

Sommaire

	Page
Remerciements	
Introduction générale	4
Chapitre 1 : L'aide multicritère à la décision	
1. 0. Résumé.....	13
1.1. Introduction.....	14
1.2. L'aide à la décision.....	16
1.3. Le paradigme monocritère.....	21
1.4. L'aide multicritère à la décision.....	24
1.5. L'éthique en aide à la décision.....	36
1.6. La programmation mathématique à objectifs multiples.....	38
1.7. Conclusion.....	41
Références du chapitre 1.....	43
Chapitre 2 : Le modèle de programmation mathématique avec buts	
2. 0. Résumé.....	49
2.1. Introduction.....	50
2.2. Le Goal Programming standard.....	52
2.3. Les principales variantes du modèle du GP.....	55
2.4. Les variantes du GP dans un environnement imprécis.....	78
2.5. Le modèle du GP Interactif.....	99
2.6. Conclusion.....	107
Références du chapitre 2.....	109

Chapitre 3 : Une typologie du modèle du «Goal Programming»

3.0. Résumé.....	125
3.1. Introduction.....	126
3.2. Les principales classifications relatives aux méthodes de la PMOM.....	127
3.3. Une typologie du modèle du GP.....	141
3.4. Conclusion.....	155
Références du chapitre 3.....	156

Chapitre 4 : Une version interactive du modèle du «Goal Programming»

4. 0. Résumé.....	168
4.1. Introduction.....	169
4.2. Les méthodes interactives de PMOM.....	171
4.3. Les méthodes interactives du modèle du GP.....	194
4.4. Une version interactive du modèle du GPFS.....	222
4.5. Conclusion.....	237
Références du chapitre 4.....	238

Conclusion générale et les futures pistes de recherche.....	244
--	------------

Références générales.....	250
----------------------------------	------------

Liste des figures.....	277
-------------------------------	------------

Liste des tableaux.....	278
--------------------------------	------------

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma gratitude à mes deux directeurs de thèse : Monsieur le Professeur Abderrezak Benhabib et Monsieur le Professeur Belaïd Aouni. Au cours de ces années, votre grande disponibilité, votre rigueur scientifique, vos conseils pertinents, votre compréhension et votre patience m'ont permis de travailler dans les meilleures conditions.

Mes remerciements les plus respectueux vont également à Monsieur le Professeur Jean-Marc Martel, pour la gentillesse qu'il a manifesté à mon égard durant l'élaboration de cette thèse, pour ses encouragements, pour tous les précieux conseils qu'il m'a prodigué, et pour m'avoir fait l'honneur de participer au Jury de soutenance.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde reconnaissance à Messieurs le Professeur Bounoua Chaïb, le Professeur Belmokadem Mostéfa, le Professeur Kherbachi Hamid, le Professeur Dib Hacem qui ont accepté d'évaluer ce travail de recherche et qui m'ont fait l'honneur d'en être les examinateurs.

Je tiens à remercier vivement les Professeurs et tout le staff de l'École de Commerce de l'Université Laurentienne pour leur accueil chaleureux à Sudbury, et pour tous les moyens mis à disposition lors de mon séjour. Je tiens à remercier plus particulièrement Monsieur le Professeur Belaïd Aouni et toute sa famille qui ont veillé au bon déroulement de mon séjour et tout mis en œuvre pour m'assurer un cadre de travail favorable à l'avancement de ma thèse. Mes remerciements les plus chaleureux s'adressent aussi à Monsieur le Professeur Ohzand Gangavi, Mesdames Rana Haq et Sheila MacGillis.

J'exprime toute mon amitié à tous mes collègues et amis (es) de la Faculté de Gestion de Tlemcen qui de près ou de loin m'ont aidé et soutenu durant toutes nos années de collaboration. Des remerciements particuliers sont adressés à Monsieur le Professeur Benbouziane Mohammed pour son soutien inconditionnel en toute circonstance et pour m'avoir encouragé à entreprendre des études en post-graduation. Je tiens à remercier également Monsieur le Professeur Belmokadem Mostéfa pour m'avoir permis d'assister à des séminaires donnés dans le cadre de son laboratoire de recherche. Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à l'ensemble du personnel de notre Faculté, y compris ceux de la bibliothèque, pour leur disponibilité et leur aide.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur le Recteur Nourredine Ghouali et tout le staff du Rectorat de Tlemcen qui nous ont aidé dans nos différentes démarches administratives et scientifiques.

Enfin, pour leurs encouragements, leur soutien sans faille, leur support moral et leur compréhension, je tiens à remercier de tout cœur mes parents pour m'avoir permis d'en arriver là, mon mari Hichem, mes frères et sœurs ainsi que ma belle famille. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Introduction générale

Introduction générale

Toute activité humaine implique nécessairement de faire des choix en fonction des circonstances présentes et d'arrêter les décisions les plus appropriées en fonction des résultats escomptés. Qu'il appartienne ou pas à une organisation, tout individu est confronté quasi quotidiennement à faire des choix. Si la prise de décision peut être considérée comme une question récurrente dans la vie des individus et d'une importance spécifique, elle revêt un aspect particulier quand il s'agit des organisations. La prise de décision faisant partie intégrante de la vie des individus, elle présente un caractère particulier quand il s'agit des organisations car leur viabilité, leur survie et leur pérennité en dépendent.

En fait, dans les organisations, la prise de décision constitue l'activité principale des gestionnaires. En effet, ces derniers doivent souvent faire face dans l'exercice de leurs fonctions à des situations qui impliquent pour eux des activités de choix, de classement et de tri. Drucker (1955) considère que qu'elles que soient les activités d'un gestionnaire, ceci passe indéniablement par la détermination d'objectifs et de prise de décisions œuvrant à leur réalisation. De nos jours, et face à un environnement changeant et de plus en plus complexe, faire des choix se révèle être pour les gestionnaires une tâche délicate et empreinte de difficultés.

C'est ainsi que s'est développée l'aide à la décision qui se propose d'aider ces décideurs à faire face aux divers contextes décisionnels qui peuvent survenir (Kast, 2002) et à leur fournir un soutien significatif durant leur processus de choix. Elle a pour objet d'assurer autant que possible le bon déroulement du processus décisionnel envisagé selon une approche scientifique (Roy, 1999). Ainsi, l'aide à la décision a pour vocation de jouer un rôle d'assistance au décideur en l'aidant à progresser dans son processus de choix conformément à ses intérêts, ses objectifs et son système de valeurs.

Depuis son apparition en tant que discipline à part entière, l'aide à la décision n'a cessé de se développer. Elle s'est enrichie de contributions théoriques et pratiques diverses. De plus, elle s'est dotée de divers modèles et outils le plus souvent à vocation mathématique.

En fait, l'aide à la décision est au carrefour de plusieurs autres disciplines telles que la recherche opérationnelle, économie, psychologie, sociologie et informatique (Martel, 1999).

À l'origine, l'aide à la décision consistait en une approche, devenue dès lors «classique» en recherche opérationnelle, plus connue sous le nom de paradigme monocritère. Ce paradigme appréhende les situations décisionnelles en ne considérant qu'une seule dimension, un seul aspect de ces situations. Il est fondé sur le principe de rationalité «pure» de la décision qui sous-tend l'optimisation d'un critère unique donné, d'où le nom de monocritère. La prise en compte d'un seul critère présente l'avantage d'élaborer des modèles généralement bien structurés et mathématiquement bien posés (Schärli, 1985). En ce sens, la seule formulation du problème mathématique détermine une solution généralement qualifiée d'optimale, de meilleure. En d'autres termes, c'est comme si la solution s'imposait d'elle-même.

Ainsi, le postulat central du paradigme monocritère consiste en l'existence d'une solution qualifiée d'optimale par l'optimisation d'un critère unique pour toute situation décisionnelle (Schärli, 1985). Ce postulat et les principales hypothèses qui en découlent furent avec le temps l'objet de plusieurs réserves (Schärli, 1985). De ce fait, les fondements du paradigme monocritère sont devenus les points faibles de celui-ci. Dans ce paradigme, le décideur semble exclu du processus de choix. Le décideur à qui l'aide s'adresse à l'origine, y apparaît comme un simple spectateur et ne semble pas jouer un rôle prépondérant. De manière analogue, le principe de rationalité pure semble exclure toute incertitude et imprécision de l'analyse du contexte décisionnel et considère, par la même, que les données relatives au contexte sont connues, précises et stables. En outre, évaluer des contextes décisionnels sur la base d'un seul critère et prétendre détenir la meilleure solution peut se révéler, dans certaines situations, inadéquat. La représentation et ainsi la simplification d'une situation décisionnelle par un modèle ne doit pas être trop restrictive. Au contraire, elle doit tenter, dans un souci de rigueur scientifique, d'être la plus fidèle possible en prenant en compte les éléments les plus probants en respect des préférences du décideur, même si cela doit induire quelques incertitudes et imprécisions.

Dès lors, les situations décisionnelles ont commencé à être considérées, en général, comme étant plutôt de nature multidimensionnelle et comportant divers aspects difficilement réductibles à une seule dimension. Cet état de fait a conduit à la naissance d'une nouvelle approche, plus connue sous le nom de paradigme multicritère, analyse multicritère ou aide multicritère à la décision. L'aide multicritère à la décision permet de considérer différents points de vue du décideur qui ne cherche plus l'optimum d'un seul et unique objectif, mais plutôt un compromis satisfaisant dans l'atteinte de plusieurs objectifs pouvant être conflictuels.

Ainsi, après une période caractérisée uniquement par un schéma de pensée basé sur un concept de rationalité pure, apparaît celui basé sur un concept de rationalité limitée au sens de Simon (1955). Ce nouveau schéma de pensée se base sur une philosophie de satisfaction («satisficing») où la notion de solution satisfaisante ou de compromis satisfaisant remplace celle de solution optimale que Brans (2002) a qualifié d'instable et fragile. Désormais, l'aide à la décision s'est enrichie d'une perspective «pluraliste» qui donne plus de *liberté d'expression* au décideur et qui tente de recentrer son rôle dans le processus décisionnel. En outre, l'aide multicritère à la décision offre l'avantage, comparativement au paradigme monocritère, de représenter les contextes décisionnels de façon moins partielle. Avec l'apparition du paradigme multicritère, l'aide à la décision a changé radicalement d'orientation (passage d'une notion de solution optimale à celle de solution de compromis satisfaisant) et a fait un grand pas vers une aide à la décision un peu plus «éthique» au sens de Brans (2002).

Les modèles de l'aide multicritère à la décision sont des méthodes élaborées dans le but d'éclairer un décideur en fonction de ses multiples points de vue et objectifs. Ces modèles requièrent généralement la prise en compte d'une information relative aux préférences du décideur. Guitouni *et al.* (1999) vont jusqu'à considérer qu'une situation décisionnelle peut être définie comme étant : «... *une structuration d'un problème compte tenu du système de valeurs (préférences) d'un décideur qui aurait des attentes (recommandation) par rapport au processus d'aide à la décision*». En conséquence, il s'avère généralement nécessaire de recourir à une information préférentielle fournie par ce dernier qui permette de discriminer entre les différentes actions (Mousseau, 2003). Ainsi, le décideur spécifie, en général, une information relative aux paramètres

préférentiels propres au modèle utilisé. Mousseau (2003) qualifie ce type d'information dans les termes suivants : *information préférentielle orientée input*. Il peut s'agir notamment d'apprécier les différents objectifs selon leur importance relative. Enfin, la modélisation des préférences du décideur constitue une étape primordiale de l'aide à la décision et un domaine de recherche en pleine expansion (Vincke, 1989) qui suscite de plus en plus l'intérêt de la communauté scientifique.

Les méthodes de Programmation Mathématique à Objectifs Multiples (PMOM) constituent l'une des principales catégories de l'analyse multicritère. Ainsi, le paradigme d'aide multicritère à la décision et les modèles de PMOM permettent au décideur de considérer simultanément, dans sa prise de décision, plusieurs facteurs. Ces facteurs, de nature différente et souvent conflictuels, sont ainsi généralement exprimés en unités de mesure hétérogènes. Le décideur ne cherche plus l'optimum d'un seul critère ou objectif, mais plutôt un compromis satisfaisant dans l'atteinte des différents objectifs. Un problème de PMOM peut être formulé mathématiquement de la manière suivante :

Optimiser (Max. or Min.) $\left[f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x) \right]_{x \in X}$ sujet aux contraintes $g_k \leq C$ ($\forall k \in K$), $x \in X \subset R^n$; où $f_i(x)$ représente les fonctions objectifs, $g_k(x)$ représente le système des contraintes et X désigne l'ensemble des solutions réalisables.

Plusieurs auteurs ont classé les méthodes de PMOM en fonction du moment de la prise en compte de l'information relative aux préférences fournie par le décideur dans le processus décisionnel (Hwang *et al.*, 1980; Evans, 1984; Pongpeng et Liston, 2003). Cette classification regroupe le large éventail des méthodes de PMOM dans quatre classes principales, à savoir : a) celles qui n'intègrent pas les préférences du décideur; b) celles qui les intègrent durant la phase de formulation du problème; c) celles qui permettent une certaine interaction avec le décideur durant le processus de résolution du problème en élaborant progressivement ses préférences; et d) celles qui sollicitent le décideur après la phase d'optimisation. Le modèle de la programmation mathématique avec buts, plus connu sous l'appellation anglo-saxonne «Goal Programming» (GP) est généralement considéré comme appartenant aux méthodes de PMOM avec articulation *a priori* des préférences du décideur (Zeleny, 1982).

Le modèle du GP est l'un des modèles les plus connus et les plus utilisés en PMOM (Romero, 1991). La version standard du GP a été initialement développée par Charnes *et al.* (1961). Depuis, ce modèle a connu un essor impressionnant à en juger par le nombre d'articles, d'applications et même de conférences qui lui sont dédiés (Aouni et Kettani, 2001). En pratique, le GP, avec ses différentes variantes, s'est avéré être un outil d'aide à la décision fort utile dans divers contextes décisionnels. Ce modèle permet de tenir compte simultanément de plusieurs objectifs pour aider le décideur à faire le choix le plus éclairé possible. Cependant, il utilise une procédure d'agrégation qui soulève quelques difficultés. En effet, elle associe des degrés d'atteinte relatifs à plusieurs objectifs généralement conflictuels et auxquels sont rattachées des unités de mesure de nature différente. De plus, dans certaines variantes du GP le décideur n'est pas suffisamment mis à contribution. En fait, les variantes du GP traitent différemment l'information relative au contexte décisionnel et aux préférences du décideur.

Cette thèse s'inscrit dans un cadre théorique et méthodologique qui a pour but de mettre en perspective le modèle du GP ainsi que ses principales variantes. Les aspects liés à la modélisation des préférences du décideur y sont particulièrement soulignés. Ainsi, notre problématique de recherche consiste à examiner et analyser les différentes façons proposées dans la littérature relative à ce domaine pour intégrer et modéliser les préférences du décideur, et ce, dans les multiples variantes du GP. En effet, le GP a vu le développement de plusieurs variantes depuis la formulation de sa version standard par Charnes *et al.* (1955) et Charnes et Cooper (1961). En outre, la modélisation des préférences du décideur peut s'effectuer à travers divers éléments tels que : les coefficients d'importance relative des objectifs, les fonctions de satisfaction, les fonctions d'appartenance et la détermination de seuils de préférence et/ou d'indifférence. Sur la base de cette analyse, notre contribution va être de proposer un cadre conceptuel qui peut servir de guide en ce qui concerne la modélisation des préférences lors des situations décisionnelles où le modèle du GP peut être utilisé. Ainsi, il s'agit de mettre en exergue et d'identifier certaines caractéristiques pouvant contribuer à donner des indications quant au choix de la variante du GP qui corresponde le plus à une situation décisionnelle donnée. Nous considérons que les variantes offrant un cadre général plus flexible peuvent constituer, dans certains cas, des outils d'aide à la décision plus

satisfaisants pour la prise en compte des préférences du décideur et pour leur modélisation. Par ailleurs, il est à souligner que dans notre étude, le terme décideur fait référence à un seul individu bien identifié ou à un groupe d'individus constituant une entité bien définie en situation de prise de décision; il ne s'agit donc en aucun cas de décision de groupe qui représente un domaine d'étude en soi.

Cette thèse se structure de la manière décrite ci-après. Au chapitre 1, nous présentons, en premier lieu, les notions générales relatives à l'aide à la décision. Nous mettons en exergue les hypothèses sur lesquelles repose le paradigme monocritère et qui ont contribué au développement du paradigme multicritère. De plus, nous évoquons les raisons qui peuvent expliquer l'intérêt croissant pour les méthodes multicritères durant les dernières décennies.

Le deuxième chapitre porte quant à lui sur le modèle du GP ainsi que ses principales variantes. Les formulations du modèle du GP standard ainsi que d'autres variantes sont présentées et un intérêt particulier est porté aux paramètres utilisés pour modéliser les préférences du décideur dans le modèle du GP. La revue de littérature relative au domaine du GP révèle que, généralement, les variantes du GP traitent différemment l'information relative au contexte décisionnel et aux préférences du décideur. Ces dernières sont insuffisamment intégrées ou quasi-absentes dans certaines variantes. Néanmoins, d'autres variantes offrent un cadre plus général et plus flexible de modélisation des préférences du décideur.

Ainsi, les développements de ce chapitre, loin d'être exhaustifs, ont pour but de présenter simultanément différentes variantes du GP afin de permettre de mieux cerner ce modèle. Bien que le GP ait fait l'objet de plusieurs ouvrages, il nous semble que peu de références regroupent et présentent de manière tangible les différentes variantes.

Certaines critiques ont été formulées à l'encontre du modèle du GP. En plus des problèmes d'agrégation généralement rencontrés en aide multicritère à la décision et dans la PMOM, il lui est reproché la quasi-absence du décideur dans le processus décisionnel (Zeleny, 1982; Ignizio, 1983; Hannan, 1985; Martel et Aouni, 1990; Aouni, 1998). Ceci est particulièrement justifié pour le GP dans sa version standard. Cette lacune peut représenter un inconvénient majeur d'autant plus que, dans une perspective d'aide à la

décision, le décideur est censé jouer un rôle significatif tout au long du processus décisionnel. Néanmoins, la prise en compte des préférences du décideur, qu'il s'agisse du moment de leur introduction ou du (des) paramètre(s) permettant de les modéliser, diffère selon les multiples variantes du GP. Par conséquent, il s'avère possible d'appliquer les classifications de Hwang *et al.* (1980) et d'Evans (1984) relatives aux méthodes de PMOM aux multiples variantes du GP.

C'est ainsi que dans le troisième chapitre, nous proposons une typologie du modèle du GP ayant pour objectif de caractériser et de classer les principales variantes de ce modèle. Cette structuration a pour objet de faciliter la compréhension et la comparaison des diverses variantes, et repositionner la question du choix de la variante la plus appropriée compte tenu d'un contexte décisionnel spécifique et de la place que l'on veut conférer au décideur dans le processus décisionnel.

Les développements des chapitres 1, 2 et 3 nous ont conduit à nous intéresser plus particulièrement aux méthodes dites interactives. Cette catégorie de méthodes est basée sur une articulation progressive des préférences du décideur et est considérée par plusieurs auteurs comme étant prometteuse (Vanderpooten, 1989; Shin et Ravindran, 1991; Miettinen, 1998). En fait, nous retrouvons dans la littérature relative à ce domaine de recherche, plusieurs formulations du modèle du GP basées sur une procédure interactive. Ces méthodes permettent ainsi de pallier relativement à certaines des critiques généralement adressées à ce modèle. Toutefois, plusieurs de ces formulations ne prennent pas en compte d'une manière explicite les préférences du décideur. En outre, certaines méthodes peuvent sembler à ce dernier comme étant compliquées, car exigeant de lui, à titre d'exemple, trop d'informations ou une information qui peut porter à confusion.

En ce sens, l'objet du quatrième et dernier chapitre de notre thèse consiste à proposer une version interactive du modèle du GP incluant des fonctions de satisfaction qui permette d'élaborer et d'intégrer progressivement la structure de préférence du décideur.

Les différents chapitres de notre thèse peuvent être schématisés par la figure 1.

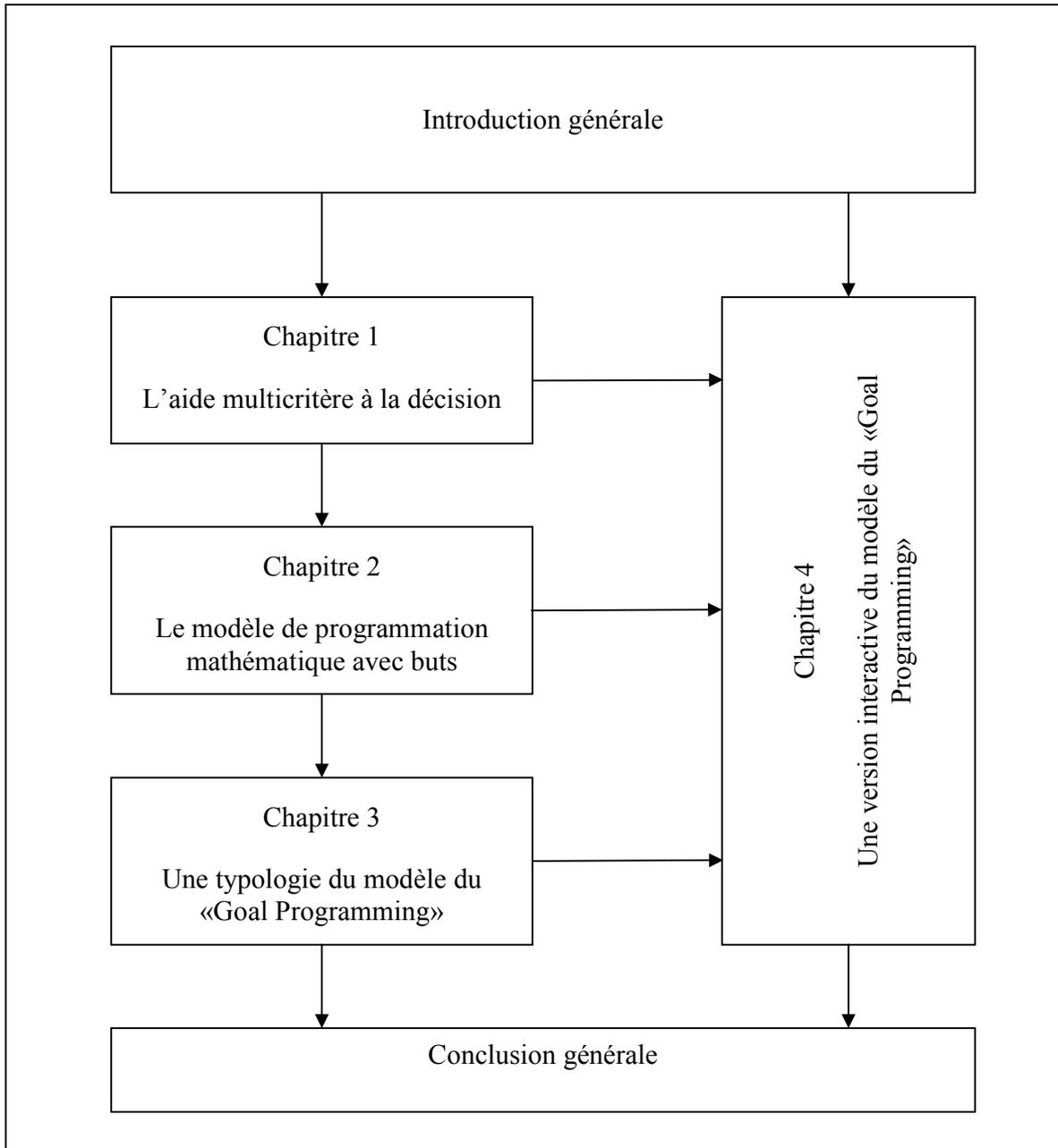


Figure 1 : Plan de la thèse

Chapitre 1

L'aide multicritère à la décision

Section 0 : Résumé

Section 1 : Introduction

Section 2 : L'aide à la décision

Section 3 : Le paradigme monocritère

Section 4 : L'aide multicritère à la décision

Section 5 : L'éthique en aide à la décision

Section 6 : La programmation mathématique à objectifs multiples

Section 7 : Conclusion

Références du chapitre 1

Chapitre 1

L'aide multicritère à la décision

1.0. Résumé

Dans un environnement complexe, caractérisé par des évolutions nombreuses et rapides, dans lequel évoluent les organisations, faire des choix se révèle être pour les gestionnaires une tâche délicate et empreinte de «difficulté». L'aide à la décision, qui prend appui sur divers outils et modèles mathématiques, se propose d'aider ces décideurs en les accompagnant dans leur processus de choix. L'approche classique en cette matière, l'approche monocritère, cherche à trouver une solution optimale pour tout contexte décisionnel. L'approche multicritère, quand à elle, cherche à construire en étroite collaboration avec le décideur une solution satisfaisante qui résulte du meilleur compromis.

Dans le présent chapitre, nous présentons quelques concepts autour desquels s'articule l'aide à la décision, ainsi que les principales catégories des méthodes multicritères et leurs fondements théoriques.

1.1. Introduction

Dans les organisations, la prise de décision constitue l'activité principale et fondamentale des gestionnaires. Ces derniers assurent leurs fonctions dans un environnement complexe et changeant, caractérisé par des évolutions nombreuses et rapides. Faire des choix, dans ces conditions, se révèle être pour les gestionnaires une tâche délicate et «complexe». C'est ainsi que s'est développée l'aide à la décision qui se propose d'aider ces décideurs à faire face aux divers contextes décisionnels qui peuvent survenir (Kast, 2002).

L'approche classique en aide à la décision appréhende les contextes décisionnels en ne prenant compte qu'une seule dimension, un seul aspect de ces contextes. Fondée sur le principe de la rationalité de la décision, elle cherche ainsi à optimiser une seule fonction économique sous certaines contraintes propres à la situation étudiée. Cette optimisation permet de trouver la meilleure action ou solution, supposée exister pour toute situation décisionnelle (Kast, 2002).

Ce postulat sous-tend des hypothèses telles que la globalité de la solution obtenue et la stabilité de l'ensemble des solutions, qui sont difficiles à vérifier (Schärli, 1985). En effet, ces axiomes sont devenus les points faibles du paradigme monocritère, car présentant certaines anomalies. Bien que les problèmes mathématiques y soient bien posés, évaluer des contextes décisionnels sur la base d'un seul critère peut s'avérer peu réaliste. En effet, les conséquences qui découlent de ces contextes sont, généralement, multiples et s'apprécient en termes très divers et sont, par conséquent, difficilement réductibles à une seule dimension (Zeleny, 1982; Schärli, 1985; Kast, 2002).

Pour représenter l'aspect multidimensionnel et changeant des contextes décisionnels auxquels sont confrontés les décideurs, il devient préférable de les analyser et de les évaluer sur la base de plusieurs critères. En effet, il est apparu de plus en plus que les contextes de gestion qui se posent généralement sont plutôt de nature multidimensionnelle. Cet état de fait, qui s'est imposé après une période caractérisée par une philosophie d'optimisation, a conduit à la naissance de plusieurs méthodes, dites multicritères, où les différents objectifs du décideur sont pris en compte.

C'est dans cette optique que s'inscrit l'aide multicritère à la décision, qui offre ainsi une représentation moins partielle des situations décisionnelles et qui, par rapport à l'approche monocritère, implique davantage le décideur dans le processus décisionnel. En ce sens, il ne s'agit plus de trouver une solution optimale, mais plutôt d'élaborer, en étroite collaboration entre le décideur et l'homme d'étude, une solution satisfaisante. Le processus décisionnel devient ainsi un processus dynamique où le décideur demeure généralement, en toutes circonstances, l'homme clé de la décision.

L'aide à la décision multicritère, dans le but d'accompagner les décideurs tout au long de leur processus décisionnel, s'est dotée de différents outils tels que la programmation mathématique à objectifs multiples et un ensemble de méthodes qui ont connu un essor important ces dernières années.

Dans le présent chapitre, nous présentons certains concepts et termes de base relatifs au domaine de l'aide à la décision. Notre objectif principal est essentiellement d'introduire les notions de paradigme monocritère et multicritère et de faire ressortir les caractéristiques distinctives de chacun de ces paradigmes.

Dans la section 1.2, nous nous intéressons essentiellement au processus d'aide à la décision ainsi qu'à ses principales étapes. Bien qu'un tel processus, une fois accompli, soit propre à chaque contexte décisionnel dans lequel il se déroule, il est possible de déterminer certaines caractéristiques communes qui sont à la base d'un tel processus. La section 1.3 est consacrée au paradigme monocritère et en particulier aux hypothèses sur lesquelles il repose. Dans la section 1.4, nous introduisons l'aide multicritère à la décision en abordant quelques concepts de base ainsi que la méthodologie générale qui sous-tend ce paradigme. En outre, les principales méthodes appartenant à ce dernier seront présentées succinctement et regroupées en trois catégories selon la classification de Roy (1985). La section 1.5 introduit la notion d'éthique en aide à la décision. Enfin, bien qu'étant une part importante de l'analyse multicritère, nous abordons les méthodes de programmation mathématique à objectifs multiples dans la section 1.6.

1.2. L'aide à la décision

Tout individu, qu'il appartienne ou pas à une organisation, est confronté quasi quotidiennement à faire des choix. De fait, la vie d'une personne peut-être perçue comme une succession de décisions qui en font la particularité. Cette perception peut-être transposée aux organisations, mais à une plus grande échelle. En effet, étant des systèmes le plus souvent ouverts et où interagissent différents individus et diverses entités, les contextes décisionnels qui se posent à ce niveau se caractérisent par leur «complexité».

1.2.1. Les contextes décisionnels en gestion

Tout système et par conséquent toute organisation, œuvre pour atteindre un ou plusieurs objectifs à divers moments. Dans le but de s'assurer du bon fonctionnement de ce système, il convient de comparer ce qui a été initialement prévu à ce qui a été réalisé. Ainsi, une situation décisionnelle, ou ce qui peut être perçue en tant que telle par un décideur ou un gestionnaire, se manifeste généralement en termes d'écart entre les prévisions faites initialement et les réalisations.

Cependant, les situations décisionnelles ne se limitent pas à celles où un (des) écart(s) est constaté. Elles incluent, également, des situations «d'opportunités», d'occasions favorables à saisir. Ainsi, les gestionnaires peuvent être appelés à faire des choix portant, d'une part, sur les mesures correctives à prendre ou pas en cas d'écart(s), et d'autre part, sur des opportunités à saisir, de nouveaux créneaux à exploiter.

Les situations décisionnelles qui peuvent survenir sont multiples et diverses. En effet, il peut s'agir aussi bien d'un lancement d'un nouveau produit, d'acquisition de nouveaux équipements ou d'utilisation de nouvelles technologies, choix d'un site d'implantation d'une nouvelle usine, d'un nouveau point de vente. Il est certain que ces quelques exemples de contextes décisionnels sont loin d'être exhaustifs et détaillés. En pratique, ces contextes sont riches en événements divers, qui peuvent être plus ou moins prévisibles ou pas, simples ou pas à appréhender selon les cas et selon l'information disponible. Afin de mieux cerner ces situations, le décideur a besoin de toute

l'information possible, disponible, fiable et de qualité. Il s'avère cependant, qu'en général, cette information est rarement complète et parfois empreinte d'imprécision.

Ceci ne facilite guère la tâche aux décideurs qui se retrouvent, le plus souvent, confrontés à des situations décisionnelles tendant à être de nature incertaine. En outre, ils sont appelés de par leurs fonctions, à assumer plusieurs responsabilités incluant des activités d'analyse, d'évaluation et de sélection d'actions qui peuvent déterminer, à long terme, l'avenir de l'organisation entière. De plus, les retombées de certaines de ces activités peuvent concerner d'autres systèmes et avoir des conséquences socio-économiques importantes. Par conséquent, les gestionnaires sont souvent confrontés à des situations où il est plus ou moins difficile d'arrêter un choix final.

Les difficultés que peuvent rencontrer les décideurs dans leur processus de choix peuvent avoir pour origine divers facteurs que Aouni (2002) regroupe ainsi :

- Le nombre d'entités et d'attributs impliqués qui peut sensiblement varier d'un problème à un autre;
- Le nombre d'objectifs visés qui en augmentant accroît le risque de conflit;
- Le nombre d'individus concernés par le processus décisionnel, que ceux-ci soient des intervenants dans le processus décisionnel ou des individus subissant les conséquences de la décision retenue;
- Le degré d'incertitude caractérisant la situation décisionnelle à laquelle est confronté le décideur.

Dans de telles circonstances, faire des choix se révèle pour les décideurs être une tâche délicate. Afin de les aider à assumer cette lourde tâche leur incombant, s'est développée une discipline connue sous le nom d'aide à la décision. Elle joue un rôle d'assistance au décideur et cherche, selon Roy (1992) : «à prendre appui sur la science pour éclairer les décisions de nature managériale et pour conduire les processus de décision dans les systèmes organisés». Elle a pour objet d'assurer, autant que possible, le bon déroulement du processus décisionnel envisagé selon une approche scientifique. L'aide à la décision tente ainsi de contribuer à structurer et à organiser le processus décisionnel dans lequel s'engagent les gestionnaires dans l'exercice de leurs activités (Roy, 1999). Dans la

prochaine sous-section, nous présentons les principales étapes d'un processus décisionnel.

1.2.2. Le processus d'aide à la décision

Dans un souci de rationalisation, le processus décisionnel a été élaboré selon une approche scientifique. En effet, ce processus forme une séquence d'étapes successives et itératives qui permet d'aider le décideur à faire un choix plus éclairé. Selon Mousseau (2003), l'aide à la décision s'appuie sur une conception de la décision orientée processus. C'est ainsi qu'il définit le processus d'aide à la décision comme étant : «l'insertion de l'activité d'aide à la décision au sein d'un processus de décision». De plus, Les étapes d'un tel processus ont été modélisées de différentes manières plus ou moins convergentes. Nous retiendrons à notre niveau, le modèle très usité de Simon (1960) qui distingue trois grandes étapes. Ces dernières, pouvant être subdivisées en sous-étapes, se présentent comme suit :

Étape 1 : L'étape de renseignement

Cette étape essentielle peut être assimilée à une phase d'identification de la situation décisionnelle. En effet, il s'agit à ce niveau, de cerner les différents éléments ou événements ainsi que les conditions requérant une prise de décision. Ainsi, il est nécessaire, voire vital, de sonder l'organisation et son environnement afin de détecter les différentes situations décisionnelles survenues ou pouvant survenir ainsi que les opportunités qui se présentent. Cela revient à faire une sorte de diagnostic dans le but de préciser la nature exacte du contexte décisionnel en présence. À ce propos, un système d'information performant est appelé à jouer un rôle essentiel en répondant aux besoins informationnels des différents participants au processus d'aide à la décision.

Étape 2 : La conception et l'élaboration d'un modèle de décision

Dans un souci de simplification, qui ne doit pas être restrictive, le contexte décisionnel est généralement représenté par un modèle. Ce dernier doit faire ressortir les principaux

éléments du contexte, du moins les plus significatifs aux yeux du décideur. Il s'agit en fait, d'une abstraction du réel, abstraction qui se veut représentative, d'un modèle réduit qui doit faire ressortir les grandes lignes du contexte. Ceci a pour but d'en faciliter la compréhension et servir, selon Roy (1985), de base et de support au processus d'investigation.

La conception et l'élaboration d'un modèle, étape centrale du processus décisionnel, passe généralement par trois étapes (Brans, 1986) :

- La détermination des différentes alternatives possibles ou actions potentielles;
- L'évaluation de ces alternatives en tenant compte des préférences du décideur;
- La recherche d'éléments de réponse pour permettre de déterminer la ou les décisions appropriées. Brans (1986) qualifie cette étape de «processus d'investigation ou de traitement mathématique».

À l'issue de ces trois phases, plusieurs modèles peuvent être utilisés. En effet, il existe plusieurs types de modèles dans le domaine de l'aide à la décision. Selon Kast (2002), les modèles mathématiques, qui constituent de précieux outils d'aide à la décision, sont parmi les plus utilisés en théorie de la décision.

En effet, la formalisation d'un contexte décisionnel revient, en général, à décrire ses éléments par des fonctions, des valeurs qui permettent d'utiliser des outils et des résultats mathématiques (Schärlig, 1985; Kast, 2002). Parmi ces différents modèles, nous retrouvons ceux de l'optimisation tel que celui de la programmation linéaire.

Étape 3 : L'étape de choix, validation et de mise en application

Cette troisième étape peut être en fait subdivisée en trois étapes secondaires comme suit :

Choix d'une solution :

L'étape précédente ayant été plus au moins achevée, et le modèle mathématique ayant ainsi été déterminé, il servira à retenir une (des) solution(s) satisfaisante(s) du contexte auquel est confronté le décideur. Ceci constitue l'objet de cette présente étape qui correspond au processus d'investigation cité précédemment. Selon Brans (1986), ce

processus doit aboutir, après utilisation de méthodes et d'algorithmes appropriés, à des éléments de réponse. L'algorithme du simplexe est l'un des algorithmes classiques les plus utilisés en programmation linéaire.

La validation du modèle et de la solution :

Une fois le modèle construit, il s'avère nécessaire de vérifier que celui-ci répond bien aux aspirations du décideur et lui permet d'évaluer les différentes alternatives afin de faire le choix le plus approprié. Cette vérification est une étape importante et cruciale (Bouyssou *et al.*, 2006), car de la bonne validité du modèle dépend celle de la solution. Cette dernière doit être, toutefois, soumise à une analyse de sensibilité, voire de robustesse, afin de s'assurer de sa fiabilité.

L'implantation de la solution :

Le processus décisionnel ne serait pas complet s'il ne renfermait pas l'étape de mise en application de la solution. En effet, même ayant obtenu une solution satisfaisante, celle-ci peut être vouée à l'échec si son application n'est pas planifiée et suivie avec soin. Elle doit constituer, entre autres, un consensus entre les différents membres de l'organisation pour éviter toute incompréhension ou rejet de leur part. Une fois la solution implantée, il serait opportun de revoir le modèle de gestion en question afin d'en vérifier la validité dans le temps.

Ainsi, dans des conditions satisfaisantes, la troisième étape du processus décisionnel amène le décideur à faire un ou plusieurs choix permettant de remédier à une situation problématique donnée. Selon l'approche classique en aide à la décision, l'évaluation des actions potentielles et le choix de l'une d'entre elles, se font sur la base d'un seul critère. L'approche qui sous-tend la prise en compte d'un seul critère dans l'analyse des situations décisionnelles est plus connue sous le nom de paradigme monocritère. Dans la prochaine section, nous présentons les principales hypothèses sur lesquelles repose l'approche monocritère.

1.3. Le paradigme monocritère

Depuis son apparition en tant que discipline à part entière, l'aide à la décision n'a cessé de se développer. Elle s'est enrichie de contributions théoriques et pratiques diverses. De plus, elle s'est dotée de divers modèles et outils, le plus souvent à vocation mathématique. L'approche classique de la théorie de la décision consistait en une approche connue sous le nom de paradigme monocritère. Ce paradigme fondé sur le principe de la rationalité de la décision renvoie en fait au domaine de la recherche opérationnelle et de l'aide à la décision, plus connu sous l'appellation anglo-saxonne d'Operations Research and Management Science (OR/MS). Il prend en compte un seul aspect du contexte décisionnel en présence, parmi d'autres aspects possibles.

Selon Zeleny (1982), cette discipline a connu divers développements au cours du temps et a vu son champ d'intérêt s'accroître au fur et à mesure. En premier lieu, elle a émergé durant la deuxième guerre mondiale en réponse aux préoccupations du moment et était centrée sur les problèmes tactiques de défense nationale. En deuxième lieu, elle s'est intéressée à l'analyse des contextes relatifs au domaine industriel en mettant l'accent, selon Zeleny (1982), sur l'efficacité qu'il définit comme l'accomplissement d'une certaine tâche de la meilleure façon possible, et ce, en regard d'un critère unique prédéterminé. Les principaux concepts de la recherche opérationnelle ainsi développés dans les années cinquante, se sont de plus en plus affinés et ont été de plus en plus appliqués dans les années soixante. Toutefois, ceci s'est avéré, selon cet auteur, insuffisant car ne répondant pas aux préoccupations des gestionnaires des années soixante-dix qui faisaient face de plus en plus à des contextes décisionnels de nature stratégique et de plus en plus «complexes».

Ainsi, l'approche monocritère appréhende les situations décisionnelles en ne considérant qu'une seule dimension, un seul aspect de ces situations. Elle est fondée sur le principe de rationalité «pure» de la décision qui sous-tend l'optimisation d'un critère unique donné, d'où le nom de monocritère. La prise en compte d'un seul critère présente l'avantage d'élaborer des modèles généralement bien structurés et mathématiquement bien posés (Schärlig, 1985). En ce sens, la seule formulation du problème mathématique détermine une solution généralement qualifiée d'optimale, c'est comme si la solution s'imposait

d'elle-même. La détermination de cette dernière se fait généralement par le biais d'algorithmes ou d'heuristiques (Martel, 1999). Cependant, recourir à un critère unique dans un contexte décisionnel donné ne garantit pas que le problème mathématique soit bien formulé et en bonne adéquation avec ce contexte (Vincke, 1989).

Le postulat central du paradigme monocritère stipule l'existence, dans toute situation l'exigeant, d'au moins une décision ou solution qualifiée d'optimale, de meilleure. Ce postulat se décline en trois hypothèses centrales (Schärlig, 1985). Ces dernières sont les suivantes :

Hypothèse 1 : La globalité de la solution obtenue

Vu que dans toute situation décisionnelle, il existe une solution considérée comme meilleure, ceci suppose qu'elle englobe tous les aspects du contexte. Les actions potentielles sont alors considérées comme étant mutuellement exclusives. Cependant, au quotidien, les alternatives envisagées sont souvent complémentaires et partielles et donc rarement globales (Schärlig, 1985).

Hypothèse 2 : La stabilité de l'ensemble des actions potentielles

Les actions potentielles sont considérées également comme étant stables, n'évoluant pas ainsi lors du processus décisionnel. Ceci exclut l'enrichissement éventuel de ce processus par de nouvelles idées pouvant induire une certaine rigidité de celui-ci et d'une certaine façon, la mise à l'écart du décideur.

Hypothèse 3 : La complète comparabilité transitive des préférences du décideur

Cette hypothèse veut que face à un choix entre deux actions par exemple, seules deux attitudes sont possibles : d'une part, la préférence stricte et d'autre part l'indifférence. Ainsi, cette hypothèse exclut la possibilité d'une indécision, pourtant si naturelle dans certaines situations ambiguës. Elle stipule également que ces deux relations sont, au sens mathématique, transitives. Or, comme le souligne Schärlig (1985) l'indifférence peut être

intransitive, ce qui fait ressortir ici la notion de préférence faible; de même pour la préférence qui n'est pas nécessairement transitive.

Le postulat fondamental du paradigme monocritère (l'existence d'une solution qualifiée d'optimale par l'optimisation d'un critère unique pour toute situation décisionnelle) et les principales hypothèses qui en découlent, furent avec le temps la cible de plusieurs critiques (Schärlig, 1985). Le postulat de l'existence d'un optimum est fondé sur des hypothèses qui ne se vérifient pas dans tous les cas. En effet, nombreuses sont les situations où trouver la meilleure solution, si toutefois nous supposons que la notion de meilleure solution existe, s'avère être une tâche difficilement réalisable.

Dès lors, les fondements de l'approche monocritère sont devenus les points faibles de celle-ci. En effet, dans cette approche, le décideur semble exclu du processus de choix. Le décideur, à qui l'aide s'adresse à l'origine, y apparaît comme un simple spectateur et ne semble jouer qu'un rôle passif. De manière analogue, le principe de rationalité «pure» semble exclure toute incertitude et/ou imprécision de l'analyse du contexte décisionnel et considère, par là même, que les données relatives au contexte sont connues, précises et stables.

En outre, évaluer des contextes décisionnels sur la base d'un seul critère et prétendre détenir la meilleure solution peut s'avérer, dans certaines situations, peu réaliste. En effet, les gestionnaires dans l'exercice de leurs tâches, font généralement face à des situations synonymes d'aléas divers, plutôt de nature multiforme et multidimensionnelle. Il est vrai que pour simplifier l'étude d'une situation décisionnelle, il est le plus souvent nécessaire de la représenter par un modèle. Mais cette simplification ne doit être en aucun cas trop restrictive. Au contraire, elle doit tenter, dans un souci de rigueur scientifique, d'être la plus représentative possible en prenant en compte les éléments les plus probants en respect des préférences du décideur, même si cela doit induire quelques incertitudes et imprécisions.

En effet, les conséquences des différentes actions sont, en général, multiples et diverses. Par conséquent, elles peuvent être, difficilement, représentées par un seul critère, car leur évaluation se fait généralement en fonction de plusieurs critères. Si nous prenons l'exemple du choix d'un emplacement d'un aéroport, il s'avère rapidement que celui-ci

s'apprécie en fonction de plusieurs critères (Martel et Aouni, 1992). Il s'avère effectivement nécessaire, en général, de prendre en considération divers facteurs qui s'apprécient en termes très différents. Ces facteurs peuvent être aussi bien monétaires que climatiques ou environnementaux tels que : le coût, la distance séparant l'aéroport des zones urbaines, la nuisance sonore, ou dégradation du paysage et la direction des vents. En l'occurrence, il ressort de cet exemple que ces facteurs sont plus ou moins aussi importants les uns que les autres et qu'ils sont, par conséquent, difficilement réductibles à une seule dimension.

Bien qu'il soit difficile de prendre en compte des facteurs aussi hétéroclites que ceux cités plus haut, il s'avère que faire un tel choix d'emplacement d'un aéroport, en ne prenant en compte qu'une seule dimension, par exemple le coût, est risqué.

Ainsi, face aux limites et anomalies de l'approche monocritère, les situations décisionnelles ont commencé à être considérées, en général, comme étant plutôt de nature multidimensionnelle et comportant divers aspects difficilement réductibles à une seule dimension (Lee, 1972; Schärli, 1985). Drucker (1955) statuait déjà que chaque décision doit œuvrer à la réalisation de plusieurs objectifs souvent conflictuels. Zeleny (1982) va jusqu'à considérer que prendre une décision revient à mettre en balance plusieurs objectifs. En outre, il considère que la multiplicité des critères concerne aussi bien la fonction financière et comptable de l'organisation, que la fonction marketing ainsi que la gestion et la sélection du personnel.

Cet état de fait, qui s'est imposé après une période caractérisée par une philosophie d'optimisation «pure», a conduit à la naissance d'un nouveau corpus de méthodes, plus connu sous le nom de paradigme multicritère ou aide multicritère à la décision.

1.4. L'aide multicritère à la décision

Le paradigme multicritère trouve ses origines dans l'évolution de la théorie de la décision. Qui parle d'évolution, parle d'un passage d'un état donné vers un autre état, que celui-ci concerne une (des) connaissance(s) ou autre. Ce passage, en matière d'aide à la décision, est dû principalement aux critiques adressées à l'approche monocritère

(Schärlig, 1985). En effet, cette dernière a prévalu un certain temps, au bout duquel sont apparues certaines limites par rapport aux contextes décisionnels qui se posaient aux décideurs dans la pratique, ce qui a amené au développement d'une nouvelle approche, celle du multicritère. Rosenthal (1985) définit le paradigme multicritère comme étant un domaine affilié à la Recherche Opérationnelle/Aide à la Décision (RO/AD) dédié aux contextes décisionnels qui sous-tendent la prise en compte simultanée de plusieurs critères.

La naissance du paradigme multicritère peut être située à la fin des années cinquante et au début des années soixante (Zeleny, 1982). Après une période caractérisée uniquement par un schéma de pensée basé sur le concept de rationalité «pure», apparaît celui basé sur le concept de rationalité limitée au sens de Simon (1955). Ce nouveau schéma de pensée se base sur une philosophie de satisfaction (le terme anglais *satisficing* est généralement utilisé pour désigner cette philosophie) où la notion de solution satisfaisante ou de compromis satisfaisant remplace celle de solution optimale que Brans (2004) qualifie d'instable et fragile. Désormais, l'aide à la décision s'est enrichie d'une perspective «pluraliste» qui donne plus de *liberté d'expression* au décideur et qui tente de recentrer son rôle dans le processus décisionnel.

Dorénavant, la multiplicité, la complexité et la diversité des situations décisionnelles induisent la prise en compte de plusieurs objectifs ou critères, souvent conflictuels, dans le processus décisionnel. C'est dans ce cadre que s'inscrit le projet de l'aide multicritère à la décision. Celle-ci permet de considérer différents points de vue du décideur qui ne cherche plus l'optimum d'un seul et unique objectif, mais plutôt un compromis, une sorte de consensus dans l'atteinte des différents objectifs pouvant être conflictuels. En effet, la notion de compromis est évoquée ici car, atteindre tous les objectifs en même temps est généralement difficilement réalisable.

Vincke (1989) souligne que l'analyse multicritère a pour objet d'accompagner le décideur dans son processus décisionnel, et ce, en élaborant des outils qui permettent de rendre compte et de prendre en compte la multiplicité des aspects relatifs à ce contexte. En d'autres termes, l'approche multicritère aide le décideur, tout en tenant compte des contraintes de l'environnement, à évoluer dans la recherche du compromis le plus

satisfaisant entre plusieurs objectifs. Cette recherche est censée se faire pour et avec le décideur, qui devient selon Aouni (1998) la pierre angulaire des modèles développés en aide multicritère à la décision.

En ce sens, cette aide, qui s'appuie généralement sur une procédure itérative voudrait impliquer le décideur, à l'inverse du paradigme monocritère, dans les différentes phases du processus décisionnel. En effet, il a non seulement la possibilité d'intervenir à tout moment pour proposer de nouvelles idées, mais il peut également modifier l'ensemble des actions potentielles, et ce, à la lumière d'une nouvelle information qu'il peut avoir sur le contexte décisionnel. Dès lors, dans cette optique, le processus décisionnel est envisagé comme étant un processus dynamique, où le décideur est censé être l'homme clé de la décision. Aouni (1998) propose à ce sujet, un modèle de processus décisionnel qui met en relation bidirectionnelle, le décideur et le modèle mathématique, le modèle mathématique et l'environnement décisionnel et enfin le décideur et l'environnement décisionnel.

Ainsi, en plus d'attirer l'attention sur la nécessité d'intégrer davantage le décideur dans le processus décisionnel, l'approche multicritère offre l'avantage de représenter les contextes décisionnels de façon moins partielle. Cette approche comparativement à l'approche monocritère, est, par conséquent, plus représentative des préférences du décideur et des situations auxquelles il doit faire face. Cependant, il est reproché à l'approche multicritère d'aboutir à des problèmes mathématiquement mal posés (Schärlig, 1985). Il s'agit là du principal écueil d'un problème multicritère qui, selon Vincke (1989), n'a pas de solution «objective». Cet auteur explique que les méthodes multicritères ne fournissent pas de solutions «objectivement meilleures», et ce, contrairement aux méthodes classiques de la recherche opérationnelle. En ce sens, il considère que le concept de solution optimale n'a pas de sens dans les contextes multicritères car il n'existe pas, en général, une solution qui soit la meilleure simultanément pour tous critères.

Afin d'assurer son rôle d'aide à la décision, l'analyse multicritère qui reprend ainsi le projet initial de la recherche opérationnelle (Vincke, 1989; Aouni, 2002), s'appuie dans l'étude des situations décisionnelles sur certaines bases méthodologiques et quelques notions particulières qu'il est nécessaire de préciser. Ces notions qui ne représentent

qu'une infime partie des notions relatives au paradigme multicritère, ainsi que la méthodologie générale sous-tendue par ce paradigme sont présentées dans les sous-sections suivantes. Notons, cependant, que les concepts et les termes utilisés dans la riche revue de littérature relative à l'analyse multicritère ne sont pas complètement établis et homogènes (Miettinen, 1998).

1.4.1. Quelques concepts de base

En général, les méthodes appartenant à l'aide multicritère à la décision emploient une terminologie commune qui renferme quelques notions de base. Les notions élémentaires les plus souvent définies dans la littérature (Lee, 1972; Zeleny, 1982; Romero, 1991) sont, généralement, au nombre de quatre : attributs, objectifs, buts et critères.

- **Attributs :**

Le terme attribut correspond à une description des caractéristiques inhérentes à une situation ou à des objets qui représentent les valeurs du décideur (Zeleny, 1982). Romero (1991) souligne que ces dernières sont généralement exprimées à l'aide d'une fonction mathématique $f(x)$ des variables de décision. Les profits et les coûts pour une entreprise, le prix d'une voiture pour un particulier sont des exemples d'attributs.

- **Objectifs :**

Les objectifs, quant à eux, représentent des directions vers lesquelles il est souhaité que les attributs évoluent (Zeleny, 1982). En d'autres termes, il s'agit de maximiser ou minimiser la fonction mathématique $f(x)$ des attributs pris en considération dans le processus décisionnel (Romero, 1991). Ainsi, un gestionnaire dans une organisation peut choisir de maximiser les profits. De plus, un individu peut, selon les cas, choisir de minimiser ou de maximiser le prix d'achat d'une voiture.

- **Buts :**

Lorsque, pour un attribut donné, le décideur cherche à atteindre une certaine valeur (qui peut être aussi bien précise qu'imprécise), nous obtenons un but (Zeleny, 1982; Romero, 1991). Le terme «buts» correspond en fait à certains niveaux de réalisation des attributs

que le décideur souhaite atteindre. Les buts peuvent être considérés comme des niveaux d'aspiration déterminés par le décideur. Ainsi, par exemple, si un décideur souhaite réaliser un profit de 100.000 dollars pour une période donnée, il s'agit d'un but.

- Critères :

Selon Zeleny (1982), les critères sont des mesures et des normes qui guident le processus décisionnel. Il considère que le terme «critères» peut faire référence aux trois termes définis ci-dessus : attributs, objectifs et buts. Ainsi, cet auteur définit les critères comme étant tous les attributs, objectifs ou buts qui ont été retenus par le décideur pour une situation décisionnelle donnée.

Ayant précisé quelques notions de base relatives à l'analyse multicritère, nous présentons dans la prochaine sous-section les principales étapes sous-tendues par la méthodologie de cette analyse.

1.4.2. La méthodologie d'aide multicritère à la décision

Généralement, toute situation décisionnelle et multicritère que peut rencontrer un décideur implique la recherche d'une solution satisfaisante. Cette recherche s'effectue, en général, en quatre grandes étapes (Roy, 1985) :

Étape 1 : Dresser la liste des actions potentielles

Cette première étape doit permettre de cerner, au mieux, les aspects particuliers du contexte décisionnel analysé. Schärli (1985) souligne qu'elle doit être l'occasion d'une réflexion sur le dit contexte. En fait, il s'agit lors de cette étape de délimiter le champ d'étude en définissant l'ensemble des alternatives ou actions potentielles et admissibles, conformément à la situation décisionnelle en question. Dans la littérature relative à l'aide à la décision, les termes solutions et options sont souvent utilisés indifféremment pour désigner les actions (Bellut, 2002). Cet ensemble peut être annoté par X comme suit :

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n\}$$

où :

x_j représente les actions potentielles (pour $j = 1, 2, \dots, n$).

L'ensemble des actions potentielles peut être défini en extension ou en compréhension (Vincke, 1989) ou, en d'autres termes, explicitement ou implicitement (Vanderpooten, 2002). Il est défini en extension lorsqu'il est fini et que l'énumération de ses éléments est possible. Il est défini en compréhension lorsqu'il est infini ou que l'énumération soit impossible dans le cas d'un ensemble trop grand. Dans ce cas, il est représenté par un ensemble de contraintes mathématiques. Cet ensemble peut être aussi défini ainsi, dans certains cas comme celui de la programmation mathématique à objectifs multiples, comme étant l'ensemble des solutions qui vérifient un certain nombre de contraintes (Roy, 1999; 2005). Cet ensemble permet de délimiter le réalisable de ce qui ne l'est pas (Roy, 2005).

À titre d'exemple, les actions peuvent représenter, selon les cas, des candidats, des projets, des lieux comme dans le cas du tracé d'une nouvelle autoroute, où les actions vont être les différents itinéraires envisagés. Elles peuvent aussi traduire, par le biais de contraintes mathématiques, les propriétés physiques d'un certain produit qui dépendent elles-mêmes des quantités x_1, x_2, \dots, x_n des composants intervenant dans sa fabrication.

Étape 2 : Dresser la liste des critères à prendre en considération

Un critère est une dimension, une grandeur, à laquelle il est fait référence pour émettre un jugement ou, selon Schärli (1985), mesurer les conséquences d'une action. En effet, les critères à déterminer doivent permettre de décrire, d'analyser, d'évaluer et de comparer les différentes actions potentielles (Roy, 2005, Bouyssou *et al.*, 2006). Mathématiquement, un critère peut être défini comme étant une fonction f , définie sur l'ensemble X , qui représente une relation de préférence de façon à ce que dans le cas d'un critère à maximiser par exemple, si : $f_i(x_1) > f_i(x_2)$, ceci signifie que l'action x_1 est préférée à l'action x_2 selon le critère i (pour $i = 1, 2, \dots, p$).

Par ailleurs, la détermination de chaque critère devra comprendre les éléments suivants :

a) La détermination de l'échelle et de l'unité de mesure de celui-ci;

b) Le sens de l'optimisation à retenir.

Dans le cas du tracé d'une nouvelle autoroute, les critères peuvent être par exemple : le coût du projet, la proximité des zones urbaines, la dégradation du paysage.

Étape 3 : Établir une matrice d'évaluation

Cette étape consiste à évaluer chaque action potentielle de l'ensemble X selon chaque critère de l'ensemble des critères déterminés lors de la précédente étape. Cette évaluation se fait à l'aide d'une matrice constituée en lignes des actions potentielles de l'ensemble X et en colonnes des différents critères. Ainsi, le croisement des lignes et des colonnes de cette matrice, dite également tableau de performances, forme des valeurs qui ne sont autres que les $f_i(x_j)$ qui désigne ainsi l'évaluation d'une action x_j suivant le critère i . Ainsi, cette matrice reprend les évaluations de chaque action suivant tous les critères (Vincke, 1989). Cette matrice est dénommée aussi matrice des gains ou selon l'appellation anglo-saxonne de «payoff matrix».

Étape 4 : Agréger les performances

Une fois avoir obtenue l'évaluation de chaque action par rapport à chaque critère, il est nécessaire d'obtenir un modèle qui permettra de faire une évaluation globale. En effet, lors de cette étape, un modèle approprié à la situation étudiée, est déterminé dans le but de représenter des préférences globales sur l'ensemble X . Il est à noter que Roy (1985) caractérise les préférences globales comme étant celles qui mettent en jeu la totalité des conséquences à prendre en compte en vue de l'aide à la décision. En outre, selon Bouyssou *et al.* (2006), le choix d'un modèle donné pour l'élaboration d'une solution n'est pas neutre. Ils mettent l'accent sur l'étude axiomatique des différentes méthodes et de l'importance d'avoir conscience des propriétés et des caractéristiques sous-jacentes à chaque modèle. De plus, chaque méthode nécessite la détermination d'un certain nombre de paramètres qui peuvent faire appel directement ou indirectement à des informations fournies par le décideur. Enfin, Bouyssou *et al.* (2006) soulignent qu'il est nécessaire de prendre quelques précautions vis-à-vis du résultat obtenu à partir du modèle utilisé. Ils

recommandent, entre autres, de recourir, d'une part, à une analyse de sensibilité qui consiste à analyser comment varie une solution suite à des modifications apportées à certains paramètres. D'autre part, ils recommandent une analyse de robustesse qu'ils considèrent comme faisant partie intégrante de l'étape d'identification de la situation décisionnelle. Elle vise à tester si une solution reste satisfaisante sous différents scénarios et plusieurs «jeux» de données.

Cette quatrième étape, à elle seule, fait l'objet de plusieurs chapitres dans les ouvrages de Roy (1985) et de Schärli (1985). En fait, dans le cadre de cette étape, plusieurs méthodes d'aide multicritère à la décision ont été développées. Dans la prochaine sous-section, nous passons succinctement en revue les principales méthodes du paradigme multicritère.

1.4.3. Les principales méthodes multicritères

La littérature en aide multicritère à la décision renferme de nombreuses méthodes. Roy (1985) a regroupé ces dernières dans trois catégories principales représentant chacune d'entre elles des approches différentes. Ces catégories se présentent comme suit :

1.4.3.1. Méthodes d'agrégation selon l'approche du critère unique de synthèse

Selon Roy (1985) cette approche est la plus classique. Les méthodes appartenant à cette catégorie sont généralement désignées sous le nom des méthodes d'agrégation complète. Elles consistent à agréger l'ensemble des critères, de manière à obtenir une fonction critère unique qui synthétise cet ensemble. Ainsi, cette fonction à optimiser, qui peut être par exemple une fonction d'utilité ou de valeur, agrège les préférences locales, au niveau de chaque critère ou attribut (Martel, 1999). En d'autres termes, ceci revient, selon Schärli (1985), à transformer un problème multicritère en un problème monocritère. Cependant, il est important de ne pas confondre analyse multicritère et analyse monocritère. Roy (1985) souligne, à ce sujet, que même lorsqu'une analyse multicritère s'achève par l'agrégation des critères en un critère unique, celle-ci diffère d'une analyse

monocritère. Il considère que cette dernière prend *a priori* comme référence un critère unique en faisant l'économie de la détermination de l'ensemble des critères pertinents eu égard au contexte décisionnel en présence.

Dans cette famille de méthodes, qui évacuent selon Roy (1985) toute incomparabilité entre les actions, nous retrouvons différentes méthodes d'inspiration anglo-saxonne telles que : la méthode de l'utilité multiattribut (Fishburn, 1970; Keeney et Raiffa, 1976), et la méthode AHP («Analytic Hierarchy Process») de Saaty (1980).

Il est à souligner que les termes fonction d'utilité et fonction de valeur sont parfois utilisés indifféremment dans la littérature relative à ce domaine pour désigner l'utilisation d'une fonction à des fins de modélisation des préférences du décideur. Elles renvoient généralement aux préférences du décideur en rapport avec les degrés d'atteinte d'un critère (Aouni, 1998). Cependant, il est généralement admis, tel que le souligne Aouni (1998), que les fonctions d'utilité (multiattribut) correspondent à un environnement incertain tandis que les fonctions de valeur sont utilisées dans les contextes décisionnels où l'information est déterministe. Nous utiliserons tout au long de notre travail ces deux termes d'une manière interchangeable sauf spécifié autrement.

Ces méthodes qui se basent sur la construction d'une fonction d'utilité/de valeur ont été parmi les premières à être utilisées dans le domaine de l'aide multicritère à la décision. Avec l'évolution de la recherche relative à l'analyse multicritère, d'autres méthodes plus récentes sont apparues.

1.4.3.2. Les méthodes de surclassement selon l'approche du surclassement de synthèse

À l'inverse de la première catégorie, cette classe de méthodes accepte, selon Roy (1985) considéré généralement comme le fondateur de ces méthodes, l'incomparabilité entre les différentes actions. Les méthodes appartenant à cette approche, d'inspiration française, sont appelées également les méthodes d'agrégation partielle. Cette appellation est due au fait que ces méthodes procèdent, généralement, par paires d'actions (Roy, 1985; Schärliig, 1985). En effet, les actions sont comparées deux à deux pour pouvoir vérifier l'existence

d'une relation de surclassement ou pas. Une fois toutes les actions comparées de cette façon, une synthèse de l'ensemble des relations binaires est élaborée afin d'apporter des éléments de réponse à la situation décisionnelle posée. Il est à souligner qu'en général, ce type de méthodes s'applique aux cas où l'ensemble des actions est fini.

Parmi les méthodes de surclassement les plus connues, nous retrouvons la méthode ELECTRE de Roy (1968) ainsi que les divers développements qu'elle a connu et la méthode PROMETHEE (Brans *et al.*, 1984).

1.4.3.3. Les méthodes interactives selon l'approche du jugement local interactif

Les méthodes interactives sont également appelées méthodes d'agrégation locale et itérative. Cette appellation renvoie au fait que ces dernières procèdent, en premier lieu, par la détermination d'une solution de départ. Elles effectuent ensuite une recherche dans l'environnement de cette solution pour essayer d'aboutir à un meilleur résultat, d'où le qualificatif de locale (Schärlig, 1985). Ce procédé étant généralement répétitif et progressif, le terme itératif a été également utilisé pour qualifier les méthodes interactives (Schärlig, 1985). Ainsi, ces dernières permettent de modéliser les préférences du décideur de manière séquentielle et itérative. En effet, elles s'attachent à révéler progressivement la structure des préférences du décideur, en alternant des phases de calcul et de dialogue (Vincke, 1989; Vanderpooten, 1989). Cette succession d'étapes a pour finalité d'arriver à un compromis final qui puisse satisfaire le décideur.

Depuis leur apparition aux alentours des années 70, plusieurs méthodes interactives ont été développées. Nous pouvons en citer quelques-unes, parmi ce qui peut être considéré comme étant des travaux pionniers dans le domaine : la méthode STEM de Benayoun *et al.* (1971-a), la méthode GDF (Geoffrion *et al.*, 1972) et la méthode du point de référence (Wierzbicki, 1980).

Par ailleurs, vu d'une part la grande variété des méthodes multicritères existantes, et d'autre part, l'évolution incessante de la recherche en aide multicritère à la décision, il est parfois hasardeux de classer une méthode dans tel ou tel ensemble de façon définitive. En

effet, il suffit de considérer qu'une et seule méthode peut présenter plusieurs variantes ou qu'elle évolue tout simplement, pour comprendre que les frontières entre ces catégories ne sont pas immuables.

En outre, d'autres classifications peuvent être et sont proposées dans la littérature relative à l'aide multicritère à la décision. La classification présentée ci-dessus, et qui se réfère principalement à la procédure d'agrégation utilisée, en est un exemple classique.

En général, les méthodes d'aide multicritère à la décision permettent d'aider les décideurs dans leur processus décisionnel en leur préconisant une ou un certain nombre de solutions. Le terme «solution» est un terme souvent utilisé dans la littérature relative à l'aide à la décision. Nous rappelons, cependant, que nous sommes passés d'un concept de solution optimale, propre à une optique de rationalité pure, à celui de solution satisfaisante, relative à l'analyse multicritère afin de caractériser l'aspect humain omniprésent dans tout processus décisionnel; la prise de décision est avant tout une activité humaine caractérisée par des incertitudes, une information partielle et donc par une rationalité limitée au sens de Simon (1955). En outre, Bellut (2002) définit le processus décisionnel comme étant un système qui met en relation aussi bien des éléments de nature objective (liés aux caractéristiques des actions) que subjective (liés aux systèmes de valeurs des acteurs).

Ainsi, certains contextes décisionnels se caractérisent par la disponibilité d'une information partielle, voire incertaine. Par conséquent, le décideur peut se retrouver dans l'incapacité de déterminer avec certitude les données et les paramètres relatifs à une situation décisionnelle. Vincke (1999-a) souligne que les valeurs des données et des paramètres utilisées dans les modèles qu'utilise l'aide à la décision peuvent être remises en cause et difficiles à déterminer. Ceci peut avoir comme conséquence d'envisager plusieurs jeux de données plausibles pour une même situation décisionnelle. Or, comme le soulignent Dias et Clímaco (1999), cette situation peut aboutir à plusieurs «résultats».

De ce fait, il semble nécessaire que l'aide à la décision prenne du recul vis-à-vis des solutions obtenues et se dote d'outils et de procédures qui permettent de tester, dans la mesure du possible, la validité des solutions afin d'asseoir des recommandations utiles au

décideur. Prendre du recul vis-à-vis des solutions, est d'autant plus important, que les problèmes mathématiques propres à l'aide multicritère à la décision sont «mal posés» et donc sujets à critiques. L'un des concepts assez récents qui semble être appelé à se développer pour prendre en considération ces préoccupations est le concept de robustesse (Vincke, 1999-a, 1999-b; Wong et Rosenhead, 2000; Roy, 2002; Sevaux et Sörensen, 2004). Le concept de robustesse est un terme polysémique, aux contours non encore bien délimités, qui peut désigner aussi bien une méthode qu'une conclusion ou même une solution (Roy, 2002). Cependant, il semble que, dans la littérature relative à ce domaine, la notion de robustesse d'une solution est celle qui revient le plus souvent (Roy, 2002).

Dans une optique d'aide à la décision *orientée robustesse*, la notion du compromis le plus satisfaisant laisse place à la notion de recommandation (Wong et Rosenhead (2000) utilisent la notion de solutions acceptables). En effet, il semble que l'aide à la décision ne fait plus de la recherche d'une solution adéquate sa priorité, mais met l'accent sur l'apport qu'elle peut proposer au décideur afin de lui permettre d'avancer dans son processus de choix (Roy, 1997; Dias et Clímaco, 1999). Elle semble ainsi offrir plus de liberté au décideur, en ce sens qu'elle permet de considérer plusieurs jeux de données et d'en analyser les répercussions sur les solutions. C'est sur cette analyse, prenant en compte les incertitudes et les éléments de contingence, qu'elle fonde ses recommandations.

Selon Vincke (1999-a), l'un des avantages de l'analyse de robustesse, lorsqu'elle est adoptée par l'homme d'étude, est qu'elle le pousse à prêter une attention particulière à la formalisation du problème et de la méthode utilisée. Ceci a pour conséquences probables, une étude, une analyse et une réflexion approfondies en amont du processus décisionnel, ce qui dans l'absolu, peut garantir plus de chances d'aboutir à des recommandations qui correspondent aux attentes du décideur. Néanmoins, ceci ne signifie pas que la robustesse garantisse à elle seule des solutions acceptables (Vincke, 1999-a). Elle peut aider à assurer une certaine cohérence dans la formalisation d'une situation décisionnelle et dans l'application d'une méthode. Adopter la robustesse équivaut, d'une certaine façon, à relativiser, à être plus prudent dans la proposition de solutions. L'aide à la décision, semble ainsi s'inscrire dans une perspective de plus en plus éthique, en étant peut être plus «modeste» et en permettant au décideur d'intégrer plus d'éléments (et pas trop

d'éléments) dans son analyse. D'ailleurs, Roy (2002) évoque la notion d'équité, parmi d'autres notions, comme notion voisine de celle de robustesse.

Ces notions de robustesse, éthique et équité, pour ne citer que celles-ci, semblent ces dernières années faire leur chemin dans le domaine de l'aide multicritère à la décision. À ce propos, un numéro spécial de la revue scientifique *European Journal of Operational Research* a été entièrement dédié à la notion d'éthique en 2004. En effet, il semble qu'actuellement, l'aide à la décision, est à un nouveau tournant de son évolution en tant que discipline. Elle semble se diriger, de plus en plus, vers une aide à la décision plus «responsable», plus respectueuse des valeurs d'autrui. Cependant, que voulons-nous désigner par éthique en aide à la décision?

1.5. L'éthique en aide à la décision

Selon Brans (2004), l'éthique en aide à la décision évoque les trois notions principales suivantes : respect, analyse multicritère et bonheur. L'éthique, et nous rejoignons en cela cet auteur, évoque en premier lieu une notion de respect. Généralement, l'aide à la décision met en jeu dans le processus décisionnel deux principaux acteurs : d'une part, l'homme d'étude ou le modélisateur, et d'autre part, celui qui a sollicité son aide, autrement dit le décideur (ou un groupe de décideurs). Les acteurs sont toutes les personnes qui participent et interviennent dans un processus décisionnel. Schärli (1985) souligne qui peut s'agir d'*intervenants* qui cherchent à faire valoir leurs systèmes de valeurs, ou de simples *agis* dont les préférences sont censées être prises en considération par les intervenants. À ceux-ci, s'ajoute l'homme d'étude qui prend en charge l'aide à la décision (Roy, 1985). Il précise, toutefois, que les acteurs d'un processus de décision peuvent être, selon les cas, des individus ou des ensembles tels que les collectivités locales.

De nos jours, les situations décisionnelles qui se posent impliquent la participation d'un plus grand nombre d'intervenants. En effet, le phénomène de mondialisation ainsi que ses conséquences sur les activités économiques imposent aux organisations de prendre en considération différents systèmes qu'ils soient économiques, politiques ou sociaux. En

outre, l'expansion des activités collectives implique de plus en plus de personnes et de groupes dans le processus décisionnel.

Ainsi, par la notion de respect en aide à la décision, nous désignons respect vis-à-vis d'autrui, équité et considération de toutes les parties prenantes du processus de décision. L'aide à la décision, dans une optique d'aide, d'assistance et de soutien, doit se faire tout en assurant, non seulement, le respect et la considération du décideur et de ses valeurs, mais également en prenant en considération toutes les parties prenantes du processus décisionnel, y compris les personnes qui auront à subir les conséquences de ces décisions. De plus, d'un point de vue éthique, il est nécessaire de considérer aussi toutes les implications de natures diverses occasionnées par les choix de certains.

Par conséquent, il incombe à l'homme d'étude d'être, autant que possible, à l'écoute du décideur et de ses attentes et de lui apporter des éléments de réponse propres à l'éclairer sur sa situation décisionnelle et des implications sous-jacentes des différentes options retenues.

Ainsi, afin de concrétiser l'aide à la décision, il nous semble important qu'il y ait adéquation et cohérence entre les intérêts bien compris du décideur et la modélisation mathématique proprement dite. Le décideur ne peut être occulté ou «remplacé» par une modélisation mathématique «trop simplificatrice». L'éthique de l'aide à la décision, telle que nous la concevons, doit respecter les valeurs du décideur en lui donnant davantage «le droit à la parole» et plus de liberté dans l'expression de ses préférences. En d'autres termes, laisser au décideur plus de place dans le processus décisionnel pour une meilleure insertion et intégration de ses préférences, le but de l'aide à la décision n'étant pas justement de cloisonner le décideur dans un cadre bien limité où il n'intervient pas de façon effective. Sans cela l'aide peut être remise en cause. L'aide à la décision doit se faire, efficacement, pour et avec le décideur qui doit rester l'élément central du processus décisionnel. En effet, les modèles utilisés dans l'aide à la décision doivent être utilisés pour éclairer une prise de décision et en aucun cas, se substituer au décideur en lui «fournissant» une solution qui ne peut être remise en cause.

Le respect passe ainsi par la prise en compte de toutes les parties prenantes du processus décisionnel. Par conséquent, ce respect implique de prendre en considération les divers

points de vue et objectifs des différentes parties prenantes et ainsi de ne pas réduire tous ces objectifs à une seule dimension. Ainsi, l'éthique en aide à la décision passe nécessairement par une analyse multicritère des situations décisionnelles en prenant en compte diverses considérations telles que: environnementales pour les populations qui soulèvent, de plus en plus, des préoccupations relatives au développement durable; technologiques et financières pour l'industrie et l'économie (Brans, 2004). Ceci implique une solution de compromis entre ces différents intérêts et non pas une solution optimale pour chaque partie prenante (Brans, 2002; 2004).

Quant à la notion de bonheur, Brans (2004) l'assimile au fait qu'il est important que chaque partie prenante soit satisfaite des compromis atteints à l'issue du processus décisionnel. Les différents points de vue ayant été pris en considération, il en résulte une harmonie qui évite tout conflit.

Parmi les méthodes les plus anciennes et les plus connues de l'aide multicritère à la décision, nous retrouvons celles de la programmation mathématique à objectifs multiples. Dans la prochaine section, nous verrons ce à quoi renvoie ce terme ainsi que les principaux facteurs qui ont favorisé le développement de cette classe de méthodes.

1.6. La programmation mathématique à objectifs multiples

La Programmation Mathématique à Objectifs Multiples (PMOM) est une approche de l'aide multicritère à la décision utilisée dans l'analyse des contextes décisionnels de nature multidimensionnelle qui requièrent la prise en considération simultanée de plusieurs objectifs (Kettani, 1988). Il est apparu, en effet, que beaucoup de contextes de décision, où une alternative doit être retenue, impliquent l'existence et la prise en compte de plusieurs objectifs (Evans, 1984).

Au cours des quarante dernières années, la PMOM n'a cessé d'évoluer et a connu de nombreux développements. Evans (1984) explique cette évolution par :

- La reconnaissance progressive que les contextes décisionnels comportent le plus souvent des objectifs et des conséquences multiples;

- La reconnaissance de l'implication, en général, de plusieurs parties prenantes dans le processus décisionnel;
- Le rapide développement de l'outil informatique, offrant par la même une plus grande capacité de stockage, mais surtout un traitement plus rapide des problèmes de programmation mathématique.

Ainsi, l'ensemble de ces facteurs a favorisé le développement de la PMOM. Cette dernière constitue, selon Evans (1984), un cadre conceptuel pour prendre en compte, simultanément et explicitement, plusieurs objectifs dans un schéma de programmation mathématique. Elle est ainsi constituée d'un ensemble de méthodes permettant l'étude, l'élaboration et la résolution d'un programme mathématique relatif à un contexte décisionnel donné.

En PMOM, un tel programme est constitué de plusieurs fonctions, certaines, qui représentent plusieurs objectifs, sont à optimiser (maximiser ou minimiser) et d'autres représentent les contraintes relatives au contexte étudié (Evans, 1984). Dans la pratique, ces contraintes, dites contraintes du système, peuvent prendre diverses formes reflétant, en général, les différentes ressources dont dispose l'entreprise telles que les ressources financières et matérielles.

En ce sens, la PMOM s'applique à rechercher, sous m contraintes de type $g_k(x) \leq C$, les valeurs des n variables de décision ou encore un vecteur $x \in X$, de façon à optimiser les p fonctions objectifs (Evans, 1984; Aouni, 1998).

Un problème de PMOM peut être formulé mathématiquement de la manière suivante :

Programme 1.1 : Optimiser (Maximiser ou Minimiser) $f_i(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)]$
 $x \in X$

Sujet aux contraintes :

$$g_k(x) \leq C \quad (\forall k \in K) \quad (\text{pour } k = 1, 2, \dots, m);$$

$$x \in X .$$

où :

$f_i(x)$ représente les fonctions objectifs (pour $i = 1, 2, \dots, p$);

$g_k(x)$ représente le système des contraintes (pour $k = 1, 2, \dots, m$);

X désigne l'ensemble des solutions réalisables.

Étant donné qu'il est difficile d'optimiser les p objectifs simultanément, et par conséquent d'obtenir une «meilleure solution» au sens d'Evans (1984), un ensemble de solutions efficaces sera déterminé. Une solution est dite efficace si elle n'est dominée par aucune autre solution (Evans, 1984). C'est ce que se propose de faire la PMOM, dont le but est de déterminer cet ensemble, de façon à ce qu'aucune autre solution réalisable ne domine une solution appartenant à un tel ensemble (Evans, 1984; Romero, 1991).

Par conséquent, il s'agit dans ce cas de trouver, parmi cet ensemble, une solution de compromis qui satisfasse le décideur. Pour atteindre cet objectif, il s'avère préférable, voire même nécessaire, d'intégrer les préférences du décideur. En effet, explorer et révéler la structure de ces préférences peut permettre d'aboutir à une solution «appropriée».

Parmi les modèles les plus connus en PMOM, nous retrouvons celui de la programmation mathématique avec buts, plus connu sous le nom anglo-saxon de «Goal Programming». Ce modèle est présenté succinctement dans la prochaine sous-section. Il sera cependant présenté plus en détail au chapitre 2.

1.6.1. Le modèle du Goal Programming

Le modèle du Goal Programming (GP) est l'un des modèles les plus connus de la programmation mathématique à objectifs multiples. En effet, ses origines remontent à un article de Charnes *et al.* paru en 1955, mais il n'a pris réellement forme qu'en 1961, dans un ouvrage de Charnes et Cooper. Depuis, ce modèle n'a cessé d'être développé et a fait l'objet d'une multitude de travaux académiques, de conférences et de publications diverses. Aouni et Kettani (2001) présentent une synthèse de ces divers travaux.

Par ailleurs, le modèle du GP, en plus d'être l'un des modèles les plus connus, est l'un des plus utilisés en PMOM (Romero, 1991). En effet, dans la pratique, il a été utilisé et appliqué à différents domaines, en tant qu'outil d'aide à la décision ou en tant qu'outil statistique d'estimation le plus souvent avec succès. Ainsi, ce modèle a fait l'objet de

nombreuses applications dans des domaines très diversifiés tels que : le marketing, la comptabilité et la gestion financière, l'agriculture, les télécommunications, la gestion d'un parc roulant (Aouni et Kettani, 2001), la gestion environnementale et urbaine, la planification des ressources hydriques, les choix de localisation ainsi que des applications militaires (Romero, 1991).

Étant une méthode de PMOM, le GP est une méthode qui s'applique, en général, aux situations décisionnelles où plusieurs objectifs doivent être pris en compte dans la recherche de la solution la plus satisfaisante parmi d'autres possibles. En ce sens, c'est un modèle qui se base sur une philosophie de satisfaction (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1998). En outre, c'est une méthode qui se propose de trouver une solution qui permet de minimiser les écarts entre les niveaux de réalisation des différents objectifs et les buts fixés initialement par le décideur.

1.7. Conclusion

L'aide à la décision a connu, depuis sa création, divers développements. On est passé d'une optique orientée solution optimale, à celle de solution de compromis satisfaisant puis à celle de recommandation. L'aide à la décision semble ainsi s'inscrire dans une démarche de plus en plus éthique. Considérée d'un point de vue éthique, l'aide à la décision doit faire bon usage de ses différents modèles, de ses outils et des possibilités non négligeables qu'elle offre. Faire bon usage des outils d'aide à la décision équivaut, en partie, à prendre du recul par rapport aux solutions obtenues, à analyser et tester minutieusement ces solutions afin d'en assurer la crédibilité. Nous pouvons envisager l'analyse de robustesse comme complément utile, voire nécessaire, de tout processus décisionnel. Faire bon usage des possibilités qu'offre l'aide à la décision passe aussi, inévitablement, par une plus grande considération, dans le processus décisionnel, du décideur, de ses attentes et de ses préférences.

L'approche multicritère permet de prendre en compte simultanément, dans l'analyse des situations décisionnelles, divers objectifs du décideur. Elle apparaît ainsi comme une approche qui cherche à développer des méthodes qui s'adaptent davantage à ces situations. Ces méthodes s'imposent ainsi lorsque le contexte décisionnel à analyser

comporte des aspects, des critères de nature conflictuelle et incommensurable. La plupart des contextes décisionnels sont de ce type, ce qui peut expliquer l'intérêt grandissant qu'ont les chercheurs pour ces méthodes. Ces dernières ont été, en outre, appliquées avec succès dans plusieurs domaines.

Plusieurs classifications des méthodes multicritères ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine. L'une d'elles regroupe un ensemble de modèles et de méthodes permettant l'étude, l'élaboration et la résolution d'un programme mathématique relatif à un contexte où plusieurs objectifs doivent être considérés simultanément et explicitement. Le modèle du GP est l'un des modèles les plus connus et les plus utilisés de cet ensemble de méthodes de la PMOM. En outre, étant un modèle flexible et attractif, plusieurs variantes du GP ont été développées. Le modèle du GP ainsi que ses principales variantes feront l'objet du prochain chapitre.

Références

- Aouni, B., «Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1998.
- Aouni, B., «Introduction à la méthodologie d'aide multicritère à la décision», *Notes de Cours*, Faculté de Gestion, Université Laurentienne, 2002.
- Aouni, B. and O. Kettani, «Goal Programming Model: A Glorious History and a Promising Future», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (1-7).
- Bellut, S., *Les processus de la décision. Démarches, méthodes et outils*, AFNOR, 2002.
- Benayoun, R., J. De Montgolfier, J. Tergny and O. Laritchev, «Linear Programming with Multiple Objective Functions: STEP Method (STEM)», *Mathematical Programming*, Vol. 1, No. 3, 1971-a (366-375).
- Bouyssou, D., T. Marchant, M. Pirlot, A. Tsoukiàs and P. Vincke, *Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria: Stepping Stones for the Analyst*, Springer, New York, 2006.
- Brans, J.-P., «L'élaboration d'instruments d'aide à la décision», *L'aide à la décision : nature, instruments et perspectives d'avenir*, dans Nadeau, R. et M. Landry (Eds.), Les Presses de l'Université Laval, Québec, 1986 (183-214).
- Brans, J.-P., «Ethics and Decision», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No. 2, 2002 (340-352).
- Brans, J.-P., «The Management of the Future. Ethics in OR: Respect, Multicriteria Management, Happiness», *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 2, 2004 (466-467).

- Brans, J.P., B. Mareschal and Ph. Vincke, «PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis», dans Brans, J. P. (Ed.), *Operational Research '84*, Elsevier Science Publisher, North Holland, 1984 (477-490).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, Wiley, New-York, 1961.
- Charnes, A., W.W. Cooper and R. Ferguson, «Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming», *Management Science*, Vol. 1, No. 2, 1955 (138-151).
- Dias, L. C. and J. N. Clímaco, «On Computing ELECTRE's Credibility Indices under Partial Information», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 8, No. 2, 1999 (74-92).
- Drucker, P. F., «“Management Science” and the Manager», *Management Science*, Vol. 1, No. 2, 1955 (115-126).
- Evans, G.W., «An Overview of Techniques for Solving Multiobjective Mathematical Programs», *Management Science*, Vol. 30, No. 11, 1984 (1268-1282).
- Fishburn, P. C., *Utility Theory for Decision-Making*, Wiley, New-York, 1970.
- Geoffrion, A. M., J. S. Dyer and A. Feinberg, «An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department», *Management Science*, Vol. 19, No. 4, 1972 (357-368).
- Kast, R., *La théorie de la décision*, La découverte, Paris, 2002.
- Keeney, R. L. and H. Raiffa, *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs*, John Wiley and Sons, Inc., 1976.
- Kettani, O., «Nouvelles formulations des problèmes de choix multicritère basées sur la programmation mathématique», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1988.
- Lee, S. M., *Goal Programming for Decision Analysis*, Auerbach Publishers, Philadelphia, 1972.

- Martel, J-M., «L'aide multicritère à la décision : méthodes et applications», *CORS – SCRO Bulletin*, Vol. 33, No. 1, 1999 (6-16).
- Martel, J-M. et B. Aouni, «Méthode multicritère de choix d'un emplacement : le cas d'un aéroport dans le Nouveau-Québec», *INFOR*, Vol. 30, No. 2, 1992 (97-117).
- Miettinen, K. M., *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- Mousseau, V., «Élicitation des préférences pour l'aide multicritère à la décision», *Thèse de doctorat, Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches*, U.F.R. Sciences des Organisations, Université Paris Dauphine, 2003.
- Romero, C., *Handbook of Critical Issues in Goal Programming*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- Rosenthal, R. E., «Concepts, Theory, and Techniques: Principles of Multiobjective Optimization», *Decision Sciences*, Vol. 16, No. 2, 1985 (133-152).
- Roy, B., «Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode Electre)», *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle*, Vol. 2, No. 8, mars 1968 (57-75).
- Roy, B., *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*, Economica, Paris, 1985.
- Roy, B., «Science de la décision ou Science de l'aide à la décision?», *Revue Internationale de Systémique*, Vol. 6, No. 5, 1992 (497-529).
- Roy, B., «Un chaînon manquant en RO-AD : les conclusions robustes», *Cahier du LAMSADE*, No. 144, Université de Paris Dauphine, 1997.
- Roy, B., «Decision-Aiding today: What Should We Expect», *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, dans Gal, T., T., J. Stewart and T. Hanne (Eds.), Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- Roy, B., «Robustesse de quoi et vis-à-vis de quoi mais aussi robustesse pourquoi en aide à la décision», *Bulletin du Groupe de Travail Européen "Aide Multicritère à la Décision"*, Série 3, No. 6, automne 2002.

- Roy, B., «Paradigms and Challenges», *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, dans Figueira, J., S. Greco and M. Ehrgott (Eds.), Springer, New York, 2005 (3-24).
- Saaty, T., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New-York, 1980.
- Schärlig, A., *Décider sur plusieurs critères. Panorama de l'aide à la décision multicritère*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1985.
- Sevaux, M. and K. Sörensen, «Robustness Analysis: Optimisation», *European Working Group "Multicriteria Aid for Decisions"*, Series 3, No. 10, Fall 2004.
- Simon, H. A., «A Behavioral Model of Rational Choice», *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 69, No. 1, 1955 (99-118).
- Simon, H. A., *The New Science of Management Decision*, Harper & Row, N.Y. and Evanston, 1960.
- Tamiz, M., D.F. Jones and C. Romero, «Goal Programming for Decision-Making: An Overview of the Current State-of-the-Art», *European Journal of Operational Research*, Vol. 111, No. 3, 1998 (569-581).
- Vanderpooten, D., «The Interactive Approach in MCDA: A Technical Framework and Some Basic Conceptions», *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 12, No. 10/11, 1989 (1213-1220).
- Vanderpooten, D., «Modelling in Decision Aiding», *Aiding Decisions with Multiple Criteria: Essays in Honor of Bernard Roy*, dans Bouyssou, D., E. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Slowinski, D. Vanderpooten and P. Vincke (Eds.), Kluwer Academic Publishers, 2002 (195-210).
- Vincke, P., *L'aide multicritère à la décision*, Éditions de l'Université de Bruxelles, 1989.
- Vincke, P., «Robust Solutions and Methods in Decision-Aid», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 8, No. 3, 1999-a (181-187).
- Vincke, P., «Robust and Neutral Methods for Aggregating Preferences into an Outranking Relation», *European Journal of Operational Research*, Vol. 112, No. 2, 1999-b (405-412).

Wierzbicki, A. P., «The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization», *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application*, dans Fandel, G. and T. Gal (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 177, Springer-Verlag, 1980 (468-486).

Wong, H-Y. and J. Rosenhead, «A Rigorous Definition of Robustness Analysis», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 51, No. 2, 2000 (176-182).

Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, New-York, 1982.

Chapitre 2

Le modèle de programmation mathématique avec buts

Section 0 : Résumé

Section 1 : Introduction

Section 2 : Le Goal Programming Standard

Section 3 : Les principales variantes du modèle du GP

Section 4 : Les variantes du GP dans un environnement imprécis

Section 5 : Le modèle du GP interactif

Section 6 : Conclusion

Références du chapitre 2

Chapitre 2

Le modèle de programmation mathématique avec buts

2.0. Résumé

Le modèle de programmation mathématique avec buts, connu sous l'appellation anglaise «Goal Programming» (GP), est l'un des modèles les plus connus de la programmation mathématique à objectifs multiples. Dans sa version standard, ce modèle ne prend pas suffisamment en considération les préférences du décideur. De plus, il pose certaines difficultés d'agrégation en terme, par exemple, d'incommensurabilité des unités de mesure. Plusieurs variantes du GP ont été développées. Certaines d'entre elles permettent de pallier, à divers degrés, à ces insuffisances. La plupart de ces variantes intègrent a priori les préférences du décideur mais certaines peuvent également les intégrer de façon progressive. Les formes classiques les plus utilisées sont le GP pondéré et le GP lexicographique. Il est primordial que le choix de la variante se fasse sur la base de sa capacité à refléter la structure de préférence du décideur. Il semble, toutefois, que ce choix se fasse, en général, sans implication suffisante du décideur.

L'objet du présent chapitre est de présenter le modèle du GP dans sa version standard ainsi que ses principales variantes et d'examiner la façon dont les préférences y sont modélisées.

2.1. Introduction

La version initiale du «Goal Programming» (GP) a été développée par Charnes *et al.* (1955) et Charnes et Cooper (1961). Depuis, ce modèle est devenu l'un des modèles les plus connus et les plus utilisés de la programmation mathématique à objectifs multiples (Romero, 1991). Il a connu un essor fort impressionnant à en juger le nombre d'articles, d'ouvrages et même de conférences qui lui sont dédiés. Pour une revue de la littérature du sujet, le lecteur peut se référer à Charnes et Cooper (1961, 1977), Lee (1972), Kornbluth (1973), Lin (1980), Ignizio (1976, 1982-a), Romero (1991), Min et Storbeck (1991), Tamiz *et al.* (1995) et Aouni et Kettani (2001).

Le modèle du GP est un outil d'aide à la décision qui s'applique, en général, aux contextes décisionnels où plusieurs objectifs doivent être pris simultanément en considération. Ces différents objectifs étant généralement conflictuels, il est difficile de les optimiser simultanément. À titre d'exemple, pour le choix d'un portefeuille d'actifs financiers, un investisseur aura vraisemblablement à considérer deux objectifs conflictuels, à savoir : maximiser le rendement espéré et minimiser le risque. Pour faire ce choix, l'investisseur aura ainsi à faire un compromis entre le degré de risque qu'il est prêt à assumer et le rendement qu'il espère obtenir. Ainsi, une décision relative à une situation donnée peut être considérée comme étant, généralement, le résultat d'un compromis à faire entre différents objectifs, la réalisation de certains ne pouvant se faire qu'aux dépens des autres objectifs. Pour aider les décideurs devant faire ce type de choix, le modèle du GP s'est révélé être un modèle d'une grande utilité. En l'occurrence, ce modèle est basé sur une philosophie de satisfaction qui a pour rôle d'assister le décideur, voulant satisfaire simultanément différents objectifs, à évoluer vers une solution de compromis qu'il juge la plus satisfaisante (Ignizio, 1982-b; Aouni, 1998; Ogryczak, 2001-a).

Généralement, il s'avère nécessaire dans la formulation du modèle du GP d'introduire une information relative aux préférences du décideur. Cette information peut varier d'une situation décisionnelle à une autre. Elle peut être également introduite par le biais de divers paramètres pouvant être sous forme de coefficients d'importance relative, d'un certain ordre à titre d'exemple. De plus, plusieurs concepts ont été développés afin de

modéliser ces préférences telles que les fonctions de pénalité, les fonctions de satisfaction et celles d'utilité (Romero, 2004).

Certaines critiques ont été formulées vis-à-vis du modèle du GP. En plus des problèmes d'agrégation généralement rencontrés en aide multicritère à la décision et, en particulier, dans la programmation mathématique à objectifs multiples, il lui est reproché la quasi-absence du décideur dans le processus décisionnel (Aouni, 1988, 1998; Hannan, 1985; Ignizio, 1983; Martel et Aouni, 1990; Zeleny, 1982). Ceci est particulièrement justifié pour le GP dans sa version standard. Cette lacune peut représenter un inconvénient majeur d'autant plus que, dans une perspective d'aide à la décision, le décideur est appelé à jouer un rôle significatif tout au long du processus décisionnel. Ainsi, il est important de représenter le plus fidèlement possible les préférences du décideur dans le modèle mathématique. Toutefois, il est à noter que Romero (1991) a démontré que, le plus souvent, les difficultés que pose le modèle du GP trouvent leurs origines dans de mauvaises pratiques de modélisation et non pas au niveau des caractéristiques intrinsèques du modèle.

Néanmoins, étant un modèle flexible et attractif (Ignizio, 1983), les divers développements théoriques qu'a connu le modèle du GP ont amené au développement de multiples variantes. Ces dernières permettent de modéliser différents types de situations décisionnelles et introduisent l'information relative aux préférences du décideur en utilisant différents paramètres. Par ailleurs, les variantes du GP les plus utilisées sont le GP pondéré et celle du GP lexicographique (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1995).

La modélisation des préférences du décideur est une étape essentielle dans le modèle du GP ainsi que ses variantes. L'objet du présent chapitre est ainsi de faire ressortir les éléments les plus saillants de la modélisation des préférences du décideur dans les principales variantes du modèle du GP. Cette analyse a pour objectif de caractériser ces variantes selon le moment d'introduction des préférences du décideur dans le modèle considéré et le(s) paramètre(s) utilisé(s) pour les représenter.

Dans la section 2, le modèle du GP est présenté dans sa version standard. Bien que toutes les variantes énoncées après cette section constituent en fait les principales variantes du GP, nous avons choisi de regrouper cinq variantes du GP, dont trois sont les plus

utilisées, dans la section 3. Ces variantes ont généralement été développées à l'origine pour des contextes où les valeurs des buts sont considérées comme des valeurs précises. Dans la section 4, nous avons regroupé les variantes généralement utilisées dans les contextes décisionnels imprécis. Cependant, il est à préciser que le GP incluant des fonctions de satisfaction peut être aussi appliqué à ce type de contexte. Enfin, nous présentons le modèle du GP interactif dans une section à part car le GP ainsi que plusieurs de ses variantes ont été développé à l'origine en tant que méthodes introduisant *a priori* l'information relative aux préférences du décideur.

2.2. Le Goal Programming standard

La formulation du modèle du GP consiste généralement à déterminer en premier lieu un ensemble de buts (Romero, 1991; Pongpeng et Liston, 2003). Ces derniers représentent des valeurs attribuées à un certain nombre d'objectifs retenus pour une situation décisionnelle donnée. Les buts ainsi définis reflètent les degrés d'aspiration que le décideur attribue à chaque objectif. Le modèle du GP se propose de minimiser les déviations qui constituent les écarts enregistrés entre les degrés d'aspiration (buts) préalablement fixés par le décideur et les degrés de réalisation des objectifs.

Romero (1985) considère le modèle du GP comme étant un cas particulier du «Distance Function Model» (DFM). Dans ce dernier, la solution la plus satisfaisante est établie de manière à ce que la somme totale des déviations pondérées et amplifiées soit minimisée. La forme générale du DFM se présente comme suit :

$$\text{Programme 2.1 : } \quad \underset{x \in X}{\text{Minimiser}} \quad \left\{ \sum_{i=1}^p \left[w_i |g_i - f_i(x)| \right]^r \right\}^{1/r}$$

où :

X : désigne l'ensemble des solutions réalisables;

w_i : le coefficient de pondération de l'objectif i ;

g_i : le degré d'aspiration (le but) relatif à l'objectif i ;

$f_i(x)$: le degré de réalisation de l'objectif i ;

r : représente le paramètre qui définit la famille des fonctions distance;

$|g_i - f_i(x)|$: désigne la déviation absolue entre le niveau d'aspiration et celui de réalisation de l'objectif i .

Le programme 2.1 est non-linéaire. La forme linéaire équivalente a été présentée par l'expression de Charnes *et al.* (1955) et Charnes et Cooper (1961) sous la forme suivante :

Programme 2.2 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^p (\delta_i^+ + \delta_i^-)$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

δ_i^- et δ_i^+ : indiquent respectivement les déviations négatives et positives relatives au i -ème but.

Ainsi, le programme mathématique 3.2 correspond au modèle du DFM (programme 2.1) lorsque le paramètre $r = 1$, les coefficients de pondération $w_i = 1$ et les fonctions $f_i(x)$ sont linéaires.

En outre, le programme mathématique 2.2 est la formulation du modèle du GP standard où les écarts entre les degrés de réalisation et d'aspiration sont à minimiser. Dans ce modèle, le décideur est principalement appelé à fixer les buts relatifs aux objectifs retenus. Son implication dans le processus décisionnel s'arrête généralement à ce stade. Ainsi, les préférences du décideur ne sont pas explicitement prises en compte (Aouni 1988; 1998; Martel et Aouni, 1990).

Ceci constitue probablement l'une des raisons pour lesquelles Hannan (1985) a considéré le modèle du GP comme étant une méthode qui se situe entre la non-articulation et l'articulation *a priori* des préférences du décideur. Cependant, ce modèle est généralement considéré comme appartenant à la catégorie des méthodes de la PMOM avec une articulation *a priori* des préférences du décideur (Hwang *et al.*, 1980; Evans, 1984; Pongpeng et Liston, 2003).

Par ailleurs, González-Pachón et Romero (2004) considèrent que la mise en œuvre du modèle du GP nécessite la détermination de quatre ensembles, à savoir : a) l'ensemble des objectifs pertinents à une situation décisionnelle, b) l'ensemble des buts que le décideur attribue aux objectifs, c) l'ensemble des déviations correspondant à chaque objectif, et enfin, d) l'ensemble des déviations indésirables au décideur. Ils caractérisent ainsi les principes sous-tendant ce modèle par les trois axiomes suivants : l'axiome d'allocation, l'axiome de classification et l'axiome de choix. Le premier axiome présuppose que le décideur peut attribuer à chaque objectif un but satisfaisant. Le deuxième axiome implique que le décideur a la possibilité de caractériser chaque objectif selon l'une des trois relations suivantes : a) au moins autant que le but déterminé, b) au maximum comme le but déterminé, et, c) égal au but spécifié. Cet axiome équivaut à déterminer le type de déviations indésirables pour chaque but; il peut s'agir ainsi de minimiser la déviation négative, ou la déviation positive, ou la somme des déviations négative et positive. Le troisième axiome, selon González-Pachón et Romero (2004), stipule que le décideur choisit pour chaque objectif l'une des trois relations citées ci-dessus comme représentant sa relation de préférence pour cet objectif. Cette relation implique d'une part, dans le GP la minimisation d'une certaine fonction des déviations; et d'autre part, que les solutions qui se rapprochent le plus du but spécifié sont préférées à celles qui s'en éloignent (González-Pachón et Romero, 2004).

Le modèle du GP ne se limite pas à sa version standard. D'autres formes ont été développées et correspondent, en fait, aux différentes variantes du modèle du GP (Romero, 1991). Chaque variante correspond à une manière particulière et différente d'introduire l'information relative aux préférences du décideur. Par conséquent, il s'avère possible, comme l'ont souligné Aouni et Kettani (2001), d'appliquer les classifications d'Evans (1984) et de Hwang *et al.* (1980) relatives aux méthodes de la PMOM, selon le

moment d'introduction des préférences du décideur, au modèle du GP pour ses différentes variantes. De plus, Pongpeng et Liston (2003) considèrent que les préférences du décideur («subjective inputs» selon eux) peuvent être formulées par le biais de plusieurs éléments : un ensemble de buts, des coefficients de pondération et une fonction d'utilité.

Les principales variantes du modèle du GP qui s'avèrent être les plus utilisées (Romero, 1991, 2004; Tamiz *et al.*, 1995) sont le GP pondéré et le GP lexicographique. Il existe, cependant, d'autres variantes qui semblent être toutes aussi pertinentes et qui devraient être vraisemblablement plus utilisées.

Dans la section suivante, nous nous intéressons, sans être exhaustif, à différentes variantes du modèle du GP généralement utilisées dans des situations décisionnelles caractérisées par un environnement certain.

2.3. Les principales variantes du modèle du GP

De nos jours, dans un environnement complexe et multiforme, les décideurs doivent faire face à une multitude de situations décisionnelles aussi diverses les unes que les autres. Par conséquent, l'information disponible relative à ces différentes situations va différer selon les cas. Plusieurs variantes du modèle du GP, pouvant être utiles à la modélisation des différents types d'information disponible, ont été développées. Dans la présente section, nous allons présenter certaines de ces variantes, parmi lesquelles nous retrouvons les plus utilisées, les versions dites pondérée et lexicographique. Ces dernières seront illustrées à l'aide d'un exemple numérique.

2.3.1. Le modèle du GP pondéré

Le GP standard, à l'instar des autres modèles de la PMOM, pose certains problèmes en termes, par exemple, d'incommensurabilité des unités de mesure et de représentation inadéquate des préférences du décideur. Le GP pondéré (GPP) tente de pallier à certaines de ces insuffisances. La particularité de cette variante consiste en l'introduction dans le

GP standard des coefficients d'importance w_i . Le GPP se présente ainsi sous la forme suivante :

Programme 2.3 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^p (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-)$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

w_i^+, w_i^- : représentent les coefficients d'importance relative attribués aux déviations positives et négatives respectivement.

Pour mieux illustrer la formulation du GPP, nous utilisons l'exemple (tiré d'Anderson *et al.*, 2005) suivant :

Exemple 2.1 :

Le département marketing d'un constructeur de voitures voudrait, dans le cadre du lancement d'un nouveau modèle de luxe, envoyer des invitations pour tester ce modèle à deux groupes cibles de clients, à savoir : a) les propriétaires de ce type de véhicule que produit le dit constructeur (clients établis), et, b) les propriétaires de voitures de luxe produites par les concurrents (nouveaux clients potentiels). Le coût d'envoi d'une invitation personnalisée est estimé à 1\$ par lettre. L'entreprise estime que 25% des clients établis et 10% des nouveaux clients potentiels contactés vont tester le nouveau modèle. Dans le cadre de la campagne promotionnelle de l'entreprise, le responsable marketing établit les trois objectifs suivants :

- attirer au moins 10 000 clients établis pour effectuer le test ($g_1 = 40\ 000$);
- attirer au moins 5000 nouveaux clients potentiels pour effectuer le test ($g_2 = 50\ 000$);
- limiter les coûts d'envoi des invitations à 70 000\$ ($g_3 = 70\ 000$).

Nous supposons, dans cet exemple, que le gestionnaire accorde les coefficients d'importance relative aux déviations à minimiser et associées aux trois objectifs comme suit : 0,3 pour la déviation négative relative au premier objectif; 0,2 pour la déviation négative relative au deuxième objectif et 0,5 pour la déviation positive relative à l'objectif du coût. Nous désignons par :

x_1 : le nombre de lettres à envoyer au groupe des clients établis;

x_2 : le nombre de lettres à envoyer au groupe des nouveaux clients potentiels.

Ainsi, la formulation mathématique de l'exemple 3.1, selon le modèle du GPP, prend la forme suivante :

Programme 2.4 : Minimiser $Z = w_1^- \delta_1^- + w_2^- \delta_2^- + w_3^+ \delta_3^+$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\ 000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\ 000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\ 000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

La solution de cet exemple, obtenue à l'aide du logiciel Lindo 6.0, est présentée dans le tableau 2.1 comme suit :

Tableau 2.1 : Résultats de la solution de l'exemple 3.1

Variables de décision	Variables d'écart δ_i	Fonction économique
$x_1 = 40\ 000$	$\delta_1^+ = 0 ; \delta_1^- = 0$	$Z = 4\ 000$
$x_2 = 30\ 000$	$\delta_2^+ = 0 ; \delta_2^- = 20\ 000$	
	$\delta_3^+ = 0 ; \delta_3^- = 0$	

La valeur de la fonction économique Z indique que les buts dans cet exemple n'ont pas pu être complètement atteints. La lecture des variables d'écart associées aux trois buts démontre que les buts relatifs au premier et au troisième objectifs ont pu être atteints. Cependant, le but relatif à l'objectif 2 n'a pas pu être atteint complètement, en ce sens qu'attirer 5 000 nouveaux clients potentiels exigeraient l'envoi de 50 000 lettres d'invitation, alors que dans la solution de l'exemple 2.1 le but n'est réalisé qu'à hauteur de 30 000 lettres. Ceci se traduit par un «manque à gagner» au niveau de cet objectif, ce qui explique la valeur de la déviation négative relative à ce but $\delta_2^- = 20\ 000$. De plus, nous pouvons remarquer, selon cet exemple, que les objectifs ayant reçus des valeurs de coefficients d'importance relative plus importantes ont été complètement satisfaits.

Les modèles du GP standard et du GPP présentent certains inconvénients dus en partie à la procédure d'agrégation utilisée. En effet, cette procédure implique d'une part d'agréger des déviations relatives à des buts exprimés en différentes unités (buts incommensurables), d'autre part les valeurs fixées pour les objectifs peuvent être significativement différentes (échelles de mesure différentes selon les objectifs concernés) (Romero, 1991). Dans ce dernier cas, c'est comme si on attribuait, en plus des coefficients w_i , un autre coefficient non désiré aux objectifs ayant de plus grandes valeurs et par conséquent, le modèle peut ne pas refléter adéquatement les préférences du décideur (Romero, 1991). Afin de remédier à ces limites, des techniques de normalisation telles que la normalisation Euclidienne et la normalisation avec pourcentages ont été développées dans la littérature (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1995, 1998). Cette dernière

technique consiste à exprimer les objectifs en termes de pourcentages. Pour ce faire, il suffit de diviser les expressions mathématiques des différents objectifs par leur côté droit et de les multiplier par 100. Romero (1991) considère que c'est une méthode simple qui convient particulièrement bien aux situations décisionnelles modélisées par des fonctions de pénalité.

La version pondérée du modèle du GP appartient essentiellement aux méthodes intégrant *a priori* l'information relative à la structure de préférence du décideur. En effet, les coefficients w_i sont généralement fixés au tout début du processus décisionnel. Il peut s'avérer intéressant que l'interprétation et la détermination de tels coefficients s'inscrivent dans une procédure interactive au lieu de les introduire dans le processus après les avoir fixés au départ d'autant plus qu'il faut trouver le jeu des coefficients qui respecte les préférences du décideur. À ce propos, Lee et Olson (1999) n'excluent pas l'utilisation interactive du modèle du GPP et soulignent que Piech et Rehman (1993) ont ignoré cette possibilité lorsqu'ils ont souligné que le GPP, comparé à deux autres méthodes multicritères, fournit une information relativement plus pauvre au décideur parce que ne fournissant qu'une seule solution.

Les coefficients w_i , en fait, représentent le paramètre permettant d'introduire, en partie, l'information préférentielle du décideur dans le modèle du GP. En effet, ils permettent de révéler l'importance relative qu'accorde le décideur aux différents objectifs. Ainsi, plus le décideur donne de l'importance à un objectif et donc à sa réalisation, plus il souhaitera pénaliser la déviation relative à cet objectif en assignant une plus grande valeur aux coefficients w_i .

Kettani *et al.* (2004) considèrent que les coefficients w_i jouent un double rôle, à savoir : a) la normalisation des différentes unités de mesure des objectifs; et b) la valorisation des objectifs. En fait, les poids des critères peuvent être scindés en deux composantes distinctes qui correspondent aux deux rôles. La composante relative au rôle de valorisation est considérée comme étant fonction du degré de réalisation des objectifs et non pas comme constante. Ceci peut permettre d'obtenir une modélisation plus flexible et plus fidèle de la représentation du décideur. En outre, Zeleny (1982) avait souligné que

les coefficients de pondération font référence à deux sortes de composantes : objectives et subjectives. Les composantes subjectives reflètent le système de valeur propre au décideur (dimensions sociales, culturelles, organisationnelles, traditionnelles et environnementales). Les composantes objectives quant à elles renferment l'information intrinsèque contenue dans les évaluations des différentes alternatives.

Ainsi, dans le modèle du GPP, les préférences du décideur sont introduites, en plus des buts, par le biais des coefficients de l'importance relative w_i . Ces derniers permettent de révéler le poids qu'accorde le décideur aux différents objectifs et peuvent jouer le rôle de compromis ou de «trade-off», c'est-à-dire, combien le décideur est prêt à concéder d'un objectif au profit d'un autre objectif. Toutefois, la fixation et l'interprétation de tels coefficients demeurent un problème d'actualité. Guitouni *et al.* (1999) soulignent que les coefficients d'importance relative peuvent avoir différentes interprétations. Il est à noter qu'il peut être difficile pour le décideur, dans certains cas, de déterminer les coefficients d'importance relative, d'où la difficulté d'obtenir une information utilisable ou valide sur ses préférences (Zeleny, 1974-a; Ringuest et Gulledege, 1983; Martel et Aouni, 1990; Roy et Mousseau, 1996; Aouni, 1998, Guitouni *et al.*, 1999).

Dans la version lexicographique du modèle du GP, l'importance relative des objectifs est représentée par le regroupement de ces derniers dans différentes classes d'importance. Ainsi, dans cette variante, le décideur doit classer les objectifs par ordre de priorité. Cette variante sera présentée dans la prochaine sous-section.

2.3.2. Le modèle du GP lexicographique

La version lexicographique du GP est celle qui a connu le plus d'applications dans divers domaines. Romero (1991) recense plus de 226 cas d'applications pour le Goal Programming Lexicographique (GPL) ou Preemptive GP, contre 77 cas seulement pour le GPP qui vient en deuxième position. Tamiz *et al.* (1995) ont à leur tour recensé que 64% des applications concernent le GPL tandis que 21% d'entre elles concernent le GPP.

Dans la variante du GPL, les objectifs sont classés par ordre de priorité, selon l'importance relative que leur accorde le décideur. Les objectifs sont ainsi rangés dans

différentes classes qui correspondent aux différents niveaux de priorité qu'aura fixé le décideur. Il se peut qu'un niveau de priorité donné soit composé d'un seul objectif tandis qu'un autre sera composé de plusieurs objectifs.

La formulation mathématique correspondante à la variante du GPL se compose d'un vecteur ordonné L des déviations relatives aux différents objectifs, qui implique une minimisation dans l'ordre des différents niveaux de priorité q (Romero, 1991; 2004).

Le programme mathématique du GPL s'écrit comme suit :

$$\text{Programme 2.5 : } \quad \text{Lex. min.}_{x \in X} L = [l_1(\delta^-, \delta^+), l_2(\delta^-, \delta^+), \dots, l_q(\delta^-, \delta^+)]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

q : représente le nombre de niveaux de priorité;

L : est le vecteur ordonné des q niveaux de priorité.

Il est à préciser qu'à chaque niveau inférieur au premier niveau de priorité une nouvelle contrainte s'ajoute au système usuel des contraintes. Cette contrainte consiste en la valeur minimale obtenue pour tout niveau L_{q-1} à l'étape $q-1$. De plus, il est à noter que le nombre de niveaux de priorité q est inférieur ou égal au nombre d'objectifs p ($q \leq p$).

Afin d'illustrer la variante lexicographique du GP, nous reprenons ici l'exemple 2.1 sous une version légèrement modifiée. Nous déterminons pour cela deux niveaux de priorité où les déviations relatives à un niveau donné sont considérées comme ayant la même importance. Ces niveaux de priorité se présentent comme suit :

- Niveau de priorité 1 : les objectifs 1 et 2;
- Niveau de priorité 2 : l'objectif 3.

Nous pouvons ainsi établir la forme analytique des composantes du vecteur L , et ce, comme suit :

$$l_1(\delta^-, \delta^+) : \delta_1^- + \delta_2^-;$$

$$l_2(\delta^-, \delta^+) : \delta_3^+.$$

Cet exemple peut être formulé, à l'aide du modèle du GPL, de la manière suivante :

Programme 2.6 : Lex. min. $L = [(\delta_1^- + \delta_2^-), (\delta_3^+)]$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\ 000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\ 000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\ 000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

Pour procéder à la résolution du programme 2.6, il est nécessaire en premier lieu de minimiser dans un sous-programme (programme 2.6.1) les variables d'écart situés au premier niveau (l_1). Ainsi, dans le programme 2.6.1, nous cherchons à minimiser les déviations δ_1^- et δ_2^- .

Programme 2.6.1 : Minimiser $L_1 = \delta_1^- + \delta_2^-$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\ 000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\ 000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\,000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

La solution de ce programme mathématique est résumée dans le tableau 2.2 suivant :

Tableau 2.2 : Résultats de la solution du programme 2.6.1

Variables de décision	Variables d'écart δ_i
$x_1 = 40\,000$	$\delta_1^+ = 0 ; \delta_1^- = 0$
$x_2 = 50\,000$	$\delta_2^+ = 0 ; \delta_2^- = 0$
	$\delta_3^+ = 20\,000 ; \delta_3^- = 0$

Après avoir obtenu la solution décrite dans le tableau 2.2, il est nécessaire de minimiser la déviation relative au deuxième niveau de priorité. Ceci est représenté dans le programme 2.6.2. auquel de nouvelles contraintes sont ajoutées de la manière suivante :

Programme 2.6.2 : Minimiser $L_2 = \delta_3^+$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\,000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\,000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\,000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_1^- = 0;$$

$$\delta_2^- = 0;$$

$$\delta_i^- \geq 0 \text{ pour } i = 3;$$

$$\delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

Nous pouvons constater que les nouvelles contraintes additionnées au programme 2.6.2 correspondent aux valeurs minimales obtenues pour L_1 . La solution de ce programme est présentée dans le tableau 2.3 suivant :

Tableau 2.3 : Résultats de la solution de l'exemple 3.1 modifié

Variables de décision	Variables d'écart δ_i
$x_1 = 40\ 000$	$\delta_1^+ = 0 ; \delta_1^- = 0$
$x_2 = 50\ 000$	$\delta_2^+ = 0 ; \delta_2^- = 0$
	$\delta_3^+ = 20\ 000 ; \delta_3^- = 0$

Nous pouvons remarquer que la solution présentée au tableau 2.3 ne diffère pas de la solution obtenue de la minimisation du premier niveau de priorité et résumée dans le tableau 2.3. En ce sens, aucune amélioration n'est apportée à la solution du programme 2.6.1. En outre, le niveau de priorité L_2 étant le dernier niveau de priorité à considérer, la solution au programme 2.6.2 constitue la solution du programme 2.6. Dans cette solution, les deux premiers buts ont été satisfaits alors que le troisième but relatif au coût d'envoi des invitations n'a pas été atteint, ce qui nous a donné une déviation positive de 20 000\$, en ce sens que le but relatif au coût est dépassé d'une valeur de 20 000\$.

Un ordre lexicographique implique comme l'indique son nom que le(s) objectif(s) appartenant à un niveau de priorité donné q_k soient absolument préférés aux objectifs classés dans le niveau de priorité inférieur q_{k+1} et il en est de même pour leur réalisation (Romero, 1991). En fait, il s'agit non seulement d'un ordre de priorité mais d'un ordre restrictif, voire absolu, sur le premier niveau. En effet, le(s) objectif(s) appartenant au

premier niveau de priorité sont, non seulement, plus importants que ceux du deuxième niveau mais également de ceux classés dans les autres niveaux de priorité. Ainsi, il s'avère que les objectifs composant le premier niveau de priorité q_1 ou tout niveau de priorité q_k soient absolument préférés à tous les objectifs se situant aux niveaux inférieurs q_{k+n} . En l'occurrence, c'est comme si on s'inscrivait dans une procédure de discrémiation par rapport aux objectifs, la réalisation des objectifs appartenant à la première classe étant absolument prioritaire à la réalisation de ceux se situant à des niveaux inférieurs. En effet, en instituant ce que nous pouvons considérer comme des paliers, il est possible de limiter sensiblement l'effet de certains objectifs situés dans les niveaux inférieurs au premier niveau, et ce, de façon croissante à chaque palier inférieur.

Ainsi, dans cette variante, les préférences du décideur peuvent être prises en compte dans le modèle par le biais de deux paramètres. Elles sont en premier lieu introduites par le biais des différents niveaux de priorité q composant le vecteur L . En effet, l'ordre de priorité établi permet de révéler la structure de préférence du décideur. En deuxième lieu, dans les niveaux de priorité eux-mêmes, des coefficients d'importance (w_i) peuvent être assignés aux objectifs appartenant à chaque niveau de priorité (Ringuest et Gullledge, 1983; Romero, 2004). Ceci se traduit d'un point de vue mathématique par la formulation de la fonction objectif du GPL suivante, qui est toutefois équivalente au programme 2.4 :

$$\text{Lex. min.}_{x \in X} L = \left[\sum_{i \in I_1} (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-), \dots, \sum_{i \in I_q} (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-) \right]$$

Généralement, dans le modèle du GPL les préférences du décideur, et donc l'ordre qui en découle, sont établis *a priori*. Ainsi, le GPL peut être considéré comme étant une variante avec une intégration *a priori* des préférences du décideur. Cependant, ne se peut-il pas que ces préférences évoluent dans le temps? Lee et Olson (1999), au vu des travaux de Franz et Lee (1981), considèrent que la version lexicographique du GP peut être également utilisée de façon interactive et que le décideur peut ainsi évaluer l'impact des différentes possibilités de classement des objectifs. Jones (1979) recommande également aux gestionnaires de ne pas se limiter à un seul ensemble déterminé mais plutôt de modifier les priorités afin de leur permettre de mieux analyser les différents résultats.

Le modèle du GPL malgré sa large utilisation présente certaines limites. En effet, en plus des problèmes d'agrégation «classiques» que pose le modèle du GP de façon générale (Aouni, 1998), s'ajoute le fait qu'il est restreint plutôt aux situations décisionnelles où les préférences du décideur sont discontinues (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1998). De plus, comme l'a souligné Romero (1991), en cas de présence d'un grand nombre de niveaux de priorité dans le modèle, le rôle que jouent les objectifs situés dans les niveaux inférieurs peut être remis en cause. En effet, alors que nous sommes dans une logique multi-objectifs, il paraît légitime de s'interroger sur le rôle que jouent réellement les objectifs se situant aux niveaux inférieurs. Romero (1991) a relevé que dans un certain nombre d'articles parus dans la littérature spécialisée dont la moitié constitue des cas d'application réels, des objectifs parfois même très importants par rapport à la situation décisionnelle étudiée n'ont en fait joué aucun rôle dans le processus d'optimisation et donc dans la solution proposée parce qu'ils se situaient dans des niveaux de priorité inférieurs. Or, dans une situation décisionnelle donnée, même si la structure de préférence du décideur est considérée comme étant de nature lexicographique, ceci ne signifie pas pour autant que les objectifs qu'il situe à des niveaux inférieurs ne sont pas importants pour lui et qu'ils doivent jouer un rôle très limité, voire aucun rôle. Afin de pallier à ce problème, Romero (1991) recommande de regrouper les objectifs moins importants dans le dernier niveau de priorité comprenant des objectifs qui sont pris en compte dans l'obtention de la solution. De plus, il préconise d'assigner à ces derniers des coefficients d'importance w_i qui les différencient des objectifs (moins importants) introduits en dernier.

Le fait que les principales variantes utilisées soient le GPL et GPP peut démontrer une certaine «rigidité» dans l'utilisation du modèle du GP. En effet, vu la pluralité et la diversité des situations décisionnelles auxquelles sont confrontés les décideurs, nous nous posons la question si le fait d'utiliser deux variantes principalement pour modéliser ces situations, n'est pas un peu restrictif. L'utilisation quasi-systématique des mêmes variantes donne l'impression que la plupart des situations modélisées avaient les mêmes caractéristiques. Il faut veiller à ce que le choix de la variante du modèle du GP se fasse avec soin en prêtant une attention particulière aux préférences du décideur. Il faut veiller

à ce que le choix de la variante du modèle du GP se fasse en étroite collaboration entre le décideur et l'homme d'étude.

La troisième variante du GP que nous présentons dans la prochaine sous-section a été développée par Flavell (1976) à l'issue d'un cas d'application dans une entreprise. Cette variante introduit une nouvelle variable dans le modèle du GP qui consiste en le maximum des écarts entre les objectifs et les buts à atteindre. Il s'agit de minimiser cette variable qui doit être supérieure ou égale aux déviations à minimiser, associées aux différents objectifs (Lee et Olson, 1999). C'est ainsi qu'aux versions «classiques» du GPP et GPL, a été ajoutée celle du GP MINMAX.

2.3.3. Le modèle du GP MINMAX

Le Goal Programming MINMAX (GPM) fait partie des variantes les plus anciennes du GP (Romero, 2004). Hormis la fonction objectif en elle-même, les variantes pondérée et MINMAX du modèle du GP sont assez similaires (Lee et Olson, 1999; 2004). La fonction objectif de cette variante consiste en la minimisation du maximum de la somme des déviations relatives aux différents objectifs (Romero, 1991). En d'autres termes, il s'agit de minimiser la déviation la plus importante et donc la moins appréciée par le décideur (Ignizio, 1982-b, 1983).

La formulation mathématique du GPM se présente généralement comme suit :

Programme 2.7 : Minimiser z

Sujet aux contraintes :

$$w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+ \leq z \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

z : représente la déviation maximale.

Selon Romero *et al.* (1998) et Tamiz *et al.* (1998), lorsque les valeurs de l'ensemble des buts introduits dans le modèle du GPM sont des valeurs idéales, la solution générée par ce modèle est une solution parfaitement équilibrée par rapport aux différents buts. Dans ce cas, et dû à la caractéristique du parfait équilibre de la solution, la fonction d'utilité sous-jacente du GPM est souvent dénommée fonction Rawlsienne. Toujours selon les mêmes auteurs, cette fonction d'utilité sera dénommée quasi-Rawlsienne lorsque, dans le cas plus général et pour n'importe quel ensemble de buts, la solution obtenue est proche ou coïncide avec une solution de type Rawlsien, autrement dit parfaitement équilibrée. Une solution parfaitement équilibrée correspond à une solution où les écarts pondérés entre les valeurs idéales (g_i^*) et les niveaux de réalisation des différents objectifs sont équivalents. Ceci est représenté par la formulation mathématique suivante :

$$\frac{W_1}{K_1} [g_1^* - f_1(x)] = \dots = \frac{W_i}{K_i} [g_i^* - f_i(x)] = \dots = \frac{W_p}{K_p} [g_p^* - f_p(x)]$$

Cependant, Ogryczak (2001-a, 2001-b) et Ganjavi *et al.* (2002) ont souligné et démontré que l'existence d'une solution parfaitement équilibrée n'est valable que dans certains cas bien précis et que par conséquent il n'est pas possible de généraliser, du moins pas avec la formulation proposée par Romero *et al.* (1998).

Le GPM utilise à son tour des coefficients de pondération w_i pour introduire une information relative aux préférences du décideur. Il en ressort que cette variante peut être classée dans la catégorie des variantes s'appuyant essentiellement sur la modélisation *a priori* des préférences du décideur. Il s'agit principalement pour ce dernier de fixer les buts afin de déterminer les déviations, auxquelles des coefficients d'importance sont assignés, et d'en minimiser le maximum.

Bien que le modèle du GP soit généralement considéré comme étant un modèle linéaire, certaines applications du GP ont induit des formulations non-linéaires (Tamiz *et al.*, 1998). Dans la prochaine sous-section, nous présentons deux versions possibles du modèle du GP non-linéaire, à savoir le GP fractionnel et le GP polynomial.

2.3.4. Le modèle du GP non-linéaire

Les applications du modèle du GP relevées dans la littérature relative à ce domaine et ayant induit des cas non linéaires ont principalement concerné le domaine de l'ingénierie, mais aussi celui de la planification financière et celui des choix des investissements (Romero, 1991; Lee et Olson, 1999). Le modèle du Goal Programming Non-Linéaire (GPNL) correspond aux situations décisionnelles où la forme analytique des objectifs (niveaux de réalisation) est non-linéaire et où la relation entre les déviations dans la fonction objectif peut aussi être non-linéaire (Romero, 1991). Ainsi, la forme analytique du modèle du GPNL peut correspondre, selon les cas, soit à une fonction économique polynomiale, soit à une fonction où les objectifs sont sous forme de fractions (Romero, 1991). Cette seconde forme correspond à un cas particulier du GPNL, plus connu sous le nom de GP fractionnel. Cette variante convient aux situations où les objectifs prennent la forme de ratios, comme c'est souvent le cas, par exemple, dans le domaine financier et dans la gestion prévisionnelle de façon générale (Romero, 1991; Lee et Olson, 1999), tels que le ratio de rendement sur investissement et le rapport dettes/capitaux propres (Kornbluth et Steuer, 1981). Nous retrouvons dans Kornbluth et Steuer (1981) une formulation du modèle du GP fractionnel linéaire basée sur la méthode de Charnes et Cooper (1962), où les objectifs sous forme de ratios sont composés de numérateurs et de dénominateurs linéaires. Selon Charnes et Cooper (1962), cette méthode permet de remplacer tout programme mathématique fractionnel linéaire par deux programmes linéaires au maximum équivalents au programme d'origine, et ce, par un changement de variable. Dans ce qui suit, nous présentons les formulations mathématiques du GP fractionnel et du GPNL.

Le programme mathématique du GP fractionnel s'écrit ainsi :

$$\text{Programme 2.8 :} \quad \text{Minimiser } Z = \sum_{i=1}^p (w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+)$$

Sujet aux contraintes :

$$\frac{f_{1i}(x)}{f_{2i}(x)} + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Quant au modèle du GPNL, il se présente comme suit :

$$\text{Programme 2.9 : } \quad \text{Minimiser } Z = \sum_{i=1}^p (w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+)$$

Sujet aux contraintes :

$$\prod_{j=1}^n a_{ij} x_j^{b_j} + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

Selon Romero (1991), pour la résolution de ces programmes non-linéaires, il est généralement fait recours à de simples transformations mathématiques où les objectifs non-linéaires sont transformés en objectifs linéaires, et ce, afin d'éviter les complications dues à l'utilisation des algorithmes du GPNL. Ces transformations mathématiques consistent en général pour le GP fractionnel à multiplier le dénominateur de l'objectif par la valeur du but lui correspondant (Awerbuch *et al.*, 1976; Romero, 1991). Pour le GPNL où les objectifs prennent une forme polynomiale, il est généralement fait recours à des transformations logarithmiques. Or, dans les deux cas cités ci-dessus (objectifs fractionnels ou polynomiaux) ces transformations ne concernent que l'expression mathématique de l'attribut ($f_i(x)$) et ne sont pas appliquées aux déviations négatives et positives des buts correspondants (Romero, 1991). En d'autres termes, et à titre d'exemple, les déviations ne sont pas multipliées par le dénominateur $f_{2i}(x)$ du programme mathématique 2.6, comme ceci est illustré dans le programme suivant:

$$f_{1i}(x) - g_i f_{2i}(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = 0 \quad (2.8.1)$$

Cependant, d'un point de vue mathématique, il est plus correct de multiplier également g_i par les déviations δ_i^- et δ_i^+ , ce qui nous donne :

$$f_{1i}(x) + [\delta_i^- - \delta_i^+ - g_i] f_{2i}(x) = 0 \quad (2.8.2)$$

Il est ainsi aisé de constater, comme l'a fait remarquer Romero (1991), que les formulations (2.8.1) et (2.8.2) ne sont pas équivalentes et par conséquent peuvent aboutir à des solutions différentes. De plus, ce type de linéarisation directe peut aboutir à des solutions inférieures et même à des résultats erronés. Le même problème se pose pour le GPNL où le logarithme n'est pas appliqué aux déviations (Romero, 1991).

Bien que Romero (1991) émette des réserves à l'égard de ces pratiques de linéarisation directe, il souligne cependant que les buts fractionnels peuvent être directement linéarisés dans certains cas. Selon cet auteur, ces cas peuvent être identifiés grâce aux tests de Soyster et Lev (1978) et Hannan (1977, 1981-a) qui avaient souligné les difficultés associées à la procédure de linéarisation directe des objectifs fractionnels. Quand aux buts polynomiaux, ils ne peuvent être, en général, directement linéarisés et il est préférable, selon Romero et Amador (1986) et Romero (1991), d'avoir recours aux algorithmes du modèle du GPNL en particulier dans le domaine de l'ingénierie. Néanmoins, pour résoudre ce type de programme mathématique, il existe différents procédés de linéarisation. Pour les cas non-linéaires, Jones et Tamiz (1995), par exemple, utilisent une procédure de linéarisation empruntée à Williams (1978) puis les modélisent par des fonctions de pénalité.

Par ailleurs, Goedhart et Spronk (1995) ont proposé un modèle de GP fractionnel pour les contextes de planification financière. Leur modèle est basé sur une procédure interactive où l'ensemble des solutions efficaces est progressivement réduit, et ce, au fur et à mesure que le décideur ajuste les valeurs des buts qu'il a spécifié préalablement. Il est à noter que les valeurs initiales des buts que fixe le décideur dans cette procédure, sont des valeurs minimales qui vont être revalorisées à chaque itération, jusqu'à ce que celui-ci juge une solution obtenue comme étant la plus satisfaisante. Ohta et Yamaguchi (1996) ont proposé un modèle de GP fractionnel qui permet de prendre en considération l'imprécision relative aux paramètres relatifs à certains contextes décisionnels.

Récemment, Caballero et Hernández (2006) soulignent le nombre peu élevé des références relatives au GP fractionnel, et proposent une méthode de résolution de ce modèle, basée sur un modèle linéaire correspondant, qui permet, selon eux et si elles existent, d'identifier les solutions qui permettent d'atteindre tous les buts. En outre, ils développent une technique de restauration, basée sur le GPM et dénommée «Minimax Straight Restoration Technique», qui tente de maximiser simultanément les variables désirées (dans leur article, les déviations positives relatives aux différents objectifs), et ce, avec le même pourcentage.

Dans le modèle du GPNL, les préférences du décideur sont intégrées par le biais du paramètre des coefficients de pondération w_i . De façon générale, le GPNL fait plutôt partie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur. Toutefois, cette variante peut également utiliser des méthodes interactives, où le décideur peut réviser l'information fournie au préalable (Evans, 1984; Lee et Olson, 1999) et cette variante peut donc éventuellement, dans certains cas, être rangée dans la catégorie des méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur.

Les formulations du GP et certaines de ces variantes impliquent l'utilisation d'unités de mesure incommensurables, où les échelles de mesure utilisées peuvent induire une pondération implicite et non désirée. C'est ainsi que dans le modèle du GP, le recours à des méthodes de normalisation telle que la technique de normalisation euclidienne s'avère être nécessaire afin d'obtenir des unités de mesure comparables. De plus, le modèle du GP traite les déviations positives et négatives indifféremment et n'intègre pas suffisamment les préférences du décideur. Par ailleurs, les variantes du GP supposent que les valeurs des buts fixées pour chaque objectif sont des valeurs déterministes et précises. Or, dans certains cas, le décideur peut ne pas être en mesure de fournir une information aussi précise. Afin de recentrer le rôle du décideur dans le processus décisionnel, tout en remédiant aux difficultés liées à la procédure d'agrégation du modèle du GP, Martel et Aouni (1990) ont proposé une nouvelle formulation de ce modèle présentée ci-dessous.

2.3.5. Le Goal Programming incluant des fonctions de satisfaction

Nous avons pu voir que le modèle du GP dans ses diverses formulations traite différemment l'information relative à la structure des préférences du décideur. Cependant, il apparaît que dans la plupart de ces formulations, les préférences du décideur ne sont pas prises en compte de façon explicite.

Martel et Aouni (1990) ont reformulé le modèle du GP en développant le concept de fonction de satisfaction. Le modèle du GP incluant des Fonctions de Satisfaction (GPFS) permet d'intégrer explicitement les préférences du décideur. Ces fonctions sont établies par le décideur qui peut les spécifier différemment en fonction de chaque but, et selon que la déviation soit négative ou positive. Par ailleurs, cette formulation du GP peut être utilisée aussi bien dans les cas où les actions sont discrètes que dans les cas où elles sont continues.

Le concept des fonctions de satisfaction s'inspire de la notion du critère généralisé de la méthode PROMETHEE («Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation») (Brans *et al.*, 1984). Les fonctions de satisfaction reflètent le degré de satisfaction du décideur à l'égard des déviations constatées entre les valeurs des buts fixées et celles obtenues par une solution donnée. Ces fonctions sont des fonctions qui varient entre 0 et 1 et qui sont monotones décroissantes par rapport aux déviations car elles varient inversement avec la valeur de ces déviations (voir la figure 2.1). Ainsi, plus la déviation sera proche du 0, plus le décideur sera satisfait, et par conséquent la fonction de satisfaction correspondante à l'objectif en question sera proche du 1. En revanche, si la déviation croît, la satisfaction du décideur diminuera jusqu'à devenir nulle si la déviation atteint un certain seuil noté par α_{io} . Ainsi, tel que l'a indiqué Aouni (1998), tout en maximisant la satisfaction du décideur, les déviations (δ_i) sont en fait minimisées. En outre, les fonctions de satisfaction utilisent trois types de seuils de préférence qui sont comme suit :

- des seuils d'indifférence (α_{id}) où sur un objectif i , le décideur est totalement satisfait tant que la déviation ne dépasse pas ce seuil;

- des seuils de satisfaction nulle (α_{io}) où sur un objectif i , le décideur n'est pas réellement satisfait si la déviation associée à la solution atteint ce seuil, mais ne la rejette pas;
- et des seuils de *veto* (α_{iv}) qui rendent toute solution, dont au moins une déviation dépasse l'un de ces seuils, inadmissible.

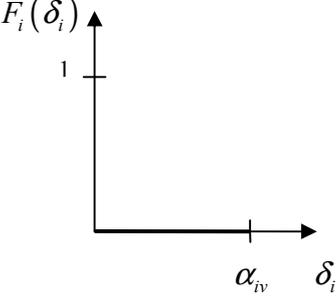
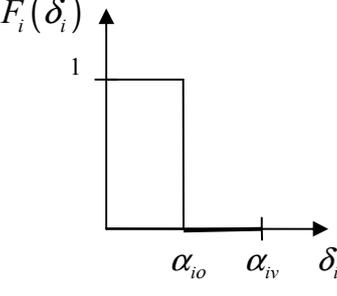
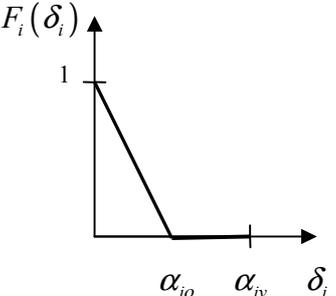
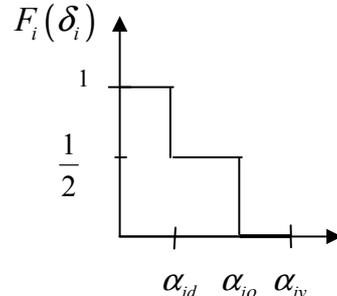
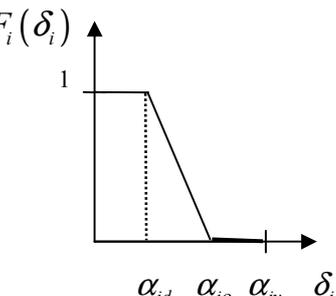
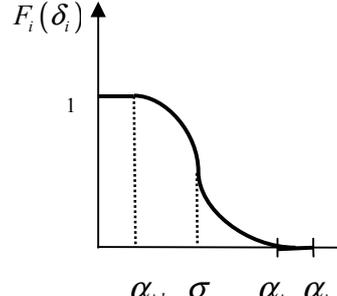
Type de fonction	Forme analytique	Type de fonction	Forme analytique
 <p>Type I</p>	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i = 0 \\ 0, & 0 < \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$	 <p>Type II</p>	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \alpha_{io} \leq \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$
 <p>Type III</p>	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1 - \frac{\delta_i}{\alpha_{io}}, & \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \alpha_{io} \leq \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$	 <p>Type IV</p>	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i \leq \alpha_{id} \\ \frac{1}{2}, & \alpha_{id} < \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \alpha_{io} \leq \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$
 <p>Type V</p>	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i \leq \alpha_{id} \\ \frac{\alpha_{io} - \delta_i}{\alpha_{io} - \alpha_{id}}, & \alpha_{id} < \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$	 <p>Type VI</p>	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} e^{-\delta_i^2/2\sigma^2} & \text{si } \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$

Figure 2.1: Les six types de fonctions de satisfaction

Dans la figure 2.1, la fonction de type VI représente une forme générale de fonction de satisfaction. En plus de cette dernière, Martel et Aouni (1990) ont mis à la disposition du décideur, parallèlement aux fonctions développées dans la méthode PROMETHEE, cinq autres types particuliers des fonctions représentées dans la figure 2.1. Ces six fonctions permettent de modéliser plusieurs types de préférences. Ainsi, par exemple, les fonctions de type escalier (IV) conviennent particulièrement aux cas où les préférences sont discrètes. De plus, les fonctions où un intervalle $[0, \alpha_{id}]$ par exemple est déterminé, peuvent convenir aux cas où les buts ne peuvent être fixés avec précision (Aouni, 1998) (ce point sera discuté dans la prochaine section). Néanmoins, il est important de souligner que ces six fonctions de satisfaction ne constituent en aucun cas une liste restrictive ni exhaustive, au contraire, le décideur peut spécifier d'autres types de fonctions selon sa propre structure de préférence. Les six fonctions déterminées par Martel et Aouni (1990) ne l'ont été que pour constituer un cadre de référence général auquel peuvent se référer les décideurs et les analystes.

Le programme mathématique (2.3), présenté précédemment, a été reformulé comme suit :

$$\text{Programme 2.10 : } \underset{x \in X}{\text{Maximiser}} Z = \sum_{i=1}^p (w_i^+ F_i^+(\delta_i^+) + w_i^- F_i^-(\delta_i^-))$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où :

$F_i^+(\delta_i^+)$, $F_i^-(\delta_i^-)$: représentent respectivement les fonctions de satisfaction relatives aux déviations positives et négatives par rapport à l'objectif i ;

Ainsi formulé, le modèle du GP permet, d'une part, de pallier au problème d'incommensurabilité des échelles de mesure, vu que les fonctions de satisfaction expriment des degrés de satisfaction relatifs aux différentes déviations et non plus les déviations en elles-mêmes. D'autre part, il permet d'intégrer explicitement les préférences du décideur. Cette nouvelle formulation du GP convient aussi bien aux cas déterministes qu'aux cas caractérisés par un environnement imprécis et incertain. Il peut aussi bien convenir aux situations décisionnelles où le décideur dispose d'une information précise comme à celles où il ne dispose que d'une information partielle, incomplète ou incertaine.

Concernant la prise en compte des préférences du décideur dans le modèle du GP avec les fonctions de satisfaction, elle se fait en premier lieu d'une manière «classique» par l'entremise des coefficients de pondération w_i . En deuxième lieu, nous considérons qu'elle se fait par l'entremise des fonctions de satisfaction en elles-mêmes. En ceci, elles expriment avant tout une intensité de préférence relative aux différents degrés d'atteinte des objectifs. De plus, elles sont établies à l'aide de différents seuils dont les seuils de *veto* qui permettent au décideur d'exprimer, implicitement, l'importance relative des différents objectifs, et ce par exemple en attribuant au seuil de *veto* une valeur très petite sur un objectif important comparativement à un autre (Aouni, 1998). En outre, il est à souligner que l'utilisation de ces seuils fait en sorte que ce modèle est partiellement non compensatoire; en ce sens qu'une mauvaise performance sur l'un des objectifs ne peut être compensée complètement par une bonne performance sur d'autres objectifs.

Le modèle du GP avec les fonctions de satisfaction peut être aussi bien classé dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur, comme dans celle avec une articulation progressive de ces préférences. En effet, l'élaboration de telles fonctions peut se faire d'une façon évolutive et progressive, et ce pour refléter le plus fidèlement possible la structure de préférence du décideur. Ce dernier peut, en effet, réviser durant le processus décisionnel, les fonctions de satisfaction qu'il aura préalablement établies, comme cela a été le cas, dans le choix de l'emplacement d'un aéroport dans le Nouveau-Québec (Martel et Aouni, 1992). De plus, dans ce cas d'application, comme nous l'avons déjà souligné, plusieurs décideurs étaient

impliqués et de ce fait les fonctions de satisfaction élaborées étaient le fruit d'un travail conjoint et d'une concertation entre ces décideurs.

En grande majorité, les variantes du GP supposent que les valeurs des buts fixées pour chaque objectif sont des valeurs déterministes et précises. Or, dans certains contextes décisionnels caractérisés par l'imprécision, le décideur peut ne pas être en mesure de fournir une information aussi précise. L'information disponible s'avère être dans ces cas de nature différente. En effet, elle peut être de nature floue ou imprécise, d'autant plus que les décideurs évoluent, de nos jours, dans un environnement de plus en plus imprécis (Zeleny, 1982; Romero, 1991, 2004; Martel et Aouni, 1996, 1998; Wang et Fu, 1997; Aouni, 1998; Chen et Tsai, 2001; Aouni *et al.*, 2005).

C'est ainsi que d'autres variantes ont été développées pour considérer ce type d'information. Parmi les principales variantes du modèle du GP qui traitent les valeurs des buts comme étant des valeurs imprécises, incertaines et floues, nous pouvons citer dans l'ordre celles du GP avec intervalles, le GP stochastique et le GP flou. Ces trois variantes feront l'objet de la prochaine section.

2.4. Les variantes du GP dans un environnement imprécis

L'imprécision caractérise, parfois si ce n'est souvent, certains contextes décisionnels. Ceci se traduit au niveau du décideur par la disponibilité d'une information partielle voire imprécise et/ou incertaine. Le décideur se retrouve ainsi dans l'incapacité de déterminer avec précision les paramètres de la situation décisionnelle. Afin de modéliser cette imprécision dans le modèle du GP, il est généralement fait recours aux fonctions de pénalité, aux fonctions d'appartenance et à la théorie des probabilités. Néanmoins, le modèle du GP à l'aide des fonctions de satisfaction permet de modéliser cette imprécision et/ou incertitude (aussi bien les valeurs floues que les valeurs imprécises et incertaines) tout en intégrant explicitement les préférences du décideur.

2.4.1. Le modèle GP avec intervalles

Dans le modèle du GP avec Intervalles (GPI), les buts spécifiés pour les différents objectifs prennent la forme d'intervalles. Afin de modéliser cette variante, il est courant d'utiliser les fonctions de pénalité (Romero, 1991, 2004; Jones et Tamiz, 1995). La première formulation du GPI a été proposée par Charnes et Collomb (1972) et a été développée par Charnes *et al.* (1976) et Charnes et Cooper (1977). Cependant, d'autres formulations du GPI utilisant les fonctions de pénalité ont été développées et proposées par différents auteurs (Kvanli, 1980; Romero, 1984; Can et Houck, 1984). Kvanli (1980) a proposé une méthode qui utilise des fonctions de pénalité de forme U et l'a appliqué à un cas de planification financière. Romero (1984), Can et Houck (1984) ont apporté des améliorations à la méthode de Kvanli (1980).

Les fonctions de pénalité sont des fonctions composées de plusieurs segments linéaires correspondant en fait au nombre d'intervalles utilisés dans le modèle. La figure 2.2 représente une fonction de pénalité à cinq côtés. Ces derniers représentent plusieurs intervalles : un intervalle «cible» représenté par $[g_c, g_d]$, et d'autres intervalles où les déviations sont pénalisées. Tant que la valeur que prend le but se situe dans l'intervalle cible, le décideur est satisfait et par conséquent aucune pénalité n'est appliquée. Au delà de cet intervalle, les déviations négatives (δ_i^-) et positives (δ_i^+) sont pénalisées selon différentes pénalités marginales correspondantes aux différents segments. Les pénalités marginales appliquées aux déviations (δ_i^-) sont annotées par α_j , tandis que celles appliquées aux déviations (δ_i^+) sont notées par β_k . De plus, lorsque les déviations dépassent une certaine valeur ($(g_c - g_a)$ pour les δ_i^- et $(g_f - g_d)$ pour les δ_i^+), une pénalité infinie est appliquée.

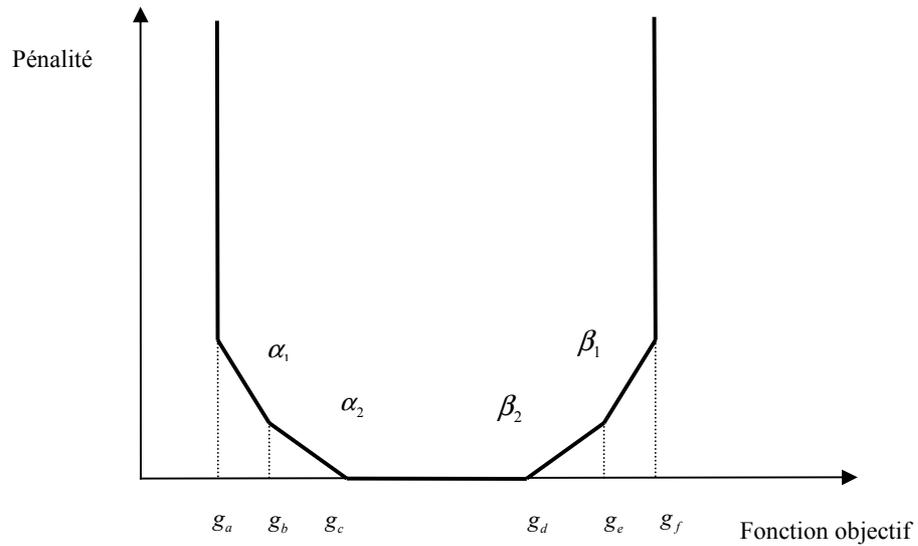


Figure 2.2 : Fonction de pénalité à 5 segments de forme U

Dans ce qui suit, nous présentons la formulation du GPI de Kvanli (1980) à l'aide des fonctions de pénalité :

Programme 2.11 : Minimiser $Z = \alpha_1 \delta_{11}^- + \alpha_2 \delta_{12}^- + \beta_2 \delta_{13}^+ + \beta_1 \delta_{14}^+$

Sujet aux contraintes :

$$f_1(x) \leq g_f,$$

$$f_1(x) + \delta_{14}^- - \delta_{14}^+ = g_e;$$

$$f_1(x) + \delta_{13}^- - \delta_{13}^+ = g_d;$$

$$f_1(x) + \delta_{12}^- - \delta_{12}^+ = g_c;$$

$$f_1(x) + \delta_{11}^- - \delta_{11}^+ = g_b;$$

$$f_1(x) \geq g_a;$$

$$x \in X;$$

$$\delta_{1j}^- \text{ et } \delta_{1j}^+ \geq 0 \text{ (pour } j = 1, 2, \dots, 4).$$

Bien que la méthode de Kvanli (1980) soit généralement représentée par des fonctions de pénalité à cinq côtés (Figure 2.2), elle peut être appliquée, selon Romero (1991), à des fonctions ayant un nombre supérieur de côtés. En effet, cet auteur considère que cette méthode revêt un caractère général et peut être facilement généralisée à des fonctions de pénalité impliquant plus de cinq côtés. Selon Romero (1991), la méthode de Kvanli (1980) ainsi présentée a permis de simplifier la méthode proposée par Charnes *et al.* (1976). Néanmoins, il révèle que la méthode de Kvanli (1980) présente un inconvénient qui consiste en un double calcul qui peut mener, à l'exception de certains cas, à des résultats erronés. Les cas d'exception, où la méthode de Kvanli (1980) produit des résultats valides, sont ceux où le niveau d'atteinte du but se situe dans l'intervalle cible ou dans les intervalles des deux premiers côtés des fonctions de pénalité. Dans les autres cas, et afin de remédier à cet effet indésirable de double calcul qui induit une valeur surestimée de la pénalité totale, Romero (1984) apporte une modification à la méthode de Kvanli (1980) et la reformule globalement de la même manière sauf pour les troisième et quatrième contraintes du programme mathématique (2.11), et ce, comme suit :

Programme 2.12 : Minimiser $Z = \alpha_1 \delta_{11}^- + \alpha_2 \delta_{12}^- + \beta_2 \delta_{13}^+ + \beta_1 \delta_{14}^+$

Sujet aux contraintes :

$$f_1(x) \leq g_f ;$$

$$f_1(x) + \delta_{14}^- - \delta_{14}^+ = g_e ;$$

$$f_1(x) + \delta_{13}^- - \delta_{13}^+ - \delta_{14}^+ = g_d ;$$

$$f_1(x) + \delta_{11}^- + \delta_{12}^- - \delta_{12}^+ = g_c ;$$

$$f_1(x) + \delta_{11}^- - \delta_{11}^+ = g_b ;$$

$$f_1(x) \geq g_a ;$$

$$x \in X ;$$

$$\delta_{1j}^- \text{ et } \delta_{1j}^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, 4).$$

Par ailleurs, Can et Houck (1984) ont développé, dans la même optique, une autre méthode pour modéliser le GP avec les fonctions de pénalité. Cette méthode permet d'une part de pallier à l'inconvénient de la méthode de Kvanli (1980), et d'autre part, offre certains avantages, en termes de temps de résolution du programme, par rapport à la version de Romero (1984), les deux méthodes (celles de Romero (1984) et de Can et Houck (1984)) produisant toutefois les mêmes résultats (Romero, 1991). Ces trois approches sont comparées et illustrées par un exemple numérique dans Romero (1991).

Par rapport au modèle du GP standard, ces diverses formulations permettent au décideur de considérer différemment les déviations négatives et positives relatives aux buts fixés dans le modèle. Cependant, Martel et Aouni (1998) relèvent que les fonctions de pénalité utilisées dans ces formulations sont linéaires et ont une forme symétrique. Ils considèrent que ces formulations se préoccupent plus de la modélisation de l'imprécision que de révéler la structure de préférence du décideur et ainsi n'impliquent pas suffisamment ce dernier. De plus, dans certaines formulations telle que celle d'Inuiguichi et Kume (1991), les valeurs de chaque but se trouvant à l'origine dans un intervalle sont supposées converger vers une valeur centrale (Aouni, 1998; Martel et Aouni, 1996; 1998). Or, le décideur est supposé ne pas avoir d'idée ou avoir une idée non précise sur les valeurs des buts. Par conséquent, toutes les valeurs exprimées en termes d'intervalles doivent être traitées de manière similaire et il n'y a pas de raison de favoriser les valeurs centrales comparativement aux autres valeurs.

Les formulations du GPI à l'aide des fonctions de pénalité peuvent être classées dans la catégorie des méthodes avec intégration *a priori* des préférences du décideur dans le sens où celui-ci est généralement plus appelé à fixer ses buts qu'à introduire ses préférences plus tard dans le processus. Dans cette variante, l'information relative aux préférences du décideur est considérée être prise en compte par les différentes pentes des segments de droite définissant les pénalités. Ces paramètres sont généralement fixés *a priori*.

Martel et Aouni (1996, 1998) ont employé leur reformulation du modèle du GP pour généraliser les formes des fonctions de pénalité et pour modéliser aussi bien les valeurs des buts floues que celles avec intervalles. Pour ce faire, ils ont proposé de fixer deux bornes, l'une supérieure (g_i^u) et l'autre inférieure (g_i^l), pour les valeurs des buts. Ainsi,

les buts annotés par ξ_i au lieu de g_i pour préciser leur nature floue et imprécise, représentent dès lors un point quelconque dans un intervalle cible donné tel que : $\xi_i \in [g_i^l, g_i^u]$ (Aouni, 1998; Martel et Aouni, 1998). De plus, les seuils d'indifférence (α_{id}) des fonctions de satisfaction sont ici utilisés pour modéliser l'imprécision relative à la situation décisionnelle. Aouni (1998) définit ces seuils comme suit :

$$\alpha_{id}^- \geq \xi_i - g_i^l;$$

$$\alpha_{id}^+ \geq g_i^u - \xi_i.$$

Pour les objectifs où les deux types de déviations positives et négatives sont minimisés par exemple, et qui se situent dans les intervalles $[0, \alpha_{id}^-]$ ou $[0, \alpha_{id}^+]$ le décideur s'avère être satisfait. En fait, il s'agit d'intervalles cibles. Hormis cette zone, les fonctions de satisfaction, qui peuvent prendre diverses formes, sont monotones décroissantes.

Ainsi, la reformulation du modèle du GP avec buts imprécis et flous telle proposée par Aouni (1998) se présente comme suit :

$$\text{Programme 2.13 : } \quad \underset{x \in X}{\text{Maximiser}} \quad Z = \sum_{i=1}^p \left(w_i^+ F_i^+ (\delta_i^+) + w_i^- F_i^- (\delta_i^-) \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = \xi_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\xi_i \in [g_i^l, g_i^u].$$

Ainsi, avec cette reformulation du modèle du GP, les préférences du décideur sont explicitées par différents paramètres. D'une part, les fonctions de satisfaction en elles-mêmes qui révèlent le degré de satisfaction du décideur par rapport aux différentes déviations sans omettre les coefficients w_i qui révèlent l'importance relative des

objectifs. D'autre part, les différents seuils (de *veto* α_{iv} , d'indifférence α_{id} ou de satisfaction nulle α_{i0}) offrent la possibilité non seulement de prendre en considération les préférences du décideur mais de modéliser aussi l'imprécision relative à certains contextes décisionnels.

Plusieurs autres formulations du GPI ont été proposées dans la littérature correspondante. La méthode de Jones et Tamiz (1995) est considérée comme la formulation du GPI la plus efficace (Vitoriano et Romero, 1999; Romero, 2004; Chang, 2006). Elle permet de modéliser plusieurs sortes de préférences du décideur en utilisant différentes sortes de fonctions de pénalité. Taguchi *et al.* (1997) ont utilisé les algorithmes génétiques pour proposer une méthode de résolution des modèles de GP non linéaires et en nombres entiers. Leur modèle ne requiert pas une méthode de linéarisation. De plus, les buts et les paramètres technologiques de leur modèle sont exprimés à l'aide d'intervalles. Vitoriano et Romero (1999) ont soulevé que l'hypothèse de décomposition des préférences sous-jacente à la plupart des approches citées ci-dessus peut conduire à des solutions non désirées vis-à-vis de certains objectifs. Ces auteurs recommandent d'utiliser une version MAXMIN du modèle du GPI pour pallier à cette insuffisance. Hämäläinen et Mäntysaari (2001; 2002) considèrent la gestion dynamique d'un système de lacs-rivière et d'un problème d'optimisation de chauffage résidentiel où les buts des décideurs sont exprimés à l'aide d'intervalles. Chang (2006) utilise les fonctions de pénalité pour formuler deux modèles de GPI pondérés. Selon Chang (2006), le premier modèle proposé est plus efficace que celui de Jones et Tamiz (1995) car introduisant moins de variables additionnelles et moins de contraintes auxiliaires tout en permettant de considérer différentes structures de préférence du décideur. Le second modèle développé par Chang (2006) combine deux approches, celles du GPI et du GP binaire mixte, considérant ainsi l'introduction de variables binaires dans le modèle. Les deux modèles proposés par Chang (2006) utilisent les coefficients de pondération pour refléter les préférences du décideur. Calvete *et al.* (2007) ont développé un modèle de «Mixed-Integer» GP pondéré pour traiter un problème de routage de taille moyenne qui prend en considération les plages horaires durant lesquelles les clients préfèrent être servis. L'importance relative

des différents objectifs considérés dans leur modèle est prise en considération par le biais des coefficients de pondération.

Certaines formulations du GPI ont été utilisées dans des contextes d'estimation. Aouni et Martel (2004) ont utilisé leur formulation du GP dans un environnement imprécis (Aouni *et al.*, 1997; Martel et Aouni, 1996; 1998) pour estimer la valeur marchande d'un ensemble de propriétés résidentielles tout en prenant en compte l'expérience et le jugement de l'expert par le biais des fonctions de satisfaction. Kharrat *et al.* (2007) ont exploité le concept des fonctions de satisfaction pour proposer un nouveau modèle d'estimation avec corrélation en série. La formulation d'Aouni *et al.* (1997) a été utilisée pour considérer l'imprécision des variables dépendantes tout en intégrant explicitement les préférences du décideur.

Certains contextes décisionnels dans un environnement imprécis induisent que le décideur ne dispose que d'une information floue et vague. La variante du GP flou, que nous présentons dans la prochaine sous-section, permet de considérer ce type de situations où les paramètres du problème sont flous.

2.4.2. Le modèle du GP flou

Le modèle du Goal Programming Flou (GPF) a été développé pour modéliser l'imprécision relative aux situations décisionnelles, situations où le décideur ne peut attribuer que des valeurs vagues et approximatives aux buts. L'article de Bellman et Zadeh (1970) constitue l'une des premières tentatives pour appliquer la théorie des ensembles flous au domaine de l'aide à la décision. Dans leur article, Bellman et Zadeh (1970) introduisent les concepts de base de la prise de décision dans un environnement imprécis (flou), tels que les notions d'objectifs et de contraintes flous. En outre, ils envisagent l'utilisation de coefficients de pondération pour refléter l'importance relative des objectifs.

Les premières formulations de PMOM en environnement flou, dont Zimmerman (1978) est le précurseur, modélisent l'imprécision relative aux buts (valeurs floues) en utilisant et reformulant le concept des fonctions d'appartenance initialement proposé par Zadeh

(1965) et Bellman et Zadeh (1970). Ce concept est repris plus tard par Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b; 1981-c) qui ont proposé les premières formulations du modèle du GPF. Selon Chanas et Kuchta (2002), les fonctions d'appartenance peuvent avoir deux interprétations principales : l'une renvoie à l'imprécision relative aux paramètres d'un contexte décisionnel, l'autre interprétation renvoie au degré de satisfaction du décideur à l'égard des valeurs des buts atteintes. En outre, les fonctions d'appartenance peuvent prendre des valeurs allant de 0 à 1. Ainsi, si l'objectif est totalement atteint, la valeur que prendra la fonction correspondante sera de 1, dans les autres cas, cette valeur variera entre 0 et 1.

Nous retenons ici la formulation de Hannan (1981-b) qui se présente comme suit :

Programme 2.14 : Maximiser $Z = \lambda$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x)/\Delta_i + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i/\Delta_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\lambda + \delta_i^- + \delta_i^+ \leq 1 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\lambda, \delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

Δ_i : représente une constante de déviation par rapport aux buts g_i fixée par le décideur.

Cette formulation implique une représentation linéaire équivalente de la fonction d'appartenance $\mu_i(x)$ suivante :

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } f_i(x) \leq g_i - \Delta_i \\ (f_i(x) - (g_i - \Delta_i))/\Delta_i, & \text{si } g_i - \Delta_i \leq f_i(x) \leq g_i \\ (g_i + \Delta_i - f_i(x))/\Delta_i, & \text{si } g_i \leq f_i(x) \leq g_i + \Delta_i \\ 0, & \text{si } f_i(x) \geq g_i + \Delta_i \end{cases}$$

Cette fonction peut être représentée sous la forme triangulaire suivante :

Fonction d'appartenance

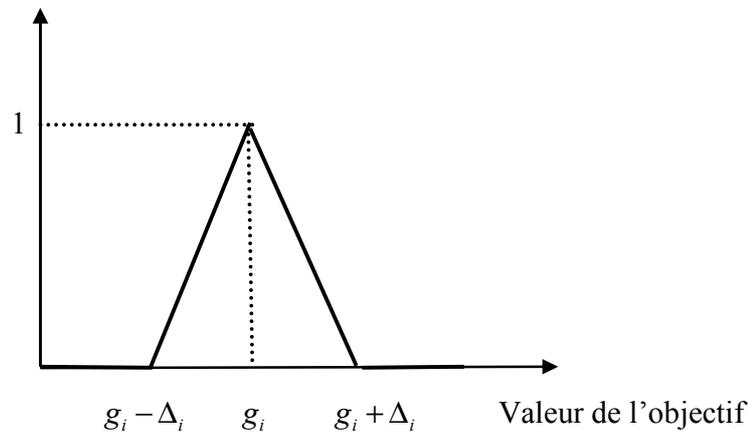


Figure 2.3 : Forme triangulaire de la fonction d'appartenance

Par rapport aux formulations classiques du modèle du GP, le développement du GPF a permis de considérer une nouvelle façon de modéliser l'imprécision relative aux paramètres des contextes décisionnels. Cependant, le modèle du GPF formulé de la sorte apparaît comme étant rigide. En d'autres termes, il ne permet pas de modéliser plusieurs types de préférence du décideur. Ignizio (1982-b) souligne le fait que les fonctions d'appartenance de forme triangulaire développées dans les travaux de Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b), ne conviennent qu'à des situations limitées et bien précises.

Martel et Aouni (1998) soulèvent les mêmes critiques aux formulations utilisées dans le GPI et le GPF. Ils considèrent, qu'en général, ces formulations se préoccupent plus de la modélisation de l'imprécision *stricto sensu*, bien qu'utilisant une approche particulière en favorisant les valeurs centrales et ne prennent pas assez en compte les préférences du décideur.

La modélisation des préférences du décideur dans le modèle du GPF se fait généralement, en plus des fonctions d'appartenance quand elles sont utilisées à ces fins, par le biais du paramètre des poids et/ou sous la forme d'un classement des différents objectifs décrivant ainsi leur importance relative. De plus, certaines approches interactives du modèle du GPF ont été proposées. Dans ce qui suit, nous regroupons

plusieurs formulations du GPF qui ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine, dans trois catégories principales en fonction que les modèles développés soit pondérés, lexicographiques ou interactifs.

2.4.2.1. Le GP flou pondéré

Les formulations du GPF qui utilisent les coefficients de pondération pour représenter la structure de préférence du décideur sont multiples. Tiwari *et al.* (1987) ont proposé un modèle du GPF simple qui maximise la somme des fonctions d'appartenance au lieu de minimiser la somme des déviations. La version pondérée de ce modèle utilise les coefficients de pondération pour représenter l'importance relative des multiples objectifs. Chang et Wang (1997) ont appliqué le modèle du GPF au domaine de la gestion des déchets solides. Les buts dans leur formulation sont imprécis (valeurs floues) tandis que les paramètres des contraintes ont des valeurs précises. Leur modèle du GPF est basé sur le modèle pondéré de Tiwari *et al.* (1987) et prend en considération quatre objectifs : les coûts, la réduction des embouteillages, le contrôle de la nuisance sonore et le contrôle de la qualité de l'air. L'importance relative de ces objectifs est prise en compte dans leur modèle par le biais des coefficients d'importance relative. Gen *et al.* (1997) ont proposé d'utiliser les algorithmes génétiques pour résoudre les modèles de GP dont l'information disponible est de nature floue et non-linéaire. Les coefficients de pondération sont également utilisés dans leur modèle pour refléter l'importance relative des objectifs. Kim et Whang (1998) proposent une formulation du GPF basée sur celle de Hannan (1981-b) qui remplace l'utilisation des fonctions d'appartenance usuelles par le concept des variables de tolérance pour exprimer les buts flous du décideur. Ils considèrent ainsi que la minimisation des variables de tolérance utilisées dans leur modèle équivaut à maximiser les fonctions d'appartenance des différents buts. En outre, ils considèrent que leur modèle est plus avantageux par rapport aux formulations de Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b) car il permet de considérer les situations décisionnelles qui impliquent des coefficients de pondération différents et des fonctions d'appartenance triangulaires et asymétriques. Dans leur modèle, les préférences du décideur sont ainsi exprimées par l'entremise des coefficients d'importance relative. Roy et Maiti (1998) ont utilisé les

coefficients de pondération pour refléter l'importance relative des différents objectifs flous d'un modèle d'inventaire multi-objectif. Selon Lin (2004), la version du GPF pondéré de Tiwari *et al.* (1987) semble être la seule formulation, comparativement aux approches conventionnelles, qui permet de considérer adéquatement l'importance relative des différents objectifs. Cependant, cette formulation, toujours selon le même auteur, peut poser des problèmes lorsque des fonctions d'appartenance quasi-concaves sont considérées. Lin (2004) propose ainsi une formulation MAXMIN pondérée du modèle du GPF, où les préférences du décideur sont introduites dans ce modèle par les coefficients de pondération. Chan *et al.* (2005) ont utilisé un système immunitaire artificiel (une catégorie d'algorithmes d'optimisation) pour résoudre leur formulation du GPF dans un cas de gestion de production. Leur modèle est un GPF pondéré qui utilise les fonctions d'appartenance et les coefficients de pondération relative pour modéliser les préférences du décideur. De plus, leur modèle introduit les fonctions de pénalité dans la fonction objectif pour empêcher la violation de certaines contraintes. Kongar et Gupta (2006) se sont intéressés au recyclage des produits électroniques et ils ont appliqué un modèle de GPF à un système de démontage-réassemblage dont l'objet est d'optimiser les activités de traitement de ces produits se trouvant en fin de cycle de vie. Leur formulation est basée sur le modèle du GPF de Lin (2004) et introduit par conséquent les préférences du décideur par le biais des coefficients de pondération. Yaghoobi et Tamiz (2007) ont proposé une extension du modèle du GPF de Hannan (1981-b) où les coefficients de pondération sont utilisés à des fins de normalisation et de modélisation des préférences du décideur.

2.4.2.2. Le GP flou lexicographique

Plusieurs modèles du GPF ayant une structure lexicographique ont été proposés. Tiwari *et al.* (1987), ont introduit, en plus de la version pondérée de leur modèle additif du GPF, une version lexicographique du même modèle. Dans leur formulation, les degrés d'appartenance des objectifs obtenus dans un niveau de priorité donné (excluant le dernier niveau de priorité) sont introduits successivement en tant que contraintes dans les niveaux de priorité inférieurs. Mohanty et Vijayaraghavan (1995) ont proposé une

approche pour convertir un modèle de programmation mathématique à objectifs multiples en un modèle de GPL en utilisant le concept des ensembles flous pour traiter un cas de planification des moyens de transport urbain. Wang et Fu (1997) ont proposé une formulation du modèle de GPF qui permet de représenter différentes attitudes du décideur vis-à-vis du risque par différentes sortes de fonction d'appartenance. En outre, ces auteurs ont proposé une méthode de résolution du GPF lexicographique qui introduit le concept de coût de pénalité pour permettre au modèle de converger vers des solutions non réalisables si l'ordre de priorité des différents objectifs n'est pas respecté.

Chen et Tsai (2001) proposent une autre formulation du modèle du GPF lexicographique. Ils mettent l'accent sur la façon dont l'importance relative des objectifs est prise en compte dans certaines formulations du GPF. Ils considèrent que certaines approches, telles que celle de Tiwari *et al.* (1987) qui ont utilisé dans leur formulation des coefficients de pondération pour révéler l'importance relative des objectifs, peuvent aboutir dans certains cas, à des résultats non désirés quand les valeurs de ces coefficients sont modifiées. Chen et Tsai (2001) proposent de reformuler la version lexicographique du GPF de Tiwari *et al.* (1987). Leur formulation permet, selon eux, de refléter explicitement l'importance relative des objectifs aux yeux du décideur, par le biais de la fixation d'un degré d'appartenance pour chaque objectif flou. Plus l'objectif est important pour le décideur, plus le degré d'appartenance correspondant sera élevé. Les fonctions d'appartenance, qui reflètent les différents degrés d'aspiration du décideur, sont introduites dans le modèle sous forme d'un système de contraintes où les objectifs appartenant au premier niveau d'importance, par exemple, ont le même degré d'appartenance.

Pal et Moitra (2004) ont proposé un modèle de GPF lexicographique comportant quatre niveaux de priorité dans un cas de planification agricole où les buts et les coefficients technologiques sont des paramètres flous. De plus, des coefficients de pondération sont utilisés dans leur formulation pour représenter l'importance relative des objectifs appartenant au même niveau de priorité. Biswas et Pal (2005) ont adopté le modèle du GPF avec différents niveaux de priorité pour planifier l'utilisation des terres agricoles. Des coefficients de pondération sont également utilisés dans chaque niveau de priorité pour refléter l'importance relative des objectifs considérés dans leur modèle tels que ceux

du profit, de l'utilisation des terres cultivables et de la production agricole à réaliser. Mishra *et al.* (2006) utilisent un modèle de GPF dans un cas de sélection des machines-outils et d'allocation des opérations à effectuer dans un système de production flexible. Pour résoudre leur formulation de GPF, Mishra *et al.* (2006) ont employé une nouvelle approche qu'ils nomment «Quick Converging Simulated Annealing» qui réunit les attributs des algorithmes génétiques et des algorithmes de recuit simulé.

Chen et Weng (2006) ont proposé une formulation de GPF lexicographique basé sur le modèle de Chen et Tsai (2001). Ils ont appliqué leur modèle à un cas de planification de «Quality Function Deployment» (QFD) où la satisfaction des consommateurs, les coûts et la difficulté technique liée au design du produit sont les objectifs imprécis que les décideurs prennent en considération. Hu *et al.* (2007) ont considéré que les contraintes utilisées dans le modèle de Chen et Tsai (2001) pour représenter l'ordre de priorité des objectifs sont trop strictes. Pour relâcher ces contraintes et introduire une certaine flexibilité, Hu *et al.* (2007) ont utilisé la méthode d'optimisation dénommée «Generalized Varying Domain Method» pour formuler un modèle de GPF ayant différents niveaux de priorité. Le modèle ainsi obtenu est résolu à l'aide des algorithmes génétiques.

2.4.2.3. Le GP flou interactif

Certaines formulations du modèle du GPF ont été développées selon une procédure interactive. Min (1988, 1989) a employé les formulations de Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b) pour proposer un modèle de GPF interactif qui a été utilisé, dans l'ordre, dans un cas d'expansion et de relocalisation d'une librairie publique et dans le cas de localisation des filiales bancaires. Sasaki *et al.* (1990) développent un modèle de GPF interactif séquentiel auquel la méthode de «l'idéal le plus distant» est appliquée pour obtenir une solution du meilleur compromis. Les fonctions d'appartenance et les coefficients de pondération sont utilisés dans leur modèle pour introduire la structure des préférences du décideur. Abd El-Wahed et Lee (2006) ont combiné le modèle du GP, la théorie des ensembles flous et les approches interactives pour développer une version

interactive du GPF qu'ils ont utilisé dans un problème multi-objectifs de transport. Dans leur modèle, le décideur est sollicité principalement pour évaluer les solutions obtenues.

Dans certains cas, l'information imprécise dont dispose le décideur peut être de nature probabiliste. Dans ce cas, le décideur ne peut préciser les valeurs des paramètres du contexte décisionnel avec certitude, mais peut fournir une information relative à la distribution de probabilité de ces paramètres. La variante du GP stochastique a été développée pour modéliser ce genre de situations décisionnelles.

2.4.3. Le modèle du GP stochastique

L'information disponible et relative aux contextes décisionnels auxquels font face les décideurs de nos jours, tend à être imprécise. Cette imprécision revêt dans certains cas la forme d'incertitude où les paramètres de certains objectifs et contraintes sont de nature stochastique (probabiliste). L'un des modèles les plus reconnus et utilisés en programmation stochastique est celui du Chance Constrained Programming (CCP) développés par Charnes et Cooper (1952, 1959, 1963). Ce modèle permet au décideur de spécifier des niveaux de probabilité pour lesquels il désire que les contraintes et les objectifs se réalisent (Keown et Martin, 1977; Lee et Olson, 1985). De plus, selon Aouni *et al.* (2005), l'idée principale du modèle CCP est de permettre au décideur de faire des compromis entre les divers degrés d'atteinte des objectifs et le risque associé à ces derniers, et ce, pour obtenir les solutions les plus satisfaisantes.

La première formulation du Goal Programming Stochastique (GPS), où les valeurs des buts sont des valeurs incertaines (stochastiques), a été proposée par Contini (1968). Ce modèle consiste à maximiser la probabilité que la solution obtenue se rapproche des valeurs des buts incertains. Ce modèle peut être formulé de la manière suivante :

Programme 2.15 :
$$\text{Min}_{x \in X} Z = \sum_{i=1}^p (\delta_i^+ + \delta_i^-)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$g_i^0 \text{ et } d_i^0 \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où :

g_i^0 : représente la valeur probabiliste du $i^{\text{ème}}$ but g_i et suit une distribution normale ($g_i^0 \in N(\mu_i; \sigma_i^2)$);

μ_i : la moyenne de la distribution;

σ_i^2 : représente la dispersion des buts autour de la moyenne μ_i .

En outre, nous retrouvons dans Keown et Martin (1977), Keown (1978) les premières formulations du GPS à l'aide du modèle du CCP. Ces formulations ont permis ainsi de considérer simultanément les paramètres incertains d'une situation décisionnelle et les multiples objectifs du décideur.

Dans le modèle du Chance Constrained Goal Programming (CCGP) de Keown et Martin (1977), sept objectifs relatifs aux contextes de gestion de trésorerie dans un environnement incertain sont considérés et classés selon un ordre lexicographique. Ces objectifs renvoient, principalement, à la notion du fonds de roulement financier pour l'évaluation et le maintien de la liquidité et de la solvabilité d'une entreprise, et ce, à court terme. Dans Keown et Martin (1977), hormis l'objectif de maximisation du profit où de minimisation des coûts selon la situation financière de l'entreprise, les six autres objectifs ont été formulés sous la forme de «chance constraints» ou contraintes probabilistes, où les probabilités, que les niveaux de réalisation des objectifs soient supérieurs ou égaux aux buts, sont supérieures ou égales à un certain niveau de probabilité fixé par le décideur α_i . Par ailleurs, ces auteurs ont souligné que les objectifs appartenant aux niveaux de priorité inférieurs risquent de ne pas être satisfaits. Pour assurer que ces objectifs atteignent, au minimum, un niveau acceptable, Keown et Martin (1977) ont formulé leur modèle en deux étapes, de sorte à considérer la réalisation des niveaux minimaux des objectifs avant de considérer l'atteinte des buts selon l'ordre lexicographique établi. Ainsi, deux niveaux d'aspiration sont fixés pour chaque objectif, l'un relatif au niveau d'aspiration désiré par le décideur et l'autre reflétant un niveau

minimal de réalisation du dit objectif. Le modèle du GPS Lexicographique (GPSL) de Keown et Martin (1977) peut être formulé comme suit :

$$\text{Programme 2.16 : } \quad \text{Lex. min.}_{x \in X} L = \left[\sum_{i \in I_1} (\delta_i^{\%} + \delta_i^{\%}), \sum_{i \in I_2} (\delta_i^{\%} + \delta_i^{\%}), \dots, \sum_{i \in I_q} (\delta_i^{\%} + \delta_i^{\%}) \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$P[f_i(x) \leq g_i^{\%}] \geq \alpha_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^{\%} \text{ et } \delta_i^{\%} \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où :

α_i : représente la probabilité dans la mesure de laquelle le décideur veut voir le niveau de réalisation de l'objectif i atteindre le but correspondant. En d'autres termes, c'est le niveau de probabilité qu'octroie le décideur pour que la contrainte soit satisfaite.

Keown (1978) a proposé un modèle de gestion de trésorerie basé sur celui du CCGP et l'a appliqué dans deux banques de taille différente. Dans son modèle, les préférences du décideur ont été modélisées selon une structure lexicographique où les objectifs incertains (stochastiques) sont rangés dans différentes classes de priorité. Charnes *et al.* (1979) ont développé un modèle de CCGP pour planifier l'allocation et l'utilisation des équipements nécessaires à la gestion des catastrophes relatives à la pollution maritime. Ce type de contexte nécessite la prise en compte explicite de considérations liées au risque. Ces considérations sont introduites dans le modèle du CCGP par le biais des contraintes probabilistes qui permettent de considérer les niveaux d'aspiration que le décideur détermine pour les objectifs, ainsi que le risque lié à la réalisation de ces derniers (Charnes *et al.*, 1979). Ainsi, selon Charnes *et al.* (1979), leur formulation permet au décideur de définir des politiques de prévention et d'action pour les contextes de catastrophe maritime, en lui offrant la possibilité de considérer différents scénarios, liés aux compromis possibles entre les divers degrés d'atteinte des objectifs et le risque

associé à ces derniers. En outre, des coefficients de pondération sont utilisés dans ce modèle pour représenter l'importance relative des différents objectifs. Le modèle du GPS Pondéré (GPSP) peut être ainsi formulé de la manière suivante :

Programme 2.17 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^p (w_i^+ \delta_i^{\%} + w_i^- \delta_i^{\%})$

Sujet aux contraintes :

$$P[f_i(x) \leq g_i^{\%}] \geq \alpha_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\underline{x} \in X;$$

$$\delta_i^{\%} \text{ et } \delta_i^{\%} \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Plusieurs formulations et applications du GPS ont été présentées dans la littérature relative à ce domaine. De *et al.* (1982) proposent un modèle de GPS en nombres entiers 0-1 pour les contextes décisionnels tels que ceux relatifs à la sélection d'un projet d'investissement. Les différents objectifs considérés dans leur exemple sont classés dans différents niveaux de priorité. De plus, dans leur modèle, les buts et les coefficients technologiques sont considérés comme étant de nature stochastique. Vinso (1982) a proposé un modèle du GPSP pour permettre aux décideurs des entreprises multinationales de considérer l'incertitude relative aux taux de change dans leurs décisions financières. Selon Vinso (1982), ces dernières portent sur le choix des sources et des montants de financement pour la société mère ainsi que ses filiales en prenant en compte les différents systèmes de taxation et des taux de change variables. Dans son modèle, le taux de change est considéré comme incertain. Lee et Olson (1985) ont proposé une formulation non-linéaire du modèle du CCGP, où les objectifs sont classés selon un ordre lexicographique et où des coefficients de pondération sont utilisés pour refléter l'importance relative des objectifs dans chaque niveau de priorité. Changchit et Terrell (1993) ont développé une version interactive du modèle du CCGP où la structure des préférences du décideur est représentée par une structure lexicographique. L'aspect interactif de leur modèle offre au décideur la possibilité de modifier différents paramètres tels que les valeurs des buts et la structure de priorité s'il n'est pas satisfait de la solution obtenue à une itération donnée. En outre, leur modèle a été utilisé pour considérer les

différents objectifs (de nature probabiliste et déterministe) relatifs à un contexte de gestion des opérations d'un système de réservoirs à usages multiples. En effet, les décisions inhérentes à ce type de contexte, telles que celles relatives aux quantités d'eau qui doivent être stockées et libérées, semblent impliquer souvent des paramètres de nature stochastique. Easton et Rossin (1996) proposent un modèle du GPS pour aider les gestionnaires des entreprises des services, où la demande est plutôt de nature aléatoire, dans leurs décisions relatives à la planification du nombre d'employés à affecter à différentes périodes de temps, de sorte à assurer à la clientèle un niveau de service satisfaisant tout en minimisant les coûts de l'entreprise. Dans le modèle de Liu et Iwamura (1997), les préférences du décideur sont également introduites sous forme d'un classement des différents objectifs dans différents rangs de priorité. De plus, des coefficients de pondération peuvent être utilisés pour représenter l'importance relative des objectifs appartenant au même niveau d'importance relative. Easton et Mansour (1999) généralisent le modèle du GPS de Easton et Rossin (1996) pour les contextes d'affectation du personnel dans les entreprises de service et proposent un algorithme génétique pour sa résolution.

Ben Abdelaziz et Mejri (2001) proposent une version interactive du modèle du GPS où les différents objectifs sont classés selon l'ordre de priorité que fixe le décideur. Cependant, pour résoudre le modèle résultant selon les différentes périodes successives, ces auteurs utilisent une formulation pondérée des différents objectifs, mais où les coefficients de pondération sont utilisés pour donner plus d'importance aux périodes initiales. En outre, leur modèle a été utilisé pour la gestion dynamique d'un système de réservoirs multiples en Tunisie.

Ballestero (2001) propose une version pondérée du GPS où l'importance relative des objectifs est modélisée par des coefficients de pondération. Dash et Kajiji (2002) développent un modèle non-linéaire du GPS lexicographique pour considérer les objectifs et les contraintes d'un cas de gestion des actifs-passifs d'une banque en Inde. Ballestero et Gonzalez (2003) ont utilisé le modèle du GPS de Ballestero (2001) dans un cas de remplacement d'un certain type d'équipement dans les centrales électriques. Leur modèle considère trois buts dont deux sont considérés comme étant de nature stochastique et le troisième (le coût) est déterministe. Ballestero (2005) présente une

reformulation de son modèle du GPS (Ballestero, 2001) et l'applique à un cas de gestion de production dans l'industrie textile. Dans ce modèle, les préférences du décideur sont également prises en compte par les coefficients d'importance relative. Cependant, Ballestero (2005) envisage une version lexicographique du modèle du GPS. Ji *et al.* (2005) proposent un modèle pondéré du GPS basé sur la génération de scénarios pour les contextes de gestion de portefeuille.

Aouni *et al.* (2005) ont reformulé le programme 2.15 en proposant un modèle déterministe équivalent mais qui introduit les fonctions de satisfaction pour introduire explicitement les préférences du décideur. De plus, ces auteurs utilisent les coefficients de pondération pour prendre en considération l'importance relative des objectifs.

La formulation du GPS incluant les fonctions de satisfaction se présente comme suit :

$$\text{Programme 2.18 : } \quad \text{Max}_{\underline{x} \in X} Z = \sum_{i=1}^p \left(w_i^+ F_i^+ (\delta_i^+) + w_i^- F_i^- (\delta_i^-) \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(\underline{x}) + \delta_i^- - \delta_i^+ = \mu_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\underline{x} \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Selon Aouni *et al.* (2005), leur modèle du GPS permet de maximiser la probabilité que les valeurs des buts appartiennent à un certain domaine qui couvre la valeur moyenne des buts additionnée d'une certaine marge (un nombre infiniment petit annoté par ε_i), tout en considérant les préférences du décideur vis-à-vis des déviations observées et de la dispersion des valeurs des buts. Par conséquent, ces auteurs ont considéré les trois types de seuil, généralement utilisés dans les fonctions de satisfaction, comme étant fonction de la variance de la distribution σ_i^2 . De plus, les seuils d'indifférence α_{id} dans leur modèle sont déterminés comme étant supérieurs ou égaux à ε_i , ce qui implique, selon les auteurs, que le décideur soit totalement satisfait lorsque les déviations relatives à un objectif donné sont inférieures ou égales à ε_i ($\delta_i \leq \varepsilon_i$).

Plus récemment, Van Hop (2007) a développé une formulation du GP qui permet de considérer les buts et les autres paramètres d'un contexte décisionnel comme étant simultanément des valeurs floues et stochastiques. Van Hop (2007) considère que dans certains contextes tels que ceux relatifs à la planification à long terme, notamment dans le domaine de la production, les valeurs des buts peuvent dépendre de plusieurs facteurs qui varient selon le temps et, par conséquent, ne peuvent être déterminées avec précision et certitude. De plus, il cite en exemple, deux objectifs liés au domaine de la production, ceux de minimisation des coûts totaux et maximisation de la production, où les buts flous et stochastiques peuvent être exprimés de la manière suivante : «substantiellement moins que \$100000 avec une probabilité de 90%» et «un peu plus grand que 20000 unités à produire avec 95% d'atteinte». Ainsi, les termes «substantiellement» et «un peu plus grand» reflètent la nature floue des buts tandis que les probabilités d'atteinte reflètent l'aspect stochastique des buts. Ben Abdelaziz *et al.* (2007) proposent le modèle du «Compromise Stochastic Programming» pour considérer l'incertitude relative aux valeurs des buts (valeurs probabilistes) pour les contextes de gestion de portefeuille. En outre, Nowak (2007) préconise l'utilisation d'une procédure interactive, où le décideur définit un seuil de préférence pour chaque objectif, pour la résolution des problèmes multicritères stochastiques.

La plupart des variantes du modèle du GP sont à l'origine des formulations avec une intégration *a priori* des préférences du décideur dans le processus décisionnel. En l'occurrence, ceci a constitué le fondement de l'une des critiques majeures adressées au modèle du GP (Zeleny, 1982; Evans, 1984; Hannan, 1985; Reeves et Hedin, 1993). Cependant, l'un des développements qu'a connu ce modèle est son utilisation basée sur une approche interactive permettant de modéliser progressivement les préférences du décideur. Dans la prochaine section, nous présentons cette version interactive du GP qui peut être nommée le GP interactif.

2.5. Le modèle du GP Interactif

La variante du Goal Programming Interactif (GPIf) correspond à l'utilisation du GP de façon interactive, et ce, de concert avec le décideur. Cette variante, où le décideur s'inscrit dans ce qui peut être qualifié comme un processus de continuité, permet de modéliser les préférences du décideur de manière progressive et itérative. Le décideur après avoir, généralement, fourni initialement l'information relative à ses préférences, peut s'il le désire la modifier durant le processus décisionnel. L'information requise du décideur ne se limite pas à la fixation et à la révision des valeurs des buts, elle peut être aussi sous forme d'un classement des différentes alternatives ou exprimée en termes de compromis entre les objectifs (Evans, 1984; Stewart, 1993). Cette version du GP offre ainsi une plus grande flexibilité de modélisation des préférences du décideur. Le rôle de ce dernier devient plus important et s'étend à la phase de résolution.

Dyer (1972) fut le premier à faire un rapprochement entre le modèle du GP et les approches interactives. Il proposa une méthode, qui est en fait une adaptation de la méthode interactive de GDF (Geoffrion *et al.*, 1972), pour formaliser l'interaction avec le décideur durant le processus décisionnel. Dans le modèle du GPIf proposé par Dyer (1972), le décideur est sollicité, à chaque itération, pour déterminer les compromis «trade-offs» à faire entre les différents objectifs, en prenant l'un d'entre eux comme référence. Le choix de ce dernier est arbitraire. De plus, il doit déterminer la valeur d'un paramètre qui permet de déterminer une nouvelle solution, et ce aussi, à chaque itération. Il est à souligner, cependant, qu'il est également sollicité pour fournir les valeurs des buts, et ce, en début du processus décisionnel. Selon Vincke (1989), la procédure de détermination des taux de substitution nécessite de nombreuses comparaisons par paires, ce qui nécessite du décideur, à chaque itération, de répondre à de nombreuses questions. De plus, il considère que le choix du critère de référence et du paramètre permettant de désigner une nouvelle solution peut s'avérer, dans certains cas, difficile pour le décideur.

Fichefet (1976) a proposé la méthode interactive GPSTEM, qui combine le modèle du GP avec la méthode STEM. Dans cette méthode, le décideur doit fixer les buts au début du processus décisionnel et est appelé durant les itérations, essentiellement, à déterminer les objectifs sur lesquels il est prêt à faire des concessions, ainsi que, le montant de ce

compromis. En outre, Fichet (1976) utilise la version standard du modèle du GP, mais précise, cependant, que des coefficients d'importance relative peuvent être utilisés.

Ritzman *et al.* (1979) ont utilisé le modèle du GP pondéré en nombres entiers dans un cas d'application relatif à l'allocation et l'affectation d'un grand nombre de locaux à six départements appartenant à la même université. Ce modèle a été utilisé conjointement avec un programme informatique interactif pour permettre aux utilisateurs d'explorer et d'évaluer différentes stratégies d'allocation possibles, et ce, relativement au degré d'atteinte des différents objectifs correspondant à chaque stratégie. Ainsi, dans ce cas d'application, le décideur a eu la possibilité de modifier l'importance relative des objectifs et d'identifier les différents compromis envisageables afin d'arriver à une solution satisfaisante pour l'ensemble des départements.

Dans Masud et Hwang (1981), nous trouvons une autre version interactive du modèle du GP, plus connue sous le nom d'«Interactive Sequential Goal Programming» (ISGP). Dans leur modèle, le décideur peut réviser les valeurs des buts relatifs aux différents objectifs sur la base de l'information contenue dans l'ensemble des solutions qui lui est présenté à chaque itération. Comme dans la plupart des méthodes interactives, cette dernière se compose de deux phases, à savoir : a) une phase de calcul, et b) une phase d'évaluation. La première phase permet d'obtenir un ensemble de solutions. Cet ensemble est évalué par le décideur durant la deuxième phase, et ce, en indiquant ses préférences sous forme de nouveaux niveaux d'aspiration (buts) (Masud et Hwang, 1981). Il est à souligner qu'aucune information n'est requise du décideur dans la première étape de l'ISGP. Celle-ci consiste à générer un ensemble de solutions idéales en maximisant chaque objectif séparément et permet de déterminer les valeurs maximales et minimales de chaque objectif (Masud et Hwang, 1981). Le décideur n'est sollicité qu'à l'étape suivante, où il doit déterminer, dans cet intervalle, les valeurs initiales des buts sans avoir à préciser l'importance relative des différents objectifs. Cependant, une version lexicographique du GP est utilisée dans les itérations suivantes, où les déviations associées aux buts inchangés et ceux qui ont été réduits par le décideur sont minimisées en premier. Les déviations relatives aux autres buts sont, quant à elles, placées dans le deuxième niveau de priorité. Ainsi, dans l'ISGP, le décideur est supposé avoir une structure lexicographique où les objectifs dont les buts ont été réduits sont plus

importants pour lui que les autres objectifs (Reeves et Hedin, 1993). Cette hypothèse est levée dans Reeves et Hedin (1993), qui ont proposé une formulation de GPIf qui généralise celle développée par Masud et Hwang (1981). En outre, dans leur modèle, Reeves et Hedin (1993) ne sollicitent pas le décideur durant les étapes initiales de l'algorithme pour fixer les valeurs des buts comme cela est nécessaire dans l'ISGP.

Lee et Shim (1986) ont proposé d'utiliser le modèle du GP selon une procédure interactive et ce à l'aide d'un support informatique. Cette procédure a été développée pour les petites entreprises et appliquée à la gestion d'un magasin de vente au détail de produits informatiques. Dans leur article, Lee et Shim (1986) utilisent le modèle du GPL, où le décideur détermine les niveaux d'aspiration des cinq objectifs considérés dans l'étude, ainsi que leur ordre de priorité. La solution obtenue à cette itération permet d'atteindre les trois premiers buts mais pas les deux derniers. Cette information est présentée au décideur qui décide de faire un compromis sur la réalisation du troisième objectif, celui du profit, et ce, en le plaçant dans un niveau de priorité inférieur, au bénéfice d'un autre objectif non satisfait dans cette première itération. La nouvelle solution obtenue de ce deuxième programme mathématique ne satisfait pas le décideur qui reconsidère à nouveau l'ordre de priorité préalablement déterminé. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que le décideur juge que la solution obtenue à l'une des itérations est satisfaisante pour lui. Dans ce cas d'application, le décideur était satisfait de la solution obtenue à la quatrième itération.

Korhonen et Laakso (1986-a) ont développé une procédure interactive du GP sous le nom de «Visual Interactive GP» (VIG). Cette procédure utilise un algorithme où le décideur doit, en premier lieu, fixer les valeurs des buts relatifs aux différents objectifs. Une première solution est obtenue et présentée au décideur pour évaluation. Si ce dernier n'est pas satisfait de la solution, il doit déterminer de nouvelles valeurs pour les buts. De nouvelles solutions sont obtenues et sont présentées, à cette étape, au décideur sous forme de graphiques à l'aide d'un support informatique. En fait, le VIG est un système d'aide à la décision qui permet au décideur de visualiser les solutions obtenues, et ce, d'une manière graphique et numérique (Karpak *et al.*, 2005). Selon Korhonen et Laakso (1986-a), l'usage interactif des graphiques sur ordinateur joue un rôle central dans leur approche. Ils considèrent que cet usage permet au décideur d'avoir une vue d'ensemble

des solutions réalisables et lui permet d'évaluer n'importe quelle partie de la frontière efficace. La dernière étape de leur algorithme consiste en un test d'optimalité de la solution obtenue.

Kananen *et al.* (1990) ont appliqué le modèle du VIG pour l'analyse des modèles entrées-sorties pour la gestion des situations d'urgence. En fait, ils ont examiné l'impact que pourraient avoir des crises politiques ou économiques éventuelles sur l'économie finlandaise, et ce, sur la demande des membres du «National Board of Economic Defense» (Kananen *et al.*, 1990). L'aspect interactif du VIG a permis à ces membres d'examiner différents scénarios de crises et de prévoir, ainsi, les mesures nécessaires à prendre en cas de la réalisation de l'un de ces scénarios (Kananen *et al.*, 1990).

Puelz et Lee (1992) ont proposé une formulation du modèle du GPL pour aider, dans le cas d'un emprunt obligataire, des gestionnaires municipaux à déterminer un échéancier satisfaisant ainsi que le nombre de bons à émettre, et ce, en prenant en considération des contraintes d'ordre légal. Ils préconisent l'utilisation interactive de leur modèle, où le décideur peut modifier l'ordre d'importance attribué aux objectifs ainsi que leurs buts, afin de lui permettre de mieux comprendre les compromis possibles entre les objectifs conflictuels.

Tamiz et Jones (1997) proposent une méthode interactive dans le cadre du modèle du GP, que Lee et Olson (1999) considèrent comme similaire et plus générale à celle de Reeves et Hedin (1993). Cette méthode se base au départ sur une procédure relativement identique à la plupart des autres variantes, en ce sens, que les buts sont fixés au début du processus décisionnel et la solution correspondante est déduite. Deux cas sont alors possibles : soit le décideur est satisfait de la solution obtenue et dans ce cas, le processus décisionnel s'arrête; soit il ne l'est pas et dans ce cas il peut réviser l'information initiale et le processus recommence à partir de l'étape 2 du processus décrit ci-dessous. Ceci se reproduit jusqu'à ce que le décideur juge les résultats satisfaisants. Cette approche interactive du modèle du GP se présente comme suit :

1. Déterminer la solution initiale du modèle du GP. Pour ce faire, Tamiz et Jones (1997) citent trois approches possibles mais recommandent toutefois, pour des raisons d'efficacité, d'utiliser la méthode adoptée par Ignizio (1982-b).

2. Le décideur analyse la solution initiale préalablement déterminée.
3. Si la solution satisfait le décideur, le processus s'arrête.
4. Le décideur est appelé à fournir plus d'information sur ses préférences.
5. Le modèle du GP est reformulé sur la base de cette nouvelle information.
6. Résoudre le modèle ainsi obtenu et soumettre les résultats à l'appréciation du décideur. Réitérer le processus à l'étape 2.

Caballero *et al.* (1998) ont proposé un algorithme interactif, nommé «Goal Sequential Improvement», pour le modèle du GP lexicographique, où le décideur doit fournir *a priori* l'information relative aux valeurs des buts et à l'ordre de priorité qu'il attribue aux différents objectifs. Cet algorithme permet d'améliorer les degrés d'atteinte des objectifs associés à une solution initiale selon l'ordre lexicographique établi, et ce, au travers d'un processus itératif d'ajustement des valeurs des buts (Caballero *et al.*, 1998). Ainsi, dans leur procédure, l'ordre de priorité établi initialement par le décideur est considéré comme constant durant toute la procédure, seules les valeurs des buts sont ajustées par le décideur.

Dans la procédure de Caballero *et al.* (1998), deux distinctions sont faites entre les cas où un niveau de priorité contient un ou plusieurs objectifs. Quand un niveau de priorité donné contient un seul objectif, le décideur ajuste la valeur du but correspondant en choisissant une parmi un intervalle de valeurs possibles que peut prendre cet objectif (Caballero *et al.*, 1998). La limite inférieure de cet intervalle étant le degré de réalisation atteint pour l'objectif considéré et la limite supérieure étant le but initialement établi par le décideur. Selon Caballero *et al.* (1998), plus la nouvelle valeur choisie par le décideur pour le but est proche de la valeur minimale, plus la marge de manœuvre pour améliorer la réalisation des objectifs situés dans des niveaux de priorité inférieurs sera réduite. Par conséquent, selon ces auteurs, c'est le décideur qui décide d'appliquer un ordre lexicographique absolu ou d'octroyer une plus grande marge de variation possible pour les objectifs restants. Dans le deuxième cas, où plusieurs objectifs appartiennent au même niveau de priorité, la même procédure est appliquée. Cependant, si la solution obtenue n'est pas satisfaisante, pour l'ensemble des objectifs situés dans ce niveau, une

deuxième procédure interactive, basée sur la méthode STEM, est adoptée. Dans ce dernier cas, le décideur doit faire des compromis entre les objectifs situés dans ce niveau de priorité, et ce, en déterminant la valeur maximale qu'il est prêt à concéder sur un objectif donné.

Kalu (1999) a développé un algorithme, dénommé «Systems Welfare Interactive GP» (SWIGP), qui combine les approches interactives avec le modèle du GP et un indice d'efficacité économique. Cet indice, qui sert de base pour une analyse coûts-bénéfices des différentes solutions, est utilisé dans ce modèle afin d'aider le décideur à choisir parmi ces solutions et de permettre au processus interactif de converger rapidement vers la solution la plus satisfaisante (Kalu, 1999). Dans la procédure de Kalu (1999), le décideur doit déterminer les valeurs des buts et classer les objectifs dans différents niveaux de priorité selon l'importance qui leur attribue. Un test d'efficacité économique est effectué pour les solutions obtenues lors de la résolution des différents programmes mathématiques correspondants aux différentes itérations. Ces solutions sont présentées au décideur, qui doit indiquer les compromis qu'il est prêt à effectuer. La dernière étape de l'algorithme de Kalu (1999) est de présenter au décideur toutes les solutions économiquement efficaces, et ce à la fin du processus décisionnel, pour lui permettre de les considérer toutes en même temps et d'en choisir une. Selon Kalu (1999), le choix du décideur est sensé se porter sur la solution la plus efficace économiquement. En outre, selon le même auteur, son modèle du GPIf peut être appliqué à plusieurs contextes décisionnels, à condition qu'il soit possible d'identifier les coûts et bénéfices des activités sous-jacentes du système sous étude.

Nous retrouvons dans Karpak *et al.* (1999; 2005), un cas d'application du modèle du VIG relatif à un contexte de sélection de fournisseurs par une entreprise industrielle, où les objectifs considérés sont le coût, la qualité et la fiabilité de livraison. Dans Karpak *et al.* (2005), le décideur doit fournir au début du processus décisionnel les valeurs des buts et peut les altérer afin de considérer d'autres alternatives. De plus, aucune information relative à l'importance des objectifs n'est requise du décideur, car ces auteurs considèrent que déterminer un ordre de priorité pour les objectifs et le modifier durant le processus interactif peut s'avérer laborieux. Par ailleurs, selon ces auteurs, dans ce cas d'application, VIG a permis aux responsables de la fonction d'achats d'évaluer les

compromis possibles entre les trois objectifs, et ce, pour déterminer, d'une manière interactive, la solution la plus satisfaisante, à savoir : le nombre et l'identité des fournisseurs à retenir ainsi que la répartition des ordres d'achats entre eux, qui permette de réaliser, au mieux, les objectifs de l'entreprise.

Slomp et Suresh (2005) ont utilisé un modèle de «mixed-integer GP» lexicographique pour considérer les objectifs conflictuels d'un contexte de planification de production dans une usine organisée en plusieurs cellules de production avec plusieurs équipes de travail. Les objectifs considérés concernent essentiellement les coûts reliés aux salaires et à la formation des ouvriers tout en voulant assurer un certain niveau de flexibilité multifonctionnelle, en ce sens, que ceux-ci doivent posséder les capacités requises pour effectuer plus d'une fonction (Slomp et Suresh, 2005). Bien que leur modèle ait une structure lexicographique, Slomp et Suresh (2005) soulignent que des coefficients de pondération peuvent être également utilisés. En outre, ils soulignent, d'une part, que ces derniers peuvent être déterminés par le décideur au début du processus décisionnel, mais peuvent être modifiés si celui-ci n'est pas satisfait par la solution obtenue. D'autre part, ils utilisent le logiciel LINGO pour résoudre le programme mathématique formulé et considèrent qu'il peut s'avérer très utile dans un environnement interactif pour prendre en charge les modifications apportées au modèle.

Nous retrouvons dans Caballero *et al.* (2006), une version interactive d'une formulation du modèle du GP développée par Rodríguez Uría *et al.* (2002) sous le nom de «Meta-goal Programming». Cette formulation permet de combiner plusieurs variantes du GP, notamment les variantes classiques, à savoir : le GPL, le GPP et le GPM. Un «Meta-goal», que nous pouvons désigner par Meta-objectif, est un objectif qui est composé de plusieurs objectifs. Ainsi, un Meta-objectif peut être formulé sous forme d'une variante pondérée du GP, pendant qu'un autre Meta-objectif sera sous forme du modèle du GPM. La réalisation de l'ensemble de ces Meta-objectifs peut se faire, quant à elle, selon une structure lexicographique. Dans la phase initiale de la procédure interactive de Caballero *et al.* (2006), les valeurs idéales relatives aux Meta-objectifs sont calculées et présentées au décideur. Pour ce faire, ce dernier doit, au préalable, fournir l'information relative aux valeurs des buts relatifs aux objectifs initiaux ainsi que les coefficients de pondération correspondants. Dans la deuxième phase de leur algorithme, le décideur doit déterminer

des niveaux de priorité où il classe les différents Meta-objectifs. De plus, il peut attribuer à ces derniers, quant ils appartiennent au même niveau de priorité, des coefficients de pondération. Ensuite, le décideur doit déterminer les valeurs des buts correspondants à ces Meta-objectifs (Caballero *et al.*, 2006). Le modèle ainsi obtenu est résolu, et la solution obtenue est présentée au décideur, sous forme des valeurs atteintes par les différents objectifs et les Meta-objectifs ainsi que les valeurs des variables de décision, pour évaluation. Si ce dernier n'est pas satisfait, il peut restructurer le modèle en déterminant par exemple de nouveaux Meta-objectifs, de nouveaux buts, un nouvel ordre de priorité et de nouveaux coefficients de pondération. Ce processus se répète jusqu'à ce qu'une solution soit acceptée par le décideur. Il est à souligner que les buts attribués aux objectifs initiaux sont des valeurs fixes durant toute la procédure, seuls les buts associés aux Meta-objectifs peuvent être modifiés par le décideur. Toutefois, il nous semble que ce dernier peut éprouver de la difficulté à déterminer tous les paramètres requis dans ce modèle, qui peut lui paraître, de plus, un peu compliqué, du moins au premier abord.

Cette façon de procéder (approches interactives) offre l'avantage de permettre au décideur d'être plus impliqué dans le processus décisionnel, et d'apprendre plus sur sa structure de préférence et sur les différents paramètres et possibilités relatifs à la situation décisionnelle. Yang et Sen (1996) considèrent à ce propos que c'est une méthode basée sur un processus d'apprentissage tandis que Zeleny (1982) considère que l'évolution même des préférences du décideur relatives à une situation décisionnelle donnée constitue en elle-même un processus d'apprentissage important qui doit être pris en compte. De même, nous considérons que ce type d'approche est basé sur un processus d'apprentissage et offre un cadre plus approprié pour une meilleure explicitation des préférences du décideur. En l'occurrence, le processus décisionnel est enrichi par l'échange d'information entre ses différents acteurs et favorise ainsi l'instauration d'une relation d'aide où le décideur est appelé à être plus présent durant la phase de résolution du problème. De ce fait, le processus décisionnel s'apparente à un processus évolutif qui se construit et qui prend forme au fur et à mesure que cette relation évolue. Par conséquent, l'interaction entre les acteurs du processus de décision, peut donner lieu à une synergie positive dont les résultats peuvent être imaginés comme satisfaisants, ne serait-ce que par l'implication plus grande du décideur dans le processus décisionnel.

Cependant, il est important de prendre en considération le temps consacré au processus décisionnel de sorte à ne pas manquer certaines opportunités. Korhonen *et al.* (1993) ont appliqué un algorithme progressif dans un cas d'application relatif à une décision de recrutement dans une grande organisation gouvernementale en Finlande. Bien que l'algorithme ait fourni, selon ces auteurs, de bons résultats, il est à souligner que trois candidats jugés excellents ont retiré leurs applications avant la tenue d'une interview. Ainsi, Korhonen *et al.* (1993) considèrent que le décideur doit faire balancer deux critères essentiels pour statuer sur l'arrêt ou sur la réinitialisation du processus décisionnel. Ces deux critères consistent en d'une part, le coût de recherche d'actions plus satisfaisantes et d'autre part, la probabilité de trouver de telles actions. Par conséquent, il est important, dans ce type d'approches interactives et selon la situation décisionnelle en présence, de prendre en considération le facteur temps.

Concernant le modèle du GPIf, le type des paramètres (les coefficients w_i ou un ordre de priorité donné (L) ou certains types de seuils par exemple) qui va être utilisé pour modéliser les préférences du décideur, va dépendre du choix du modèle (la variante) utilisé. Par ailleurs, ces préférences peuvent s'exprimer en termes de compromis (Hwang *et al.*, 1980). Toutefois, dans les approches interactives, le décideur peut éprouver des difficultés à percevoir et à fournir l'information qui lui est demandée.

Ainsi, il s'avère que le modèle du GP est un modèle attractif et flexible qui englobe plusieurs variantes. La prise en compte des préférences du décideur, qu'il s'agisse du moment de leur introduction ou du paramètre permettant de les modéliser, diffère selon ces multiples variantes. Dans le prochain chapitre, nous effectuerons une analyse et une synthèse des différentes façons de modéliser les préférences du décideur, à l'issue de laquelle une typologie des différentes variantes du modèle du GP sera proposée.

2.6. Conclusion

Le modèle du GP, en tant qu'outil d'aide à la décision, demande une participation active du décideur et aussi l'intégration explicite de ses préférences. Cependant, dans les premières formulations de ce modèle, le décideur n'est pas très sollicité et son rôle

demeure limité. Par ailleurs, ces formulations posent certains problèmes au niveau de la procédure d'agrégation utilisée. Le GP étant toutefois un modèle attractif et flexible, d'autres versions ont été développées pour pallier à ces inconvénients. De plus, certaines de ces formulations ont un caractère général et permettent de modéliser explicitement différentes sortes de préférence du décideur tout en simplifiant les problèmes d'agrégation.

Les préférences du décideur sont intégrées dans le modèle du GP par le biais de différents paramètres (coefficients d'importance relative, seuils ou paramètres). Selon le moment d'introduction de ces préférences, ce modèle est généralement classé dans la catégorie des méthodes avec une intégration *a priori* de cette information. Toutefois, certaines versions du GP ont adopté une approche interactive qui permet d'introduire progressivement les préférences du décideur.

Références

- Abd El-Wahed, W. F. and S. M. Lee, «Interactive Fuzzy Goal Programming Multi-Objective Transportation Problems», *Omega*, Vol. 34, No. 2, 2006 (158-166).
- Anderson, D. R., D. J. Sweeney and T. A. Williams, *An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making*, Thomson, Ohio, USA, 2005.
- Aouni, B., «Introduction des préférences du décideur dans le modèle du Goal Programming : Une nouvelle formulation et application», *Essai de maîtrise non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1988.
- Aouni, B., «Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1998.
- Aouni, B., F. Ben Abdelaziz and J.-M. Martel, «Decision-Maker's Preferences Modeling in the Stochastic Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 162, No. 3, 2005 (610-618).
- Aouni, B. and O. Kettani, «Goal Programming Model: A Glorious History and a Promising Future», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (225-231).
- Aouni, B., O. Kettani and J.-M. Martel, «Estimation Through the Imprecise Goal Programming Model», dans R. Caballero, F. Ruiz, R.E. Steuer (Eds.), *Advances in Multiple Objective and Goal Programming, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 455, Springer-Verlag, 1997 (120-130).
- Aouni, B. and J.-M. Martel, «Property Assessment through an Imprecise Goal Programming Model», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (189-200).
- Awerbuch, S., J. G. Ecker and W. A. Wallace, «A Note: Hidden Nonlinearities in the Application of Goal Programming», *Management Science*, Vol. 22, No.8, 1976 (918-920).

- Ballestero, E., «Stochastic Goal Programming: a Mean-Variance Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 131, No. 3, 2001 (476-481).
- Ballestero, E., «Using Stochastic Goal Programming: Some Applications to Management and a Case of Industrial Production», *INFOR*, Vol. 43, No. 2, 2005 (63-77).
- Ballestero, E., and I. Gonzalez, «Cleaning Versus Replacement in Power Plant Air Preheaters: A Comparison between Deterministic and Stochastic Goal Programming Models», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 12, No. 6, 2003 (311-320).
- Bellman, R. E. and L. A. Zadeh, «Decision-Making in a Fuzzy Environment», *Management Science*, Vol. 17, No. 4, 1970 (B141-B164).
- Ben Abdelaziz, F., B. Aouni and R. El Fayedh, «Multi-Objective Stochastic Programming for Portfolio Selection», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1811-1823).
- Ben Abdelaziz, F., and S. Mejri, «Application of Goal Programming in a Multi-Objective Reservoir Operation Model in Tunisia», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (352-361).
- Biswas, A. and B. B. Pal, «Application of Fuzzy Goal Programming Technique to Land Use Planning in Agricultural System», *Omega*, Vol. 33, No. 5, 2005 (391-398).
- Brans, J.P., B. Mareschal and Ph. Vincke, «PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis», in *Operational Research'84*, Brans (Ed.) Elsevier Science Publisher, North Holland, 1984 (477-490).
- Caballero, R. and M. Hernández, «Restoration of Efficiency in a Goal Programming Problem with Linear Fractional Criteria», *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No. 1, 2006 (31-39).
- Caballero, R., L. Rey and F. Ruiz, «Lexicographic Improvement of the Target Values in Convex Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, No. 3, 1998 (644-655).

- Caballero, R., F. Ruiz, M. V. Rodríguez Uría and C. Romero, «Interactive Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, No. 1, 2006 (135-154).
- Calvete, H. I., C. Galé, M-J. Oliveros and B. Sánchez-Valverde, «A Goal Programming Approach to Vehicle Routing Problems with Soft Time Windows», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1720-1733).
- Can, E.K. and M.H. Houck, «Real-time Reservoir Operations by Goal Programming», *Journal of Water Resources Planning Management*, Vol. 110, No. 3, 1984 (297-309).
- Chan, F. T. S., R. Swarnkar and M. K. Tiwari, «Fuzzy Goal-Programming Model with an Artificial Immune System (AIS) Approach for a Machine Tool Selection and Operation Allocation Problem in a Flexible Manufacturing System», *International Journal of Production Research*, Vol. 43, No. 19, 2005 (4147-4163).
- Chanas, S. and D. Kuchta, «Fuzzy Goal Programming – One Notion, Many Meanings», *Control and Cybernetics*, Vol. 31, No. 4, 2002 (871-890).
- Chang, C-T, «Mixed Binary Interval Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, No. 4, 2006 (469-473).
- Chang, N-B. and S. F. Wang, «A Fuzzy Goal Programming Approach for the Optimal Planning of Metropolitan Solid Waste Management Systems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 99, No. 2, 1997 (303-321).
- Changchit, C. and M. P. Terrell, «A Multiobjective Reservoir Operation Model with Stochastic Inflows», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 24, No. 2, 1993 (303-313).
- Charnes, A. and B. Collomb, «Optimal Economic Stabilization Policy: Linear Goal-Interval Programming Models», *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 6, No. 4, 1972 (431-435).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Chance Constraints and Normal Deviates», *Journal of American Statistics Association*, Vol. 57, No. 297, 1952 (134-148).

- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Chance-Constrained Programming», *Management Sciences*, Vol. 6, No. 1, 1959 (73-79).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, Wiley, New-York, 1961.
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Programming with Linear Fractional Functionals», *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 9, No. 3-4, 1962 (181-186).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Deterministic Equivalents for Optimising and Satisfying Under Chance Constraints», *Operations Research*, Vol. 11, No. 1, 1963 (18-39).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Goal Programming and Multiple Objectives Optimization- Part 1», *European Journal of Operational Research*, Vol. 1, No. 1, 1977 (39-54).
- Charnes, A., W.W. Cooper and R. Ferguson, «Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming», *Management Science*, Vol. 1, No. 2, 1955 (138-151).
- Charnes, A., W.W. Cooper, J. Harrald, K. Karwan, and W. Wallace, «A Goal Interval Programming Model for Resource Allocation in a Marine Environmental Protection Program», *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 3, No. 4, 1976 (347-362).
- Charnes, A., W.W. Cooper, K. Karwan, and W. Wallace, «A Chance-Constrained Goal Programming Model to Evaluate Response Resources for Marine Pollution Disasters», *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 6, No. 3, 1979 (244-274).
- Chen, L-H. and F-C. Tsai, «Fuzzy Goal Programming with Different Importance and Priorities», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 3, 2001 (548-556).
- Chen, L-H. and M-C. Weng, «An Evaluation Approach to Engineering Design in QFD Processes Using Fuzzy Goal Programming Models», *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No. 1, 2006 (230-248).

- Contini, B., «A Stochastic Approach to Goal Programming», *Operations Research*, Vol. 16, No. 3, 1968 (576-586).
- Dash JR, G. H., and N. Kajiji, «Evolving Economy Bank asset-Liability and Risk Management Under Uncertainty with Hierarchical Objectives and Nonlinear Pricing», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 11, Nos. 4-5, 2002 (247-260).
- De, P. K., D. Acharya and K. C. Sahu, «A Chance-Constrained Goal Programming Model for Capital Budgeting», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 33, No. 7, 1982 (635-638).
- Dyer, J. S., «Interactive Goal Programming», *Management Science*, Vol. 19, No. 1, 1972 (62-70).
- Easton, F. F. and N. Mansour, «A Distributed Genetic Algorithm for Deterministic and Stochastic Labor Scheduling Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 118, No. 3, 1999 (505-523).
- Easton, F. F. and D. F. Rossin, «A Stochastic Goal Program for Employee Scheduling», *Decision Sciences*, Vol. 27, No.3, 1996 (541-568).
- Evans, G.W., «An Overview of Techniques for Solving Multiobjective Mathematical Programs», *Management Science*, Vol. 30, No. 11, 1984 (1268-1282).
- Fichefet, J., «GPSTEM: An Interactive Multi-Objective Optimization Method», *Progress in Operations Research*, dans A. Prékopa (Ed.), Vol. 1, North Holland, Amsterdam, 1976 (317-332).
- Flavell, R. B., «A New Goal Programming Formulation», *OMEGA*, Vol. 4, No. 6, 1976 (731-732).
- Franz, L., S. M. Lee, «A Goal Programming Based Interactive Support System», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans J. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, New York, 1981 (110-115).

- Ganjavi, O., B. Aouni, Z. Wang, «Technical Note on Balanced Solutions in Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 53, No. 8, 2002 (927-931).
- Gen, M., K. Ida, J. Lee and J. Kim, «Fuzzy Nonlinear Goal Programming Using Genetic Algorithm», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, Nos. 1-2, 1997 (39-42).
- Geoffrion, A. M., J. S. Dyer and A. Feinberg, «An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department», *Management Science*, Vol. 19, No. 4, 1972 (357-368).
- Goedhart, M. H. and J. Spronk, «Financial Planning with Fractional Goals», *European Journal of Operational Research*, Vol. 82, No. 1, 1995 (111-124).
- González-Pachón, J. and C. Romero (2004) «Satisficing Logic and Goal Programming: Towards an Axiomatic Link», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (157-161).
- Guitouni, A., J.-M. Martel et P. Vincke, «Un cadre de référence pour le choix d'une procédure d'agrégation multicritère», *Document de travail*, Faculté des Sciences de l'administration, Université Laval, Québec, No. 13, 1999 (1-24).
- Hämäläinen, R. P., and J. Mäntysaari, «A Dynamic Interval Goal Programming Approach to the Regulation of a Lake-River System», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 10, No. 2, 2001 (75-86).
- Hämäläinen, R. P., and J. Mäntysaari, «Dynamic Multi-Objective Heating Optimization», *European Journal of Operational Research*, Vol. 142, No. 1, 2002 (1-15).
- Hannan, E.L., «Effects of Substituting a Linear Goal for a Fractional Goal in the Goal Programming Problem», *Management Science*, Vol. 24, No. 1, 1977 (105-107).
- Hannan, E.L., On «An Interpretation of Fractional Objectives in Goal Programming as Related to Papers by Awerbuch *et al.* and Hannan», *Management Science*, Vol. 27, No. 7, 1981-a (847-848).
- Hannan, E.L., «On Fuzzy Goal Programming», *Decision Sciences*, Vol. 12, No. 3, 1981-b (522-531).

- Hannan, E.L., «Some Further Comments on Fuzzy Priorities», *Decision Sciences*, Vol. 12, No. 3, 1981-c (539-541).
- Hannan, E.L., «An Assessment of Some Criticisms of Goal Programming», *Computers and Operations Research*, Vol. 12, No. 6, 1985 (525-541).
- Hu, C-F., C-J. Teng and S-Y. Li, «A Fuzzy Goal Programming Approach to Multi-Objective Optimization Problem with Priorities», *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 3, 2007 (1319-1333).
- Hwang, C.L., S.R. Paidy, K. Yoon and A.S.M. Masud, «Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial», *Computers and Operations Research*, Vol. 7, No. 1-2, 1980 (5-31).
- Ignizio, J. P., *Goal Programming and Extensions*, Lexington Books, Lexington, MA, 1976.
- Ignizio, J. P., *Linear Programming in Single and Multiple Objective Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982-a.
- Ignizio, J. P., «Notes and Communications of the (Re)Discovery of Fuzzy Goal Programming», *Decision Sciences*, Vol. 13, No. 2, 1982-b (331-336).
- Ignizio, J. P., «Generalized Goal Programming», *Computers & Operations Research*, Vol. 10, No. 4, 1983 (277-289).
- Inuiguchi, M. and Y. Kume, «Goal Programming Problems with Interval Coefficients and Target Intervals», *European Journal of Operational Research*, Vol. 52, No. 3, 1991 (345-360).
- Ji, X., S. Zhu, S. Wang and S. Zhang, «A Stochastic Linear Goal Programming Approach to Multistage Portfolio Management Based on Scenario Generation via Linear Programming», *IIE Transactions*, Vol. 37, No. 10, 2005 (957-969).
- Jones, R.G., «Analyzing Initial and Growth Financing for Small Businesses», *Management Accounting*, Vol. 61, No. 5, 1979 (30-34).
- Jones, D.F. and M. Tamiz, «Expanding the Flexibility of Goal Programming via Preference Modelling Techniques», *Omega*, Vol. 23, No. 1, 1995 (41-48).

- Kalu, T. C. U., «An Algorithm for Systems Welfare Interactive Goal Programming Modelling», *European Journal of Operational Research*, Vol. 166, No. 3, 1999 (508-529).
- Kananen, I., P. Korhonen, J. Wallenius and H. Wallenius, «Multiple Objective Analysis of Input-Output Models for Emergency Management», *Operations Research*, Vol. 38, No.2, 1990 (193-201).
- Karpak, B., R. R. Kasuganti and E. Kumcu, «Are You Using Costly Outmoded Techniques to Purchase Materials», *Business Forum*, Vol. 27, No. 1, 2005 (14-19).
- Karpak, B., E. Kumcu and R. R. Kasuganti, «An Application of Visual Interactive Goal Programming: A Case in Vendor Selection Decisions», *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 8, No.2, 1999 (93-105).
- Keown, A. J., «A Chance-Constrained Goal Programming Model for Bank Liquidity Management», *Decision Sciences*, Vol. 9, No. 7, 1978 (93-106).
- Keown, A. J. and J. D. Martin, «A Chance Constrained Goal Programming Model for Working Capital Management», *The Engineering Economist*, Vol. 22, No. 3, 1977 (153-174).
- Kettani, O., B. Aouni and J.-M. Martel, «The Double Role of the Weight Factor in the GP Model», *Computers and Operations Research*, Vol. 31, No. 11, 2004 (1833-1845).
- Kharrat, A., H. Chabchoub, B. Aouni and S. Smaoui, «Serial Correlation Estimation through the Imprecise Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1839-1851).
- Kim, J. S. and K-S. Whang, «A Tolerance Approach to the Fuzzy Goal Programming Problems with Unbalanced Triangular Membership Function», *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, No.3, 1998 (614-624).
- Kongar, E. and S. M. Gupta, «Disassembly to Order System Under Uncertainty», *Omega*, Vol. 34, No. 6, 2006 (550-561).

- Korhonen, P. and J. Laakso, «Solving Generalized Goal Programming Problems Using a Visual Interactive Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, No. 3, 1986-a (355-363).
- Korhonen, P., H. Moskowitz, P. Salminen, J. Wallenius «Further Developments and Tests of a Progressive Algorithm for Multiple Criteria Decision Making», *Operations Research*, Vol. 41, No. 6, 1993 (1033-1045).
- Kornbluth, J., «A Survey of Goal Programming», *Omega*, Vol. 1, No. 2, 1973 (193-205).
- Kornbluth, J. S. H. and R. E. Steuer, «Goal Programming with Linear Fractional Criteria», *European Journal of Operational Research*, Vol. 8, No. 1, 1981 (58-65).
- Kvanli, A.H., «Financial Planning Using Goal Programming», *Omega*, Vol. 8, No. 2, 1980 (207-218).
- Lee, S. M., *Goal Programming for Decision Analysis*, Auerbach Publishers, Philadelphia, 1972.
- Lee, S. M., and D. L. Olson, «A Gradient Algorithm for Chance Constrained Nonlinear Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 22, No. 3, 1985 (359-369).
- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming», dans Tomas Gal, Theodore J. Stewart and Thomas Hanne (Eds.), *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, Vol. 21, part 8, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999 (1-33).
- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming Formulations for a Comparative Analysis of Scalar Norms and Ordinal vs. Ratio Data», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (163-174).
- Lee, S. M. and J. P. Shim, «Interactive Goal Programming on the Microcomputer to Establish Priorities for Small Business», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 37, No. 6, 1986 (571-577).
- Lin, W. T., «A Survey of Goal Programming Applications», *Omega*, Vol. 8, No. 1, 1980 (115-117).

- Lin, C. C., «A Weighted Max-Min Model for Fuzzy Goal Programming», *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 142, No. 3, 2004 (407-420).
- Liu, B., and K. Iwamura, «Modelling stochastic Decision Systems Using Dependent-Chance Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 101, No. 1, 1997 (193-203).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 41, No. 12, 1990 (1121-1132).
- Martel, J-M. et B. Aouni, «Méthode multicritère de choix d'un emplacement : le cas d'un aéroport dans le Nouveau-Québec», *INFOR*, Vol. 30, No. 2, 1992 (97-117).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model with Fuzzy Goal Values : A New Formulation», *Multi-Objective Programming and Goal Programming*, dans Tamiz, M. (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 432, Springer-Verlag, 1996 (257-269).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations», *Journal of Global Optimization*, Vol. 12, No. 2, 1998 (127-138).
- Masud, A. S. M. and C. L. Hwang, «Interactive Sequential Goal Programming», *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32, No. 5, 1981 (391-400).
- Min, H., «The Dynamic Expansion and Relocation of Capacitated Public Facilities: A Multi-Objective Approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 15, No. 3, 1988 (243-252).
- Min, H., «A Model-Based Decision Support System for Locating Banks», *Information and Management*, Vol. 17, No. 4, 1989 (207-215).
- Min, H. and J. Storbeck, «On the Origin and Persistence of Misconceptions in Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 42, No. 4, 1991 (301-312).

- Mishra, S., Prakash, M. K. Tiwari and R. S. Lashkari, «A Fuzzy Goal-Programming Model of Machine-Tool Selection and Operation Allocation Problem in FMS: A Quick Converging Simulated Annealing-Based Approach», *International Journal of Production Research*, Vol. 44, No. 1, 2006 (43-76).
- Mohanty, B. K. and T. A. S. Vijayaraghavan, «A Multi-Objective Programming Problem and its equivalent Goal Programming Problem with Appropriate Priorities and Aspiration Levels: A Fuzzy approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 8, 1995 (771-778).
- Narasimhan, R., «Goal Programming in a Fuzzy Environment», *Decision Sciences*, Vol. 11, No. 2, 1980 (325-336).
- Nowak, M., «Aspiration Level Approach in Stochastic MCDM Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1626-1640).
- Ogryczak, W., «Comments on Properties of the Minmax Solutions in Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 132, No. 1, 2001-a (17-21).
- Ogryczak, W., «On Goal Programming Formulations of the Reference Point Method», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 52, No. 6, 2001-b (691-698).
- Ohta, H. and T. Yamaguchi, «Linear Fractional Goal Programming in Consideration of Fuzzy solution», *European Journal of Operational Research*, Vol. 92, No. 1, 1996 (157-165).
- Pal, B. B. and B.N. Moitra, «Using Fuzzy Goal Programming for Long Range Production Planning in Agricultural Systems», *Indian Journal of Agricultural Economics*, Vol. 59, No. 1, 2004 (75-90).
- Piech, B. and T. Rehman, «Application of Multiple Criteria Decision Making Methods to Farm Planning: A Case Study», *Agricultural Systems*, Vol. 41, 1993 (305-319).
- Pongpeng, J. and J. Liston, «A Multicriteria Model's Survey: State of the Art and Some Necessary Capabilities of Future Models», *Construction Management and Economics*, Vol. 21, No. 7, 2003 (665-670).

- Puelz, A. V. and S. M. Lee, «A Multiple-Objective Programming Technique for Structuring Tax-Exempt Serial Revenue Debt Issues», *Management Science*, Vol. 38, No. 8, 1992 (1186-1200).
- Reeves, G.R. and S.R. Hedin, «A Generalized Interactive Goal Programming Procedure», *Computers Operational Research*, Vol. 20, No.7, 1993 (747-753).
- Ringuest, J.L. and T.R. Gullledge, «A Preemptive Value-Function Method Approach for Multiobjective Linear Programming Problems», *Decision Sciences*, Vol. 14, No. 1, 1983 (76-86).
- Ritzman, L., J. Bradford and R. Jacobs, «A Multiple Objective Approach to Space Planning for Academic Facilities», *Management Science*, Vol. 25, No. 9, 1979 (895-906).
- Rodríguez Uría, M.V., R. Caballero, F. Ruiz and C. Romero, «Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No.2, 2002 (422-429).
- Romero, C., «A Note: Effects of Five-Side Penalty Functions in Goal Programming», *Omega*, Vol. 12, No. 4, 1984 (333).
- Romero, C., «Multiobjective and Goal Programming Approaches as a Distance Function Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 36, No. 3, 1985 (249-251).
- Romero, C., *Handbook of Critical Issues in Goal Programming*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- Romero, C., «A General Structure of Achievement Function for a Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 3, 2004 (675-686).
- Romero, C. and F. Amador, «A Note: Effects of Logarithmic Transformations of Nonlinear Goals in the Goal Programming Problem», *Engineering Optimization*, Vol. 9, No. 4, 1986 (299-302).

- Romero, C., M. Tamiz and D.F. Jones, «Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method Formulations: Linkages and Utility Interpretations», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 49, No. 9, 1998 (986-991).
- Roy, T. K., and M. Maiti, «Multi-Objective Inventory Models of Deteriorating Items with Some Constraints in a Fuzzy Environment», *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 12, 1998 (1085-1095).
- Roy, B. and V. Mousseau, «A Theoretical Framework for Analysing the Notion of Relative Importance of Criteria», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 5, No. 2, 1996 (145-159).
- Sasaki, M., M. Gen and K. Ida, «Interactive Sequential Fuzzy Goal Programming», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 19, Nos. 1-4, 1990 (567-571).
- Slomp, J. and N. C. Suresh, «The Shift Team Formation Problem in Multi-Shift Manufacturing Operations», *European Journal of Operational Research*, Vol. 165, No. 3, 2005 (708-728).
- Soyster, A. L. and B. Lev, «An Interpretation of Fractional Objectives in Goal Programming as Related to Papers by Awerbuch *et al.* and Hannan», *Management Science*, Vol. 24, No. 14, 1978 (1546-1549).
- Stewart, T.J., «Use of Piecewise Linear Value Functions in Interactive Multicriteria Decision Support: A Monte Carlo Study», *Management Science*, Vol. 39, No. 11, 1993 (1369-1381).
- Taguchi, T., K. Ida and M. Gen, «Method for Solving Nonlinear Goal Programming with Interval Coefficients using Genetic Algorithm», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, Nos. 3-4, 1997 (597-600).
- Tamiz, M. and D.F. Jones, «Interactive Framework for Investigation of Goal Programming Models: Theory and Practice», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 6, No. 1, 1997 (52-60).
- Tamiz, M., D.F. Jones and E. El-Darzi, «A Review of Goal Programming and its Applications», *Annals of Operations Research*, Vol. 58, No. 1-4, 1995 (39-53).

- Tamiz, M., D.F. Jones and C. Romero, «Goal Programming for Decision-Making: An Overview of the Current State-of-the-Art», *European Journal of Operational Research*, Vol. 111, No. 3, 1998 (569-581).
- Tiwari, R. N., S. Dharmar and J. R. Rao, «Fuzzy Goal Programming – An Additive Model», *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 24, No. 1, 1987 (27-34).
- Van Hop, N., «Fuzzy Stochastic Goal Programming Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 1, 2007 (77-86).
- Vincke, P., *L'aide multicritère à la décision*, Éditions de l'Université de Bruxelles, 1989.
- Vinso, J. D., «Financial Planning for the Multinational Corporation with Multiple Goals», *Journal of International Business Studies*, Vol. 13, No. 3, 1982 (43-58).
- Vitoriano, B. and C. Romero, «Extended Interval Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, No. 12, 1999 (1280-1283).
- Wang, H-F. and C-C. Fu, «A Generalization of Fuzzy Goal Programming with Preemptive Structure», *Computers Operational Research*, Vol. 24, No.9, 1997 (819-828).
- Williams, H.P., *Model Building in Mathematical Programming*, Wiley, New York, 1978.
- Yaghoobi, M. A. and M. Tamiz, «A Method for Solving Fuzzy Goal Programming Problems Based on MINMAX Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1580-1590).
- Yang, J.B. and P. Sen, «Preference Modelling by Estimating Local Utility Functions for Multiobjective Optimization», *European Journal of Operational Research*, Vol. 95, No. 1, 1996 (115-138).
- Zadeh, L. A., «Fuzzy Sets», *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, 1965 (338-353).
- Zeleny, M., «A Concept of Compromise Solutions and the Method of the Displaced Ideal», *Computers and Operations Research*, Vol. 1, No. 3-4, 1974-a (479-496).
- Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, Mc Graw-Hill, New-York, 1982.

Zimmerman, H-J., «Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions», *Fuzzy Sets and systems*, Vol. 1, No.1, 1978 (45-55).

Chapitre 3

Une typologie du modèle du «Goal Programming»

Section 0 : Résumé

Section 1 : Introduction

Section 2 : Les principales classifications relatives aux méthodes de la
PMOM

Section 3 : Une typologie du modèle du GP

Section 4 : Conclusion

Références du chapitre 3

Chapitre 3

Une typologie du modèle du «Goal Programming»

3.0. Résumé

Plusieurs classifications des modèles de programmation mathématique à objectifs multiples ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine. En général, ces typologies classent les différents modèles selon le moment de la prise en compte de l'information relative aux préférences du décideur dans le processus décisionnel et le type de paramètres utilisés pour modéliser cette information. En fait, l'information requise du décideur peut se présenter sous différentes formes. Il peut s'agir aussi bien de coefficients d'importance, d'un ordre donné, de compromis entre les différents objectifs ou de différents seuils à spécifier. Dans le présent chapitre, nous présentons une typologie du modèle du GP ainsi que ses principales variantes afin de les caractériser et de les classer selon les considérations citées précédemment. Cette structuration devrait faciliter la compréhension et la comparaison des diverses variantes, et repositionner la question du choix de la variante la plus appropriée compte tenu d'un contexte décisionnel spécifique et de la place que l'on veut donner au décideur dans le processus décisionnel.

3.1. Introduction

En grande majorité, les modèles de Programmation Mathématique à Objectifs Multiples (PMOM) requièrent, à divers degrés, du décideur une information relative à ses préférences afin de trouver une solution qui soit la plus satisfaisante pour lui. Cette information peut, selon la méthode utilisée, être sous différentes formes. À titre d'exemple, il peut s'agir de niveaux d'aspiration que le décideur désire atteindre ou d'un facteur d'appréciation des multiples objectifs permettant de révéler leur importance relative. En outre, elle peut être requise à différents moments du processus décisionnel.

Sur la base du mode d'intégration des préférences du décideur et en particulier, le moment de leur introduction dans le processus décisionnel, plusieurs classifications des méthodes de PMOM ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine. Parmi les plus populaires, nous pouvons citer celle de Hwang *et al.* (1980) qui a été utilisée par d'autres auteurs tels qu'Evans (1984), Miettinen (1998) et Pongpeng et Liston (2003). Cette classification regroupe le large éventail des méthodes de PMOM dans quatre classes principales, à savoir : a) celles qui n'intègrent pas les préférences du décideur; b) celles qui les intègrent durant la phase de formulation du problème; c) celles qui permettent une certaine interaction avec le décideur durant le processus de résolution du problème en élaborant progressivement ses préférences; et d) celles qui sollicitent le décideur après la phase d'optimisation.

En tant que modèle de PMOM, et tel que nous l'avons souligné dans le troisième chapitre, le GP est le plus souvent classé avec les méthodes avec une élaboration *a priori* des préférences du décideur. Par ailleurs, nous avons pu remarquer, précédemment, que les variantes du GP traitent différemment l'information relative au contexte décisionnel et aux préférences du décideur. Ces dernières peuvent être ainsi modélisées, selon les spécificités de chacune des variantes, sous la forme de coefficients de pondération, d'un ordre lexicographique ou par le biais de différents seuils. Cependant, certaines variantes peuvent combiner, dans un seul modèle, l'utilisation de plusieurs paramètres.

Dans le présent chapitre, nous présentons, en premier lieu, les typologies de Hwang *et al.* (1980), d'Evans (1984) et celle de Pongpeng et Liston (2003). Par la suite, nous adoptons

la classification de Hwang *et al.* (1980) pour tenter de classer et de caractériser les différentes variantes du GP selon le moment de la prise en compte des préférences du décideur et le type de paramètre utilisé pour les modéliser. Cette typologie a pour objectif principal de faciliter la compréhension et la comparaison des diverses variantes, et de repositionner la question du choix de la variante la plus appropriée compte tenu d'un contexte décisionnel spécifique et de la place que l'on veut conférer au décideur dans le processus décisionnel.

3.2. Les principales classifications relatives aux méthodes de la PMOM

Plusieurs classifications des méthodes de PMOM ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine. La plupart d'entre elles regroupent ces méthodes en fonction du mode d'intégration des préférences du décideur et plus particulièrement, selon le moment de leur introduction dans le processus décisionnel. Dans ce dernier, si une information est requise du décideur, le type de cette information et le moment auquel elle est fournie joue, selon Hwang *et al.* (1980), un rôle primordial dans les méthodes multicritères d'aide à la décision. Les typologies qui font généralement référence dans ce domaine sont celles de Hwang *et al.* (1980) et Evans (1984). D'autres auteurs, tels que Pongpeng et Liston (2003), ont proposé aussi des classifications basées relativement sur les mêmes considérations. Nous présentons, dans ce qui suit, ces trois classifications des modèles de la PMOM.

3.2.1. La classification de Hwang *et al.* (1980)

Hwang *et al.* (1980) ont été les premiers à proposer une classification qui regroupe plusieurs méthodes de PMOM. Dans leur typologie, ils ont pris en considération le type d'information demandée au décideur ainsi que le moment de son introduction dans le processus décisionnel, pour classer approximativement une vingtaine de méthodes de PMOM. Ces dernières sont classées en quatre grandes catégories. De plus, ils ont choisit

de présenter une méthode de chaque catégorie et de l'illustrer par un exemple numérique. La classification de Hwang *et al.* (1980) est représentée dans la figure 3.1.

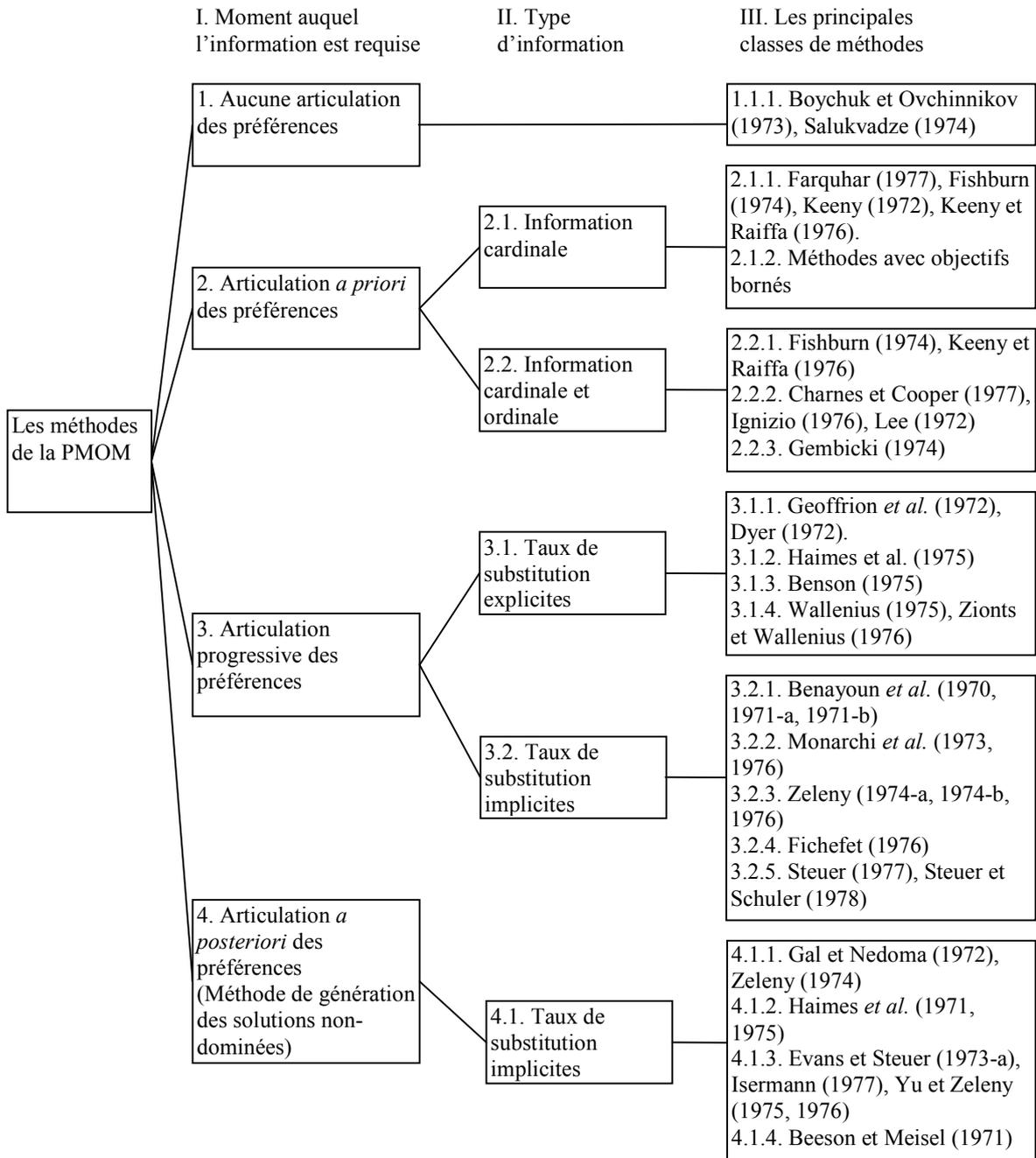


Figure 3.1 : Typologie des méthodes de PMOM de Hwang *et al.* (1980)

Nous détaillons dans ce qui suit les quatre classes génériques de cette typologie :

3.2.1.1. Les méthodes sans articulation des préférences du décideur

Dans cette catégorie de méthodes, aucune information relative aux préférences du décideur n'est requise. Selon Hwang *et al.* (1980), une fois les objectifs et les contraintes du contexte décisionnel déterminés, ces méthodes ne sollicitent aucune information «subjective» de la part du décideur. Ainsi, avec ces méthodes, le rôle du décideur est en partie marginalisé au cours du processus décisionnel car ses préférences ne sont pas prises en compte dans ce processus. Cependant, le décideur peut accepter ou rejeter la solution proposée. L'avantage de ces méthodes, selon Hwang *et al.* (1980), est que le décideur ne fournit pas d'efforts durant ce processus. Cependant, il est possible que le décideur souhaite participer de manière plus effective dans son processus de choix, et peut être par conséquent lésé par l'utilisation d'une méthode basée sur aucune articulation de ses préférences. En outre, Hwang *et al.* (1980) soulignent que le recours à cette catégorie de méthodes exige de l'homme d'étude de faire plusieurs suppositions sur la structure de préférence du décideur. Ceci peut s'avérer contrariant pour l'homme d'étude et constitue en fait, selon eux, l'inconvénient majeur des méthodes appartenant à cette catégorie. Hwang *et al.* (1980) classent dans cette catégorie, la méthode du critère global. Selon Miettinen (1998), cette méthode, parfois dénommée «*compromise programming*», minimise la distance entre un certain point de référence et l'espace des solutions réalisables.

3.2.1.2. Les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur

Hwang *et al.* (1980) définissent cette catégorie de méthodes comme étant celles qui sollicitent l'information relative aux préférences du décideur avant que ne commence la phase de résolution proprement dite. En fait, ils subdivisent ces méthodes en deux catégories distinctes : celles qui requièrent une information cardinale et celles qui s'appuient sur une information mixte, c'est-à-dire ordinale et cardinale. Selon ces auteurs, lorsqu'une fonction d'utilité ou des coefficients d'importance relative sont utilisés pour

représenter la structure de préférence du décideur, l'information est dite cardinale. Une fonction d'utilité, qui peut être de différentes formes, est censée représenter l'appréciation du décideur vis-à-vis des différents niveaux atteints par les objectifs (Hwang *et al.*, 1980). Les méthodes utilisant des fonctions d'utilité requièrent que la fonction d'utilité soit déterminée avant que le modèle mathématique soit résolu (Hwang *et al.*, 1980). Par ailleurs, l'information fournie par le décideur est ordinale si elle se présente sous forme d'un ordre de priorité classant les différents objectifs. Les méthodes utilisant une information mixte sont celles qui utilisent principalement une information ordinale mais requièrent aussi une information cardinale. Hwang *et al.* (1980) classent le modèle du GP dans la catégorie des méthodes utilisant une information mixte et prennent comme exemple la variante lexicographique du GP.

3.2.1.3. Les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur

Cette catégorie de méthodes est fondée sur une procédure interactive où la recherche de la solution la plus satisfaisante forme une séquence d'étapes successives où les préférences du décideur sont déterminées progressivement par le biais d'un dialogue entre ce dernier et l'homme d'étude (Hwang *et al.*, 1980). Le décideur est sollicité pour fournir une information additionnelle et relative à ses préférences en considérant la solution (ou un ensemble de solutions) obtenue à chaque itération. Sur la base de cette information, qui peut être sous forme de compromis, une nouvelle solution est obtenue et présentée au décideur.

Hwang *et al.* (1980) soulignent que ces méthodes reposent sur l'hypothèse que, dû à la complexité des contextes décisionnels, le décideur est incapable de fournir une information relative à ses préférences *a priori*, mais peut donner une telle information à un niveau local, c'est-à-dire au niveau d'une solution particulière. Par ailleurs, ils différencient les méthodes appartenant à cette catégorie selon que l'information requise du décideur, sous forme de compromis, soit explicite ou implicite. Ainsi, selon ces auteurs, certaines méthodes, telles que le GP interactif et la méthode de Zionts-Wallenius (1976), requièrent à chaque itération une information explicite concernant les compromis

souhaités entre les degrés d'atteinte des objectifs. De plus, ils soulignent que certaines de ces méthodes offrent au décideur la possibilité de choisir parmi un ensemble de compromis réalisables qui lui est présenté. D'autres méthodes, telle que STEM de Benayoun *et al.* (1971-a), permettent au décideur de révéler implicitement ses préférences, et ce, en indiquant s'il accepte les niveaux de réalisation des objectifs atteints lors d'une itération (Hwang *et al.*, 1980).

En outre, Hwang *et al.* (1980) considèrent que les avantages des méthodes avec une articulation progressive du décideur sont en général :

- qu'elles n'exigent pas du décideur de fournir une information *a priori* avant la phase de résolution;
- qu'elles permettent au décideur d'apprendre plus sur son contexte décisionnel ou de mieux le cerner;
- que seule une information à un niveau local (relative à une solution particulière) est demandée;
- que la solution sélectionnée a plus de chance d'être adoptée et mise en application.

Néanmoins, ils énumèrent les inconvénients suivants, à savoir : a) les solutions dépendent de l'exactitude de l'information fournie par le décideur à chaque itération; b) plusieurs de ces méthodes ne garantissent pas que la solution la plus satisfaisante soit obtenue après un nombre limité d'itérations; et, c) le décideur doit fournir plus d'efforts comparativement avec les autres approches.

3.2.1.4. Les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur

Ces méthodes ne nécessitent l'intervention du décideur qu'à la fin du processus de résolution, une fois qu'un ensemble de solutions efficaces ait été déterminé. Selon Hwang *et al.* (1980), les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur s'appuient sur une procédure où il est nécessaire de :

- déterminer, en premier lieu, un sous-ensemble des solutions non dominées;

- requérir du décideur une information implicite sous forme de compromis afin qu'il choisisse une solution qu'il juge la plus satisfaisante parmi l'ensemble des solutions efficaces préalablement déterminé.

Parmi les méthodes *a posteriori* que Hwang *et al.* (1980) énumèrent, nous pouvons citer la méthode «*e-constraint*» et la méthode paramétrique. Il est à noter que dans cette dernière, des coefficients de pondération sont utilisés non pas nécessairement pour refléter l'importance relative des objectifs mais pour déterminer l'ensemble des solutions efficaces (Hwang *et al.*, 1980).

Par ailleurs, ces auteurs soulignent que l'inconvénient majeur qui a limité l'utilisation des méthodes appartenant à cette catégorie, réside dans le fait qu'elles génèrent, généralement, un grand nombre de solutions et il devient, ainsi, quasiment impossible au décideur de choisir une qui soit considérée comme la plus satisfaisante. Ceci a eu pour conséquence, selon eux, que ces méthodes soient, en général, combinées à des méthodes interactives telle que celle de Zionts-Wallenius (1976). Il est à noter, ici, que le terme *a posteriori* dans la classification de Hwang *et al.* (1980) ne revêt pas la même signification qu'en analyse Bayésienne. En effet, cette dernière permet de réviser et de modifier une distribution de probabilités, qui a été fixée *a priori*, à la lumière d'une information additionnelle obtenue durant le processus d'analyse. Black (1997), cite à ce propos le cas du lancement d'un nouveau produit sur le marché, où la probabilité initiale de son succès est reconsidérée à la lumière d'une nouvelle information issue des résultats d'une étude marketing effectuée sur un échantillon de la population.

La classification de Hwang *et al.* (1980) semble être admise comme la principale référence en la matière. En effet, plusieurs revues de la littérature relative aux méthodes de PMOM se basent sur leur classification. Parmi ces revues de littérature, nous retrouvons celle d'Evans (1984) que nous présentons dans la prochaine section.

3.2.2. La classification d'Evans (1984)

Les classifications de Hwang *et al.* (1980) et d'Evans (1984) sont quasi-similaires. Cette dernière ne compte que trois catégories et n'intègre pas la catégorie des méthodes sans

aucune articulation des préférences du décideur. De plus, dans son article, Evans (1984) porte essentiellement son intérêt sur les catégories avec une articulation progressive et *a posteriori* des préférences du décideur. Il caractérise les méthodes de PMOM selon les trois catégories principales suivantes : a) les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur; b) les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur; et c) les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur.

3.2.2.1. Les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur

Evans (1984) définit les méthodes appartenant à cette catégorie comme étant celles qui utilisent, explicitement ou implicitement, une fonction de valeur pour représenter la structure de préférence du décideur, et ce, avant la phase de résolution. Dans la typologie d'Evans (1984), le modèle du GP figure parmi les méthodes qui prennent en considération la structure de préférence du décideur au début du processus décisionnel, en utilisant implicitement une fonction de valeur. Evans (1984) définit une fonction de valeur comme étant une fonction qui associe un nombre réel (une mesure de performance liée aux différents objectifs) $v(f(x))$ à chaque solution $x \in X$, et qui représente la structure de préférence d'un décideur. En outre, il note que cette fonction est déterminée par le biais d'entretiens entre le décideur et l'homme d'étude. Toutefois, cet auteur souligne la difficulté que peut avoir un décideur à fournir l'information requise de lui, et ce, en début de processus décisionnel. Ceci représente, selon lui, l'un des inconvénients majeurs des approches se basant sur l'élaboration *a priori* des préférences du décideur.

3.2.2.2. Les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur

Ces méthodes s'appuient sur une procédure interactive et itérative qui introduit progressivement les préférences du décideur. Selon Evans (1984), la première étape de cette procédure consiste à trouver une solution «optimale» initiale relative au modèle

mathématique formulé pour décrire le contexte décisionnel en présence. Cette solution est présentée au décideur qui l'évalue et fournit en conséquence une information relative à ses préférences. Sur la base de cette information, un nouveau programme mathématique est formulé et une nouvelle solution est déterminée. Ce processus interactif s'arrête, en général, lorsque le décideur juge que la solution en présence est la plus satisfaisante (Evans, 1984).

Selon Evans (1984), les méthodes interactives diffèrent entre elles selon le type d'information qui est requise du décideur. Il souligne que cette information peut être sous la forme d'un classement des différentes solutions, un ajustement et réajustement des niveaux d'aspiration ou sous forme de compromis à effectuer entre les différents objectifs. En outre, il considère que les méthodes appartenant à cette catégorie, comparées aux méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur, sont moins exigeantes, en termes de besoins en information.

3.2.2.3. Les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur

Selon Evans (1984), le principe des méthodes basées sur une approche *a posteriori* est de générer l'ensemble ou la plupart des solutions efficaces, parmi lesquelles le décideur choisit, selon un processus arbitraire quelconque, une solution qu'il juge comme la plus satisfaisante. Evans (1984) souligne que le principal avantage de ces méthodes est qu'elles ne requièrent pas l'utilisation d'une fonction de valeur. Cependant, il considère qu'elles présentent des inconvénients tels que le nombre des solutions efficaces générées qui peut être élevé et donc difficile à considérer par le décideur.

En plus de prendre en considération le moment d'introduction des préférences du décideur pour classer les méthodes de PMOM, Evans (1984) a subdivisé ces méthodes en fonction du type des variables de décision : d'une part, les modèles dont toutes les variables de décision sont continues et d'autre part, les modèles dont au moins certaines variables sont de nature discrète. De plus, il distingue entre les modèles linéaires et non-linéaires, bien que certains puissent être utilisés dans les deux cas. Il intègre aussi dans sa typologie (voir la figure 4.2) une catégorie de méthodes qui combine à la fois une

articulation progressive et *a posteriori* des préférences du décideur et cite par exemple la méthode de Steuer (1976-a) qui permet de réduire l'ensemble des solutions efficaces générées. Toutefois, il précise que plusieurs méthodes peuvent figurer dans plus d'une catégorie et que, par conséquent, les classifications ne peuvent pas être exactes. Evans (1984) a regroupé les méthodes de PMOM dans la classification représentée par la figure 3.2.

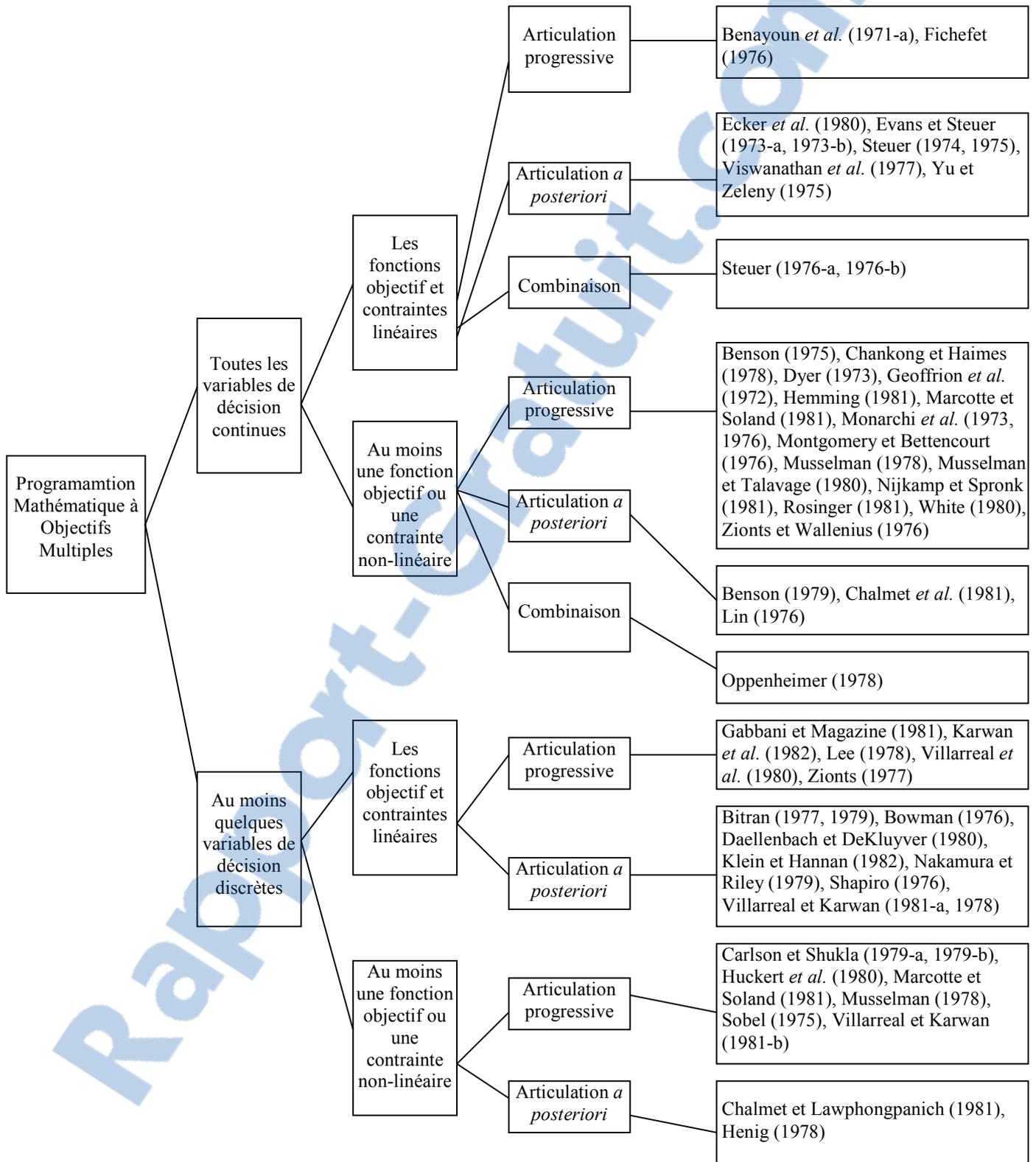


Figure 3.2 : Classification des méthodes de PMOM d'Evans (1984)

Il est à noter que la figure 3.2 n'inclut pas la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur, et ce, parce qu'Evans a voulu mettre l'accent sur les deux autres catégories de méthodes.

Une autre classification des méthodes multicritères a été proposée par Pongpeng et Liston (2003) dans leur succincte revue de littérature relative à ce domaine. Ces derniers ont regroupé les méthodes multicritères en deux catégories principales : a) les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur, et b) les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur. Nous présentons cette classification dans la section suivante.

3.2.3. La classification de Pongpeng et Liston (2003)

Selon Pongpeng et Liston (2003), les modèles multicritères requièrent du décideur de fournir des éléments d'information subjective relative, notamment, aux buts et aux coefficients d'importance relative, afin de permettre de sélectionner la solution la plus satisfaisante. Selon le moment de prise en compte de cette information, ces auteurs ne considèrent que deux grandes catégories de méthodes multicritères, à savoir : a) celles qui requièrent cette information avant que ne débute la recherche des solutions efficaces, et b) après que l'ensemble des solutions efficaces ait été généré. Selon ces auteurs, à l'inverse des modèles avec une articulation *a priori* des préférences du décideur, les modèles avec une articulation *a posteriori* ne nécessitent pas la détermination préalable des préférences du décideur. Pongpeng et Liston (2003) ont représenté chacune de ces deux catégories par un schéma. Nous rassemblons ces deux schémas dans la figure 4.3 comme suit :

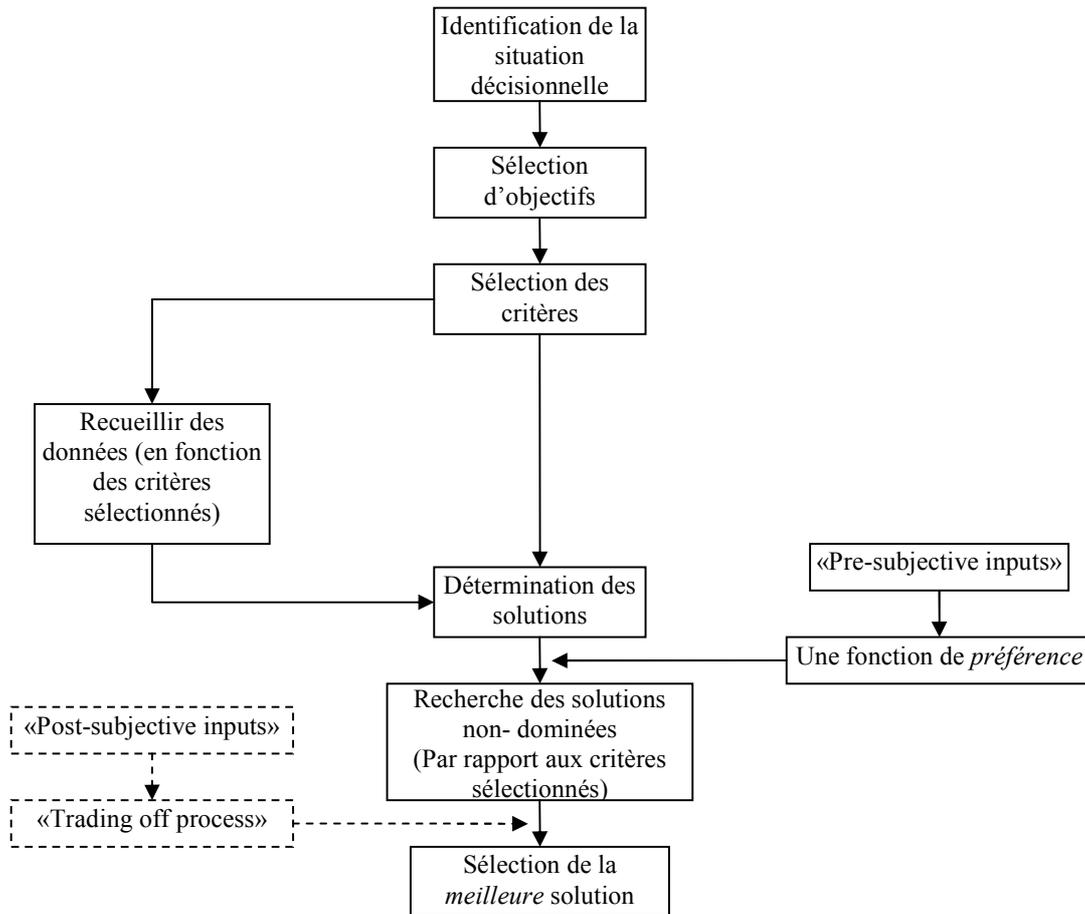


Figure 3.3 : Processus décisionnel schématisant l'introduction *a priori* et *posteriori* des préférences du décideur de Pongpeng et Liston (2003)

3.2.3.1. Les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur (Pre-subjective input models)

L'information relative aux préférences du décideur est introduite ici avant que ne débute la recherche des solutions efficaces (Pongpeng et Liston, 2003). En fait, le décideur participe à la formulation du problème décisionnel mais n'est pas sollicité durant la phase de résolution proprement dite. Selon Pongpeng et Liston (2003), cette information peut se présenter sous les formes suivantes : un ensemble de buts, des coefficients de pondération et une fonction d'utilité. Parmi les modèles classés dans cette catégorie, nous trouvons : le modèle du GP, les méthodes utilisant des fonctions d'utilité multi-attributs (due à sa

simplicité, une fonction d'utilité additive et pondérée est, en général, la forme la plus utilisée), la méthode pondérée qui requiert du décideur de déterminer des coefficients d'importance relative représentant ses préférences et la «*e-constraint method*». Cette dernière méthode procède de la même manière que la méthode pondérée mais lorsqu'un critère est optimisé, le reste des critères est transformé en contraintes (Pongpeng et Liston, 2003). Il est à noter que ces deux dernières méthodes sont classées par Hwang *et al.* (1980) et Miettinen (1998) dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a posteriori*. Cependant, Miettinen (1998) souligne que la méthode pondérée peut être utilisée de sorte à ce que ce soit le décideur qui détermine les coefficients d'importance relative. Dans ce cas, cette méthode peut être considérée comme une méthode avec une articulation *a priori* des préférences du décideur.

Selon Pongpeng et Liston (2003), les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur présentent l'inconvénient majeur de ne pas pouvoir modéliser les préférences de plusieurs décideurs simultanément. De plus, ils considèrent que les fonctions d'utilité représentent le modèle le plus approprié car permettant, d'une part, de prendre en compte le risque et l'incertitude dans le processus de résolution, et d'autre part, de ranger toutes les solutions efficaces. Il nous semble que certaines variantes du modèle du GP, par exemple, permettent de modéliser le risque lié à l'incertitude, telles que le GP stochastique et cela sans nécessairement introduire des fonctions d'utilité.

3.2.3.2. Les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur (Post-subjective input models)

Cette catégorie de méthodes introduit l'information relative aux préférences du décideur à la fin du processus décisionnel, après la phase de détermination des solutions efficaces. Cette information est obtenue sous forme de compromis à effectuer (Trading-off process) entre ces solutions, afin d'en désigner la plus satisfaisante. Pongpeng et Liston (2003) citent la méthode du «Compromise Programming» de Zeleny (1982) comme exemple des méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur. Ce dernier a souligné la difficulté que peut éprouver le décideur à spécifier *a priori* ses préférences et a développé ainsi une méthode où le décideur ne doit ni déterminer *a priori* un ensemble

de buts, ni attribuer des coefficients d'importance relative aux objectifs (Pongpeng et Liston, 2003). Néanmoins, ces méthodes sont considérées par Pongpeng et Liston (2003) comme moins intéressantes, car le processus d'obtention des solutions efficaces peut être trop long et elles supposent également l'existence d'un seul décideur.

Pongpeng et Liston (2003) évoquent, néanmoins, à la fin de leur article les méthodes interactives et considèrent qu'elles offrent une certaine flexibilité au décideur en lui permettant de modifier l'information qu'il a préalablement fournie. Ils citent les méthodes interactives les plus souvent citées dans la littérature, à savoir : la méthode STEM de Benayoun *et al.* (1971-a), la méthode de Geoffrion *et al.* (1972), celle de Zionts et Wallenius (1976) et la méthode de Haimès *et al.* (1975). De plus, ils font le même reproche à ces méthodes interactives, à savoir qu'elles ne prennent pas en charge plusieurs décideurs.

Ainsi, selon Pongpeng et Liston (2003), les modèles multicritères doivent dorénavant permettre de :

- intégrer et composer avec les préférences de plusieurs décideurs. Pongpeng et Liston (2003) recommandent d'utiliser ce qu'ils nomment «social welfare function». Cette fonction est une extension des fonctions d'utilité qui agrège les fonctions d'utilité pondérées des différents décideurs afin de trouver la solution la plus satisfaisante pour tous les décideurs;
- inclure des éléments de risque et d'incertitude en utilisant par exemple une fonction d'utilité;
- offrir une certaine flexibilité afin de permettre au décideur de changer l'information relative à ses préférences et à une situation décisionnelle donnée.

Il s'avère, ainsi, que Pongpeng et Liston (2003) encouragent, d'une part, l'utilisation combinée d'une fonction d'utilité et d'une «social welfare function» et d'autre part, les approches interactives.

Certains auteurs tels que Stewart (1992), évoquent dans leur état de l'art des méthodes de PMOM quelques éléments des classifications citées précédemment et en particulier celle de Hwang *et al.* (1980). En fait, Stewart (1992) ne cite que deux catégories de méthodes :

celles avec une articulation *a priori* et progressive des préférences du décideur. Il définit les premières méthodes comme étant celles qui requièrent du décideur des jugements de valeur sans tenir compte des différents choix possibles en présence. Ces jugements permettent de sélectionner la ou les solutions les plus satisfaisantes pour le décideur conformément à ses préférences établies *a priori*. Quant aux méthodes interactives, Stewart (1992) les définit comme étant les méthodes qui permettent au décideur d'explorer systématiquement l'espace de décision sans avoir à spécifier *a priori* ses préférences.

Hormis le cas particulier du GP interactif cité par Hwang *et al.* (1980), les différentes classifications qu'elles soient celle de Pongpeng et Liston (2003), de Hwang *et al.* (1980) ou d'Evans (1984), classent le modèle du GP comme une méthode avec une articulation *a priori* des préférences du décideur. Néanmoins, Stewart (1992) recommande l'utilisation interactive du modèle du GP, et ce, autant que possible.

De la même manière que pour les méthodes de PMOM, il nous semble intéressant de classer les différentes variantes du modèle du GP afin de faire ressortir leurs principales caractéristiques. Cet essai de classification, qui constitue l'objet de la prochaine section, se base essentiellement sur la typologie de Hwang *et al.* (1980) car pouvant être considérée comme l'une des plus intéressantes. En fait, cette typologie constitue, d'une part, le premier essai de classification des méthodes de PMOM prenant comme critère l'information relative aux préférences du décideur et, d'autre part, elle a été à l'origine du développement de la plupart des typologies proposées ultérieurement dans la littérature relative à ce domaine.

3.3. Une typologie du modèle du GP

L'information requise du décideur dans le modèle du GP peut différer selon les multiples variantes. Cette information joue un rôle important dans la formulation du modèle du GP et dans l'obtention d'une solution qui soit la plus satisfaisante pour le décideur et donc celle qui se rapproche le plus possible de ses préférences et de ses attentes. Par conséquent, nous considérons qu'il est important de prêter une attention particulière, d'une part, à la manière dont elle est modélisée (choix du paramètre à utiliser et de la

variante) et, d'autre part, à la manière dont elle est articulée (le moment de son introduction) dans le modèle du GP.

Dans les prochaines sous-sections, nous commençons par définir les catégories considérées dans notre typologie. Ensuite, nous récapitulons les paramètres de préférence utilisés dans les variantes du GP et présentés au préalable dans le troisième chapitre. Pour terminer, nous présentons la typologie du modèle du GP sous forme d'un tableau synthétique. Cette typologie regroupe les quatre catégories suivantes : a) les méthodes sans articulation des préférences du décideur; b) les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur; c) les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur; et d) les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur. Dans les prochaines sous-sections nous détaillons chacune de ces catégories.

3.3.1. Les méthodes sans articulation des préférences du décideur

Cette première catégorie regroupe les variantes du modèle du GP qui n'intègrent aucune information relative à la structure des préférences du décideur. Bien que, dans la version standard de ce modèle, le décideur soit appelé à fournir les valeurs des buts relatifs aux objectifs, nous considérons ici que sa participation reste trop limitée pour pouvoir considérer que ses préférences ont été prises en compte. Par conséquent, les variantes du GP qui n'intègrent pas une information liée à l'importance relative des objectifs ou à un degré de satisfaction vis-à-vis de leur réalisation sont considérées comme des méthodes sans articulation des préférences du décideur. Dans cette optique, nous entendons par préférences du décideur, son évaluation et son appréciation vis-à-vis des déviations entre les niveaux d'aspiration et les niveaux de réalisation des objectifs.

3.3.2. Les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur

En général, comme nous l'avons souligné précédemment, le modèle du GP est considéré comme étant un modèle de PMOM avec une articulation *a priori* des préférences du

décideur. Le décideur est ainsi sollicité en début du processus décisionnel pour exprimer ses préférences. Sur la base de cette information le modèle du GP est formulé et la phase de résolution, dont le décideur est généralement exclu, peut commencer. Ainsi, le rôle du décideur, dans cette catégorie de méthodes, se limite à celui de fournir l'information nécessaire à la formulation du programme mathématique en amont du processus décisionnel.

Par ailleurs, il est à noter qu'*a priori* n'exclut pas que la détermination de ces paramètres se fasse par le biais de dialogues entre le décideur et l'homme d'étude. Il est entendu que la phase de formulation du problème peut se faire sur une base itérative, où le décideur précise la nature de l'information qu'il doit fournir, mais n'est pas considérée pour autant comme une approche interactive car sa participation au processus décisionnel reste limitée uniquement à la phase de formulation du problème et ne s'étend pas au processus de résolution proprement dit. En effet, une fois le problème mathématique formulé, le décideur n'est pas sollicité, du moins formellement, dans le processus de résolution. L'inconvénient principal des variantes appartenant à cette catégorie réside dans la difficulté que peut avoir le décideur, dans certains cas, à déterminer l'information requise de lui (à exprimer clairement ses préférences) car ne maîtrisant pas suffisamment son contexte au début du processus décisionnel.

3.3.3. Les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur

Cette catégorie regroupe les variantes du modèle du GP où une certaine interaction avec le décideur est mise en œuvre durant la phase de résolution. Cette dernière forme une séquence d'itérations, où à chacune d'entre elles, le décideur est sollicité pour exprimer ses préférences vis-à-vis d'une ou plusieurs solutions obtenues. En l'occurrence, l'ensemble des solutions efficaces est explorée conjointement avec le décideur, à qui on fournit une information relative aux solutions retenues à une certaine itération, et sur la base de laquelle il exprime son appréciation vis-à-vis d'elles. En prenant en compte cette appréciation, on redéfinit un nouveau programme mathématique et une nouvelle solution est ainsi obtenue. Cette classe de méthodes nécessitent généralement de trouver une

solution initiale au problème posé sans que nécessairement une information soit requise du décideur (Tamiz et Jones, 1997).

3.3.4. Les méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur

Les méthodes appartenant à cette catégorie nécessitent l'intervention du décideur à la fin du processus décisionnel, c'est-à-dire une fois qu'un ensemble de solutions efficaces ait été généré par une procédure donnée. Quand ce dernier est trop grand, il devient quasi impossible au décideur de choisir une solution qu'il le satisfasse le plus. De plus, selon Miettinen (1998), le processus de génération des solutions efficaces peut être long et, dans certains cas, empreint de difficulté. En d'autres termes, c'est un processus qui peut s'avérer laborieux.

Par ailleurs, le modèle du GP n'est pas par essence un modèle qui considère *a posteriori* les préférences du décideur. Il nous semble que l'utilisation du modèle du GP selon une approche exclusivement *a posteriori* peut être insatisfaisante. Par conséquent, nous considérons qu'il peut être plus approprié, pour ce modèle, de combiner ce type d'approche avec une approche interactive tel que préconisé par Hwang *et al.* (1980) et Evans (1984). Il nous semble, par exemple, que nous pouvons considérer que l'approche interactive utilisée dans Abd-El-Wahed et Lee (2006) est une approche à la limite entre l'interactif et l'*a posteriori* en cela que l'une des motivations de ces auteurs est de minimiser, le plus possible, l'information requise du décideur. Ce dernier n'est sollicité dans leur modèle que pour évaluer la solution obtenue sans requérir nécessairement une nouvelle information de sa part pour obtenir une nouvelle solution. De plus, nous pouvons considérer cette classe comme regroupant les variantes du GP où l'information relative aux préférences du décideur est déterminée *a priori*, mais pouvant être, cependant, reconsidérée à la fin du processus décisionnel si une nouvelle information, entraînant une modification des paramètres préalablement établis, devait être prise en compte.

Dans ce qui suit, nous allons classer les différentes variantes du modèle du GP en fonction de la typologie ainsi spécifiée. Pour ce faire, nous repassons en revue, succinctement, l'information relative aux préférences du décideur que requiert chaque variante du décideur et nous considérons en conséquence la possibilité de la classer dans une ou plusieurs catégories.

3.3.5. La modélisation des préférences du décideur dans le modèle du GP

L'information que doit fournir le décideur dans les différentes variantes du GP peut être sous forme d'un classement des objectifs selon leur importance relative, de seuils de préférence ou de compromis (trade-offs). Il est à préciser que par «préférences du décideur», nous désignons l'appréciation du décideur par rapport aux déviations entre les niveaux d'aspiration et les degrés de réalisation des objectifs.

3.3.5.1. Le modèle GP standard

La plupart des variantes du modèle du GP nécessitent plus ou moins une information relative aux préférences du décideur. Néanmoins, dans le modèle du GP standard, le décideur est appelé à jouer un rôle très restreint dans le processus décisionnel, et il est sollicité uniquement pour identifier l'ensemble des objectifs et à fixer les buts. Aucune information relative à ses préférences n'est requise, alors que les objectifs peuvent ne pas avoir le même intérêt pour lui. Par conséquent, nous considérons qu'en général les préférences du décideur dans la version standard du GP ne sont pas prises en compte. Pour ces raisons, nous classons cette version du modèle du GP dans la catégorie des méthodes avec aucune articulation des préférences du décideur.

3.3.5.2. Le modèle du GP pondéré

Les préférences du décideur dans le modèle du GP Pondéré (GPP) sont introduites ici par le biais des coefficients de pondération w_i . Ces derniers permettent de révéler

l'importance relative qu'accorde le décideur aux différents objectifs et jouent le rôle de compromis ou de «trade-offs», c'est-à-dire combien le décideur est prêt à concéder sur un objectif au profit d'un autre objectif. C'est le rôle de valorisation tel décrit par Kettani *et al.* (2004).

Généralement, dans le modèle du GPP, le décideur est supposé connaître *a priori* l'importance relative des multiples objectifs et capable, ainsi, de fournir cette information au début du processus décisionnel. Par conséquent, le modèle du GPP appartient essentiellement aux méthodes intégrant *a priori* l'information relative à la structure de préférence du décideur. Toutefois, il peut être difficile pour le décideur d'assigner *a priori* à chacun des objectifs un paramètre d'importance, en particulier quand leur nombre est élevé (Stewart, 1992). Ces coefficients peuvent être élaborés et déterminés progressivement durant le processus de résolution en collaboration avec le décideur jusqu'à ce qu'une solution soit retenue comme étant la plus satisfaisante. Dans ce cas, le GPP peut être classé dans la classe des méthodes interactives.

Tamiz et Jones (1997) soulignent la difficulté que peut avoir le décideur, dans les approches interactives, à déterminer d'une manière précise les coefficients d'importance relative. Ils considèrent ainsi qu'il peut être préférable pour le décideur d'évaluer le degré d'atteinte d'un objectif, dans le sens que le décideur doit révéler si ce degré d'atteinte doit être amélioré ou pas, et en fonction de l'information relative à ses préférences ainsi obtenue, les coefficients de pondération sont déterminés et une nouvelle solution est obtenue.

3.3.5.3. Le modèle du GP lexicographique

Dans la variante du GP Lexicographique (GPL), les préférences du décideur sont principalement prises en compte par le biais d'un ordre de priorité qui permet de regrouper les objectifs selon l'importance que leur accorde le décideur. De plus, les coefficients de pondération qui peuvent être utilisés dans un niveau de priorité donné permettent au décideur d'accorder plus d'importance à un objectif relativement à un autre. Les paramètres utilisés dans le GPL sont généralement considérés comme devant

être déterminés en début de processus décisionnel et nous classons, de ce fait, le GPL dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur.

Cependant, la variante du GPL peut être envisagée selon une procédure interactive et peut être ainsi classée dans la deuxième catégorie de notre typologie. Tamiz et Jones (1997) et Lee et Olson (1999), par exemple, ont considéré l'utilisation interactive de cette variante. Il est possible ainsi pour le décideur, d'observer l'impact que peut avoir le changement de l'ordre de préférence relatif à certains objectifs sur leur réalisation et ainsi sur les solutions obtenues. Ceci peut également atténuer l'effet relié à l'ordre absolu, c'est-à-dire, le fait que certains objectifs situés dans des niveaux inférieurs ne jouent pas de rôle dans le processus de résolution, en offrant la possibilité au décideur de reconsidérer l'importance de certains objectifs en les plaçant dans de nouveaux niveaux de priorité.

Pour altérer les paramètres du modèle du GPL, Tamiz et Jones (1997) procèdent au début, de la même façon que pour le GPP. Ainsi, ils commencent par augmenter la valeur du coefficient de pondération associé à un objectif donné classé dans un certain niveau de priorité. Si cela ne permet pas d'améliorer la performance de cet objectif, cette déviation est alors successivement placée dans des niveaux de priorité supérieurs et l'altération des coefficients de pondération est à nouveau utilisée. En fait, Tamiz et Jones (1997) proposent pour le GPP et le GPL deux algorithmes d'altération des paramètres d'importance relative, à savoir : «weight increase algorithm» et «lexicographic increase algorithm». Ces algorithmes forment une séquence d'étapes à suivre afin d'altérer successivement une solution préalablement obtenue.

3.3.5.4. Le modèle du GP minmax

Le GP Minmax (GPM), assez similaire à la version pondérée du modèle du GP, utilise à son tour des coefficients de pondération w_i pour introduire une information relative aux préférences du décideur. Il en ressort que cette variante peut être classée dans la catégorie des variantes s'appuyant essentiellement sur la modélisation *a priori* des préférences du décideur. Il s'agit principalement pour ce dernier de fixer les buts afin de déterminer les déviations, auxquelles des coefficients d'importance sont assignés, et d'en minimiser le maximum.

3.3.5.5. Le modèle du GP non-linéaire

Généralement, dans le modèle du GP Non-Linéaire (GPNL), les préférences du décideur sont intégrées par le biais du paramètre des coefficients de pondération w_i . De plus, cette variante peut être sous forme lexicographique. Dans ce cas, l'importance relative des objectifs est essentiellement représentée par l'ordre de priorité. Ainsi, le GPNL peut être classé parmi les méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur. Toutefois, le GPNL peut être aussi classé parmi les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur car ce dernier peut modifier les paramètres reflétant l'importance relative ainsi que les buts spécifiés au préalable.

En fait, dans leur revue de littérature relative au modèle du GPNL, Saber et Ravindran (1993) citent quatre approches principales pouvant être utilisées pour résoudre ce modèle. Parmi celles-ci, figurent les approches interactives telles que celle de Masud et Hwang (1981). Dans cette méthode, qui peut être aussi utilisée dans les cas linéaires, les paramètres d'importance relative ne sont pas assignés *a priori* aux objectifs et la recherche de la solution du meilleur compromis se fait en collaboration avec le décideur qui peut ajuster et réajuster les valeurs des buts (Saber et Ravindran, 1993; Lee et Olson, 1999). Evans (1984) considère que la plupart des méthodes de PMOM développées pour les cas non-linéaires se basent sur une articulation progressive des préférences du décideur. En outre, il scinde ces méthodes en trois catégories différentes en fonction de l'information que doit fournir le décideur, à savoir : a) ajustement de ses niveaux d'aspiration, b) les compromis ou trade-offs qu'il est prêt à consentir, et c) un classement des solutions générées à chaque itération.

3.3.5.6. Le modèle du GP avec des fonctions de satisfaction

Le modèle du GP avec des Fonctions de Satisfaction (GPFS) combine quant à lui plusieurs paramètres pour modéliser les préférences du décideur. En plus d'utiliser des coefficients de pondération pour représenter l'importance relative des objectifs, cette formulation du modèle du GP, offre la possibilité au décideur d'exprimer explicitement, par le biais des fonctions de satisfaction, son degré de préférence relative aux différents

niveaux d'atteinte des objectifs. En fait, tel que les souligne Aouni (1998) les fonctions de satisfaction permettent au décideur d'exprimer ses préférences par rapport à l'ampleur de l'écart entre le but fixé et le degré d'atteinte d'un objectif. Les trois types de seuils utilisés dans ce modèle permettent de modéliser la satisfaction complète, partielle ou nulle du décideur. En outre, ces seuils permettent au modèle d'être partiellement non compensatoire.

Le modèle du GPFS peut être, d'une manière générale, classé dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur. En effet, les paramètres utilisés dans ce modèle sont le plus souvent définis avant que ne commence la phase de résolution proprement dite comme cela a été le cas dans Gohrod *et al.* (2003). Par ailleurs, l'information requise du décideur peut être obtenue durant la phase initiale de la formulation du problème d'une manière itérative comme cela a été le cas pour le choix de l'emplacement d'un aéroport au Nouveau-Québec (Martel et Aouni, 1992).

Étant un modèle de GP qui permet d'introduire explicitement les préférences du décideur, le GPFS nous paraît comme un modèle qui convient bien à une utilisation interactive. L'élaboration et la détermination des paramètres de préférence du décideur, dans ce modèle, peut se faire d'une manière évolutive et progressive durant le processus d'optimisation, et ce, en interaction avec le décideur. Vu que ce dernier peut ajuster et réviser ses seuils de préférence relatifs à un ou plusieurs objectifs, le modèle du GPFS peut être situé aussi bien dans la catégorie des méthodes interactives que celle avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur, notamment quand il est utilisé dans les contextes stochastiques.

3.3.5.7. Le modèle du GP avec intervalles

Différentes formulations du modèle du GP avec Intervalles (GPI) ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine. Plusieurs d'entre elles utilisent des fonctions de pénalité pour représenter les préférences du décideur. Les déviations positives et négatives non désirées par ce dernier y sont pénalisées selon différentes pénalités marginales. De plus, le modèle du GPFS en environnement imprécis permet de modéliser l'imprécision du contexte décisionnel et les préférences du décideur, et ce, par le biais,

par exemple, des seuils d'indifférence. Étant donné qu'en général les paramètres utilisés dans le modèle du GPI sont généralement fixés *a priori*, nous classons ce dernier dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur. Toutefois, cette variante peut être située dans la troisième catégorie si, par exemple, les valeurs de certains paramètres sont réajustées en interaction avec le décideur durant le processus de résolution.

3.3.5.8. Le modèle du GP flou

Dans notre revue de littérature relative au modèle du GP Flou (GPF), présentée dans le troisième chapitre, nous avons classé les différentes formulations de ce modèle en trois classes principales : a) les versions pondérées du GPF (GPF_P), b) le GPF avec une structure lexicographique (GPF_L), et c) le GPF interactif (GPF_I). Hormis cette dernière classe, la majorité des formulations citées requièrent du décideur de déterminer l'information relative à ses préférences au début du processus décisionnel. Ainsi, le modèle du GPF peut être aussi bien classé dans les deuxième et troisième catégories, vu qu'il a été proposé et appliqué selon une procédure interactive, comme cela a été le cas, par exemple, dans Min (1988, 1989).

3.3.5.9. Le modèle du GP stochastique

Dans le modèle du GP Stochastique (GPS), le décideur peut exprimer les buts en termes de probabilité de leur réalisation (Lee et Olson, 1985). À titre d'exemple, un investisseur peut associer au but du rendement d'un portefeuille d'actions une certaine probabilité de réalisation.

En grande partie, les formulations du modèle du GPS, que nous avons passé en revue dans le troisième chapitre, utilisent une structure lexicographique pour représenter les préférences du décideur. Quelques-unes ont été proposées sous forme pondérée pour considérer l'importance relative des multiples objectifs. Ces paramètres (coefficients de pondération ou l'ordre de priorité) ont été déterminés, dans l'ensemble de ces formulations, soit *a priori*, ou, selon une procédure interactive où le décideur pouvait les

modifier. Nous pouvons citer à ce sujet, les articles de Changchit et Terrell (1993), Ben Abdelaziz et Mejri (2001), Nowak (2007) qui utilisent et préconisent une version interactive du modèle du GPS Lexicographiques (GPSL). Dans les deux premiers articles, le décideur peut modifier l'un ou plusieurs des paramètres suivants : a) les valeurs des buts; b) les probabilités; et c) la structure de priorité. Il est à noter, cependant, que dans ces deux articles, aucune procédure interactive formalisée n'est proposée, seul Nowak (2007) présente un algorithme permettant de visualiser la procédure utilisée.

Nous considérons que l'utilisation de la variante stochastique du modèle du GP selon une procédure interactive peut s'avérer utile. En effet, en se basant sur un processus d'apprentissage, où le décideur peut réviser, s'il le souhaite, l'information initiale qu'il a fournie, et ce, à la lumière des résultats qui lui sont présentés à chaque itération, les approches interactives peuvent permettre au décideur de mieux cerner un contexte décisionnel, en particulier si celui-ci est incertain. De plus, étant donné la participation accrue du décideur dans le processus de choix, il y a de fortes chances que celui-ci accepte et adopte la solution retenue. Toutefois, Nowak (2007) souligne que le décideur peut avoir de la difficulté à formuler ses préférences car l'évaluation des solutions ne peut pas être faite avec des valeurs précises. Les développements précédents nous amènent à classer la variante du GPS aussi bien dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur que celle avec une articulation progressive. Par ailleurs, nous pouvons envisager aussi de classer le modèle du GPS dans la classe des méthodes avec une articulation *a posteriori* des préférences du décideur, dans le cas où le décideur peut modifier, à la lumière d'une nouvelle information, la distribution de probabilité fixée *a priori*.

3.3.5.10. Le modèle du GP interactif

Nous rappelons que par la variante du GP Interactif (GPIf) nous désignons, en fait, toute variante du GP qui s'appuie sur une procédure interactive. Par conséquent, le type de paramètres (les coefficients w_i ou un ordre de priorité donné (L) ou certains types de seuils par exemple) qui va être utilisé pour modéliser les préférences du décideur, va dépendre du choix du modèle utilisé. Il est clair que le modèle du GPIf est classé dans la

catégorie des méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur. Notons, toutefois, que dans les approches interactives, le décideur peut éprouver des difficultés à percevoir et à fournir l'information qui lui est demandée.

En général, les procédures interactives permettent d'accompagner et de faire participer le décideur tout le long du processus décisionnel jusqu'à ce qu'une solution satisfaisante soit obtenue. Il est clair, que dans ce type d'approches, il est nécessaire de spécifier des critères d'arrêt pour tenter de converger rapidement vers une solution satisfaisante du contexte décisionnel. Abd El-Wahed et Lee (2006), par exemple, détermine trois critères d'arrêt de la phase de résolution, à savoir : a) l'acceptation du décideur d'une solution qui considère comme le compromis le plus satisfaisant, b) pas d'amélioration significative des valeurs des fonctions objectifs après altération des paramètres, et c) l'obtention de solutions non-réalisables à l'issue de certaines modifications. Nous considérons que ces critères d'arrêt doivent être déterminés selon le contexte décisionnel en présence et selon la procédure interactive adoptée.

Nous regroupons cet essai de classification du modèle du GP ainsi que ses principales variantes dans le tableau 3.1. À titre d'exemple, la première catégorie de cette classification englobe le GP standard, y compris dans sa version interactive, qui ne prend pas explicitement les préférences du décideur comme l'ont souligné Martel et Aouni (1990). Ainsi, Karpak *et al.* (1999; 2005) utilisent une version interactive du GP standard. Dans leur formulation, l'information correspondant à l'importance relative des différents objectifs, par exemple, n'est pas prise en compte. En outre, nous classons certaines variantes telles que le GP Pondéré (GPP), le GP Lexicographique (GPL) et le GP Non-Linaire (GPNL) aussi bien dans les catégories de variantes avec articulation *a priori* que progressive des préférences du décideur. En effet, certaines variantes du GP ont été développées et appliquées dans une perspective tant *a priori* que progressive. Cependant, la plupart des variantes du GP ont été initialement développées en tant que méthode avec une articulation *a priori* de l'information préférentielle. Rappelons que ce n'est pas dans l'essence même du modèle du GP d'être une méthode introduisant *a posteriori* les préférences du décideur, mais avec la modélisation du stochastique nous pourrions certainement envisager que cela puisse être le cas (Aouni *et al.*, 2006-a; 2006-b).

Tableau 3.1 : Typologie du modèle du GP

Catégories Paramètres	Aucune articulation	Articulation <i>a priori</i>	Articulation progressive	Articulation <i>a posteriori</i>
Aucun paramètre hormis l'ensemble des buts	- GP standard		- GPIf	
Les coefficients de pondération (w_i)		- GPP - GPM - GPNL - GPFp - GPSP	- GPP - GPIf - GPFif	- GPSP
Vecteur ordonné et coefficients de pondération (L, w_i)		- GPL - GPFL - GPSL	- GPSif - GPIf - GPSL	- GPSL
Méthodes alliant plusieurs paramètres (w_i , seuils, fonctions d'appartenance, fonctions de pénalité)		- GPI - GPFS - GPF	- GPFS	- GPFS

Il est à souligner que cette typologie n'est qu'une représentation synthétique de la modélisation des préférences du décideur, et n'en représente que les grandes lignes. De plus, dans la littérature relative au GP, nous retrouvons de plus en plus des formulations qui associent plusieurs variantes telles que celles de Rodriguez Uria *et al.* (2002) et Romero (2004). Par conséquent, il peut s'avérer parfois difficile de classer telle ou telle variante dans une catégorie bien déterminée. En effet, vu d'une part la grande variété des formulations du GP existantes, et d'autre part, l'évolution incessante de la recherche en aide multicritère à la décision, il est parfois hasardeux de classer une méthode dans tel ou tel ensemble de façon définitive.

Par ailleurs, Evans (1984) considère qu'un modèle qui allie à titre d'exemple deux types d'articulation des préférences du décideur peut se révéler être plus efficace. De plus, il

indique qu'une combinaison de plusieurs approches d'intégration des préférences du décideur peut pallier aux insuffisances de chaque approche tout en combinant les avantages de chacune et recommande des recherches plus poussées dans ce domaine. Stewart (1992), quant à lui, préconise l'utilisation du modèle du GP selon un mode interactif, et ce, autant que possible. Miettinen (1998) considère que les approches interactives permettent de pallier aux insuffisances des trois autres approches et considère que la méthode à adopter doit être suffisamment facile à utiliser et simple pour le décideur. En outre, il est à souligner qu'en général, selon Zeleny (1982) et Roy et Mousseau (1996), les valeurs attribuées aux paramètres d'importance revêtent toujours un caractère subjectif et ne peuvent être déterminées qu'au travers d'entretiens avec les parties prenantes du processus décisionnel.

À la lumière des développements présentés précédemment, nous considérons, pour notre part, que la simplicité et la philosophie de satisfaction sous-jacente du GP en font un modèle qui se prête bien à une utilisation interactive. En outre, nous pouvons considérer qu'en général, le but ultime de tout outil d'aide multicritère à la décision est d'accompagner un décideur dans son processus de choix. Par conséquent, il nous semble que les approches interactives s'inscrivent naturellement dans cette démarche, dans le sens qu'elles visent à faire participer le décideur tout le long du processus décisionnel tout en essayant de requérir de lui une information qui soit moins contraignante à fournir. En outre, la plus grande participation du décideur dans le processus décisionnel peut être appréciable, en particulier, si nous considérons la complexité croissante (l'imprécision et l'incertitude qui caractérise de plus en plus de contextes décisionnels, la prise en compte de plus en plus d'éléments et de facteurs dans la prise de décision) des situations décisionnelles de nos jours.

Par ailleurs, quand cela s'avère possible, il serait intéressant de formuler le modèle du GP *a priori* sur la base d'une information fournie par le décideur et par la suite explorer l'ensemble des solutions efficaces conjointement avec lui. Il nous semble, en effet, que tout en utilisant le modèle du GP d'une manière conventionnelle, c'est-à-dire de spécifier l'information relative aux préférences du décideur en début de processus décisionnel, il serait intéressant de ne pas limiter la participation du décideur à cette phase. En ce sens, il s'agit d'évoluer avec le décideur vers une solution qui soit la plus satisfaisante pour lui,

en lui offrant la possibilité de reconsidérer l'information qu'il a fournie au préalable à la lumière de l'information qui lui est présentée à chaque itération, et ce, selon une procédure formalisée. Nous considérons que ce type d'approche, quand il est approprié de l'utiliser, permet au modèle du GP de jouer pleinement son rôle d'outil d'aide à la décision.

3.4. Conclusion

La mise en œuvre de l'aide à la décision nécessite généralement l'intervention du décideur dans le processus décisionnel. En amont de ce processus, il est important que le choix du modèle se fasse sur la base des caractéristiques du contexte décisionnel et des intérêts bien compris du décideur. Le modèle du GP a démontré ces dernières décennies qu'il était un outil d'aide à la décision efficace et flexible permettant de modéliser différents types de contextes décisionnels.

Le modèle du GP peut aussi bien être classé dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur que celle avec une articulation progressive. Quand ce modèle est utilisé selon une approche *a priori*, il est important que l'élaboration de la structure de préférence du décideur s'appuie sur une procédure itérative, afin de lui permettre de mieux cerner et préciser la nature de l'information qui lui est demandée. Dans sa version interactive et basée sur un processus d'apprentissage, ce modèle recentre le rôle du décideur dans le processus de choix en lui permettant d'intégrer plus d'éléments dans son analyse et de reconsidérer l'information relative à ses préférences durant la phase de résolution. Les formulations du GP qui allient l'introduction *a priori* et progressive des préférences du décideur sont particulièrement recommandées et semblent ouvrir de nouvelles perspectives pour une implication plus effective du décideur dans le processus décisionnel.

Références

- Abd El-Wahed, W. F. and S. M. Lee, «Interactive Fuzzy Goal Programming Multi-Objective Transportation Problems», *Omega*, Vol. 34, No. 2, 2006 (158-166).
- Aouni, B., «Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1998.
- Aouni, B., A. Hassaïne and J-M. Martel, «Decision-Maker's Preferences Modelling in the Goal Programming Model: The Current State of the Art and Future Trends», *Administrative Sciences Association of Canada, Management Science*, Vol. 27, No. 2, 2006-a (94-108).
- Aouni, B., A. Hassaïne et J-M. Martel, «Les préférences du décideur dans le Goal Programming : État de l'art et perspectives futures», *Les actes de la 6^{ème} conférence Francophone de MODélisation et SIMulation (MOSIM'06), Modélisation, optimisation et simulation des systèmes : Défis et Opportunités*, 2006-b.
- Beeson, R. M. and W. S. Meisel, «The Optimization of Complex Systems with Respect to Multiple Criteria», *IEEE Systems, Man and Cybernetics Group Annual Symposium Record, IEEE*, 1971 (144-149).
- Ben Abdelaziz, F., and S. Mejri, «Application of Goal Programming in a Multi-Objective Reservoir Operation Model in Tunisia», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (352-361).
- Benayoun, R., J. De Montgolfier, J. Tergny and O. Larichev, «Linear Programming with Multiple Objective Functions: Step Method (STEM) », *Mathematical Programming*, Vol. 1, No. 3, 1971-a (366-375).
- Benayoun, R., O. Larichev, J. De Montgolfier and J. Tergny, «Linear Programming with Multiple Objective Functions: The Method of Constraints», *Automatic and Remote Control*, Vol. 32, No. 8, 1971-b (1257-1264).

- Benayoun, R., J. Tergny and D. Keuneman, «Mathematical Programming with Multi-Objective Function: A Solution by P.O.P. (Progressive Orientation Procedure)», *METRA*, Vol. 9, No. 2, 1970 (279-299).
- Benson, R. G., «Interactive Multiple Criteria Optimization Using Satisfactory Goals», *Ph.D. Thesis*, University of Iowa, 1975.
- Benson, H. P., «Vector Maximization with Two Objective Functions», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 28, No. 2, 1979 (253-257).
- Bitran, G. R., «Linear Multiple Objective Programs with Zero-One Variables», *Mathematical Programming*, Vol.13, No. 2, 1977 (121-139).
- Bitran, G. R., «Theory and Algorithms for Linear Multiple Objective Programs with Zero-One Variables», *Mathematical Programming*, Vol.17, No. 1979 (362-390).
- Black, K., *Business Statistics: Contemporary Decision Making*, West Publishing Company, St. Paul, 1997.
- Bowman, V. J., «On the Relationship of the Tchebycheff Norm and the Efficient Frontier of Multiple Criteria Objectives», *Multiple Criteria Decision Making*, dans H. Thiriez and S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 130, Springer-Verlag, Berlin, 1976 (76-85).
- Boychuk, L. M. and V. O. Ovchinnikov, «Principal Methods for Solution of Multicriterial Optimization Problems (Survey)», *Soviet Automatic Control*, Vol. 6, No. 3, 1973 (1-4).
- Carlson, R. C. and P. R. Shukla, «Interactive Solution of Discrete Multicriterion Problems: An Algorithm and Computational Results for the Binary Variable Case», *Technical Report No. 79-2, Industrial Engineering and Engineering Management*, Stanford University, 1979-a.
- Carlson, R. C. and P. R. Shukla, «Robustness of the Interactive Algorithm for Multicriterion Zero-One Variable Problems under Probabilistic Tradeoffs», *Technical Report No. 79-3, Industrial Engineering and Engineering Management*, Stanford University, 1979-b.

- Chalmet, L. G., R. L. Francis and A. Kolen, «Finding Efficient Solutions for Rectilinear Distance Location Problems Efficiently», *European Journal of Operational Research*, Vol. 6, No. 2, 1981 (117-124).
- Chalmet, L. G. and S. Lawphongpanish, «Efficient Solutions for Point-Objective Discrete Facility Location Problems», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans N. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- Changchit, C. and M. P. Terrell, «A Multiobjective Reservoir Operation Model with Stochastic Inflows», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 24, No. 2, 1993 (303-313).
- Chankong, V. and Y. Y. Haimes, «The Interactive Surrogate Worth Trade-off (ISWT) Method for Multiobjective Decision-Making», *Multiple Criteria Problem Solving*, dans S. Zionts (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 155, Springer-Verlag, Berlin, 1978 (42-67).
- Charnes, A. and W. W. Cooper, «Goal Programming and Multiple Objective Optimization-Part 1», *European Journal of Operational Research*, Vol. 1, No. 1, 1977 (39-54).
- Daellenbach, H. G. and C. A. DeKluyver, «Note on Multiple Objective Dynamic Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, No. 7, 1980 (591-594).
- Dyer, J. S., «Interactive Goal Programming», *Management Science*, Vol. 19, No. 1, 1972 (62-70).
- Dyer, J. S., «A Time Sharing Computer Program for the Solution of the Multiple Criteria Problem», *Management Science*, Vol. 19, No. 12, 1973 (1379-1383).
- Ecker, J. G., N. S. Hegner and I. A. Kouada, «Generating All Maximal Efficient Faces for Multiple Objective Linear Programs», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 30, No. 3, 1980 (353-381).
- Evans, G.W., «An Overview of Techniques for Solving Multiobjective Mathematical Programs», *Management Science*, Vol. 30, No. 11, 1984 (1268-1282).

- Evans, J. P. and R. E. Steuer, «A Revised Simplex Method for Linear Multiple Objective Programs», *Mathematical Programming*, Vol. 5, No. 1, 1973-a (54-72).
- Evans, J. P. and R. E. Steuer, «Generating efficient Extreme Points in Linear Multiple Objective Programming: Two Algorithms and Computational Experience», *Multiple Criteria Decision Making*, dans J. L. Cochrane and M. Zeleny (Eds.), University of South Carolina Press, 1973-b.
- Farquhar, P. H., «A Survey of Multiattribute Utility Theory and Applications», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. K. Starr and M. Zeleny (Eds.), North Holland, New York, 1977 (59-90).
- Fichefet, J., «GPSTEM: An interactive Multiobjective Optimization Method», *Progress in Operations Research*, dans A. Prekopa (Ed.), Vol. 1, North-Holland, Amsterdam, 1976 (317-332).
- Fishburn, P. C., «Lexicographic Orders, Utilities and Decision Rules: A Survey», *Management Science*, Vol. 20, No. 11, 1974 (1442-1471).
- Gabbani, D. and M. J. Magazine, «An Interactive Heuristic Approach for Multi-Objective Integer Programming Problems», *Working Paper No. 148*, Department of Management Sciences, University of Waterloo, September 1981.
- Gal, T. and J. Nedoma, «Multiparametric Linear Programming», *Management Science*, Vol. 18, No. 7, 1972 (406-421).
- Gembicki, F., «Performance and Sensitivity Optimization: A Vector Index Approach», *Ph.D. Dissertation*, Case Western Reserve University, 1974.
- Geoffrion, A. M., J. S. Dyer and A. Feinberg, «An Interactive Approach for Multicriterion Optimization with an Application to the Operations of an Academic Department», *Management Science*, Vol. 19, No. 4, 1972 (357-368).
- Gohrod, H., J-M. Martel and B. Aouni, «Vehicle Park Management through the Goal Programming Model», *INFOR*, Vol. 41, No. 1, 2003 (93-104).

- Haimes, Y. Y., W. A. Hall and H. T. Freedman, *Multiobjective Optimization in Water Resources Systems: The Surrogate Worth Trade-off Method*, Elsevier, New York, 1975.
- Haimes, Y. Y., L. S. Lasdon and D. A. Wismer, «On a Bicriterion Formulation of the Problems of Integrated System Identification and System Optimization», *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 1, No. 3, 1971 (296-297).
- Hemming, T., «Some Modifications of a Large Step Gradient Method for Interactive Multicriterion Optimization», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans J. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, Berlin, 1981 (128-139).
- Henig, M. L., «Multicriteria Dynamic Programming», *Ph.D. Dissertation*, Yale University, 1978.
- Huckert, K., R. Rhode, O. Roglin and R. Weber, «On the Interactive Solution to a Multicriteria Scheduling Problem», *Operations Research*, Vol. 24, No.1, 1980 (47-60).
- Hwang, C. L., S. R. Paidy, K. Yoon and A. S. M. Masud, «Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial», *Computers & Operations Research*, Vol. 7, No. 1-2, 1980 (5-31).
- Ignizio, J. P., *Goal Programming and Extensions*, Lexington Books, Massachusetts, 1976.
- Isermann, H., «The Enumeration of the Set of all Efficient Solutions for a Linear Multiple Objective Program», *Operations Research Quarterly*, Vol. 28, No. 3, 1977 (711-725).
- Karwan, M. H., S. Zionts and B. Villarreal, «An Improved Interactive Multicriteria Integer Programming Algorithm», *Working Paper No. 530*, School of Management, State University of New York at Buffalo, 1982.
- Keeney, R. L., «An Illustrated Procedure for Assessing Multiattributed Utility Functions», *Sloan Management Review*, Vol. 14, No.1, 1972 (37-50).

- Keeney, R. L. and H. Raiffa, *Decision with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, Wiley, New York, 1976.
- Kettani, O., B. Aouni and J.-M. Martel, «The Double Role of the Weight Factor in the GP Model», *Computers and Operations Research*, Vol. 31, No.11, 2004 (1833-1845).
- Klein, D. and E. Hannan, «An Algorithm for the Multiple Objective Integer Linear Programming Problem», *European Journal of Operational Research*, Vol. 9, No. 4, 1982 (378-385).
- Lee, S. M., *Goal Programming for Decision Analysis*, Auerbach Publishers, Philadelphia, 1972.
- Lee, S. M., «Interactive Integer Goal Programming: Methods and Applications», *Multiple Criteria Problem Solving*, dans S. Zionts (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 155, Springer-Verlag, Berlin, 1978 (362-383).
- Lee, S. M., and D. L. Olson, «A Gradient Algorithm for Chance Constrained Nonlinear Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 22, No. 3, 1985 (359-369).
- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming», *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, dans Gal, T, T.-J. Stewart and T. Hanne (Eds.), Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- Lin, J. G., «Three Methods for Determining Pareto-Optimal Solutions of Multiple-Objective Problems», *Directions in Large-Scale Systems*, dans Y. C. Ho and S. K. Mitter (Eds.), *Many-Person Optimization and Decentralized Control*, Plenum Press, New York, 1976 (117-138).
- Marcotte, O. and R. M. Soland, «An Interactive Branch and Bound Algorithm for Multiple Criteria Optimization», *Report No. T-442*, George Washington University, May 1981.
- Martel, J-M. et B. Aouni, «Méthode Multicritère de Choix d'un Emplacement : le Cas d'un Aéroport dans le Nouveau-Québec», *INFOR*, Vol. 30, No. 2, 1992 (97-117).

- Masud, A. S. M. and C. L. Hwang, «Interactive Sequential Goal Programming», *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32, No. 5, 1981 (391-400).
- Min, H., «The Dynamic Expansion and Relocation of Capacitated Public Facilities: A Multi-Objective Approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 15, No. 3, 1988 (243-252).
- Min, H., «A Model-Based Decision Support System for Locating Banks», *Information and Management*, Vol. 17, No.4, 1989 (207-215).
- Miettinen, K. M., *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- Monarchi, D. E., C. C. Kisiel and L. Duckstein, «Interactive Multiobjective Programming in Water Resources: A Case Study», *Water Resources Research*, Vol. 9, No. 4, 1973 (837-850).
- Monarchi, D. E., J. E. Weber and L. Duckstein, «An Interactive Multiple Objective Decision-Making Aid Using Nonlinear Goal Programming», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. Zeleny (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 123, Springer-Verlag, Berlin, 1976 (235-253).
- Montgomery, D. C. and V. M. Bettencourt, «Multiple Response Surface Methods in Computer Simulation», *Working Paper*, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, 1976.
- Musselman, K. J., «An Interactive, Tradeoff Cutting Plane Approach to Continuous and Discrete Multiple Objective Optimization», *Ph.D. Dissertation*, School of Industrial Engineering, Purdue University, 1978.
- Musselman, K. J. and J. Talavage, «A Tradeoff Cut Approach to Multiple Objective Optimization», *Operations Research*, Vol. 28, No. 6, 1980 (1424-1435).
- Nakamura, M. and J. M. Riley, «A Multiobjective Branch-and-Bound Method for Single-Commodity Network Flow Problems», *Paper presented at the Joint Meeting of ORSA/TIMS*, Milwaukee, Wisconsin, October 15-17, 1979.

- Nijkamp, P. and J. Spronk, «Interactive Multidimensional Programming Models for Location Decisions», *European Journal of Operational Research*, Vol. 6, No. 2, 1981 (220-223).
- Nowak, M., «Aspiration Level Approach in Stochastic MCDM Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1626-1640).
- Oppenheimer, K. R., «A Proxy Approach to Multi-Attribute Decision Making», *Management Science*, Vol. 24, No. 6, 1978 (675-689).
- Pongpeng, J. and J. Liston, «A Multicriteria Model's Survey: State of the Art and Some Necessary Capabilities of Future Models», *Construction Management and Economics*, Vol. 21, No. 7, 2003 (665-670).
- Rodríguez Uría, M.V., R. Caballero, F. Ruiz and C. Romero, «Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No. 2, 2002 (422-429).
- Romero, C., «A General Structure of Achievement Function for a Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 3, 2004 (675-686).
- Rosinger, E. E., «Interactive Algorithm for Multiobjective Optimization», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 35, No. 3, 1981 (339-365).
- Roy, B. and V. Mousseau, «A Theoretical Framework for Analysing the Notion of Relative Importance of Criteria», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 5, No. 2, 1996 (145-159).
- Saber, H. M. and A. Ravindran, «Nonlinear Goal Programming Theory and Practice: A Survey», *Computers and Operations Research*, Vol. 20, No. 3, 1993 (275-291).
- Salukvadze, M., «On the Existence of Solutions in Problems of Optimization under Vector Valued Criteria», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 13, No.2, 1974 (203-217).
- Shapiro, J. F., «Multiple Criteria Public Investment Decision Making by Mixed Integer Programming», *Multiple Criteria Decision Making*, dans H. Thiriez and S. Zionts

- (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 130, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- Sobel, M. J., «Ordinal Dynamic Programming», *Management Science*, Vol. 21, No. 9, 1975 (967-975).
- Steuer, R. E., «ADEX: An Adjacent Efficient Extreme Point Algorithm for Solving Vector-Maximum and Interval Weighted-Sums Linear Programming Problems», (in FORTRAN), SHARE Program Library Agency, Distribution Code 360D-15.2.014, 1974.
- Steuer, R. E., «ADBASE: An Adjacent Efficient Basis Algorithm for Solving Vector Maximum and Interval Weighted-Sums Linear Programming Problems», (in FORTRAN), Abstract in *Journal of Marketing Research*, Vol. 12, 1975 (454-455).
- Steuer, R. E., «A Five Phase Procedure for Implementing a Vector-Maximum Algorithm for Multiple Objective Linear Programming Problems», *Multiple Criteria Decision Making*, dans H. Thiriez and S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 130, Springer-Verlag, Berlin, 1976-a.
- Steuer, R. E., «Multiple Objective Linear Programming with Interval Criterion Weights», *Management Science*, Vol. 23, No. 3, 1976-b (305-316).
- Steuer, R. E., «An Interactive Multiple Objective Linear Programming Procedure», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. K. Starr and M. Zeleny (Eds.), North Holland, New York, Vol. 23, No. 3, 1977 (225-239).
- Steuer, R. E. and A. T. Schuler, «An Interactive Multiple Objective Linear Programming Approach to a Problem in Forest Management», *Operations Research*, Vol. 26, No. 2, 1978 (254-269).
- Stewart, T.J., «A critical Survey on the Status of Multiple Criteria Decision Making: Theory and Practice», *Omega International Journal of Management Science*, Vol. 20, No. 5-6, 1992 (569-586).
- Tamiz, M. and D.F. Jones, «Interactive Framework for Investigation of Goal Programming Models: Theory and Practice», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 6, No. 1, 1997 (52-60).

- Villarreal, B. and M. H. Karwan, «Multicriterion Integer Linear Programming: Some Extensions», *Technical Report No. 78-5*, Department of Industrial Engineering, State University of New York at Buffalo, 1978.
- Villarreal, B. and M. H. Karwan, «Multicriterion Integer Linear Programming: A (Hybrid) Dynamic Programming Recursive Approach», *Mathematical Programming*, Vol. 21, No. 1, 1981-a (204-223).
- Villarreal, B. and M. H. Karwan, «An Interactive Dynamic Programming Approach to Multicriteria Discrete Programming», *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 81, No.2, 1981-b (524-544).
- Villarreal, B., M. H. Karwan and S. Zionts, «An Interactive Branch-and-Bound Procedure for Multicriterion Integer Linear Programming», *Multiple Criteria Decision Making Theory and Application*, dans G. Fandel and T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 177, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- Viswanathan, B., V. V. Aggarwal and K. P. K. Nair, «Multiple Criteria Markov Decision Processes», *TIMS Studies in the Management Sciences*, Vol. 6, 1977 (263-272).
- Wallenius, J., «Interactive Multiple Criteria Decision Methods: An Investigation and an Approach», *Acta Academiae Oeconomicae Helsingiensis*, Series A: 14, Helsinki School of Economics, Finland, 1975.
- White, D. J., «Multi-Objective Interactive Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, No. 6, 1980 (517-523).
- Yu, P. L. and M. Zeleny, «The set of All Nondominated Solutions in Linear Cases and a Multicriteria Simplex Method», *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 49, No. 2, 1975 (430-468).
- Yu, P. L. and M. Zeleny, «Linear Multiparametric Programming by Multicriteria Simplex Method», *Management Science*, Vol. 23, No. 2, 1976 (159-170).
- Zeleny, M., «A Concept of Compromise Solutions and the Method of the Displaced Ideal», *Computers and Operations Research*, Vol. 1, No. 3-4, 1974-a (479-496).

Zeleny, M., *Linear Multiobjective Programming*, Springer-Verlag, New York, 1974-b.

Zeleny, M., «The Theory of the Displaced Ideal», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. Zeleny (Ed.), Springer-Verlag, New York, 1976 (153-206).

Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, Mc Graw-Hill, New-York, 1982.

Zionts, S., «Integer Linear Programming with Multiple Objectives», *Annals of Discrete Mathematics*, Vol. 1, 1977 (551-562).

Zionts, S. and J. Wallenius, «An Interactive Programming Method for Solving Multiple Criteria Problem», *Management Science*, Vol. 22, No. 6, 1976 (652-663).

Rapport-Gratuit.com

Chapitre 4

Une version interactive du modèle du «Goal Programming»

Section 0 : Résumé

Section 1 : Introduction

Section 2 : Les méthodes interactives de PMOM

Section 3 : Les méthodes interactives du modèle du GP

Section 4 : Une version interactive du modèle du GPFS

Section 5 : Conclusion

Références du chapitre 4

Chapitre 4

Une version interactive du modèle du «Goal Programming»

4.0. Résumé

La vocation première d'une méthode d'aide multicritère à la décision est d'aider le décideur dans la conduite de son processus décisionnel, et ce, conformément à ses préférences. Les approches interactives permettent d'opérationnaliser ce concept d'aide en impliquant davantage le décideur dans le processus décisionnel. Alors que dans les approches classiques, ce dernier est généralement sollicité durant l'étape de formulation du contexte multicritère, les approches interactives, quant à elles, lui permettent de devenir un acteur actif dans le processus de résolution de ce contexte. Ces procédures permettent à l'homme d'étude et au décideur de collaborer et d'évoluer conjointement vers une décision qui peut être considérée comme étant la plus satisfaisante. Cette interaction peut également être mise en œuvre ou envisagée à l'aide de supports informatiques tels que des systèmes d'aide à la décision ou des systèmes experts.

L'objet du présent chapitre consiste à proposer une version interactive du modèle du Goal Programming incluant des fonctions de satisfaction qui permette d'élaborer et d'intégrer progressivement la structure de préférence du décideur.

4.1. Introduction

L'aide multicritère à la décision a connu plusieurs évolutions parmi lesquelles nous retrouvons la reconnaissance de plus en plus de l'importance, voire de la nécessité, d'intégrer davantage le décideur dans le processus décisionnel. Le décideur tend à devenir ainsi un élément central de ce processus. Cette reconnaissance s'est illustrée, entre autres, par le développement de plusieurs approches interactives, notamment dans le cadre de la Programmation Mathématique à Objectifs Multiples (PMOM). Dans ce domaine, les procédures de Benayoun *et al.* (1971-a) et Geoffrion *et al.* (1972) sont généralement considérées comme des travaux pionniers qui ont permis le développement de plusieurs autres méthodes interactives (Vincke, 1989; Miettinen, 1998). Par la suite, d'autres approches ont été développées telles que celles de Zionts et Wallenius (1976), Wierzbicki (1980), Nijkamp et Spronk (1980) et Steuer et Choo (1983).

Selon Roy (1985) et Vanderpooten (1989), les méthodes multicritères classiques, à l'inverse des méthodes interactives, ont pour but de définir une règle d'agrégation synthétique, exhaustive et définitive, basée sur la structure de préférence du décideur. Les méthodes interactives, quant à elles, se basent sur une séquence de jugements locaux que formule le décideur, en ce sens qu'ils ne mettent en jeu qu'une seule action ou un petit nombre d'actions à comparer entre elles (Roy, 1985). En général, ces méthodes sont définies comme étant des procédures itératives qui alternent deux types d'étapes, à savoir : d'une part, des étapes de calcul ou de traitement exécutées par l'homme d'étude et d'autre part, des étapes de dialogue avec le décideur (Roy, 1985; Vanderpooten, 1989; Vincke, 1989). Les approches interactives permettent ainsi, d'une manière générale, de modéliser les préférences du décideur d'une manière flexible et souple. En outre, Vanderpooten (1989), à l'instar d'autres auteurs, considère que l'intérêt et la pertinence de ce type de méthodes n'est plus à remettre en question.

La catégorie des méthodes interactives est l'une des plus développées et elle est considérée, par plusieurs auteurs, comme étant prometteuse (Vanderpooten, 1989; Shin et Ravindran, 1991; Miettinen, 1998). En effet, plusieurs méthodes interactives ont été développées dans la littérature relative à ce domaine. Vanderpooten (1989) souligne la difficulté de cerner l'ensemble de ces méthodes vu leur nombre et leur diversité.

Cependant, pour caractériser ces méthodes, plusieurs classifications ont été proposées. Certains auteurs tels que Vanderpooten (1989) et Tamiz et Jones (1997) regroupent les méthodes interactives selon qu'elles s'inscrivent dans une perspective de processus d'apprentissage (*learning-based methods*), ou dans une perspective de recherche d'une solution (*searching-based methods*). La première catégorie est basée sur l'essai-erreur et permet au décideur d'explorer librement l'ensemble des solutions réalisables (Vanderpooten, 1989; Tamiz and Jones, 1997). Ainsi, selon Vanderpooten (1989) et Vincke (1989), il n'y a pas de convergence mathématique dans les méthodes appartenant à cette catégorie. La deuxième catégorie est basée sur une procédure qui réduit l'ensemble des solutions réalisables à chaque itération; procédure qui ne permet pas généralement l'essai-erreur et où une certaine cohérence est assurée dans la recherche de la solution finale (Vanderpooten, 1989; Tamiz and Jones, 1997). De plus, Vanderpooten (1989) et Tamiz et Jones (1997) envisagent une troisième catégorie de méthodes interactives qui allie les deux approches précédentes. Par ailleurs, une bonne revue de littérature des méthodes interactives est présentée dans Shin et Ravindran (1991) qui les classifient selon l'approche de résolution sur laquelle elles se basent. Ainsi, deux types d'approches sont identifiés par les auteurs, à savoir : a) celles de «point assessment» où certaines solutions sont évaluées séquentiellement; et b) celles de «interval reduction», où l'ensemble des solutions est systématiquement réduit.

Diverses formulations du modèle du GP basées sur une procédure interactive ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine. Ces méthodes permettent ainsi de pallier à certaines des critiques généralement adressées à ce modèle. Néanmoins, plusieurs de ces formulations ne prennent pas en compte, explicitement, les préférences du décideur. De plus, certaines méthodes peuvent sembler au décideur comme étant compliquées, car exigeant de lui, par exemple, trop d'informations ou une information qui peut porter à confusion.

Dans ce chapitre, nous voulons mettre à profit le modèle du GP incluant les Fonctions de Satisfaction (GPFS) développées par Martel et Aouni (1990). La formulation du modèle du GPFS, présentée dans le chapitre 2, sera utilisée pour proposer une version interactive du modèle du GP qui permette au décideur de mieux cerner et appréhender son contexte décisionnel et de révéler progressivement sa structure de préférence.

4.2. Les méthodes interactives de PMOM

Les méthodes interactives sont généralement définies comme étant des méthodes itératives qui alternent, successivement dans les différentes itérations, des étapes de calcul et de décision (Hwang *et al.*, 1980, Roy, 1985). L'étape de calcul, qui est généralement exécutée par l'homme d'étude ou à l'aide d'un ordinateur, consiste essentiellement à générer des solutions afin d'élaborer des propositions au décideur. Dans l'étape de décision, un dialogue est établi avec le décideur afin de lui permettre d'exprimer son appréciation vis-à-vis des solutions et des propositions qui lui sont présentées.

Shin et Ravindran (1991) considèrent que les méthodes interactives sont des méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur, où il fournit à chaque itération une information, explicite ou implicite, relative à ses préférences vis-à-vis de la solution obtenue. Selon ces auteurs, vu que le décideur est impliqué dans tout le processus décisionnel, ce type d'approches a été mieux accepté en pratique. Les méthodes interactives sont généralement basées sur la procédure suivante (Vincke, 1989; Shin et Ravindran, 1991; Miettinen, 1998; Stewart, 1999; Korhonen, 2005), à savoir : a) trouver une solution; b) interagir avec le décideur pour obtenir sa réaction vis-à-vis de celle-ci, et utiliser des informations supplémentaires sur ses préférences pour générer une nouvelle solution; et c) répéter ces deux étapes jusqu'à ce que le décideur soit satisfait d'une solution donnée ou qu'un certain critère d'arrêt de la procédure soit satisfait. Sur la base de la dernière itération, une recommandation finale est faite au décideur qui aura participé activement à son élaboration; cette dernière ayant ainsi plus de chance d'être acceptée et implantée.

Par ailleurs, il est à noter que les méthodes d'aide à la décision impliquent, en général, à divers degrés et à différents moments, un dialogue avec le décideur, et ce, par exemple, pour définir les objectifs à considérer (Vincke, 1989; Korhonen, 2005). Cependant, Vincke (1989) souligne que toute méthode ne peut être considérée comme interactive que si ce dialogue joue un rôle fondamental dans celle-ci pour l'obtention de la solution la plus satisfaisante. En d'autres termes, selon cet auteur, il est nécessaire que le décideur

joue un rôle direct dans la construction de la solution, rôle qui ne se limite plus, dans ce cas, à la définition et à la formulation d'un contexte décisionnel.

Shin et Ravindran (1991) ont caractérisé les différentes méthodes de PMOM interactives selon le style d'interaction avec le décideur qu'elles préconisent. Shin et Ravindran (1991) identifient plusieurs styles d'interaction qui ont généralement été utilisés dans les différentes méthodes interactives et que nous résumons comme suit:

- Les comparaisons de vecteurs : le décideur doit comparer un ensemble de vecteurs et déterminer le meilleur, le moins bon ou un ordre de préférence. Il est à noter que par comparaisons de vecteurs, il est généralement fait référence à la comparaison de plusieurs solutions de compromis. Shin et Ravindran (1991) soulignent que ceci peut être effectué par une série de comparaisons par paires, où le décideur compare, à chaque itération, une paire de vecteurs et détermine une préférence. Korhonen (2005) cite l'exemple de la méthode de Steuer (1977);

- Détermination et comparaison des taux de substitution : ce style d'interaction regroupe trois possibilités, à savoir :

- a. des taux de substitution précis, où le décideur doit déterminer des valeurs précises des taux de substitution à un point donné ou à une solution donnée, tel que dans la méthode de Geoffrion *et al.* (1972);

- b. des taux de substitution imprécis, où le décideur doit déterminer un intervalle pour chaque taux de substitution;

- c. des comparaisons entre des taux de substitution, où le décideur doit déterminer le taux de substitution qu'il préfère, tel que dans la méthode ISWT de Chankong et Haines (1978);

- Détermination des objectifs et valeurs des taux de substitution : le décideur doit désigner les objectifs qui doivent être améliorés ou ceux sur lesquels il est prêt à faire une concession, et en préciser le montant, tel que dans la méthode STEM;

- Niveaux d'aspiration (points de référence) : le décideur doit déterminer ou ajuster des niveaux d'aspiration pour les différents objectifs, qui reflètent ses attentes vis-à-vis de la réalisation de ces objectifs. La méthode du point de référence (Reference Point Method)

de Wierzbicki (1980) est un exemple des méthodes qui se basent sur la fixation et l'ajustement des niveaux d'aspiration.

Ainsi, ces différents styles d'interaction permettent d'avoir une perspective des différentes manières d'établir un dialogue systématique avec le décideur. De plus, certaines méthodes interactives, telles que la méthode de Geoffrion *et al.* (1972), peuvent combiner plusieurs styles d'interaction. En effet, cette méthode requiert du décideur de déterminer les taux de substitution entre les différents objectifs et de choisir la solution qu'il préfère parmi un ensemble de solutions qui lui est proposé. Cependant, il est à noter qu'en général, une méthode interactive est considérée comme satisfaisante si elle ne requiert pas trop d'information de la part du décideur et si cette information est suffisamment claire pour le décideur pour pouvoir prendre part au processus de résolution d'une manière satisfaisante. Korhonen (2005), par exemple, considère que la communication entre le décideur et le modèle, par l'intermédiaire de l'homme d'étude, ne doit pas être compliquée.

Par ailleurs, il considère qu'il existe plusieurs façons de mettre en œuvre cette interaction. L'information qui est présentée au décideur à des fins de comparaison, par exemple, peut être sous forme graphique ou numérique. Selon cet auteur, les graphiques peuvent se révéler dans un bon nombre de cas, plus approprié pour illustrer les conséquences des différents choix du décideur. Dans ce qui suit, nous allons passer en revue certaines des méthodes de PMOM interactives parmi les plus connues.

4.2.1. La méthode STEM

La méthode STEp Method (STEM) développée par Benayoun *et al.* (1971-a) est l'une des premières méthodes interactives développées dans le contexte de la PMOM. Elle est considérée comme l'un des travaux pionniers qui a permis le développement de plusieurs autres méthodes interactives, telles que : GPSTEM de Fichet (1976) et la méthode IMGp de Nijkamp et Spronk (1980). STEM est une procédure interactive et itérative qui alterne des phases de calcul et de décision lors des itérations successives. Elle consiste à réduire progressivement l'ensemble des solutions réalisables, et ce, en utilisant les réponses du décideur, fournies dans la phase de décision de chaque itération h , pour

ajouter de nouvelles contraintes à cet ensemble lors de la phase de calcul. Cette phase permet de calculer, à l'itération h , une solution de compromis x^h qui se rapproche le plus, dans un sens Minmax, de la solution idéale x^* (Benayoun *et al.*, 1971-a). Le décideur est ensuite appelé à comparer ces deux solutions et déterminer si x^h est satisfaisante. Si elle ne l'est pas, il doit, à la lumière des résultats des phases de calcul qui lui sont présentés, fournir une nouvelle information concernant ses objectifs (Benayoun *et al.*, 1971-a). Ainsi, cette méthode requiert de celui-ci de fournir deux types d'information à chaque itération, à savoir : a) indiquer l'objectif ou les objectifs sur lesquels il est prêt à faire des concessions pour pouvoir améliorer les niveaux de réalisation des objectifs non satisfaisants à la prochaine itération; et b) déterminer le montant de relaxation acceptable pour lui.

Les principales étapes de la méthode STEM sont comme suit :

Étape 0 : Déterminer la matrice des gains (Pay-off table), et ce, en maximisant chaque objectif séparément sujet au système des contraintes retenu. La diagonale principale de la matrice désigne ainsi une solution «idéale» (x^*) mais non-réalisable. En effet, il n'existe pas, en général, de solutions réalisables, de sorte à ce que tous les niveaux de réalisation de tous les objectifs atteignent simultanément leurs valeurs maximales. Calculer les coefficients de normalisation w_i comme suit :

$$w_i = \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^p \alpha_i};$$

$$\text{où : } \alpha_i = \frac{f_i^* - f_{*i}}{f_i^*} \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (a_{ij})^2}} \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p) \text{ et } \sum_{i=1}^p w_i = 1.$$

où :

f_i^* : représente la valeur de l'objectif i quand celui-ci atteint son maximum;

f_{*i} : représente la valeur minimale de l'objectif i dans la colonne correspondante (i) de la matrice des gains;

$\sqrt{\sum_{j=1}^n (a_{ij})^2}$: représente la norme euclidienne des coefficients a_{ij} de la $i^{\text{ème}}$ fonction objectif.

Étape 1 : Soit $h = 1$. Calculer la solution de compromis $x^h \in X$ en résolvant le programme mathématique suivant :

Minimiser z

Sujet aux contraintes :

$$w_i (f_i^* - f_i(x)) \leq z \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$z \geq 0;$$

$$x \in X^h.$$

Étape 2 : La solution x^h est présentée au décideur qui la compare à la solution «idéale» obtenue à l'étape 0 :

- a) s'il est satisfait, aller à l'étape 4;
- b) sinon, si certains objectifs sont satisfaisants et d'autres non, il doit désigner un objectif j , dont le niveau de réalisation $f_j(x^h)$ est satisfaisant, et sur lequel il est prêt à faire une concession et en préciser le montant Δf_j , et ce, afin de permettre d'améliorer les objectifs non-satisfaisants dans l'itération suivante.

Étape 3 : définir le nouvel ensemble des solutions réalisables comme suit :

$$x \in X^h;$$

$$f_j(x) \geq f_j(x^h) - \Delta f_j;$$

$$f_i(x) \geq f_i(x^h) \quad (\text{pour } i \neq j);$$

$$w_j = 0.$$

Faire $h = h + 1$ et reprendre à l'étape 1.

Étape 4 : arrêter le processus. x^h est la solution du compromis le plus satisfaisant.

Il est à noter que dans la procédure de Benayoun *et al.* (1971-a), si le décideur n'est pas satisfait des niveaux de réalisation de tous les objectifs, correspondants à une solution obtenue lors d'une certaine itération, le processus interactif est interrompu et aucune solution satisfaisante ne peut être déterminée. En outre, cette procédure permet d'obtenir une solution finale, si toutefois elle existe, en p itérations au plus, car éliminant un coefficient de normalisation à chaque itération (Benayoun *et al.*, 1971-a; Vincke, 1989). Par conséquent, cette méthode peut être considérée comme étant une méthode basée sur une convergence mathématique. Par ailleurs, Vincke (1989) considère que le décideur peut éprouver, dans certains cas, de la difficulté à déterminer la valeur Δf_j , et qu'il est plus naturel pour celui-ci d'indiquer les objectifs à améliorer que ceux qui doivent être «relaxés». Cependant, Benayoun *et al.* (1971-a) décrivent une analyse de sensibilité qui peut être utilisée par l'homme d'étude afin d'aider le décideur dans la détermination des objectifs qui doivent être relâchés ainsi que la quantité maximale qu'il est prêt à concéder.

La deuxième méthode de PMOM interactive qui a également donné naissance à plusieurs autres méthodes interactives est la méthode de Geoffrion *et al.* (1972). Nous présentons cette méthode dans la prochaine sous-section.

4.2.2. La méthode de Geoffrion *et al.* (1972)

Geoffrion, Dyer et Feinberg (GDF) (1972) ont utilisé l'algorithme de Frank et Wolfe (1956) pour développer une méthode de PMOM interactive et l'ont appliqué à la gestion d'un département académique d'une grande université. La méthode GDF est basée sur l'hypothèse de l'existence d'une fonction d'utilité ou de valeur V représentant les préférences du décideur et que l'on cherche à maximiser (Geoffrion *et al.*, 1972). Toutefois, cette fonction n'est pas déterminée d'une manière explicite (elle est implicitement connue); seule une information «locale» est demandée au décideur à chaque itération afin d'obtenir une approximation de cette fonction. En effet, le décideur doit, sur la base de la solution considérée à une itération donnée, fournir une information relative à ses préférences en déterminant les valeurs des taux de substitution entre les différents objectifs et un objectif pris comme référence. Cette information est utilisée, par

la suite, pour sélectionner une nouvelle solution supposée être préférée à la solution précédente. La procédure interactive de GDF continue ainsi jusqu'à ce que la nouvelle solution obtenue à une itération h ne représente pas d'amélioration par rapport à la solution obtenue à l'itération $h-1$.

L'algorithme de GDF (1972) s'articule autour des étapes suivantes :

Étape 0 : Le décideur choisit une solution initiale $x^1 \in X$. Soit $h = 1$.

Étape 1 : Demander au décideur de déterminer les taux marginaux de substitution λ_i^h entre les différents objectifs et un objectif qu'il désigne comme référence, et ce, sur la base de la solution x^h qui lui est présentée. Les taux marginaux de substitution peuvent être estimés comme suit :

$$\lambda_i^h = -\frac{\Delta_j}{\Delta_i} \cong \frac{\partial U / \partial f_i}{\partial U / \partial f_j} \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p, i \neq j).$$

où : Δ_j représente le montant de l'objectif j qui compense pour un changement d'un montant Δ_i relatif à l'objectif i , avec les valeurs des autres objectifs égales par ailleurs. Geoffrion *et al.* (1972) déterminent le premier objectif comme étant l'objectif de référence $\Delta_j = \Delta_1$ et considèrent, par convention, que son coefficient de pondération λ_1 est égal à 1;

$\frac{\partial U / \partial f_i}{\partial U / \partial f_j}$: est le rapport entre la i -ème et la j -ème dérivées partielles de U évaluées au

point $f(x^h) = (f_1(x^h), f_2(x^h), \dots, f_p(x^h))$. Ces dérivées ne peuvent être déterminées, car la fonction de valeur U n'est pas connue explicitement. Par conséquent, les taux de substitution λ_i^h sont estimés «approximativement» par le rapport $(-\frac{\Delta_j}{\Delta_i})$.

Étape 2 : Calculer une solution $y^h \in X$ en résolvant le programme mathématique suivant :

$$\text{Maximiser } \sum_{i=1}^p \lambda_i^h \nabla_x f_i(x^h) \cdot y$$

Sujet aux contraintes :

$$y \in X.$$

où : $\nabla_x f_i(x^h)$ est le gradient de f_i estimé au point x^h .

Trouver une direction de recherche d^h avec : $d^h = y^h - x^h$. Si $d^h = 0$, aller à l'étape 4.

Étape 3 : Déterminer, en interaction avec le décideur, le pas de calcul (step-size) t^h à effectuer dans la direction d^h afin de déterminer une nouvelle solution. Cette étape est effectuée en présentant au décideur un graphe représentant les valeurs des p objectifs $f_i(x^h + td^h)$ en tant que fonction de t quand celui-ci varie entre 0 et 1. Dénoter la solution sélectionnée par $x^{h+1} = x^h + t^h d^h$, faire $h = h + 1$ et reprendre l'étape 1.

Étape 4 : Arrêter le processus. La solution finale est x^h .

Dans l'exemple numérique de Geoffrion *et al.* (1972), il est à noter que la solution initiale, à l'étape 0, a été déterminée en modifiant les données réelles de l'année précédente relatives au département concerné. Concernant la détermination du paramètre t à l'étape 3, les auteurs ont divisé l'intervalle $[0, 1]$ en valeurs prises à intervalles réguliers, de sorte à obtenir les valeurs des p objectifs quand $t = 0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.0$. Le décideur doit ainsi spécifier la valeur de t pour laquelle les valeurs correspondantes des objectifs soient celles qu'il préfère (Geoffrion *et al.*, 1972). La procédure interactive présentée dans l'exemple s'arrête lorsque la solution à l'étape 2 ne change pas, même après que le décideur ait modifié la valeur de l'un des taux marginaux de substitution. Ainsi, lorsqu'à une itération donnée, la nouvelle solution obtenue ne représente pas une amélioration par rapport à l'ancienne, la procédure interactive de GDF prend fin.

Bien que représentant un travail pionnier dans le domaine des méthodes de PMOM interactives, certains inconvénients relatifs à la méthode GDF (1972) ont été relevés dans la littérature relative à ce domaine. Korhonen et Laakso (1986-b), Shin et Ravindran (1991) et Miettinen (1998), considèrent que l'inconvénient principal de la méthode est la

difficulté que peut éprouver le décideur à fournir des taux de substitution précis. Vincke (1989) souligne que la détermination de ces derniers exige de nombreuses comparaisons par paires et que, par conséquent, le décideur est tenu de répondre à de nombreuses questions. La détermination du paramètre du pas de calcul (t) peut également représenter une difficulté pour le décideur si le nombre d'objectifs est élevé.

4.2.3. La méthode de Zionts et Wallenius (1976)

Zionts et Wallenius (1976) ont proposé une méthode interactive de PMOM qui diffère relativement des deux méthodes présentées précédemment. Bien qu'ils supposent, comme Geoffrion *et al.* (1972) pour la méthode GDF, l'existence d'une fonction de valeur implicite que le décideur cherche à maximiser, ils n'emploient pas, par exemple, l'étape de direction de recherche pour déterminer de nouvelles solutions. De plus, le décideur n'a pas à spécifier, à chaque itération, des taux de substitution marginaux entre les différents objectifs. En fait, la méthode de Zionts et Wallenius (1976) maximise un programme mathématique linéaire pour un ensemble donné (choix arbitraire) de coefficients de pondération et une solution initiale en est déterminée. Ensuite, un ensemble de taux de substitution entre les objectifs, relié à cette solution, est calculé et présenté au décideur. Ce dernier évalue chaque compromis et peut exprimer soit une préférence ou non pour un compromis ou une indifférence. Ces réponses sont ensuite utilisées, à nouveau, pour générer des contraintes additionnelles qui permettent de déterminer un nouvel ensemble de coefficients de pondération, sur la base desquels une nouvelle solution est générée. Ainsi, les réponses obtenues du décideur lorsqu'il évalue les compromis (les taux de substitution) qui lui sont présentés et associés à une solution donnée, sont utilisées pour restreindre, successivement, le choix des coefficients de pondération à utiliser pour générer une nouvelle solution (Zionts et Wallenius, 1976). En d'autres termes, cette méthode génère différentes solutions en ajoutant à chaque itération de nouvelles contraintes relatives aux coefficients de pondération. Le processus interactif se répète ainsi, jusqu'à ce que le décideur soit satisfait d'une certaine solution; en d'autres termes, qu'il n'accepte plus aucun des compromis qui lui sont proposés (Zionts et Wallenius, 1976).

L'algorithme de la méthode de Zionts et Wallenius (1976) se présente comme suit :

Étape 0 : Déterminer arbitrairement un ensemble initial de coefficients de pondération

$w_i^0 \geq 0$ et $\sum_{i=1}^p w_i = 1$. Soit $h = 0$. Maximiser $\sum_{i=1}^p w_i^0 f_i(x)$ pour $x \in X$. Soit x^0 la solution initiale obtenue et $h = 0$.

Étape 1 : Déterminer les variables hors-base associées à la solution x^h qui, une fois introduites dans la base, mènent à des solutions efficaces (la détermination de ces variables est détaillée dans Zionts et Wallenius, 1976). Zionts et Wallenius (1976) désignent ces variables comme étant des variables hors-base «efficaces» :

- a) Pour chaque variable hors-base x_j sélectionnée, déterminer la perte λ_{ij} sur l'objectif i due à un certain accroissement de x_j ;
- b) Demander au décideur d'évaluer les compromis représentés par λ_{ij} relatifs aux variables hors-base «efficaces». Le décideur a le choix d'accepter ou refuser un compromis donné ou être indifférent. Si aucun compromis n'est accepté par le décideur, alors arrêter le processus interactif et x^h est la solution de compromis finale.

Étape 2 : Sur la base des réponses obtenues à l'étape 1, déterminer de nouveaux coefficients de pondération en trouvant une solution réalisable à l'ensemble des contraintes suivant :

$$\sum_{i=1}^p \lambda_{ij} w_i \leq -\varepsilon \quad (\text{pour chaque réponse positive (acceptation) du décideur});$$

$$\sum_{i=1}^p \lambda_{ij} w_i \leq -\varepsilon \quad (\text{pour chaque réponse négative (refus) du décideur});$$

$$\sum_{i=1}^p \lambda_{ij} w_i = 0 \quad (\text{pour l'indifférence});$$

$$\sum_{i=1}^p w_i = 1 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$w_i \geq \varepsilon \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où : ε est un nombre positif suffisamment petit.

Étape 3 : Déterminer une nouvelle solution x^{h+1} en utilisant les nouveaux coefficients de pondération w_i^h obtenus et en maximisant $\sum_{i=1}^p w_i^h f_i(x)$ pour $x \in X$. Faire $h = h+1$ et réitérer à l'étape 1.

Il ressort de ce qui précède que le décideur est principalement sollicité, dans la méthode de Zionts et Wallenius (1976), pour évaluer les compromis relatifs aux différents objectifs sans avoir, lui-même, à les déterminer. Néanmoins, si le nombre d'objectifs et de compromis proposés est élevé, il se peut que le décideur ait du mal à préciser et à fournir l'information relative à ses préférences. Par ailleurs, cette méthode peut être considérée comme basée, plus ou moins, sur une convergence mathématique, car toute solution associée à un compromis accepté par le décideur est exclue des itérations suivantes. Par conséquent, il n'a pas la possibilité de changer d'avis durant le processus interactif et ne peut pas reconsidérer une solution évaluée à une itération précédente.

En outre, Zionts et Wallenius (1976) proposent une version alternative de la procédure décrite précédemment, et ce, en considérant d'autres cas que celui relatif à une fonction de valeur linéaire. Les deux procédures sont relativement similaires et diffèrent essentiellement à la dernière étape. En effet, à cette étape, le décideur doit comparer les deux solutions x^h et x^{h+1} et statuer si la nouvelle solution est préférée à celle qui la précède. Si c'est le cas, toutes les anciennes réponses du décideur sont ignorées, de nouveaux compromis sont calculés et la procédure continue. Sinon, le processus interactif s'arrête et la solution x^h est considérée comme la solution de compromis finale. L'une des limites de cette version réside dans le fait que lorsque les plus anciennes contraintes relatives à l'ensemble des coefficients de pondération sont abandonnées, ceci résulte en une perte d'information concernant la structure de préférence du décideur (Vincke, 1989; Shin et Ravindran, 1991; Stewart, 1999; Korhonen, 2005).

4.2.4. La méthode de Wierzbicki (1980)

Dans son article, Wierzbicki (1980) décrit une procédure interactive, généralement dénommée «Reference Point Method», car se basant principalement sur le concept du point de référence. Selon cet auteur, ce dernier correspond à des niveaux d'aspiration associés aux multiples objectifs que fixe le décideur, que ceux-ci puissent être atteints ou non ou qu'ils représentent un point idéal ou pas. La méthode du point de référence appartient au type d'approches qui ne font, en général, aucune hypothèse concernant la fonction de valeur (Korhonen, 2005). En fait, Wierzbicki (1980) remet en question le fait que les choix du décideur soient basés uniquement sur la maximisation d'une fonction d'utilité ou de valeur. Il considère qu'il cherche plutôt à atteindre certains objectifs en termes de niveaux d'aspiration. En outre, Wierzbicki (1980) introduit le concept de «scalarizing function» (Vincke (1989) emploie le terme de «fonction scalarisante») pour désigner une fonction qui permet d'obtenir des solutions, en termes de niveaux de réalisation des objectifs, qui s'approchent le plus possible du point de référence fixé par le décideur (Wierzbicki, 1980). Ce dernier doit évaluer les solutions ainsi obtenues durant la procédure interactive et est appelé à modifier ses niveaux d'aspiration jusqu'à ce qu'il trouve une solution de compromis satisfaisante.

Pour présenter sa méthode, Wierzbicki (1980) décrit ce qui peut être qualifié d'approche interactive générale plutôt qu'un algorithme itératif détaillé. Nous présentons, cependant, la méthode du point de référence comme suit :

Étape 0 : Présenter au décideur autant d'éléments d'information possibles concernant le contexte décisionnel analysé. Wierzbicki (1980) cite en exemple les niveaux minimaux et maximaux que prennent les différentes fonctions objectifs quand elles sont maximisées séparément.

Étape 1 : Demander au décideur de déterminer ses niveaux d'aspiration \bar{g}_i pour les différents objectifs $f_i(x)$ pour $i = 1, 2, \dots, p$.

Étape 2 : Calculer une solution x^h en minimisant la «fonction scalarisante». Présenter cette solution au décideur.

Étape 3 : Calculer k autres solutions réalisables en minimisant la «fonction scalarisante» avec des points de référence «perturbés» :

$$\bar{g}(i) = \bar{g}_i^h + d_i^h e_i$$

où : $d_i^h = \|\bar{g}_i^h - f_i(x^h)\|$ est la distance entre \bar{g}_i^h et la solution obtenue à l'étape 2, et e_i est le i ème vecteur unité pour $i = 1, 2, \dots, p$.

Étape 4 : Présenter les différentes solutions obtenues au décideur. Si le décideur est satisfait de l'une des $k + 1$ solutions, celle-ci est considérée comme étant la solution finale. Sinon, faire $h = h+1$ et réitérer à l'étape 1.

Il est à noter que la solution obtenue à l'étape 2 aura différentes propriétés, et ce, en fonction de la «fonction scalarisante» utilisée (Wierzbicki, 1980). Wierzbicki (1980) souligne que la «fonction scalarisante» peut prendre différentes formes et n'en sélectionnent pas une en particulier. Toutefois, selon Stewart (1999), l'une des formes les plus utilisées, consiste dans la fonction de type Tchebycheff suivante :

$$\max_{i=1}^p w_i (\bar{g}_i - f_i(x)) + \rho \sum_{i=1}^p w_i (\bar{g}_i - f_i(x))$$

où :

ρ : est une quantité positive arbitrairement petite.

En outre, selon Wierzbicki (1980), la technique de «perturbation» utilisée à l'étape 3 permet au décideur d'obtenir une description relativement globale de l'ensemble des solutions réalisables. Selon le même auteur, le décideur peut, par conséquent, avoir une meilleure perspective des différentes alternatives possibles. Cette approche peut, par conséquent, être considérée comme étant basée sur un processus d'apprentissage, car permettant au décideur d'apprendre plus sur son contexte décisionnel, tout en lui laissant la possibilité de reconsidérer les solutions qu'il a déjà évalué. De plus, la méthode du point de référence est une méthode relativement simple, dans le sens que l'information qui est demandée au décideur est claire et relativement minime. Toutefois, Vincke (1989) souligne qu'il peut être difficile pour le décideur de déterminer de nouveaux niveaux d'aspiration, et ce, à chaque itération.

4.2.5. La méthode de Sakawa (1982)

La méthode de Sakawa (1982) est une méthode de PMOM interactive dénommée «Sequential Proxy Optimization Technique» (SPOT). À l'instar des méthodes développées par Geoffrion *et al.* (1972) et Zions et Wallenius (1976), la méthode SPOT est basée sur l'hypothèse de l'existence d'une fonction d'utilité implicite dont la forme ne peut être spécifiée par le décideur (Sakawa, 1982). Ce dernier est, cependant, capable de fournir une information relative à ses préférences quand il doit comparer deux alternatives (Sakawa, 1982). En fait, la procédure interactive de SPOT, commence par résoudre un programme mathématique de type « ε -constraint». Ceci revient à maximiser un objectif donné sujet à l'ensemble des autres objectifs et pour lesquels des bornes supérieures sont fixées. Ensuite, le décideur doit déterminer les taux de substitution marginaux relatifs aux différents objectifs. La procédure de détermination de ces taux est similaire à celle de la méthode GDF (étape 1). Cette information est ensuite utilisée pour déterminer une nouvelle direction de recherche. En fait, les bornes supérieures de l'ensemble des objectifs formant les contraintes sont ajustées en fonction des réponses du décideur, et ce, à chaque itération (Miettinen, 1998).

L'étape suivante de SPOT consiste à déterminer le pas de calcul t . Dans cette étape, au lieu de solliciter le décideur comme le font Geoffrion *et al.* (1972), Sakawa (1982) propose de maximiser une sorte de fonction d'utilité dénommée «local proxy preference function» et dénotée par $P(f)$. Nous retrouvons dans Sakawa (1982) les trois types de fonctions pour sélectionner une nouvelle solution suivantes :

a. La somme des exponentiels :
$$P(f) = -\sum_{i=1}^p a_i e^{-w_i f_i(x)} ;$$

b. La somme des puissances :
$$P(f) = -\sum_{i=1}^p a_i (M_i + f_i(x))^{\alpha_i} ,$$
 où M_i est une constante tel que $M_i + f_i(x) > 0$ pour $i = 1, 2, \dots, p$;

c. La somme des logarithmes :
$$P(f) = \sum_{i=1}^p a_i \ln(M_i - f_i(x)) ,$$
 où M_i est une constante tel que $M_i - f_i(x) > 0$ pour $i = 1, 2, \dots, p$.

Sakawa (1982) souligne que les différents paramètres de ces trois fonctions peuvent être calculés sur la base des Taux de Substitution Marginaux (TSM). En outre, il fait remarquer, qu'il est possible d'utiliser les TSM estimés à l'itération précédente et ainsi d'exploiter l'information passée dans des itérations ultérieures.

Il est à noter que dans l'algorithme de SPOT, les objectifs sont à minimiser. Cependant, dans le cas où un objectif f_i doit être maximiser, il est considéré comme équivalent de minimiser la fonction $-f_i$. Cet algorithme se présente comme suit :

Étape 0 : Sélectionner un objectif de référence f_k et transformer les autres objectifs en contraintes en leur attribuant des limites supérieures ε_i^1 . Soit $h = 1$.

Étape 1 : Résoudre le programme mathématique de type ε -constraint suivant :

$$\text{Minimiser } f_k(x)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) \leq \varepsilon_i^h \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p, i \neq k),$$

$$x \in X.$$

Soit x^h la solution efficace obtenue et le niveau de réalisation correspondant $f_k(x^h)$ et m_{ki}^h les multiplicateurs de Lagrange correspondants ($i = 1, 2, \dots, p, i \neq k$).

Il est à noter que, dans Sakawa (1982), les ε -contraintes doivent être actives au point x^h , de sorte à ce que $f_i(x^h) = \varepsilon_i^h$ (pour $i = 1, 2, \dots, p, i \neq k$).

Étape 2 : Demander au décideur de déterminer les taux de substitution marginaux λ_{ki}^h pour $i = 1, 2, \dots, p, i \neq k$ au point x^h . Tester la consistance des taux de substitution marginaux et demander au décideur de les déterminer à nouveau si cela s'avère nécessaire.

Étape 3 : Si $|\lambda_{ki}^h - m_{ki}^h| < \gamma$ pour $i = 1, 2, \dots, p, i \neq k$, où γ est une valeur positive arbitrairement petite fixée à l'avance, arrêter la procédure et x^h est la solution finale.

Sinon, déterminer la direction de recherche dont les composantes sont :

$$\Delta \varepsilon_i^h = -(\lambda_{ki}^h - m_{ki}^h), i \neq k.$$

Étape 4 : Sélectionner la forme de la fonction «proxy» qui sera utilisée à chaque itération et calculer ses paramètres. Si la fonction «proxy» obtenue n'est pas strictement décroissante et concave, demander au décideur d'ajuster les valeurs des taux de substitution marginaux jusqu'à ce que cette condition soit satisfaite. Sinon, aller à l'étape suivante.

Étape 5 : Résoudre le programme mathématique de l'étape 1, pour différentes valeurs de t , en considérant les limites supérieures suivantes : $\varepsilon_i^h + t\Delta \varepsilon_i^h$ pour $i = 1, 2, \dots, p, i \neq k$. Déterminer les solutions obtenues et les valeurs de la fonction «proxy» correspondantes. Sélectionner le pas de calcul t^h qui maximise cette fonction (le pas de calcul qui correspond à la valeur maximale de $P(f)$).

Soit x^{h+1} la solution correspondante. Si le décideur préfère x^{h+1} à x^h , faire $h = h+1$ et retourner à l'étape 1. Si c'est x^h qui est préférée, réduire t^h à $\frac{1}{2} t^h, \frac{1}{4} t^h, \dots$ jusqu'à ce qu'il y ait amélioration.

Pour déterminer le pas de calcul à l'étape 5, différentes valeurs de t doivent être déterminées. Après avoir calculer les solutions correspondantes à ces valeurs, il faut sélectionner trois valeurs de t : t_1, t_2 et t_3 qui satisfont les conditions suivantes : $t_1 < t_2 < t_3$ et $P(t_1) < P(t_2) > P(t_3)$, où $P(t)$ est la fonction «proxy» sélectionnée qui atteint, dans ce cas, son maximum dans le voisinage de $t^h = t_2$.

Ainsi, selon Sakawa (1982), pour assurer une certaine convergence à l'algorithme de SPOT, il est nécessaire de vérifier, à chaque itération, qu'il y ait une amélioration, et ce, en demandant au décideur s'il préfère la nouvelle solution à la précédente. Si ce n'est pas le cas, Sakawa (1982) considère qu'il est possible d'obtenir une amélioration en réduisant le pas de calcul afin de modifier le point x^{h+1} . Miettinen (1998) souligne que l'étape de détermination du pas de calcul de SPOT augmente le nombre de calculs à effectuer, vu

que le programme mathématique ε -constraint doit être résolu, à chaque itération, pour plusieurs valeurs de t .

Bien que la méthode SPOT ne requière pas du décideur de déterminer le pas de calcul t , comme ceci est le cas pour la méthode GDF, celui-ci doit, cependant, spécifier à chaque itération des taux de substitution précis, ce qui peut s'avérer ne pas être une tâche facile pour le décideur. Pour pallier relativement à cet inconvénient, Sakawa (1982) propose d'utiliser la procédure d'estimation des taux de substitution développée par Dyer (1973). Toutefois, cette procédure sollicite le décideur à chaque itération afin d'effectuer plusieurs comparaisons par paires, ce qui peut se révéler exigeant pour lui (Vincke, 1989).

4.2.6. La méthode de Steuer et Choo (1983)

La méthode de Steuer et Choo (1983), connue aussi sous le nom d' «Interactive Weighted Tchebycheff Method», se base sur une procédure interactive qui utilise des techniques de «filtrage». Ces dernières permettent d'obtenir successivement une séquence d'ensembles de solutions réalisables de plus en plus petits (Steuer et Choo, 1983). Ces solutions sont calculées de manière à ce qu'elles se rapprochent le plus possible, dans le sens Minmax (Tchebycheff), d'une solution idéale. À chaque itération, des échantillons de solutions sont prélevés de ces ensembles et sont présentés au décideur pour évaluation. Ce dernier doit désigner la solution qu'il préfère et cette information est utilisée pour sélectionner le prochain échantillon (Steuer et Choo, 1983). L'ensemble des solutions réalisables est progressivement réduit, et ce, en réduisant séquentiellement l'intervalle des valeurs que peuvent prendre les coefficients de pondération (Steuer et Choo, 1983). Shin et Ravindran (1991) font, à ce propos, le rapprochement entre la méthode de Steuer et Choo (1983) et celle de Steuer (1976-b) qui permet de générer plusieurs sous-ensembles de solutions efficaces, et ce, en utilisant des coefficients de pondération sous forme d'intervalles. Selon Steuer et Choo (1983), leur procédure se termine quand une solution suffisamment satisfaisante est obtenue.

La procédure interactive de Steuer et Choo (1983) est constituée des étapes suivantes :

Étape 0 : Déterminer les valeurs des paramètres suivants :

- a) S : représente la taille de l'échantillon qui doit être prélevé à chaque itération et qui ne doit pas être, selon Steuer et Choo (1983), inférieure au nombre d'objectifs p . Selon Steuer et Choo (1983), la taille de l'échantillon doit être fixée conjointement par le décideur et l'homme d'étude;
- b) t : représente le nombre d'itérations qui correspond au nombre d'échantillons de solutions efficaces qui doivent être présentés au décideur. Selon Steuer et Choo (1983), ce nombre correspond généralement au nombre d'objectifs p ;
- c) r : est un «facteur de convergence» ou de réduction qui a pour but de réduire, séquentiellement, l'ensemble des coefficients de pondération.

Étape 1 : Maximiser chaque objectif individuellement afin d'obtenir la solution idéale $f_i^* = \max \{f_i(x) | x \in X\} + \varepsilon_i$.

où : ε_i , qui peut être égal à 0, représente un ensemble de nombres positifs suffisamment petits.

Étape 2 : Former l'ensemble initial des vecteurs des coefficients de pondération comme suit : $W^0 = \left\{ w \in \mathbb{R}^p \mid 0 \leq w_i \leq 1, \sum_{i=1}^p w_i = 1 \right\}$. Soit $h = 1$.

Étape 3 : Générer aléatoirement un grand nombre d'éléments de W^h . Steuer et Choo (1983) citent comme exemple le nombre $100p$. Réduire cet ensemble de vecteurs à $2S$ vecteurs représentatifs.

Étape 4 : Pour chacun des $2S$ w -vecteurs obtenus à l'étape 1, résoudre le programme mathématique suivant :

$$\text{Minimiser } \left\{ z + \rho \sum_{i=1}^p (f_i^* - f_i(x)) \right\}$$

Sujet aux contraintes :

$$w_i (f_i^* - f_i(x)) \leq z \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X.$$

où : ρ est une quantité suffisamment petite.

«Filtrer» les 2 S solutions de sorte à obtenir S solutions.

Étape 5 : Présenter les S solutions au décideur qui doit choisir celle qui préfère, soit x^h .

Étape 6 : Déterminer le vecteur des coefficients de pondération w^h au point x^h de manière à ce que :

$$w_i^h = \begin{cases} \frac{1}{(f_i^* - f_i(x^h)) \left[\sum_{i=1}^p \frac{1}{(f_i^* - f_i(x^h))} \right]^{-1}}, & \text{si } f_i(x^h) \neq f_i^* \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p); \\ 1, & \text{si } f_i(x^h) = f_i^*; \\ 0, & \text{si } f_i(x^h) \neq f_i^* \text{ mais } \exists i \in f_i(x^h) = f_i^*. \end{cases}$$

- Si $h = t$, aller à l'étape 8.
- Sinon, déterminer l'ensemble suivant :

$$W^{h+1} = \left\{ w \in R^p \mid l_i \leq w_i \leq u_i, \sum_{i=1}^p w_i = 1 \right\},$$

où :

$$[l_i, u_i] = \begin{cases} \left[0, r^h \right], & \text{si } w_i^h - \frac{r^h}{2} \leq 0; \\ \left[1 - r^h, 1 \right], & \text{si } w_i^h + \frac{r^h}{2} \leq 1; \\ \left[w_i^h - \frac{r^h}{2}, w_i^h + \frac{r^h}{2} \right], & \text{dans les autres cas.} \end{cases}$$

et où : r^h désigne r levé à la puissance h .

Étape 7 : Faire $h = h+1$ et reprendre à l'étape 3.

Étape 8 : La procédure interactive s'arrête et x^h est la solution du compromis finale.

Il est à noter que Steuer et Choo (1983) suggèrent une formule pour aider à déterminer les valeurs des paramètres indiqués à l'étape 0 de cette procédure interactive, notamment la valeur du paramètre r . Cette formule mathématique consiste en l'équation suivante :

$$\sqrt[p]{1/S} \leq r \leq \sqrt[p]{v}$$

où : v désigne la largeur de l'intervalle final. Steuer et Choo (1983) indiquent, qu'en général, v est estimé être compris entre $\frac{1}{2p}$ et $\frac{3}{2p}$, où p désigne le nombre d'objectifs.

L'un des avantages de la méthode de Steuer et Choo (1983) est qu'elle peut s'appliquer à de nombreux cas, notamment les cas non-linéaires et en nombres entiers. De plus, selon Miettinen (1998) le rôle du décideur est relativement clair et simple. Stewart (1999) considère que cette méthode est simple, facile d'application et encourage l'exploration systématique de l'ensemble des solutions réalisables. Cependant, Vincke (1989) souligne, d'une part, la difficulté que peut avoir le décideur à fournir l'information qui lui est demandée si le nombre d'objectifs croît, et d'autre part, que la méthode exige de nombreux calculs à effectuer à chaque itération.

4.2.7. La méthode de Korhonen et Laakso (1986-b)

La méthode de Korhonen et Laakso (1986-b) est une méthode interactive, dénommée «Visual Interactive approach», qui possède certaines caractéristiques en commun avec, d'une part, la méthode GDF et celle, d'autre part, de Wierzbicki (1980). En effet, Korhonen et Laakso (1986-b), dans leur procédure, ont traité l'étape du pas de calcul à estimer d'une manière similaire à celle de la méthode GDF (voir étape 3 de l'algorithme de GDF) (Korhonen et Laakso, 1986-b). En outre, ils se basent sur l'idée des points de référence ou niveaux d'aspiration utilisée dans la procédure interactive de Wierzbicki (1980) afin de trouver une nouvelle direction de recherche (Korhonen et Laakso, 1986-b). La particularité de leur méthode est qu'elle fait usage des graphiques sur ordinateur afin de présenter au décideur un ensemble de solutions parmi lesquelles il doit sélectionner celle qu'il préfère, créant ainsi une interface conviviale qui permet d'enrichir l'interaction avec le décideur. Ce dernier est appelé ainsi, dans les différentes itérations, à

fixer ses niveaux d'aspiration qui sont approchés sur la base d'une «fonction scalarisante» (Korhonen et Laakso, 1986-b; Vincke, 1989) et à choisir la solution qui soit la plus satisfaisante pour lui. Ainsi, le style d'interaction principal sur lequel est basé ce type d'approches est celui de la détermination et l'ajustement, par le décideur, des niveaux d'aspiration associés aux différents objectifs. Par ailleurs, il est à souligner que, durant la procédure interactive de Visual Interactive approach, aucune hypothèse concernant la fonction d'utilité implicite du décideur n'est faite. Toutefois, Korhonen et Laakso (1986-b) déterminent certaines conditions à satisfaire concernant l'optimalité de la solution finale. Parmi ces conditions, l'hypothèse est faite que la fonction d'utilité du décideur est pseudo-concave.

L'algorithme de Korhonen et Laakso (1986-b) se présente comme suit :

Étape 0 : Déterminer arbitrairement une solution initiale x^0 . Soit $h = 1$.

Étape 1 : Demander au décideur de déterminer un point de référence (ses niveaux d'aspiration) $\bar{g}^h = (\bar{g}_1^h, \bar{g}_2^h, \dots, \bar{g}_p^h)$. Soit $d_i^h = \bar{g}_i^h - f_i(x^{h-1})$ la nouvelle direction de référence.

Étape 2 : Résoudre le programme mathématique suivant :

Minimiser y

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + yw_i \geq f_i(x^{h-1}) + td_i^h \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X.$$

où : t est un paramètre variant de 0 à l'infini de sorte à obtenir une «courbe de solutions réalisables» qui émane du point x^{h-1} et qui traverse la frontière efficace de l'ensemble des solutions réalisables.

Étape 3 : Présenter la courbe obtenue à l'étape 2 au décideur et lui demander de choisir la solution qu'il préfère, soit x^h .

Étape 4 :

- a) Si $x^{h-1} \neq x^h$, poser $h = h+1$ et reprendre à l'étape 1.
- b) Sinon, vérifier les conditions d'optimalité. Si elles sont satisfaites, arrêter la procédure et x^h est la solution de compromis finale. Sinon (si les conditions ne sont pas satisfaites), poser $h = h+1$ et d^h est une nouvelle direction de recherche désignée par le test d'optimalité. Reprendre à l'étape 2.

Korhonen et Laakso (1986-b) considèrent que l'étape du test d'optimalité de la solution finale est la plus compliquée de leur algorithme.

Il est à noter qu'aucune précision concernant la détermination des coefficients de pondération utilisés dans l'étape 2 de cet algorithme n'est apportée par Korhonen et Laakso (1986-b). Par ailleurs, la présentation de la courbe des solutions réalisables au décideur à l'étape 3 de la procédure interactive de Korhonen et Laakso (1986-b) s'effectue en projetant sur l'écran un graphique représentant les niveaux de réalisation des différents objectifs le long de cette courbe (Korhonen et Laakso, 1986-b). Par un simple mouvement de curseur sur différents points de la courbe, le décideur peut visualiser les différentes valeurs des objectifs correspondant aux diverses solutions présentées (Korhonen et Laakso, 1986-b). Ainsi, durant la procédure interactive de Visual Interactive approach, le décideur est libre d'examiner, à nouveau, toute partie de la courbe des solutions réalisables qu'il a déjà considérée dans des itérations précédentes. Cet aspect de leur procédure favorise l'élément d'apprentissage en permettant au décideur d'évaluer toute solution qui retienne son attention et de ne pas être limité par ses précédents choix. Toutefois, si le nombre d'objectifs considérés dans un contexte décisionnel est relativement élevé, il peut devenir difficile pour le décideur de fixer de nouveaux niveaux d'aspiration, en particulier que ceci doit se faire à chaque itération (Vincke, 1989). Miettinen (1998) recommande, à ce sujet, de ne pas considérer plus de dix objectifs à la fois.

4.2.8. La méthode GUESS

La méthode GUESS, décrite dans Buchanan (1997), est une méthode interactive simple qui s'apparente à la classe des méthodes basées sur le concept du point de référence telle

que celle de Wierzbicki (1980). À l'inverse de la méthode STEM et celle de Steuer et Choo (1983) qui sont basées sur une formulation Minmax, GUESS est basée sur une approche de type max-min. Cette méthode génère une séquence de solutions sur la base des niveaux d'aspiration (un point de référence ou selon Buchanan (1997) «a guess») fixés, à chaque itération, par le décideur. Selon Buchanan (1997), ce dernier peut ne pas être cohérent dans ses choix et a la possibilité, ainsi, de changer d'avis et reconsidérer des solutions obtenues à des itérations précédentes. Par conséquent, GUESS peut être considérée comme une méthode basée sur l'apprentissage. En outre, selon Buchanan, 1997, hormis les solutions présentées au décideur, durant le processus interactif, ainsi que les valeurs idéales et minimales des fonctions objectif qui lui sont fournies au début de ce processus, aucune autre information n'est fournie à celui-ci pour le guider dans son processus de choix.

La procédure interactive de GUESS se compose des étapes suivantes :

Étape 0 : Déterminer les solutions idéale et nadir et les présenter au décideur. Soit $h = 1$.

Étape 1 : Le décideur fixe, s'il le veut, des limites supérieures et inférieures sur chaque objectif.

Étape 2 : Demander au décideur de fixer ses niveaux d'aspiration $\bar{g}^h = (\bar{g}_1^h, \bar{g}_2^h, \dots, \bar{g}_p^h)$.

Étape 3 : Résoudre le programme mathématique suivant :

Maximiser y

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) - (\bar{g}_i^h - f_{*i})y \geq f_{*i} \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X.$$

Soit x^h la solution obtenue et qui est présentée au décideur.

Étape 4 : Si le décideur est satisfait de la solution obtenue à l'étape 3, considérer x^h comme la solution finale et arrêter le processus. Sinon, poser $h = h+1$ et retourner à l'étape 1.

Le processus interactif de GUESS s'arrête dès que le décideur juge qu'une certaine solution est satisfaisante. Miettinen (1998) considère que GUESS n'offre au décideur aucune indication qui puisse l'aider à fixer de nouveaux niveaux d'aspiration, ce qui est, selon lui, typique de plusieurs méthodes basées sur les points de référence.

Par ailleurs, Buchanan (1997) souligne que sa méthode permet de considérer des «stratégies décisionnelles non-compensatoires», et ce, en permettant au décideur, par exemple, de spécifier une limite inférieure pour chaque objectif afin qu'une certaine valeur minimale de réalisation soit assurée tout en ayant la possibilité, durant le processus interactif, de modifier cette limite.

Les méthodes de PMOM interactives que nous avons présenté précédemment, donnent un bref aperçu des différentes approches, basées sur une introduction progressive des préférences du décideur, qui ont été développées dans ce domaine. Cependant, cette description permet d'avoir une vue d'ensemble, bien qu'incomplète, des principales méthodes de PMOM interactives. En effet, plusieurs de ces méthodes consistent soit en une variation d'une certaine méthode (généralement les méthodes les plus connues) en tentant de pallier aux insuffisances de celles-ci, soit elles combinent entre les caractéristiques et les principes d'autres méthodes. Par ailleurs, quelques unes des méthodes décrites précédemment ont été à l'origine du développement de certaines méthodes interactives du modèle du GP. Dans la prochaine section, nous allons nous intéresser plus spécifiquement aux différentes approches interactives qui ont été proposées dans le cadre du modèle du GP.

4.3. Les méthodes interactives du modèle du GP

Certains auteurs tels que Stewart (1999) considère que le modèle du GP, dans sa version interactive, appartient aux méthodes interactives basées sur le concept des niveaux d'aspiration, telle que celle de Wierzbicki (1980). En effet, ceci peut être envisagé si nous considérons que la notion des niveaux d'aspiration correspond avec celle des niveaux associés aux différents objectifs qu'un décideur désire atteindre, autrement dit avec la notion des buts qui est fondamentale dans le modèle du GP. En outre, Caballero *et al.* (2006), en se basant sur la procédure de résolution, classent ce modèle dans la

catégorie des méthodes avec «fonction scalarisante» (ou achievement function methods), où nous retrouvons aussi la méthode de Wierzbicki (1980). Cependant, dans le modèle du GP, la notion de l'importance relative des objectifs s'ajoute, en général, à celle des buts. De plus, vu la flexibilité du modèle du GP et du nombre de travaux qui lui ont été consacrés, il peut s'avérer parfois délicat de classer ce modèle dans sa version interactive dans une classe bien déterminée. Ce point s'illustre bien dans les différentes versions interactives qui ont été développées pour le modèle du GP.

Les premières méthodes interactives du GP qui ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine ont consisté, en général, à combiner les caractéristiques du GP avec les méthodes de PMOM interactives déjà existantes. Ainsi, le premier modèle du GP Interactif (GPIf) est une adaptation, par Dyer (1972), de la méthode GDF. Nous pouvons citer, également, la méthode GPSTEM de Fichet (1976) qui fait un rapprochement entre la méthode STEM et le modèle du GP, avec la particularité, néanmoins, d'avoir été développée pour considérer les contextes décisionnels avec plusieurs décideurs. Bien que les méthodes de Dyer (1972) et de Fichet (1976) reposent sur des travaux pionniers et représentent une contribution fondamentale dans le développement du modèle du GP, il n'en demeure pas moins qu'elles présentent certains inconvénients liés aux méthodes GDF et STEM. Vincke (1989) note, par exemple, que le principal inconvénient de STEM réside dans son aspect irrévocable qui ne permet pas au décideur de changer d'avis concernant les concessions préalablement réalisées sur certains critères.

Masud et Hwang (1981) ont développé une variante interactive particulière du GP, qui présente à chaque itération un ensemble de solutions efficaces au décideur. Cet ensemble est composé d'une solution principale, qui représente la solution du meilleur compromis, et d'un certain nombre de solutions alternatives qui correspond au nombre d'objectifs considérés dans le modèle. Korhonen et Laakso (1986-a) ont développé une approche interactive du GP (VIG) basée sur la fixation et l'ajustement des niveaux d'aspiration du décideur. Leur contribution consiste essentiellement à avoir développé une procédure interactive qui permet au décideur d'explorer librement l'ensemble des solutions réalisables en utilisant une interface conviviale basée sur des graphiques. Nous retrouvons des applications du modèle VIG, notamment dans Kananen *et al.* (1990) et Karpak *et al.* (1999; 2005). Tamiz et Jones (1997) ont développé deux algorithmes

itératifs permettant d'ajuster les paramètres d'importance relative préalablement établis par le décideur, et ce, en recommandant de se baser sur une information requise du décideur qui soit plutôt qualitative que quantitative. Les approches relativement récentes semblent, pour la plupart, offrir au décideur la possibilité d'ajuster soit les buts associés aux différents objectifs ou leur importance relative (que ce soit sous forme de coefficients de pondération ou sous forme d'un ordre lexicographique), ou ces deux paramètres simultanément s'il le désire. De plus, elles semblent s'inscrire dans une démarche d'apprentissage, en laissant le décideur décider, en général, de l'arrêt du processus interactif et en lui permettant de reconsidérer, s'il le désire, certaines solutions qu'il a préalablement écartées. De ce fait, elles n'assurent pas, généralement, une convergence mathématique. Nous pouvons citer à ce sujet la méthode du Meta-GP interactif développée par Caballero *et al.* (2006).

Dans ce qui suit, nous présentons certaines des méthodes interactives du modèle du GP parmi les plus connues. Il est à souligner que dans la littérature relative à ce domaine, certaines approches sont dites interactives mais n'ont pas été, cependant, formalisées. Ainsi, les méthodes présentées ici sont celles qui ont été développées dans un cadre relativement bien déterminé. Dans la sous-section suivante, nous commençons par présenter le modèle du GP interactif développé par Dyer (1972).

4.3.1. Le GP interactif de Dyer (1972)

La première procédure interactive relative au modèle du GP a été proposée par Dyer (1972). Cette procédure peut être considérée comme une adaptation de la méthode GDF (1972) au modèle du GP. La méthode GDF (1972) et celle de Dyer (1972) reposent, dans les grandes lignes, sur le même principe de base et les étapes constituant leurs algorithmes sont relativement similaires. Dyer (1972) utilise le modèle du GP pondéré en ayant pour coefficients de pondération, des taux marginaux de substitution, pour générer les solutions réalisables lors des différentes itérations. En plus de la formulation du GP utilisé dans Dyer (1972), les deux méthodes diffèrent entre elles dans la désignation de la solution initiale de la première étape (étape 0) de leurs algorithmes. En effet, dans GDF (1972), la solution initiale est arbitrairement désignée par le décideur sans qu'il ait à

fournir une information spécifique au préalable. Cependant, dans Dyer (1972), il est appelé à fixer, initialement, les valeurs des buts correspondants aux différents objectifs pour obtenir une solution initiale.

L'algorithme de Dyer (1972) se subdivise en six étapes principales :

Étape 0 : Demander au décideur de déterminer les valeurs des buts correspondants aux p objectifs.

Étape 1 : Soit $x^h \in X$ la solution obtenue et $z^h = f(x^h)$ le vecteur objectif correspondant. Soit $h = 1$.

Étape 2 : Déterminer, en interaction avec le décideur, les taux de substitution λ_i^h , au point z^h , entre les objectifs f_i et un objectif f_j pris comme référence (Dyer (1972) prend f_1 comme référence par hypothèse) comme suit :

$$\lambda_i^h = \frac{1}{\Delta f_i} \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

La quantité Δf_j est considérée ici comme égale à 1.

Étape 3 : Résoudre le programme mathématique suivant (Dyer (1972) considère le cas du modèle du GP où seules les déviations négatives sont minimisées):

$$\text{Minimiser } w_i^h \delta_i^-$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(y) + w_i \delta_i^- - w_i \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$y \in X.$$

y^h est la solution correspondante. Soit : $d^h = y^h - x^h$.

Étape 4 : Interagir avec le décideur pour déterminer le pas de calcul $0 \leq t^h \leq 1$ qui maximise $U(f(x^h + t^h d^h))$. Ce paramètre est établi d'une façon similaire à l'étape 3 de la méthode GDF (1972).

Étape 5 : Si $U(f(x^h + t^h d^h)) \leq U(f^h)$ (ou $x^{h+1} = x^h$), arrêter le processus interactif et x^h est la solution de compromis finale. Sinon, faire $x^{h+1} = x^h + t^h d^h$, $h = h+1$ et reprendre à l'étape 2.

Pour cette étape, Dyer (1972) envisage un critère d'arrêt autre que celui spécifié ci-dessus. En effet, il considère aussi la possibilité que le décideur mette fin à la procédure interactive s'il juge qu'une solution donnée, à n'importe quelle itération, est suffisamment satisfaisante pour lui.

Étant une extension de la méthode GDF (1972), les mêmes remarques adressées à celle-ci peuvent être faites au modèle du GPIf de Dyer (1972). En effet, dans ce dernier, le décideur est sollicité aux étapes 2 et 4 pour fournir une information permettant de déterminer les taux de substitution entre un objectif pris arbitrairement comme référence et les autres objectifs restants, ainsi que la valeur du paramètre t . Ainsi que l'a souligné Vincke (1989), il se peut, qu'au fil des itérations, le décideur éprouve de la difficulté à fournir ce type d'information. De plus, la détermination des taux de substitution requiert de lui, de répondre à $p-1$ questions à chaque itération, et ce, en spécifiant les quantités Δf_i , $i = 1, 2, \dots, p$ (le montant avec lequel l'objectif f_i peut être augmenté quand l'objectif f_j est réduit d'une unité) avec les valeurs des autres objectifs égales par ailleurs. En d'autres termes, le décideur doit déterminer les Δf_i , de sorte à ce qu'il soit indifférent entre $(f_1(x^h), \dots, f_p(x^h))$ et $(f_1(x^h), \dots, f_j(x^h)-1, \dots, f_i(x^h)+\Delta f_i, \dots, f_p(x^h))$ (Dyer, 1972). Il est à noter, cependant, que la méthode de Dyer (1972) a le mérite de représenter la première tentative de combiner une approche interactive au modèle du GP et représente de ce fait une contribution importante au modèle du GP.

4.3.2. Le GP interactif de Monarchi *et al.* (1976)

Monarchi *et al.* (1976) ont développé une méthode interactive du GP non-linéaire, appelée «Sequential Information Generator for Multiple Objective Problems» (SIGMOP), et ce, dans le but de donner plus de liberté au décideur dans le processus décisionnel. Cette méthode, qui se veut simple et flexible, offre à ce dernier la possibilité de réviser, tout au long du processus interactif, les valeurs des coefficients d'importance relative et celles des buts correspondants aux différents objectifs qu'il aura fixés préalablement. En fait, Monarchi *et al.* (1976) distinguent entre les deux notions suivantes : d'une part, les niveaux d'aspiration fixés par le décideur (ce sont les niveaux de réalisation des différents objectifs que le décideur désire atteindre); et d'autre part, les niveaux minimaux ou maximaux relatifs aux objectifs (ces niveaux peuvent être dictés par des exigences réglementaires ou par le décideur qui impose des limites à ne pas dépasser). En outre, c'est au décideur d'arrêter le processus interactif dès qu'il estime avoir rassemblé suffisamment d'informations concernant les différentes alternatives possibles et peut, par conséquent, en désigner une comme étant la plus satisfaisante.

L'algorithme de SIGMOP se compose des étapes suivantes :

Étape 0 : Demander au décideur de déterminer ses niveaux d'aspiration, les limites inférieures ou supérieures des objectifs ainsi que leurs coefficients d'importance relative. Formuler le modèle du GP comme suit et le considérer comme le modèle principal :

$$\text{Minimiser } w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$0 \leq \delta_i^-, \delta_i^+ \leq |g_i - g_i^l| \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X.$$

où :

g_i : représente dans ce modèle le niveau d'aspiration de l'objectif i ;

gl_i : représente le niveau requis pour l'objectif i .

Étape 1 : Résoudre le modèle principal.

Étape 2 : Résoudre un ensemble de programmes mathématiques auxiliaires obtenus en attribuant, successivement, une plus grande valeur au coefficient de pondération relatif à chaque objectif que le décideur ne juge pas comme satisfaisant. Ainsi, il y aura autant de programmes mathématiques (auxiliaires) et de solutions correspondantes que d'objectifs non satisfaisants.

Étape 3 : Présenter au décideur l'ensemble des solutions obtenues à l'étape 1 et 2 :

- a) s'il est satisfait de l'une des solutions obtenues, la considérer comme la solution de compromis finale et terminer la procédure interactive;
- b) sinon, demander au décideur de modifier ses niveaux d'aspiration, les limites inférieures ou supérieures relatives aux objectifs ou les coefficients d'importance relative. Formuler le nouveau problème principal et reprendre à l'étape 1.

Il est à souligner que Monarchi *et al.* (1976) utilisent la méthode du plan sécant pour la résolution du problème principal à l'étape 1. Par ailleurs, à l'étape 3 (b), le décideur peut modifier simultanément plusieurs paramètres ou l'un d'entre eux. À titre d'exemple, il peut modifier ses niveaux d'aspiration sans modifier les coefficients d'importance relative. Ainsi, le décideur a toute la latitude pour modifier les paramètres qu'il désire sans être orienté, d'une manière ou d'une autre, par la méthode (Monarchi *et al.*, 1976). Par ailleurs, Nijkamp et Spronk (1978) soulignent que présenter l'ensemble des solutions relatives aux objectifs non satisfaisants au décideur, tel que spécifié dans l'étape 3, risque d'aboutir à un grand nombre d'itérations.

4.3.3. Le GP interactif de Nijkamp et Spronk (1980)

Nous retrouvons dans Nijkamp et Spronk (1978; 1980) une variante interactive du modèle du GP dénommée «Interactive Multiple GP» (IMGP). Cette méthode commence par calculer une solution dont les éléments, ainsi que définis par les auteurs, représentent les valeurs minimales des différents objectifs. Cette solution est par la suite «améliorée»

en augmentant une ou plusieurs de ces valeurs minimales, améliorant ainsi les niveaux d'atteinte des objectifs concernés par ces changements (Nijkamp et Spronk, 1980). C'est le décideur qui doit, à chaque itération, indiquer quel est l'objectif qui doit être amélioré en premier, et une nouvelle valeur minimale, mais plus grande que la valeur précédente, est déterminée. Ainsi, à chaque itération, une nouvelle solution est calculée en changeant un ou plusieurs éléments d'une solution précédente. Dans les différentes itérations d'IMGP, les changements potentiels à apporter à une solution donnée sont calculés et présentés au décideur. Ces changements, qui ne peuvent pas être réalisés simultanément, correspondent au niveau maximal d'amélioration susceptible d'être apporté à un objectif donné quand les autres objectifs sont égaux ou supérieurs à leurs valeurs minimales respectives (Nijkamp et Spronk, 1978). De la sorte, deux éléments d'information sont présentés au décideur durant le processus interactif, à savoir : a) une solution correspondante aux valeurs minimales des différents objectifs, et b) une matrice des gains (appelée «Potency Matrix» par Nijkamp et Spronk (1980)) composée de deux vecteurs correspondants respectivement à une solution idéale et une solution «pessimiste» (le point nadir).

L'algorithme de l'IMGP se présente comme suit :

Étape 0 : Déterminer les objectifs ainsi que les principaux paramètres du contexte décisionnel.

Étape 1 : Déterminer la matrice des gains en maximisant successivement chacun des p objectifs pour obtenir la solution idéale. Le point nadir est composé des valeurs minimales de ces objectifs lorsque ceux-ci sont maximisés successivement.

Étape 2 : Demander au décideur de déterminer, pour chaque objectif $f_i(x)$ (pour $i = 1, 2, \dots, p$), les valeurs des buts correspondants g_{ij} (pour $j = 2, \dots, k_i-1$), de sorte qu'elles soient comprises entre les valeurs minimales et maximales déterminées à l'étape 1 comme suit :

$$f_{*i} < g_{i2} < g_{i3} < \dots < g_{ik_i-1} < f_i^*$$

Avec : $g_{i1} = f_{*i}$ et $g_{ik_i} = f_i^*$.

Définir la variable ξ_j (pour $j = 1, 2, \dots, p$) correspondante aux objectifs $f_j(x)$ (pour $j = 1, 2, \dots, p$) comme la différence entre le plus bas niveau de $f_j(x)$ rejeté par le décideur et le niveau de réalisation de $f_j(x)$ atteint avec la solution acceptée (la solution actuelle x^h): $\xi_j = f_j(x_{i+1}^h) - f_j(x_i^h)$. Cette variable sert à déterminer de combien un objectif donné doit être augmenté. De plus, si aucun but n'a été déterminé pour un objectif donné, cette variable est définie comme suit : $\xi_j = f_j^* - f_{*j}$; sinon, faire $\xi_j = 0$.

Étape 3 : Définir la solution initiale x_1^h comme étant le point nadir déterminé à l'étape 1. Présenter cette solution ainsi que la matrice des gains, dénotée P_1 , au décideur. Soit $h = 1$.

Étape 4 : Si le décideur est satisfait de la solution, arrêter le processus interactif et considérer la solution actuelle comme étant la solution finale. Sinon, aller à l'étape 5.

Étape 5 : Demander au décideur d'indiquer, sur la base de la solution qui lui est présentée, l'objectif qui doit être amélioré en premier. Soit l'objectif j sélectionné.

Étape 6 : Déterminer une nouvelle solution x_{i+1}^h qui diffère de x_i^h uniquement par rapport à la valeur du but correspondant à l'objectif j . Si $\xi_j = 0$, déterminer cette valeur comme étant celle du but suivant tel que défini dans l'inégalité de l'étape 2. Sinon, dans le cas où $\xi_j > 0$, faire : $g_j = g_j + \frac{1}{2}\xi_j$. Introduire la nouvelle contrainte suivante : $g_j(x) \geq g_j(x^h) + \xi_j$ et aller à l'étape suivante.

Étape 7 : Ajouter la contrainte formulée à l'étape 6 ou à l'étape 9 à l'ensemble des contraintes qui constitue l'ensemble des solutions réalisables. Déterminer une nouvelle matrice des gains P_{i+1} , tel que dans l'étape 2 mais sujet au nouvel ensemble des contraintes.

Étape 8 : Demander au décideur de comparer d'une part, les deux solutions x_i^h et x_{i+1}^h , et d'autre part, les deux matrices de gains P_i^h et \hat{P}_{i+1}^h :

- a) S'il considère que le changement de x_i^h vers x_{i+1}^h est suffisamment acceptable pour justifier le changement de P_i^h vers \hat{P}_{i+1}^h ; alors faire : $x_{i+1}^h = \hat{x}_{i+1}^h$, $P_{i+1}^h = \hat{P}_{i+1}^h$ et $\xi_j = \frac{1}{2}\xi_j$ pour tous les objectifs qui ont été augmentés et reprendre à l'étape 4.
- b) Sinon, éliminer la contrainte ajoutée à l'étape 7 et aller à l'étape 9.

Étape 9 : Arrivé à cette étape, le décideur considère que le niveau de réalisation $f_j(x_i^h)$ est trop bas et que celui de $f_j(x_{i+1}^h)$ est trop élevé. Soit $\xi_j = f_j(\hat{x}_{i+1}^h) - f_j(x_i^h)$, la différence entre ces deux valeurs et soit \hat{x}_{i+1}^h la nouvelle solution à proposer au décideur en définissant : $g_j(x_{i+1}^h) = g_j(x_i^h) + \frac{1}{2}\xi_j$, faire $h = h+1$ et aller à l'étape 7.

Dans l'algorithme d'IMGP, notamment dans les étapes 4, 5 et 8, le décideur doit fournir une information relative à ses préférences sur la base d'une solution et d'une matrice des gains qui lui sont présentées, et ce, à chaque itération. Cette information consiste essentiellement à indiquer si la solution qui lui est proposée est satisfaisante, et si elle ne l'est pas, il doit indiquer les objectifs dont les niveaux de réalisation doivent être améliorés sans qu'il ait, toutefois, à quantifier cette amélioration (Nijkamp et Spronk, 1980). En outre, il est à souligner que l'information relative aux valeurs des buts que fixe le décideur lors de l'étape 2 peut être considérée comme une information *a priori* car devant être fournie que lors de la première itération d'IMGP. Cependant, durant le processus cette méthode offre la possibilité au décideur de fixer de nouveaux niveaux d'aspiration si tel est son souhait, notamment à l'étape 6.

4.3.4. Le GP interactif de Masud et Hwang (1981)

Masud et Hwang (1981) ont proposé une formulation interactive du GP qu'ils ont dénommée «Interactive Sequential GP» (ISGP), où le décideur a la possibilité de réviser et d'ajuster les valeurs des buts correspondants aux objectifs pris en considération, et ce, sur la base d'un ensemble donné de solutions généré à chaque itération. Cette information, qui lui est présentée séquentiellement au travers d'un processus itératif basé sur l'apprentissage, est contenue dans deux types de solutions (Masud et Hwang, 1981).

En effet, à chaque itération, une solution du meilleur compromis, dite solution principale, ainsi qu'un ensemble de solutions alternatives obtenu en optimisant alternativement chaque objectif sont regroupées dans un tableau et présentées au décideur pour évaluation (Masud et Hwang, 1981). En outre, Masud et Hwang (1981) illustrent leur méthode par un exemple numérique relatif au choix d'un programme de nutrition, où il s'agit de déterminer les proportions de six aliments afin de satisfaire à certaines exigences nutritionnelles tout en minimisant les trois objectifs suivants, à savoir : les coûts, la prise de cholestérol et les carbohydrates.

Les étapes de la procédure interactive de l'ISGP se présentent comme suit :

Étape 0 : Déterminer les valeurs maximales f_i^* et minimales f_{*i} des objectifs (le point idéal et le point nadir) et les présenter au décideur.

Étape 1 : Présenter au décideur les points idéal et nadir et lui demander de fixer les valeurs des buts g_i (pour $i = 1, 2, \dots, p$) de sorte à ce que $f_{*i} < g_i \leq f_i^*$.

Étape 2 : Calculer la Solution Principale (SP) en résolvant le programme mathématique suivant :

$$\text{Lex. min. } L = \left[\left(\sum_i \delta_i^- \right), \left(\sum_i -\delta_i^+ \right) \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + w_i \delta_i^- - w_i \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\delta_i^- \leq 1 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X .$$

où :

$w_i = g_i - f_{*i}$ représentent des coefficients de pondération utilisés à des fins de normalisation et qui sont ajustés dès que les valeurs des buts changent. Masud et Hwang

(1981) indiquent que la contrainte $\delta_i^- \leq 1$ est utilisée afin que $f_i(x)$ ne soit jamais inférieure à f_{*i} .

Soit x_0 la solution obtenue et z_0 le vecteur objectif correspondant.

Étape 3 : Résoudre le programme mathématique suivant pour obtenir n ($n = 1, \dots, k$)

Solutions Alternatives (SA) :

$$\text{Lex. min. } L^n = \left[\left(\sum_{\substack{i \\ i \neq n}} \delta_i^- \right), \left(\sum_i -\delta_i^+ \right) \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_n(x) - w_n \delta_n^+ = g_n \text{ (pour } n = 1, \dots, k);$$

$$f_i(x) + w_i \delta_i^- - w_i \delta_i^+ = g_i \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } i \neq n);$$

$$\delta_i^- \leq 1 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } i \neq n);$$

$$\delta_i^-, \delta_i^+ \text{ et } \delta_n^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } i \neq n);$$

$$x \in X.$$

où :

$$w_i = g_i - f_{*i} \text{ pour } i = 1, \dots, p.$$

Soit x_n ($n = 1, \dots, k$) les solutions obtenues et f_n le vecteur objectif correspondant.

Cette étape génère des solutions qui satisfont séquentiellement chaque objectif. En outre, il est à noter que les étapes 2 et 3 ne concernent que la première itération.

Étape 4 : Synthétiser les informations obtenues aux étapes précédentes (étapes 1, 2 et 3) dans un tableau récapitulatif en y ajoutant en dernière ligne les valeurs des buts à l'itération considérée.

Étape 5 : Le tableau est présenté au décideur :

- a) S'il est satisfait de l'une des solutions, que celle-ci soit la solution principale ou l'une des solutions alternatives, aller à l'étape 9;
- b) Sinon, lui demander d'ajuster les valeurs des buts correspondants aux objectifs dont il veut modifier les niveaux de réalisation.

Étape 6 : Déterminer les valeurs Δf_j^- et Δf_i^- suivantes :

$$\Delta f_j^- = f_{0j}^h - g_j^h, \forall j = \{j | f_{0j}^h \geq g_j^h\};$$

$$\Delta f_i^+ = g_i^h - f_{0i}^h, \forall i = \{i | f_{0i}^h < g_i^h\}.$$

Vérifier, pour tout $i = 1, 2, \dots, p$, s'il existe au moins une valeur $\Delta f_j^- > 0$ quand il existe une valeur ou plus $\Delta f_i^+ > 0$. Si ce n'est pas le cas, reprendre à l'étape 5 (b). Cette étape est entreprise, selon les auteurs, afin de s'assurer que si le décideur souhaite améliorer le niveau de réalisation de l'un des objectifs, il doit être prêt à concéder sur, au moins, un autre objectif.

Étape 7 : Résoudre le programme mathématique suivant :

$$\text{Lex. min. } L^h = \left[\left(\sum_j \delta_j^- \right), \left(\sum_i \delta_i^- \right), \left(\sum_{i,j} -\delta_i^+ - \delta_j^+ \right) \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_j(x) + w_j^h \delta_j^- - w_j^h \delta_j^+ = g_j^h;$$

$$f_i(x) + w_i^h \delta_i^- - w_i^h \delta_i^+ = g_i^h \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\delta_j^-, \delta_i^- \leq 1 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } j \neq i);$$

$$\delta_j^-, \delta_j^+, \delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } j \neq i);$$

$$x \in X.$$

où :

$$w_i^h = g_i^h - f_{*i}^h;$$

Les indices i et j renvoient respectivement aux objectifs dont les buts ont été réduits et ceux qui ont été augmentés.

Soit x_0^h la SP obtenue.

Étape 8 : Résoudre pour SA, n ($n = 1, \dots, k$) :

$$\text{Lex. min. } L^n = \left[\left(\sum_{j, j \neq n} \delta_j^- \right), \left(\sum_{i, i \neq n} \delta_i^- \right), \left(\sum_{i, j} -\delta_i^+ - \delta_j^+ \right) \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_n(x) - w_n \delta_n^+ = g_n;$$

$$f_j(x) + w_j \delta_j^- - w_j \delta_j^+ = g_j \text{ (pour } j = 1, 2, \dots, p \text{ et } j \neq n);$$

$$f_i(x) + w_i \delta_i^- - w_i \delta_i^+ = g_i \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } i \neq n);$$

$$\delta_j^-, \delta_i^- \leq 1 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } j = \dots);$$

$$\delta_j^-, \delta_j^+, \delta_i^-, \delta_i^+ \text{ et } \delta_n^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p \text{ et } j = \dots);$$

$$x \in X.$$

où :

$$w_i^h = g_i^h - f_{*i} \text{ pour } i = 1, \dots, p.$$

Soit la solution x_n^h , faire $h = h+1$ et reprendre à l'étape 4.

Étape 9 : Arrêter le processus interactif.

Il est à souligner que dans le programme mathématique de l'étape 7, la première priorité de la fonction objectif consiste à minimiser les déviations relatives aux buts dont les valeurs ont été réduites ou celles qui n'ont pas été modifiées par le décideur dans l'étape 5. La seconde priorité consiste à satisfaire les autres objectifs. La dernière priorité, qui est ajoutée en fait à tous les programmes mathématiques de l'ISGP, consiste à s'assurer que la solution obtenue soit non dominée. Ce schéma lexicographique dont la première priorité est de minimiser les déviations relatives aux buts qui ont été réduits par rapport

aux autres objectifs, suppose implicitement, comme l'ont souligné Reeves et Hedin (1993), que le décideur accorde une importance de premier ordre aux objectifs dont les buts ont été réduits. Cependant, dans le modèle de l'ISGP, le décideur est sollicité uniquement pour réviser les valeurs des buts qu'il juge nécessaire de modifier à la lumière des résultats qui lui sont présentés à chaque itération. Il ne doit pas fournir une information concernant l'importance relative des objectifs, que celle-ci relève d'un ordre de préférence ou de coefficients de pondération. Reeves et Hedin (1993) considèrent que l'hypothèse de Masud et Hwang (1981) concernant la structure lexicographique est trop restrictive et peut ne pas représenter les préférences du décideur. Par conséquent, ils ont proposé dans leur version modifiée de l'ISGP, de relaxer cette hypothèse en intégrant d'autres possibilités concernant les préférences du décideur et en générant un plus grand nombre de solutions alternatives parmi lesquelles il peut choisir celle qui répond à ses attentes.

Par ailleurs, à chaque itération, plusieurs solutions (une solution principale et autant de solutions alternatives que d'objectifs) sont déterminées et présentées au décideur. Si le nombre de ces solutions est élevé, ceci risque de rendre la tâche d'évaluation, qui incombe au décideur, comme une tâche empreinte d'une certaine difficulté. De plus, Kalu (1999) remet en question la notion de solution idéale définie en tant que valeurs maximales des différents objectifs pris individuellement, car, étant définie ainsi, elle ne représente pas une solution de compromis. Il étaye son point de vue par le fait qu'un contexte de PMOM, où plusieurs objectifs conflictuels doivent être pris en considération, requiert nécessairement une solution de compromis.

4.3.5. Le GP interactif de Korhonen et Laakso (1986-a)

Korhonen et Laakso (1986-a) ont adapté leur approche interactive, «Visual Interactive approach», développée dans le contexte de la PMOM (Korhonen et Laakso, 1986-b) au modèle du GP. Le but de cette démarche, selon ces auteurs, est d'allier les avantages du GP à ceux d'un mode d'interaction plus convivial avec le décideur. Cette approche dénommée «Interactive Visual GP» (VIG), permet au décideur, tel que nous l'avons souligné dans le chapitre 2, d'évaluer les solutions réalisables correspondantes à ses

niveaux d'aspiration en utilisant les graphiques sur ordinateur. Ces derniers jouent un rôle central dans cette approche qui permet au décideur de mieux cerner sa situation décisionnelle en ayant la possibilité d'évaluer, à tout moment du processus interactif, n'importe quelle partie de la frontière efficace (Korhonen et Laakso, 1986-a). Selon les mêmes auteurs, dans la plupart des formulations du GPIf qui ont été développées, telles que celle de Monarchi *et al.* (1976) et celle de Masud et Hwang (1981), seul un nombre limité de solutions réalisables est présenté au décideur pour évaluation. Quant à leur approche, elle permet, par le biais de graphiques sur ordinateur, de visualiser un continuum de solutions (Korhonen et Laakso, 1986-a).

L'algorithme de la procédure de Korhonen et Laakso (1986-a) se présente comme suit :

Étape 0 : Demander au décideur de classer les différents objectifs en flexibles et inflexibles et de spécifier ses niveaux d'aspiration. Résoudre le programme mathématique suivant :

$$\text{Minimiser } \left(\sum_{i=1}^p \delta_i^- \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- = g_i \quad (i \in G);$$

$$f_j(x) + \delta_j^- = g_j \quad (j \in R);$$

$$\delta_j^- \geq 0;$$

$$x \in X_R.$$

où :

g_i : représente dans ce modèle le niveau d'aspiration du $i^{\text{ème}}$ objectif flexible;

g_j : représente le niveau d'aspiration du $j^{\text{ème}}$ objectif inflexible;

G : représente l'ensemble des indices correspondants aux objectifs flexibles;

R : représente l'ensemble des indices correspondants aux objectifs inflexibles;

X_R : indique l'ensemble des solutions réalisables constitué par un ensemble de contraintes représentant dans VIG l'ensemble des objectifs inflexibles.

Il est à souligner que Korhonen et Laakso (1986-a) supposent que le décideur veut maximiser tous les objectifs $f_i(x)$, $i \in G$. Soit x^0 la solution obtenue et $h = 0$.

Étape 1 : Présenter la solution x^h au décideur :

- a) S'il est satisfait, lui demander s'il veut tester l'optimalité de cette solution. Si oui, aller à l'étape 4; sinon, arrêter le processus interactif;
- b) Sinon, lui demander s'il veut redéfinir les ensembles d'objectifs flexibles (G) et inflexibles (R). Lui demander, par la suite, de spécifier ses nouveaux niveaux d'aspiration pour les objectifs flexibles. Soit $h = h+1$.

Il est à noter que le décideur peut ne pas modifier les ensembles d'objectifs flexibles et inflexibles et redéfinir seulement ses niveaux d'aspiration s'il le désire.

Étape 2 : Résoudre le programme mathématique suivant :

$$\text{Minimiser } \left(\sum_{i=1}^p \delta_i^- \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i = f_i(x^h) + td_i^h \quad (i \in G);$$

$$x \in X_R.$$

où :

$d_i^h = g_i^h - f_i(x^h)$, pour $t \geq 0$, représente une nouvelle direction de recherche.

Il est à noter que la fonction à minimiser dans l'étape 0 et l'étape 2 sont des exemples illustratifs. Korhonen et Laakso (1986-a) ne spécifient pas une forme particulière et laisse le choix ouvert pour une telle fonction, que celle-ci soit la plus simple possible (minimiser la somme des déviations) ou de forme Minmax ou toute autre forme envisageable pour le modèle du GP.

Étape 3 : Présenter les solutions obtenues à l'étape 2, au décideur pour évaluation et lui demander de sélectionner la solution qu'il préfère. Si celui-ci n'est pas en mesure de trouver une solution qui soit plus satisfaisante pour lui que la solution actuelle, ou s'il veut tester si cette dernière est optimale ou pas, aller à l'étape 4. Sinon, retourner à l'étape 1.

Il est à noter que la détermination d'une nouvelle direction de recherche et du paramètre t présente des similitudes avec la méthode GDF, notamment pour l'étape 3 de cette dernière.

Étape 4 : Construire un cône qui englobe l'ensemble des solutions réalisables X_R et dont le vertex est au point x^h . Déterminer l'ensemble des directions efficaces, et les présenter au décideur de la même manière que dans l'étape 3. Si aucune de ces directions n'est une direction d'amélioration, alors x^h est la solution finale et optimale, à condition que la fonction d'utilité sous-jacente du décideur soit pseudo-concave. Si le décideur veut terminer le processus interactif, arrêter. Sinon, retourner à l'étape 1.

Il est à noter que la phase d'évaluation, relative à l'étape 3 de l'algorithme du VIG, des solutions obtenues à l'étape 2, représente la pierre angulaire de cette méthode. En effet, les solutions qui doivent être évaluées par le décideur lui sont présentées sous forme d'un graphique où les niveaux de réalisation des objectifs qui sont fonction des valeurs du paramètre t apparaissent au dessus du schéma (Korhonen et Laakso, 1986-a). Ainsi, le décideur peut visualiser les changements associés aux niveaux d'atteinte des objectifs relatifs à une direction de recherche donnée. Cependant, pour que ce mode d'interaction joue son rôle pleinement, il est nécessaire que le nombre d'objectifs simultanément considérés soit relativement petit. En effet, plus le nombre d'objectifs considérés s'accroît, plus il peut devenir difficile pour le décideur de comparer les différentes solutions et d'en sélectionner une qui le satisfasse le plus.

Par ailleurs, la participation du décideur dans la procédure interactive du VIG, consiste à fournir des éléments d'information de trois types. Le premier type d'information consiste à répartir, au début du processus interactif, les objectifs en deux groupes : un ensemble d'objectifs flexibles et un autre d'objectifs inflexibles (ou fixes). Le deuxième type requiert du décideur de spécifier ses niveaux d'aspiration relatifs aux objectifs

flexibles. La troisième sorte d'information à fournir réside dans le fait d'évaluer plusieurs solutions qui lui sont présentées et en sélectionner une qui lui paraît la plus satisfaisante ou la plus prometteuse (comme point de départ pour une analyse subséquente). Ces trois types d'information sont intégrés dans un processus interactif et itératif où le décideur a la possibilité d'apporter les modifications qu'il juge nécessaires à ses niveaux d'aspiration ou aux deux ensembles des objectifs flexibles et inflexibles.

4.3.6. Le GP interactif de Kalu (1999)

Kalu (1999) a développé une méthode interactive du GP qu'il a nommé : «Systems Welfare Interactive GP» (SWIGP). Le modèle utilisé dans cet article est celui du GP lexicographique, où le décideur doit spécifier, lors de la phase initiale de SWIGP, les niveaux de priorité pour les différents objectifs ainsi que les coefficients de pondération pour ceux appartenant au même niveau. Kalu (1999) fonde le développement de sa méthode autour du fait que plusieurs méthodes interactives ne permettent pas au décideur, durant son processus décisionnel, de converger rapidement vers une solution de compromis finale. En fait, il considère, d'une part, que le critère d'arrêt du processus interactif sur lequel se base généralement ces méthodes consiste dans le bon vouloir du décideur (psychological convergence), ce qui peut arriver quand celui-ci est lassé. D'autre part, ces dernières ne fournissent à celui-ci aucune base objective sur laquelle il peut fonder sa décision. Pour pallier à ces «inconvenients», Kalu (1999) propose de combiner le modèle du GP aux approches interactives et intègre un indice d'efficacité économique. Ce dernier représente une mesure économique qui permet d'indiquer au décideur, et ce, le plutôt possible dans le processus interactif, le coût relié à chaque solution (Kalu, 1999). En fait, cet indice constitue une sorte d'analyse coût-bénéfice qui permet de classer les différentes alternatives et permet, ainsi, d'assister le décideur à choisir entre elles (Kalu, 1999). Pour lui, les méthodes de PMOM, en général, génèrent essentiellement des solutions «techniquement» efficaces qui ne garantissent pas une efficacité économique et par conséquent le «bien-être» du système considéré. Kalu (1999) distingue principalement entre deux notions d'efficacité, à savoir : a) une efficacité technique reliée à l'aspect technologique de la production, qui peut être définie,

notamment en ingénierie, comme étant le ratio entre les outputs et inputs sans faire référence aux coûts, et, b) une efficacité économique qui renvoie au même ratio mais en termes, cette fois-ci, de coûts pour les inputs et pour les outputs. Ainsi, selon le même auteur, c'est le plan de production le moins coûteux qui définit un plan économiquement efficace. De plus, il fait le parallèle entre la notion d'efficacité technique et la formulation originale de «Data Envelopment Analysis» (DEA) développée par Charnes *et al.* (1978) et considère que le GP est relié à cette dernière par le fait que ces deux modèles génèrent des solutions techniquement efficaces. Ceci s'applique aux modèles de PMOM en général, selon Kalu (1999), car ils concernent des objectifs qui s'expriment, non pas uniquement en termes de coûts, mais en unités de mesure incommensurables.

L'algorithme de SWIGP se présente comme suit :

Étape 0 : Déterminer les objectifs du contexte décisionnel et les classer selon un ordre lexicographique ainsi que tous les paramètres du contexte décisionnel sous étude et formuler en conséquence le modèle du GP.

Étape 1 : Déterminer une solution «techniquement efficace» $x'_e \in X'_E$ ($X'_E \in X$ étant l'ensemble des solutions techniquement efficaces) en résolvant le modèle du GP élaboré. Si une solution optimale x'_e est trouvée, aller à l'étape 2; sinon, retourner à l'étape 0.

Étape 2 : Tester l'efficacité économique de la solution x'_e . Si la fonction de coûts $g(\delta_i^-, \delta_i^+, d)$, dont la forme reste à déterminer selon le contexte décisionnel étudié, a une valeur finie et déterminée, aller à l'étape 4; sinon, aller à l'étape 3. Ainsi, si par exemple, la fonction d'une solution donnée tend vers l'infini, cette solution est considérée, d'un point de vue économique, comme étant inefficace.

où :

δ_i^-, δ_i^+ : représentent les déviations négatives et positives, respectivement, relatives aux différents buts;

d : représente les paramètres du contexte décisionnel à considérer.

Étape 3 : Demander au décideur d'indiquer quelles sont les concessions qui peuvent être faites sur certains objectifs. Prendre en considération ces modifications et retourner à l'étape 1.

Étape 4 : Demander au décideur s'il accepte la solution obtenue à l'étape 3. Si c'est le cas, aller à l'étape 5. Sinon, interagir avec le décideur pour déterminer quels sont les changements à effectuer. Prendre en considération ces changements et aller à l'étape 1.

Étape 5 : Rassembler toutes les solutions économiquement efficaces obtenues jusqu'au point où le décideur met fin à la procédure interactive. Présenter ces solutions à celui-ci pour lui permettre de les considérer simultanément et de faire un choix final.

Concernant cette dernière étape, même si Kalu (1999) reconnaît que le choix d'une solution donnée par le décideur est conditionné par plusieurs facteurs, il considère, néanmoins que ce choix, s'il veut être le plus «rationnel» possible, doit se porter sur la solution la plus efficace économiquement. Il est à souligner que l'une des hypothèses du SWIGP est que la structure de priorité établie initialement par le décideur soit fixe. Par conséquent, il semble que les modifications que ce dernier doit faire aux étapes 3 et 4 concernent principalement les valeurs des buts relatifs aux différents objectifs ou les valeurs des différents paramètres à prendre en considération. Toutefois, Kalu (1999) souligne qu'il est possible de modifier l'ordre de priorité quand il s'agit de trouver la solution la plus efficace économiquement.

Nous retrouvons, par ailleurs, dans cet article une application de SWIGP à un contexte décisionnel relatif à la gestion des ressources humaines et à la gestion financière dans une compagnie pétrolière. Dans cette application, trois itérations ont été effectuées. Lors de la première itération, le modèle du GP a été formulé et une solution économiquement efficace a été obtenue. Par la suite, le décideur a dû apporter quelques modifications à certains paramètres, et ce, à l'étape 4. Ces modifications étant prises en compte, la deuxième itération commence et une autre solution économiquement efficace est générée. Après avoir présenté cette solution au décideur, ce dernier décide de modifier l'ordre de priorité de certains objectifs. Cette dernière modification aboutit à une solution qui n'est pas économiquement efficace lors de la troisième itération. Bien que la prochaine étape de l'algorithme soit de reprendre à l'étape 0, le décideur décide de

terminer le processus interactif car ayant, selon Kalu (1999), acquis suffisamment d'informations pour arrêter son choix. Par la suite, les deux solutions calculées aux itérations 1 et 2 lui sont présentées simultanément pour qu'il les reconsidère et choisit la deuxième solution. Bien que la procédure de SWIGP permette d'éliminer certaines solutions par le biais de l'indice d'efficacité économique, elle ne fournit pas d'indication au décideur pour arrêter son processus de choix. De plus, il est à noter que le modèle de SWIGP requiert que les coûts et bénéfices des activités du système sous étude soient quantifiables, ce qui peut se révéler, dans certains cas, difficile (Kalu, 1999).

4.3.7. Le Meta-GP interactif

Nous retrouvons dans Caballero *et al.* (2006), la version interactive du modèle Meta-GP (Rodríguez Uría *et al.*, 2002). Ce dernier est une combinaison de plusieurs variantes du GP qui a pour but, selon Rodríguez Uría *et al.* (2002), de mieux représenter les préférences du décideur. Ainsi, cette reformulation du modèle du GP n'est pas basée sur une seule variante mais sur plusieurs variantes combinées entre elles (Rodríguez Uría *et al.*, 2002). Les trois variantes utilisées dans le modèle du Meta-GP sont essentiellement : la variante pondérée du GP, la variante Minmax et la variante lexicographique. Cette dernière peut être considérée comme la variante «principale», car la fonction du Meta-GP consiste à minimiser, selon un ordre lexicographique, les déviations relatives aux Meta-objectifs. Ces derniers regroupent certains des objectifs «originaux» du GP et sont formulés sous forme de GP Pondéré (GPP) ou Minmax (GPM). En effet, dans le modèle du Meta-GP, les objectifs du contexte décisionnel doivent être déterminés et les valeurs des buts correspondant à ceux-ci doivent être fixées par le décideur, et ce, d'une manière similaire au GP «traditionnel». Ce qui différencie le modèle du Meta-GP, consiste dans le fait que ces objectifs sont par la suite combinés entre eux sous forme de modèle du GPP et GPM, et ce, en fonction des indications que fournit le décideur. Ceci résulte en la formation d'objectifs correspondant aux objectifs initiaux, d'où l'appellation de Meta-objectifs (Rodríguez Uría *et al.* (2002). À nouveau, le décideur doit fixer des buts, mais cette fois-ci pour les Meta-objectifs. À titre d'exemple, le décideur peut spécifier que pour deux objectifs donnés (parmi six), un certain pourcentage (72% par exemple)

d'insatisfaction ne doit pas être dépassé. Ces deux objectifs forment ainsi un Meta-objectif, sous forme de GPM, dont le but est 0,72.

En fait, trois types de Meta-objectifs (chaque type concerne un sous-ensemble de l'ensemble des objectifs initiaux) sont considérés dans Rodríguez Uría *et al.* (2002), et ce, comme suit :

- a. La somme des pourcentages des déviations non désirées ne doit pas dépasser une certaine limite $G_k^{(1)}$ définie (imposée) sur l'ensemble $P_k^{(1)} \subset \{1, 2, \dots, p\}$. Ce type d'objectifs, qui correspond au modèle du GPP, prend la forme suivante :

$$\sum_{i \in P_k^{(1)}} w_i \frac{\delta_i^-}{N_i} \leq G_k^{(1)}, (i \in P_k^{(1)}).$$

où :

$G_k^{(1)}$: correspond à la valeur du but correspondant au Meta-objectif de type 1;

N_i : représente un paramètre de normalisation. Dans Rodríguez Uría *et al.* (2002), les déviations négatives sont normalisées en les divisant par les valeurs des buts correspondantes; ainsi $N_i = g_i$;

w_i : le coefficient de pondération de l'objectif i représentant son importance relative.

- b. Le pourcentage de déviation maximum ne peut dépasser une certaine limite $G_l^{(2)}$ définie sur l'ensemble $P_l^{(2)} \subset \{1, 2, \dots, p\}$. Ceci résulte en la variante Minmax du GP et, ainsi, en l'ensemble des contraintes suivantes :

$$\max_{i \in P_l^{(2)}} \left\{ w_i \frac{\delta_i^-}{N_i} \right\} \leq G_l^{(2)} \Leftrightarrow \begin{cases} w_i \frac{\delta_i^-}{N_i} - D \leq 0 \\ D \leq G_l^{(2)} \end{cases}, (i \in P_l^{(2)}).$$

où :

$G_l^{(2)}$: correspond à la valeur du but correspondant au Meta-objectif de type 2;

D : représente le pourcentage maximum des déviations pondérées.

- c. Ce type de Meta-objectif n'est pas modélisé sous forme d'une variante précise du modèle du GP et représente le pourcentage des objectifs non atteints (non satisfaits) qui ne doit pas dépasser une certaine limite $G_r^{(3)}$ définie sur l'ensemble $P_r^{(3)} \subset \{1, 2, \dots, p\}$. Ce Meta-objectif est modélisé comme suit :

$$\begin{cases} \delta_i^- - M_i y_i \\ \frac{\sum_{i \in P_r^{(3)}} y_i}{p} \leq G_r^{(3)} \end{cases}, (i \in P_r^{(3)}).$$

où :

$G_r^{(3)}$: correspond à la valeur du but correspondant au Meta-objectif de type 3;

y_i : est une variable binaire ($y_i \in \{0, 1\}$). La valeur de $\sum_{i \in P_r^{(3)}} y_i$, correspondante à une solution donnée, indique le nombre d'objectifs qui n'ont pas été entièrement satisfaits;

M_i : est un nombre arbitrairement grand que les déviations négatives (δ_i^-) ne peuvent pas atteindre.

Cette description des trois types d'objectifs permet de faciliter la présentation de l'algorithme du Meta-GP interactif (Caballero *et al.*, 2006) qui comprend les étapes suivantes :

Étape 0 : Soit $h = 0$ et w_i le vecteur initial des coefficients de pondération.

Étape 1 : Résoudre le programme mathématique suivant et présenter la matrice des gains obtenue au décideur :

$$\text{Lex. min.}_{x \in X} L = \left[l_1 \left(\sum_{i=1}^p w_i \frac{\delta_i^-}{N_i} \right) + l_2 D + l_3 \sum_{i=1}^p y_i \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X ;$$

$$w_i \frac{\delta_i^-}{N_i} - D \leq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\delta_i^- - M_i y_i \leq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\sum_{i=1}^p w_i \frac{\delta_i^-}{N_i} - Z_1 = 0;$$

$$D - Z_2 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^p y_i - Z_3 = 0;$$

$$y_i \in \{0, 1\} \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\left. \begin{array}{l} l_r = 1 \\ l_j = 0, j \neq r \end{array} \right\}, r = 1, 2, 3 \text{ alternativemement.}$$

où :

Z_r : représente les valeurs des Meta-objectifs obtenues lors de la résolution du programme mathématique auxiliaire r ($r = 1, 2, 3$).

Il est à souligner qu'à cette étape, il est nécessaire de résoudre ce programme mathématique en le divisant en trois programmes auxiliaires, de sorte à déterminer la matrice des gains qui doit être présentée au décideur. Cette dernière renferme les valeurs idéales de chaque Méta-objectif lorsque celui-ci est «optimisé» individuellement. De plus, il est à noter que les coefficients d'importance relative (w_i) correspondent aux coefficients de pondération relatifs aux objectifs initiaux et non pas aux Meta-objectifs. La même remarque s'applique pour les paramètres de normalisation N_i .

Étape 2 : Si le décideur est satisfait de l'une des lignes de la matrice des gains, arrêter le processus interactif. Sinon, aller à l'étape 3.

Étape 3 : Faire $h = h+1$.

Étape 4 : Demander au décideur, s'il le désire, de fixer des niveaux de priorité l_1, l_2, \dots, l_q .

Étape 5 : Pour chaque niveau de priorité établi, demander au décideur de fournir une information relative aux Meta-objectifs. En général, il s'agit du nombre de Meta-objectifs de chaque type r_1^l , r_2^l et r_3^l , les coefficients de pondération associés aux Meta-objectifs de chaque type et leurs paramètres de normalisation respectifs, les ensembles d'objectifs «originaux» S_{1u}^l , S_{2v}^l et S_{3w}^l inclus dans les trois types de Meta-objectifs, les valeurs des buts correspondants à ceux-ci Q_{1u}^l , Q_{2v}^l , Q_{3w}^l , et les coefficients de pondération $\mu_{1u}^l(i)$, ($i \in S_{1u}^l$) et $\mu_{2v}^l(i)$, ($i \in S_{2v}^l$) des objectifs inclus dans les Meta-objectifs appartenant au type 1 et 2 respectivement, ainsi que leurs paramètres de normalisation respectifs $N_{1u}^l(i)$ et $N_{2v}^l(i)$.

Étape 6 : Résoudre le programme mathématique suivant :

$$\text{Lex min } \left\{ \left\{ \beta_{11}^1, \dots, \beta_{1r_1^1}, \beta_{21}^1, \dots, \beta_{2r_2^1}, \beta_{31}^1, \dots, \beta_{3r_3^1} \right\}, \dots, \right. \\ \left. \dots, \left\{ \beta_{11}^q, \dots, \beta_{1r_1^q}, \beta_{21}^q, \dots, \beta_{2r_2^q}, \beta_{31}^q, \dots, \beta_{3r_3^q} \right\} \right\}$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\sum_{i \in S_{1u}^k} \mu_{1u}^l(i) \frac{\delta_i^-}{N_{1u}^k(i)} + \alpha_{1u}^l - \beta_{1u}^l = Q_{1u}^l \text{ (pour } u = 1, \dots, r_1^l \text{ et } l = 1, \dots,$$

$q);$

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{2v}^l(i) \frac{\delta_i^-}{N_{2v}^l(i)} - D_v^l \leq 0 \quad i \in S_{2v}^l \\ D_v^l + \alpha_{2v}^l - \beta_{2v}^l = Q_{2v}^l \end{array} \right\}, \text{ (pour } v = 1, \dots, r_2^l \text{ et } l = 1, \dots, q);$$

$$\left. \begin{array}{l} \delta_i^- - M_i y_i \leq 0, \quad i \in S_{3w}^l \\ \frac{\sum_{i \in S_{3w}^l} y_i}{\text{card}(S_{3w}^l)} + \alpha_{3w}^l - \beta_{3w}^l = Q_{3w}^l \\ y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in S_{3w}^l \end{array} \right\}, \text{ (pour } w = 1, \dots, r_3^l \text{ et } l = 1, \dots, q);$$

$$\delta_i^-, \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\alpha_{1u}^k, \beta_{1u}^k, \alpha_{2v}^k, \beta_{2v}^k, \alpha_{3w}^k, \beta_{3w}^k \geq 0.$$

Présenter la solution obtenue au décideur. S'il est satisfait de la solution, arrêter le processus. Sinon, retourner à l'étape 3.

où :

r_1^l, r_2^l, r_3^l : désignent le nombre de Meta-objectifs de type 1, 2 et 3 respectivement dans le niveau de priorité l ;

$\alpha_{1u}^l, \beta_{1u}^l$: sont les déviations négatives et positives associées aux Meta-objectifs de type 1 et dont l'indice est $u = 1, \dots, r_1^l$;

$\alpha_{2v}^l, \beta_{2v}^l$: sont les déviations négatives et positives associées aux Meta-objectifs de type 2 et dont l'indice est $v = 1, \dots, r_2^l$;

$\alpha_{3w}^l, \beta_{3w}^l$: sont les déviations négatives et positives associées aux Meta-objectifs de type 3 et dont l'indice est $w = 1, \dots, r_3^l$;

$\mu_{1u}^l, \mu_{2v}^l, \mu_{3w}^l$: sont les coefficients de pondération relatifs aux Meta-objectifs de type 1, 2 et 3 respectivement.

Il est à noter que l'étape 1 de cet algorithme représente la phase initiale du Meta-GP interactif et consiste en une phase de calcul dont le but est d'aider le décideur à fixer les valeurs des buts correspondants aux Meta-objectifs (Caballero *et al.*, 2006). La première itération de la procédure interactive de ce modèle consiste à passer par les différentes étapes citées ci-dessus et à présenter la solution obtenue. Si le décideur en est satisfait, la procédure se termine. Sinon, il a la possibilité de modifier certains éléments du contexte décisionnel tel que définir de nouveaux Meta-objectifs, un nouvel ordre de priorité, les valeurs des buts ainsi que les coefficients de pondération correspondants (Caballero *et al.*, 2006). Les différentes itérations se succèdent d'une manière similaire, jusqu'à ce que le décideur soit satisfait d'une solution.

Caballero *et al.* (2006) soulignent, qu'en pratique, le décideur n'a pas à fournir tous les éléments d'information décrits dans leur algorithme, notamment à l'étape 5. Ils ajoutent que même si leur reformulation du modèle du GP, comparée à sa formulation originale, peut paraître compliquée; ceci ne constitue pas une insuffisance si leur méthode est incorporée dans un programme informatique. Néanmoins, la procédure interactive du Meta-GP telle que décrite dans leur algorithme, peut sembler exigeante vis-à-vis du décideur, et ce, du point de vue de l'information qu'il lui est demandée. En effet, ce dernier doit déterminer, en plus des paramètres relatifs au GP «traditionnel», plusieurs autres paramètres qui sont eux associés aux Meta-objectifs. À titre d'exemple, le décideur doit fixer des buts pour les Meta-objectifs, ce qui correspond à assigner des niveaux d'aspiration pour un ensemble d'objectifs combinés dans une fonction sous forme de GPP ou GPM. Il est possible que certains décideurs aient du mal à appréhender de tels concepts et que, par conséquent, ils éprouvent de la difficulté à comprendre et à fournir l'information qui leur est demandée.

En général, les méthodes interactives relatives au GP ont permis d'apporter plus ou moins une réponse à certains aspects du GP «traditionnel» considérés comme négatifs, notamment en permettant au décideur de formuler ses préférences d'une manière progressive. Comme nous l'avons déjà souligné au préalable, l'une des principales critiques adressées au GP est en effet liée au fait que le décideur est supposé fournir une information relative à ses préférences, et ce, lors de la phase initiale du processus décisionnel. Cependant, la plupart de ces méthodes interactives sont basées sur le modèle du GP tel que développé à l'origine, et ne permettent ainsi d'apporter qu'une réponse partielle aux critiques adressées au GP. Par ailleurs, nous considérons que le modèle du GP développé par Martel et Aouni (1990) offre des perspectives intéressantes. En effet, comme nous l'avons souligné au préalable dans le chapitre 2, ce modèle permet de modéliser explicitement les préférences du décideur en utilisant le concept des fonctions de satisfaction. En outre, comme nous avons pu le voir, le GPFS est un modèle qui peut aussi bien être utilisé pour modéliser les contextes décisionnels en environnements précis ou déterministes et imprécis. Par ailleurs, les besoins informationnels de ce modèle ne semblent pas exigeants, et le concept des fonctions de satisfaction est un concept relativement «clair» qui peut être facilement appréhendé par le décideur. Dans la

prochaine section, nous proposons une version interactive du GP en utilisant le concept des fonctions de satisfaction.

4.4. Une version interactive du modèle du GPFS

Dans le cadre du modèle du GPFS développé par Martel et Aouni (1990), le décideur est appelé à fournir certaines informations relatives à ses préférences. Celles-ci concernent les objectifs et les valeurs des buts qui leurs sont associés, les coefficients d'importance relative, les fonctions de satisfaction relatives aux différents objectifs ainsi que les seuils de préférence correspondants à ces fonctions. Ces informations sont généralement déterminées au début du processus décisionnel avant que le décideur n'est eu l'opportunité d'explorer davantage les différentes possibilités que renferme sa situation décisionnelle. Il peut être légitime, en effet, de s'interroger à quel point l'information que fournit le décideur au début du processus décisionnel peut refléter fidèlement ses préférences.

À ce propos, nous pouvons considérer que le comportement du décideur dépend de ses préférences et de la situation décisionnelle telle qu'il la perçoit. Son comportement se modifie au fur et à mesure que les données en présence changent et que ses préférences évoluent et se précisent. Ces dernières peuvent dépendre de la nature de la situation décisionnelle en présence, ainsi que de l'information mise à sa disposition notamment celle relative aux différentes alternatives potentielles de son contexte. En fait, non seulement son comportement change, mais aussi son attitude, c'est-à-dire ses réactions devant des événements intercurrents durant le processus décisionnel. En conséquence, préférences et informations changent inéluctablement. Il est important de noter ici que la relation entre évolution des préférences et évolution de la situation décisionnelle ainsi que leur ajustement mutuel sont difficiles à cerner, voire imprécis.

Afin d'illustrer le caractère évolutif voire même instable du processus décisionnel, nous pouvons citer le cas d'application cité par Karpak *et al.* (1999) qui ont joué un rôle d'assistance et d'aide à la décision. Ce cas concernait une entreprise fabriquant des pompes hydrauliques dont les dirigeants devaient décider de l'allocation des ordres d'achat de matières premières nécessaires à leur processus de production entre cinq

fournisseurs. Elle a entrepris cette démarche dans le but d'obtenir des produits d'une plus grande qualité à coûts réduits et d'élaborer une collaboration plus étroite avec les fournisseurs d'autant plus qu'elle a adopté une stratégie d'approvisionnement basée sur le juste à temps. En réalité, l'entreprise avait sélectionné au début trois fournisseurs qui répondaient aux critères définis par les décideurs. Toutefois, et en raison d'une commande importante et imprévue, ces derniers ont décidé de faire appel à deux nouveaux fournisseurs. Après que le modèle ait été formulé avec les données en présence, un élément nouveau est apparu, à savoir la décision des gestionnaires de l'entreprise de se séparer de l'un des deux fournisseurs retenus en dernier. En conséquence, l'équipe d'aide à la décision a dû actualiser le modèle déjà élaboré afin de prendre en considération cette nouvelle donnée.

Nous pouvons donc constater que durant le processus de sélection des fournisseurs ainsi que l'allocation des ordres d'achat entre eux, il y a eu deux événements intercurrents et inattendus :

- l'ajout de deux fournisseurs suite à une demande imprévue d'un volume important;
- la suppression de l'un des fournisseurs due à des problèmes apparus lors du processus décisionnel.

Les deux parties impliquées dans ce processus de choix ont dû reconsidérer la situation décisionnelle à la lumière de ces nouveaux éléments et d'intégrer ces nouvelles données dans le modèle utilisé et dans le processus décisionnel de façon générale. Ceci nous démontre les aléas d'un tel processus et la nécessité de s'adapter et de s'impliquer dans un processus itératif et interactif qui donne la possibilité au décideur de reconsidérer l'information disponible.

Afin d'éviter le caractère irrévocable de certains choix durant le processus décisionnel et dans le but d'impliquer davantage le décideur dans son processus de choix, nous proposons dans cette section de développer un algorithme interactif qui associe le modèle du GPFS aux approches interactives. Cet algorithme consiste en la résolution successive de programmes mathématiques relatifs à la formulation du GPFS, et ce, de manière à ce que le décideur puisse ajuster et réviser l'information relative aux différents paramètres requis par cette méthode. Par conséquent, il décrit une procédure qui alterne des phases

de calcul et des phases d'interaction. Cette procédure permet de faire participer directement le décideur dans le processus décisionnel, de réviser et de reconsidérer, d'une manière continue, les décisions à la lumière de leurs performances et toute nouvelle information se rapportant au contexte décisionnel considéré.

Ainsi, cet algorithme s'appuie sur un processus d'exploration itérative qui consiste en l'ajustement par le décideur de un ou plusieurs paramètres selon ses préférences. De la sorte, ce dernier peut examiner plusieurs alternatives. De surcroît, il peut explorer et analyser les conséquences des choix qu'il effectue concernant les valeurs des paramètres qu'il fixe ainsi que celles des modifications qu'il entreprend. Ce processus itératif continue jusqu'à ce que le décideur considère qu'une solution est satisfaisante ou qu'il a acquis suffisamment d'éléments d'information sur son contexte décisionnel pour arrêter un choix. La procédure interactive présentée dans cette section s'appuie en fait sur un continuel ajustement des niveaux d'aspiration du décideur et des différents paramètres en fonction des possibilités offertes par la situation décisionnelle étudiée.

Afin d'illustrer l'approche interactive du modèle du GPFS, nous proposons l'algorithme suivant :

Étape 0 : Définir les objectifs, les variables de décision ainsi que les contraintes du système relatifs au contexte décisionnel.

Étape 1 : Déterminer, en interaction avec le décideur et pour $i = 1, 2, \dots, p$, les paramètres suivants :

- a) Les buts g_i^h associés aux différents objectifs $f_i(x)$;
- b) Les coefficients d'importance relative w_i^h ;
- c) La forme des fonctions de satisfaction $F_i^h(\delta_i)$;
- d) Les différents seuils de préférence $(\alpha_{id}^h, \alpha_{i0}^h, \alpha_{iv}^h)$ associés aux fonctions de satisfaction sélectionnées;

Soit $h = 1$.

Étape 2 : Formuler et résoudre le modèle du GPFS suivant :

$$\text{Maximiser}_{x \in X} Z = \sum_{i=1}^p \left(w_i^+ F_i^+ (\delta_i^+) + w_i^- F_i^- (\delta_i^-) \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Soit x^h la solution obtenue.

Étape 3 : Demander au décideur d'évaluer la solution x^h :

- a) S'il est satisfait, aller à l'étape 4;
- b) Sinon, poser $h = h+1$ et réitérer à l'étape 1.

Étape 4 : Arrêter le processus interactif et élaborer une recommandation finale en relation avec la solution x^h .

Les différentes étapes de notre algorithme peuvent être schématisées par l'organigramme représenté dans la figure 4.1.

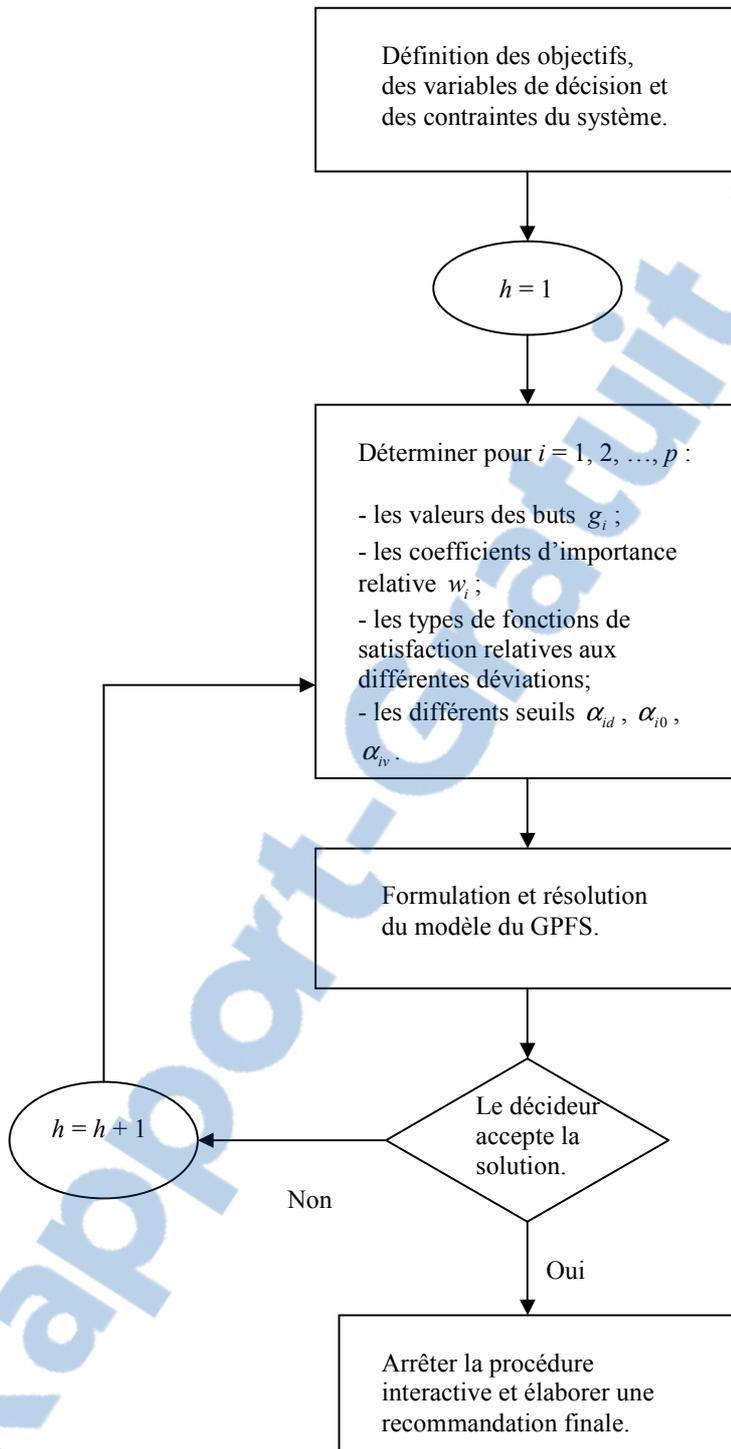


Figure 4.1 : L'organigramme de l'algorithme du modèle du GPFS interactif

Pour l'élaboration de cet algorithme, nous avons procédé en cinq étapes principales que nous décrivons brièvement dans les paragraphes suivants.

Étape 0 :

Dans notre algorithme, nous considérons que le décideur peut, en collaboration avec l'homme d'étude notamment, fixer les objectifs et les variables de décision relatifs à son contexte décisionnel. Cette première étape (étape 0) constitue la phase initiale de l'algorithme du GPFS interactif et nous considérons ces informations comme étant fixes durant la procédure interactive. Toutefois, nous pouvons envisager de modifier ces données si le besoin se fait ressentir ou si le décideur en exprime le souhait durant le processus décisionnel.

Étape 1 :

L'étape suivante est une étape d'interaction avec le décideur et constitue la première étape de la procédure interactive proprement dite. Le décideur y est sollicité pour fournir des informations relatives à ses préférences et requises pour la mise en œuvre du modèle du GPFS. Ces informations consistent en la fixation et la détermination des valeurs des buts, les coefficients d'importance relative des objectifs, les fonctions de satisfaction ainsi que les différents seuils qui les constituent.

Nous supposons ici que le décideur est en mesure de fixer les valeurs des buts ainsi que l'importance relative des objectifs. Si, de prime abord, le décideur éprouve de la difficulté à fournir l'information relative aux coefficients d'importance relative, il peut toujours considérer momentanément, que les objectifs ont la même importance ($w_i = 1$).

De plus, il est à souligner ici que l'importance relative d'un objectif peut être considérée comme prise en compte partiellement, en plus des coefficients d'importance relative, par les seuils que comportent les fonctions de satisfaction, notamment par les seuils de veto (Aouni, 1998). À titre d'exemple, si le décideur accorde une certaine importance à

l'atteinte d'un but relatif à un objectif donné, il peut pénaliser davantage les déviations relatives à ce but, notamment en attribuant une valeur plus petite au seuil de veto α_{iv} .

Concernant les fonctions de satisfaction, celles-ci sont spécifiées par le décideur, et ce, avec l'aide de l'homme d'étude. En fait, le concept de fonctions de satisfaction est central dans le modèle du GPFS. Ce concept est relativement simple et facile à appréhender par le décideur. Ces fonctions peuvent être considérées comme une mesure qui permet de refléter le degré de satisfaction du décideur vis-à-vis des déviations associées aux différents buts. De plus, les besoins informationnels qu'elles induisent ne sont pas exigeants pour le décideur car elles comportent peu de paramètres. En fait, une fois déterminée la forme de la fonction de satisfaction associée à chaque objectif, il doit spécifier les différents seuils correspondants à celle-ci. Il est à souligner que certaines formes de fonctions de satisfaction ne nécessitent pas la définition des seuils d'indifférence. En outre, le décideur a la possibilité de ne pas fixer de seuil de veto sur certains objectifs, comme cela a été le cas dans le cas d'application décrit dans Martel et Aouni (1992) et relatif au choix d'un emplacement visant à construire un aéroport au Nord du Québec. Par ailleurs, tel que nous l'avons souligné dans le chapitre 2, Martel et Aouni (1990) ont développé six types de fonctions de satisfaction qui peuvent être mises à la disposition du décideur pour l'aider à spécifier leurs formes selon ses préférences et les différents objectifs considérés. Cependant, ce dernier peut, s'il le désire, spécifier toute autre forme qui lui paraît appropriée et qui reflète le mieux ses préférences.

Il est à noter également, que pour la détermination d'une (ou des) fonction(s) de satisfaction pour chacun des objectifs, trois cas de figure sont envisageables où le décideur peut spécifier (Aouni, 1998) :

- a. une fonction de satisfaction en relation avec les déviations positives seulement;
- b. une fonction de satisfaction où seules les déviations négatives sont pénalisées;
- c. deux fonctions de satisfaction, que celles-ci soit du même type ou différentes, pour pénaliser concurremment les déviations négatives et positives.

Par conséquent, dans certains cas et relativement à certains objectifs, le nombre des fonctions de satisfaction peut être supérieur au nombre d'objectifs. Mais cela demeure

essentiellement du ressort du décideur de déterminer le type de fonction de satisfaction et de pénaliser soit les déviations positives, ou négatives ou les deux ensemble pour un objectif donné.

Étape 2 :

Cette étape peut être considérée comme une étape de modélisation et de calcul. Après avoir déterminé les informations requises à l'étape 1, le modèle du GPFS peut être formulé et les différents paramètres obtenus sont intégrés dans le programme mathématique présenté à l'étape 2 de notre algorithme. Ce programme mathématique correspond en fait au programme 2.10 cité dans notre deuxième chapitre qui renvoie à la formulation générale du modèle du GPFS. Il est à noter ici, que les fonctions de satisfaction de ce programme mathématique peuvent être composées de plusieurs morceaux linéaires et nécessite de ce fait l'introduction de variables binaires 0-1 pour une représentation équivalente de ces fonctions qui peut être non linéaire (Aouni, 1998). Ainsi, si nous prenons comme exemple une fonction de satisfaction $F_1^-(\delta_1^-)$ de type V (figure 2.1) relative à une déviation négative associée à un objectif donné tel que le profit, avec les seuils de satisfaction suivants :

- a. le seuil d'indifférence $\alpha_{id}^- = 200$;
- b. le seuil de satisfaction nulle $\alpha_{io}^- = 320$;
- c. le seuil de veto $\alpha_{iv}^- = 500$.

Cette fonction peut être décomposée comme suit :

$$F_1^-(\delta_1^-) = \begin{cases} f_{11}(\delta_1^-) = 1, & \text{si } 0 \leq \delta_1^- \leq 200; \\ f_{12}(\delta_1^-) = 2,67 - 0,0083\delta_1^-, & \text{si } 200 < \delta_1^- \leq 320; \\ f_{13}(\delta_1^-) = 0, & \text{si } 320 < \delta_1^- \leq 500; \end{cases}$$

À cette étape, il est nécessaire d'introduire trois variables binaires λ_{11} , λ_{12} , λ_{13} qui sont définies comme suit :

$$\lambda_{11} = \begin{cases} 1, & \text{si } 0 \leq \delta_1^- \leq 200; \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases}, \lambda_{12} = \begin{cases} 1, & \text{si } 200 < \delta_1^- \leq 320; \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases}, \lambda_{13} = \begin{cases} 1, & \text{si } 320 < \delta_1^- \leq 500; \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases}$$

Ainsi, la fonction $F_1^-(\delta_1^-)$ peut avoir la forme équivalente suivante :

$$\begin{aligned} F_1^-(\delta_1^-) &= \lambda_{11}f_{11}(\delta_1^-) + \lambda_{12}f_{12}(\delta_1^-) + \lambda_{13}f_{13}(\delta_1^-), \\ &= \lambda_{11}(1) + \lambda_{12}(2,67 - 0,0083\delta_1^-) + \lambda_{13}(0), \\ &= \lambda_{11} + 2,67\lambda_{12} - 0,0083\lambda_{12}\delta_1^-; \end{aligned}$$

avec les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda_{13} &= 1; \\ 200\lambda_{12} + 320\lambda_{13} - \delta_1^- &\leq 0; \\ \delta_1^- - 200\lambda_{11} - 320\lambda_{12} - 500\lambda_{13} &\leq 0; \\ \lambda_{11} &= \{0, 1\}, \lambda_{12} = \{0, 1\} \text{ et } \lambda_{13} = \{0, 1\}. \end{aligned}$$

La résolution de ce programme mathématique nécessite ainsi, en premier lieu, une procédure de linéarisation afin d'obtenir une formulation linéaire équivalente et l'utilisation par la suite des codes standards de la programmation mathématique linéaire. Aouni (1998) utilise la procédure de linéarisation d'Oral et Kettani (1992) après avoir apporter des améliorations en vue de la rendre plus efficace. En outre, l'une des applications du logiciel Lindo peuvent être utilisées directement sans procéder à l'étape de linéarisation, telles que LINGO.

Nous rappelons ici que le modèle du GPFS est applicable à différents contextes, notamment, les contextes déterministes et imprécis. Cette caractéristique du GPFS en fait un modèle attrayant et flexible qui permet d'appréhender plusieurs situations. Par conséquent, nous pouvons envisager que ce programme mathématique soit remplacé, selon les cas, par les formulations du GPFS relatives aux contextes imprécis (programmes 2.13 et 2.18). Dans ce type de contextes, le décideur ne possède qu'une information partielle et donc incomplète sur la situation présente. En conséquence, dans ce cas précis les buts déterminés par celui-ci prennent la forme d'intervalles.

Ainsi, dans la procédure interactive du modèle du GPFS, le décideur est appelé à fournir les informations habituellement requises mais au lieu d'assigner des valeurs bien définies aux buts, il devra déterminer pour ceux-ci deux bornes, l'une inférieure (g_i^l) et l'autre supérieure (g_i^u). Les différents seuils associés aux fonctions de satisfaction sont utilisés pour modéliser non seulement l'imprécision relative à certaines situations décisionnelles mais aussi pour prendre en considération les préférences du décideur.

Étape 3 :

À l'issue de cette étape, une solution donnée est obtenue. De celle-ci, plusieurs éléments d'information peuvent être déduits tels que : les niveaux de réalisation des différents objectifs, les valeurs des variables de décision, les valeurs des déviations associées aux différents buts ainsi que les degrés de satisfaction atteints par les fonctions de satisfaction $F_i(\delta_i)$, que celles-ci concernent les déviations négatives ou positives. Ces éléments d'information sont présentés au décideur pour analyse, qui est appelé ainsi à l'étape 3 de notre algorithme à évaluer la solution obtenue à l'étape précédente.

Ainsi, l'évaluation de la solution x^h qui est présentée au décideur à chaque itération s'effectuera principalement en termes de degrés de satisfaction atteints (les valeurs des fonctions de satisfaction relatives aux différents objectifs atteintes au point x^h), ainsi que les niveaux de réalisation des multiples objectifs. Ces informations peuvent être récapitulées dans un tableau, et ce, à chaque itération, afin d'en simplifier la présentation au décideur et de lui permettre de mieux visualiser les résultats. Sur la base de ces informations, si le décideur est satisfait de la solution qui lui est présentée, le processus interactif prend fin et une recommandation finale est élaborée. S'il ne l'est pas, il peut réviser l'information qu'il a fournie à l'itération précédente. Il est à noter qu'il est libre d'effectuer toutes les modifications qui lui semblent pertinentes. Il peut, ainsi, réviser les buts ainsi que les coefficients d'importance relative des objectifs ou, s'il le désire, réviser seulement la forme des fonctions de satisfaction ou déterminer de nouveaux seuils associées à ces fonctions. À titre d'exemple, le décideur pourrait être plus restrictif sur certains objectifs en diminuant la marge du seuil d'indifférence ou en la rendant nulle. À

l'inverse, il peut être plus souple sur d'autres objectifs, et ce, en augmentant les valeurs des différents seuils. Ainsi, le décideur peut envisager de modifier ses fonctions de satisfaction préalablement retenues sans nécessairement changer les valeurs des buts et des coefficients d'importance relative, ce qui peut être contraignant pour le décideur dans certains cas.

Une fois que le décideur détermine de nouveaux paramètres, que ceux-ci concernent les valeurs des buts ou tout autre paramètre choisi, le modèle du GPFS est à nouveau formulé en prenant en considération les modifications ainsi effectuées. Par la suite, il est procédé à nouveau à la résolution du modèle ainsi obtenu et une nouvelle solution est générée et présentée au décideur pour analyse et évaluation.

Étape 4 :

Cette étape met fin à la procédure interactive, et ce, à la diligence du décideur. L'algorithme du GPFS interactif peut prendre fin dans les situations suivantes :

- a. lorsque le décideur considère que la solution obtenue, à une itération donnée, est satisfaisante;
- b. lorsque le décideur considère qu'il a suffisamment d'éléments en main qu'il a appris plus sur son contexte décisionnel pour arrêter un choix donné;
- c. lorsqu'il considère qu'il n'y a pas d'améliorations possibles au système.

La procédure interactive décrite ici s'inscrit dans le cadre des méthodes interactives basées sur l'apprentissage en ce sens que le décideur est libre de modifier les paramètres déterminés préalablement et d'envisager ainsi plusieurs options. De plus, l'arrêt du processus interactif est laissé à son appréciation, et par conséquent cette démarche ne s'appuie pas sur une convergence mathématique. Nous pouvons considérer que celui-ci arrêtera la procédure interactive quand il considérera avoir suffisamment d'éléments de réponse relatifs à son contexte décisionnel.

Nous considérons toutefois qu'il n'est pas aisé de spécifier un critère d'arrêt de la procédure interactive précis et rigoureux. De fait, il est difficile d'établir au préalable le moment où il convient d'interrompre la recherche de nouvelles solutions possibles. Ce

choix sera plutôt établi d'une manière empirique et soumis à certaines conditions, parfois même à des contraintes telles que le temps, liées à chaque situation décisionnelle. À notre sens, il est important que l'homme d'étude incite le décideur à ne pas arrêter trop tôt la procédure interactive de manière à lui permettre d'analyser plusieurs alternatives avant d'opter pour un choix définitif. De surcroît, une fois un choix arrêté, l'homme d'étude peut parachever son aide en élaborant des recommandations additionnelles concernant la mise en application de cette décision dans l'entreprise. Cette démarche pourrait constituer en quelque sorte un suivi et une continuité à l'action de l'aide à la décision, une décision même pertinente pouvant se révéler inopérante si elle est mal implémentée.

Par ailleurs, il est essentiel de fournir au décideur durant le processus décisionnel une rétroaction intermédiaire et structurée d'autant plus que tout jugement *a priori* ne pourrait constituer qu'une première approximation. Cette procédure interactive peut être assimilée de fait à un système d'actions-réactions qui fournit au décideur, lors des différentes itérations, une rétroaction à partir de laquelle il pourra statuer s'il est satisfait ou pas et s'il donne suite au processus.

L'intérêt de cette procédure réside dans le fait d'aider le décideur à expliciter, d'une manière constructive et évolutive, ses préférences et permettre ainsi un enrichissement du processus décisionnel au travers d'un processus d'apprentissage. Ce cadre formalisé offre au décideur la possibilité de reconsidérer les différents paramètres préalablement fixés, et ceci que ce soit en début du processus décisionnel où à une étape donnée, et ce, à la lumière des résultats qui lui sont présentés. Ainsi, notre procédure interactive n'offre pas seulement au décideur la possibilité de déterminer, par exemple, ses fonctions de satisfaction au début du processus décisionnel et lui donner l'opportunité de les modifier avant que le processus de résolution proprement dit soit engagé. Elle vise plutôt à lui permettre d'apprendre plus sur son contexte en lui permettant d'entrevoir les possibilités qu'il renferme sur la base des solutions qui lui sont présentées et de modifier en conséquence le type de la fonction de satisfaction ou des paramètres qu'elle comporte. Enfin, elle ne requiert pas du décideur de modifier systématiquement ses buts comme ceci est le cas pour certaines méthodes basées sur le principe du point de référence et sur l'ajustement de ses niveaux d'aspiration. Ceci peut constituer un inconvénient si le nombre d'objectifs est élevé. Dans le GPFS interactif, le décideur peut ne modifier que la

forme de certaines de ses fonctions de satisfaction ou ne modifier que les seuils composant ces fonctions sans être contraint de fixer à chaque itération de nouvelles valeurs de buts.

En d'autres termes, il s'agit d'éclairer le choix du décideur tout en l'aidant à déterminer, à fixer et à préciser les paramètres relatifs au modèle du GPFS et à mieux cerner les différents aspects de son contexte décisionnel. L'homme d'étude peut, de son côté, observer l'évolution des préférences du décideur et apprendre plus sur ces dernières afin de mieux répondre aux attentes de ce dernier. De ce fait, une collaboration effective, enrichie par l'échange de points de vue et d'informations, s'établit entre le décideur et l'homme d'étude et conduit à l'instauration d'une relation d'aide à la décision particulièrement positive, et à une plus grande implication du décideur dans le processus décisionnel.

Donner l'opportunité au décideur de conduire son processus de choix en interaction avec l'homme d'étude peut être considéré comme un facteur clé d'évolution des préférences et à même de produire des résultats qui soient considérés comme plus satisfaisants et amenant à son adhésion. En effet, le propre des approches interactives est d'entraîner et de susciter une plus grande adhésion à la solution retenue. En d'autres termes, le décideur a généralement plus de chances d'adhérer pleinement et avec conviction à une solution à laquelle il a participé activement qu'à une solution obtenue sur la base d'une information qu'il a fournie au début du processus décisionnel.

Nous pouvons éventuellement considérer dans notre algorithme la possibilité d'introduire une étape supplémentaire au début du processus décisionnel pour calculer les valeurs idéales des différents objectifs. Cette étape constituerait une étape initiale qui ne serait pas intégrée au processus itératif. Cette démarche aurait pour effet d'aider le décideur à fixer les buts, et ce, en lui fournissant une information préliminaire relative aux valeurs possibles que peuvent prendre ces objectifs. Dans cet ordre d'idées, nous retrouvons dans les procédures interactives de Masud et Hwang (1981) et Caballero *et al.* (2006) une étape permettant le calcul des valeurs idéales des objectifs.

Dans l'exemple de Caballero *et al.* (2006), une solution idéale a été calculée pour chacun des trois Meta-objectifs qu'ils ont déterminés. Une matrice a été élaborée pour regrouper

ces solutions et présentée au décideur pour l'aider, selon ces auteurs, à spécifier les valeurs des buts relatifs à ces Meta-objectifs. Toutefois, ils donnent la possibilité au décideur dans leur algorithme de retenir l'une des solutions obtenues par ce procédé comme étant la solution finale, alors que cette phase est une phase initiale dans leur procédure et non pas une phase censée mettre fin au processus. En fait, leur procédure a été conçue en deux phases distinctes, l'une de calcul et l'autre représentant une phase interactive proprement dite. Or, nous pouvons supposer qu'un décideur pourrait, dans une situation donnée, retenir l'une des solutions «idéales» comme étant la solution la plus satisfaisante. Dans ce cas, il est totalement mis fin au processus avant que ne s'engage réellement la phase interactive, celle-ci n'étant pas du tout mise à profit. En outre, nous pouvons nous demander si le fait de retenir ce type de solution est réellement approprié à une analyse multicritère proprement dite. La multiplicité des objectifs relatifs à un contexte décisionnel donné, pouvant être de nature conflictuelle, induit implicitement une solution de compromis et non pas une solution idéale.

Il nous apparaît utile d'envisager dans l'avenir, le développement d'un logiciel appelé à servir et jouer le rôle de support à notre procédure interactive. Il s'agit d'un support informatique qui permettrait la modélisation interactive et progressive des paramètres du modèle du GPFS en vue de soutenir le gestionnaire dans son rôle de décideur. Ce logiciel permettrait de fournir un soutien interactif à ce dernier durant le processus de décision. En fait, ce soutien est interactif car le déroulement de ce processus est lié à l'exécution d'un dialogue homme-machine lors des différentes itérations du processus de décision. À chaque étape de ce dernier et en fonction des données fournies, l'ordinateur affiche un état à partir duquel le décideur va évaluer les résultats obtenus et choisir le contenu de l'étape suivante. Ainsi, il peut décider de continuer, de revenir en arrière ou d'arrêter le processus tout en conservant une trace des différents résultats antérieurs. Il est à souligner que toutes les opérations effectuées et les résultats obtenus à des étapes intermédiaires doivent être mémorisés afin d'y faire appel à tout moment.

Il est important de remarquer que le passage d'une étape à l'autre est contrôlé par le décideur sur la base de sa propre appréciation. De la sorte, il peut effectuer tous les changements qu'il souhaite et observer leurs incidences sur les résultats. Le logiciel permet ainsi de calculer les incidences des choix du décideur et lui permet de les

visualiser en temps réel. Il doit constituer un outil convivial qui facilite la saisie des données et la visualisation claire des résultats, tout en synthétisant les informations critiques et en offrant la possibilité de les retracer d'une manière rapide et commode.

En résumé, le processus de résolution demeure à l'initiative du décideur. Le logiciel est appelé à lui apporter une aide durant les différentes étapes du processus décisionnel tout en lui laissant le contrôle du déroulement des opérations de résolution. Ce logiciel pourrait être appréhendé ou intégré dans le cadre d'un système plus général d'aide à la décision.

Pour le modèle du GPFS interactif, le logiciel pourrait en premier lieu permettre au décideur de choisir ses fonctions de satisfaction relatives à ses différents objectifs en lui permettant de visualiser sur écran les six types de fonctions de satisfaction disponibles. Ensuite, il peut spécifier les seuils associés, propres à chaque fonction et les différents paramètres relatifs au GPFS (valeurs des buts, coefficients d'importance relatives...). Le logiciel devra offrir une interface conviviale pour permettre la saisie de toutes ces données. Durant les étapes successives, il affichera les résultats sous forme notamment de tableaux et de graphes où apparaîtront, entre autres, les niveaux de réalisation des objectifs, les degrés de satisfaction reliés aux fonctions retenues. Le logiciel pourrait comporter un module qui permettrait au décideur d'effectuer des modifications relatives à ces paramètres en mobilisant directement le curseur afin de lui offrir l'opportunité de moduler et d'afficher directement et instantanément les résultats correspondants. À titre d'exemple, s'il décide de réduire la valeur du seuil d'indifférence relatif à un objectif déterminé, il peut déplacer le curseur et apporter ainsi les modifications directement sur le schéma représentant cette fonction. Le logiciel prendra instantanément cette modification en compte et exécutera de suite et automatiquement les calculs nécessaires permettant au décideur de visualiser les résultats de ce changement.

Combiner notre procédure interactive à un support informatisé pourrait avoir plusieurs avantages. Nous pouvons citer par exemple les éléments suivants :

- fournir une assistance décisive et adaptée aux besoins du décideur;
- mettre à disposition des informations pertinentes au décideur tout en lui facilitant leur exploitation par l'intermédiaire d'une visualisation claire, simple et rapide des résultats;

- permettre de traiter des volumes importants d'informations en un temps limité;
- permettre au décideur de revenir facilement à des informations relatives à des étapes précédentes préalablement mémorisées;
- accroître l'efficacité du processus décisionnel en permettant notamment de réduire le temps d'analyse de la situation décisionnelle.

En outre, mettre à profit les potentialités de l'outil informatique au modèle du GPFS interactif pourrait permettre de majorer la flexibilité du processus décisionnel et de faciliter la mise en œuvre de l'interaction entre les différents acteurs d'un tel processus. De plus, ceci permet d'accroître l'efficacité de la prise de décision en fournissant au décideur une assistance additionnelle en complément de ses préférences et son savoir-faire, tout en lui permettant de s'adapter et de réagir judicieusement aux changements inhérents à la majorité des contextes décisionnels. Enfin, nous pouvons envisager, au terme du processus interactif, d'ajouter une procédure supplémentaire pour tester l'efficacité de la solution sur laquelle est basée la recommandation finale. Dans cet ordre d'idées, nous pouvons éventuellement nous référer à la technique de Korhonen et Laakso (1986-a, 1986-b).

4.5. Conclusion

Le développement d'une version interactive du modèle du GPFS permet d'allier les avantages liés aux approches interactives à ceux du GPFS. D'une part, ce modèle permet de modéliser explicitement les préférences du décideur; il allie la philosophie de satisfaction sous-jacente du modèle du GP tout en évitant certaines insuffisances qui le caractérisent, notamment celles relatives à la procédure d'agrégation utilisée. D'autre part, les approches interactives se caractérisent par leur flexibilité et permettent au décideur de participer, d'une manière plus effective, au processus décisionnel. En outre, elles lui offrent la possibilité, au travers des phases successives de calcul et d'évaluation, d'apprendre plus sur son contexte décisionnel et de mieux l'appréhender en ayant la possibilité d'évaluer différentes alternatives au fur et à mesure que ces préférences évoluent.

Références

- Aouni, B., «Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1998.
- Benayoun, R., J. De Montgolfier, J. Tergny and O. Laritchev, «Linear Programming with Multiple Objective Functions: STEP Method (STEM)», *Mathematical Programming*, Vol. 1, No. 3, 1971-a (366-375).
- Buchanan, J. T., «A Naïve Approach for Solving MCDM Problems: The GUESS Method», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 48, No. 2, 1997 (202-206).
- Caballero, R., F. Ruiz, M. V. Rodríguez Uría and C. Romero, «Interactive Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, No. 1, 2006 (135-154).
- Chankong, V. and Y. Y. Haimes, «The Interactive Surrogate Worth Trade-off (ISWT) Method for Multiobjective Decision-Making», dans *Multiple Criteria Problem Solving*, dans S. Zionts (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer, New York, Vol. 155, 1978 (42-67).
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. Phodes, «Measuring the Efficiency of Decision-Making Units», *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, 1978 (429-444).
- Dyer, J. S., «Interactive Goal Programming», *Management Science*, Vol. 19, No. 1, 1972 (62-70).
- Dyer, J. S., «A Time-Sharing Computer Program for the Solution of the Multiple Criteria Problem», *Management Science*, Vol. 19, No. 12, 1973 (1379-1383).
- Fichefet, J., «GPSTEM: An Interactive Multi-Objective Optimization Method», *Progress in Operations Research*, dans: A. Prékopa (Ed.), Vol. 1, North Holland, Amsterdam, 1976 (317-332).

- Frank, M. and P. Wolfe, «An Algorithm for Quadratic Programming», *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 3, No. 1-2, 1956 (95-110).
- Geoffrion, A. M., J. S. Dyer and A. Feinberg, «An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department», *Management Science*, Vol. 19, No. 4, 1972 (357-368).
- Hwang, C.L., S.R. Paidy, K. Yoon and A.S.M. Masud, «Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial», *Computers and Operations Research*, Vol. 7, No. 1-2, 1980 (5-31).
- Kalu, T. C. U., «An Algorithm for Systems Welfare Interactive Goal Programming Modelling», *European Journal of Operational Research*, Vol. 166, No. 3, 1999 (508-529).
- Kananen, I., P. Korhonen, J. Wallenius and H. Wallenius, «Multiple Objective Analysis of Input-Output Models for Emergency Management», *Operations Research*, Vol. 38, No.2, 1990 (193-201).
- Karpak, B., R. R. Kasuganti and E. Kumcu, «Are You Using Costly Outmoded Techniques to Purchase Materials», *Business Forum*, Vol. 27, No. 1, 2005 (14-19).
- Karpak, B., E. Kumcu and R. R. Kasuganti, «An Application of Visual Interactive Goal Programming: A Case in Vendor Selection Decisions», *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 8, No.2, 1999 (93-105).
- Korhonen, P., «Interactive Methods», dans Figueira, J., S. Greco and M. Ehrgott (Eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer, New York, 2005 (641-665).
- Korhonen, P. J. and J. Laakso, «Solving Generalized Goal Programming Problems Using a Visual Interactive Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, No. 3, 1986-a (355-363).
- Korhonen, P. J. and J. Laakso, «A Visual Interactive Method for Solving the Multiple Criteria Problem», *European Journal of Operational Research*, Vol. 24, No. 2, 1986-b (277-287).

- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 41, No. 12, 1990 (1121-1132).
- Martel, J-M. et B. Aouni, «Méthode Multicritère de Choix d'un Emplacement : le Cas d'un Aéroport dans le Nouveau-Québec», *INFOR*, Vol. 30, No. 2, 1992 (97-117).
- Masud, A. S. M. and C. L. Hwang, «Interactive Sequential Goal Programming», *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32, No. 5, 1981 (391-400).
- Miettinen, K. M., *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- Monarchi, D. E., J. E. Weber and L. Duckstein, «An Interactive Multiple Objective Decision-Making Aid Using Nonlinear Goal Programming», *Multiple Criteria Decision Making*, dans Zeleny, M. (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 123, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1976 (235-253).
- Nijkamp, P. and J. Spronk, «Interactive Multiple Goal Programming», *Report 7803/A*, The Center for Research in Business Economics, Erasmus University, Rotterdam, 1978 (1-50).
- Nijkamp, P. and J. Spronk, «Interactive Multiple Goal Programming: An Evaluation and Some Results», *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application*, dans Fandel, G. and T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag, Berlin, Vol. 177, 1980 (278-293).
- Oral, M. and O. Kettani, «A linearization Procedure for Quadratic and Cubic Mixed-Integer Problems», *Operations Research*, Vol. 40, No. 1, 1992 (S109-S116).
- Reeves, G.R. and S.R. Hedin, «A Generalized Interactive Goal Programming Procedure», *Computers Operational Research*, Vol. 20, No.7, 1993 (747-753).
- Rodríguez Uría, M.V., R. Caballero, F. Ruiz and C. Romero, «Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No.2, 2002 (422-429).

- Roy, B., *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*, Economica, Paris, 1985.
- Sakawa, M., «Interactive Multiobjective Decision Making by the Sequential Proxy Optimization Technique: SPOT», *European Journal of Operational Research*, Vol. 9, No. 4, 1982 (386-396).
- Shin, W. S. and A. Ravindran, «Interactive Multiple Objective Optimization: Survey I-Continuous Case», *Computers Operations Research*, Vol. 18, No. 1, 1991 (97-114).
- Steuer, R. E., «Multiple Objective Linear Programming with Interval Criterion Weights», *Management Science*, Vol. 23, No. 3, 1976-b (305-316).
- Steuer, R. E., «An Interactive Multiple Objective Linear Programming Procedure», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. K. Starr and M. Zeleny (Eds.), North Holland, New York, Vol. 23, No. 3, 1977 (225-239).
- Steuer, R. E. and E-U Choo, «An Interactive Weighted Tchebycheff Procedure for Multiple Objective Programming», *Mathematical Programming*, Vol. 26, No. 3, 1983 (326-344).
- Stewart, T. J., «Concepts of Interactive Programming», *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, dans Gal, T. T.-J. Stewart and T. Hanne (Eds.), Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- Tamiz, M. and D.F. Jones, «Interactive Framework for Investigation of Goal Programming Models: Theory and Practice», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 6, No. 1, 1997 (52-60).
- Vanderpooten, D., «The Interactive Approach in MCDA: A Technical Framework and Some Basic Conceptions», *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 12, No. 10-11, 1989 (1213-1220).
- Vincke, P., *L'aide multicritère à la décision*, Éditions de l'Université de Bruxelles, 1989.
- Wierzbicki, A. P., «The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization», *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application*, dans Fandel, G. and T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 177, Springer-Verlag, 1980 (468-486).

Zionts, S. and J. Wallenius, «An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem», *Management Science*, Vol. 22, No. 6, 1976 (652-663).

Conclusion générale et les futures pistes de recherche

Conclusion générale et les futures pistes de recherche

Dans cette thèse, nous nous sommes penchés sur la modélisation des préférences du décideur dans l'un des modèles les plus connus et les plus usités en Programmation Mathématique à Objectifs Multiples (PMOM), à savoir : le modèle du GP. La modélisation des préférences du décideur constitue une étape indispensable de l'aide à la décision, en particulier de l'aide multicritère à la décision et représente un domaine d'études en pleine expansion. Cette étape permet au décideur avec l'aide notamment de l'homme d'étude de déterminer les différents paramètres de préférence propres aux méthodes multicritères. Pendant longtemps le décideur était mis à contribution principalement au début du processus décisionnel, ses préférences devant être ainsi définies au préalable et admises comme immuables pendant les autres étapes de ce processus. De ce fait, le décideur était plus moins marginalisé dans le processus de choix et son rôle s'avérait limité.

Nous avons pu constater dans la littérature relative à ce domaine, que de plus en plus d'études mettent en exergue l'importance de considérer le décideur comme étant la pierre angulaire autour de laquelle s'élabore et s'articule tout le processus décisionnel. Nous considérons, pour notre part, que son rôle est déterminant, incontournable et qu'il est nécessaire d'élargir son champ d'action dans un tel processus, même si ceci peut engendrer certaines difficultés et être une source d'ambiguïté ou de distorsion éventuelle dans la démarche mise en œuvre.

À notre avis, et nous rejoignons en cela plusieurs auteurs, l'aide à la décision devrait être envisagée comme un ensemble d'activités offrant un cadre d'interactions à même d'accompagner le décideur dans son cheminement vers une meilleure maîtrise de son contexte décisionnel. En fait, toute activité d'aide à la décision est avant tout une activité humaine et donc caractérisée par des incertitudes et une information partielle. Dans cette perspective, le processus décisionnel peut être perçu comme un processus temporel soumis à différents aléas qui met en jeu des éléments aussi bien de nature objective que subjective afin de progresser vers une (des) solution(s) donnée(s). En effet, il semble que l'aide à la décision s'inscrit de plus en plus dans une démarche où l'accent est mis sur l'apport qu'elle peut proposer au décideur afin de lui permettre d'avancer dans son

processus de choix plutôt que de faire de la recherche d'une solution adéquate son objectif princeps et sa priorité. En fait, l'aide à la décision a pris du recul vis-à-vis des solutions obtenues et nous sommes passés d'un concept de solution optimale à celui de solution satisfaisante pour aboutir au concept plus récent de recommandation. Il s'avère ainsi nécessaire qu'elle se dote dorénavant d'outils et de procédures qui permettent de tester, autant que possible, la validité des solutions afin d'asseoir des recommandations utiles au décideur. Dans cet ordre d'idées, un sujet d'intérêt assez récent prenant en considération ces préoccupations et pouvant constituer une voie de recherche intéressante consiste à développer des travaux relatifs à la notion de robustesse et de son apport potentiel à l'aide à la décision.

Le modèle du GP, en tant qu'outil d'aide à la décision, demande une participation active du décideur et aussi l'intégration explicite de ses préférences. Ce modèle attractif et flexible a permis le développement de plusieurs variantes qui ont été décrites dans le chapitre 2. Cependant, dans les premières formulations de ce modèle, le décideur n'a pas suffisamment été mis à contribution et son rôle est demeuré restreint. En outre, les variantes lexicographique et pondérée du GP semblent être sur-utilisées au détriment des autres variantes, lesquelles mériteraient de susciter plus d'intérêt. Nous considérons que le choix d'une variante donnée dans un contexte décisionnel où le GP pourrait être utilisé doit se faire sur la base d'une étude et d'une analyse approfondies, et ce, en amont du processus décisionnel. En effet, en premier lieu, il est essentiel de bien cerner et comprendre la situation décisionnelle, et ce, en collaboration avec le décideur. Par la suite, le choix d'une méthode donnée ou d'un mix de différents éléments de méthodes qui conviennent à cette situation peut être effectué. Il est important de laisser le champ ouvert pour le développement de nouvelles variantes dans la pratique qui conviendrait mieux à la situation en présence, d'où l'intérêt de connaître les principaux fondements théoriques sur lesquels reposent les différentes méthodes.

Par ailleurs, l'analyse des différentes variantes du GP a mis en évidence que la prise en compte des préférences du décideur, qu'il s'agisse du moment de leur introduction ou du paramètre permettant de les modéliser, diffère selon les multiples variantes du GP. Nous avons pu voir, notamment dans le chapitre 3, qu'en général le GP est considéré comme un modèle avec articulation *a priori* des préférences du décideur. De plus, dans sa version

interactive, ce modèle se base sur une articulation progressive de l'information fournie par ce dernier. Par conséquent, nous recommandons l'utilisation combinée de plusieurs approches d'intégration de cette information, en particulier les approches *a priori* et progressive, car nous semblant prometteuse pour une implication plus concrète du décideur dans le processus décisionnel. À ce sujet, il apparaît qu'une étude comparative des variantes du GP, ainsi que les applications dont elles font l'objet, peut aider à faire ressortir certains traits caractéristiques qui peuvent orienter le choix d'une certaine variante dans certaines conditions. Plus de travaux sur ce sujet pourraient se révéler intéressants et fructueux.

L'une des variantes qui a retenu plus particulièrement notre attention au cours de ce travail, est le GP incluant les Fonctions de Satisfaction (GPFS) développé par Martel et Aouni (1990). Ce modèle met à profit les évolutions relativement récentes apportées au domaine de la modélisation des préférences, et ce, en ayant introduit les concepts de fonctions de satisfaction, de différents seuils de préférence et de veto. De plus, ce modèle constitue une jonction entre les deux courants de pensée caractéristiques de l'aide multicritère à la décision, à savoir l'école française et américaine et s'inscrit ainsi dans une perspective de complémentarité entre ces deux écoles.

Ce modèle a permis de pallier à plusieurs aspects considérés comme négatifs du GP. En plus de permettre de modéliser explicitement les préférences du décideur, c'est un modèle qui peut être aussi bien utilisé dans les contextes décisionnels en environnements déterministes et imprécis. Par ailleurs, le GPFS ne nécessite pas une procédure de normalisation particulière et c'est un modèle qui requiert une information locale au niveau de chacun des objectifs qui peut être appréhendée plus aisément par le décideur. Nous avons envisagé, dans le chapitre 4, ce modèle selon une approche qui se base sur une intégration *a priori* et progressive de l'information relative aux préférences du décideur. En fait, nous avons proposé une procédure interactive du GPFS qui tente d'utiliser l'information *a priori* fournie par le décideur d'une manière fructueuse, en lui offrant l'opportunité durant la procédure interactive de la moduler et la modifier au fur et à mesure que le processus décisionnel évolue et à la lumière de nouveaux éléments d'information. Nous nous sommes ainsi inscrits dans une démarche générale qui sous-

tend et implique que la formation et l'élaboration des préférences du décideur s'inscrivent dans la perspective d'un processus graduel et évolutif.

Nous avons pu voir que les méthodes interactives sont des méthodes itératives qui alternent, successivement dans les différentes itérations, des étapes de calcul et de dialogue. Cette dernière qui se fait conjointement avec le décideur est une étape cruciale dont dépend le succès du processus décisionnel. Dans le futur, il peut être intéressant de se pencher sur les façons les plus appropriées de mener le dialogue avec le décideur : comment lui présenter l'information obtenue lors des étapes successives, comment obtenir l'information relative à ses préférences en utilisant notamment des techniques de conduite d'interviews apparentées au domaine de la recherche marketing.

Pour permettre d'utiliser au mieux le modèle du GPFS interactif, il nous paraît opportun d'envisager le développement d'un logiciel destiné à servir de support à toutes les opérations inhérentes au processus décisionnel. Cet outil devra être développé dans une optique de support interactif et convivial qui permettrait notamment de présenter l'information obtenue sous différentes formes. De plus, ce logiciel pourrait contenir un module qui permette d'exécuter la procédure de linéarisation requise par le modèle du GPFS. Enfin, il pourrait être appréhendé et intégré dans le cadre d'un système plus général d'aide à la décision.

Bien qu'il soit important d'étudier et d'analyser les fondements théoriques sur lesquels se basent le GP, il n'en demeure pas moins que les applications concrètes d'outils d'aide à la décision sont indispensables et vitales pour tout domaine d'étude. Ceci constitue, en fait, d'une part, la limite principale de notre recherche, en ce sens qu'il aurait été intéressant de mettre en œuvre la version interactive du modèle du GPFS, et ce, avec un décideur devant faire face à un contexte décisionnel réel. D'autre part, l'application de ce modèle interactif et les enseignements qui pourraient en découler peuvent faire l'objet d'un projet de recherche plus élaboré.

Enfin, le domaine de l'analyse multicritère et du GP étant des domaines en pleine expansion et appelés à se développer dans le futur, il est nécessaire de familiariser les divers milieux universitaires et décisionnels avec les notions correspondantes. En effet, il serait opportun d'introduire et de développer des programmes de formation spécialisés

relatifs à ce domaine d'études et de recherche et d'envisager la création et la composition de groupes de recherche en privilégiant la constitution d'équipes de recherche multidisciplinaires.

Références Générales

Références Générales

- Abd El-Wahed, W. F. and S. M. Lee, «Interactive Fuzzy Goal Programming Multi-Objective Transportation Problems», *Omega*, Vol. 34, No. 2, 2006 (158-166).
- Anderson, D. R., D. J. Sweeney and T. A. Williams, *An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making*, Thomson, Ohio, USA, 2005.
- Aouni, B., «Introduction des préférences du décideur dans le modèle du Goal Programming : Une nouvelle formulation et application», *Essai de maîtrise non publié*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1988.
- Aouni, B., «Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1998.
- Aouni, B., «Introduction à la méthodologie d'aide multicritère à la décision», *Notes de Cours*, Faculté de Gestion, Université Laurentienne, 2002.
- Aouni, B., F. Ben Abdelaziz and J.-M. Martel, «Decision-Maker's Preferences Modeling in the Stochastic Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 162, No. 3, 2005 (610-618).
- Aouni, B., A. Hassaïne and J.-M. Martel, «Decision-Maker's Preferences Modelling in the Goal Programming Model: The Current State of the Art and Future Trends», *Administrative Sciences Association of Canada, Management Science*, Vol. 27, No. 2, 2006-a (94-108).
- Aouni, B., A. Hassaïne et J.-M. Martel, «Les préférences du décideur dans le Goal Programming : État de l'art et perspectives futures», *Les actes de la 6^{ème} conférence Francophone de MODélisation et SIMulation (MOSIM'06), Modélisation, optimisation et simulation des systèmes : Défis et Opportunités*, 2006-b.
- Aouni, B. and O. Kettani, «Goal Programming Model: A Glorious History and a Promising Future», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (1-7).

- Aouni, B., O. Kettani and J.-M. Martel, «Estimation Through the Imprecise Goal Programming Model», *Advances in Multiple Objective and Goal Programming*, dans R. Caballero, F. Ruiz, R.E. Steuer (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 455, Springer-Verlag, 1997 (120-130).
- Aouni, B. and J.-M. Martel, «Property Assessment through an Imprecise Goal Programming Model», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (189-200).
- Awerbuch, S., J. G. Ecker and W. A. Wallace, «A Note: Hidden Nonlinearities in the Application of Goal Programming», *Management Science*, Vol. 22, No.8, 1976 (918-920).
- Ballester, E., «Stochastic Goal Programming: a Mean-Variance Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 131, No. 3, 2001 (476-481).
- Ballester, E., «Using Stochastic Goal Programming: Some Applications to Management and a Case of Industrial Production», *INFOR*, Vol. 43, No. 2, 2005 (63-77).
- Ballester, E., and I. Gonzalez, «Cleaning Versus Replacement in Power Plant Air Preheaters: A Comparison between Deterministic and Stochastic Goal Programming Models», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 12, No. 6, 2003 (311-320).
- Beeson, R. M. and W. S. Meisel, «The Optimization of Complex Systems with Respect to Multiple Criteria», *IEEE Systems, Man and Cybernetics Group Annual Symposium Record, IEEE*, 1971 (144-149).
- Bellman, R. E. and L. A. Zadeh, «Decision-Making in a Fuzzy Environment», *Management Science*, Vol. 17, No. 4, 1970 (B141-B164).
- Bellut, S., *Les processus de la décision. Démarches, méthodes et outils*, AFNOR, 2002.
- Ben Abdelaziz, F., B. Aouni and R. El Fayedh, «Multi-Objective Stochastic Programming for Portfolio Selection», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1811-1823).

- Ben Abdelaziz, F., and S. Mejri, «Application of Goal Programming in a Multi-Objective Reservoir Operation Model in Tunisia», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (352-361).
- Benayoun, R., J. De Montgolfier, J. Tergny and O. Laritchev, «Linear Programming with Multiple Objective Functions: STEP Method (STEM)», *Mathematical Programming*, Vol. 1, No. 3, 1971-a (366-375).
- Benayoun, R., O. Larichev, J. De Montgolfier and J. Tergny, «Linear Programming with Multiple Objective Functions: The Method of Constraints», *Automatic and Remote Control*, Vol. 32, No. 8, 1971-b (1257-1264).
- Benayoun, R., J. Tergny and D. Keuneman, «Mathematical Programming with Multi-Objective Function: A Solution by P.O.P. (Progressive Orientation Procedure)», *METRA*, Vol. 9, No. 2, 1970 (279-299).
- Benson, R. G., «Interactive Multiple Criteria Optimization Using Satisfactory Goals», *Ph.D. Thesis*, University of Iowa, 1975.
- Benson, H. P., «Vector Maximization with Two Objective Functions», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 28, No. 2, 1979 (253-257).
- Biswas, A. and B. B. Pal, «Application of Fuzzy Goal Programming Technique to Land Use Planning in Agricultural System», *Omega*, Vol. 33, No. 5, 2005 (391-398).
- Bitran, G. R., «Linear Multiple Objective Programs with Zero-One Variables», *Mathematical Programming*, Vol.13, No. 2, 1977 (121-139).
- Bitran, G. R., «Theory and Algorithms for Linear Multiple Objective Programs with Zero-One Variables», *Mathematical Programming*, Vol.17, No. 1979 (362-390).
- Black, K., *Business Statistics: Contemporary Decision Making*, West Publishing Company, St. Paul, 1997.
- Bouyssou, D., T. Marchant, M. Pirlot, A. Tsoukiàs and P. Vincke, *Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria: Stepping Stones for the Analyst*, Springer, New York, 2006.

- Bowman, V. J., «On the Relationship of the Tchebycheff Norm and the Efficient Frontier of Multiple Criteria Objectives», *Multiple Criteria Decision Making*, dans H. Thiriez and S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 130, Springer-Verlag, Berlin, 1976 (76-85).
- Boychuk, L. M. and V. O. Ovchinnikov, «Principal Methods for Solution of Multicriterial Optimization Problems (Survey)», *Soviet Automatic Control*, Vol. 6, No. 3, 1973 (1-4).
- Brans, J.-P., «L'élaboration d'instruments d'aide à la décision», *L'aide à la décision : nature, instruments et perspectives d'avenir*, dans Nadeau, R. et M. Landry (Eds.), Les Presses de l'Université Laval, Québec, 1986 (183-214).
- Brans, J.-P., «Ethics and Decision», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No. 2, 2002 (340-352).
- Brans, J.-P., «The Management of the Future. Ethics in OR: Respect, Multicriteria Management, Happiness», *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 2, 2004 (466-467).
- Brans, J.P., B. Mareschal and Ph. Vincke, «PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis», dans Brans, J. P. (Ed.), *Operational Research '84*, Elsevier Science Publisher, North Holland, 1984 (477-490).
- Buchanan, J. T., «A Naïve Approach for Solving MCDM Problems: The GUESS Method», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 48, No. 2, 1997 (202-206).
- Caballero, R. and M. Hernández, «Restoration of Efficiency in a Goal Programming Problem with Linear Fractional Criteria», *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No. 1, 2006 (31-39).
- Caballero, R., L. Rey and F. Ruiz, «Lexicographic Improvement of the Target Values in Convex Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, No. 3, 1998 (644-655).

- Caballero, R., F. Ruiz, M. V. Rodríguez Uría and C. Romero, «Interactive Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, No. 1, 2006 (135-154).
- Calvete, H. I., C. Galé, M-J. Oliveros and B. Sánchez-Valverde, «A Goal Programming Approach to Vehicle Routing Problems with Soft Time Windows», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1720-1733).
- Can, E.K. and M.H. Houck, «Real-time Reservoir Operations by Goal Programming», *Journal of Water Resources Planning Management*, Vol. 110, No. 3, 1984 (297-309).
- Carlson, R. C. and P. R. Shukla, «Interactive Solution of Discrete Multicriterion Problems: An Algorithm and Computational Results for the Binary Variable Case», *Technical Report No. 79-2, Industrial Engineering and Engineering Management*, Stanford University, 1979-a.
- Carlson, R. C. and P. R. Shukla, «Robustness of the Interactive Algorithm for Multicriterion Zero-One Variable Problems under Probabilistic Tradeoffs», *Technical Report No. 79-3, Industrial Engineering and Engineering Management*, Stanford University, 1979-b.
- Chalmet, L. G., R. L. Francis and A. Kolen, «Finding Efficient Solutions for Rectilinear Distance Location Problems Efficiently», *European Journal of Operational Research*, Vol. 6, No. 2, 1981 (117-124).
- Chalmet, L. G. and S. Lawphongpanish, «Efficient Solutions for Point-Objective Discrete Facility Location Problems», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans N. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- Chan, F. T. S., R. Swarnkar and M. K. Tiwari, «Fuzzy Goal-Programming Model with an Artificial Immune System (AIS) Approach for a Machine Tool Selection and Operation Allocation Problem in a Flexible Manufacturing System», *International Journal of Production Research*, Vol. 43, No. 19, 2005 (4147-4163).
- Chanas, S. and D. Kuchta, «Fuzzy Goal Programming – One Notion, Many Meanings», *Control and Cybernetics*, Vol. 31, No. 4, 2002 (871-890).

- Chang, C-T, «Mixed Binary Interval Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, No. 4, 2006 (469-473).
- Chang, N-B. and S. F. Wang, «A Fuzzy Goal Programming Approach for the Optimal Planning of Metropolitan Solid Waste Management Systems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 99, No. 2, 1997 (303-321).
- Changchit, C. and M. P. Terrell, «A Multiobjective Reservoir Operation Model with Stochastic Inflows», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 24, No. 2, 1993 (303-313).
- Chankong, V. and Y. Y. Haimes, «The Interactive Surrogate Worth Trade-off (ISWT) Method for Multiobjective Decision-Making», *Multiple Criteria Problem Solving*, dans S. Zionts (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 155, Springer-Verlag, Berlin, 1978 (42-67).
- Charnes, A. and B. Collomb, «Optimal Economic Stabilization Policy: Linear Goal-Interval Programming Models», *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 6, No. 4, 1972 (431-435).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Chance Constraints and Normal Deviates», *Journal of American Statistics Association*, Vol. 57, No. 297, 1952 (134-148).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Chance-Constrained Programming», *Management Sciences*, Vol. 6, No. 1, 1959 (73-79).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, Wiley, New-York, 1961.
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Programming with Linear Fractional Functionals», *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 9, No. 3-4, 1962 (181-186).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Deterministic Equivalents for Optimising and Satisfying Under Chance Constraints», *Operations Research*, Vol. 11, No. 1, 1963 (18-39).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Goal Programming and Multiple Objectives Optimization- Part 1», *European Journal of Operational Research*, Vol. 1, No. 1, 1977 (39-54).

- Charnes, A., W.W. Cooper and R. Ferguson, «Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming», *Management Science*, Vol. 1, No. 2, 1955 (138-151).
- Charnes, A., W.W. Cooper, J. Harrald, K. Karwan, and W. Wallace, «A Goal Interval Programming Model for Resource Allocation in a Marine Environmental Protection Program», *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 3, No. 4, 1976 (347-362).
- Charnes, A., W.W. Cooper, K. Karwan, and W. Wallace, «A Chance-Constrained Goal Programming Model to Evaluate Response Resources for Marine Pollution Disasters», *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 6, No. 3, 1979 (244-274).
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. Phodes, «Measuring the Efficiency of Decision-Making Units», *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, 1978 (429-444).
- Chen, L-H. and F-C. Tsai, «Fuzzy Goal Programming with Different Importance and Priorities», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 3, 2001 (548-556).
- Chen, L-H. and M-C. Weng, «An Evaluation Approach to Engineering Design in QFD Processes Using Fuzzy Goal Programming Models», *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No. 1, 2006 (230-248).
- Contini, B., «A Stochastic Approach to Goal Programming», *Operations Research*, Vol. 16, No. 3, 1968 (576-586).
- Daellenbach, H. G. and C. A. DeKluyver, «Note on Multiple Objective Dynamic Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, No. 7, 1980 (591-594).
- Dash JR, G. H., and N. Kajiji, «Evolving Economy Bank asset-Liability and Risk Management Under Uncertainty with Hierarchical Objectives and Nonlinear Pricing», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 11, Nos. 4-5, 2002 (247-260).

- De, P. K., D. Acharya and K. C. Sahu, «A Chance-Constrained Goal Programming Model for Capital Budgeting», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 33, No. 7, 1982 (635-638).
- Dias, L. C. and J. N. Clímaco, «On Computing ELECTRE's Credibility Indices under Partial Information», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 8, No. 2, 1999 (74-92).
- Drucker, P. F., «“Management Science” and the Manager», *Management Science*, Vol. 1, No. 2, 1955 (115-126).
- Dyer, J. S., «Interactive Goal Programming», *Management Science*, Vol. 19, No. 1, 1972 (62-70).
- Dyer, J. S., «A Time Sharing Computer Program for the Solution of the Multiple Criteria Problem», *Management Science*, Vol. 19, No. 12, 1973 (1379-1383).
- Easton, F. F. and N. Mansour, «A Distributed Genetic Algorithm for Deterministic and Stochastic Labor Scheduling Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 118, No. 3, 1999 (505-523).
- Easton, F. F. and D. F. Rossin, «A Stochastic Goal Program for Employee Scheduling», *Decision Sciences*, Vol. 27, No.3, 1996 (541-568).
- Ecker, J. G., N. S. Hegner and I. A. Kouada, «Generating All Maximal Efficient Faces for Multiple Objective Linear Programs», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 30, No. 3, 1980 (353-381).
- Evans, G.W., «An Overview of Techniques for Solving Multiobjective Mathematical Programs», *Management Science*, Vol. 30, No. 11, 1984 (1268-1282).
- Evans, J. P. and R. E. Steuer, «A Revised Simplex Method for Linear Multiple Objective Programs», *Mathematical Programming*, Vol. 5, No. 1, 1973-a (54-72).
- Evans, J. P. and R. E. Steuer, «Generating efficient Extreme Points in Linear Multiple Objective Programming: Two Algorithms and Computational Experience», *Multiple Criteria Decision Making*, dans J. L. Cochrane and M. Zeleny (Eds.), University of South Carolina Press, 1973-b.

- Farquhar, P. H., «A Survey of Multiattribute Utility Theory and Applications», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. K. Starr and M. Zeleny (Eds.), North Holland, New York, 1977 (59-90).
- Fichefet, J., «GPSTEM: An Interactive Multi-Objective Optimization Method», *Progress in Operations Research*, dans A. Prékopa (Ed.), Vol. 1, North Holland, Amsterdam, 1976 (317-332).
- Fishburn, P. C., *Utility Theory for Decision-Making*, Wiley, New-York, 1970.
- Fishburn, P. C., «Lexicographic Orders, Utilities and Decision Rules: A Survey», *Management Science*, Vol. 20, No. 11, 1974 (1442-1471).
- Flavell, R. B., «A New Goal Programming Formulation», *OMEGA*, Vol. 4, No. 6, 1976 (731-732).
- Frank, M. and P. Wolfe, «An Algorithm for Quadratic Programming», *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 3, No. 1-2, 1956 (95-110).
- Franz, L., S. M. Lee, «A Goal Programming Based Interactive Support System», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans J. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, New York, 1981 (110-115).
- Gabbani, D. and M. J. Magazine, «An Interactive Heuristic Approach for Multi-Objective Integer Programming Problems», *Working Paper No. 148*, Department of Management Sciences, University of Waterloo, September 1981.
- Gal, T. and J. Nedoma, «Multiparametric Linear Programming», *Management Science*, Vol. 18, No. 7, 1972 (406-421).
- Ganjavi, O., B. Aouni, Z. Wang, «Technical Note on Balanced Solutions in Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 53, No. 8, 2002 (927-931).
- Gembicki, F., «Performance and Sensitivity Optimization: A Vector Index Approach», *Ph.D. Dissertation*, Case Western Reserve University, 1974.

- Gen, M., K. Ida, J. Lee and J. Kim, «Fuzzy Nonlinear Goal Programming Using Genetic Algorithm», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, Nos. 1-2, 1997 (39-42).
- Geoffrion, A. M., J. S. Dyer and A. Feinberg, «An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department», *Management Science*, Vol. 19, No. 4, 1972 (357-368).
- Goedhart, M. H. and J. Spronk, «Financial Planning with Fractional Goals», *European Journal of Operational Research*, Vol. 82, No. 1, 1995 (111-124).
- Gohrod, H., J.-M. Martel and B. Aouni, «Vehicle Park Management through the Goal Programming Model», *INFOR*, Vol. 41, No. 1, 2003 (93-104).
- González-Pachón, J. and C. Romero (2004) «Satisficing Logic and Goal Programming: Towards an Axiomatic Link», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (157-161).
- Guitouni, A., J.-M. Martel et P. Vincke, «Un cadre de référence pour le choix d'une procédure d'agrégation multicritère», *Document de travail*, Faculté des Sciences de l'administration, Université Laval, Québec, No. 13, 1999 (1-24).
- Haimes, Y. Y., W. A. Hall and H. T. Freedman, *Multiobjective Optimization in Water Resources Systems: The Surrogate Worth Trade-off Method*, Elsevier, New York, 1975.
- Haimes, Y. Y., L. S. Lasdon and D. A. Wismer, «On a Bicriterion Formulation of the Problems of Integrated System Identification and System Optimization», *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 1, No. 3, 1971 (296-297).
- Hämäläinen, R. P., and J. Mäntysaari, «A Dynamic Interval Goal Programming Approach to the Regulation of a Lake-River System», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 10, No. 2, 2001 (75-86).
- Hämäläinen, R. P., and J. Mäntysaari, «Dynamic Multi-Objective Heating Optimization», *European Journal of Operational Research*, Vol. 142, No. 1, 2002 (1-15).
- Hannan, E.L., «Effects of Substituting a Linear Goal for a Fractional Goal in the Goal Programming Problem», *Management Science*, Vol. 24, No. 1, 1977 (105-107).

- Hannan, E.L., On «An Interpretation of Fractional Objectives in Goal Programming as Related to Papers by Awerbuch *et al.* and Hannan», *Management Science*, Vol. 27, No. 7, 1981-a (847-848).
- Hannan, E.L., «On Fuzzy Goal Programming», *Decision Sciences*, Vol. 12, No. 3, 1981-b (522-531).
- Hannan, E.L., «Some Further Comments on Fuzzy Priorities», *Decision Sciences*, Vol. 12, No. 3, 1981-c (539-541).
- Hannan, E.L., «An Assessment of Some Criticisms of Goal Programming», *Computers and Operations Research*, Vol. 12, No. 6, 1985 (525-541).
- Hemming, T., «Some Modifications of a Large Step Gradient Method for Interactive Multicriterion Optimization», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans J. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, Berlin, 1981 (128-139).
- Henig, M. L., «Multicriteria Dynamic Programming», *Ph.D. Dissertation*, Yale University, 1978.
- Hu, C-F., C-J. Teng and S-Y. Li, «A Fuzzy Goal Programming Approach to Multi-Objective Optimization Problem with Priorities», *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 3, 2007 (1319-1333).
- Huckert, K., R. Rhode, O. Roglin and R. Weber, «On the Interactive Solution to a Multicriteria Scheduling Problem», *Operations Research*, Vol. 24, No.1, 1980 (47-60).
- Hwang, C.L., S.R. Paidy, K. Yoon and A.S.M. Masud, «Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial», *Computers and Operations Research*, Vol. 7, No. 1-2, 1980 (5-31).
- Ignizio, J. P., *Goal Programming and Extensions*, Lexington Books, Lexington, MA, 1976.
- Ignizio, J. P., *Linear Programming in Single and Multiple Objective Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982-a.

- Ignizio, J. P., «Notes and Communications of the (Re)Discovery of Fuzzy Goal Programming», *Decision Sciences*, Vol. 13, No. 2, 1982-b (331-336).
- Ignizio, J. P., «Generalized Goal Programming», *Computers & Operations Research*, Vol. 10, No. 4, 1983 (277-289).
- Inuiguchi, M. and Y. Kume, «Goal Programming Problems with Interval Coefficients and Target Intervals», *European Journal of Operational Research*, Vol. 52, No. 3, 1991 (345-360).
- Isermann, H., «The Enumeration of the Set of all Efficient Solutions for a Linear Multiple Objective Program», *Operations Research Quarterly*, Vol. 28, No. 3, 1977 (711-725).
- Ji, X., S. Zhu, S. Wang and S. Zhang, «A Stochastic Linear Goal Programming Approach to Multistage Portfolio Management Based on Scenario Generation via Linear Programming», *IIE Transactions*, Vol. 37, No. 10, 2005 (957-969).
- Jones, R.G., «Analyzing Initial and Growth Financing for Small Businesses», *Management Accounting*, Vol. 61, No. 5, 1979 (30-34).
- Jones, D.F. and M. Tamiz, «Expanding the Flexibility of Goal Programming via Preference Modelling Techniques», *Omega*, Vol. 23, No. 1, 1995 (41-48).
- Kalu, T. C. U., «An Algorithm for Systems Welfare Interactive Goal Programming Modelling», *European Journal of Operational Research*, Vol. 166, No. 3, 1999 (508-529).
- Kananen, I., P. Korhonen, J. Wallenius and H. Wallenius, «Multiple Objective Analysis of Input-Output Models for Emergency Management», *Operations Research*, Vol. 38, No.2, 1990 (193-201).
- Karpak, B., R. R. Kasuganti and E. Kumcu, «Are You Using Costly Outmoded Techniques to Purchase Materials», *Business Forum*, Vol. 27, No. 1, 2005 (14-19).
- Karpak, B., E. Kumcu and R. R. Kasuganti, «An Application of Visual Interactive Goal Programming: A Case in Vendor Selection Decisions», *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 8, No.2, 1999 (93-105).

- Karwan, M. H., S. Zionts and B. Villarreal, «An Improved Interactive Multicriteria Integer Programming Algorithm», *Working Paper No. 530*, School of Management, State University of New York at Buffalo, 1982.
- Kast, R., *La théorie de la décision*, La découverte, Paris, 2002.
- Keeney, R. L., «An Illustrated Procedure for Assessing Multiattributed Utility Functions», *Sloan Management Review*, Vol. 14, No.1, 1972 (37-50).
- Keeney, R. L. and H. Raiffa, *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-offs*, John Wiley and Sons, Inc., 1976.
- Keown, A. J., «A Chance-Constrained Goal Programming Model for Bank Liquidity Management», *Decision Sciences*, Vol. 9, No. 7, 1978 (93-106).
- Keown, A. J. and J. D. Martin, «A Chance Constrained Goal Programming Model for Working Capital Management», *The Engineering Economist*, Vol. 22, No. 3, 1977 (153-174).
- Kettani, O., «Nouvelles formulations des problèmes de choix multicritère basées sur la programmation mathématique», *Thèse de doctorat*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1988.
- Kettani, O., B. Aouni and J.-M. Martel, «The Double Role of the Weight Factor in the GP Model», *Computers and Operations Research*, Vol. 31, No. 11, 2004 (1833-1845).
- Kharrat, A., H. Chabchoub, B. Aouni and S. Smaoui, «Serial Correlation Estimation through the Imprecise Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1839-1851).
- Kim, J. S. and K-S. Whang, «A Tolerance Approach to the Fuzzy Goal Programming Problems with Unbalanced Triangular Membership Function», *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, No.3, 1998 (614-624).
- Klein, D. and E. Hannan, «An Algorithm for the Multiple Objective Integer Linear Programming Problem», *European Journal of Operational Research*, Vol. 9, No. 4, 1982 (378-385).

- Kongar, E. and S. M. Gupta, «Disassembly to Order System Under Uncertainty», *Omega*, Vol. 34, No. 6, 2006 (550-561).
- Korhonen, P., «Interactive Methods», dans Figueira, J., S. Greco and M. Ehrgott (Eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer, New York, 2005 (641-665).
- Korhonen, P. and J. Laakso, «Solving Generalized Goal Programming Problems Using a Visual Interactive Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, No. 3, 1986-a (355-363).
- Korhonen, P. J. and J. Laakso, «A Visual Interactive Method for Solving the Multiple Criteria Problem», *European Journal of Operational Research*, Vol. 24, No. 2, 1986-b (277-287).
- Korhonen, P., H. Moskowitz, P. Salminen, J. Wallenius «Further Developments and Tests of a Progressive Algorithm for Multiple Criteria Decision Making», *Operations Research*, Vol. 41, No. 6, 1993 (1033-1045).
- Kornbluth, J., «A Survey of Goal Programming», *Omega*, Vol. 1, No. 2, 1973 (193-205).
- Kornbluth, J. S. H. and R. E. Steuer, «Goal Programming with Linear Fractional Criteria», *European Journal of Operational Research*, Vol. 8, No. 1, 1981 (58-65).
- Kvanli, A.H., «Financial Planning Using Goal Programming», *Omega*, Vol. 8, No. 2, 1980 (207-218).
- Lee, S. M., *Goal Programming for Decision Analysis*, Auerbach Publishers, Philadelphia, 1972.
- Lee, S. M., «Interactive Integer Goal Programming: Methods and Applications», *Multiple Criteria Problem Solving*, dans S. Zionts (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 155, Springer-Verlag, Berlin, 1978 (362-383).
- Lee, S. M., and D. L. Olson, «A Gradient Algorithm for Chance Constrained Nonlinear Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 22, No. 3, 1985 (359-369).

- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming», *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, dans Tomas Gal, Theodore J. Stewart and Thomas Hanne (Eds.), Vol. 21, part 8, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999 (1-33).
- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming Formulations for a Comparative Analysis of Scalar Norms and Ordinal vs. Ratio Data», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (163-174).
- Lee, S. M. and J. P. Shim, «Interactive Goal Programming on the Microcomputer to Establish Priorities for Small Business», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 37, No. 6, 1986 (571-577).
- Lin, J. G., «Three Methods for Determining Pareto-Optimal Solutions of Multiple-Objective Problems», *Directions in Large-Scale Systems*, dans Y. C. Ho and S. K. Mitter (Eds.), Many-Person Optimization and Decentralized Control, Plenum Press, New York, 1976 (117-138).
- Lin, W. T., «A Survey of Goal Programming Applications», *Omega*, Vol. 8, No. 1, 1980 (115-117).
- Lin, C. C., «A Weighted Max-Min Model for Fuzzy Goal Programming», *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 142, No. 3, 2004 (407-420).
- Liu, B., and K. Iwamura, «Modelling stochastic Decision Systems Using Dependent-Chance Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 101, No. 1, 1997 (193-203).
- Marcotte, O. and R. M. Soland, «An Interactive Branch and Bound Algorithm for Multiple Criteria Optimization», *Report No. T-442*, George Washington University, May 1981.
- Martel, J-M., «L'aide multicritère à la décision : méthodes et applications», *CORS – SCRO Bulletin*, Vol. 33, No. 1, 1999 (6-16).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 41, No. 12, 1990 (1121-1132).

- Martel, J-M. et B. Aouni, «Méthode multicritère de choix d'un emplacement : le cas d'un aéroport dans le Nouveau-Québec», *INFOR*, Vol. 30, No. 2, 1992 (97-117).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model with Fuzzy Goal Values : A New Formulation», *Multi-Objective Programming and Goal Programming*, dans Tamiz, M. (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 432, Springer-Verlag, 1996 (257-269).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations», *Journal of Global Optimization*, Vol. 12, No. 2, 1998 (127-138).
- Masud, A. S. M. and C. L. Hwang, «Interactive Sequential Goal Programming», *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32, No. 5, 1981 (391-400).
- Miettinen, K. M., *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- Min, H., «The Dynamic Expansion and Relocation of Capacitated Public Facilities: A Multi-Objective Approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 15, No. 3, 1988 (243-252).
- Min, H., «A Model-Based Decision Support System for Locating Banks», *Information and Management*, Vol. 17, No. 4, 1989 (207-215).
- Min, H. and J. Storbeck, «On the Origin and Persistence of Misconceptions in Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 42, No. 4, 1991 (301-312).
- Mishra, S., Prakash, M. K. Tiwari and R. S. Lashkari, «A Fuzzy Goal-Programming Model of Machine-Tool Selection and Operation Allocation Problem in FMS: A Quick Converging Simulated Annealing-Based Approach», *International Journal of Production Research*, Vol. 44, No. 1, 2006 (43-76).
- Mohanty, B. K. and T. A. S. Vijayaraghavan, «A Multi-Objective Programming Problem and its equivalent Goal Programming Problem with Appropriate Priorities and Aspiration Levels: A Fuzzy approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 8, 1995 (771-778).

- Monarchi, D. E., C. C. Kisiel and L. Duckstein, «Interactive Multiobjective Programming in Water Resources: A Case Study», *Water Resources Research*, Vol. 9, No. 4, 1973 (837-850).
- Monarchi, D. E., J. E. Weber and L. Duckstein, «An Interactive Multiple Objective Decision-Making Aid Using Nonlinear Goal Programming», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. Zeleny (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 123, Springer-Verlag, Berlin, 1976 (235-253).
- Montgomery, D. C. and V. M. Bettencourt, «Multiple Response Surface Methods in Computer Simulation», *Working Paper*, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, 1976.
- Mousseau, V., «Élicitation des préférences pour l'aide multicritère à la décision», Thèse de doctorat, *Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches*, U.F.R. Sciences des Organisations, Université Paris Dauphine, 2003.
- Musselman, K. J., «An Interactive, Tradeoff Cutting Plane Approach to Continuous and Discrete Multiple Objective Optimization», *Ph.D. Dissertation*, School of Industrial Engineering, Purdue University, 1978.
- Musselman, K. J. and J. Talavage, «A Tradeoff Cut Approach to Multiple Objective Optimization», *Operations Research*, Vol. 28, No. 6, 1980 (1424-1435).
- Nakamura, M. and J. M. Riley, «A Multiobjective Branch-and-Bound Method for Single-Commodity Network Flow Problems», *Paper presented at the Joint Meeting of ORSA/TIMS*, Milwaukee, Wisconsin, October 15-17, 1979.
- Narasimhan, R., «Goal Programming in a Fuzzy Environment», *Decision Sciences*, Vol. 11, No. 2, 1980 (325-336).
- Nijkamp, P. and J. Spronk, «Interactive Multiple Goal Programming», *Report 7803/A*, The Center for Research in Business Economics, Erasmus University, Rotterdam, 1978 (1-50).
- Nijkamp, P. and J. Spronk, «Interactive Multiple Goal Programming: An Evaluation and Some Results», *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application*, dans

- Fandel, G. and T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag, Berlin, Vol. 177, 1980 (278-293).
- Nijkamp, P. and J. Spronk, «Interactive Multidimensional Programming Models for Location Decisions», *European Journal of Operational Research*, Vol. 6, No. 2, 1981 (220-223).
- Nowak, M., «Aspiration Level Approach in Stochastic MCDM Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1626-1640).
- Ogryczak, W., «Comments on Properties of the Minmax Solutions in Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 132, No. 1, 2001-a (17-21).
- Ogryczak, W., «On Goal Programming Formulations of the Reference Point Method», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 52, No. 6, 2001-b (691-698).
- Ohta, H. and T. Yamaguchi, «Linear Fractional Goal Programming in Consideration of Fuzzy solution», *European Journal of Operational Research*, Vol. 92, No. 1, 1996 (157-165).
- Oppenheimer, K. R., «A Proxy Approach to Multi-Attribute Decision Making», *Management Science*, Vol. 24, No. 6, 1978 (675-689).
- Oral, M. and O. Kettani, «A linearization Procedure for Quadratic and Cubic Mixed-Integer Problems», *Operations Research*, Vol. 40, No. 1, 1992 (S109-S116).
- Pal, B. B. and B.N. Moitra, «Using Fuzzy Goal Programming for Long Range Production Planning in Agricultural Systems», *Indian Journal of Agricultural Economics*, Vol. 59, No. 1, 2004 (75-90).
- Piech, B. and T. Rehman, «Application of Multiple Criteria Decision Making Methods to Farm Planning: A Case Study», *Agricultural Systems*, Vol. 41, 1993 (305-319).
- Pongpeng, J. and J. Liston, «A Multicriteria Model's Survey: State of the Art and Some Necessary Capabilities of Future Models», *Construction Management and Economics*, Vol. 21, No. 7, 2003 (665-670).

- Puelz, A. V. and S. M. Lee, «A Multiple-Objective Programming Technique for Structuring Tax-Exempt Serial Revenue Debt Issues», *Management Science*, Vol. 38, No. 8, 1992 (1186-1200).
- Reeves, G.R. and S.R. Hedin, «A Generalized Interactive Goal Programming Procedure», *Computers Operational Research*, Vol. 20, No.7, 1993 (747-753).
- Ringuest, J.L. and T.R. Gullledge, «A Preemptive Value-Function Method Approach for Multiobjective Linear Programming Problems», *Decision Sciences*, Vol. 14, No. 1, 1983 (76-86).
- Ritzman, L., J. Bradford and R. Jacobs, «A Multiple Objective Approach to Space Planning for Academic Facilities», *Management Science*, Vol. 25, No. 9, 1979 (895-906).
- Rodríguez Uría, M.V., R. Caballero, F. Ruiz and C. Romero, «Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No.2, 2002 (422-429).
- Romero, C., «A Note: Effects of Five-Side Penalty Functions in Goal Programming», *Omega*, Vol. 12, No. 4, 1984 (333).
- Romero, C., «Multiobjective and Goal Programming Approaches as a Distance Function Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 36, No. 3, 1985 (249-251).
- Romero, C., *Handbook of Critical Issues in Goal Programming*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- Romero, C., «A General Structure of Achievement Function for a Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 3, 2004 (675-686).
- Romero, C. and F. Amador, «A Note: Effects of Logarithmic Transformations of Nonlinear Goals in the Goal Programming Problem», *Engineering Optimization*, Vol. 9, No. 4, 1986 (299-302).
- Romero, C., M. Tamiz and D.F. Jones, «Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method Formulations: Linkages and Utility Interpretations», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 49, No. 9, 1998 (986-991).

- Rosenthal, R. E., «Concepts, Theory, and Techniques: Principles of Multiobjective Optimization», *Decision Sciences*, Vol. 16, No. 2, 1985 (133-152).
- Rosinger, E. E., «Interactive Algorithm for Multiobjective Optimization», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 35, No. 3, 1981 (339-365).
- Roy, B., «Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode Electre)», *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle*, Vol. 2, No. 8, mars 1968 (57-75).
- Roy, B., *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*, Economica, Paris, 1985.
- Roy, B., «Science de la décision ou Science de l'aide à la décision?», *Revue Internationale de Systémique*, Vol. 6, No. 5, 1992 (497-529).
- Roy, B., «Un chaînon manquant en RO-AD : les conclusions robustes», *Cahier du LAMSADE*, No. 144, Université de Paris Dauphine, 1997.
- Roy, B., «Decision-Aiding Today: What Should We Expect», *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, dans Gal, T., T., J. Stewart and T. Hanne (Eds.), Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- Roy, B., «Robustesse de quoi et vis-à-vis de quoi mais aussi robustesse pourquoi en aide à la décision», *Bulletin du Groupe de Travail Européen "Aide Multicritère à la Décision"*, Série 3, No. 6, automne 2002.
- Roy, B., «Paradigms and Challenges», *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, dans Figueira, J., S. Greco and M. Ehrgott (Eds.), Springer, New York, 2005 (3-24).
- Roy, T. K., and M. Maiti, «Multi-Objective Inventory Models of Deteriorating Items with Some Constraints in a Fuzzy Environment», *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 12, 1998 (1085-1095).
- Roy, B. and V. Mousseau, «A Theoretical Framework for Analysing the Notion of Relative Importance of Criteria», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 5, No. 2, 1996 (145-159).

- Saaty, T., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New-York, 1980.
- Saber, H. M. and A. Ravindran, «Nonlinear Goal Programming Theory and Practice: A Survey», *Computers and Operations Research*, Vol. 20, No. 3, 1993 (275-291).
- Sakawa, M., «Interactive Multiobjective Decision Making by the Sequential Proxy Optimization Technique: SPOT», *European Journal of Operational Research*, Vol. 9, No. 4, 1982 (386-396).
- Salukvadze, M., «On the Existence of Solutions in Problems of Optimization under Vector Valued Criteria», *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 13, No.2, 1974 (203-217).
- Sasaki, M., M. Gen and K. Ida, «Interactive Sequential Fuzzy Goal Programming», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 19, Nos. 1-4, 1990 (567-571).
- Schärlig, A., *Décider sur plusieurs critères. Panorama de l'aide à la décision multicritère*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1985.
- Schniederjans, M. J., *Goal Programming*, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- Sevaux, M. and K. Sörensen, «Robustness Analysis: Optimisation», *European Working Group "Multicriteria Aid for Decisions"*, Series 3, No. 10, Fall 2004.
- Shapiro, J. F., «Multiple Criteria Public Investment Decision Making by Mixed Integer Programming», *Multiple Criteria Decision Making*, dans H. Thiriez and S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 130, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
- Shin, W. S. and A. Ravindran, «Interactive Multiple Objective Optimization: Survey I-Continuous Case», *Computers Operations Research*, Vol. 18, No. 1, 1991 (97-114).
- Simon, H. A., «A Behavioral Model of Rational Choice», *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 69, No. 1, 1955 (99-118).
- Simon, H. A., *The New Science of Management Decision*, Harper & Row, N.Y. and Evanston, 1960.

- Slomp, J. and N. C. Suresh, «The Shift Team Formation Problem in Multi-Shift Manufacturing Operations», *European Journal of Operational Research*, Vol. 165, No. 3, 2005 (708-728).
- Sobel, M. J., «Ordinal Dynamic Programming», *Management Science*, Vol. 21, No. 9, 1975 (967-975).
- Soyster, A. L. and B. Lev, «An Interpretation of Fractional Objectives in Goal Programming as Related to Papers by Awerbuch *et al.* and Hannan», *Management Science*, Vol. 24, No. 14, 1978 (1546-1549).
- Steuer, R. E., «ADEX: An Adjacent Efficient Extreme Point Algorithm for Solving Vector-Maximum and Interval Weighted-Sums Linear Programming Problems», (in FORTRAN), SHARE Program Library Agency, Distribution Code 360D-15.2.014, 1974.
- Steuer, R. E., «ADBASE: An Adjacent Efficient Basis Algorithm for Solving Vector Maximum and Interval Weighted-Sums Linear Programming Problems», (in FORTRAN), Abstract in *Journal of Marketing Research*, Vol. 12, 1975 (454-455).
- Steuer, R. E., «A Five Phase Procedure for Implementing a Vector-Maximum Algorithm for Multiple Objective Linear Programming Problems», *Multiple Criteria Decision Making*, dans H. Thiriez and S. Zionts (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 130, Springer-Verlag, Berlin, 1976-a.
- Steuer, R. E., «Multiple Objective Linear Programming with Interval Criterion Weights», *Management Science*, Vol. 23, No. 3, 1976-b (305-316).
- Steuer, R. E., «An Interactive Multiple Objective Linear Programming Procedure», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. K. Starr and M. Zeleny (Eds.), North Holland, New York, Vol. 23, No. 3, 1977 (225-239).
- Steuer, R. E. and E-U Choo, «An Interactive Weighted Tchebycheff Procedure for Multiple Objective Programming», *Mathematical Programming*, Vol. 26, No. 3, 1983 (326-344).

- Steuer, R. E. and A. T. Schuler, «An Interactive Multiple Objective Linear Programming Approach to a Problem in Forest Management», *Operations Research*, Vol. 26, No. 2, 1978 (254-269).
- Stewart, T.J., «A critical Survey on the Status of Multiple Criteria Decision Making: Theory and Practice», *Omega International Journal of Management Science*, Vol. 20, No. 5-6, 1992 (569-586).
- Stewart, T.J., «Use of Piecewise Linear Value Functions in Interactive Multicriteria Decision Support: A Monte Carlo Study», *Management Science*, Vol. 39, No. 11, 1993 (1369-1381).
- Stewart, T. J., «Concepts of Interactive Programming», *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, dans Gal, T, T.-J. Stewart and T. Hanne (Eds.), Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- Taguchi, T., K. Ida and M. Gen, «Method for Solving Nonlinear Goal Programming with Interval Coefficients using Genetic Algorithm», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, Nos. 3-4, 1997 (597-600).
- Tamiz, M. and D.F. Jones, «Interactive Framework for Investigation of Goal Programming Models: Theory and Practice», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 6, No. 1, 1997 (52-60).
- Tamiz, M., D.F. Jones and E. El-Darzi, «A Review of Goal Programming and its Applications», *Annals of Operations Research*, Vol. 58, No. 1-4, 1995 (39-53).
- Tamiz, M., D.F. Jones and C. Romero, «Goal Programming for Decision-Making: An Overview of the Current State-of-the-Art», *European Journal of Operational Research*, Vol. 111, No. 3, 1998 (569-581).
- Tiwari, R. N., S. Dharmar and J. R. Rao, «Fuzzy Goal Programming – An Additive Model», *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 24, No. 1, 1987 (27-34).
- Vanderpooten, D., «The Interactive Approach in MCDA: A Technical Framework and Some Basic Conceptions», *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 12, No. 10-11, 1989 (1213-1220).

- Vanderpooten, D., «Modelling in Decision Aiding», *Aiding Decisions with Multiple Criteria: Essays in Honor of Bernard Roy*, dans Bouyssou, D., E. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Slowinski, D. Vanderpooten and P. Vincke (Eds.), Kluwer Academic Publishers, 2002 (195-210).
- Van Hop, N., «Fuzzy Stochastic Goal Programming Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 1, 2007 (77-86).
- Villarreal, B. and M. H. Karwan, «Multicriterion Integer Linear Programming: Some Extensions», *Technical Report No. 78-5*, Department of Industrial Engineering, State University of New York at Buffalo, 1978.
- Villarreal, B. and M. H. Karwan, «Multicriterion Integer Linear Programming: A (Hybrid) Dynamic Programming Recursive Approach», *Mathematical Programming*, Vol. 21, No. 1, 1981-a (204-223).
- Villarreal, B. and M. H. Karwan, «An Interactive Dynamic Programming Approach to Multicriteria Discrete Programming», *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 81, No.2, 1981-b (524-544).
- Villarreal, B., M. H. Karwan and S. Zionts, «An Interactive Branch-and-Bound Procedure for Multicriterion Integer Linear Programming», *Multiple Criteria Decision Making Theory and Application*, dans G. Fandel and T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 177, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- Vincke, P., *L'aide multicritère à la décision*, Éditions de l'Université de Bruxelles, 1989.
- Vincke, P., «Robust Solutions and Methods in Decision-Aid», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 8, No. 3, 1999-a (181-187).
- Vincke, P., «Robust and Neutral Methods for Aggregating Preferences into an Outranking Relation», *European Journal of Operational Research*, Vol. 112, No. 2, 1999-b (405-412).
- Vinso, J. D., «Financial Planning for the Multinational Corporation with Multiple Goals», *Journal of International Business Studies*, Vol. 13, No. 3, 1982 (43-58).

- Viswanathan, B., V. V. Aggarwal and K. P. K. Nair, «Multiple Criteria Markov Decision Processes», *TIMS Studies in the Management Sciences*, Vol. 6, 1977 (263-272).
- Vitoriano, B. and C. Romero, «Extended Interval Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, No. 12, 1999 (1280-1283).
- Wallenius, J., «Interactive Multiple Criteria Decision Methods: An Investigation and an Approach», *Acta Academiae Oeconomicae Helsingiensis*, Series A: 14, Helsinki School of Economics, Finland, 1975.
- Wang, H-F. and C-C. Fu, «A Generalization of Fuzzy Goal Programming with Preemptive Structure», *Computers Operational Research*, Vol. 24, No.9, 1997 (819-828).
- White, D. J., «Multi-Objective Interactive Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 31, No. 6, 1980 (517-523).
- Wierzbicki, A. P., «The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization», *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application*, dans Fandel, G. and T. Gal (Eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 177, Springer-Verlag, 1980 (468-486).
- Williams, H.P., *Model Building in Mathematical Programming*, Wiley, New York, 1978.
- Wong, H-Y. and J. Rosenhead, «A Rigorous Definition of Robustness Analysis», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 51, No. 2, 2000 (176-182).
- Yaghoobi, M. A. and M. Tamiz, «A Method for Solving Fuzzy Goal Programming Problems Based on MINMAX Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1580-1590).
- Yang, J.B. and P. Sen, «Preference Modelling by Estimating Local Utility Functions for Multiobjective Optimization», *European Journal of Operational Research*, Vol. 95, No. 1, 1996 (115-138).
- Yu, P. L. and M. Zeleny, «The set of All Nondominated Solutions in Linear Cases and a Multicriteria Simplex Method», *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 49, No. 2, 1975 (430-468).

- Yu, P. L. and M. Zeleny, «Linear Multiparametric Programming by Multicriteria Simplex Method», *Management Science*, Vol. 23, No. 2, 1976 (159-170).
- Zadeh, L. A., «Fuzzy Sets», *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, 1965 (338-353).
- Zeleny, M., «A Concept of Compromise Solutions and the Method of the Displaced Ideal», *Computers and Operations Research*, Vol. 1, No. 3-4, 1974-a (479-496).
- Zeleny, M., *Linear Multiobjective Programming*, Springer-Verlag, New York, 1974-b.
- Zeleny, M., «The Theory of the Displaced Ideal», *Multiple Criteria Decision Making*, dans M. Zeleny (Ed.), Springer-Verlag, New York, 1976 (153-206).
- Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, New-York, 1982.
- Zimmerman, H-J., «Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions», *Fuzzy Sets and systems*, Vol. 1, No.1, 1978 (45-55).
- Zionts, S., «Integer Linear Programming with Multiple Objectives», *Annals of Discrete Mathematics*, Vol. 1, 1977 (551-562).
- Zionts, S. and J. Wallenius, «An Interactive Programming Method for Solving Multiple Criteria Problem», *Management Science*, Vol. 22, No. 6, 1976 (652-663).

LISTE DES FIGURES

Figure 1: Plan de la thèse.....	11
Figure 2.1 : Les six types de fonctions de satisfaction.....	75
Figure 2.2 : Fonction de pénalité à 5 segments de forme U.....	80
Figure 2.3 : Forme triangulaire de la fonction d'appartenance.....	87
Figure 3.1 : Typologie des méthodes de PMOM de Hwang <i>et al.</i> (1980).....	128
Figure 3.2 : Classification des méthodes de PMOM d'Evans (1984).....	136
Figure 3.3 : Processus décisionnel schématisant l'introduction <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> des préférences du décideur de Pongpeng et Liston (2003).....	138
Figure 4.1 : L'organigramme de l'algorithme du modèle du GPFS interactif....	226

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Résultats de la solution de l'exemple 2.1.....	58
Tableau 2.2 : Résultats de la solution du programme 2.6.1.....	63
Tableau 2.3 : Résultats de la solution de l'exemple 2.1 modifié.....	64
Tableau 3.1: Typologie du modèle du GP.....	153

Chapitre 2 : Le modèle de programmation mathématique avec buts

2. 0. Résumé.....	49
2.1. Introduction.....	50
2.2. Le Goal Programming standard.....	52
2.3. Les principales variantes du modèle du GP.....	55
2.3.1. Le modèle du GP pondéré.....	55
2.3.2. Le modèle du GP lexicographique.....	60
2.3.3. Le modèle du GP MINMAX.....	67
2.3.4. Le modèle du GP non-linéaire.....	69
2.3.5. Le Goal Programming incluant des fonctions de satisfaction...	73
2.4. Les variantes du GP dans un environnement imprécis.....	78
2.4.1. Le modèle du GP avec intervalles.....	79
2.4.2. Le modèle du GP flou.....	85
2.4.2.1. Le GP flou pondéré	88
2.4.2.2. Le GP flou lexicographique	89
2.4.2.3. Le GP flou interactif.....	91
2.4.3. Le modèle du GP stochastique.....	92
2.5. Le modèle du GP Interactif.....	99
2.6. Conclusion.....	107
Références du chapitre 2.....	109

Chapitre 3 : Une typologie du modèle du «Goal Programming»

3.0. Résumé.....	125
3.1. Introduction.....	126
3.2. Les principales classifications relatives aux méthodes de la PMOM.....	127
3.2.1. La classification de Hwang <i>et al.</i> (1980).....	127

3.2.1.1. Les méthodes sans articulation des préférences du décideur.....	129
3.2.1.2. Les méthodes avec une articulation <i>a priori</i> des préférences du décideur.....	129
3.2.1.3. Les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur.....	130
3.2.1.4. Les méthodes avec une articulation <i>a posteriori</i> des préférences du décideur.....	131
3.2.2. La classification d'Evans (1984).....	132
3.2.2.1. Les méthodes avec une articulation <i>a priori</i> des préférences du décideur.....	133
3.2.2.2. Les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur.....	133
3.2.2.3. Les méthodes avec une articulation <i>a posteriori</i> des préférences du décideur.....	134
3.2.3. La classification de Pongpeng et Liston (2003).....	137
3.2.3.1. Les méthodes avec une articulation <i>a priori</i> des préférences du décideur (Pre-subjective input models).....	138
3.2.3.2. Les méthodes avec une articulation <i>a posteriori</i> des préférences du décideur (Post-subjective input models).....	139
3.3. Une typologie du modèle du GP.....	141
3.3.1. Les méthodes sans articulation des préférences du décideur.....	142
3.3.2. Les méthodes avec une articulation <i>a priori</i> des préférences du décideur.....	142
3.3.3. Les méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur.....	143
3.3.4. Les méthodes avec une articulation <i>a posteriori</i> des préférences du décideur.....	144
3.3.5. La modélisation des préférences du décideur dans le modèle du GP.....	145

3.3.5.1. Le modèle du GP standard.....	145
3.3.5.2. Le modèle du GP pondéré.....	145
3.3.5.3. Le modèle du GP lexicographique.....	146
3.3.5.4. Le modèle du GP minmax.....	147
3.3.5.5. Le modèle du GP non-linéaire.....	148
3.3.5.6. Le modèle du GP avec des fonctions de satisfaction.....	148
3.3.5.7. Le modèle du GP avec intervalles.....	149
3.3.5.8. Le modèle du GP flou.....	150
3.3.5.9. Le modèle du GP stochastique.....	150
3.3.5.10. Le modèle du GP interactif.....	151
3.4. Conclusion.....	155
Références du chapitre 3.....	156

Chapitre 4 : Une version interactive du modèle du «Goal Programming»

4. 0. Résumé.....	168
4.1. Introduction.....	169
4.2. Les méthodes interactives de PMOM.....	171
4.2.1. La méthode STEM.....	173
4.2.2. La méthode de Geoffrion <i>et al.</i> (1972).....	176
4.2.3. La méthode de Zionts et Wallenius (1976).....	179
4.2.4. La méthode de Wierzbicki (1980).....	182
4.2.5. La méthode de Sakawa (1982).....	184
4.2.6. La méthode de Steuer et Choo (1983).....	187
4.2.7. La méthode de Korhonen et Laakso (1986-b).....	190
4.2.8. La méthode GUESS.....	192
4.3. Les méthodes interactives du modèle du GP.....	194
4.3.1. Le GP interactif de Dyer (1972).....	196
4.3.2. Le GP interactif de Monarchi <i>et al.</i> (1976).....	199
4.3.3. Le GP interactif de Nijkamp et Spronk (1980).....	200

4.3.4. Le GP interactif de Masud et Hwang (1981).....	203
4.3.5. La méthode de Korhonen et Laakso (1986-a).....	208
4.3.6. Le GP interactif de Kalu (1999).....	212
4.3.7. Le Meta-GP interactif.....	215
4.4. Une version interactive du modèle du GPFS.....	222
4.5. Conclusion.....	237
Références du chapitre 4.....	238
Conclusion générale et les futures pistes de recherche.....	244
Références générales.....	250
Liste des figures.....	277
Liste des tableaux.....	278

ملخص

يعتبر نموذج البرمجة بالأهداف من أشهر نماذج البرمجة الرياضية المتعددة الأهداف و الأكثر استعمالا. عمليا، أثبت هذا النموذج بمختلف أنواعه على أنه أداة دعم اتخاذ القرار يمكن استعمالها في عدة حالات. هذه الأنواع تأخذ بعين الاعتبار المعلومات المتعلقة بحالة اتخاذ القرار و أفضليات متخذ القرار بطرق مختلفة. هذه الأفضليات ليست مأخوذة بعين الاعتبار بصفة كافية في بعض هذه الأنواع. لكن البعض منها يوفر إطار عام و أكثر مرونة لنمذجة أفضليات متخذ القرار. في هذا السياق، من الضروري أن يبنى اختيار أحد أنواع نموذج البرمجة بالأهداف على خصائصه الجوهرية و قدرته على أن يعكس أفضليات متخذ القرار.

نقدم في هذه الأطروحة تصنيف يهدف إلى توصيف و تصنيف الأنواع الرئيسية لنموذج البرمجة بالأهداف وفقا لوقت أخذ بعين الاعتبار أفضليات متخذ القرار و نوع المعامل المستعمل لنمذجتها. هذا الهيكل ينبغي أن يسهل فهم و مقارنة الأنواع المختلفة لهذا النموذج و إعادة طرح مسألة اختيار النوع الأنسب نظرا لحالة معينة و المكانة التي نريد تخصيصها لمتخذ القرار في عملية اتخاذ القرار. بالإضافة إلى ذلك، تركز اهتمامنا على صنف الطرق التفاعلية من خلال تقديم صيغة تفاعلية لنموذج البرمجة بالأهداف بدوال الرضى.

الكلمات المفتاحية : ديم اتخاذ القرار ، نموذج البرمجة بالأهداف ، نمذجة الأفضليات ، تصنيف ، طرق تفاعلية.

Résumé

Le modèle de la programmation mathématique avec buts («Goal Programming» (GP)) est l'un des modèles les plus connus et les plus utilisés en programmation mathématique à objectifs multiples. En pratique, ce modèle, avec ses différentes variantes, s'est avéré être un outil d'aide à la décision fort utile dans divers contextes décisionnels. Ces variantes traitent différemment l'information relative au contexte décisionnel et aux préférences du décideur. Ces dernières sont insuffisamment intégrées ou absentes dans certaines variantes. Néanmoins, d'autres versions offrent un cadre plus général et plus flexible de modélisation de telles préférences. Ainsi, il est primordial que le choix de la variante se fasse sur la base de ses caractéristiques intrinsèques et de sa capacité à refléter la structure de préférence du décideur.

Dans cette thèse, nous présentons une typologie ayant pour objectif de caractériser et de classer les principales variantes du modèle du GP selon le moment de la prise en compte des préférences du décideur et le type de paramètre utilisé pour les modéliser. Cette structuration devrait faciliter la compréhension et la comparaison des diverses variantes, et repositionner la question du choix de la variante la plus appropriée compte tenu d'un contexte décisionnel spécifique et de la place que l'on veut conférer au décideur dans le processus de décision. En outre, notre intérêt s'est focalisé sur la classe des méthodes interactives en proposant également une version interactive du GP incluant des fonctions de satisfaction.

Mots-Clés : Aide à la décision, Goal Programming, Modélisation des préférences, Typologie, Méthodes interactives.

Abstract

The Goal Programming (GP) model is one of the well-known and the most used multiple objective programming models. In practice, this model and his different variants appeared to be useful decision aid tools in several decision-making situations. The GP variants deal differently with the information related to the decision-making situation and Decision-Maker (DM) preferences. The latter are absent or not taken into account sufficiently in some variants. However, other variants are more general and flexible for DM's preference modelling. Hence, it is important to choose a variant according to its intrinsic characteristics and its ability to reflect the DM's preference structure.

In this thesis, we present a typology that aims to characterize and to classify the main GP variants according to the timing of introducing the DM preferences and the type of parameters used for modelling these preferences. This classification can facilitate the comprehension and the comparison of the different variants and recast the choice of the more appropriate GP variant to deal with a specific decision-making context and according to the DM's role into the decision process. Moreover, we focus our interest on the category of interactive methods and recommend an interactive procedure for the GP with satisfaction functions.

Key Words: Decision aid, Goal Programming, Preferences modelling, Typology, Interactive method