : Formulation du domaine structure et liquide.**

2. Formulation du domaine structure et fluide.....	9
2. 1.Théorie des poutres .....	9
2.1.1. Définition .....	9
2.1.2 Hypothèses cinématique de la théorie des poutres .....	9
2.2. Modélisation du tuyau et du fluide .....	11
2.2.1. Élément fluide .....	11
2.2.2. Élément conduite .....	12
2.3. Modélisation par l'équation de Lagrange .....	16
2.3.1. Formulation du tuyau .....	16
2.3.1.1. Relation déformation –déplacement .....	16
2.3.1.2. Relation contraintes –déformations .....	17
2.3.1.3. Energie de déformation de la conduite .....	17
2.3.1.4. Energie cinétique de la conduite .....	18
2.3.2. Formulation du domaine liquide.....	18
2.3.2.1. Energie cinétique du fluide .....	18
2.3.3. Equation de mouvement .....	20

## 2. Formulation du domaine structure et liquide

### 2.1. Théorie des poutres :

#### 2.1.1. Définition :

De manière générale, on peut considérer qu'une structure ou un élément de structure est du de type poutre si l'une de ses dimensions, la longueur en général est supérieure devant les deux autres. Il est à noter que ce type d'élément appelé élément «barre » quand les forces extérieures sont normales, et il est appelé « arbre » quand il est soumis à la torsion, ou quand il a un mouvement de rotation.

#### 2.1.2 Hypothèses cinématique de la théorie des poutres.

L'hypothèse cinématique fondamentale de la théorie des poutres [33] est l'hypothèse de *Navier*. (*Navier –Bernoulli et Navier- Timoshenko*) :

-Toute section droite de la configuration de référence est supposée rester plane et inaltérée au cours du mouvement.

L'hypothèse *Navier* s'énonce aussi de la façon équivalente suivante :

-Toute section droite est considérée comme ayant un mouvement de solide indéformable.

L'hypothèse *d'Euler-Bernoulli* énonce que la section droite de la poutre est indéformable reste plane et perpendiculaire à la fibre moyenne avant et après déformation, et l'effet de cisaillement est nul.

L'hypothèse *Timoshenko* énonce que la section droite de la poutre est indéformable ne reste pas perpendiculaire à la fibre moyenne après déformation (il y a une rotation de la section droite), et l'effet de cisaillement n'est pas nul et pris en compte.

Dans notre étude on utilise le modèle *d'Euler-Bernoulli*

Dans ce chapitre, un modèle mathématique est formé par le développement des équations de l'élément de canalisation et le fluide. Une autre formulation est obtenue par les expressions des énergies cinétiques et de déformations de la structure et du fluide, est permettant l'établissement des équations du mouvement.

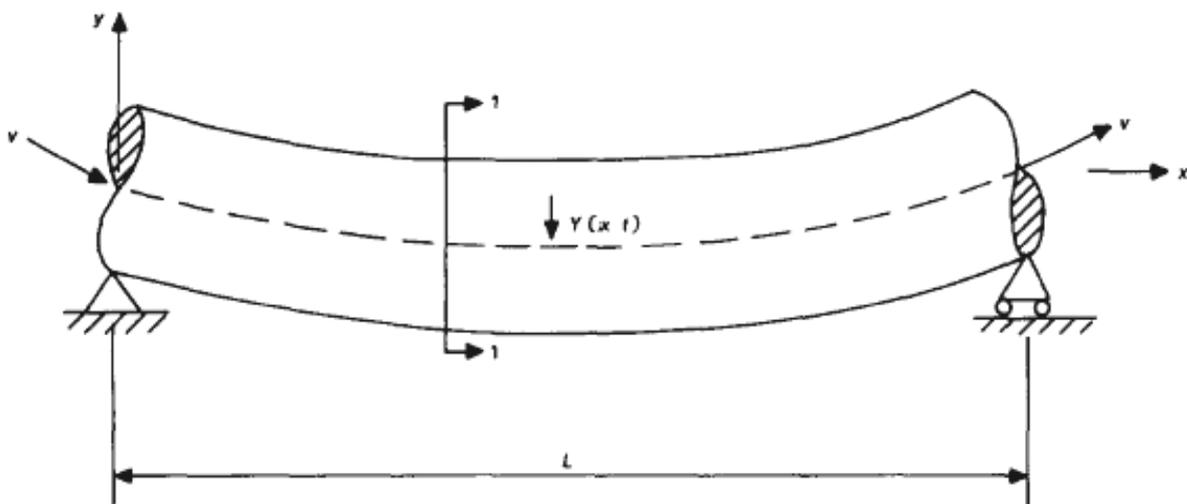


Figure 2.1 : Un tuyau de transport du fluide

## 2.2. Modélisation dutuyau et du fluide:

Considérons un tuyau de longueur L, de module d'élasticité E et de moment quadratique I. Un fluide de densité  $\rho_f$  s'écoule à travers le tuyau de section interne A à la pression p et à une vitesse constante  $v_f$ .  $M_s$  et  $M_f$  sont la masse du fluide et la masse du tuyau par unité de longueur. [10] [15] [16] [18][20]

Nous prenons un élément de longueur dx, sur lequel nous portons les forces qui agissent sur cet élément (fluide et structure) (Figure 2.2 ).

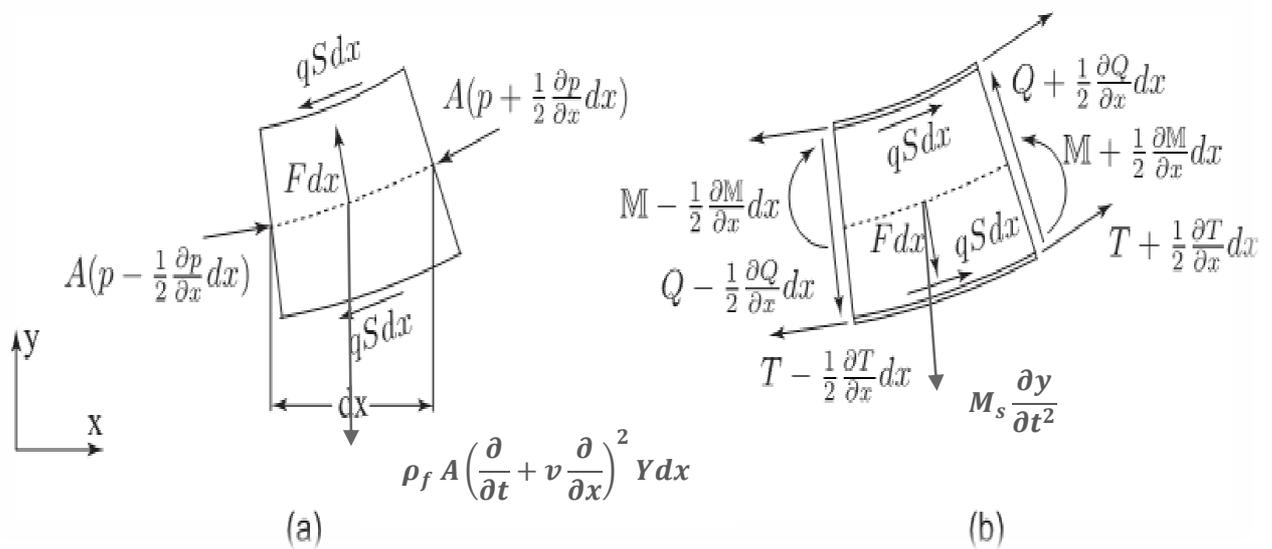


Figure 2.2 : Forces et moments agissant sur les éléments (a) fluide, (b) tuyau

### 2.2.1. Élément fluide [10] [15] [16]:

Equations d'équilibre :

Les équations de mouvement de l'élément de fluide sont calculées comme suit :

Equation de mouvement suivant l'axe  $\vec{x}$

Le bilan des forces suivant l'axe  $\vec{x}$  nous donne :

$$-A \frac{\partial P}{\partial x} - q_s - F \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \tag{2.1}$$

F : la force radiale

$S$  : est le périmètre interne du tuyau,

$q$  : est la contrainte de cisaillement sur la surface interne du tuyau

$A$  : la section interne de tuyau

$P$  : la pression de fluide

Equation de mouvement suivant l'axe  $\vec{y}$  :

Le bilan des forces suivant l'axe  $\vec{y}$  nous donne :

$$F - A \frac{\partial}{\partial x} \left( P \frac{\partial y}{\partial x} \right) - qS \frac{\partial y}{\partial x} = \rho_f A \left[ \frac{\partial}{\partial t} + v_f \frac{\partial}{\partial x} \right]^2 y \quad (2.2)$$

### 2.2.2. Elément conduite[10] [15] [16]:

Equations d'équilibre :

Les équations de mouvement de l'élément de conduite sont calculées comme suit :

Equation de mouvement suivant l'axe  $\vec{x}$

Le bilan des forces suivant l'axe  $\vec{x}$  nous donne :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + qS + F \frac{\partial y}{\partial x} - Q \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (2.3)$$

$Q$  : est la force de cisaillement transversal de la canalisation

$T$  : est la tension longitudinale dans le tube.

Equation de mouvement suivant l'axe  $\vec{y}$  :

Le bilan des forces suivant l'axe  $\vec{y}$  nous donne :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - F + \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial y}{\partial x} \right) + qS \frac{\partial y}{\partial x} = M_S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Avec :

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x} = EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \quad (2.5)$$

La sommation des équations dans la direction  $\vec{y}$

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (T - AP) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho_f A \left[ \frac{\partial}{\partial t} + v_f \frac{\partial}{\partial x} \right]^2 y + M_S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6)$$

La sommation des équations dans la direction x, donne :

$$\frac{\partial T}{\partial x} - A \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial(T-AP)}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

En remplaçant (2.8) dans (2.6), On obtient :

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_f A v_f^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2\rho_f A v_f \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} + M_S \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2.9)$$

Où la masse par unité de longueur du tuyau et le fluide est donné par

$$M = M_S + \rho_f A \quad (2.10)$$

De (2.10) on obtient l'équation de mouvement final [14] [15] [27]

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_f A v_f^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2\rho_f A v_f \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} + M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

Où EI, représente la rigidité en flexion

$v_f$  : est la vitesse d'écoulement de fluide

$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$  : Représente la composante de force agissant sur le tuyau à la suite de la flexion de la conduite. La figure 2.5 montre une vue schématique de cette force.

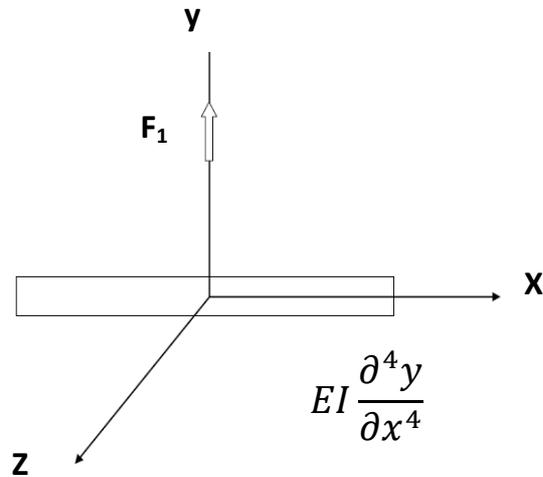


Figure 2.3: Représentation du premier terme de l'équation du mouvement  
(Force due à la flexion)

$\rho A v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  : Représente la composante de force agissant sur le tuyau à la suite de l'écoulement autour de ce dernier (dynamique du fluide). Il est représenté schématiquement sur la figure (2.4)

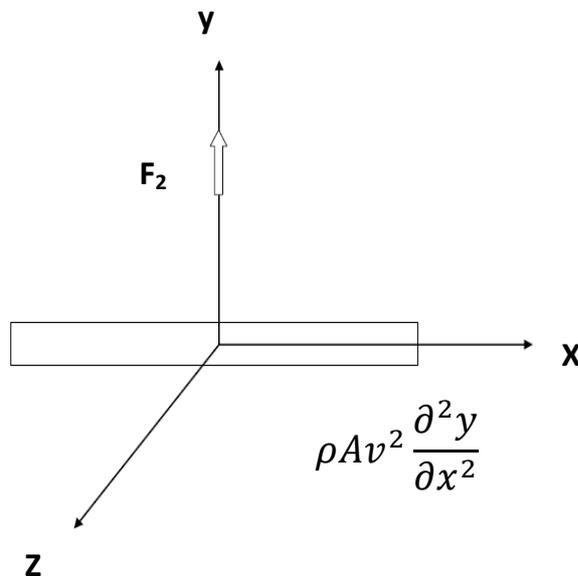


Figure 2.4: Représentation du deuxième terme de l'équation du mouvement  
(Force qui contraint le fluide à la courbure du tuyau)

$2\rho A v \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x}$  : Représente la force nécessaire pour la rotation de l'élément fluide avec une vitesse angulaire.

Cette force est le résultat de l'effet Coriolis. La figure 2.5 montre une vue schématique de cette force.

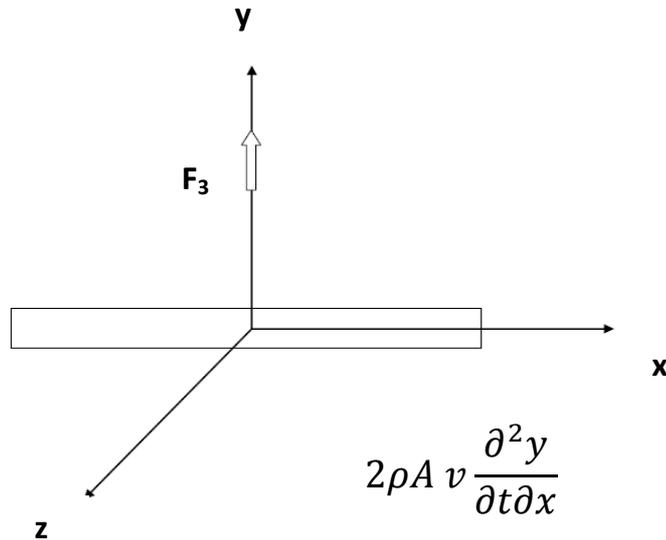


Figure 2.5: Représentation du troisième terme de l'équation du mouvement

(Force de Coriolis)

$M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$  : Représente la composante de force agissant sur le tuyau à la suite de l'inertie du tube et le fluide s'écoulant à travers elle est représenté schématiquement sur figure 2.6

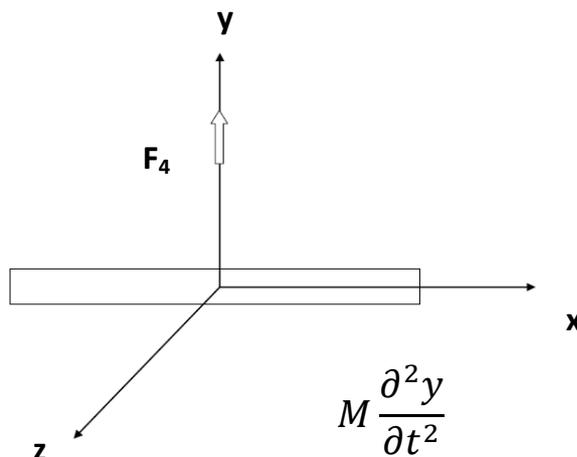


Figure 2.6: Représentation du quatrième terme de l'équation du mouvement

(Force d'inertie)

**2.3. Modélisation par les équations de Lagrange:**

**2.3.1. Formulation de tuyau:**

**2.3.1.1. Relation déformation –déplacement:**

Soit un élément de la conduite soumis à une flexion [37].

Les points  $d$  et  $c$  se déplacent en  $d'$  et  $c'$ , les points  $a$  et  $b$  se déplacent en  $a'$  et  $b'$

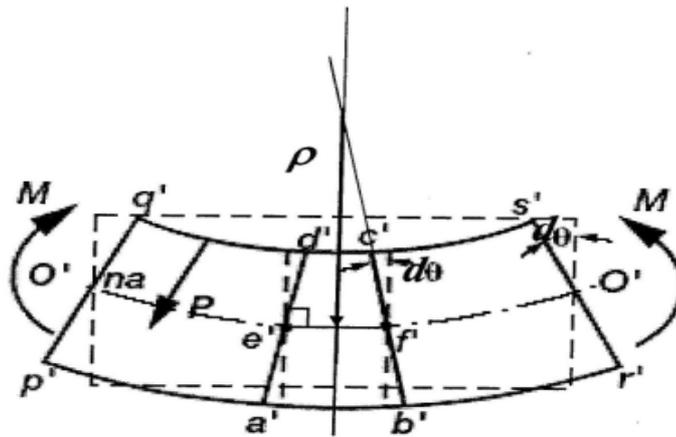


Figure 2.7: déformation de la poutre

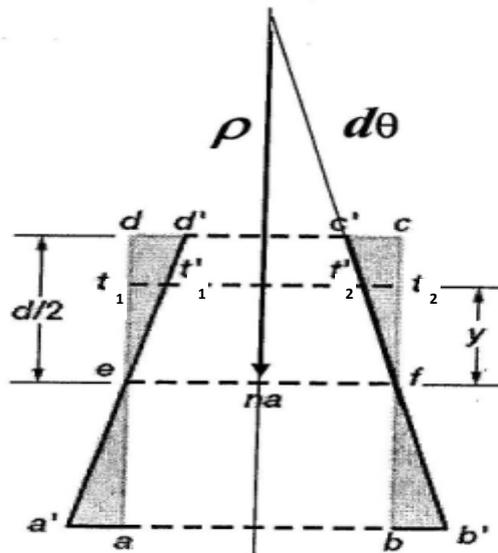


Figure 2.8: déformation de la section

La déformation est déterminée à l'aide de la figure 2.8 :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{t'_1 t'_2 - t_1 t_2}{t t} = \frac{t' t' - e f}{e f} = \frac{2(\rho - y)d\theta - 2\rho d\theta}{2\rho d\theta} \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{y}{\rho}, \text{ avec } \rho = \frac{dx^2}{d^2v} \quad (2.13)$$

$$\text{donc } \varepsilon_{xx} = \frac{y}{\frac{dx^2}{d^2v}} = -y \frac{d^2v}{dx^2} \quad (2.14)$$

### 2.3.1.2. Relation contraintes –déformations:

D'après la loi de Hooke et pour un matériau isotrope on a :

$$\sigma_{xx} = E \cdot \varepsilon_{xx} \quad (2.15)$$

Afin d'appliquer les équations de Lagrange, nous déterminons les énergies cinétique et déformation de la structure couplée [37].

### 2.3.1.3. Energie de déformation de conduite [18]-[20]-[30]:

La formule de l'énergie de déformation est :

$$E_d = \frac{1}{2} \int \sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} dV \quad (2.16)$$

On peut écrire de la façon suivante :

$$E_d = \frac{1}{2} \iint E \cdot \varepsilon_{xx}^2 ds dx \quad (2.17)$$

En remplaçant (2.13) dans (2.16), On obtient :

$$E_d = \frac{1}{2} \iint E \cdot \left( y \frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 ds dx \quad (2.18)$$

$$E_d = \frac{1}{2} EI \int \left( \frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2.19)$$

Où :

$$I = \int y^2 ds \text{ est le moment quadratique suivant l'axe } \vec{Z} \quad (2.20)$$

### 2.3.1.4. Energie cinétique de la conduite [18]-[20]-[30]:

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_s \int \dot{v}^2 dV \quad (2.21)$$

On peut écrire de la façon suivante :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_s S_s \int \frac{dv^2}{dt} dx \quad (2.22)$$

### 2.3.2. Formulation du domaine liquide [18]-[20]-[30]:

En prenant en compte les hypothèses suivantes :

- Le liquide est homogène, non visqueux
- Le liquide est incompressible

#### 2.3.2.1. Energie cinétique du fluide:

Le fluide a un mouvement dans la conduite, qui elle-même a un mouvement dans le plan, l'énergie cinétique du fluide doit être déterminée dans un repère fixe.

Déterminons pour cela la vitesse du fluide dans un repère fixe.

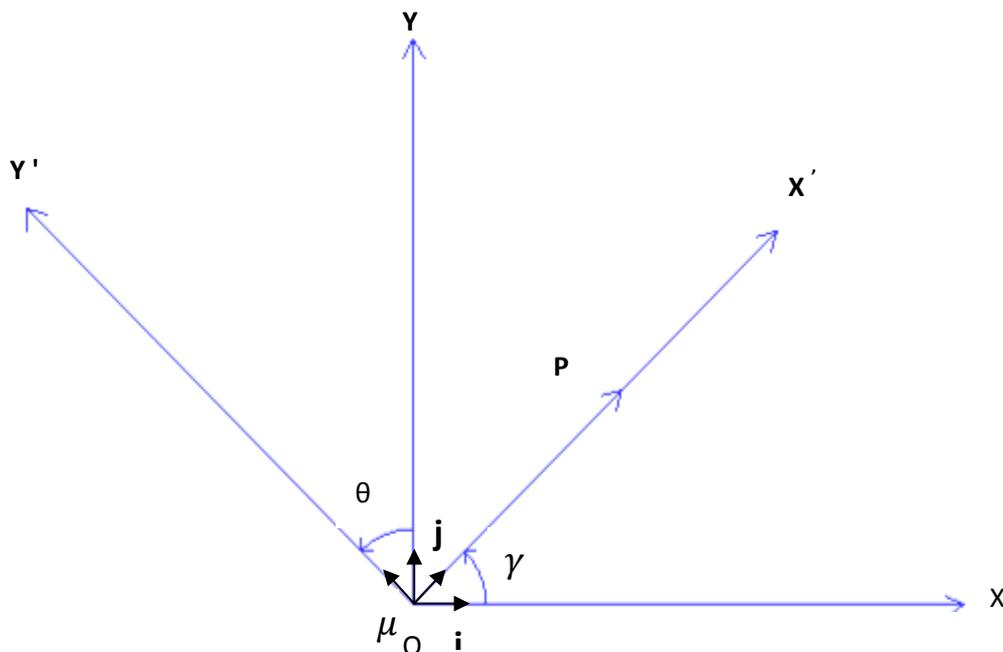


Figure 2.9 : Repères fixe et mobile

$(O, x, y, z)$  : Repère fixe ( $R_F$ ) de vecteur unitaire  $(i, j)$

$(O, x', y', z')$  : Repère mobile ( $R_M$ ) de vecteur unitaire  $(\lambda, \mu)$

$\theta$  : l'angle de rotation de la poutre

$p$  : point après déformation

$r_p$  : vecteur position de  $p/(R_M)$  après déformation

$$p = v j + r_p \gamma \quad (2.23)$$

$(\gamma, \mu)$  Sont les vecteurs unitaires du repère mobile ( $R_M$ ) par rapport au repère fixe ( $R_F$ ) et sont déterminés par:

$$\gamma = \cos \theta i + \sin \theta j \quad (2.24)$$

$$\mu = -\sin \theta i + \cos \theta j \quad (2.25)$$

On différencie l'équation (2.23) pour obtenir la vitesse du fluide du point " p "

$$\dot{p} = \dot{v}j + \dot{r}_p \gamma + r_p \dot{\gamma} \quad (2.26)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.27)$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\theta} \cdot \mu \quad (2.28)$$

D'après l'équation (2.27) et (2.28) on trouve :

$$\dot{p} = \dot{v}j + \dot{r}_p \gamma + r_p \dot{\theta} \cdot \mu \quad (2.29)$$

En remplaçant (2.24) et (2.25) dans l'équation (2.29) on trouve:

$$\dot{p} = \dot{v}j + \dot{r}_p (\cos \theta i + \sin \theta j) + r_p \dot{\theta} \cdot (-\sin \theta i + \cos \theta j) \quad (2.30)$$

$$\dot{p} = (\dot{r}_p \cos \theta - r_p \dot{\theta} \cdot \sin \theta) i + (\dot{v} + r_p \dot{\theta} \cdot \cos \theta + \dot{r}_p \sin \theta) j \quad (2.31)$$

$\theta$ : étant petite, la vitesse du point p est exprimée par :

$$\dot{\mathbf{p}} = (\dot{r}_p - r_p \dot{\theta})\mathbf{i} + (\dot{v} + r_p \dot{\theta} + \dot{r}_p \theta)\mathbf{j} \quad (2.32)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \dot{p}_x \mathbf{i} + \dot{p}_y \mathbf{j} \quad (2.33)$$

La composante de vitesse  $\dot{p}_y$  provoque la flexion du tuyau transportant le fluide.

L'énergie cinétique sera donc égale à :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int \dot{p}_y^2 dx \quad (2.34)$$

En remplaçant (2.32) dans l'équation (2.34) on trouve:

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int (\dot{v}^2 + r_p^2 \dot{\theta}^2 + \dot{r}_p^2 \theta^2 + 2\dot{v}\dot{\theta}r_p + 2\dot{v}\dot{r}_p\theta + 2r_p\dot{\theta}\dot{r}_p\theta) dx \quad (2.35)$$

Les termes de  $\dot{\theta}$ , étant petits, nous obtenons :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int (\dot{v}^2 + \dot{r}_p^2 \theta^2 + 2\dot{v}\dot{r}_p\theta) dx \quad (2.36)$$

$$\text{Avec : } \dot{r}_p = \frac{dv}{dt} = v_f \quad (2.37)$$

Donc on aura

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int \left( \left( \frac{dv}{dt} \right)^2 + v_f^2 \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + 2v_f \frac{d^2v}{dt dx} \right) dx \quad (2.38)$$

Le terme  $v_f^2 \left( \frac{dv}{dx} \right)^2$  représente la rigidité du fluide

Le terme  $v_f \frac{d^2v}{dt dx}$  représente l'amortissement du fluide

### 2.3.3. Equation de mouvement :

En appliquant les équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial(\dot{q}_i)} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial(q_i)} + \frac{\partial E_d}{\partial(q_i)} = Q(t) \quad (2.39)$$

Avec :

$E_C$  : Energie cinétique du fluide et de la structure.

$E_d$  : Energie potentielle (de déformation) de la structure.

$q_i$  : Coordonnées généralisées.

$Q_i(t)$  : forces généralisées.

Dans le cas des vibrations libres, les équations différentielles du mouvement peuvent être représentées sous la forme suivante:

$$[M]\{\ddot{q}_i\} + [C_t]\{\dot{q}_i\} + [K_t]\{q_i\} = 0 \quad (2.40)$$

$[M]$  : Matrice masse

$[C_t]$  : Matrice d'amortissement

$[K_t]$  : Matrice de rigidité

# Chapitre III : Formulation de la structure et le fluide par MEF

3. Modélisation de la structure et fluide par MEF .....	22
3.1. Détermination des matrices $[M]$ , $[C]$ et $[K]$ .....	22
3.1.1. Détermination des matrices $[M]$ et $[K]$ de la conduite .....	22
3.1.1.2. Détermination de matrice de rigidité pour la conduite .....	23
3.1.1.3. Détermination de matrice masse de conduite .....	25
3.1.2. Détermination des matrices $[M]$ , $[C]$ et $[K]$ du fluide .....	26
3.1.2.1. Détermination de la matrice masse du fluide.....	26
3.1.2.2. Détermination de la matrice de rigidité du fluide .....	27
3.1.2.2. Détermination de la matrice d'amortissement du fluide.....	29
3.1.3. L'équation de mouvement du tuyau .....	29
3.1.4. L'équation de mouvement du fluide .....	29
3.1.5. L'équation de mouvement de couplage fluide solide (tuyau) .....	30

### 3. Modélisation de la structure et le fluide par MEF

Une fois les différentes relations ainsi que les expressions des énergies sont établies, l'étape principale d'une méthode des éléments finis consiste à déterminer les matrices masse, matrices des rigidités et matrice d'amortissement. Dans notre étude, on utilise la méthode des éléments finis (MEF) pour modéliser ce système liquide-solide par des éléments poutres, l'élément représenté sur la figure (3.2) à deux nœuds 1 et 2.

#### 3.1. Détermination des matrices $[M_t]$ , $[C_t]$ et $[K_t]$ :

##### 3.1.1. Détermination des matrices $[M_s]$ et $[K_s]$ de la conduite :

La détermination de toutes les matrices  $[M_t]$ ,  $[C_t]$  et  $[K_t]$  sera faite par la méthode des éléments finis : [18]- [22]- [19]- [20]- [30]

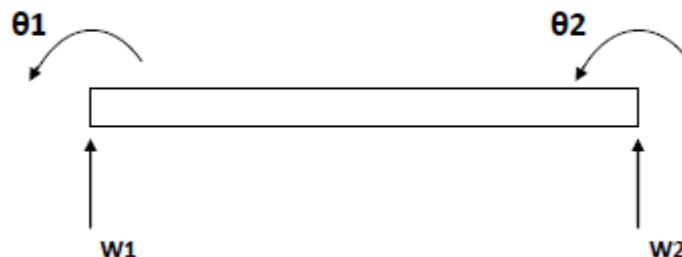


Figure 3.1 : Élément poutre

$N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  et  $N_4$  sont des fonctions de formes de l'élément poutre à deux degré de liberté par nœuds.

Le déplacements et la rotations au nœud1 sont  $w_1$ ,  $\theta_1$ , ceux du le nœud 2 sont  $w_2$ ,  $\theta_2$

Les fonctions de forme sont données par [37] :

$$\begin{cases} N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ N_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \\ N_4 = \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \end{cases} \quad (3.1)$$

Les coordonnées locales sont liées aux coordonnées adimensionnelles par la relation :

$$\xi = \frac{x}{l} \text{ avec } (0 \leq \xi \leq 1) \quad (3.2)$$

Les fonctions de forme sont données par :

$$\begin{cases} N_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_2 = L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ N_3 = (3\xi^2 - 2\xi^3) \\ N_4 = L \xi^2(\xi - 1) \end{cases} \quad (3.3)$$

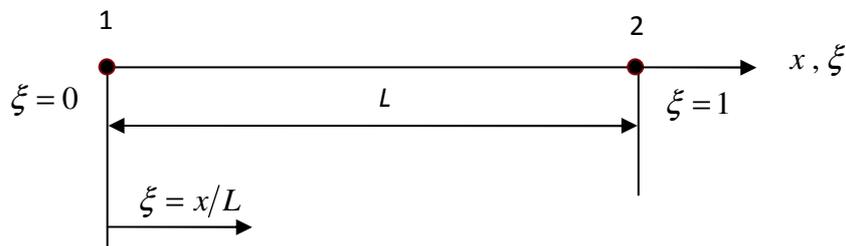


Figure 3.2: Élément poutre à deux nœuds.

Le champ de déplacement d'un point est donné par :

$$v = [N_i]\{q_i\} \quad (3.4)$$

Tel que :

$$\{q_i\} = [v_1 \theta_1 v_2 \theta_2]^T \quad (3.5)$$

### 3.1.1.2. Détermination de matrice de rigidité pour la conduite :

A partir des relations (2.39) et (2.40) appliquées sur la structure nous avons :

$$\frac{\partial E_d}{\partial (q_i)} = [K_S]\{q_i\} \quad (3.6)$$

D'après l'équation de l'énergie de déformation on a :

$$E_d = \frac{1}{2} EI \int_0^l \frac{d^2 v}{dx^2} \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} dx \quad (3.7)$$

L'expression de l'énergie de déformation en coordonnées adimensionnelles est donnée comme suit:

$$E_d = \frac{1}{2} \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \frac{d^2 v}{d\xi^2} \cdot \frac{d^2 v}{d\xi^2} d\xi \quad (3.8)$$

$$E_d = \frac{1}{2} \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \dot{v}^T \cdot \dot{v} d\xi \quad (3.9)$$

On différencie le champ de déplacement pour obtenir

$$\dot{v} = [N_1'' N_2'' N_3'' N_4''] \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\dot{v}^T = [v_1 \theta_1 v_2 \theta_2] \begin{bmatrix} N_1'' \\ N_2'' \\ N_3'' \\ N_4'' \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

D'après l'équation (3.10) et (3.11) on obtient :

$$E_d = \frac{1}{2} \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \{q_i\}^T [N_i'']^T [N_i''] \{q_i\} d\xi \quad (3.12)$$

Qui peut aussi se mettre sous la forme :

$$E_d = \frac{1}{2} \frac{EI}{L^3} \int_0^1 [v_1 \theta_1 v_2 \theta_2] \begin{bmatrix} N_1'' \\ N_2'' \\ N_3'' \\ N_4'' \end{bmatrix} [N_1'' N_2'' N_3'' N_4''] \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.13)$$

En écrivant la relation (3.13) sous la forme :

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^1 [v_1 \theta_1 v_2 \theta_2] [K_S] \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.14)$$

Nous déduisons la matrice de rigidité :

$$[K_S] = \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1'' \\ N_2'' \\ N_3'' \\ N_4'' \end{bmatrix} [N_1'' N_2'' N_3'' N_4''] d\xi \quad (3.15)$$

Donc :

$$[K_S] = \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1''^2 & N_1'' N_2'' & N_1'' N_3'' & N_1'' N_4'' \\ N_2'' N_1'' & N_2''^2 & N_2'' N_3'' & N_2'' N_4'' \\ N_3'' N_1'' & N_3'' N_2'' & N_3''^2 & N_3'' N_4'' \\ N_4'' N_1'' & N_4'' N_2'' & N_4'' N_3'' & N_4''^2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.16)$$

Les calculs en annexes.

### 3.1.1.3. Détermination de matrice masse de la conduite :

Le 1<sup>er</sup> terme de l'équation (2.39) nous donne :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial (\dot{q}_i)} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial (q_i)} = [M_S] \{\ddot{q}_i\}, \quad \text{dans notre cas } \frac{\partial E_C}{\partial (q_i)} = 0 \quad (3.17)$$

D'après l'équation de l'énergie cinétique on a :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_s S_s \int \frac{dv^2}{dt} dx \quad (3.18)$$

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_s S_s \int \dot{v}^T \cdot \dot{v} dx \quad (3.19)$$

En introduisant la matrice de fonction de forme dans l'expression (3.19) on trouve

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_s S_s L \int_0^1 \{\dot{q}_i\}^T [N_i]^T [N_i] \{\dot{q}_i\} d\xi \quad (3.20)$$

Sachant que

$$E_C = \frac{1}{2} \int_0^1 \{\dot{q}_i\}^T [M_S] \{\dot{q}_i\} d\xi \quad (3.21)$$

Nous obtenons la matrice masse sous la forme suivante :

$$[M_S] = \rho_s S_s L \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} [N_1 N_2 N_3 N_4] d\xi \quad (3.22)$$

Donc :

$$[M_S] = \rho_s S_s L \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1^2 N_1 N_2 N_1 N_3 N_1 N_4 \\ N_2 N_1 N_2^2 N_2 N_3 N_2 N_4 \\ N_3 N_1 N_3 N_2 N_3^2 N_3 N_4 \\ N_4 N_1 N_4 N_2 N_4 N_3 N_4^2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.23)$$

Les calculs en annexes.

### 3.1.2. Détermination des matrices $[M_f]$ , $[C_f]$ et $[K_f]$ de fluide :

#### 3.1.2.1. Détermination de matrice masse de fluide :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial (\dot{q}_i)} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial (q_i)} = [M_f] \{\ddot{q}_i\} + [C_f] \{\dot{q}_i\} + [K_f] \{q_i\} \quad (3.24)$$

D'après l'équation de l'énergie cinétique de fluide on a :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int \left( \left( \frac{dv}{dt} \right)^2 + v_f^2 \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + 2v_f \frac{d^2v}{dt dx} \right) dx \quad (3.25)$$

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int \frac{dv^2}{dt} dx + \frac{1}{2} \rho_f S \int v_f^2 \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \rho_f S \int 2v_f \frac{d^2v}{dt dx} dx \quad (3.26)$$

$$E_C = E_{C_1} + E_{C_2} + E_{C_3} \quad (3.27)$$

Le premier terme de l'énergie cinétique contribue à la formation de la matrice masse :

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int \frac{dv^2}{dt} dx \quad (3.28)$$

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int \dot{v}^T \cdot \dot{v} dx \quad (3.29)$$

En introduisant la matrice de fonction de forme dans l'expression (3.29) on obtient :

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \rho_f S_f L \int_0^1 \{\dot{q}_i\}^T [N_i]^T [N_i] \{\dot{q}_i\} d\xi \quad (3.30)$$

On sait que

$$E_{C_1} = \frac{1}{2} \int_0^1 \{\dot{q}_i\}^T [M_f] \{\dot{q}_i\} d\xi \quad (3.31)$$

$$[M_f] = \rho_f S_f L \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} [N_1 N_2 N_3 N_4] d\xi \quad (3.32)$$

Donc

$$[M_f] = \rho_f S_f L \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1^2 N_1 N_2 N_1 N_3 N_1 N_4 \\ N_2 N_1 N_2^2 N_2 N_3'' N_2 N_4 \\ N_3 N_1 N_3 N_2 N_3^2 N_3 N_4 \\ N_4 N_1 N_4 N_2 N_4 N_3 N_4^2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.33)$$

Les calculs en annexes.

### 3.1.2.2. Détermination de matrice de rigidité du fluide :

Le deuxième terme de l'énergie cinétique donnée par l'expression (3.25) est :

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int v_f^2 \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx \quad (3.34)$$

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} \rho_f S_f v_f^2 \int_0^l \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dv}{dx} dx \quad (3.35)$$

L'expression de l'énergie cinétique en coordonnées adimensionnelles est donnée comme suit :

$$E_{C_2} = \frac{\rho_f S_f v_f^2}{2L} \int_0^1 \frac{dv}{d\xi} \cdot \frac{dv}{d\xi} d\xi \quad (3.36)$$

$$E_{C_2} = \frac{\rho_f S v_f^2}{2L} \int_0^1 \dot{v}^T \cdot \dot{v} d\xi \quad (3.37)$$

En remplaçant la matrice de fonction de forme dans (3.37) on trouve :

$$E_{C_2} = \frac{\rho_f S v_f^2}{2L} \int_0^1 \{q_i\}^T [N_i']^T [N_i'] \{q_i\} d\xi \quad (3.38)$$

$$E_{C_2} = \frac{\rho_f S v_f^2}{2L} \int_0^1 [v_1 \theta_1 v_2 \theta_2] \begin{bmatrix} N_1' \\ N_2' \\ N_3' \\ N_4' \end{bmatrix} [N_1' N_2' N_3' N_4'] \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.39)$$

On sait que

$$E_{C_2} = \frac{1}{2} \int_0^1 [v_1 \theta_1 v_2 \theta_2] [K_f] \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.40)$$

Et de là nous obtenons la matrice de rigidité du fluide sous la forme suivante :

$$[K_f] = \frac{\rho_f S v_f^2}{L} \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1' \\ N_2' \\ N_3' \\ N_4' \end{bmatrix} [N_1' N_2' N_3' N_4'] d\xi \quad (3.41)$$

Donc :

$$[K_f] = \frac{\rho_f S v_f^2}{L} \int_0^1 \begin{bmatrix} N_1'^2 N_1' N_2' N_1' N_3' N_1' N_4' \\ N_2' N_1' N_2'^2 N_2' N_3' N_2' N_4' \\ N_3' N_1' N_3' N_2' N_3'^2 N_3' N_4' \\ N_4' N_1' N_4' N_2' N_4' N_3' N_4'^2 \end{bmatrix} d\xi \quad (3.42)$$

Les calculs en annexes.

### 3.1.2.2. Détermination de la matrice d'amortissement du fluide :

Le troisième terme de l'énergie cinétique contribue à la formation de la matrice d'amortissement :

$$E_{C_3} = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int 2v_f \frac{d^2v}{dt dx} dx \quad (3.43)$$

$$E_{C_3} = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int 2v_f \frac{dv}{dt} \frac{dv}{dx} dx \quad (3.44)$$

En introduisant la matrice de fonction de forme dans l'expression (3.44) on trouve

$$E_{C_3} = \frac{1}{2} \rho_f S_f \int 2v_f \{q_i\}'^T [N_i]^T [N_i'] \{q_i\} dx \quad (3.45)$$

D'après l'équation (3.44) on trouve

$$E_{C_3} = \frac{1}{2} \int \{\dot{q}_i\}^T [C_f] \{q_i\} dx \quad (3.46)$$

Donc :

$$[C_f] = 2\rho_f S_f v_f \int [N_i]^T [N_i'] dx \quad (3.47)$$

$$[C_f] = 2\rho_f S_f v_f \begin{bmatrix} N_1 N_1' N_1 N_2' N_1 N_3' N_1 N_4' \\ N_2 N_1' N_2 N_2' N_2 N_3' N_2 N_4' \\ N_3 N_1' N_3 N_2' N_3 N_3' N_3 N_4' \\ N_4 N_1' N_4 N_2' N_4 N_3' N_4 N_4' \end{bmatrix} d\xi \quad (3.48)$$

Les calculs en annexes.

### 3.1.3. L'équation de mouvement du tuyau :

$$[M_s] \{\ddot{q}_i\} + [K_s] \{q_i\} = 0 \quad (3.49)$$

### 3.1.4. L'équation de mouvement de fluide :

$$[M_f] \{\ddot{q}_i\} + [C_f] \{\dot{q}_i\} - [K_f] \{q_i\} = 0 \quad (3.50)$$

### 3.1.5. L'équation de mouvement de couplage fluide solide (tuyau) :

On peut écrire notre système comme suit :

$$([M_s] + [M_f])\{\ddot{q}_i\} + [C_f]\{\dot{q}_i\} + ([K_s] - [K_f])\{q_i\} = 0 \quad (3.51)$$

$$[M_t]\{\ddot{q}_i\} + [C_t]\{\dot{q}_i\} + [K_t]\{q_i\} = 0 \quad (3.52)$$

Avec :

$$\text{Matrice masse de système: } [M_t] = [M_s] + [M_f] \quad (3.53)$$

$$\text{Matrice de rigidité de système: } [K_t] = [K_s] - [K_f] \quad (3.54)$$

$$\text{Matrice d'amortissement système: } [C_t] = [C_f] \quad (3.55)$$

Le champ de déplacement :

$$\{q_i\} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

L'équation (3.51) est le système à résoudre dans notre cas.

Avec :

$$\{q_i\} = [v_1 \ \theta_1 \ v_2 \ \theta_2]^T = \{A\} \cdot \exp(\lambda t) \quad \text{et} \quad \lambda = j\omega \quad (3.56)$$

Donc (3.49) sera :

$$(-\omega^2 [M_t] + \lambda [C_t] + [K_t]) \cdot \{A\} \cdot \exp(\lambda t) = 0 \quad (3.57)$$

$$(-\omega^2 [M_t] + \lambda [C_t] + [K_t]) \{A\} = 0 \quad (3.58)$$

Où  $\lambda$  est la valeur propre du système et  $\{A\}$  le vecteur propre correspondant.

## Chapitre IV : Description de programmation

4. Description de programmation .....	31
4.1. Introduction .....	31
4.2. Programme structure fluide.....	31
4.3. Introduction des données .....	32
4.3.1. Fichier des données.....	32
4.3.1.1. Paramètre de la structure et fluide .....	32
4.3.1.2. Conditions aux limites .....	33
4.3.1.3. Calcul des intégrales .....	34
4.3.2. Programme de calcul.....	34
4.3.2.1 Calcul des matrices des rigidités, matrices masses et d'amortissement .....	34
4.3.2.2. Conditions aux limites .....	35
4.3.2.3. Calcul des valeurs propres .....	35
4.3.2.4. Résolution de problème .....	35
4.3.2.5. Calcul de la matrice [C] .....	36
3.2.6 Fichier de sortie.....	37

## 4. Description de programmation :

### 4.1. Introduction :

Dans les chapitres précédents, une formulation de la méthode des éléments finis standards (MEF) appliquée à l'étude dynamique de canalisation de transport du fluide a été faite. Nous avons établi un programme écrit sous MATLAB pour calculer les valeurs propres (paramètres de fréquence) et les vecteurs propres (modes propres) du tuyau de transport du fluide amorti suivant les différentes conditions aux limites.

Le matériel utilisé pour la programmation est un micro-ordinateur Core Duo avec une capacité de mémoire centrale est 2G RAM.

Ce programme comporte :

- Programme de calcul.
- Des fichiers d'entrée.
- Fichier de sortie.

### 4.2. Programme structure fluide :

Ce programme calcule les valeurs propres et les vecteurs propres du système tuyau avec le fluide. L'algorithme principal est composé des étapes suivantes :

- Lecture des données de tous les paramètres nécessaires physique et géométrique de tuyau et fluide.
- Connectivités des éléments.
- Intégration numérique.
- Calcul des matrices élémentaires de rigidité et masse de structure :  $[M_s], [K_s]$
- Calcul des matrices élémentaires de rigidité, d'amortissement et masse du fluide :  $[M_f], [K_f], [C_f]$
- Assemblage suivant, le cas de la structure seule, du fluide seul puis le couplage.
- Applications des conditions aux limites
- Formulation des matrices  $[A]$  et  $[B]$ , ces deux matrices sont celles qui forment l'équation transformée à résoudre (4.2)
- Calcul des valeurs propres et des vecteurs propres

### 4.3. Introduction des données :

#### 4.3.1. Fichier des données :

La préparation des données nécessaire à l'analyse du système tuyau-liquide s'effectue par deux types :

Un fichier des données dans lequel toutes les données nécessaires pour le calcul des valeurs propres (paramètres physique et géométriques du tuyau ainsi que du fluide, paramètres de la MEF) et un fichier contenant les valeurs des intégrales pour le fluide et structure.

##### 4.3.1.1. Paramètre de structure et fluide

Les paramètres de MEF et les paramètres physiques et géométriques de la structure et du liquide, sont comme suit :

-Numérotation des nœuds, et les éléments.

nnel: Nombre des nœuds par éléments

ndlt. : Degré de liberté par nœuds

NNT : Nombre des nœuds total.

NNET : Nombre des éléments total.

NDLT : Nombre de degré de liberté total.

-Les paramètres physiques et géométriques de structure :

$E$  : Module d'élasticité.

$\rho_s$  : Mass volumique de tuyau

$S_s$  : Surface de tuyau

$D_i$  : Diamètre intérieure de tuyau

$D_e$  : Diamètre extérieure de tuyau

$L$  : Longueur de tuyau

$I$  : Moment quadratique de tuyau

-Les paramètres physiques et géométriques du fluide :

$\rho_f$ : Masse volumique du fluide

$v_f$ : Vitesse du fluide

$S_f$  Surface du fluide

#### 4.3.1.2. Conditions aux limites :

Deux (2) nœuds par élément.

Dans notre étude on a :

Deux (2) degrés de liberté par nœuds qui sont :

W: Déplacement de structure avec le liquide suivant l'axe (y).

$\theta$ : Rotation de structure avec le liquide autour l'axe (z).

Les conditions aux limites s'effectuent suivant l'ordre de numérotation des nœuds de tuyau et fluide

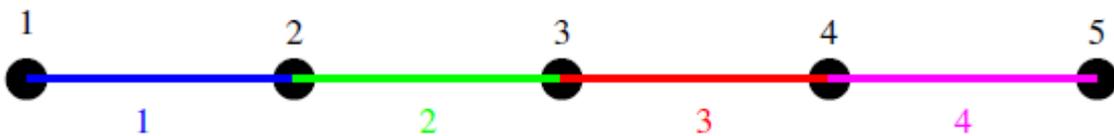


Figure 4.1 : Numérotation des nœuds d'élément fluide et structure

L'introduction des conditions aux limites des nœuds se fait dans la disposition suivante :

Nom	condition
libre	$w_1=1, w_2=1$
	$\theta_1=1, \theta_2=1$
Encastrement	$w_1=0, w_2=0$
	$\theta_1=0, \theta_2=0$
Appuis	$w_1=0$
	$w_2=0$

Tableau 4.1 : Introduction des conditions aux limites

#### 4.3.1.3. Calcul des intégrales :

Ces intégrales sont déterminées par un calcul symbolique à l'aide de logiciel MATLAB pour déterminer les matrices de rigidité, matrices masse et d'amortissement ( $[M_s]$ ,  $[M_f]$ ,  $[K_s]$ ,  $[K_f]$ ,  $[C_f]$ ) de la structure et du liquide, et sont stockés dans des fichiers des données.

#### 4.3.2. Programme de calcul :

Le programme de tuyau de transport de fluide permet de déterminer les fréquences propres des vibrations libres à partir des fichiers d'entrées.

##### 4.3.2.1 Calcul des matrices des rigidité, masse et d'amortissement :

Ce programme permet de calculer les matrices masse, matrices de rigidité, d'amortissement pour liquide et structure et assemblage des ces matrices élémentaires pour obtenir les matrices globales.

$[M_{ts}]$ ,  $[M_{tf}]$  : matrices masse de la structure et du fluide.

$[K_{ts}], [K_{tf}]$  : Matrices de rigidité de la structure et du fluide.

$[C_{tf}]$  : Matrice d'amortissement.

#### 4.3.2.2. Conditions aux limites :

Application des conditions aux limites suivant le cas de tuyau de transport du fluide.

#### 4.3.2.3. Calcul des valeurs propres :

Une fois les matrices de rigidité, masse et d'amortissement globales formées.

Les paramètres de fréquence sont obtenus en résolvant le problème généralisé de valeurs propres suivant :

$$(-\omega^2[M_t] + \lambda[C_t] + [K_t])\{A\} = 0 \quad (4.1)$$

Les matrices des systèmes  $[M_t]$ ,  $[K_t]$  et  $[C_t]$  sont calculés par les équations (3.50) (3.51) (3.52).

#### 4.3.2.4. Résolution de problème :

Dans notre étude les vibrations sont libres :

Ce programme permet de calculer :

- ✓ Les fréquences propres  $\omega$ .
- ✓ Les vecteurs propres  $\{A\}$ .

Pour calculer ces paramètres, on transforme le système différentiel (3.51) de  $n$  équations différentielles du second ordre, en un système de  $2n$  équations différentielles du premier ordre suivant :

$$[A]\{\dot{g}\} + [B]\{g\} = 0 \quad (4.2)$$

Où  $\{g\}$  c'est le vecteur transformé donné par la relation suivante :

$$\{g\} = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

-Les matrices transformées [A] et [B] sont calculés à partir de relation de changement des variables :

$$[A] = \begin{bmatrix} [M_t] & 0 \\ 0 & [K_t] \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [C_t] & [K_t] \\ -[K_t] & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

[M<sub>t</sub>] et [K<sub>t</sub>] sont symétriques.

On écrit la solution générale des équations (4.2) sous la forme :

$$\{g\} = \{A1\} \cdot \exp(\lambda t) \quad (4.6)$$

$$\text{Avec } \{A1\} = \{\lambda\{A\}, \{A\}\}^T \text{ et } \lambda = j\omega \quad (4.7)$$

$\lambda$  : est la solution de l'équation suivante :

$$([B] + \lambda[A])\{A1\} = 0 \quad (4.8)$$

Une transformation du problème (4.8) en un problème standard est effectuée :

$$([C] + \lambda [I])\{A1\} = 0 \quad (4.9)$$

#### 4.3.2.5. Calcul de la matrice [C] :

Pour déterminer les valeurs et les vecteurs propres on passe par les transformations suivantes :

La matrice [A] est une matrice symétrique donc la matrice [A] peut être décomposée par la méthode de cholesky de la manière suivante :

$$[A] = [L] [L]^T \quad (4.10)$$

Où [L] : est la matrice triangulaire inférieure.

En remplaçant (4.10) dans (4.8) on trouve :

$$([L]^{-T}[L]^{-1}[B] + \lambda [I])\{A1\} = 0 \quad (4.11)$$

Avec  $[I]$  est la matrice-identité

Donc :

$$[C] = [L]^{-T}[L]^{-1}[B] \quad (4.12)$$

La matrice  $[C]$  est obtenue en deux étapes :

- Résoudre le système  $[L] [D] = [B]$  avec  $[D] = [L]^{-1} [B]$
- Résoudre le système  $[L]^T [C] = [D]$  avec  $[C] = [L]^{-T} [L]^{-1} [B]$

Le problème devient standard, du fait que la matrice  $[C]$  n'est pas symétrique et les méthodes de **Hessenberg** et **QR** peuvent être appliquées

#### ➤ **Méthode QR:**

Cette méthode permet d'obtenir les valeurs propres de la matrice asymétrique  $[C]$ , la méthode QR permet de décomposer la matrice  $[C]$  en un produit de deux matrices, une matrice  $[Q]$  orthogonale et une deuxième  $[R]$  est une matrice triangulaire supérieure avec des éléments diagonaux positifs.

#### **4.3.2.6 Fichier de sortie :**

Les valeurs propres (fréquences propres) du tuyau de transport du fluide obtenues par le programme sont classées dans un ordre croissant et stockées dans un fichier de sortie.

# Chapitre V : Résultat et interprétation

4.5. Résultats et interprétation .....	38
5.1. Validation et convergences .....	38
5.1.1. Convergences .....	38
5.1.2. Validation.....	43
5.1.3. Validations de la structure .....	43
5.1.4. Validations de la structure avec fluide.....	45
5.1.5. Exemples d'application.....	53
5.1.6 Interprétation.....	61
<b>Conclusion .....</b>	<b>62</b>

## na5. Résultat et interprétation :

Avant de traiter quelques exemples, nous validons notre programme. Pour cela nous faisons une étude de convergence pour nous assurer de l'exactitude et de la précision des résultats et nous comparons les résultats obtenus à ceux existants dans la littérature

La convergence vers la solution exacte est étudiée par l'augmentation des éléments.

### 5.1. Validation et convergence :

#### 5.1.1. Convergence :

Les fréquences  $\omega$  de système est donnée en fonction du paramètre de fréquence  $\varpi$  suivante la loi (5.1)

$$\omega = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \cdot \varpi \quad (5.1)$$

Le module d'Young, la masse volumique et la surface seront égaux à 1.

L'étude sera faite pour différentes conditions aux limites :

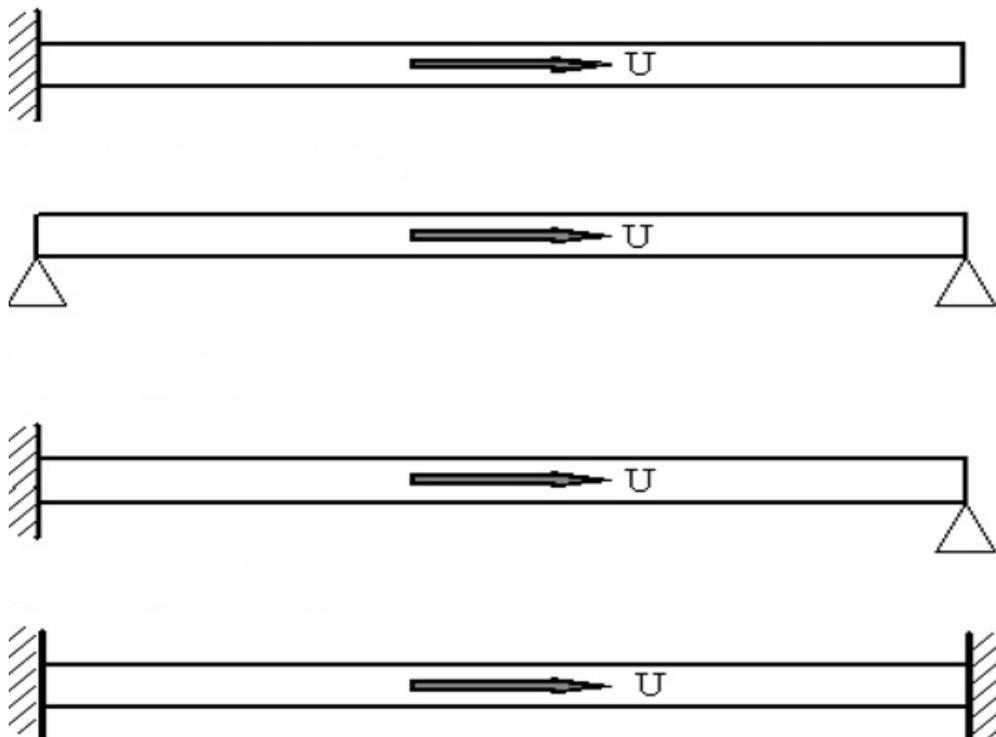


Figure 5.1 : différentes conditions aux limites

Les tableaux et les graphes suivants montrent la convergence des quatre premiers modes (paramètres des fréquences) en fonction du nombre des éléments, pour différents exemples d'application

Nombre des éléments	NDLT	Mode1	Mode2	Mode3	Mode4
1	4	10.9544	50.1996	-	-
2	8	9.9085	43.8178	110.1396	200.7984
3	12	9.8775	39.9450	98.59	183.3209
4	16	9.8721	39.6342	90.4495	175.2712
5	20	9.8706	39.5438	89.5318	161.5514
6	24	9.8701	39.5103	89.1770	159.7802
7	28	9.8698	39.4958	89.0191	158.9549
8	32	9.8697	39.4886	88.9407	158.5369
9	36	9.8697	39.4848	88.8983	158.3083
10	40	9.8696	39.4826	88.8739	158.1752
11	44	9.8696	39.4813	88.8589	158.0937
12	48	9.8696	39.4804	88.8495	158.0415

Tableau 5.1 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide A-A

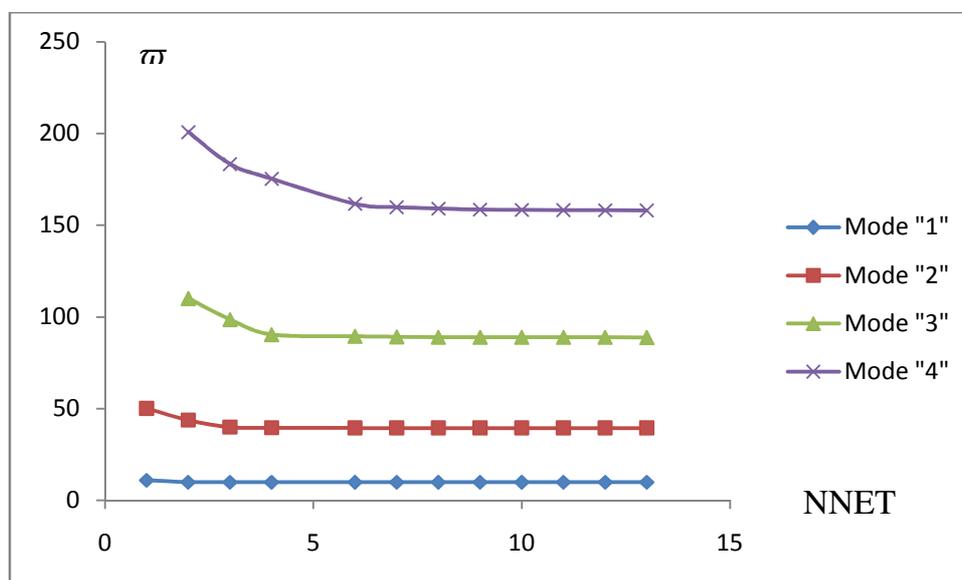


Figure 5.2 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide A-A

Nombre des éléments	NDLT	Mode1	Mode2	Mode3	Mode4
1	4	3.5327	34.8068	-	-
2	8	3.5177	22.2214	75.1570	218.1380
3	12	3.5163	22.1068	62.4659	140.6710
4	16	3.5161	22.0601	62.1748	122.6576
5	20	3.5160	22.0455	61.9188	122.3196
6	24	3.5160	22.0399	61.8101	121.6809
7	28	3.5160	22.0374	61.76	121.3482
8	32	3.5160	22.0362	61.7347	121.1727
9	36	3.5160	22.0355	61.7209	121.0748
10	40	3.5160	22.0352	61.7129	121.0171
11	44	3.5160	22.0349	61.7080	120.9814
12	48	3.5160	22.0348	61.748	120.9585

Tableau 5.2 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-L

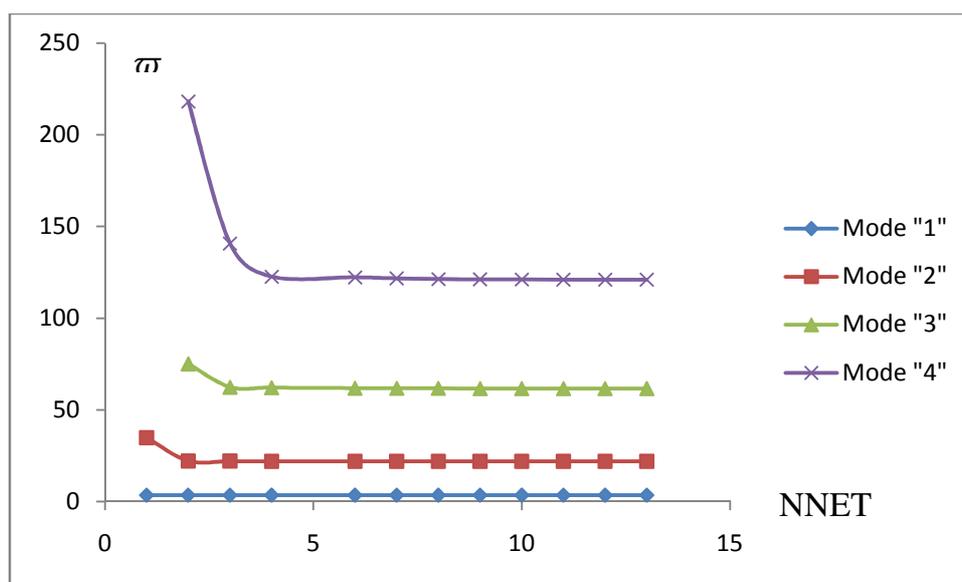


Figure 5.3 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-L

Nombre des éléments	NDLT	Mode1	Mode2	Mode3	Mode4
1	4	-	-	-	-
2	8	22.7359	81.9756	-	-
3	12	22.4648	62.9041	146.3045	290.7534
4	16	22.4029	62.2432	123.4855	233.6241
5	20	22.3855	61.9189	122.5764	204.2206
6	24	22.3792	61.7939	121.7697	203.3524
7	28	22.3765	61.7388	121.3845	201.9123
8	32	22.3748	61.7117	121.1898	201.1062
9	36	22.3738	61.6972	121.0840	200.6533
10	40	22.3736	61.6889	121.0227	200.3870
11	44	22.3736	61.6838	120.9852	200.2230
12	48	22.3736	61.6806	120.9614	200.1179

Tableau 5.3 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-E

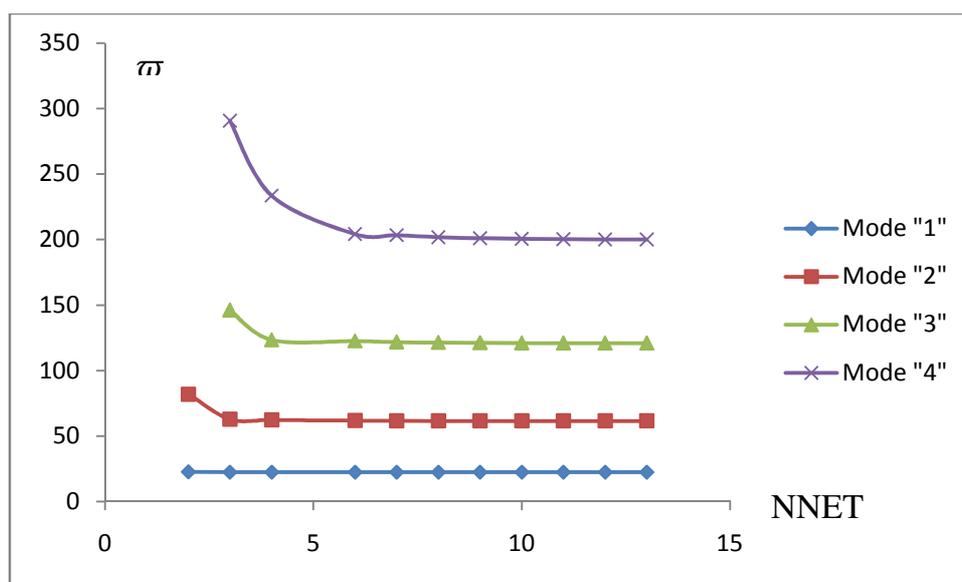


Figure 5.4 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-E

Nombre des éléments	NDLT	Mode1	Mode2	Mode3	Mode4
1	4	20.4939	-	-	-
2	8	15.5608	58.4060	155.6390	-
3	12	15.4847	50.8381	118.4658	227.8472
4	16	15.4279	50.2765	106.5969	200.1758
5	20	15.422	50.0967	105.3642	182.8484
6	24	15.4201	50.0294	104.8099	180.8799
7	28	15.4192	49.9856	104.5578	179.7515
8	32	15.4188	49.9856	104.4319	179.1614
9	36	15.4185	49.9778	104.3637	178.8356
10	40	15.4183	49.9734	104.3243	178.6452
11	44	15.4182	49.9698	104.3002	178.5283
12	48	15.4182	49.9690	104.2849	178.4534

Tableau 5.4 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-A

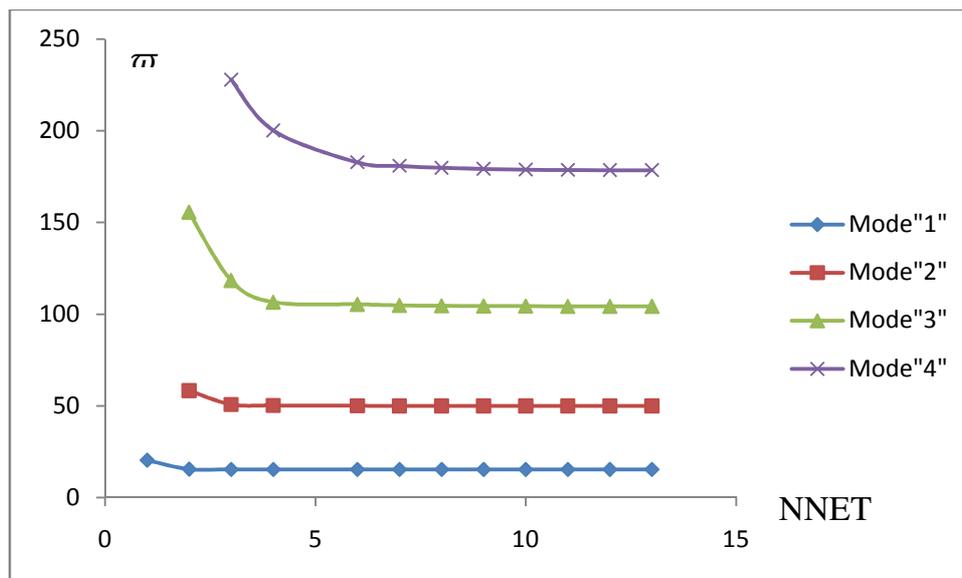


Figure 5.5 : Convergence des quatre premiers paramètres de fréquences  $\varpi$  en fonction du nombre des éléments pour une canalisation de transport du fluide E-A

### 5.1.2. Validation :

Avant de déterminer l'influence du fluide sur le comportement vibratoire de canalisation, on va valider le résultat avec différents cas du mouvement, en prenant les cas suivant :

#### *-Validation de la structure :*

On va déterminer les paramètres des fréquences de la structure sans fluide en mouvement de flexion.

L'équation de mouvement est donnée par :

$$[M_s]\{\ddot{q}_i\} + [K_s]\{q_i\} = 0 \quad (5.2)$$

$$(-\omega^2[M_s] + [K_p])\{A\} \cdot \exp(i\omega t) = 0 \quad (5.3)$$

$$([K_s] - \omega^2[M_s]) = 0 \quad (5.4)$$

#### *-Validation de la structure avec le fluide :*

Déterminons les paramètres des fréquences de la structure de transport du fluide en mouvement de flexion.

L'équation de mouvement est donnée par :

$$[M_t]\{\ddot{q}_i\} + [C_t]\{\dot{q}_i\} + [K_t]\{q_i\} = 0 \quad (5.5)$$

$$(-\omega^2[M_t] + \lambda[C_t] + [K_t])\{A\} = 0 \quad (5.6)$$

### 5.1.3. Validations de la structure :

Dans notre étude (canalisation sans fluide) on calcule les paramètres de fréquences  $\omega$  par l'expression suivante :

$$\omega = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho S}} \cdot \varpi$$

Les paramètres des fréquences des quatre premiers modes sont calculés en mouvement de flexion avec différentes conditions aux limites.

Dans les tableaux suivants on compare les paramètres de fréquence obtenus par notre programme de structure avec la solution exacte donnée par les références [34] et [35]

On prend : le nombre des éléments NNET =12, et l'expression  $\frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} = 1$

Programme Elaboré	3.5160	22.0348	61.748	120.9585
E-L (exacte)	3.5160	22.0345	61.6972	120.9019
Erreur en %	0.000	0.000	0.0008	0.0004

Tableau (5.5) : comparaison des paramètres des fréquences  $\varpi$  en utilisant la MEF avec [34] pour Encastree-Libre (E-L)

MEF	15.4182	49.9690	104.2849	178.4534
E-A (exacte)	15.4182	49.6949	104.2477	178.2697
Erreur en %	0.000	0.0055	0.0003	0.0010

Tableau (5.6) : comparaison des paramètres des fréquences  $\varpi$  en utilisant la MEF avec [34] pour Encastree-Appuis (E-A)

MEF	22.3736	61.6806	120.9614	200.1179
E-E (exacte)	22.3732	61.6696	120.9120	199.8595
Erreur en %	0.0000	0.0001	0.0004	0.0012

Tableau (5.7) : comparaison des paramètres des fréquences  $\varpi$  en utilisant la MEF avec [34] pour Encastree- Encastree (E-E)

MEF	9.8696	39.4804	88.8495	158.0415
A-A (exacte)	9.8696	39.4784	88.8264	157.9136
Erreur en %	0.000	0.0000	0.0002	0.0008

Tableau (5.8) : comparaison des paramètres des fréquences  $\varpi$  en utilisant la MEF avec [34] pour Appuis - Appuis (A-A)

### 5.1.4. Validations de la structure avec fluide :

➤ *Validations de la structure avec une vitesse du fluide nul ( $v_f=0$ ) :*

Dans notre étude (canalisation avec fluide) on va calculer les paramètres de fréquences  $\omega$  par l'expression suivante :

$$\omega = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho S}} \cdot \bar{\omega}$$

Les paramètres des fréquences des quatre premiers modes sont calculés en mouvement de flexion à une vitesse de fluide nul ( $v_f=0$ ) avec différents conditions aux limites.

Dans le tableau suivant on compare les paramètres de fréquence obtenus par notre programme principal avec la solution exacte donnée par [14].

On prend : le nombre des éléments NNET =12, l'expression  $\frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho S}} = 1$ , et la vitesse du fluide  $v_f=0$

MEF	3.5160	22.0348	61.748	120.9585
E-L (exacte)	3.5160	22.0345	61.6972	120.9019
Erreur en %	0.000	0.000	0.0008	0.0004

Tableau (5.9) : comparaison des paramètres des fréquences  $\omega$  à une vitesse du fluide  $v_f=0$  avec [14] pour Encastree-Libre (E-L)

MEF	15.4182	49.9690	104.2849	178.4534
E-A (exacte)	15.4182	49.6949	104.2477	178.2697
Erreur en %	0.000	0.0055	0.0003	0.0010

Tableau (5.10) : comparaison des paramètres des fréquences  $\omega$  à une vitesse du fluide  $v_f=0$  avec [14] pour Encastree-Appuis (E-A)

MEF	22.3736	61.6806	120.9614	200.1179
E-E (exacte)	22.3732	61.6696	120.9120	199.8595
Erreur en %	0.0000	0.0001	0.0004	0.0012

Tableau (5.11) : comparaison des paramètres des fréquences  $\varpi$  à une vitesse du fluide  $v_f=0$  avec [14] pour Encastree- Encastree (E-E)

MEF	9.8696	39.4804	88.8495	158.0415
A-A (exacte)	9.8696	39.4784	88.8264	157.9136
Erreur en %	0.000	0.0000	0.0002	0.0008

Tableau (5.12) : Tableau (5.7) : comparaison des paramètres des fréquences  $\varpi$  à une vitesse du fluide  $v_f=0$  avec [14] pour Appuis - Appuis (A-A)

On remarque que les paramètres des fréquences  $\varpi$  de tuyau de transport du fluide à une vitesse de fluide nul ( $v_f = 0$ ) c'est les fréquences de structure sans fluide.

**Equation de mouvement :**

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A v_f^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2\rho A v_f \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} + M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (5.7)$$

En prenant les éléments non-dimensionnels suivants:

$$\eta = \frac{w}{l} \quad (5.8)$$

$$\xi = \frac{x}{l} \quad (5.9)$$

$$B = \frac{M_f}{M_f + M_s} \quad (5.10)$$

$$\tau = \frac{t}{L^2} \left( \frac{EI}{M_f + M_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.11)$$

$$u = vL \left( \frac{M}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.12)$$

et en remplaçant (5.8) à (5.12) dans (5.7), On obtient :

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + u^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + 2 u \sqrt{B} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau \partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0 \quad (5.13)$$

➤ **Validation avec  $B=0.1$ :**

On prend : le nombre des éléments NNET =12

Calculons les vitesses critiques du fluide, ou les fréquences tend vers zéro à c'est-à-dire  $B=0.1$  :

Dans les tableaux suivants on compare les vitesses critiques du fluide par notre programme principal avec la solution exacte donnée par [6]

Modes	MEF	(DTM) [14]	(DQM) [14]	Exacte [6]	Erreur
Mode 1	3.14159	3.1416	3.1420	$\pi$	0.0000
Mode 2	6.2836	6.2832	6.2838	$2\pi$	0.0000
Mode 1 et 2 combinés	6.3945	6.3941	6.3949	6.38	0.0022

Tableau (5.13) : Comparaisons entre les vitesses critiques dans le cas Appuis - Appuis (A-A) avec [6] et [14]

➤ **Validation avec  $B=0.5$ :**

Calcul des vitesses critiques du fluide, ou les fréquences tend vers zéro à  $B=0.5$  :

Modes	MEF	(DTM) [14]	(DQM) [14]	Exacte [6]	Erreur
Mode 1	4.494	4.4934	4.4937	4.49	0.0007
Mode 1 et 2 combinés	7.7758	7.7743	7.7752	-	0.0001

Tableau (5.14) : Comparaisons entre les vitesses critiques dans le cas Encastrée-Appuis (E-A) avec [6] et [14]

➤ *Validation avec  $B=0.5$ :*

Calcul des vitesses critiques du fluide, ou les fréquences tend vers zéro à  $B=0.5$  :

Modes	MEF	(DTM) [14]	(DQM) [14]	Exacte [6]	Erreur
Mode 1	6.2835	6.2832	6.2838	$2\pi$	0.000
Mode 1 et 2 combinés	9.297	9.2946	9.2955	9.3	0.0003

Tableau (5.15) : Comparaisons entre les vitesses critiques dans le cas Encastrée-Encastrée (E-E) avec [6] et [14]

➤ *Validation des graphes :*

Nous comparons les graphes obtenus par notre programme avec ceux de la référence [14] :

- Cas de la condition aux limites Appuis - Appuis (A-A)- Rapport des masses  $B=0.1$

$v_f$	<b>B=0.1</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	9.8696	39.4804	88.8495	158.0415
<b>0.1</b>	9.8645	39.4755	88.8446	158.0367
<b>0.2</b>	9.8492	39.4608	88.8300	158.0222
<b>0.3</b>	9.8236	39.4362	88.8058	157.9981
<b>0.4</b>	9.7877	39.4018	88.7718	157.9643
<b>0.5</b>	9.7414	39.3575	88.7280	157.9209
<b>1</b>	9.3469	38.9868	88.3629	157.5585
<b>1.5</b>	8.6519	38.3617	87.7512	156.9529
<b>2</b>	7.5789	37.4707	86.8883	156.1015
<b>2.5</b>	5.9354	36.2957	85.7673	155.0007
<b>3</b>	2.8985	34.8099	84.3787	153.6454
<b>3.14159 = <math>\pi</math></b>	<b>0</b>	34.3277	83.9352	153.2146

Tableau (5.16) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Appuis - Appuis (A-A) –  $B = 0.1$

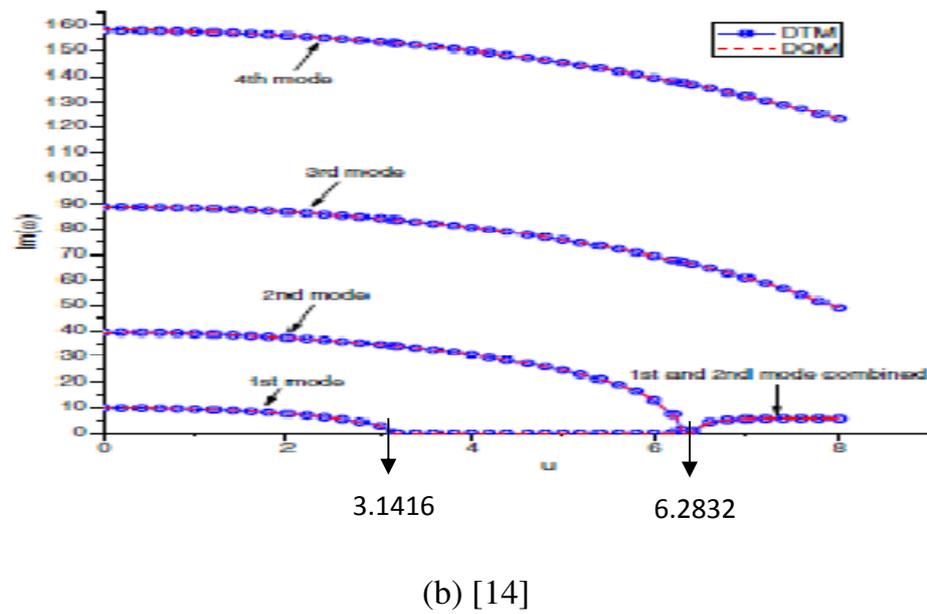
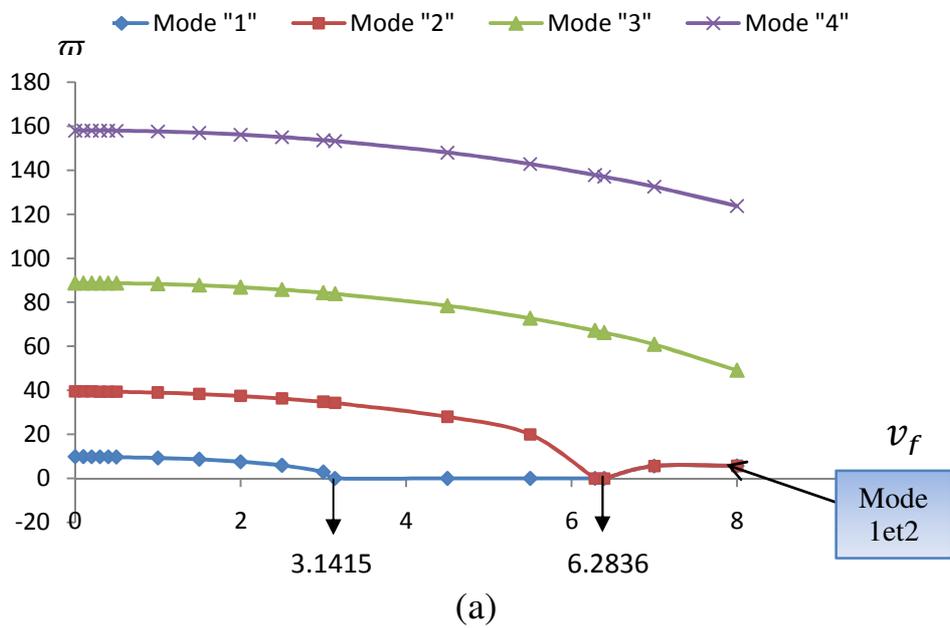


Figure 5.6 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Appuis - Appuis (A-A) B=0.1-[14]

- Cas de la condition aux limites Encastrée-Appuis (E-A),  $B = 0.5$

$v_f$	<b>B=0.5</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	15.4183	49.9707	104.3002	178.5283
<b>0.1</b>	15.4140	49.9668	104.2964	178.5244
<b>0.2</b>	15.4009	49.9550	104.2848	178.5130
<b>0.3</b>	15.3791	49.9355	104.2654	178.4939
<b>0.4</b>	15.3486	49.9080	104.2384	178.4672
<b>0.5</b>	15.3093	49.8728	104.2036	178.4329
<b>1</b>	14.9790	49.5786	103.9136	178.1466
<b>1.5</b>	14.4180	49.0863	103.4293	177.6689
<b>2</b>	13.6080	48.3925	102.7495	176.9991
<b>2.5</b>	12.5170	47.4925	101.8722	176.1362
<b>3</b>	11.0882	46.3791	100.7948	175.0787
<b>3.5</b>	9.2065	45.0428	99.5140	173.8249
<b>4</b>	6.5676	43.4698	98.0253	172.3726
<b>4.494</b>	0	41.6641	96.3451	170.7400

Tableau (5.17) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée-Appuis (E-A) –  $B = 0.5$

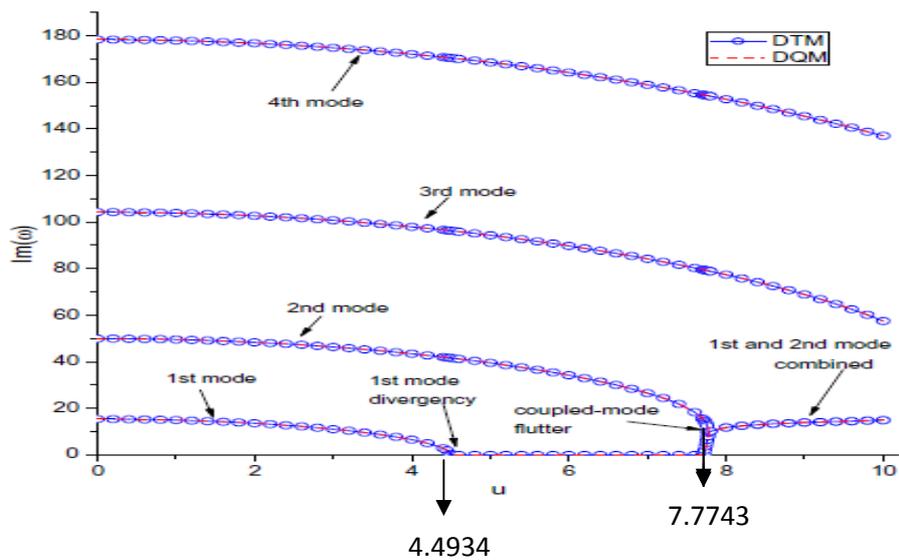
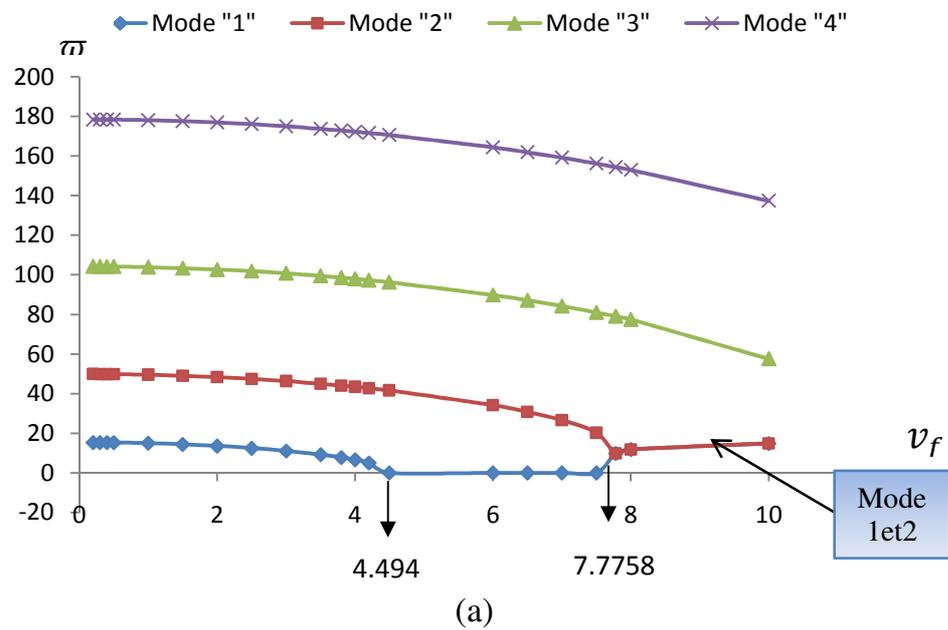
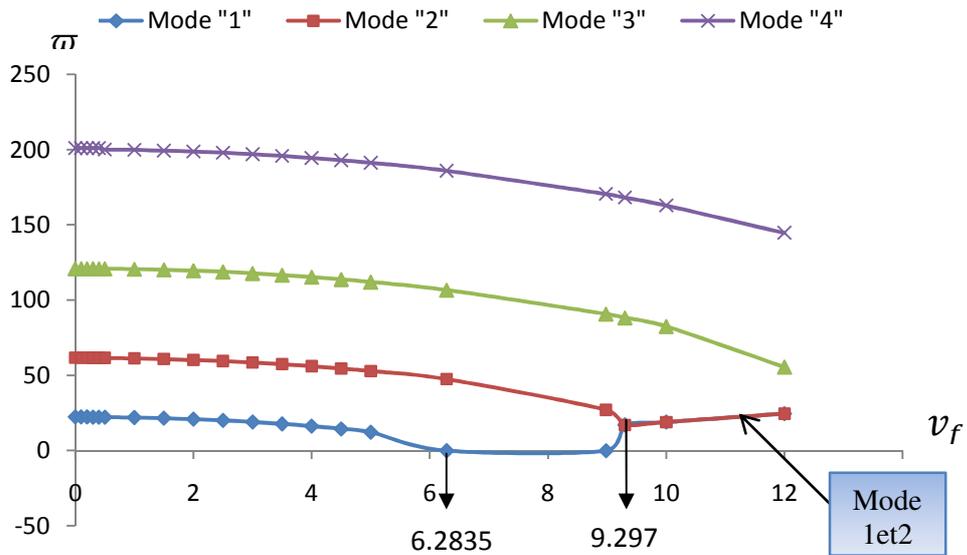


Figure 5.7 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée-Appuis (E-A) B=0.5 [14]

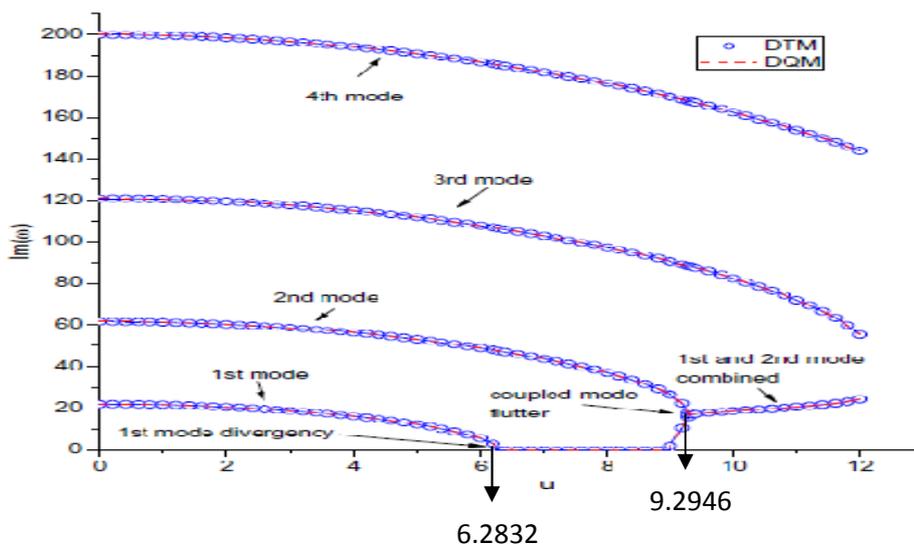
- Cas de la condition aux limites Encastrée- Encastrée (E-E)  $B=0.5$  [14]

$v_f$	<b>B=0.5</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	22.3736	61.6806	120.9614	200.1179
<b>0.1</b>	22.3701	61.6772	120.9579	200.1143
<b>0.2</b>	22.3596	61.6669	120.9473	200.1037
<b>0.3</b>	22.3420	61.6499	120.9297	200.0859
<b>0.4</b>	22.3174	61.6261	120.9051	200.0611
<b>0.5</b>	22.2858	61.5954	120.8735	200.0291
<b>1</b>	22.0211	61.3398	120.6096	199.7628
<b>1.5</b>	21.5763	60.9129	120.1694	199.3186
<b>2</b>	20.9455	60.3134	119.5521	198.6961
<b>2.5</b>	20.1196	59.5394	118.7567	197.8945
<b>3</b>	19.0857	58.5882	117.7817	196.9132
<b>3.5</b>	17.8248	57.4563	116.6254	195.7508
<b>4</b>	16.3087	56.1387	115.2855	194.4061
<b>4.5</b>	14.4926	54.6292	113.7593	192.8775
<b>5</b>	12.2968	52.9191	112.0433	191.1628
<b>6.2835 = <math>2\pi</math></b>	0	47.5125	106.7366	185.8923

Tableau (5.18) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) –  $B = 0.5$



(a)



(b) [14]

Figure (5.8) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) B=0.5

### 5.1.5. Exemples d'application :

Les paramètres des fréquences des quatre premiers modes sont calculés en mouvement de flexion avec différentes vitesses du fluide ( $v_f$ ), différents rapport des masses B et différentes conditions aux limites.

Cas de la condition aux limites Appuis - Appuis (A-A), dans cet exemple la vitesse d'écoulement varie de  $v_f = 0$  jusqu'à  $v_f = 3.14159 = \pi$  et B de 0.1 à 0.5

$v_f$	<b>B=0.3</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	9.8696	39.4804	88.8495	158.0415
<b>0.1</b>	9.8643	39.4757	88.8449	158.0370
<b>0.2</b>	9.8484	39.4615	88.8312	158.0236
<b>0.3</b>	9.8219	39.4379	88.8084	158.0012
<b>0.4</b>	9.7846	39.4048	88.7764	157.9698
<b>0.5</b>	9.7366	39.3622	88.7353	157.9295
<b>1</b>	9.3282	39.0058	88.3922	157.5934
<b>1.5</b>	8.6123	38.4063	87.8181	157.0319
<b>2</b>	7.5154	37.5546	87.0098	156.2435
<b>2.5</b>	5.8548	36.4370	85.9623	155.2255
<b>3</b>	2.8391	35.0323	84.6689	153.9747
<b>3.14159 = <math>\pi</math></b>	<b>0</b>	34.5783	84.2568	153.5776

Tableau (5.19) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Appuis - Appuis (A-A)– B =0.3

$v_f$	<b>B=0.5</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	9.8696	39.4804	88.8495	158.0415
<b>0.1</b>	9.8641	39.4759	88.8452	158.0374
<b>0.2</b>	9.8476	39.4622	88.8324	158.0250
<b>0.3</b>	9.8201	39.4395	88.8110	158.0043
<b>0.4</b>	9.7815	39.4077	88.7810	157.9754
<b>0.5</b>	9.7318	39.3668	88.7425	157.9382
<b>1</b>	9.3097	39.0245	88.4214	157.6282
<b>1.5</b>	8.5732	38.4496	87.8846	157.1107
<b>2</b>	7.4536	37.6346	87.1298	156.3845
<b>2.5</b>	5.7775	36.5682	86.1535	155.4482
<b>3</b>	2.7832	35.2329	84.9510	154.2993
<b>3.14159</b>	<b>0</b>	34.8026	84.5685	153.9350

Tableau (5.20) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Appuis - Appuis (A-A) – B =0.5

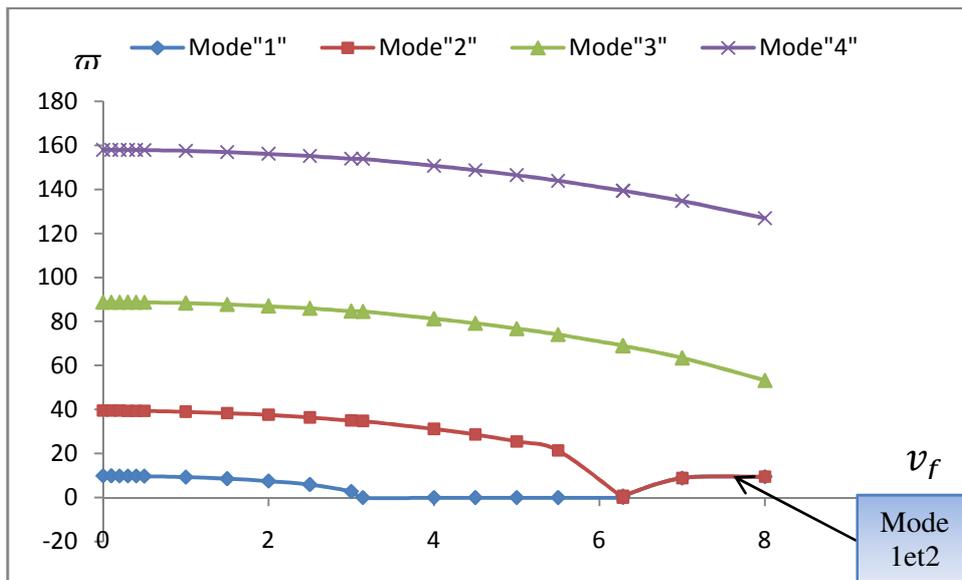


Figure 5.9 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences  
Appuis - Appuis (A-A) B=0.3

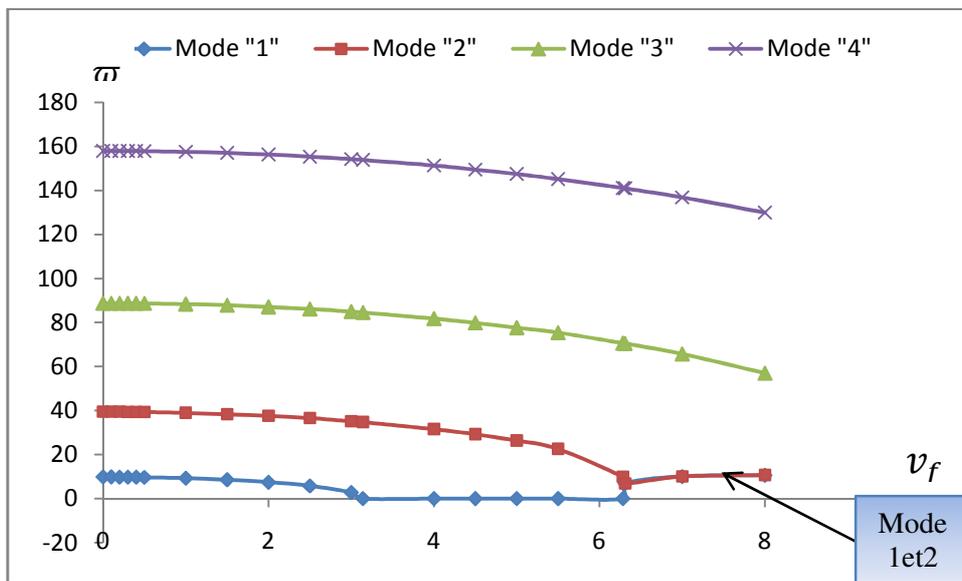


Figure (5.10) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences  
Appuis - Appuis (A-A) B=0.5

Cas de la condition aux limites Encastrée-Appuis (E-A), dans cet exemple la vitesse d'écoulement varie de  $v_f = 0$  jusqu'à  $v_f = 4.494$  et B de 0.1 à 0.5

$v_f$	<b>B=0.1</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	15.4183	49.9707	104.3002	178.5283
<b>0.1</b>	15.4145	49.9665	104.2958	178.5238
<b>0.2</b>	15.4029	49.9538	104.2827	178.5104
<b>0.3</b>	15.3836	49.9327	104.2608	178.4881
<b>0.4</b>	15.3565	49.9032	104.2301	178.4569
<b>0.5</b>	15.32164	49.8652	104.1907	178.4168
<b>1</b>	15.0278	49.5475	103.8615	178.0819
<b>1.5</b>	14.5251	49.0140	103.3108	177.5226
<b>2</b>	13.7915	48.2585	102.5354	176.7368
<b>2.5</b>	12.7882	47.2717	101.5307	175.7220
<b>3</b>	11.4465	46.0405	100.2906	174.4746
<b>3.5</b>	9.6294	44.5469	98.8072	172.9900
<b>4</b>	6.9830	42.7663	97.0702	171.2627
<b>4.494</b>	0	40.6918	95.0928	169.3111

Tableau (5.21) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences. Encastrée-Appuis (E-A)– B =0.1

$v_f$	<b>B=0.3</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	15.4183	49.9707	104.3002	178.5283
<b>0.1</b>	15.4142	49.9666	104.2961	178.5241
<b>0.2</b>	15.4019	49.9544	104.2837	178.5117
<b>0.3</b>	15.3813	49.9341	104.2631	178.4910
<b>0.4</b>	15.3525	49.9056	104.2343	178.4621
<b>0.5</b>	15.3154	49.8690	104.1972	178.4248
<b>1</b>	15.0033	49.5632	103.8876	178.1143
<b>1.5</b>	14.4713	49.0507	103.3702	177.5958
<b>2</b>	13.6988	48.3272	102.6431	176.8684
<b>2.5</b>	12.6504	47.3863	101.7030	175.9301
<b>3</b>	11.2629	46.2189	100.5461	174.7787
<b>3.5</b>	9.4106	44.8123	99.1668	173.4112
<b>4</b>	6.7656	43.1491	97.5586	171.8240
<b>4.494</b>	0	41.2296	95.7365	170.0358

Tableau (5.22) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée-Appuis (E-A) – B =0.3

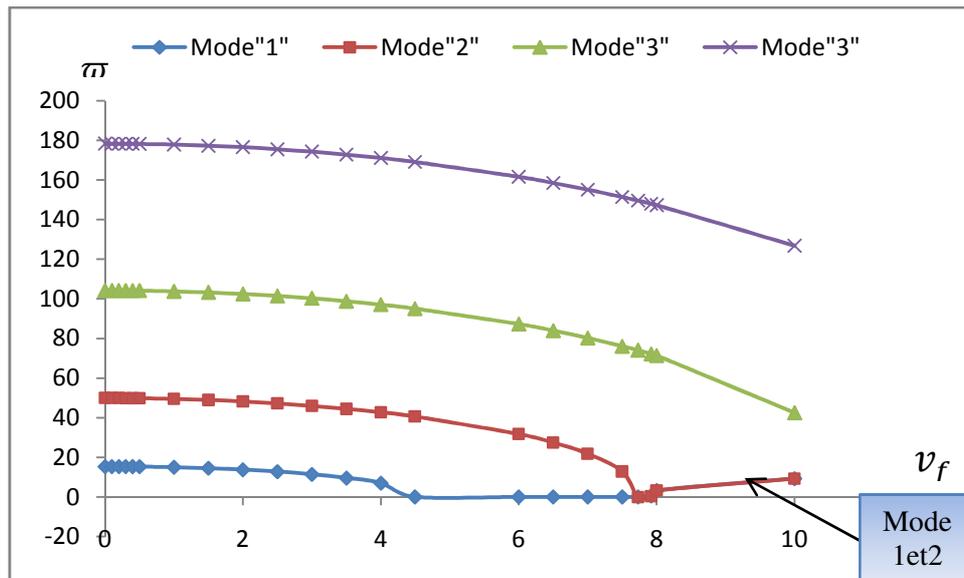


Figure 5.11 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastree-Appuis (E-A) B=0.1

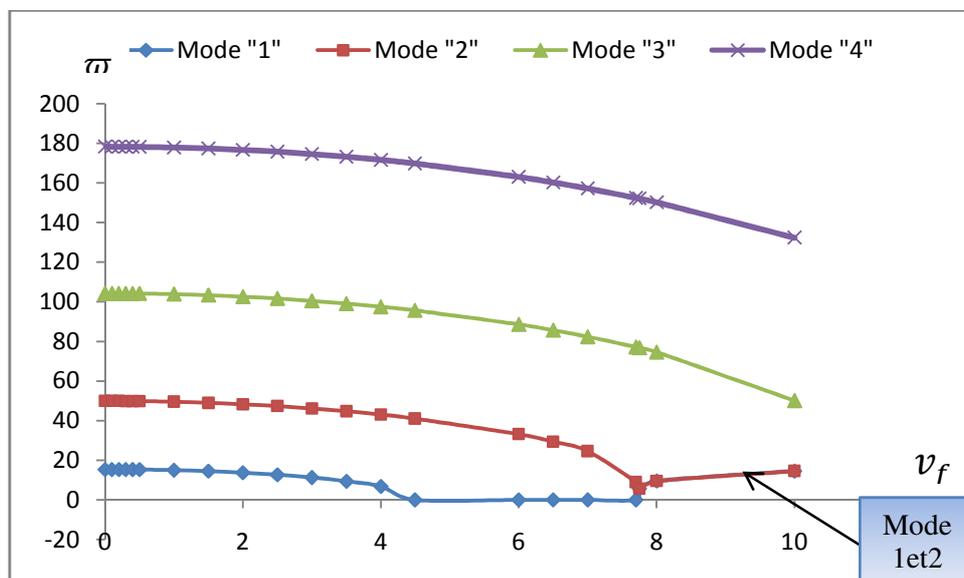


Figure (5.12) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastree- Appuis (E-A) B=0.3

Cas de la condition aux limites Encastrée- Encastrée (E-E), dans cet exemple la vitesse d'écoulement varie de  $v_f = 0$  jusqu'à  $v_f = 6.2835 = 2\pi$  et B de 0.1 à 0.5

$v_f$	<b>B=0.1</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	22.3736	61.6806	120.9614	200.1179
<b>0.1</b>	22.3707	61.6769	120.9574	200.1137
<b>0.2</b>	22.3620	61.6659	120.9455	200.1013
<b>0.3</b>	22.3475	61.6475	120.9256	200.0806
<b>0.4</b>	22.3271	61.6219	120.8978	200.0516
<b>0.5</b>	22.3010	61.5888	120.8620	200.0143
<b>1</b>	22.0816	61.3129	120.5634	199.7035
<b>1.5</b>	21.7112	60.8506	120.0644	199.1844
<b>2</b>	21.1820	60.1983	119.3626	198.4557
<b>2.5</b>	20.4823	59.3504	118.4550	197.5154
<b>3</b>	19.5944	58.2998	117.3373	196.3608
<b>3.5</b>	18.4927	57.0365	116.0043	194.9884
<b>4</b>	17.1384	55.5479	114.4491	193.3943
<b>4.5</b>	15.4695	53.8175	112.6635	191.5735
<b>5</b>	13.3769	51.8233	110.6374	189.5200
<b>6.2835 = 2<math>\pi</math></b>	0	45.2577	104.2407	183.1323

Tableau (5.23) : Influence de la vitesse du fluide avec différentes paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) – B =0.1

$v_f$	<b>B=0.3</b>			
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
<b>0</b>	22.3736	61.6806	120.9614	200.1179
<b>0.1</b>	22.3704	61.6770	120.9576	200.1140
<b>0.2</b>	22.3608	61.6664	120.9464	200.1025
<b>0.3</b>	22.3447	61.6487	120.9277	200.0832
<b>0.4</b>	22.3223	61.6240	120.9015	200.0563
<b>0.5</b>	22.2933	61.5921	120.8677	200.0217
<b>1</b>	22.0513	61.3264	120.5866	199.7331
<b>1.5</b>	21.6434	60.8822	120.1171	199.2516
<b>2</b>	21.0627	60.2574	119.4579	198.5762
<b>2.5</b>	20.2983	59.4488	118.6072	197.7058
<b>3</b>	19.3347	58.4522	117.5623	196.6387
<b>3.5</b>	18.1490	57.2621	116.3200	195.3729
<b>4</b>	16.7073	55.8712	114.8762	193.9058
<b>4.5</b>	14.9561	54.2700	113.2259	192.2345
<b>5</b>	12.8015	52.4457	111.3627	190.3553
<b>6.2835 = 2<math>\pi</math></b>	0	46.6000	105.5465	184.5475

Tableau (5.24) : Influence de la vitesse du fluide avec différents paramètres géométriques et physiques sur les fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) – B =0.3

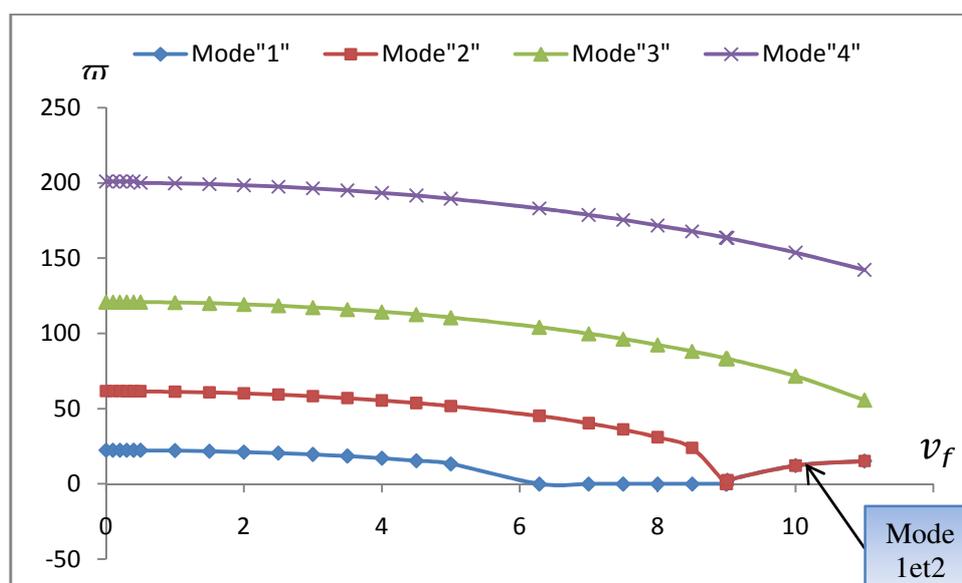


Figure 5.13 : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastrée- Encastrée (E-E) B=0.1

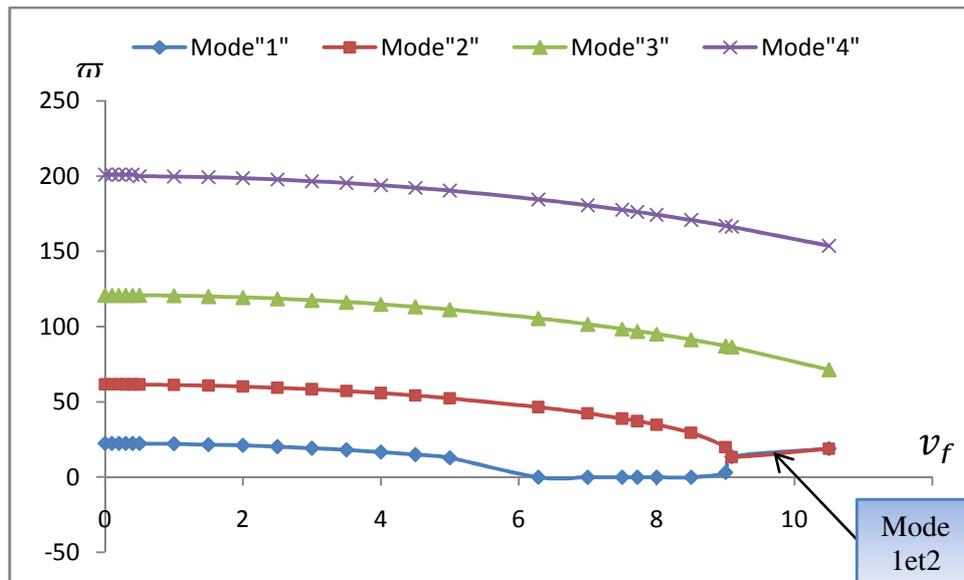


Figure (5.14) : Influence de la vitesse du fluide sur les paramètres des fréquences Encastree- Encastree (E-E) B=0.3

### 5.1.6 Interprétation :

D'après les courbes (5.2) jusqu'à (5.5), on remarque que les résultats convergent rapidement pour différents conditions aux limites. Pour un maillage de 12 éléments nous remarquons une bonne concordance avec les résultats présentés dans la littérature pour les deux cas : structure seule et fluide-structure.

Dans les graphes des figures (5.6), (5.7), (5.8), nous comparons les valeurs des vitesses critiques du fluide pour les deux premiers modes, ainsi que la combinaison des modes 1 et 2, avec ceux de l'article [14]. Nous remarquons une bonne concordance des allures des modes 1 jusqu'à 4 et des valeurs des vitesses critiques.

Les courbes (5.6), (5.9) et (5.10) pour le cas A-A montrent que les fréquences propres diminuent lorsque la vitesse d'écoulement augmente et la vitesse critique pour ce cas est de 3.14159.

Les courbes (5.7), (5.11) et (5.12) pour le cas E-A qui est caractérisé par une rigidité plus grande que le premier cas A-A, montrent toujours le même comportement des fréquences propres contre la vitesse d'écoulement. La vitesse critique dans ce cas est de 4.494.

Les courbes (5.8), (5.13) et (5.14) pour le cas E-E d'une rigidité plus grande que les deux cas A-A et E-A, montrent aussi le même comportement des fréquences propres contre la vitesse d'écoulement. La valeur de la vitesse critique dans ce cas est 6.2836

D'après les trois cas A-A, E-A et E-E, on remarque que la rigidité de fluide augmente lorsque la vitesse augmente et par conséquent la rigidité de système fluide-structure diminue et vis-versa.

L'augmentation du (rapport des masses)  $B$  augmente la valeur de la masse ajoutée au système et par conséquent fait diminuer le paramètre de fréquence. La (vitesse d'écoulement du fluide),  $v_f$ , par contre diminue de la rigidité du système et par conséquent fait diminuer le paramètre de fréquence.

D'après les trois cas, on constate que lorsque la vitesse du fluide dépasse la vitesse critique les modes 1 et 2 devient identique.

# **Conclusion**

---

## Conclusion

L'objectif du travail est d'étudier l'effet du fluide sur le comportement vibratoire d'une conduite en flexion. L'étude de la structure, du fluide et l'interaction entre eux est faite en considérant l'influence de l'écoulement sur le tuyau et en négligeant le mouvement relatif du liquide par rapport au tuyau. Dans ce cas l'étude peut être faite en considérant le système sous forme de poutre en mouvement de flexion, où l'écoulement provoque une variation de la rigidité et un amortissement du système.

Le comportement dynamique du système est étudié par la théorie des poutres (Navier-Bernoulli). La discrétisation du système avec interaction conduite-fluide, est faite par la méthode des éléments finis standard (MEF) en utilisant un élément poutre à deux degrés de liberté par nœud.

Un programme en MATLAB a été élaboré pour calculer les fréquences propres du système (tuyau transportant le fluide) avec différentes conditions aux limites. Une étude de convergence a été faite. Pour valider les résultats obtenus, on a comparé nos résultats avec ceux des références [34] et [35] pour le cas de vibrations libres de la structure sans fluide, et ceux des références [6] et [14] pour le cas des valeurs des vitesses critiques du fluide par lesquelles le tuyau devient instable (cas de la résonance). La confrontation des résultats des références précédents avec ceux obtenus par notre programme montre une bonne concordance pour les deux cas.

Plusieurs exemples ont été traités pour déterminer l'influence de la vitesse du fluide et des différents paramètres géométriques et physiques sur le phénomène d'interaction fluide-structure. Ce travail nous a permis d'aboutir aux conclusions suivantes :

- les fréquences du système fluide-structure dépendent des propriétés géométriques et physiques (longueur, épaisseur, masse volumique, et module d'élasticité).
- Les fréquences naturelles du tuyau de transport dépendent de la vitesse du fluide  $v_f$ . Il convient de noter que lorsque cette vitesse s'annule le tuyau se comporte comme une poutre droite, les fréquences naturelles de ce cas peuvent être obtenues analytiquement.

- L'augmentation du (rapport des masses)  $B$  fait augmenter la valeur de la masse ajoutée au système et par conséquent fait diminuer le paramètre de fréquence.
- La présence du fluide dans les conduites a une influence importante sur le comportement dynamique de la structure, et cause une chute significative de la fréquence naturelle et peut affecter la stabilité du système.
  - La (vitesse d'écoulement du fluide),  $v_f$ , diminue de la rigidité du système et par conséquent fait diminuer le paramètre de fréquence.
  - L'instabilité d'un tuyau apparaît lorsque le fluide a une vitesse critique  $v_f = v_{fc}$ .
  - le tuyau de transport du liquide est stable lorsque la vitesse de la fluide inférieure à la vitesse critique  $v_f < v_{fc}$ .
  - La fréquence fondamentale naturelle d'un tuyau diminue généralement avec une vitesse croissante d'écoulement du fluide (la vitesse augmente jusqu'à sa valeur critique, la fréquence naturelle de la canalisation tend vers zéro).

En perspective, les études suivantes peuvent être faites :

- La modélisation de la conduite par élément finis coque.
- La modélisation de la conduite par élément finis hiérarchique.
- Le couplage du mouvement flexionnel avec le mouvement axial.
- L'utilisation de l'interaction à couplage fort dans le cas des surfaces libres du fluide.

---

## Référence

- [1]-Beurrières, F.-J., 1939. Sur un phénomène d'oscillation auto-entretenu en mécanique des fluides réels. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air 147.
- [2]-Feodoseev, V.P., 1951. Vibrations and stability of a pipe when liquid flows through it. *Inzhenernyi Sbornik* 10, 169–170
- [3]-Stein RA, Tobriner MW. Vibration of pipes containing flowing fluids. *Trans ASME J Appl Mech* 1970; 906-916
- [4]-R.W., Mote Jr, C.D., 1976. On the dynamic analysis of curved and twisted cylinders transporting fluids. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology* 98, 143–150.
- [5]-Robert D. Blevins. "Flow Induced Vibrations". *Krieger* 289,297(1977)
- [6]-M.P. Paidoussis. *Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow*, vol. 1, Academic Press, London, 1998.
- [7] Ashley H, Haviland G. Bending vibrations of a pipeline containing flowing fluid. *Journal of Applied Mechanics* 1950;72:229-32
- [8] Han-Ik Yoon, In-Soo Son. Dynamic behavior of cracked simply supported pipe conveying fluid with moving mass; *Journal of Sound and Vibration* 292 (2006) 941-953
- [9]-Y.T. Chai, K.S. Varyani. An absolute coordinate formulation for three-dimensional flexible pipe analysis, *Ocean Engineering* 33 (2006) 23–58
- [10]-ZHAO Feng-qun, WANG Zhong-min. Analysis of coupled-Mode flutter of pipes conveying fluid on the elastic foundation, *Applied Mathematics and Mechanics* (English Edition, vol. 21. No 10. Oct 2000)
- [11]-Francesco Pellicano and Francesco Zirillit, Boundary layers and non-linear vibrations of an axially moving beam, *Int. J. Non-Linear Mech.* Vol. 33, No. 4, pp. 691-711, 1998
- [12]-Gulyayev VI, Tolbatov E Yu. Forced and self-excited vibrations of pipes containing mobile boiling fluid clots. *Journal of Sound and Vibration* 2002;257(3):425-37

- [13]-Slone AK, Pericleous K, Bailey C, Cross M. Dynamic fluid structure interaction using finite volume un structured mesh procedures. *Journal of Computers and Structures* 2002;80:371-90
- [14]-Q. Ni, Z.L. Zhang, L. Wang. Application of the differential transformation method to vibration analysis of pipes conveying fluid-*Applied Mathematics and Computation* 217 (2011) 7028–7038
- [15]-A.M. Hellum, R.Mukherjee, A.J.Hull. Dynamics of pipes conveying fluid with non-uniform turbulent and laminar velocity profiles, *Journal of Fluids and Structures* 26 (2010) 804–813
- [16]-M.P. Païdoussis, and N.T.IssiD. Dynamic stability of pipes conveying fluid,*Journal of sound and vibration* (1974) 33(3), 267-294
- [17]-Han-IkYoon,\_, In-SooSon. Dynamic response of rotating flexible cantilever pipe conveying fluid with tip mass, *International Journal of Mechanical Sciences* 49 (2007) 878–887
- [18]-YIH-HWANG LIN and AYAU-KUN TSAI, Non linear vibrations of Timoshenko pipes conveying fluid, *Int. J. Solid Structures* Vol.34, No.23,pp.2945-2956, 1997
- [19]-LETTERS TO THE EDITOR, Vibrations analysis of straight and curved tubes conveying fluid by means of straight beam finite elements, *Journal of Sound and Vibration* (1984) 93(2), 307-311
- [20]-Osama J. Aldraihem. Analysis of the dynamic stability of collar-stiffened pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration* 300 (2007) 453–465
- [21]-P..A.A. Laura, G. M. Ficcadenti de Iglesias and P. L.Verniere de Irassar. A Note on Flexural Vibrations of a pipeline Containing Flowing Fluid *Applied Acoustic* 21 (1987) 191-198
- [22]-Sakdirat Kaewunruen, Julapot Chiravatchrade, Somchai Chucheepsakul, Nonlinear free vibrations of marine risers/pipes transporting fluid, *Ocean Engineering* 32 (2005) 417–44
- [23]-G.L. Kuiper A.V. Metrikine, J.A. Battjes. A new time-domain drag description and its influence on the dynamic behaviour of a cantilever pipe conveying fluid, *Journal of Fluids and Structures* 23 (2007) 429–445

- [24]-Seok-Hwan Ahn, Ki-Woo Nam, Koji Takahashi, KotojiAndo. Comparison of experimental and finite element analytical results for the strength and the deformation of pipes with local wall thinning subjected to bending moment, Nuclear Engineering and Design 236 (2006) 140–155
- [25]-M. H. TooraniandA. A. Lakis. Dynamics behavoiar of axisymmetric and beam-like anisotropic cylindrical shells conveying fluid, Journal of Sound and Vibration (2003) 259(2), 265–298
- [26]-Yih-Hwang Lin and Chih-Liang Chu. Active modal control of Timoshenko pipes conveying fluid, Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 24, No. 1, pp. 65-74 (2001)
- [27]-ZHAO Feng-qun,WANGZhong-min. stability analysis of Maxwell viscoelastic pipes conveying fluid with both ends simply supported, Article ID : 0253-4857(2001) 12-1436-10
- [28]-XieJinghua, TianKe, and Yang Dawei. The Effect of TBM Hydraulic Piping System Parameters on FSI Vibration, 364-370
- [29]-SAROJ K. BISWAS and N. U. AHMED, Optimal Control of Flow-Induced Vibration of Pipeline, Dynamics and Control, 11, 187–201, 2001
- [30]-Wang Shizhong and Huang Wenhui. Research on solid-liquid coupling dynamics of pipe conveying fluid Appleid Mathematics and Mechanics (English Edition, vol. 19. Nov. 1998
- [31]-M. Nikolic, M. Rajkovic. Bifurcations in nonlinear models of fluid-conveying pipes supported at both ends, Journal of Fluids and Structures 22 (2006) 173–195
- [32] C. DUPUIS AND J. ROUSSELET, The equations of motion of curved pipes conveying fluid, Journal of Sound and Vibration (1992) 153(3), 473-489
- [33]-Gérard. Coffignal. Mécanique non-linéaire et élément finis ; version électronique e.1.0, (version 2.1b), LMPSP, ENSAM ,11 novembre 2001
- [34]-M.Geradin, D. Rixen, Théorie des vibrations-applications à la dynamique des structures; 2<sup>ème</sup> édition ; Masson, octobre 1996.
- [35] P. R. HEYLIGER and J. N. REDDY, A higher order beam finite element for bending and vibration problems, Journal of Sound and Vibration (1988) 126(2), 309-326
- [36]-U. Lee\_, J. Park. Spectral element modelling and analysis of a pipeline conveying internal unsteady fluid, Journal of Fluids and Structures 22 (2006) 273–292

- [37]-DVID V. HUTTON. Fundamentals of finite element analysis, SBN 0-07-239536-2 NEW YORK, 2004
- [38]-KameswaraRaoChellapilla and H.S. Simha. Vibrations of Fluid Conveying Pipes Resting on Two-parameter Foundation, The Open Acoustics Journal, 2008, 1, 24-33
- [39]-Long Liuand FuzhenXuan. Flow-Induced Vibration Analysis of Supported Pipes Conveying Pulsating Fluid Using Precise Integration Method, doi:10.1155/2010/806475
- [40]-S. Kaewunruen and T. McCarthy. Influence of joint stiffness on the free vibrations of a marine riser conveying fluid, November 10-14, 2008
- [41]-Francesco Tornabene, Alessandro Marzani, Erasmo Viola. Critical Flow Speeds of Pipes Conveying Fluid Using the Generalized Differential Quadrature Method, Adv. Theor. Appl. Mech., Vol. 3, 2010, no. 3, 121 – 138

RapportGratuit.com

# **Annexe**

## Les matrices de système

➤ Matrice de rigidité de la structure :

$$[K_s] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

➤ Matrice masse de la structure :

$$[M_s] = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

➤ Matrice masse du fluide :

$$[M_f] = \frac{\rho_f SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

➤ Matrice de rigidité du fluide:

$$[K_f] = \frac{\rho_f S v_f^2}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

➤ Matrice d'amortissement du fluide:

$$[C_f] = \frac{2\rho_f S v_f}{30} \begin{bmatrix} -30 & 6L & 30 & -6L \\ -6L & 0 & 6L & -L^2 \\ -30 & -6L & 30 & 6L \\ 6L & L^2 & -6L & 0 \end{bmatrix}$$

---

**Exemples d'applications :**

*-Cas de la condition aux limites Appuis - Appuis (A-A) :*

Vitesse critique du fluide  $v_f = 3.14159$ ,  $B=0.1$

**Fichier de sortie**

Paramètre des fréquences

1.0e+003 \*

0

0.000013171777525

0.034327705973359

0.083935212832682

0.153214633712721

0.242442133976119

0.351969162306869

0.482359656509903

0.634462281615534

0.809436450429486

1.008606980068741

1.232027464235985

---

*-Cas de la condition aux limites Encastrée-Appuis (E-A):*

Vitesse critique du fluide  $v_f = 4.494$ ,  $B=0.3$

**Fichier de sortie**

Paramètre des fréquences

1.0e+003 \*

0

0.041229662189355

0.095736568802425

0.170035855369999

0.264499362171620

0.379674392096718

0.516401400120131

0.675804518787479

0.858814434941102

1.061604140814145

1.370576579029329

1.626914149293620

---

**-Cas de la condition aux limites Encastrée- Encastrée (E-E)**

Vitesse critique du fluide  $v_f = 6.2835$  ,  $B=0.5$

**Fichier de sortie**

Paramètre des fréquences

1.0e+003 \*

0

0.047512550517804

0.106736600765253

0.185892373814932

0.285228895641819

0.405199772045658

0.546496229530789

0.710041948247713

0.896731009544239

1.105833769394245

1.321021787389773

1.702483478166143