

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTERATURE .....	6
1.1 Système antigivre.....	6
1.2 Code de givrage .....	7
1.3 Code d'écoulement interne .....	9
1.3.1 Résultats expérimentaux .....	9
1.3.2 Résultats numériques .....	14
1.4 Bilan de la revue de la littérature .....	19
CHAPITRE 2 MODÈLE MATHÉMATIQUE .....	20
2.1 Équations de Navier-Stokes.....	20
2.2 Modèle de turbulence.....	21
2.3 Calculs Numériques .....	24
2.3.1 Conditions aux frontières.....	25
2.3.2 L'entrée.....	26
2.3.3 La sortie .....	27
2.3.4 Modélisation proche de paroi.....	27
CHAPITRE 3 VALIDATION.....	32
3.1 Écoulement laminaire .....	33
3.2 Écoulement turbulent en 2D .....	37
3.2.1 Étude du maillage .....	38
3.2.2 Comparaison préliminaire des nombres de Nusselt.....	40
3.2.3 Estimation de la plage d'erreur .....	43
3.2.4 Comparaison du nombre de Nusselt pour différents Re .....	44
3.3 Justification du choix des paramètres de calcul.....	47
3.3.1 Schéma de stabilisation.....	47
3.3.2 Influence du modèle de turbulence : .....	48
3.4 Écoulement turbulent en 3D .....	53
3.4.1 Description du dispositif expérimental .....	54
3.4.2 Étude du maillage .....	56
3.4.3 Résultats.....	57
3.4.4 Erreur numérique .....	61
CHAPITRE 4 RÉSULTATS ET INTÉRPRÉTATION.....	64
4.1 Conditions aux frontières.....	64
4.2 Écoulement compressible en 2D.....	65
4.2.1 Erreur numérique .....	68
4.3 Écoulement compressible en 3D.....	69

4.3.1 Erreur numérique .....	74
CONCLUSION.....	78
ANNEXE I FIGURES .....	81
ANNEXE II TABLEAUX.....	85
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	86
BIBLIOGRAPHIE .....	90

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 3.1	Les principaux paramètres qui varient avec le nombre de Reynolds.....44
Tableau 4.1	Tableau récapitulatif des caractéristiques des fluides numériques utilisés à chaque nombre de Mach. ....64
Tableau 4.2	Résumé des paramètres dans une simulation pour un écoulement compressible en 3D.....68

## LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1-1	Schéma d'un jet impactant sur une plaque plane.....	10
Figure 1-2	Dispositif utilisé par Van-Heiningen, composé d'une plaque tournante soumise à deux jets d'air. ....	12
Figure 1-3	Lignes de courant de vitesse et zone de recirculation dans un jet d'air sur une plaque plane. ....	12
Figure 1-4	Géométrie utilisée par Bunker et Metzger. ....	14
Figure 1-5	Schéma de la géométrie d'une fente de largeur B et de la plaque plane.....	16
Figure 1-6	Géométrie utilisée par Fregeau et al.(2005).....	17
Figure 1-7	Géométrie utilisée par Ahmed et al.(2008) représentant le jet dans une chambre de combustion. ....	18
Figure 3-1	Schéma de la géométrie d'une fente de largeur B et de la plaque plane.....	34
Figure 3-2	Comparaison des lignes de courant pour $Re=220$ et $H/B = 2$ , a) éléments finis, schéma SUPG (Park et al., 2003); b) solution Galerkin indépendante du maillage (Park et al., 2003); c) présente étude par ANSYS-CFX11 (schéma upwind 1er ordre).....	35
Figure 3-3	Coefficient de friction avec $Re=220$ , $H/B = 2$ . ....	36
Figure 3-4	Évolution de $y^+$ en fonction de $X/B$ avec $Re=11\ 000$ pour un maillage hexaédrique $350 \times 100$ , distance premier nœuds $0,0001\text{ cm/B}$ . ....	39
Figure 3-5	Maillage non uniforme en 2D ( $350 \times 100$ avec ICEM). ....	40
Figure 3-6	Comparaison des courbes du nombre de Nusselt avec les données expérimentales et numériques avec $H/B=2,6$ . $Re=11\ 000$ pour ANSYS-CFX11; $Re=10\ 000$ pour Heyerichs et Pollard (1996); $Re=10\ 200$ pour Van Heiningen (Park et al., 2003). ....	41

Figure 3-7	Comparaison des courbes du nombre de Nusselt avec les données expérimentales de Van Heiningen (1982) et numériques de Park et al. (2003) dans la zone de stagnation.....	42
Figure 3-8	Influence de la distribution des nœuds du maillage sur l'évolution du nombre de Nusselt avec $Re=11\ 000$ et $H/B=2,6$ .....	43
Figure 3-9	Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt : comparaison avec les données expérimentales de Van Heiningen (1982). ....	46
Figure 3-10	Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt : comparaison avec les données numériques de Park et al. (2003). ....	46
Figure 3-11	Modèle de turbulence avec différents schémas de stabilisation comparés. Avec $Re =11\ 000$ et $H/B = 2,6$ et un maillage structuré $100 \times 250$ .....	48
Figure 3-12	Modèle de turbulence SST avec différents schémas de stabilisation comparés aux résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) Avec $Re =11\ 000$ et $H/B = 2,6$ et un maillage structuré $100 \times 250$ .....	49
Figure 3-13	Modèle de turbulence $k - \varepsilon$ avec différent schémas de stabilisation comparé aux résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) Avec $Re =11\ 000$ et $H/B = 2,6$ et un maillage structuré de $100 \times 250$ . ....	51
Figure 3-14	Résultats du modèle $k - \varepsilon$ avec différente intensité de turbulence $I$ comparés aux résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) avec $Re=11\ 000$ et $H/B = 2,6$ pour un maillage structuré de $100 \times 250$ . ....	51
Figure 3-15	Comparaison des modèles de turbulence utilisés dans ANSYS-CFX.....	53
Figure 3-16	Dispositif utilisé par Metzger pour mesurer le transfert de chaleur dans un jet d'air sur le bord d'attaque. ....	55
Figure 3-17	Géométrie obtenue avec $Z/B = 24$ et $r/R = 1$ .....	55
Figure 3-18	Couches de prismes au bord d'attaque(ICEM). ....	56
Figure 3-19	Discrétisation du domaine de calcul avec des éléments tétraédrique (ICEM). ....	57
Figure 3-20	Lignes sur lesquelles le Nu moyen est calculé.....	58
Figure 3-21	Contour de $y^+$ avec 16 couches de prismes, une distance du premier nœud au mur de $0,0046\text{ cm} / B$ et une épaisseur de la couche de prismes de $0,4\text{ cm} / B$ . ....	59

Figure 3-22	Comparaison du nombre de Nusselt moyen avec les résultats expérimentaux de Bunker et Metzger (1990). .....	60
Figure 3-23	Lignes de courant et vecteur vitesse dans la zone de recirculation obtenus avec ANSYS-CFX11 et le schéma upwind 1er ordre. ....	61
Figure 3-24	Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour deux tailles de maillage différent avec un diamètre du jet $D = 0,5\text{cm}$ . ....	62
Figure 4-1	Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Mach.....	66
Figure 4-2	Courbe de corrélation entre $Nu$ moyen et $Ma$ à partir des résultats numériques compressible 2D ( $R^2 = 0,95$ ). ....	67
Figure 4-3	Comparaison des courbes du nombre de Nusselt pour $Ma=0,8$ avec un maillage $100 \times 350$ et un maillage fin $200 \times 700$ . ....	69
Figure 4-4	Comparaison du nombre de Nusselt pour $Ma=0,3$ avec un maillage $100 \times 350$ et un maillage fin $200 \times 700$ . ....	69
Figure 4-5	Représentation du cône du jet à $Ma=0,8$ . ....	70
Figure 4-6	$Nu$ moyen ( $\overline{Nu}$ ) avec différents nombres de Mach (diamètre du jet $D/B = 1,02$ ). ....	72
Figure 4-7	$Nu$ moyen ( $\overline{Nu}$ ) dans la zone de stagnation (diamètre du jet $D/B = 1,02$ ). ....	73
Figure 4-8	Évolution du $Nu$ moyen ( $\overline{Nu}$ ) en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Mach dans la zone de stagnation (diamètre du jet $D/B = 1,02$ ). ....	73
Figure 4-9	Courbe de corrélation entre $Nu$ maximum et $Ma$ à partir des résultats numériques compressible 3D ( $R^2=0,9$ ). ....	74
Figure 4-10	$Nu$ moyen ( $\overline{Nu}$ ) avec $Ma = 0,8$ obtenu avec deux maillages différents. ....	75
Figure 4-11	$Nu$ moyen ( $\overline{Nu}$ ) avec $Ma = 0,3$ obtenu avec deux maillage différents. ....	76
Figure 4-12	Comparaison des contours de densité pour les deux maillages grossier et fin avec $Ma=0,8$ . ....	77

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes.
SST	Shear Stress Transport.
CFD	Computational Fluid Dynamics.
TSB	Transportation Safety Board of Canada.
GCI	Grid Convergence Index.
FVM	Finite Volume Method.

Rapport-Gratuit.com

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$$\nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] \quad \text{Gradient}$$

$$U(x, y, z) = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} \quad \text{Vecteur vitesse dans un repère cartésien}$$

$$\nabla \cdot U = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \quad \text{Divergence}$$

$$U \otimes V = \begin{bmatrix} U_x V_x & U_x V_y & U_x V_z \\ U_y V_x & U_y V_y & U_y V_z \\ U_z V_x & U_z V_y & U_z V_z \end{bmatrix} \quad \text{Le produit tenseur de deux vecteurs.}$$

$$\nabla(\rho U \otimes V) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\rho U_x V_x)}{\partial x} & \frac{\partial(\rho U_x V_y)}{\partial y} & \frac{\partial(\rho U_x V_z)}{\partial z} \\ \frac{\partial(\rho U_y V_x)}{\partial x} & \frac{\partial(\rho U_y V_y)}{\partial y} & \frac{\partial(\rho U_y V_z)}{\partial z} \\ \frac{\partial(\rho U_z V_x)}{\partial x} & \frac{\partial(\rho U_z V_y)}{\partial y} & \frac{\partial(\rho U_z V_z)}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \nabla u^T \quad \text{Le tenseur gradient de vitesse.}$$



$$S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \frac{(\nabla u + (\nabla u)^T)}{2}$$

Le tenseur de déformation

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

La déformation volumétrique

B	Largeur de la fente (m).
H	Distance séparant l'entrée du jet et la plaque dans le cas 2D (m).
Z	Distance séparant l'entrée du jet et le bord d'attaque dans le cas 3D (m).
L	Longueur de la plaque (m).
R	Rayon de l'aile semi cylindrique (m).
C	Distance entre les centres des jets (m).
X	Abscisse du repère cartésien.
X/B	Abscisse adimensionnelles
$t$	Temps(s).
$T_s$	Température de la plaque ou du mur de confinement ou du bord d'attaque (K).
$T_j$	Température du jet (K).
$R_e = \frac{\rho B U_{in}}{\mu}$	Nombre de Reynolds pour une fente de largeur B.
$R_e = \frac{\rho 2B U_{in}}{\mu}$	Nombre de Reynolds pour une buse de diamètre équivalent 2B.
$Nu = \frac{hB}{(T_s - T_j)}$	Nombre de Nusselt pour une fente de largeur B.

$Nu = \frac{h2B}{(T_s - T_j)}$	Nombre de Nusselt pour une buse de diamètre équivalent 2B.
$C_f = \frac{\tau_w x}{2\rho U_{in}^2}$	Coefficient de friction.
$U_{in}$	Vitesse à l'entrée du jet (m/s).
$\rho$	Masse volumique (kg/ m <sup>3</sup> ).
$\mu$	Viscosité dynamique (m <sup>2</sup> /s).
$h_{tot}$	Enthalpie totale (J/kg).
$h$	Enthalpie statique (J/kg).
$T$	Température (K).
$p$	Pression (N/m <sup>2</sup> ).
$\tau$	Tenseur de contraintes moléculaire (N/m <sup>2</sup> ).
$\tau^{turb}$	Tenseur de contrainte turbulente (N/m <sup>2</sup> ).
$\tau_w$	Contrainte de cisaillement proche de la paroi (N/m <sup>2</sup> ).
$U'$	Partie fluctuante de la vitesse (m/s).
$\bar{U} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U dt$	Vitesse moyennée (m/s).
$U_\tau = \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$	Vitesse de cisaillement (m/s).
$\kappa$	Constante de Von Karman.
$I = U' / \bar{U}$	Intensité de turbulence.
$k_{in} = \frac{3}{2} I^2 U_{in}^2$	Énergie cinétique de turbulence à l'entrée (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ).
$\omega_{in} = \rho \frac{k}{\mu_t}$	Fréquence de turbulence à l'entrée (s <sup>-1</sup> ).

$Pr$	Nombre de Prandtl.
$P_k$	Production de turbulence due aux forces visqueuses et de flottaison.
$\lambda$	Conductivité thermique (W/m K).
$u^+$	Vitesse proche de la paroi.
$\Delta y$	Distance du mur à partir de la quelle $U_i$ est déterminée (m).
$\Delta n$	Distance normale au mur, entre le premier et le second nœud des points de la grille.
$h_f$	Coefficient de convection local (W/ m <sup>2</sup> K).
$\overline{h_f}$	Coefficient de convection moyen (W/ m <sup>2</sup> K).
$k_f$	Coefficient de conduction du fluide (W/m K).
$\phi_H$	Diamètre hydraulique (m).

## INTRODUCTION

Quand un avion traverse un nuage contenant des gouttelettes d'eau en état de surfusion et que la température ambiante est en dessous du point de congélation, de la glace peut apparaître sur la structure. En général, la glace réduit les performances en vol de l'avion. La réduction des performances dépend de la forme de glace accumulée et peut entraîner des accidents aériens. Le problème du givrage se pose principalement au moment du décollage et de l'atterrissage.

Encore de nos jours, un nombre élevé d'accidents d'avions se produit. On cite par exemple un accident du au givrage en 1997 qui est signalé dans le rapport du Bureau national de la sécurité du transport NTSB (1997). En 2003, selon le Transport Safety Board of Canada TSB (2005), le givrage des ailes de l'avion FBA-2C1 BUSH HAWK XP est parmi les causes de l'écrasement de cet avion sur le lac Temagami en Ontario. Le 13 février 2009, près de Buffalo dans l'état de New York, 50 personnes sont mortes lors de l'écrasement à l'atterrissage d'un appareil Q-400 de Bombardier de Continental Airlines. L'enquête se poursuit, mais les soupçons pointent vers de l'accumulation de glace sur les ailes de l'avion CBC (2009,13 fevrier).

La quantité et la forme de la glace accumulée sur la structure dépendent de plusieurs facteurs : diamètre des gouttelettes, contenu en eau liquide (Liquid Water Content-LWC), température ambiante, vitesse de l'avion, durée d'accumulation, géométrie de l'avion, etc. En frappant la structure de l'avion, une gouttelette d'eau en état de surfusion va soit geler immédiatement, soit ruisseler sur la surface et geler en aval. Dans le premier cas, la glace sera de type givre et dans le second cas, la glace sera de type verglas. Le type de glace et la forme qu'elle prendra dépendent du bilan d'énergie dans la gouttelette lors de la solidification. Le bilan énergétique est affecté principalement par la température ambiante et la vitesse de vol qui gouvernent les pertes de chaleur par convection et par évaporation.

Afin d'éviter les accidents aériens, des systèmes de protection peuvent être installés sur l'avion. Parmi les zones critiques qui nécessitent une protection contre le givrage, il y a le bord d'attaque de l'aile. La glace qui se forme sur le bord d'attaque réduit considérablement les performances aérodynamiques d'une aile d'avion.

Deux types de systèmes de protection sont possibles pour éviter la formation du givre: les systèmes de dégivrage et les systèmes d'antigivrage.

Les systèmes de dégivrage laissent une petite quantité de glace se former avant d'agir et d'enlever la glace. Ils agissent de façon périodique en utilisant soit la chaleur, soit la déformation pour dégager la glace accumulée sur l'aile. La chaleur provient habituellement des plaques chauffantes électriques insérées dans la paroi au bord d'attaque de l'aile.

Dans le cas de la déformation, des bandes en caoutchouc contenant plusieurs cellules gonflables sont en général installées sur la paroi au bord d'attaque de l'aile. Les systèmes de dégivrage cherchent à décoller la couche de glace de la surface de l'avion afin que la glace soit entraînée par les forces aérodynamiques (Morency, 1999).

Les systèmes d'antigivrage, quand à eux, ne permettent pas d'accumulation de glace au bord d'attaque de l'aile. Lorsque la surface du bord d'attaque est chauffée à une température juste au-dessus du point de congélation, l'eau s'évapore partiellement, ruisselle en aval de l'endroit chauffé et gèle éventuellement dans un endroit moins critique. Lorsque la surface du bord d'attaque est chauffée à 50 °C, dans les systèmes antigivre de type évaporateurs, l'eau s'évapore complètement dans la zone d'impact.

Dans le cas des avions à turboréacteurs, la chaleur nécessaire au système antigivre provient habituellement de l'air chaud comprimé pris à l'entrée des moteurs. Cet air chaud est distribué à l'intérieur de l'aile près du bord d'attaque par un tube appelé piccolo. Dans les systèmes antigivre à air chaud qui utilisent le tube piccolo, une série de buses percées dans

un tube principal permet de distribuer l'air chaud le long de l'envergure de l'aile. Le débit d'air dans le jet est limité par l'onde de choc qui se forme au niveau des buses. Le jet est subsonique, mais compressible.

Dans le cas des systèmes de protection utilisant la chaleur pour éviter la formation de glace, une quantité d'énergie thermique est alors nécessaire. Cette quantité doit être réduite le plus possible pour réduire la consommation du carburant tout en évitant, par contre, de rendre le système de protection inefficace.

Comparativement aux essais expérimentaux, les simulations numériques sont une option rapide et peu coûteuse pour concevoir et optimiser les systèmes d'antigivrage. Dans le cas de systèmes d'antigivrage à air chaud, l'étude d'un système conçu pour la protection des ailes d'avion sera basée, à l'extérieur de l'aile, sur le transfert de chaleur qui se produit entre la gouttelette et la paroi externe du bord d'attaque et, à l'intérieur de l'aile, entre la paroi et les jets d'air chaud.

L'air chaud dans un système antigivre est comprimé. Les jets sortent des buses du tube piccolo à des vitesses supérieures à Mach 0,3. Un tel écoulement est considéré comme compressible. Le présent travail a pour objectif d'étudier numériquement les effets de la compressibilité sur l'écoulement d'un jet de fluide caloporteur à l'intérieur d'un profil d'aile d'avion près du bord d'attaque.

Tout d'abord, la capacité du code numérique ANSYS-CFX11 à prédire le transfert de chaleur entre un jet bidimensionnel et une plaque plane est vérifiée. Le modèle de turbulence le plus approprié pour ce type de simulation est déterminé. Ensuite, ANSYS-CFX11 est utilisé pour visualiser l'effet de la compressibilité sur un tel écoulement.

Une fois l'étude de l'écoulement 2D complétée, le transfert de chaleur calculé par ANSYS-CFX11 est comparé à des résultats expérimentaux pour un écoulement incompressible en 3D

entre une rangée de jets circulaires et une paroi courbe, représentative d'un bord d'attaque d'une aile. Le nombre de Nusselt local calculé est comparé au Nusselt expérimental.

Finalement, le nombre de Mach du jet est varié entre 0,3 et 0,8 ; tout en gardant le nombre de Reynolds constant, pour étudier les effets de la compressibilité sur le transfert de chaleur en 3D.

Pour la géométrie en 2D, le domaine de calcul est discrétisé en éléments non structurés hexaédriques. Par contre, pour la géométrie en 3D, des éléments prismatiques sont utilisés près des parois et des éléments tétraédriques discrétisent le reste du domaine de calcul. La géométrie et le maillage sont construits en utilisant le code commercial de maillage ICEM. ANSYS-CFX11 résout les équations de Navier-Stokes moyennées pour obtenir l'échange thermique entre le jet d'air et la plaque plane chauffée.

Le premier chapitre est consacré à la revue de la littérature reliée aux systèmes d'antigivrage et les cas de jet d'air chaud impactant sur une plaque plane.

Le deuxième chapitre relate la théorie utilisée dans ANSYS-CFX11 pour l'écoulement d'un fluide en général et les équations de Navier Stokes, ainsi que les conditions aux frontières imposées.

Le troisième chapitre est partagé en trois sections. Dans la première section, le code est validé en 2D en régime permanent pour un écoulement laminaire. Dans la deuxième section, le code est validé en 2D pour un écoulement turbulent. Cette section est le point de base pour mener notre étude tout au long de ce mémoire. L'effet du maillage, des modèles de turbulences, de la couche limite ainsi que d'autres paramètres qui interviennent dans une simulation numérique y sont étudiés. Dans la troisième section du chapitre, les résultats du calcul en 3D pour un écoulement turbulent sont présentés.

Le quatrième chapitre comporte deux sections. Dans la première section, ANSYS-CFX11 est testé en 2D pour un écoulement compressible subsonique en utilisant le cas du jet d'air impactant sur une plaque plane. Une corrélation entre le nombre de Mach et le nombre de Nusselt est déduite d'après les résultats obtenus dans ANSYS-CFX11. Dans la deuxième section, le code est testé en 3D pour un écoulement compressible subsonique d'un jet impactant sur une paroi courbe. Une autre corrélation est obtenue reliant le nombre de Mach et le nombre de Nusselt, pour un écoulement 3D.



## CHAPITRE 1

### REVUE DE LA LITTERATURE

#### 1.1 Système antigivre

Les premiers travaux sur les systèmes antigivre et de dégivrage remontent à la fin de la deuxième guerre mondiale. Les recherches sur ces systèmes se sont intensifiées à la fin des années 70 avec le développement des codes numérique de simulation et la volonté de minimiser l'énergie utilisée pour prévenir l'accumulation de glace. Les systèmes de protections cherchent à empêcher l'accumulation de glace aux bords d'attaque des ailes. Ces systèmes se divisent en deux catégories selon le principe utilisé pour éviter la formation de glace : les systèmes de dégivrage (qui enlèvent la glace après sa formation) et les systèmes antigivre (qui ne permettent aucune formation de glace) (Thomas, Cassoni et MacArthur, 1996).

Les systèmes antigivre et de dégivrage peuvent être classés en trois grandes catégories selon les moyens utilisés pour éviter l'accumulation de glace. Les systèmes antigivre et de dégivrage utilisant la chaleur pour éviter la formation de la glace forment la première catégorie. La chaleur provient soit des plaques chauffantes électriques, soit de l'air chaud circulant à l'intérieur de l'aile, tel qu'utilisé dans les expériences de Brown et al.(2002) qui étudient le transfert de chaleur dans un tel système. Kind (1998), dans son étude du phénomène du givrage, décrit les systèmes de la deuxième catégorie qui comprend tous les systèmes de dégivrage qui utilisent la déformation et le déplacement pour éviter la formation de la glace, tel les systèmes à impulsion électrique ou pneumatique. Finalement, Thomas et al. (1996) font la revue de tous les systèmes antigivre et dégivrage et mentionne une troisième catégorie qui est constituée des systèmes basés sur l'utilisation d'un jet de liquide antigel à la surface extérieure de la zone à protéger.

## 1.2 Code de givrage

Durant les quinze années après la deuxième guerre mondiale les travaux de recherche se sont intensifiés pour résoudre le problème du givrage. Le développement de la CFD au début des années 80 a permis la résolution des équations non linéaire de Navier Stokes et l'apparition du premier code de prédiction de givrage en 2D, qui s'appelle LEWICE, en 1983 (Cebeci et Kafyeke, 2003). Dans les années 90, le développement des outils informatiques a permis l'apparition des codes de givrage mieux élaborés qui incluent le calcul tridimensionnel, l'effet de la compressibilité, le couplage visqueux et non visqueux, la solution des équations de Navier-Stokes, etc. Ces codes ont permis aux compagnies aéronautiques de prédire la quantité de glace qui s'accumule pendant le vol.

Pour éviter les coûts élevés des expériences sur le givrage et sur les systèmes antigivre, la NASA a développée le code de simulation numérique LEWICE (1990). Pour valider le code numérique ANTICE qui est un module du code LEWICE, Al-Khalil (1991) réalise des expériences dans un tunnel de la NASA (le RC Icing tunnel -IRT) sur le NACA0012. Ces expériences ont duré deux semaines successives et dans des conditions de congélation sévères. D'autres codes numériques ont été développés tel que CANICE mis au point par le groupe de la chaire J-A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal. Tran, Brahim et al. (1995) utilisèrent le code numérique CANICE (1994) pour calculer l'accumulation de glace sur un profil bidimensionnel.

Morency (1999) a développé un code numérique bidimensionnel permettant de simuler un système antigivre pour ailes d'avion à partir du code CANICE. Ce code est en mesure de calculer la distribution de température et le pourcentage d'eau évaporé. Ce code permet également de calculer la glace accumulée sans le système antigivre. Dans le but de poursuivre les travaux de Morency (1999) sur la simulation numérique des systèmes antigivre pour ailes d'avions, ANSYS-CFX11 servira à prédire le transfert de chaleur dans l'écoulement interne de ces systèmes de protection. Dans sa thèse, en décrivant le givrage,

Morency (1999) énonce les étapes de calcul du givrage. La majorité des codes numériques de première génération utilisent le modèle mathématique développé par MacArthur (1983) pour simuler la formation de la glace sur un profil bidimensionnel. Ces codes de givrage résolvent d'abord l'écoulement potentiel autour d'un profil, calculent ensuite les trajectoires des gouttelettes en suspension dans l'air et enfin la masse d'eau qui gèle.

Pour y parvenir, le profil est tout d'abord discrétisé en panneaux. Une méthode de panneaux permet ensuite de résoudre l'équation potentielle pour l'écoulement d'air autour du profil. À partir de l'écoulement d'air, les trajectoires des gouttelettes et la quantité d'eau captée par le profil peuvent être déterminées. Les équations de conservation de l'énergie pour l'écoulement du film d'eau sur le profil sont finalement résolues afin d'obtenir la fraction d'eau qui gèle, la fraction d'eau qui ruisselle et la fraction d'eau qui s'évapore pour une température d'air ambiant donnée.

Une des difficultés consiste à évaluer la quantité de chaleur perdue et la quantité d'eau évaporée vers l'air ambiant. À partir du coefficient de convection et de la pression de la vapeur d'eau à la surface du film, le taux d'évaporation est calculé. Le coefficient de convection à la surface du film d'eau est habituellement calculé par une méthode intégrale de résolution de la couche limite. Donc, une fois connue le coefficient de convection et le taux d'évaporation, la quantité d'eau qui gèle et la quantité d'eau qui ruisselle peuvent être estimés.

Afin de prendre en compte la quantité de glace accumulée après un intervalle de temps fixé par l'utilisateur, la géométrie du profil est modifiée. À partir du nouveau profil, un nouveau calcul de la quantité de glace qui s'accumule est relancé.

D'après la revue bibliographique de Thomas et al. (1996), peu d'études portent sur les systèmes antigivre. Dans leurs simulations de l'effet de la rugosité de surface sur la formation de la glace sur une aile d'avion, Fortin et al. (2006) considèrent la conduction

seulement entre le film d'eau et la surface externe du bord d'attaque. Le système antigivre n'est pas représenté. Al-Khalil (1991) s'intéresse spécifiquement à la modélisation de l'échange de chaleur qui se produit du côté de l'écoulement externe. Il concentre son attention sur la modélisation de l'eau de ruissellement. Le coefficient de convection, entre l'air chaud à l'intérieur de l'aile et la paroi, est considéré connu comme mentionné par Morency (1999) ou Al-Khalil (1991), qui simulent numériquement le système antigivre d'une aile d'avion. Ils considèrent que le coefficient de convection est connu entre l'air chaud et la paroi interne du bord d'attaque ou bien que ce coefficient est calculé à partir d'un autre code de CFD.

Un code qui calcule l'écoulement interne d'air chaud et un code qui calcule la conduction dans le mur servent à prédire la quantité de chaleur échangée. Le rendement, qui représente le ratio de la chaleur nécessaire et la chaleur réellement fournie à l'écoulement interne dans le bord d'attaque du profil, peut être estimé.

### **1.3 Code d'écoulement interne**

#### **1.3.1 Résultats expérimentaux**

Il y a peu de codes généraux qui regroupent toutes les étapes de calcul tel que, l'écoulement interne d'un jet d'air chaud, la conduction solide, le ruissellement et l'écoulement aérodynamique autour du profil d'aile d'avion. Dans le présent mémoire, les résultats des simulations sont produits par un code commercial de CFD et se limitent à l'écoulement interne. Les résultats des calculs de ce mémoire sont obtenus avec le code commercial ANSYS-CFX11 qui sera utilisé pour calculer le transfert de chaleur dans un écoulement interne d'air chaud au bord d'attaque d'une aile d'avion.

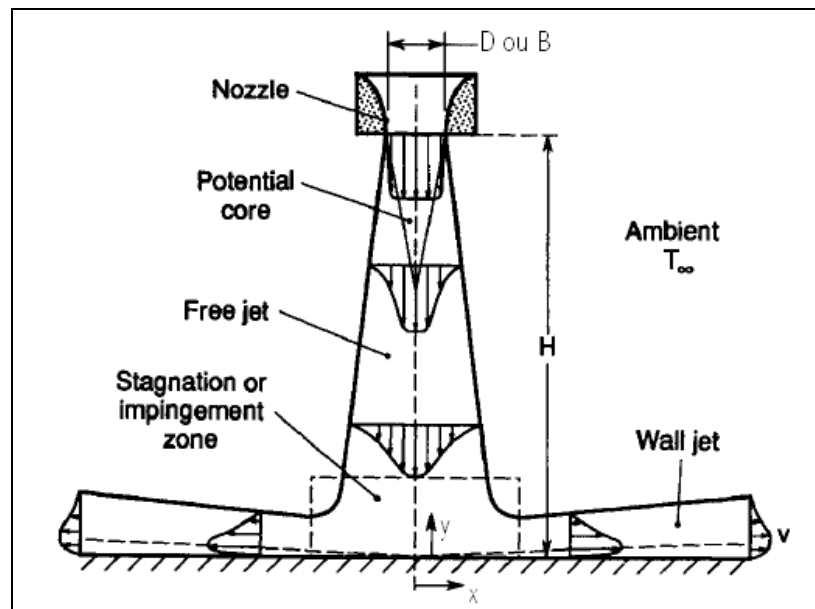
Peu d'études numériques utilisent ANSYS-CFX11 pour étudier l'écoulement interne d'air chaud dans un système antigivre pour aile d'avion. Certaines de ces simulations qui utilisent

ANSYS-CFX11 ont été menées sur des cas simples tels que le cas d'un jet d'air chaud impactant sur une plaque plane (Figure 1-1) ou un cylindre. Les expériences qui sont utilisées dans ce mémoire pour valider nos résultats numériques sont présentées dans les paragraphes qui suivent.

Les principaux paramètres géométriques qui interviennent dans le cas d'un jet de fluide sur une plaque plane sont :

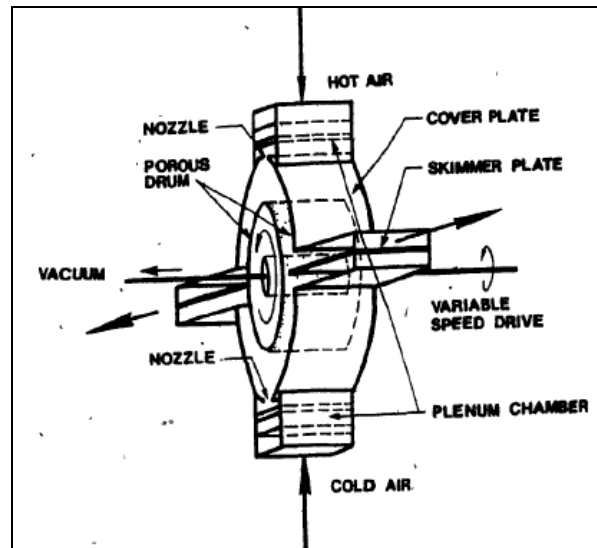
- 1- La distance  $H$  qui sépare la buse ou la fente de la plaque.
- 2- Le diamètre  $D$  de la buse ou la largeur de la fente  $B$ .
- 3- La distance  $C$  entre les centres des jets dans le cas de plusieurs jets.

La nature de l'écoulement est définie par le nombre de Reynolds du jet et donc par la vitesse à l'entrée, le type de fluide utilisé et la température du jet à l'entrée.

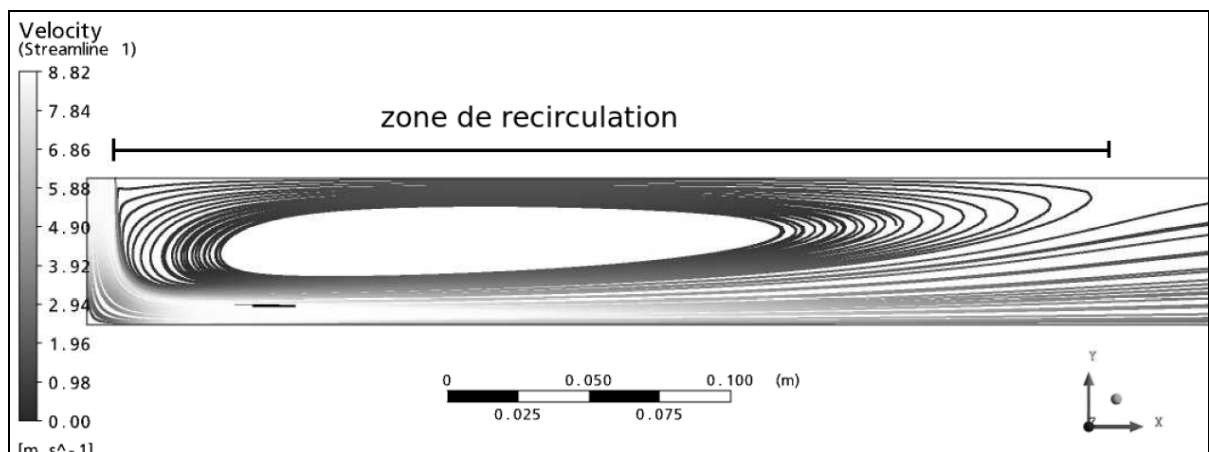


**Figure 1-1 Schéma d'un jet impactant sur une plaque plane.**  
Tirée de Incropera et DeWitt (2002)

Van Heiningen (1982) mène des expériences sur l'écoulement d'air chaud sur une plaque cylindrique tournante soumise à deux jets diamétralement opposés (Figure 1-2). Van Heiningen calcule le nombre de Nusselt local pour différents nombres de Reynolds basé sur le diamètre des jets. Ses expériences donnent des courbes de Nusselt comparables à celle des simulations numériques de Park et al. (2003). Les valeurs du nombre de Reynolds, choisies dans notre mémoire, se trouvent entre 9 800 et 25 100, et cela afin de les comparer avec d'autres résultats numériques. Étant donné que le diamètre des jets est fixe, ces valeurs correspondent à des nombres de Mach entre 0,027 et 0,06. La distance adimensionnelle  $H/B$  varie entre 2,6 et 6. Van Heiningen montre que le coefficient de transfert de chaleur,  $h$ , et par conséquent le nombre de Nusselt, est fonction du nombre de Reynolds et de  $H/B$ . Il représente la courbe de variation du nombre de Nusselt local en fonction de la distance adimensionnelle  $X/B$  à partir du point d'impact du jet. Le nombre de Nusselt local atteint un premier maximum au point d'impact du jet et un deuxième maximum un peu plus loin, à une distance adimensionnelle de 5. Cette variation de la courbe de Nusselt dans cet intervalle correspond à la zone de recirculation (Figure 1-3). En variant le nombre de Reynolds, il montre que le deuxième maximum de Nusselt peut dépasser le premier maximum avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Son expérience effectuée avec un Reynolds de 10 200 et  $H/B = 2.6$  est utilisée dans notre mémoire afin de la comparer avec nos résultats de ANSYS-CFX11, les résultats expérimentaux de Akfirat et Gardon (1966), Cadek (1968) et les résultats numériques de Park et al. (2003).



**Figure 1-2 Dispositif utilisé par Van-Heiningen, composé d'une plaque tournante soumise à deux jets d'air.**  
Tirée de Van Heiningen (1982)



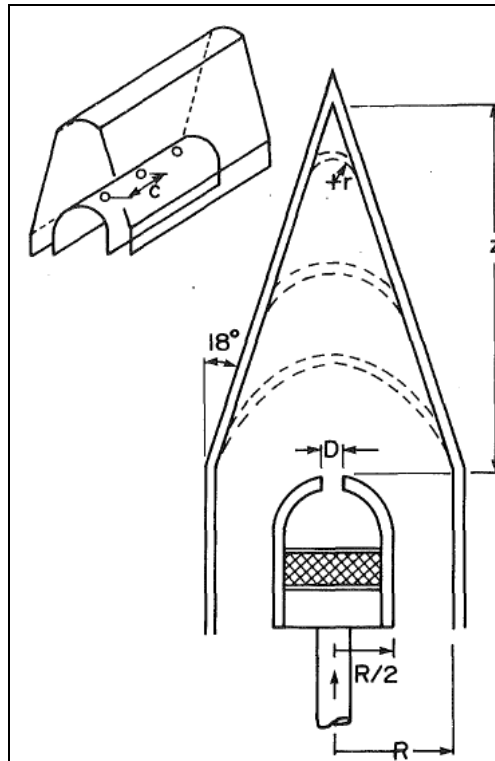
**Figure 1-3 Lignes de courant de vitesse et zone de recirculation dans un jet d'air sur une plaque plane.**

Les deux expériences de Akfirat et Gardon (1966) et Cadek (1968), utilisent presque le même nombre de Reynolds et la même géométrie que ceux utilisés par Park et al. (2003). Ces deux expériences calculent le nombre de Nusselt pour un jet d'air chaud impactant sur une plaque plane à partir d'une fente. Ces derniers proposent une relation entre le nombre de Nusselt, le ratio de la distance adimensionnelle  $H/B$  et le nombre de Reynolds. Leurs résultats sont

représentés sous forme de courbes de Nusselt en fonction de la distance adimensionnelle  $X/B$ . Ces courbes sont tracées pour  $Re=11\ 000$  avec un ratio de  $H/B = 2$  pour Cadek (1968) (ANNEXE I : Figure 1.3), et  $Re =11\ 400$  avec un ratio de  $H/B =2.6$  pour Akfirat et Gardon (1966) (ANNEXE I : Figure 1.4)

Les résultats cités précédemment concernent un jet d'air chaud bidimensionnel impactant sur une plaque plane. Des résultats sont aussi disponibles pour des ensembles de jets circulaires impactant sur des géométries plus complexes. Bunker et Metzger (1990) mesurent le nombre de Nusselt moyen dans le cas du transfert de chaleur interne au bord d'attaque d'une aube de turbine (Figure 1-4). Le bord d'attaque interne est soumis à une série linéaire de jets d'air chaud équidistants. Le nombre de Nusselt moyen représente l'intégration du nombre de Nusselt local sur une distance donnée. Dans ce cas il est moyenné sur plusieurs lignes du bord d'attaque et parallèlement à l'alignement des jets. Ensuite, le Nusselt moyen est tracé le long de la courbure du bord d'attaque. Ils concluent que le transfert de chaleur croît avec l'accroissement du nombre de Reynolds élevé à la puissance 0,6. Le transfert de chaleur augmente aussi avec la réduction respectivement du rayon de courbure du bord d'attaque et de la distance séparant les buses. Ils tracent la courbe du Nusselt moyen en fonction de la distance courbe adimensionnelle. Les courbes sont tracées pour trois valeurs différentes de Reynolds : 6 750, 8 450 et 10 200, et quatre valeur de ratios  $H/B$ . Ces résultats seront comparés avec les résultats numériques des simulations en 3D d'ANSYS-CFX11. L'avantage des travaux de Bunker et Metzger est que l'intervalle du nombre de Reynolds utilisé expérimentalement s'approche de celui utilisé pour les simulations en 2D, ce qui va permettre de mieux interpréter les résultats numériques obtenus par ANSYS-CFX11 en 3D.





**Figure 1-4 Géométrie utilisée par Bunker et Metzger.**  
Tirée de Bunker et Metzger (1990)

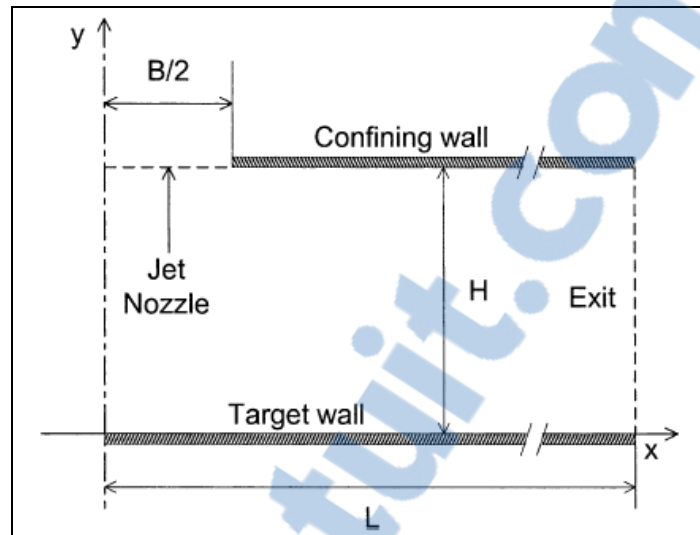
Les résultats obtenus avec ANSYS-CFX 11 seront vérifiés avec des corrélations qu'on trouve dans la littérature. Metzger et al. (1972) étudient expérimentalement les performances d'une rangée de jet d'air pour le refroidissement des pales de turbines. Le dispositif est le même que celui de la Figure 1-4. La corrélation de Metzger et Korstad (1972) est déduite de leur expérience d'une rangée jet d'air sur une plaque plane. Un courant d'air traverse la plaque parallèlement la plaque et perpendiculairement au plan des jet. Le dispositif utilisé par Brevet et al. (2002) permet de faire une comparaison du nombre de Nusselt local d'une rangée de jet circulaire sur une plaque plane en 3D.

### 1.3.2 Résultats numériques

Le développement des outils numériques a permis à la CFD de devenir une alternative aux expériences pour la modélisation des écoulements de fluides et du transfert de chaleur.

Park et al. (2003) simulent l'écoulement et le transfert de chaleur pour un jet d'air chaud confiné par deux plaques planes. Le jet provient d'une fente dans la plaque supérieure et l'impact se fait sur la plaque plane inférieure (Figure 1-5). Pour réduire la diffusion numérique, Park et al. utilisent un schéma de stabilisation SUPG et une méthode d'éléments finis. Ils démontrent d'abord à l'aide d'un écoulement laminaire que la diffusion numérique introduite par la méthode SUPG implémentée n'a pratiquement pas d'effet sur le calcul du coefficient de friction  $C_f$ . Pour l'écoulement turbulent, ils adoptent le modèle de turbulence  $k-\omega$ . Selon Heyerichs et Pollard (1996), le modèle  $k-\omega$  prédit adéquatement la convection turbulente dans un écoulement qui présente une stagnation suivie d'une accélération et d'une décélération. Donc le modèle  $k-\omega$  est plus efficace que le modèle  $k-\epsilon$  dans la région de stagnation.

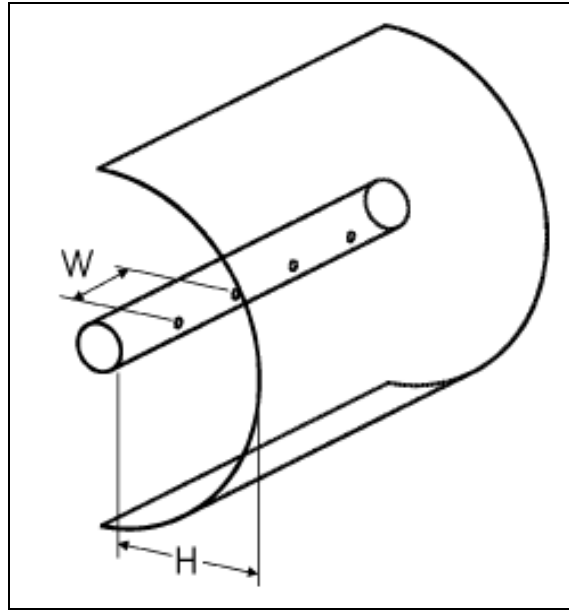
Heyerichs et Pollard (1996) utilisent la même géométrie que Park et al. (2003). Ils calculent le transfert de chaleur entre un jet d'air chaud et une plaque plane. En se servant de la méthode des volumes finis pour résoudre les équations de Navier-Stokes, ils comparent deux modèles de turbulence :  $k-\omega$  et  $k-\epsilon$ . Ils concluent que le modèle  $k-\omega$  a une performance supérieure par rapport au modèle  $k-\epsilon$  pour la prédiction d'un écoulement turbulent complexe typique d'un jet. Ils montrent aussi que la courbe de Nusselt prévue par le modèle de turbulence de  $k-\omega$  corrèle avec les données expérimentales de Akfirat et Gardon (1966), de Cadek (1968) et de Van Heiningen (1982).



**Figure 1-5 Schéma de la géométrie d'une fente de largeur  $B$  et de la plaque plane.**

Tirée de Park et al. (2003).

Fregeau al. (2005) utilisent le code commercial FLUENT pour modéliser le jet interne d'un système antigivre. Ils simulent le jet interne sur une surface courbe à partir d'une rangée de buse (Figure 1-6). La géométrie est caractérisée par les distances d'une buse à une autre et de la buse à la plaque. Ils établissent des corrélations pour différentes distances caractéristiques de la géométrie. Ces corrélations concernent les nombres de Nusselt moyen et maximum pour différentes hauteurs, différents espacements entre les buses et pour des nombres de Mach entre 0,2 et 0,6. Ils concluent d'après ces corrélations que le nombre de Nusselt maximum dépend beaucoup du nombre de Mach alors que le nombre de Nusselt moyen dépend de la hauteur entre la buse et la plaque. Pour valider les résultats obtenus par la méthode du Krigeage implémenté dans le code CANICE 3D, les auteurs comparent leurs résultats avec les données expérimentales de Gardon et Cobonpue (1961). Ils comparent le nombre de Nusselt local dans un écoulement compressible pour un nombre de Mach 0,4 et un diamètre de la buse de 6,35 mm avec un ratio  $H/B$  de 6, un ratio de 20 représentant le rapport de la distance entre les buses et le diamètre et une différence de température de 20K entre la plaque et la buse.



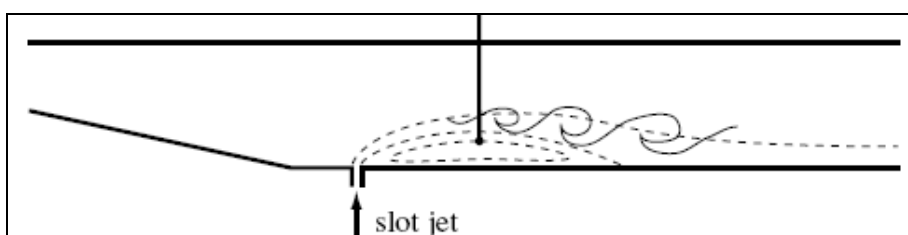
**Figure 1-6 Géométrie utilisée par Fregeau et al.(2005).**  
Tirée de Fregeau et al (2005)

Les simulations numériques de ce mémoire seront réalisées avec le code commercial ANSYS-CFX11. D'après notre revue de la littérature, il n'y a pas beaucoup d'articles qui présentent des résultats obtenus avec ce code pour simuler l'écoulement interne d'un ou plusieurs jets d'air chaud. Le peu que nous trouvons sera relaté dans les paragraphes suivants.

Un article concernant l'utilisation d'ANSYS-CFX11 pour le calcul du transfert de chaleur entre un jet d'air chaud et une surface cylindrique posée sur une surface solide plane est celui d'Olsson et al. (2004). Ce n'est pas un écoulement confiné, mais un écoulement externe. Pour comparer avec les résultats expérimentaux, ils utilisent trois des modèles de turbulence disponibles dans ANSYS-CFX, soit  $k-\omega$ ,  $k-\epsilon$  et SST. Leurs résultats montrent que le modèle SST prédit mieux le transfert de chaleur que les deux autres modèles de turbulence.

Pour améliorer la combustion dans un statoréacteur, Ahmed et al. (2008) mènent des expériences pour étudier les caractéristiques de la zone de recirculation induite par un jet

transversal confiné (Figure 1-7) et rectangulaire. Les auteurs utilisent un canal muni d'une fente transversal, située en bas du mur du canal. Un jet de carburant jaillit de cette fente qui traverse le canal transversalement. Ils analysent les résultats dans un contexte du potentiel de la flamme et d'une combustion turbulente. Ce cas est utilisé pour modéliser la deuxième combustion dans une turbine à gaz. Ils utilisent ANSYS-CFX10 et le modèle de turbulence k- $\epsilon$  pour les calculs dans un domaine en 3D. Ils effectuent une analyse pour expliquer les observations expérimentales et comprendre l'effet de la distance du jet sur la largeur du canal. Malgré que la validation détaillée d'ANSYS-CFX10 ne soit pas leur objectif, puisque les auteurs veulent étudier le phénomène de la deuxième combustion numériquement et expérimentalement, leurs résultats numériques concordent avec les données expérimentales.



**Figure 1-7 Géométrie utilisée par Ahmed et al.(2008) représentant le jet dans une chambre de combustion.**

Tirée de Ahmed et al. (2008)

Les articles concernant ANSYS-CFX pour un jet impactant à nombre de Mach élevé, c'est à dire pour des écoulements compressibles, sont très rares et concernent généralement la combustion. Un article pertinent est celui de Rahimi et al. (2003). Ils présentent les résultats d'expériences mesurant le transfert de chaleur entre un jet supersonique élargi et une plaque chauffée uniformément, en tenant compte du ratio de la pression de la buse et de la pression ambiante. Le nombre de Reynolds est de  $10^5$ . Ils concluent que pour un même nombre de Reynolds du jet, le transfert de chaleur est très différent pour une petite buse en supersonique et une large buse en subsonique. Il est donc nécessaire de considérer la similarité du ratio de pressions. La courbe du nombre de Nusselt en fonction du Reynolds du jet décroît à partir du point de stagnation. La tendance des courbes du nombre de Nusselt, en supersonique ou en subsonique, a la même allure de décroissance à partir du point de stagnation.

Dennis et al. (2007) analysent numériquement et expérimentalement un jet sonique pulvérisé sous forme de brouillard de gouttelettes, dans un écoulement libre. Ils mesurent la vitesse d'échappement de ce genre de jet considéré comme une micro impulsion. Les calculs numériques sont réalisés avec ANSYS-CFX10 ou 11 en utilisant le modèle de turbulence SST. Ils trouvent que les résultats numériques corroborent les résultats expérimentaux.

La recherche bibliographique montre que la littérature est très pauvre en articles utilisant ANSYS-CFX pour des cas d'un ou plusieurs jets d'air chaud sur un bord d'attaque. Il sera donc nécessaire de valider ce code avant de l'utiliser pour simuler l'écoulement interne dans un système antigivre.

#### **1.4 Bilan de la revue de la littérature**

Avant de commencer les simulations d'un écoulement turbulent ou généralement d'un problème de CFD, il faut se demander quel type de maillage et quel modèle de turbulence utiliser. Les études présentées précédemment montrent qu'un modèle de turbulence différent est validé pour chacun des problèmes étudiés. Cela rend le champ d'investigation plus vaste pour le choix d'un modèle adéquat à notre étude.

ICEM-CFD est l'outil utilisé pour la discrétisation du domaine de calcul. Nous utiliserons les éléments hexaédriques en 2D, comme le font la majorité des auteurs ( Fregeau et al.(2005) et Park et al. (2003) ) et tétraédriques en 3D. Pour mieux représenter la couche limite et prendre en considération la loi de paroi (ANSYS 1996-2007), des prismes seront utilisés à proximité de la plaque plane ou à proximité de la face intérieure du bord d'attaque.

## CHAPITRE 2

### MODÈLE MATHÉMATIQUE

Le présent chapitre expose les équations mathématiques utilisées par ANSYS-CFX. Nous présentons d'abord les équations de Navier-Stokes. Par la suite, les équations du modèle de turbulence retenu,  $k-\omega$ , sont détaillées. Finalement, les conditions imposées aux frontières du domaine et les lois de paroi utilisées avec le modèle de turbulence sont expliquées.

#### 2.1 Équations de Navier-Stokes

Pour le problème que nous allons étudier, un jet d'air chaud impactant une surface, les équations de Navier-Stokes classique sont résolues par ANSYS-CFX (1996-2006). Les équations mathématiques de conservation pour la masse, la quantité de mouvement et l'énergie résolues par ANSYS-CFX11 sont :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial (\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau) + U \cdot S_M + S_E \quad (2.3)$$

Dans l'équation 2.3, l'enthalpie totale  $h_{tot}$  est reliée à l'enthalpie statique  $h(T, p)$  par les relations suivantes :

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad (2.4)$$

$$h = e + \frac{p}{\rho} \quad (2.5)$$

Avec :

$t$	Temps(s).
$T$	Température (K).
$\rho$	Masse volumique ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).
$U$	Vecteur vitesse dans un repère cartésien (m/s).
$p$	Vecteur Pression ( $\text{N}/\text{m}^2$ ).
$\lambda$	Conductivité thermique ( $\text{W}/\text{m K}$ ).
$\tau$	Tenseur de contraintes moléculaire ( $\text{N}/\text{m}^2$ ).
$e$	Énergie interne
$S_M$	Le tenseur des forces volumiques.
$S_E$	Les termes sources, tel que le rayonnement.

Le travail des contraintes visqueuses est représenté par  $\nabla \cdot (U \cdot \tau)$ . Le travail de la quantité de mouvement extérieur  $U \cdot S_M$  est négligé.

Pour prendre en compte la variation de la densité avec la température et la pression, une équation d'état est nécessaire. La loi des gaz parfait s'écrit :

$$\rho = \frac{w(p + p_{ref})}{R_0 T} \quad (2.6)$$

Le fluide pour les cas étudié est de l'air. La valeur du poids moléculaire pour l'air,  $w = 0,028965338 \text{ kg/mol}$ . La constante universelle des gaz parfaits est :  $R_0 = 8,314472 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

## 2.2 Modèle de turbulence

D'après Incropera et DeWitt (2002), par définition, un jet libre sur une plaque est considéré comme turbulent. Les corrélations de calcul du Nu moyen basées sur l'épaisseur du jet sont



valides pour un nombre de Reynolds variant entre 2 000 et 400 000 pour une buse. Pour une fente cet intervalle varie entre 3 000 et 90 000. Dans les problèmes que nous allons étudier, les nombres de Reynolds basés sur l'épaisseur du jet varient entre 9 800 et 24 100.

La solution des équations de Navier-Stokes permet de résoudre les phénomènes de turbulence. Cependant, pour garder une taille de maillage et un temps de calculs raisonnable, il est nécessaire d'utiliser un modèle de turbulence avec les équations de Navier-Stokes moyennées. Pour dériver les équations de Navier-Stokes, la vitesse  $U$  est décomposée en vitesse moyenne et fluctuante.

La décomposition de Reynolds de la vitesse en la somme de la vitesse moyennée ( $\bar{U}$ ) et fluctuante ( $U'$ ), est de la forme :

$$U = \bar{U} + U' \quad (2.7)$$

$$\bar{U} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U dt \quad (2.8)$$

Cette décomposition fera apparaître de nouveaux termes : le tenseur des contraintes turbulentes  $\tau^{turb}_{ij} = \rho \overline{U'_i U'_j}$  dans l'équation 2.2, et le flux de chaleur turbulent  $q^{turb}_i = \rho c_v \overline{U'_i T'}$  dans l'équation 2.3.

Selon l'hypothèse de viscosité turbulente de Boussinesq les contraintes turbulentes peuvent s'écrire :

$$\tau^{turb}_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.9)$$

Avec :

$\mu_t$  Viscosité dynamique turbulente ( $m^2/s$ ).

$\delta_{ij}$  Kronecker delta

Et l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse,  $k$  :

$$k = \frac{1}{2}(\overline{U'^2} + \overline{V'^2} + \overline{W'^2}) \quad (2.10)$$

Avec cette décomposition de la vitesse  $U$  et l'hypothèse de Boussinesq, la nouvelle variable  $\mu_t$  apparaît dans le système d'équations de RANS. Dans le modèle  $k - \omega$  développé par Wilcox (1993), cette variable  $\mu_t$  est reliée à l'énergie de turbulence,  $k$ , et la fréquence de turbulence,  $\omega$ , par la relation  $\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}$ . Deux équations de plus pour  $k$  et  $\omega$  sont donc nécessaires pour le calcul de  $\mu_t$  et permet ainsi de résoudre le système d'équations RANS pour les autres variables comme  $\rho$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  et  $p$ . Ces équations s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{U}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \rho \overline{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{U} \otimes \overline{U}) = \nabla \cdot (\tau - \rho \overline{U' \otimes U'}) + S_M \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \rho h_{tot}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{U} h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla \tau - \rho \overline{U' h}) + \nabla \cdot (\overline{U} \cdot \tau) + S_E \quad (2.13)$$

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} \overline{U'^2} + k \quad (2.14)$$

Le terme  $\rho \overline{U' \otimes U'}$  représente le tenseur des contraintes de Reynolds, ou la diffusion turbulente (équation 2.9).

Le modèle  $k - \omega$  développé par Wilcox (1993) est un des différents modèles de turbulence à deux équations. Ce modèle solutionne deux équations de transport : une pour l'énergie de turbulence cinétique,  $k$ , et une autre pour la fréquence de turbulence,  $\omega$ . Le modèle  $k - \omega$  est robuste et précis d'après Heyerichs et Pollard (1996) comme mentionné dans le premier chapitre. Le modèle  $k - \omega$  pour un nombre de Reynolds élevé s'écrit selon Wilcox:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U k) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \omega) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 \quad (2.16)$$

Avec  $P_k$  la production de turbulence due aux forces visqueuse et aux forces de flottaison, tel que :

$$P_k = \mu_t \nabla U \cdot (\nabla U + \nabla U^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot U (3\mu_t \nabla \cdot U + \rho k) + P_{kb} \quad (2.17)$$

Les constantes du modèle utilisées sont (Wilcox, 1993):

$$\beta' = 0.09 \quad \alpha = \frac{5}{9} \quad \beta = 0.075 \quad \sigma_k = 2 \quad \sigma_\omega = 2$$

Avec  $k$  l'énergie cinétique de turbulence.

### 2.3 Calculs Numérique

Dans nos calculs, l'air est modélisé comme un gaz parfait avec le modèle d'énergie thermique dans ANSYS-CFX pour les cas où l'effet de l'énergie cinétique est faible. En cas de compressibilité ou incompressibilité mais à un Mach supérieur à 0,2, donc lorsque l'énergie cinétique est grande, le modèle d'énergie totale est utilisé, avec :

$$\frac{\partial \rho h_{tot}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{U} h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla \tau - \rho \bar{U} h) + \nabla \cdot (\bar{U} \cdot \tau) + S_E \quad (2.13)$$

$$(2.18)$$

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} \bar{U}^2 + k \quad (2.14)$$

$$(2.19)$$

Le modèle d'énergie thermique est appliqué dans le cas d'un écoulement à faible vitesse et donc à énergie cinétique faible. Le terme  $\frac{1}{2} \bar{U}^2$  sera négligé.

### 2.3.1 Conditions aux frontières

Avant de commencer les calculs, il faut déterminer les conditions aux frontières imposées au domaine du calcul. La vitesse d'entrée du jet, sa température, la température au mur du bord d'attaque ou de la plaque et la pression à la sortie sont imposées. Selon le problème étudié, les valeurs imposées vont changer.

Pour le modèle de turbulence dans ANSYS-CFX11, l'intensité de turbulence,  $I$ , et la viscosité cinématique turbulente doivent être imposées à l'entrée, par la suite la valeur  $\omega$  est déduite. Une condition de pression nulle est imposée à la sortie. Avec ces conditions imposées, ANSYS-CFX11 solutionne le modèle de turbulence et calcule la viscosité turbulente  $\mu_t$ . Le système RANS peut donc être résolu pour les autres variables telles que les composantes de vitesse, la pression, la masse volumique, la température,  $k$  et  $\omega$  dans tout le domaine de calcul. Une fois le calcul effectué, ANSYS-CFX11 permet de calculer d'autres variables telles que  $y^+$  ou bien le Nusselt, qui seront définis lors de la présentation des résultats.

### 2.3.2 L'entrée

À l'entrée du domaine de calcul, les conditions suivantes sont imposées :

a) La vitesse est spécifiée et sa direction est normale à la surface

$$U_{in} = u \cdot i + v \cdot j + w \cdot k \quad (2.20)$$

Avec :  $i, j, k$  les vecteurs unitaires dans le repère cartésien.

b) La température statique est imposée :

$$T_{stat,in} = T_{tot,in} - \frac{U_{in}^2}{2c_p} \quad (2.21)$$

c) En imposant la valeur de la vitesse à l'entrée  $U_{in}$  et l'intensité de turbulence  $I$ , on peut calculer  $k$  et  $\omega$  à l'entrée :

$$k_{in} = \frac{3}{2} I^2 U_{in}^2 \quad (2.22)$$

$$\omega_{in} = \rho \frac{k}{\mu_t} \quad (2.23)$$

La viscosité cinématique turbulente vaut (Park et al.(2003)):

$$\mu_t = 0,01\mu \quad (2.24)$$

L'intensité de turbulence représente le ratio entre la vitesse fluctuante et la vitesse moyennée :

$$I = \frac{U'}{\overline{U}} \quad (2.25)$$

Une valeur de  $I = 5\%$  est utilisée pour nos calculs dans ANSYS-CFX11 afin de comparer nos résultats avec les résultats numériques de Park et al. (2003).

### 2.3.3 La sortie

La pression totale est spécifiée à la sortie  $P_{tot} = 0$ . ANSYS-CFX11 calcul la pression statique  $p_{stat}$  et impose un gradient de pression de zéro :

$$P_{tot} = p_{stat} + \frac{1}{2} \rho (U \cdot U) \quad (2.26)$$

### 2.3.4 Modélisation proche de paroi

#### a) Loi de la paroi

Afin de réduire le nombre d'éléments de maillage nécessaire pour modéliser la couche limite près de la paroi, Launder et Spalding (1974) propose la loi de paroi suivante:

$$u^+ = \frac{U_t}{U_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + c^{te} \quad (2.27)$$

$c^{te}$  : Constante de la courbe logarithmique dépendant de la rugosité du mur

$$y^+ = \frac{\rho}{\mu} \Delta y U_\tau \quad (2.28)$$

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.29)$$

Avec :

$y^+$  Distance du mur, adimensionnelle.

$U_\tau = \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$  Vitesse de cisaillement (m/s).

$$u^+ = \frac{U_t}{U_\tau}$$

Vitesse adimensionnelle.

$U_t$

Vitesse de turbulence (si  $y \ll 0$  alors  $U_t = \bar{U}$  et  $U' = 0$ ).

Le profil logarithmique de la vitesse de l'équation 2.27 est valable à partir de  $y^+ < 5$  (Soulaïmani, 2008) et  $y^+ < 2$  dans ANSYS-CFX11 pour le modèle  $k - \omega$  de Wilcox. En utilisant ce profil, il n'est pas nécessaire d'avoir des points de maillages dans la sous couche laminaire, ce qui permet de réduire la taille du maillage.

Dans ANSYS-CFX11 (1996-2007), une fonction hybride valable pour tous les modèles de turbulence basé sur l'équation  $\omega$  est disponible. Cette fonction est utilisée par la méthode dite Automatic Near Wall. Avec un nombre de couches (couches de prismes en 3D) supérieur à 10, cette fonction permet un traitement précis proche du mur et donc une meilleure modélisation de la couche limite.

La fonction hybride sert à basculer entre la méthode Wall function et la fonction Low Reynolds Number. L'idéal est d'utiliser la fonction Low Reynolds Number mais son utilisation exige beaucoup de temps de calcul et de mémoire, car avec cette fonction le maillage doit être très fin dans la couche limite. Par contre la méthode Wall Function utilise une formulation adéquate proche du mur sans résoudre entièrement la couche limite, ce qui permet de réduire la taille du maillage.

Lors de la génération du maillage avec ICEM et pour permettre l'application du Low Reynolds Number dans ANSYS-CFX, nous imposons un maillage très fin proche du mur dans ICEM. La condition Automatic disponible dans ANSYS-CFX11 permet d'appliquer la fonction Automatic Near Wall, et ainsi le basculement entre le Low Reynolds Number et le Wall Fonction.

Le paramètre important à contrôler dans un écoulement turbulent est la représentation de la couche limite pour prendre en compte l'effet du mur (la loi de la paroi). L'indicateur de cette loi et la représentation de la variable adimensionnelle  $y^+$ .

### b) Loi de paroi extensible

La loi de paroi a un inconvénient. La prédiction de l'écoulement dépend de la distance dans la direction normale au mur du point de maillage le plus proche du mur et elle est sensible au maillage proche du mur. Selon Grotjans et Menter (ANSYS, 1996-2006), lorsqu'une loi de paroi est utilisée, le raffinement du maillage dans la direction normale au mur n'augmente pas nécessairement la qualité de la solution.

Le problème de l'équation de la loi de paroi se pose au point de séparation quand  $U_t$  tend vers zéro. Dans ce cas, la distance  $y^+$  du premier nœud tend vers zéro. Pour contrer ce problème, ANSYS-CFX11 utilise  $U^*$  à la place de  $U^+$  tel que :

$$U^* = c_\mu^{1/4} k^{1/2} \quad (2.30)$$

La vitesse  $U^*$  ne tend pas vers zéro, car l'énergie cinétique turbulente  $k$  ne tend jamais complètement vers zéro, car sinon  $\omega$  tendra vers l'infini. Donc :

$$U_\tau = \frac{U_t}{\frac{1}{\kappa} \ln y^* + c^{te}} \quad (2.31)$$

$$\tau_w = \rho U_\tau U^* \quad (2.32)$$

$$y^* = \frac{\rho U^* \Delta y}{\mu} \quad (2.33)$$

Dans ANSYS-CFX, c'est ce qui est appelé la loi de paroi extensible. Cette loi peut être appliquée peu importe la distance normale entre le nœud sur le mur et le second nœud du



maillage, enlevant ainsi une contrainte lors de la construction du maillage. Lors de l'analyse des résultats, la forme de la variable  $y^+$  généralement utilisée est la suivante:

$$y^+ = \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \Delta n}{\mu} \quad (2.34)$$

$\Delta n$  : Distance normale au mur, entre le premier et le second nœud des points du maillage.

### c) Estimation de l'épaisseur de la couche limite

D'après ANSYS-CFX11 (1996-2006) et en se basant sur des corrélations, l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  et la distance du premier nœud à la paroi pour une plaque plane de longueur  $L$  sont donnés par :

$$\delta = 0,0035L Re_L^{-1/7} \quad (2.35)$$

$$\Delta y = L \Delta y^+ \sqrt{80} Re_x^{1/4} \frac{1}{Re_L} \quad (2.36)$$

Avec  $C$  une fraction tel que :

$$Re_x = C Re_L^{1/4} \quad (2.37)$$

On pose  $C^{1/4} \approx 1$ , et on supposant  $Re_x$  très petit l'équation 2.36 devient :

$$\Delta y = L \Delta y^+ \sqrt{80} Re_L^{-13/14} \quad (2.38)$$

Le nombre de nœuds dans la couche limite selon une direction normale au mur est 15.

$\Delta y^+$  est l'objectif à atteindre à une distance  $x$  pour avoir le premier point dans la sous-couche laminaire.

### d) Transfert de chaleur proche de la paroi :

Par analogie avec la loi de paroi pour la vitesse, une loi de paroi pour la température est utilisée. Selon la fonction de la loi de paroi de B.A.Kader (ANSYS 1996-2007), la température  $T^+$  adimensionnelle de la sous-couche limite thermique a un profil universel. La température  $T^+$  est définie par la relation suivante :

$$T^+ = \frac{\rho c_p U^* (T_w - T_F)}{q_w} \quad (2.39)$$

$T_w$  : Température du mur.

$T_F$  : Température du fluide à l'extérieur de la couche limite.

La distribution adimensionnelle de la température dans la zone logarithmique de la couche limite est modélisée par :

$$T^+ = \text{Pr } y^* e^{-\Gamma} + [2.12 \ln y^* + \beta] e^{-\Gamma} \quad (2.40)$$

Avec:

$$\beta = (3.85 \text{Pr}^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln \text{Pr} \quad (2.41)$$

$$\Gamma = \frac{0.01(\text{Pr } y^*)^4}{1 + 5 \text{Pr}^3 y^*} \quad (2.42)$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (2.43)$$

Une fois le modèle de turbulence et les conditions aux frontières choisis, il reste à valider ce modèle de turbulence pour un jet turbulent en utilisant ANSYS-CFX11 et comparer les résultats obtenus avec d'autres résultats numériques et expérimentaux. Les calculs suivent les étapes suivantes : calculs laminaires en 2D, calculs turbulents en 2D, calculs compressibles en 2D, calculs turbulents incompressibles en 3D et calculs turbulents compressibles en 3D. Ces résultats seront exposés dans le chapitre suivant.

## CHAPITRE 3

### VALIDATION

Avant d'utiliser les résultats d'ANSYS-CFX11 pour calculer l'écoulement d'un jet d'air chaud interne dans un système d'antigivrage d'aile d'avion, il est nécessaire de valider les résultats obtenus avec ce code. La validation se fait en comparant les résultats d'ANSYS-CFX11 avec des résultats expérimentaux et d'autres résultats numériques.

La comparaison se fait avec les résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) pour un jet rectangulaire en 2D impactant sur une plaque plane. Les résultats numériques utilisés pour la comparaison sont ceux de Heyerichs et Pollard (1996) et de Park et al. (2003). Les résultats numériques de Park et al. (2003) sont obtenus avec deux codes de calculs et comparés avec une solution de Galerkin indépendante du maillage. Ils utilisent un code qu'ils ont développé et qui est basé sur la méthode SUPG, et le code commercial Fluent.

Pour valider les calculs en 3D, nous utilisons les résultats expérimentaux de Bunker et Metzger (1990) pour un jet d'air chaud impactant sur le bord d'attaque d'une aube de turbine.

Généralement, les méthodes des volumes finis ou les méthodes des éléments finis utilisent les éléments structurés de la forme d'un parallélépipède pour les géométries simples et les éléments non structurés de la forme d'un triangle pour les géométries complexes. Les équations de conservation sont écrites sous formes algébriques et ensuite discrétisées pour chaque élément du champ d'écoulement. La méthode des différences finies est la base des deux autres méthodes (éléments finis et volumes finis). La précision de la méthode des différences finies dépend de la discrétisation du domaine de calcul et donc du nombre de nœuds utilisé, car les termes dérivés des équations sont en fonction des distance  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  (Munson, 2006). La comparaison des résultats trouvés par les méthodes des éléments finis (méthode SUPG de Park et al. (2003)) et des volumes finis (ANSYS-CFX11) va nous

permettre de valider l'utilisation du code ANSYS-CFX11. Cette comparaison sera exposée dans les paragraphes suivants.

### 3.1 Écoulement laminaire

Avant d'entamer les simulations d'un écoulement en 3D et en régime turbulent, il est préférable de simuler un écoulement simple en 2D et en régime laminaire. Nous comparons les coefficients de friction  $C_f$  calculés par ANSYS-CFX11 avec les coefficients de friction présentés par Park et al. (2003) obtenus avec leur code basé sur la méthode SUPG, le code commercial Fluent et la méthode Galerkin.

La méthode de Galerkin équivaut à la méthode des différences finies. Les résultats de cette méthode seront une référence de comparaison puisqu'il n'y a pas de résultats expérimentaux disponibles. CFX utilise la méthode des volumes finis avec un schéma de stabilisation de type « upwind » de 1<sup>er</sup> ordre.

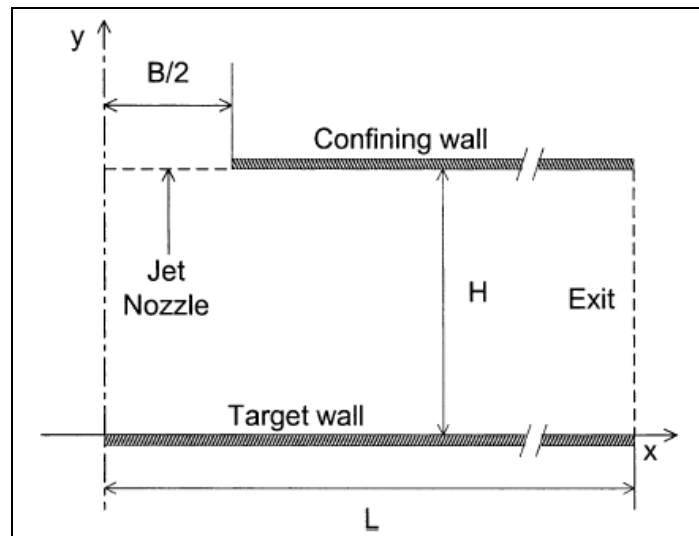
Le calcul du  $C_f$  est donné par :

$$C_f = \frac{\tau_{w,x}}{2\rho U_{in}^2} \quad (3.1)$$

La géométrie utilisée est celle proposée par Park et al.(2003) et est présenté à la Figure 3-1. Un jet rectangulaire vient impacter perpendiculairement sur une plaque plane et l'écoulement est confiné par un mur du côté supérieur. Le nombre de Reynolds est de 220 et les grandeurs adimensionnelles de la géométrie sont  $H/B = 2$  et  $L = 100B$ . La longueur  $L$  est prise suffisamment longue afin d'éviter l'influence des conditions aux bords à la sortie sur l'écoulement du jet. L'écoulement est stationnaire.

Pour notre simulation dans ANSYS-CFX11, le jet d'air est à une température  $T_j = 300$  [K] et à une vitesse  $U_{in} = 0,2$  [m/s]. Le jet est appliqué sur une plaque plane à partir d'une fente de

largeur  $B=2\text{cm}$ . La température de la plaque inférieure est  $T_s = 310 \text{ [K]}$ . La température est constante le long de la plaque. Une condition adiabatique est imposée sur le mur de confinement. Une condition de non glissement est imposée aux parois.

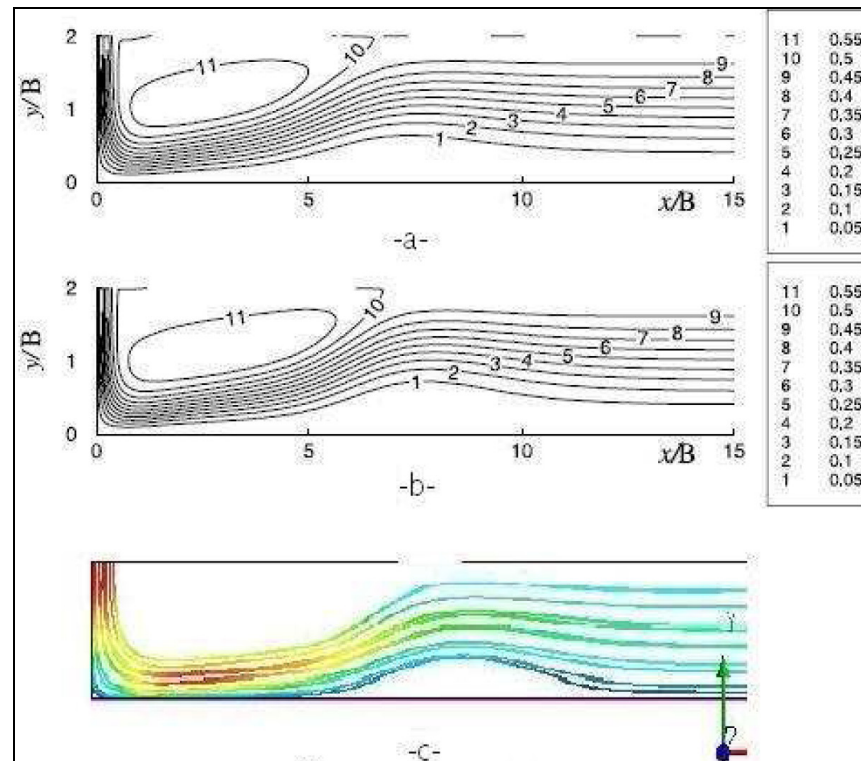


**Figure 3-1 Schéma de la géométrie d'une fente de largeur  $B$  et de la plaque plane.**  
Tirée de Park et al. (2003)

Un maillage hexaédrique de  $350 \times 100$  est réalisé dans ICEM. Pour comparer avec les résultats de Park et al. (2003), nous prenons le même nombre d'éléments distribués de façon non uniformes. La répartition des éléments dans le domaine du calcul est raffinée au niveau du mur et au bord de l'entrée pour mieux capter les changements dans l'écoulement tel que le gradient de vitesse et par conséquent les contraintes de cisaillement  $\tau_{wx}$ .

Les différents codes numériques utilisés par Park et al. (2003) sont : Fluent avec le schéma numérique upwind, une méthode d'éléments finis avec stabilisation SUPG et la méthode des différences finies de Galerkin. ANSYS-CFX11 utilise la méthode des volumes finis avec le schéma upwind de 1<sup>er</sup> ordre qui devrait être le même que pour FLUENT, car tout les deux utilisent la méthode des volumes finis (FVM) et le schéma centré à l'élément (cell-centered scheme). La Figure 3-2 représente les lignes de courants obtenues avec les trois méthodes

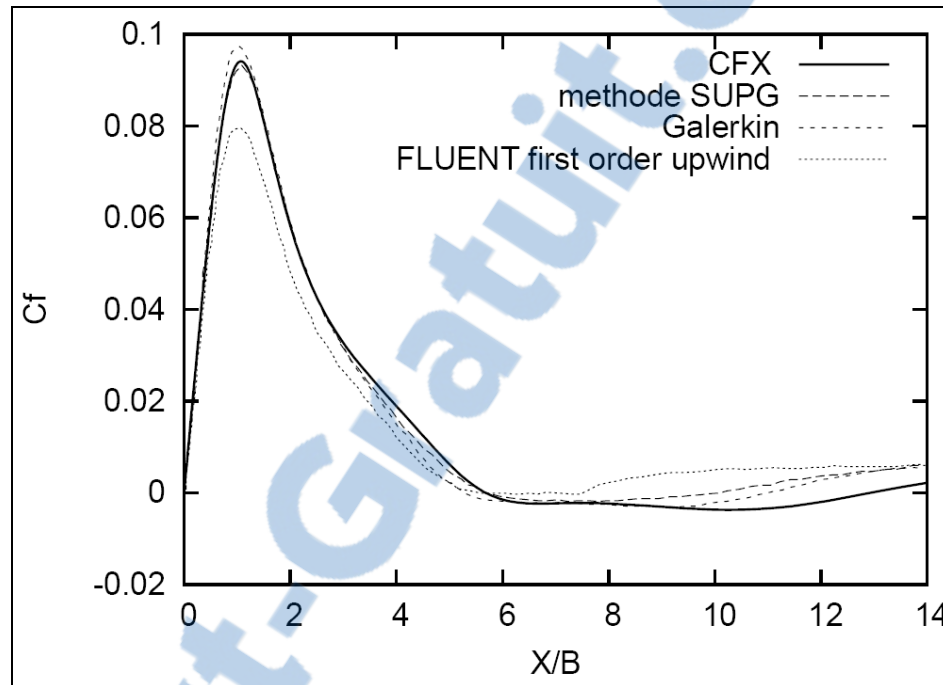
utilisées pour faire une comparaison. Dans l'article de Park et al. (2003), chaque numéro sur les lignes de courant correspond à une valeur qui n'est pas précisée. La comparaison des lignes de courant dans la Figure 3-2 montre l'existence d'une zone de recirculation et d'un deuxième vortex. Cette comparaison nous permet de conclure qu'ANSYS-CFX11 donne le même aspect des lignes de courant que Park et al. (2003).



**Figure 3-2 Comparaison des lignes de courant pour  $Re=220$  et  $H/B=2$ ,  
a) éléments finis, schéma SUPG (Park et al., 2003); b) solution  
Galerkin indépendante du maillage (Park et al., 2003); c) présente  
étude par ANSYS-CFX11 (schéma upwind 1er ordre).  
Tirée de Park et al.(2003)**

Sur la Figure 3-3, la courbe du coefficient de friction  $C_f$  obtenue avec ANSYS-CFX11 coïncide presque avec celle de Galerkin. Au point de stagnation, le  $C_f$  est nul car il n'y a pas de contraintes cisaillement dans cette zone. Les valeurs négatives de  $C_f$  indiquent qu'il y a un changement de direction dans l'écoulement (zone de recirculation), d'où l'orientation

des contraintes  $\tau_{wx}$  dans le sens opposé des  $x$ . En comparant avec les résultats de l'article de Park et al. (2003), nous remarquons que le maximum d'ANSYS-CFX11 passe légèrement au dessous du maximum de Galerkin mais coïncide presque parfaitement avec le maximum de la méthode SUPG.



**Figure 3-3 Coefficient de friction avec  $Re=220$ ,  $H/B = 2$ .**

Le bord de la fente représente un point singulier. À ce point, l'air entre perpendiculairement avec une vitesse  $U$  (grande vitesse) et croise l'écoulement parallèle au mur qui a une vitesse faible. D'après les simulations réalisées avec ANSYS-CFX11, la zone est très critique pour nos résultats. Il faut donc raffiner le maillage dans cette zone pour capter les rapides changements de valeurs des variables de l'écoulement. Par exemple, le gradient de vitesse est très grand juste à gauche du bord de la fente et au début du mur de confinement.

En conclusion, en comparant les lignes de courant dans tout les cas, la zone de recirculation a la même longueur  $X/B = 5$ . Le second vortex apparaît clairement (Figure 3-2). La courbe du  $C_f$  obtenue avec ANSYS-CFX11 concorde le mieux avec celle de Galerkin et celle de la

méthode SUPG de Park et al. Le faible décalage entre les courbes de  $C_f$  est causé par la diffusion numérique des différents schémas de stabilisation (Park et al., 2003). Cette comparaison des lignes de courant et des  $C_f$  permet de dire que ANSYS-CFX11 donne de bons résultats comparativement aux autres codes numériques.

### 3.2 Écoulement turbulent en 2D

Dans la littérature, nous trouvons quatre expériences pertinentes et une étude numérique pour valider les résultats des simulations d'un jet impactant d'ANSYS-CFX11. Ces expériences sont choisies car elles sont citées dans plusieurs articles et sont simples à reproduire. La géométrie utilisée est identique à celle utilisée en laminaire. En premier lieu, les résultats d'ANSYS-CFX11 seront comparés avec :

- a. Les résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) pour une géométrie  $H/B = 2,6$  et  $Re = 10\ 200$  (ANNEXE 1 : Figure 1.1).
- b. Une deuxième comparaison avec les résultats numériques de Heyerichs et Pollard (1996) qui utilisent leur code avec le modèle  $k - \omega$  de Wilcox (Heyerichs et Pollard, 1996), avec  $Re = 10\ 000$  et la même géométrie (ANNEXE 1 : Figure 1.2).
- c. Une troisième comparaison avec les données expérimentales de Cadek (Heyerichs et Pollard, 1996) avec  $Re = 10\ 000$  et  $H/B = 2$  (ANNEXE 1 : Figure 1.3).
- d. Une quatrième comparaison avec les données expérimentales de Gardon (tiré de Heyerichs et Pollard (1996)) avec  $Re = 11\ 000$  et  $H/B = 2$  (ANNEXE 1 : Figure 1.4)
- e. Les résultats numériques de Park et al. (2003) qui utilisent un code d'élément fini avec une méthode SUPG,  $Re = 11\ 000$  et  $H/B = 2,6$ .

En écoulement laminaire, le coefficient de friction  $C_f$  a servi pour la validation préliminaire.

En écoulement turbulent, le nombre de Nusselt local sera utilisé :



$$Nu = \frac{h_f \phi_H}{k_f} \quad (3.2)$$

Sachant que :

$$q'' = h_f (T_s - T_j) \quad (3.3)$$

Finalement, le nombre de Nusselt que calcule ANSYS-CFX11 sera :

$$Nu = \frac{q'' \phi_H}{(T_s - T_j) k_f} \quad (3.4)$$

Dans le cas d'une buse (i.e. en 3D), le nombre de Nusselt  $Nu$  est défini par :

$$Nu = \frac{q'' 2B}{(T_s - T_j) k_f} \quad (3.5)$$

Dans le cas d'une fente, le nombre de Nusselt  $Nu$  est défini par :

$$Nu = \frac{q'' B}{(T_s - T_j) k_f} \quad (3.6)$$

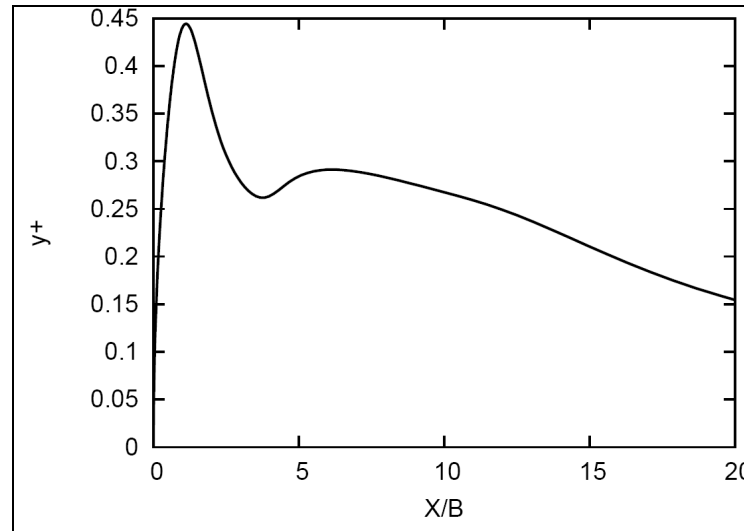
Le nombre de Nusselt moyen :

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h_f} \phi_H}{k_f} \quad (3.7)$$

### 3.2.1 Étude du maillage

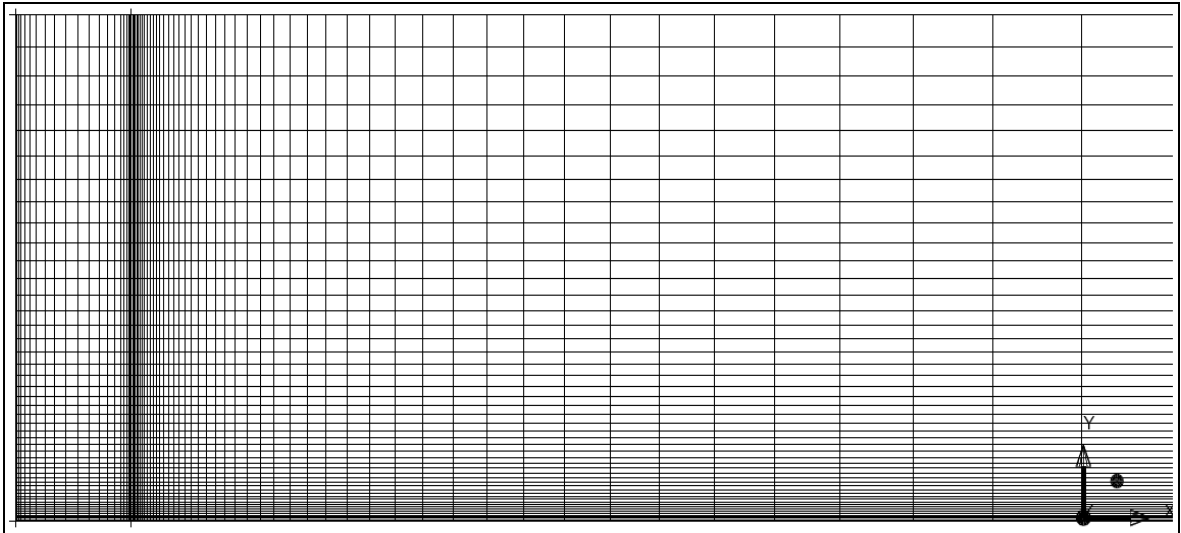
Pour avoir un nombre minimum de nœuds sans trop influencer la performance d'un modèle de turbulence et la résolution de la couche limite, il faut s'assurer d'avoir le premier nœud du maillage à partir du mur dans la sous couche laminaire. Il faut aussi augmenter le nombre d'élément dans la couche limite, donc proche de la plaque plane inférieure. En dehors de la couche limite, le nombre d'éléments peut-être réduit, de cette façon le problème converge avec moins d'itérations et le temps de calcul est réduit.

Lors du maillage en utilisant ICEM, il faut imposer l'espacement du premier nœud du mur de sorte à avoir des valeurs de  $y^+ \leq 1$  (même  $y^+ \leq 5$  est acceptable). L'analyse des résultats des simulations permet de vérifier que cette condition est respectée, comme on peut le voir sur la Figure 3-4.



**Figure 3-4 Évolution de  $y^+$  en fonction de  $X/B$  avec  $Re=11\ 000$  pour un maillage hexaédrique  $350 \times 100$ , distance premier nœuds  $0,0001\text{cm}/B$ .**

Le maillage généré dans ICEM (Figure 3-5) est utilisé dans nos simulations. Pour avoir cet intervalle de  $y^+$ , la distance entre le premier nœud est le mur est fixée à  $0,0001\text{cm}/B$  lors de la génération du maillage. Les équations de l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  (équation 2.35) et de l'épaisseur de la première couche  $\Delta y$   $\Delta y = L\Delta y^+ \sqrt{80} Re_L^{-13/14}$  (2.38) vont servir comme hypothèses pour un premier maillage. Ces deux dernières équations sont des corrélations suggérées par ANSYS-CFX11 pour un écoulement sur une plaque plane mais pas pour un jet impactant sur une plaque. Pour représenter la couche limite, la distribution du maillage dans la direction de  $H$  suit la loi exponentielle avec un ratio de 1,2, nous aurons donc une concentration d'éléments au niveau de la plaque.



**Figure 3-5 Maillage non uniforme en 2D (350x100 avec ICEM).**

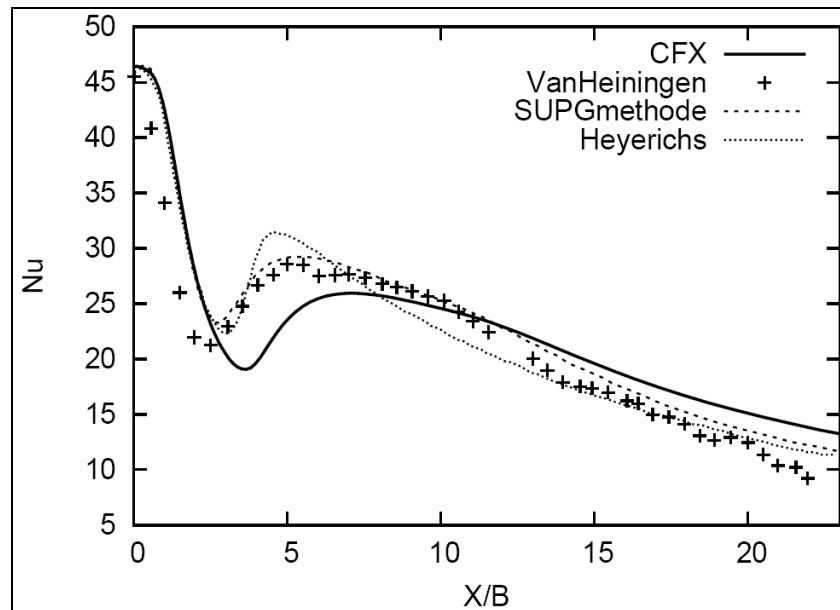
En observant l'évolution du nombre de Nusselt local avec la distance  $X/B$ , nous remarquons une discontinuité sur la courbe (Figure 3-8) à une distance  $X/B = 0,5$  du point de stagnation. Pour palier à cette discontinuité, une distribution bi exponentielle est imposée avec une épaisseur de  $0,01 \text{ cm}/B$  pour le premier élément sur le bord de la fente.

### 3.2.2 Comparaison préliminaire des nombres de Nusselt

Dans la littérature, les résultats disponibles pour cette géométrie n'utilisent pas tous exactement le même nombre de Reynolds. Nous comparons la courbe du nombre de Nusselt local pour des nombres de Reynolds qui sont proches, comme l'ont fait Park et al. (2003). Nos résultats sont obtenus à un Reynolds de 11 000, comme ceux obtenus avec le code d'éléments finis utilisant le schéma SUPG de Park et al. (2003).

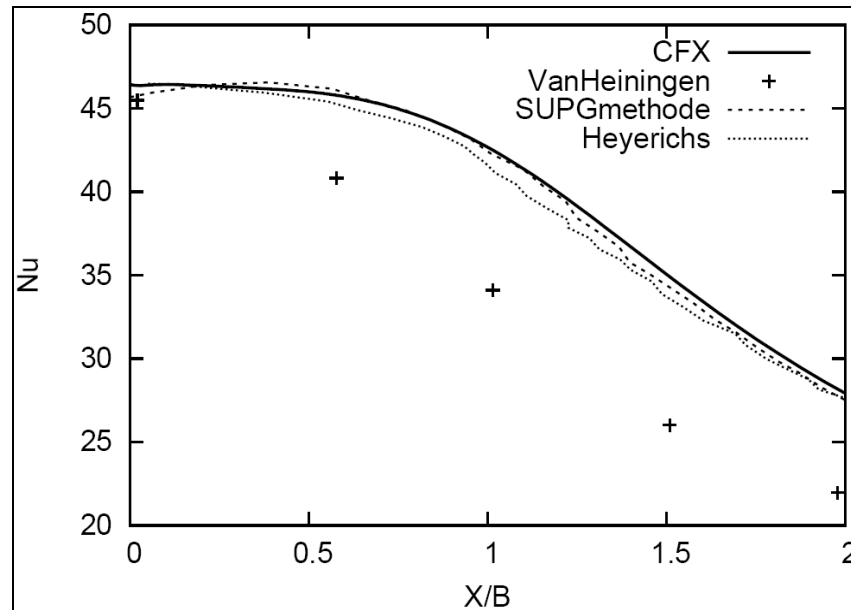
La Figure 3-6 représente la variation du nombre de Nusselt local le long de la plaque impactée, avec une géométrie  $H/B = 2,6$  et  $Re = 11\,000$ . Le nombre de Nusselt est comparé avec les données expérimentales de Van Heiningen pour  $Re = 10\,200$ , les données

numériques de Park et al. (2003) et les données numériques de Heyerichs et Pollard (1996). Le modèle de turbulence est  $k - \omega$  avec une intensité de turbulence  $I = 4\%$ . La distance du premier nœud au mur est  $y^+ \leq 1$ .



**Figure 3-6 Comparaison des courbes du nombre de Nusselt avec les données expérimentales et numériques avec  $H/B=2,6$ ,  $Re=11\ 000$  pour ANSYS-CFX11;  $Re=10\ 000$  pour Heyerichs et Pollard (1996);  $Re=10\ 200$  pour Van Heiningen (Park et al., 2003).**

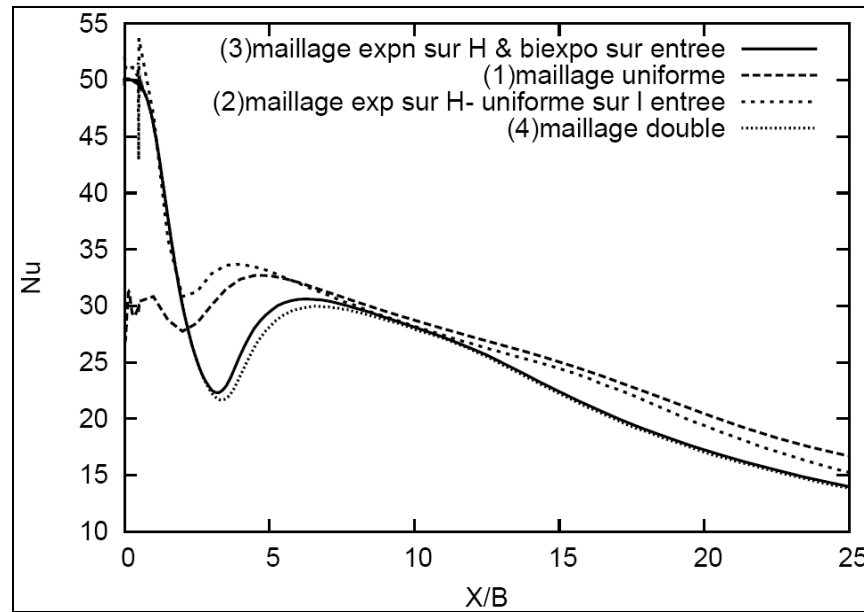
Les courbes de Nusselt (Figure 3-6) coïncident bien dans la zone de stagnation et laissent apparaître un second maximum. Pour ANSYS-CFX11 et Heyerichs et Pollard, les courbes du nombre de Nusselt sont inversement décalées par rapport aux résultats expérimentaux. Expérimentalement le premier maximum est au point de stagnation, mais pour le schéma SUPG de Park et al. (2003), il est à  $X/B = 0,5$  et pour ANSYS-CFX11 à  $X/B = 0,01$  (Figure 3-7). Les résultats de Heyerichs et Pollard et de Van Heiningen ne montrent pas cette déflexion.



**Figure 3-7 Comparaison des courbes du nombre de Nusselt avec les données expérimentales de Van Heiningen (1982) et numériques de Park et al. (2003) dans la zone de stagnation.**

Pour voir l'influence de la discrétisation de la couche limite sur le résultat, plusieurs maillages sont utilisés. La Figure 3-8 montre les courbes de Nusselt obtenues avec ces différents maillages. Dans la zone de stagnation, la courbe de Nusselt (numéro 3) et la courbe de Nusselt (numéro 4) obtenue avec un maillage deux fois plus dense sont superposées. La solution est pratiquement indépendante du maillage. La courbe (numéro 1) montre qu'un maillage uniforme dans le domaine de calcul donne un résultat loin des autres courbes. La courbe (numéro 2) montre qu'une distribution uniforme à l'entrée du jet présente une discontinuité dans la courbe.

Suite aux remarques du précédent paragraphe, le choix porte sur un maillage avec une distribution exponentiel le long de H (la hauteur du jet) à partir de la plaque d'impact, et une distribution bi exponentiel à l'entrée du jet depuis le centre jusqu'au bord de l'entrée. Une densité d'éléments est appliquée le long du jet



**Figure 3-8 Influence de la distribution des nœuds du maillage sur l'évolution du nombre de Nusselt avec  $Re = 11\ 000$  et  $H/B = 2,6$ .**

### 3.2.3 Estimation de la plage d'erreur

Une quantification d'incertitude en CFD pour évaluer la précision des résultats est proposée par Roache (1994) en se basant sur la théorie de l'extrapolation généralisée de Richardson. Cette quantité s'appelle Grid Convergence Index (GCI), exprimée par :

$$GCI[maillagefin] = \frac{3|\varepsilon|}{(r^p - 1)} \quad (3.8)$$

$$r = \frac{h_2}{h_1} \quad (3.9)$$

$h_1$  : L'espaceur du maillage fin.

$h_2$  : L'espaceur du maillage grossier.

Avec un ratio  $r = 2$  et une méthode du second ordre ( $p = 2$ ) tel que celle utilisée dans ANSYS-CFX11, l'indice devient :

$$GCI = |\varepsilon| \quad (3.10)$$

La valeur du Nusselt obtenu avec un maillage de référence à un nœud donné sur la plaque est comparée avec la valeur du Nusselt à un espacement deux fois plus petit. Donc  $Nu_{ref}(i)$  sera comparé avec  $Nu_{mail.double}(2i)$ , avec  $i$  le nombre de nœuds sur la plaque du maillage de référence, donc :

$$|\varepsilon| = \frac{Nu_{ref}(i) - Nu_{mail.double}(2i)}{Nu_{mail.double}(2i)} \quad (3.11)$$

En prenant la courbe de Nusselt (Figure 3-8) pour calculer le GCI avec un maillage deux fois plus dense (courbe 4) comparé au maillage de référence (courbe 3), nous obtenons une plage moyenne d'erreur acceptable telle que  $GCI = 5\%$ .

Lorsque nous comparons entre un maillage uniforme (courbe 1) et un maillage raffiné proche du mur (courbe 3) l'erreur est  $\varepsilon = 97\%$ , ce qui représente une très grande erreur. Donc un maillage uniforme est à écarter.

### 3.2.4 Comparaison du nombre de Nusselt pour différents Re

La validation de ANSYS-CFX11 s'est fait, en laminaire, en comparant le coefficient de friction aux résultats d'autres codes numérique, et en turbulent, en comparant le nombre de Nusselt avec plusieurs résultats expérimentaux et numériques mais avec un nombre de Reynolds fixe. Avant de calculer le nombre de Nusselt pour un écoulement compressible avec des nombres de Mach différents en subsonique, nous vérifions le comportement de ANSYS-CFX11 avec différents nombres de Reynolds en incompressible. Nous allons comparer le nombre de Nusselt local avec celui de la méthode SUPG et le nombre de Nusselt local expérimental de Van Heiningen.

La Figure 3-9 représente les courbes du nombre Nusselt tracées avec les données expérimentales de Van Heiningen, les données numériques de la méthode SUPG de Park et al. et les données numériques de ANSYS-CFX11. L'intensité de turbulence est  $I = 4\%$  et les nombre de Nusselt pour trois  $Re$  sont vérifiés : 9 800, 16 400 et 25 100.

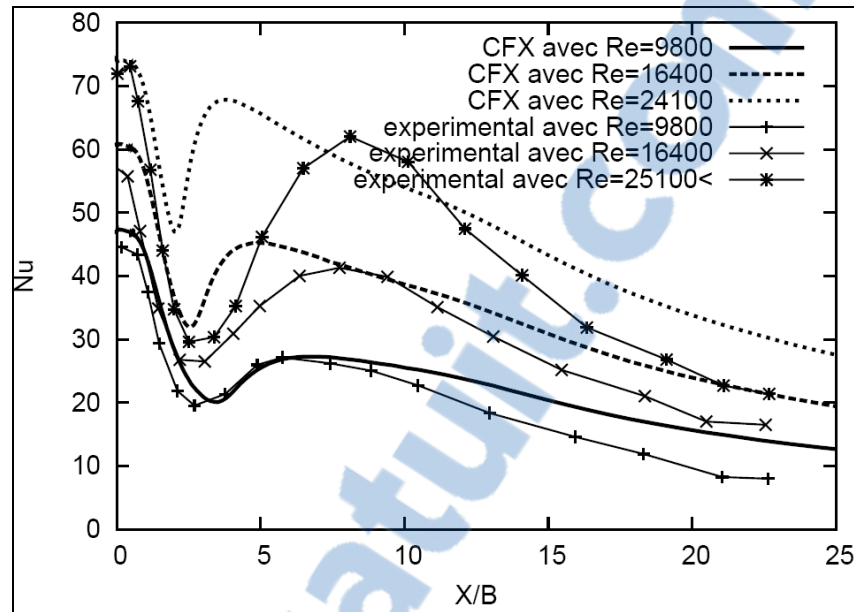
Un ratio  $H/B$  de 2,6 est utilisé, avec une largeur de fente  $B = 0,02$  m, une longueur  $L = 2,00$  m et une hauteur  $H = 0,052$  m. Le Tableau 3.1 résume les principaux paramètres qui changent avec le nombre de Reynolds et que nous imposons dans ANSYS-CFX:

Tableau 3.1 Les principaux paramètres qui varient avec le nombre de Reynolds

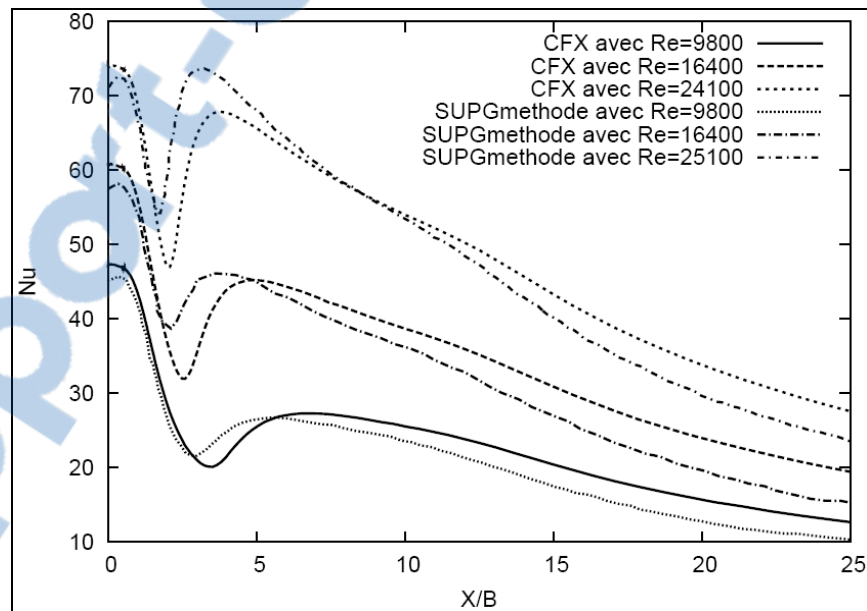
<b>Re</b>	9,80E+03	1,64E+04	2,51E+04
<b><math>k (m^2 / s)</math></b>	1,95E-01	5,45E-01	1,28E+00
<b><math>\omega_{in} (s^{-1})</math></b>	1,06E+06	2,97E+06	6,95E+06
<b><math>U_{in} (m/s)</math></b>	9,00E+00	1,51E+01	2,31E+01

Sur la Figure 3-10, les résultats d'ANSYS-CFX11 sont comparés avec les résultats expérimentaux de Van Heiningen. Nous remarquons sur la Figure 3-9, dans la zone de recirculation (entre  $X/B = 1$  et  $X/B = 7$ ), que l'écart qui sépare les courbes du  $Nu$  expérimentales et numériques des courbes de ANSYS-CFX11 s'accroît avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Le deuxième maximum a tendance à dépasser le premier maximum tout en s'approchant dans la direction  $x$  de ce dernier. Sur la Figure 3-10, qui compare les résultats d'ANSYS-CFX11 avec les résultats numériques de Park et al. (2003), nous remarquons que les courbes de  $Nu$  de Park et al. (2003) augmentent plus vite que celles d'ANSYS-CFX11.





**Figure 3-9 Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt : comparaison avec les données expérimentales de Van Heiningen (1982).**



**Figure 3-10 Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt : comparaison avec les données numériques de Park et al. (2003).**

### 3.3 Justification du choix des paramètres de calcul

Dans cette section, nous allons comparer les résultats des calculs effectués avec les données expérimentales dans le but de justifier le choix de différents paramètres à imposer dans nos simulations.

Les paramètres de calcul étudiés sont le schéma de stabilisation, le modèle de turbulence et le maillage. Pour comparer les courbes du nombre de Nusselt obtenues par ANSYS-CFX11, nous utilisons un paramètre de calcul d'erreur. Pour le calcul de cette erreur, nous faisons la moyenne des Nusselt numérique et expérimental le long du mur. Le calcul de l'erreur moyenne sur le nombre du Nusselt moyen sera donné par :

$$\varepsilon = \frac{\overline{Nu(numerique)} - \overline{Nu(experimental)}}{\overline{Nu(numerique)}} \quad (3.12)$$

#### 3.3.1 Schéma de stabilisation

Sur la Figure 3-11, nous présentons la comparaison des nombres de Nusselt calculés par ANSYS-CFX11 avec les données expérimentales de Van Heiningen. Le modèle de turbulence choisi est  $k - \omega$  avec une intensité de turbulence  $I = 4\%$ . La comparaison des différents schémas de stabilisation permet d'opter pour le schéma appelé Blend Factor dans ANSYS-CFX11. Ce facteur est pris avec une valeur de 0,75 car d'après ANSYS-CFX (ANSYS 1996-2007), ce nombre permet d'utiliser un schéma du deuxième ordre s'il y a un faible gradient et un schéma de premier ordre si le gradient est grand. L'utilisation du schéma Upwind de premier ordre est robuste et permet un gain sur le temps de calcul mais il est très diffusif et il est utilisé que pour les équations de turbulence.

L'erreur moyenne par rapport aux résultats expérimentaux de VanHeiningen donne :

$$\overline{\varepsilon}_{highResolution} = 40,6\% ;$$

$$\overline{\varepsilon}_{Blendfactor} = 32\% ;$$

$$\overline{\varepsilon}_{upwind} = 41,4\%.$$

L'erreur moyenne du Blend Factor,  $\overline{\varepsilon}_{Blendfactor} = 32\%$ , est la plus petite.

D'après la Figure 3-11, la courbe avec le schéma de stabilisation Blend Factor est la plus proche de la courbe de Nusselt expérimentale dans la zone de stagnation entre  $X/B = 0$  et  $X/B = 3$ . Loin de cette zone et dans la zone de recirculation, c'est le schéma upwind qui s'approche des résultats expérimentaux mais au-delà de  $X/B = 7$  le schéma Blend Factor reprend l'avantage. Donc le schéma de stabilisation Blend Factor sera choisi pour nos calculs en 3D et en compressible.

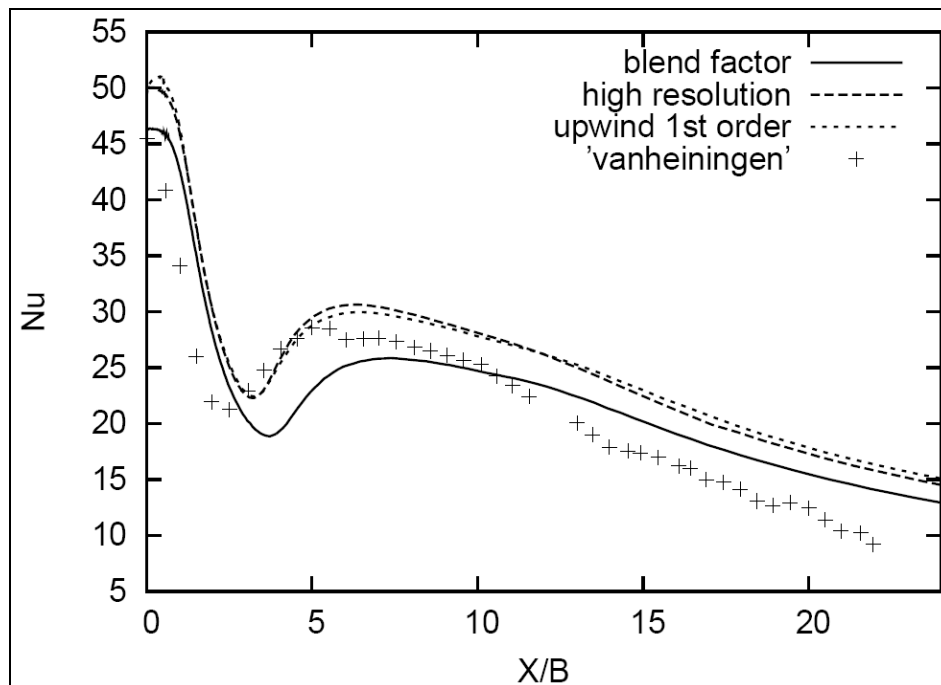


Figure 3-11 Modèle de turbulence avec différents schémas de stabilisation comparés. Avec  $Re = 11\ 000$  et  $H/B = 2,6$  et un maillage structuré  $100 \times 250$ .

### 3.3.2 Influence du modèle de turbulence :

#### a- Modèle de turbulence $k - \omega$ :

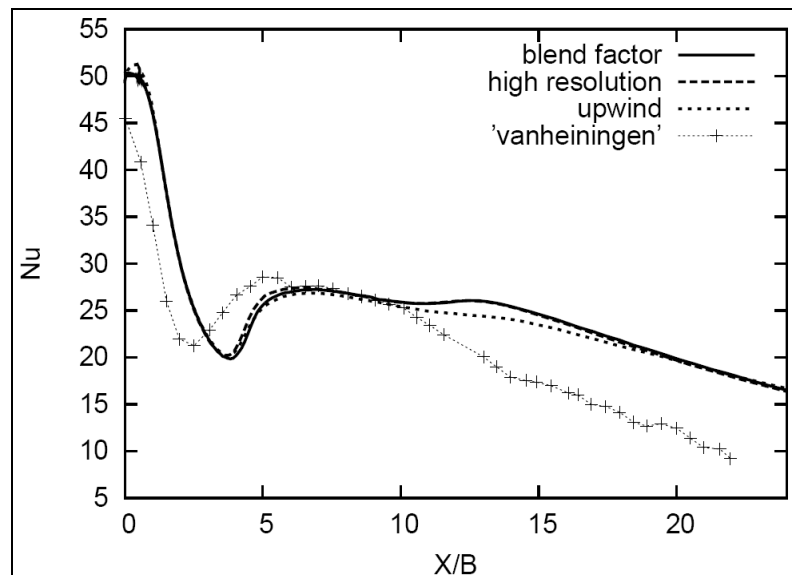
Comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe 3.3.1 et d'après la Figure 3-11 et la Figure 3-15, le modèle de turbulence  $k - \omega$  utilisé dans ANSYS-CFX prédit des nombres de Nusselt très proches de ceux de la courbe de VanHeiningen.

L'erreur de ce modèle avec blend factor est :  $\bar{\varepsilon}_{k-\omega} = 32\%$ .

### b- Modèle de turbulence SST

La Figure 3-12 présente les courbes de Nusselt calculées par ANSYS-CFX11 avec le modèle de turbulence SST et avec les trois schémas de stabilisation. Ces courbes sont comparées avec les données expérimentales de VanHeiningen.

L'erreur de ce modèle avec blend factor est :  $\bar{\varepsilon}_{SST} = 38\%$ .



**Figure 3-12 Modèle de turbulence SST avec différents schémas de stabilisation comparés aux résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) Avec  $Re = 11\ 000$  et  $H/B = 2,6$  et un maillage structuré  $100 \times 250$ .**

### c- Modèle de turbulence $k - \varepsilon$

Les calculs avec le modèle de turbulence  $k - \varepsilon$  d'ANSYS-CFX11 donnent des courbes du nombre de Nusselt éloignées des résultats expérimentaux de VanHeiningen. La Figure 3-13 présente la courbe du Nusselt avec différents schémas de stabilisation disponibles dans ANSYS-CFX11 (avec une intensité de turbulence  $I = 4\%$  imposée à l'entrée). Tous les schémas surestiment le transfert de chaleur dans l'écoulement et les courbes sont au dessus de la courbe expérimentale. Les deux maximums sont loin des deux maximums de VanHeiningen, soit pour le point de stagnation, soit pour la zone de recirculation. L'erreur moyenne pour ce modèle avec les différents schémas de stabilisation est :  $\overline{\varepsilon_{k-\varepsilon}} = 50\%$ .

Sur la Figure 3-14, les courbes du Nusselt sont tracées pour plusieurs valeurs d'intensité de turbulence imposée à l'entrée du jet. L'augmentation de l'intensité fait augmenter le premier maximum et le déplace vers le premier maximum expérimental, par contre le deuxième maximum reste au même endroit. Malgré l'utilisation des différents schémas de stabilisation avec le modèle  $k - \varepsilon$ , les courbes restent éloignées de la courbe expérimentale.

L'erreur moyenne par rapport aux résultats de VanHeiningen donne :

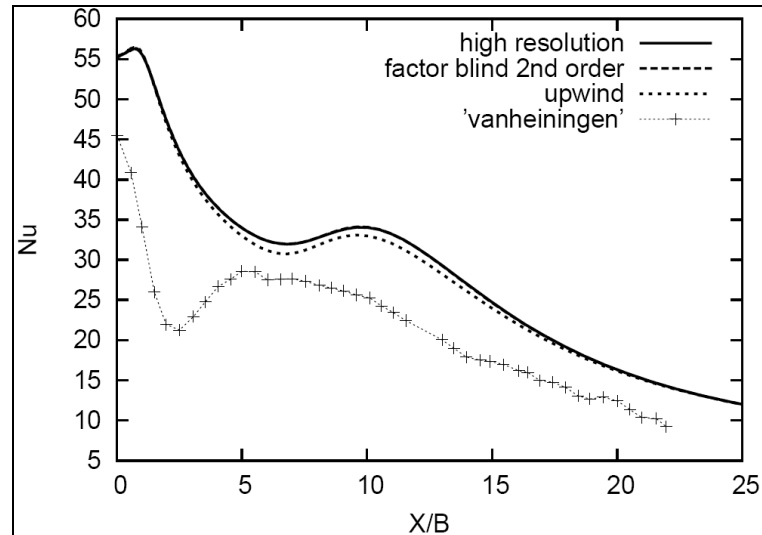
$$\overline{\varepsilon_{I=1\%}} = 41\% ;$$

$$\overline{\varepsilon_{I=5\%}} = 31\% ;$$

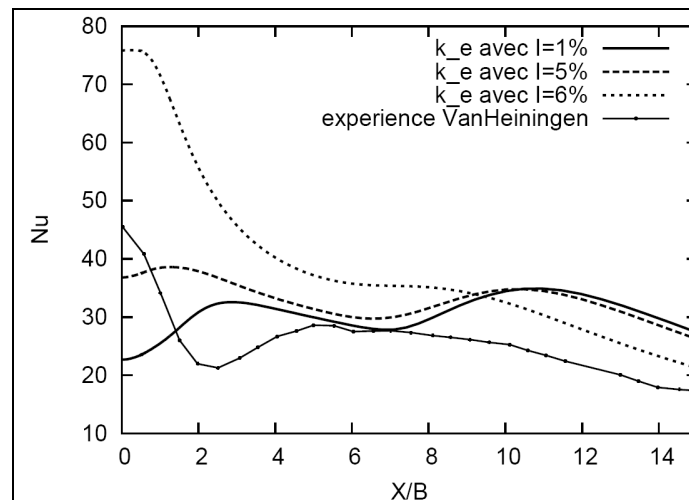
$$\overline{\varepsilon_{I=6\%}} = 49\% .$$

Même pour une valeur d'erreur de 30% avec  $I = 1\%$ , la courbe sur la Figure 3-14 reste loin de la courbe expérimentale. L'erreur calculée est moyennée. Donc les basses valeurs du Nusselt à gauche de la courbe et les grandes valeurs de Nusselt à droite se compensent et l'erreur moyenne donne une fausse idée sur le résultat. Pour le cas  $I = 5\%$ , la courbe tend à s'approcher de la courbe de Van Heiningen mais reste malgré tout loin des valeurs expérimentales. Pour le cas  $I = 6\%$ , l'erreur est grande et l'intensité de turbulence influe beaucoup sur le premier maximum. En résumé le modèle  $k - \varepsilon$  avec différentes valeurs

d'intensité de turbulence ne donne pas de résultats satisfaisants comparativement à la courbe expérimentale de Van Heiningen.



**Figure 3-13** Modèle de turbulence  $k - \varepsilon$  avec différent schémas de stabilisation comparé aux résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) Avec  $Re = 11\ 000$  et  $H/B = 2,6$  et un maillage structuré de  $100 \times 250$ .



**Figure 3-14** Résultats du modèle  $k - \varepsilon$  avec différente intensité de turbulence  $I$  comparés aux résultats expérimentaux de Van Heiningen (1982) avec  $Re=11\ 000$  et  $H/B = 2,6$  pour un maillage structuré de  $100 \times 250$ .

#### **d- Comparaison entre les trois modèles de turbulence**

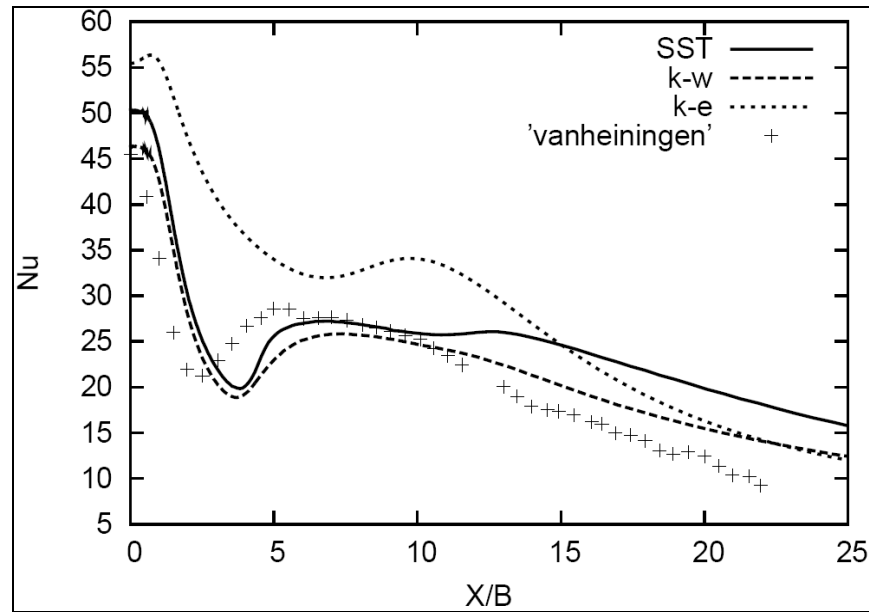
D'après la Figure 3-15, la courbe du nombre de Nusselt obtenue avec le modèle  $k - \omega$  est la plus proche de la courbe de VanHeiningen. Par contre la courbe SST est la plus proche dans la zone de recirculation entre  $X/B = 4$  et  $X/B = 10$ . Le modèle  $k - \varepsilon$  est loin des résultats de VanHeiningen. Comme nous, Hofmann et al.(2004) arrivent à la conclusion que les différents modèles  $k - \varepsilon$  avec différentes intensités de turbulence, ne sont pas adaptés au jet d'air impactant sur une plaque plane et cela dans la zone de stagnation.

En résumé, l'erreur par rapport aux résultats de VanHeiningen donne :

$$\bar{\varepsilon}_{k-\omega} = 32\%$$

$$\bar{\varepsilon}_{k-\varepsilon} = 40,2\%$$

$$\bar{\varepsilon}_{SST} = 38\%$$



**Figure 3-15 Comparaison des modèles de turbulence utilisés dans ANSYS-CFX.**

### 3.4 Écoulement turbulent en 3D

Bunker et Metzger (1990) ont étudiés expérimentalement le transfert de chaleur dans un système de refroidissement des pales de turbines à gaz. La géométrie utilisée est représentée sur la Figure 3-16. Dans leurs expériences, ils font varier le nombre de Reynolds, la hauteur  $Z$  entre l'entrée du jet et le bord d'attaque, et la distance  $C$  qui sépare les centres des entrées des jets.

Pour nos calculs, nous avons choisi le cas avec un nombre de Reynolds,  $Re = 6750$ , une hauteur  $Z/B = 24$ , un rayon de courbure  $r/R = 1$ ,  $C/D = 3,33$  et un diamètre du jet  $D = 2$  cm (Figure 3-17).

La comparaison avec l'expérience est basée sur le calcul du nombre de Nusselt moyen. Le nombre de Nusselt est moyenné sur des lignes représentant l'intersection de la surface du bord d'attaque et des plans de coupes perpendiculaires au jet le long de l'axe des abscisses  $x$ .

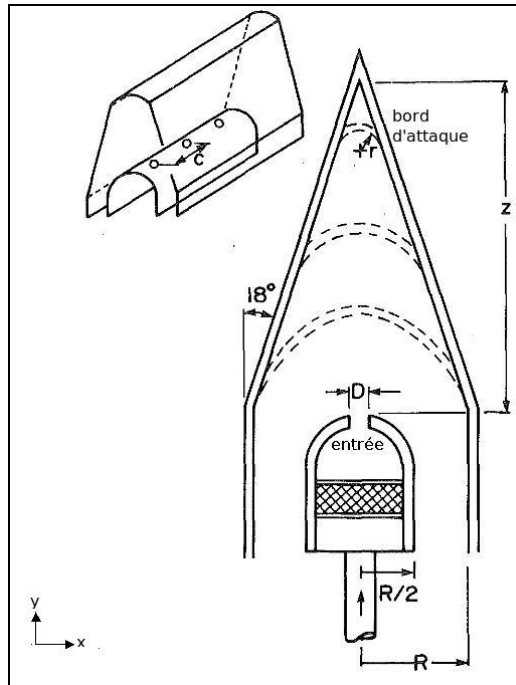


### 3.4.1 Description du dispositif expérimental

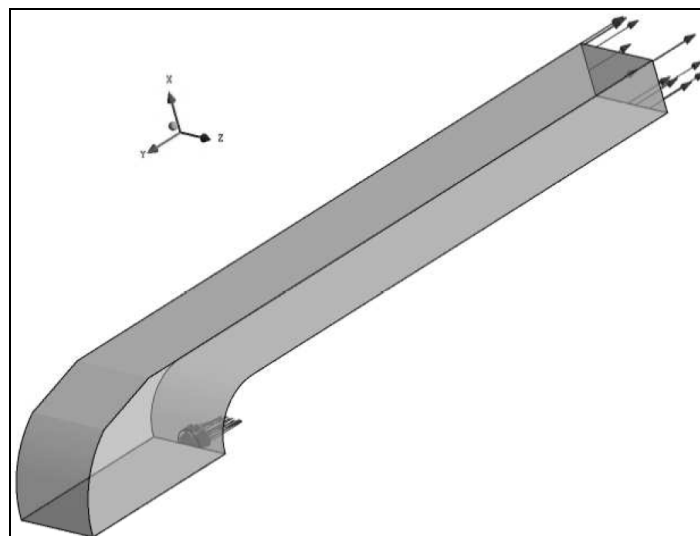
Le dispositif expérimental de Bunker et Metzger (1990) est constitué d'une chambre de tranquillisation de diamètre  $R = 7,62$  cm munie d'une ou plusieurs buses de diamètre  $D$ .  $C$  est la distance qui sépare les centres des buses. La distance  $Z$  représente la hauteur du jet entre la buse et le sommet du triangle (bord d'attaque). Le bord d'attaque est représenté par l'ensemble des courbes de rayon  $r$  et le plan incliné à partir du sommet jusqu'à la base du canal de largeur  $2R$  et de longueur  $40,64$  cm. Le plan incliné et le canal forme un angle fixe de  $18^\circ$ . Par rapport à  $B$ , le diamètre de l'entrée du jet est obtenu si on pose :

$$BC = \pi D^2 / 4 \quad (3.13)$$

Le jet d'air chaud sort à une température  $T_j = 348$  K. Le bord d'attaque se trouve à la température ambiante  $T_s = 296$  K. Le nombre de Reynolds est  $Re = 6750$ , ce qui correspond à une vitesse d'entrée du jet  $U_{in} = 12$  m/s. La définition du nombre de Nusselt de l'équation 3.5 est utilisée.



**Figure 3-16** Dispositif utilisé par Metzger pour mesurer le transfert de chaleur dans un jet d'air sur le bord d'attaque.  
Tirée de Bunker et Metzger (1990)



**Figure 3-17** Géométrie obtenue avec  $Z/B = 24$  et  $r/R = 1$ .

### 3.4.2 Étude du maillage

Les éléments utilisés pour discrétiser le domaine de calcul sont des prismes près du mur et des tétraèdres ailleurs. La Figure 3-18 et la Figure 3-19 donnent un aperçu du maillage dans la zone d'impact du jet. Les prismes servent à mieux discrétiser la couche limite de l'écoulement. De la même manière qu'en 2D, nous appliquons les équations :

$$\delta = 0,0035 L Re_L^{-1/7} \quad (2.355)$$

$$\Delta y = L \Delta y^+ \sqrt{80} Re_L^{-13/14} \quad (2.388)$$

Pour estimer la distance du premier nœud par rapport au bord d'attaque et l'épaisseur de la couche limite lors de la construction du maillage. L'objectif de cette représentation est toujours d'avoir un  $y^+ \leq 5$ . Nous pouvons vérifier cette valeur en traçant le contour de  $y^+$  sur le bord d'attaque (Figure 3-21). L'épaisseur de la couche limite après vérification du  $y^+$  est de 0,41 cm avec un minimum de 16 couches de prismes à partir du point d'impact.

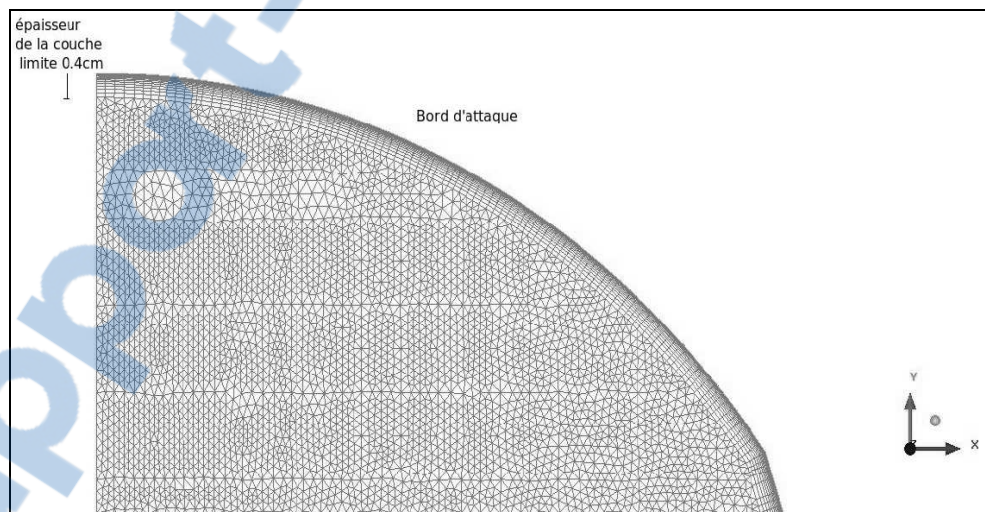
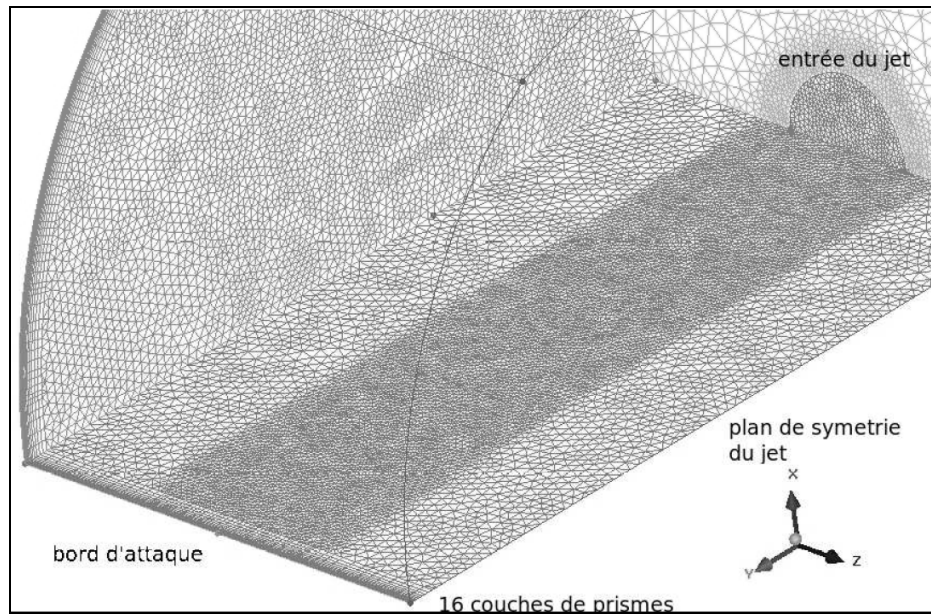


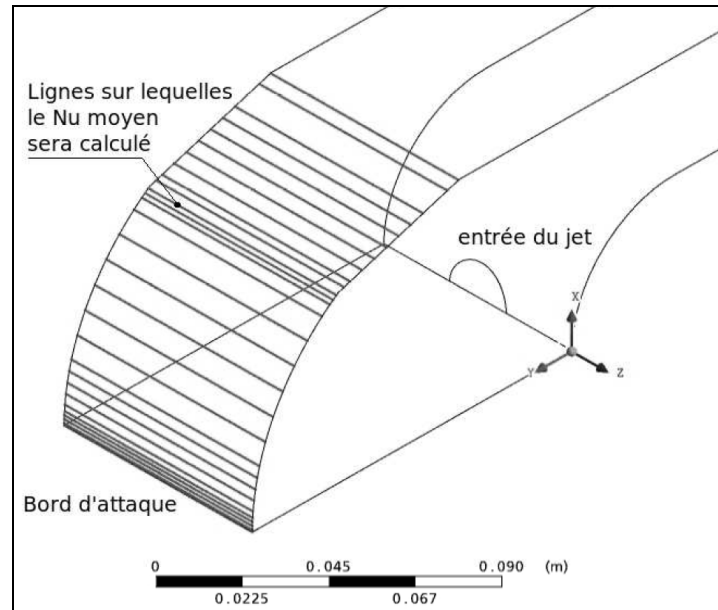
Figure 3-18 Couches de prismes au bord d'attaque(ICEM).



**Figure 3-19** Discrétisation du domaine de calcul avec des éléments tétraédrique (ICEM).

### 3.4.3 Résultats

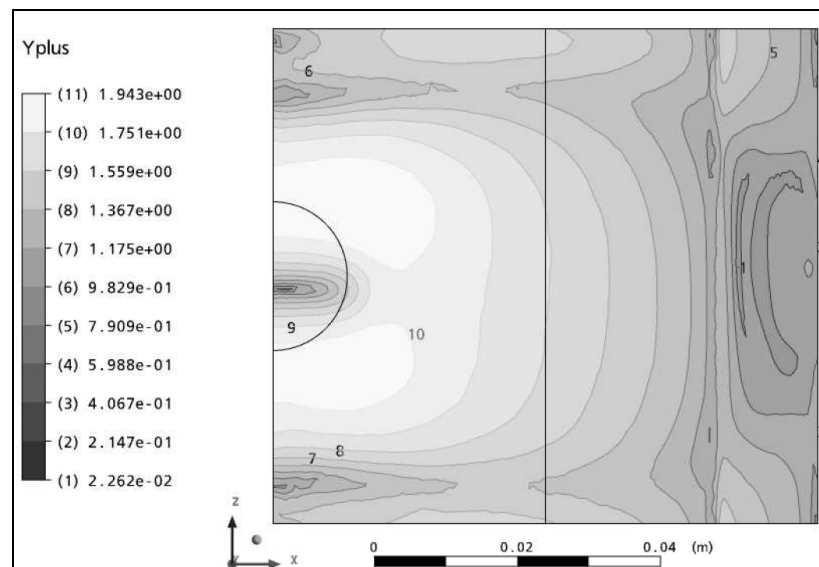
L'écoulement en 3D est très complexe et il présente plusieurs vortex, ce qui ralenti la convergence de la solution. Pour le calcul du nombre de Nusselt moyen, nous ajoutons des lignes polynomiales parallèles à l'axe des  $z$  sur le bord d'attaque (Figure 3-20) lors du post traitement de la solution. Nous moyennons le nombre de Nusselt calculé par ANSYS-CFX11 le long de ces courbes. Après chaque calcul, nous vérifions le contour  $y^+$  sur le bord d'attaque (Figure 3-21).



**Figure 3-20 Lignes sur lesquelles le Nu moyen est calculé.**

La Figure 3-22 représente la comparaison entre le nombre de Nusselt moyen calculé et la courbe expérimentale de Bunker et Metzger (1990). L'axe des abscisses est la distance curvilinéaire adimensionnelle  $s/B$ . Les barres d'erreurs sur la courbe expérimentale représentent l'incertitude expérimentale estimée par Bunker et Metzger (1990) à  $\pm 10\%$ . Les barres horizontales n'indiquent aucune incertitude sur la position des abscisses. Contrairement au cas turbulent 2D, nous remarquons un décalage vers le haut de la courbe du Nusselt moyen obtenue avec ANSYS-CFX11 comparativement à la courbe expérimentale de Bunker et Metzger. Les données expérimentales ne montrent pas le comportement de la courbe aux deux extrémités du bord d'attaque dans la zone de stagnation qui correspond au diamètre du jet et à  $s \geq 7,61\text{cm}$  ou  $s/B = 16$ . Dans le cas d'ANSYS-CFX11 le maximum au point d'impact dépasse celui de l'expérience, ce qui explique qu'ANSYS-CFX11 surestime le coefficient de convection dans la zone de stagnation. D'après Incropera et Dewitt (2002), un deuxième maximum existe pour une hauteur du jet  $Z/B \leq 5$  dans le cas d'un jet impactant sur une plaque plane. Dans notre cas  $Z/B = 24$  et le deuxième maximum visible est dû au changement dans la géométrie du bord d'attaque constituée par une surface courbe et un plan incliné.

Entre les deux distance curvilinéaires  $s/B = 0$  et  $s/B = 5$  qui délimitent la zone de stagnation, la courbe du Nusselt moyen de notre cas s'éloigne de la courbe expérimentale. Par contre, elle s'en approche dans la zone de recirculation entre les deux distances curvilinéaire à recirculation (Figure 3-23), ANSYS-CFX11 surestime le transfert de chaleur. Si nous comparons la courbe du nombre de Nusselt pour le cas 3D (Figure 3-22) et la courbe du Nombre de Nusselt en 2D (Figure 3-7) nous remarquons que les deux courbes ont la même allure dans la zone de stagnation. Les deux courbes présentent un maximum dans une zone qui correspond au diamètre du jet ( $s/B = 2.02$  pour le cas 3D) et à la largeur de la fente ( $X/B = 1$  en 2D). Les deux maximums ne coïncident pas avec le point de stagnation, chose qu'on ne peut pas confirmer dans les résultats expérimentaux de Bunker et Metzger (1990).

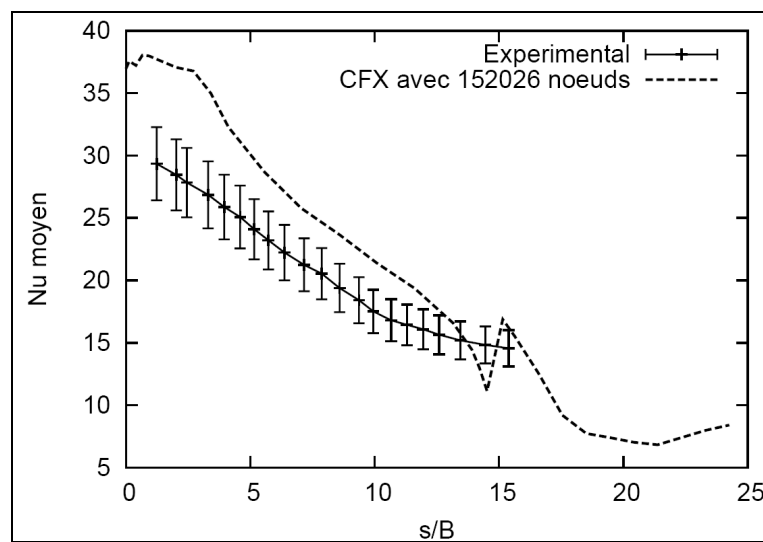


**Figure 3-21 Contour de  $y^+$  avec 16 couches de prismes, une distance du premier nœud au mur de 0,0046 cm /B et une épaisseur de la couche de prismes de 0,4 cm/B.**

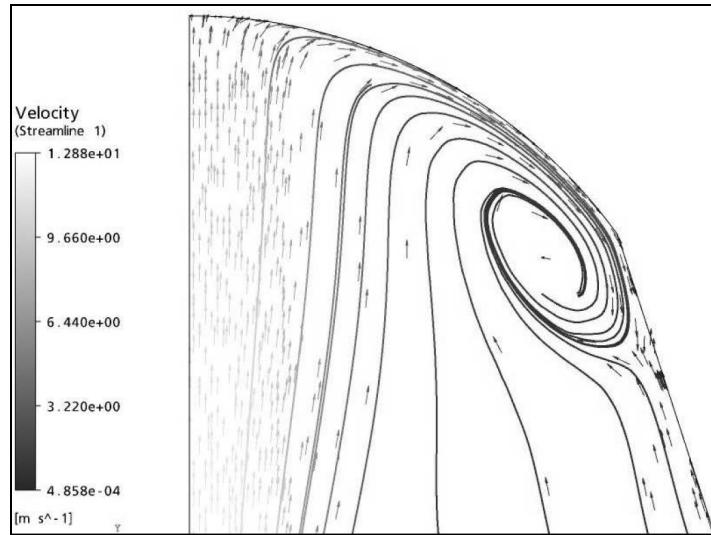
L'existence d'une grande zone de recirculation sur le bord d'attaque, la production de plusieurs vortex dans les trois directions, la complexité de la géométrie avec une surface courbe et une surface rectiligne inclinée, la variation du gradient de la vitesse à l'entrée du jet et dans le reste du domaine de calcul rendent l'écoulement calculé par ANSYS-CFX11 très

complexe. Un écoulement si complexe n'est probablement pas bien représenté par le modèle de turbulence  $k - \omega$ , ce qui explique la surestimation du transfert de chaleur.

En 2D, la résolution de l'écoulement donne des résultats qui concordent bien avec les résultats expérimentaux ou numériques d'une autre méthode pour un Reynolds de 11 000. Lorsque le Reynolds augmente, les résultats s'éloignent des résultats expérimentaux. Dans notre cas en 3D et comparativement à l'expérience de Bunker et Metzger (1990), nos résultats numériques sont moins satisfaisants qu'en 2D.



**Figure 3-22** Comparaison du nombre de Nusselt moyen avec les résultats expérimentaux de Bunker et Metzger (1990).



**Figure 3-23 Lignes de courant et vecteur vitesse dans la zone de recirculation obtenus avec ANSYS-CFX11 et le schéma upwind 1er ordre.**

### 3.4.4 Erreur numérique

Pour le calcul de l'erreur numérique, nous avons modifié le diamètre de  $D = 2\text{cm}$  à  $D = 0,5\text{cm}$  mais on conservant le rapport  $C/D = 3.33$ . Comme pour le maillage structuré dans son article, Roache (1994) estime la plage d'erreur pour un maillage non structuré par la même formule :

$$GCI(\text{maillagefin}) = \frac{3|\varepsilon|}{(r^p - 1)} \quad (3.14)$$

Seulement, pour un maillage non structuré le rapport entre la taille du maillage fin et grossier devient:

$$r(\text{effective}) = (N1/N2)^{1/D} \quad (3.15)$$

Avec :

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \quad (3.16)$$

$f_1, f_2$  : Les solutions dans un maillage fin et grossier respectivement

$N1, N2$  : Le nombre de nœuds pour un maillage fin et grossier respectivement

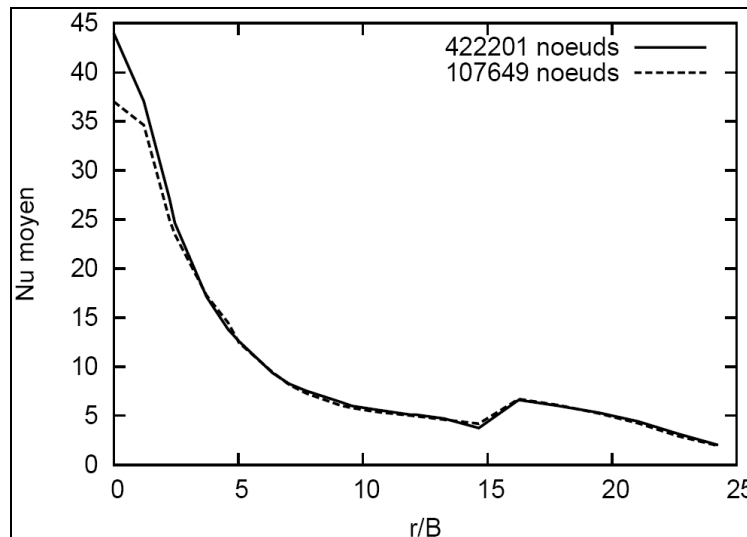


$D$  : la dimensionnalité du problème, dans notre cas  $D=3$ .

$p$  : représente l'ordre de la méthode, dans ANSYS-CFX11 le schéma de stabilisation est d'ordre 2, donc  $p=2$  dans notre cas.

Pour la géométrie avec un diamètre du jet  $D/B=4,12$ , Avec  $N1 = 308\ 965$  nœuds pour un maillage fin et  $N2 = 152\ 026$  nœuds pour un maillage grossier, le calcul du GCI d'après les données de la Figure 3-22 donne :  $GCI=1,7\%$

Pour la géométrie avec un diamètre du jet  $D/B = 1,02$ , Avec  $N1 = 422\ 201$  nœuds pour un maillage fin et  $N2 = 107\ 649$  nœuds pour un maillage grossier, le calcul du GCI au point d'impact d'après les données de la Figure 3-24 donne :  $GCI=19,7\%$ .



**Figure 3-24 Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour deux tailles de maillage différent avec un diamètre du jet  $D = 0,5\text{cm}$ .**

Dans ce chapitre on a montré que pour un écoulement laminaire 2D la courbe du  $C_f$  concorde avec les résultats des autres méthodes numériques et que ANSYS-CFX n'est pas diffusif. Pour l'écoulement turbulent 2D, on a opté pour le modèle de turbulence  $k - \omega$  parmi les

deux autres modèles  $k - \varepsilon$  et SST. L'intensité de turbulence est  $I=4\%$ . Ce modèle est choisi avec le schéma de stabilisation blend factor = 0,75 qui combine le schéma upwind 1<sup>er</sup> ordre et le schéma high resolution 2<sup>nd</sup> ordre. Le maillage est suffisamment raffiné au niveau de la plaque pour avoir un  $y^+ < 2,5$ . Pour l'écoulement turbulent 3D, l'écoulement devient plus complexe et présente des vortex dans les 3 directions ce qui influe sur la courbe du Nu. ANSYS-CFX surestime le transfert de chaleur comparativement aux résultats expérimentaux. ANSYS-CFX permet d'avoir un intervalle de confiance très satisfaisant sur tout le domaine avec un GCI = 1,7 %, mais spécifiquement au point de stagnation, l'intervalle est grand et donne un GCI = 19,7 %. Donc, la zone de stagnation doit être considérée comme un cas particulier pour estimer l'erreur.

## CHAPITRE 4

### RÉSULTATS ET INTÉRPRÉTATION

Dans les systèmes antigivre utilisant l'air chaud pour protéger le bord d'attaque d'aile d'avion, la vitesse du jet est généralement subsonique mais l'écoulement est compressible car le nombre de Mach varie entre 0,3 et 0,8 (Incropera et DeWitt, 2002). Le choix du maillage et le choix du modèle de turbulence ont été établis dans l'étude en 2D. Dans ce chapitre, nous allons étudier l'effet de la compressibilité sur le transfert de chaleur pour un jet d'air impactant sur une plaque plane en 2D et une plaque courbe en 3D. La géométrie utilisée dans ce cas d'écoulement compressible est la même utilisée que celle utilisé en incompressible et les conditions aux frontières seront les même sauf pour l'entrée du jet où le nombre de Mach varie.

#### 4.1 Conditions aux frontières

Nos calculs sont faits à un nombre de Reynolds de 11 000 en 2D et deux nombres de Reynolds de 6 750 et 11 000 en 3D. Pour avoir un nombre de Mach variable de 0,3 à 0,8 avec le même Reynolds et la même géométrie, les propriétés du fluide sont modifiées. Le fluide utilisé est un gaz parfait. Ce qui change avec le changement du nombre de Mach est : la vitesse d'entrée du jet, la température statique, la viscosité dynamique et la conduction thermique, données par les équations suivantes:

Le nombre de Mach :

$$U_{in} = Ma \cdot c \quad (4.1)$$

La température statique :

$$T_{stat} = T_{tot} - \frac{U_{in}^2}{2c_p} \quad (4.2)$$

La viscosité dynamique :

$$\mu = \frac{\rho U_{in} B}{Re} \quad (4.3)$$

La conductivité thermique : 
$$\frac{k}{\mu c_v} = 1,32 + 1,77 \frac{R}{c_v} \quad (4.4)$$

Avec :

La chaleur spécifique à volume constant : 
$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (4.5)$$

Le ratio des chaleurs spécifiques : 
$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (4.6)$$

Le nombre de Reynolds avec une fente de largeur B :

$$R_e = \frac{\rho B U_{in}}{\mu} \quad (4.7)$$

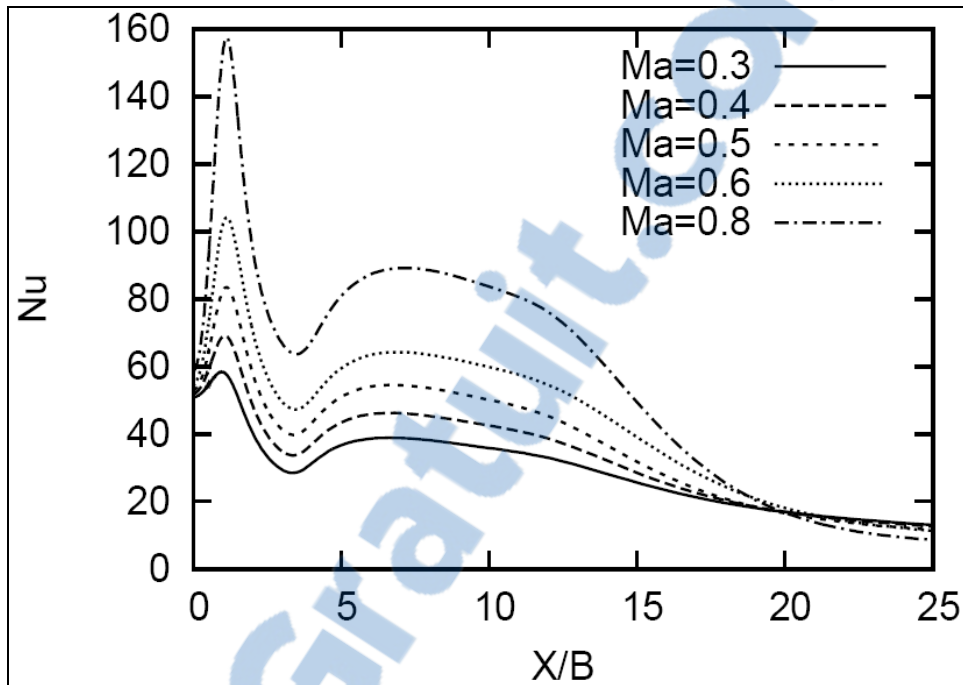
Le nombre de Reynolds avec une buse de diamètre équivalent 2B :

$$R_e = \frac{\rho 2B U_{in}}{\mu} \quad (4.8)$$

## 4.2 Écoulement compressible en 2D

La Figure 4-1 représente la variation du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Mach pour un écoulement compressible en 2D. Puisque c'est une géométrie simple en 2D, l'axe des abscisses est représenté par X/B. L'axe des ordonnées représente le Nu local.

En augmentant le nombre de Ma = 0,2 à Ma = 0,8, la courbe du nombre de Nusselt a tendance à se déplacer vers le haut. Les valeurs des deux maximums augmentent en même temps différemment du cas où le nombre de Reynolds est varié en incompressible. Dans le cas incompressible lors de la variation du Reynolds, le deuxième maximum augmente plus vite que le premier maximum et il a tendance à s'approcher de ce dernier. Par contre dans un écoulement compressible, c'est le premier maximum et non le deuxième qui augmente plus vite. Contrairement au cas de l'écoulement incompressible, le deuxième maximum n'a pas tendance à s'approcher du premier maximum. Une étude plus poussée du champ de vitesse serait nécessaire pour expliquer le phénomène, mais c'est une première caractéristique de l'écoulement compressible.



**Figure 4-1 Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Mach.**

Dans ANSYS-CFX11 l'équation de l'énergie totale est résolue pour des Mach supérieur à 0,2. La température  $T_{stat}$  dépend de l'énergie interne du fluide et ainsi de l'enthalpie statique. Cette dernière est reliée à l'enthalpie totale par l'équation 2.4 donc la variable  $T_{total}$  sera imposée et  $T_{stat}$  déduite à partir de l'équation 4.2.

Le tableau suivant résume les propriétés et les paramètres de l'écoulement, calculés à l'entrée, avec  $Re = 11\ 000$  et  $T_{total} = 300K$  :

Tableau 4.1 Tableau récapitulatif des caractéristiques des fluides numériques utilisés à chaque nombre de Mach.

	Ma=0.2	Ma=0.3	Ma=0.4	Ma=0.5	Ma=0.6	Ma=0.8
$\mu_t (m^2 / s)$	1,24E-06	1,85E-06	2,47E-06	3,00E-06	3,70E-06	0,0000049
$k (m^2 s^{-2})$	1,11E+01	2,50E+01	4,44E+01	6,94E+01	9,99E+01	1,78E+02
$\omega_{in} (s^{-1})$	8,98E+06	1,35E+07	1,80E+07	2,24E+07	2,69E+07	35904000,0
$U_{in} (m/s)$	6,80E+01	1,02E+02	1,36E+02	1,70E+02	2,04E+02	2,72E+02
$k_f (W / mK)$	1,80E-01	2,70E-01	3,60E-01	4,50E-01	5,40E-01	7,20E-01
$T_{stat} (K)$	2,98E+02	2,95E+02	2,91E+02	2,86E+02	2,79E+02	2,63E+02

Une corrélation peut être extraite à partir des Nusselt numériques de ANSYS-CFX11 (Figure 4-2) pour un écoulement compressible en 2D. La corrélation sera de la forme :

$$Nu_{moyen} = 29,769e^{1,21Ma} \quad (4.9)$$

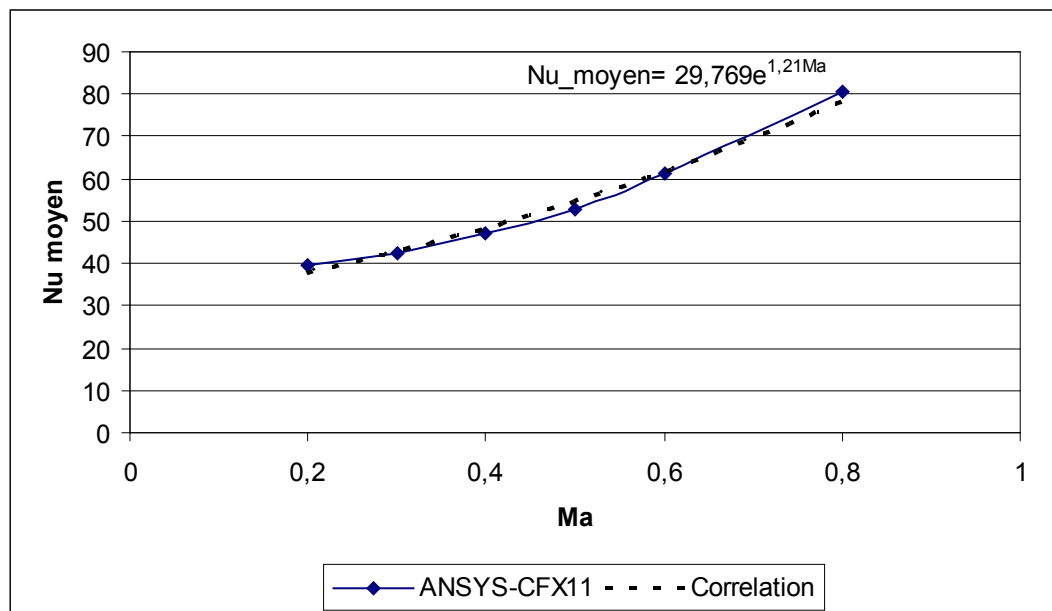


Figure 4-2 Courbe de corrélation entre Nu moyen et Ma à partir des résultats numériques compressible 2D ( $R^2 = 0,95$ ).

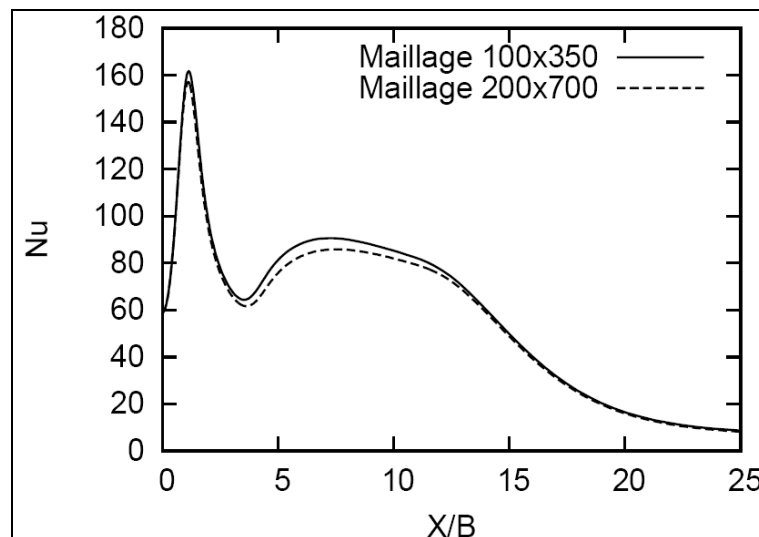
#### 4.2.1 Erreur numérique

La Figure 4-3 et la Figure 4-4 représentent les courbes du nombre de Nusselt local pour un écoulement turbulent en 2D pour des nombres de Mach 0,8 et 0,3 respectivement. Les courbes sont tracées en fonction de la distance adimensionnelle  $X/B$ . Ces courbes sont obtenues à partir de deux maillages différents, grossier et fin. Le maillage grossier est réalisé avec 100x350 éléments structurés. Le maillage fin est réalisé avec 200x700 éléments.

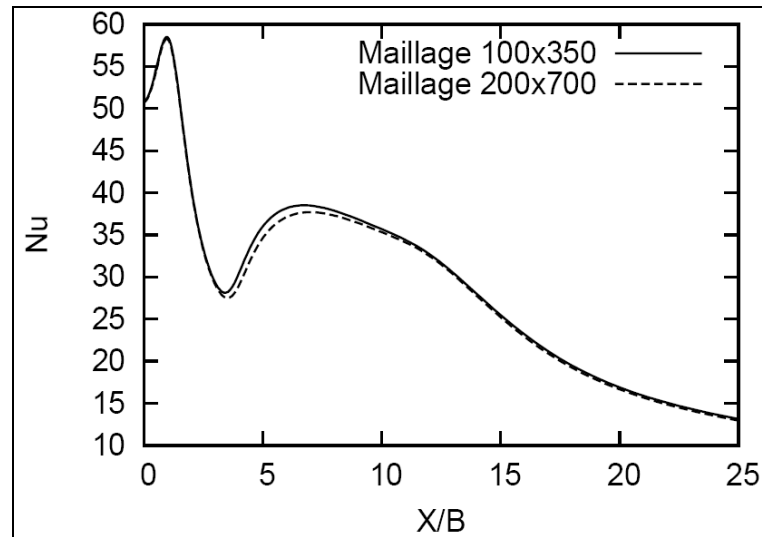
Les figures montrent deux courbes du Nusselt local presque superposées, mais avec une légère différence. Cette différence est quantifiée par une plage moyenne d'erreur GCI pour les deux cas :

- Pour  $Ma = 0,3$  un  $GCI = 6,7\%$  d'après les données de la Figure 4-4;
- Pour  $Ma = 0,8$  un  $GCI = 14,57\%$  d'après la Figure 4-3.

En conclusion, avec ces deux maillages différents, la solution n'est pas tout à fait indépendante du maillage. Le GCI croît avec l'accroissement du nombre de Mach, 6,7% avec  $Ma = 0,3$  et 14,5% pour  $Ma = 0,8$ . Le GCI obtenu donne une idée de l'intervalle d'erreur pour nos calculs et pour d'autres calculs dans le futur.



**Figure 4-3 Comparaison des courbes du nombre de Nusselt pour  $Ma=0,8$  avec un maillage  $100 \times 350$  et un maillage fin  $200 \times 700$ .**

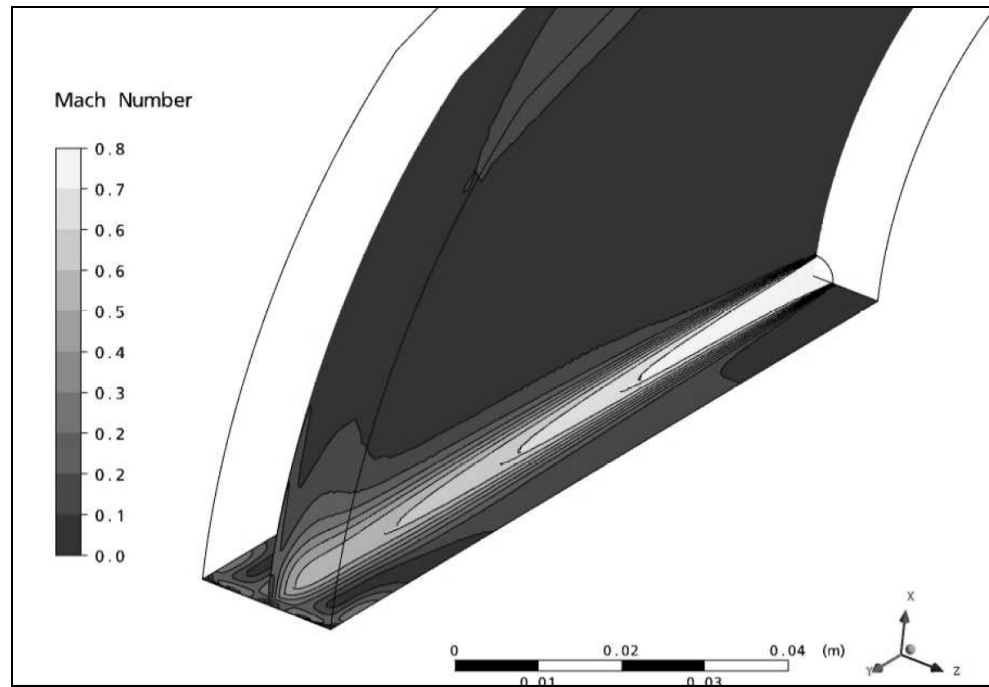


**Figure 4-4 Comparaison du nombre de Nusselt pour  $Ma=0,3$  avec un maillage  $100 \times 350$  et un maillage fin  $200 \times 700$ .**

### 4.3 Écoulement compressible en 3D

La Figure 4-5 représente les iso contours du nombre de Mach, pour une vitesse de jet de Mach 0,8. Les iso contours sont tracés sur deux plans perpendiculaires qui se croisent au milieu de l'entrée du jet. D'après la Figure 4-5, nous remarquons que le domaine du fluide qui a un Mach de 0,8 se limite au cône du jet à l'entrée. En s'approchant du bord d'attaque la vitesse diminue rapidement de  $Ma = 0,8$  à  $0,3$  sur une distance  $s/B = 0$  et  $s/B = 2,5$ . Ailleurs que dans cette zone, les iso contours du Mach sont inférieurs à  $0,3$ . Donc l'effet de la compressibilité n'aura lieu que dans la zone de stagnation.





**Figure 4-5 Représentation du cône du jet à  $Ma=0,8$ .**

Pour l'écoulement compressible en 3D, nous reprenons la géométrie modifiée avec  $D/B = 1,02$  (Figure 3-17) et les mêmes conditions aux frontières que pour l'écoulement turbulent incompressible en 3D. Les changements apportés aux simulations sont la vitesse à l'entrée et les propriétés du fluide associées à chaque nombre de Mach.

La Tableau 4.2 ci-dessous résume les paramètres à changer pour un nombre de Reynolds fixe ( $Re = 6750$ ) :

Tableau 4.2 Résumé des paramètres dans une simulation pour un écoulement compressible en 3D

	<b>Ma=0,2</b>	<b>Ma=0,3</b>	<b>Ma=0,4</b>	<b>Ma=0,5</b>	<b>Ma=0,6</b>	<b>Ma=0,8</b>
$U_{in} (m / s)$	6,80E+01	1,02E+02	1,36E+02	1,70E+02	2,04E+02	2,72E+02
$T_{stat} (K)$	3,46E+02	3,43E+02	3,39E+02	3,34E+02	3,27E+02	3,11E+02
$k(m^2 s^{-2})$	1,11E+01	2,50E+01	4,44E+01	6,94E+01	9,99E+01	1,78E+02
$\omega_{in} (s^{-1})$	5,51E+06	8,26E+06	1,10E+07	1,38E+07	1,65E+07	2,20E+07
$\mu(m^2 / s)$	2,01E-04	3,02E-04	4,03E-04	5,04E-04	6,04E-04	8,06E-04
$k_f (W / mK)$	2,15E-01	3,20E-01	4,22E-01	5,19E-01	6,11E-01	7,75E-01

La Figure 4-6 et la Figure 4-7 représentent la variation du nombre de Nusselt moyen dans un écoulement compressible en 3D. La Figure 4-6 représente une vue générale de la courbe du Nu moyen le long du bord d'attaque entre  $s/B = 0$  et  $s/B = 24$  et la Figure 4-7 représente un agrandissement de la vue globale concentré sur la zone de stagnation entre  $s/B = 0$  et  $s/B = 2$ . Dix points d'échantillonnage discrétisent cette zone pour calculer le Nu moyen et c'est ce qui explique la variation linéaire entre deux points de mesure. L'évolution de la courbe du Nusselt moyen est prévue comme pour le cas 2D. Nous remarquons aussi que la valeur du Nusselt moyen au point de stagnation augmente avec l'accroissement du nombre de Mach.

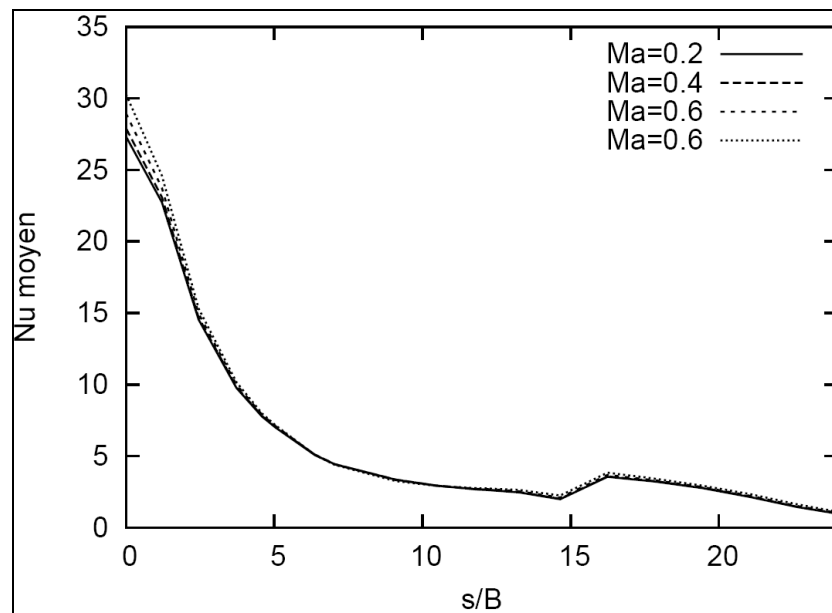
L'accroissement de l'écart entre les courbes de la Figure 4-6 ou la Figure 4-7 (cas 3D avec  $Re = 6750$ ) n'est pas aussi grand que sur la Figure 4-1 (cas compressible 2D avec  $Re = 11000$ ). L'effet de la compressibilité se limite à la zone de stagnation seulement. Cette différence dans le comportement de l'écoulement est due à la géométrie utilisée, car dans le cas 2D,  $Z/B = 2,6$  par contre  $Z/B = 24$  dans le cas 3D.

Une augmentation du nombre de Reynolds permet une deuxième vérification de nos résultats. La Figure 4-8 permet de voir l'évolution de la courbe du nombre de Nusselt en

fonction du Nombre de Reynolds ou en fonction du nombre de Mach. La comparaison de l'évolution des courbes de Nusselt en 3D avec celle en 2D des Figure 3-9 et Figure 3-10 montre une même évolution en fonction du nombre de Reynolds.

De la même manière qu'en 2D, une corrélation peut être extraite à partir des données numériques d'ANSYS-CFX11 (Figure 4-9) pour un écoulement compressible en 3D. La corrélation met en relation le nombre de Nusselt maximum et le nombre de Mach étant donné que le nombre de Nusselt moyen ne varie pratiquement pas avec le nombre de Mach. La corrélation est de la forme :

$$\text{Nu\_max} = 35,266e^{0,317\text{Ma}} \quad (4.10)$$



**Figure 4-6 Nu moyen ( $\overline{Nu}$ ) avec différents nombres de Mach (diamètre du jet D/B = 1,02).**

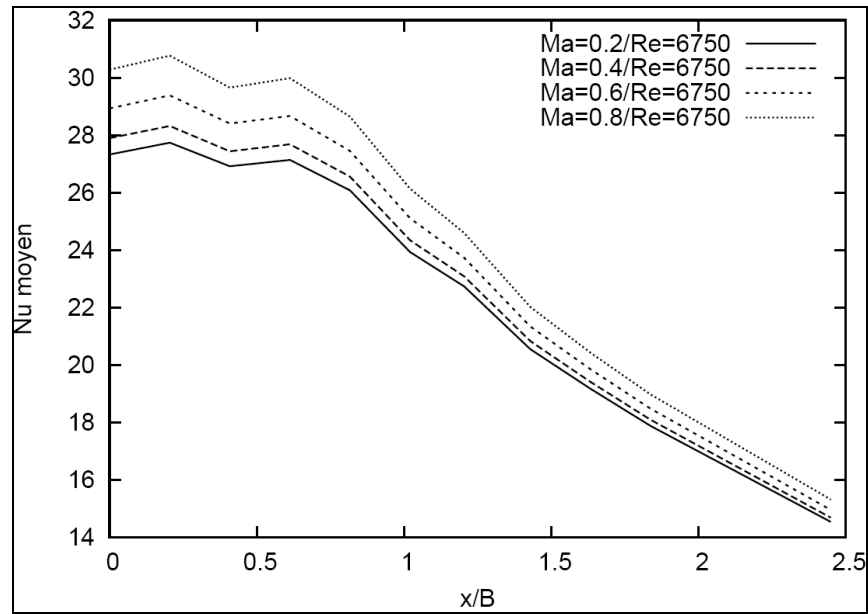


Figure 4-7 Nu moyen ( $\overline{Nu}$ ) dans la zone de stagnation (diamètre du jet  $D/B = 1,02$ ).

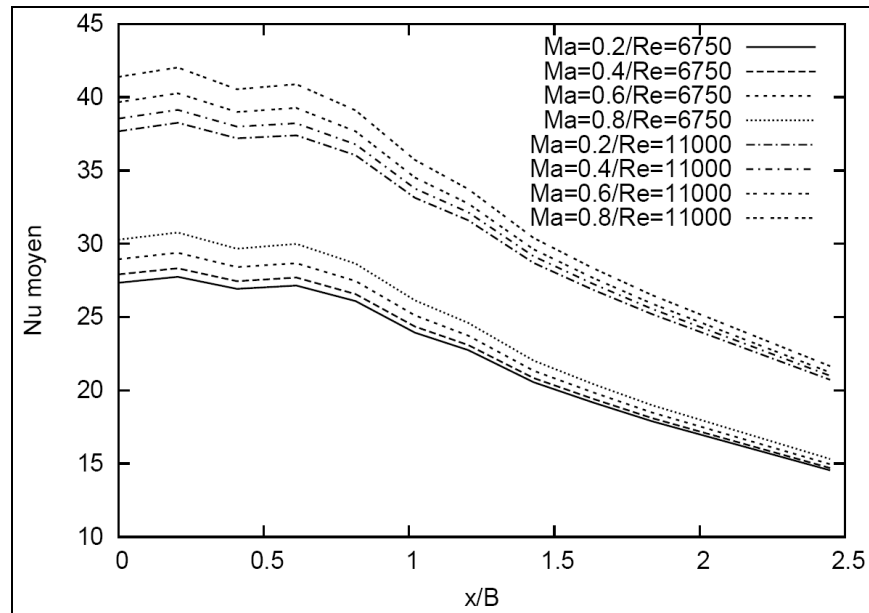
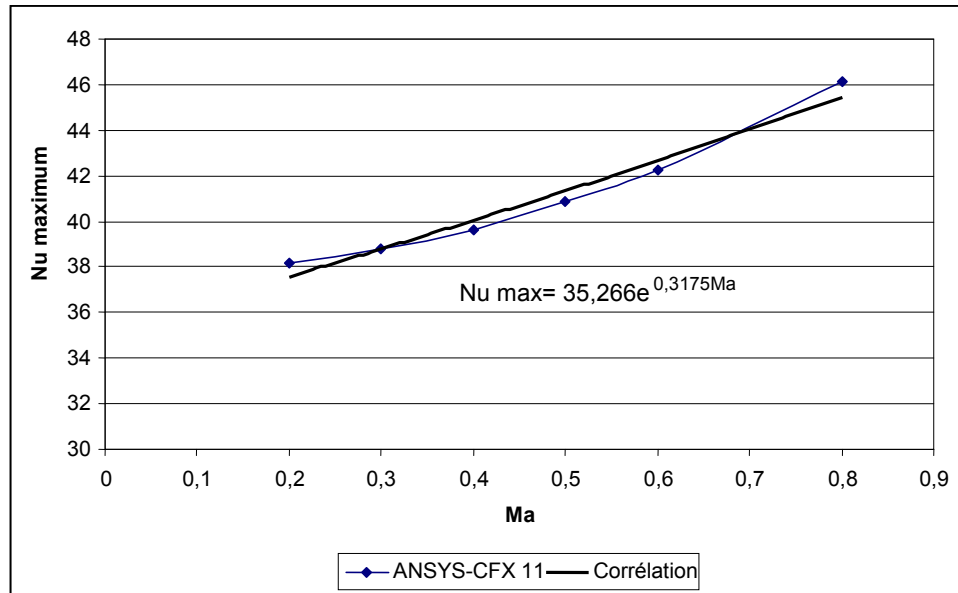


Figure 4-8 Évolution du Nu moyen ( $\overline{Nu}$ ) en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Mach dans la zone de stagnation (diamètre du jet  $D/B = 1,02$ ).



**Figure 4-9 Courbe de corrélation entre Nu maximum et Ma à partir des résultats numériques compressible 3D ( $R^2=0,9$ ).**

### 4.3.1 Erreur numérique

La Figure 4-10 et la Figure 4-11 représentent les courbes du nombre de Nusselt moyen tracées le long de la distance curvilinéaire adimensionnelle  $s/B$ . Ces deux courbes sont obtenues avec deux nombres de Mach 0,8 et 0,3 et avec deux maillages différents. Un premier maillage de 107 649 nœuds et un second maillage de 422 201 nœuds sont utilisés pour évaluer l'erreur numérique

Le GCI est calculé sur les lignes d'intersection entre les plans de coupes perpendiculaires au jet et le bord d'attaque (Figure 3-20). Le GCI est calculé pour chaque ligne pour le maillage grossier et le maillage fin. Le GCI est ensuite moyenné selon le nombre de lignes sur le bord d'attaque.

Nous calculons le GCI depuis l'équation 3.15. D'après les données de la Figure 4-10 et Figure 4-11 nous obtenons les résultats suivants :

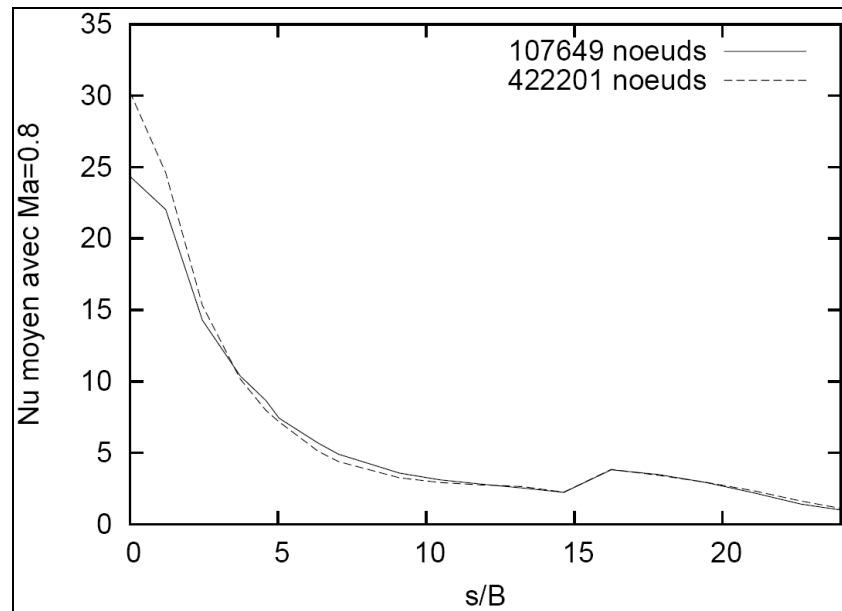
$$\text{GCI (Ma 0,3)} = 20,7\%.$$

GCI (Ma 0,8) = 28,84%.

Ces valeurs du GCI montrent que les solutions dépendent encore du maillage.

La Figure 4-12 représente la comparaison des iso contours de la densité obtenus avec les deux maillages, fin et grossier. Nous remarquons que les valeurs de la densité obtenues sont différentes à un centième près. Par exemple, le maximum pour un maillage fin donne  $\rho_{\max}^{fin} = 1,35 \text{ kg/m}^3$  alors que pour le maillage grossier, le maximum est de  $\rho_{\max}^{grossier} = 1,39 \text{ kg/m}^3$ . En examinant le contour du  $y^+$  sur le bord d'attaque pour les deux maillages, nous trouvons  $y_{\max}^+(maillage\ fin) = 1,57$  et  $y_{\max}^+(maillage\ grossier) = 1,38$ . La différence entre les iso contours des densités ou des  $y^+$  est remarquée dans la zone de stagnation alors que partout ailleurs la répartition est similaire.

L'erreur la plus élevée constatée sur les courbes de la Figure 4-10 ou Figure 4-11 peut être attribuée à cette différence. Donc, l'erreur augmente avec l'augmentation du nombre de Mach et il faut en tenir compte dans le calcul d'un écoulement compressible.



**Figure 4-10 Nu moyen ( $\overline{Nu}$ ) avec  $Ma = 0,8$  obtenu avec deux maillages différents.**

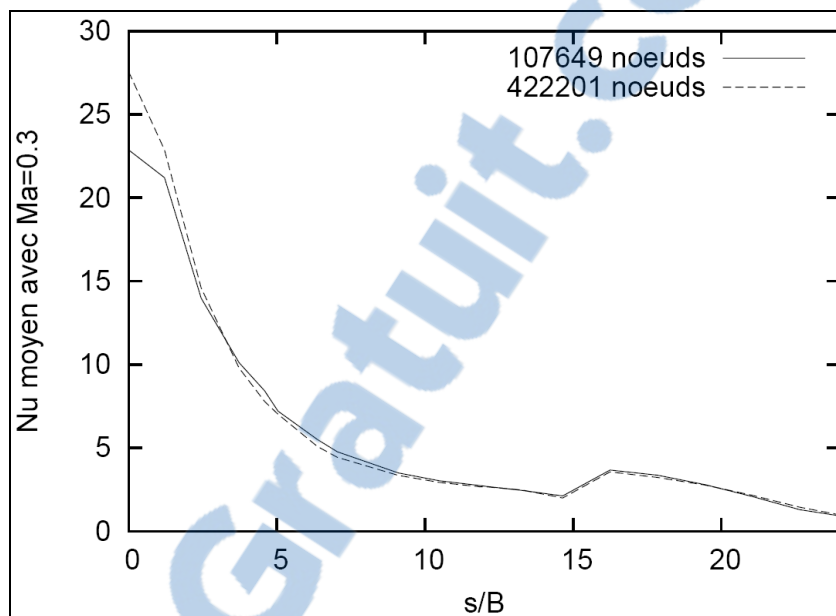
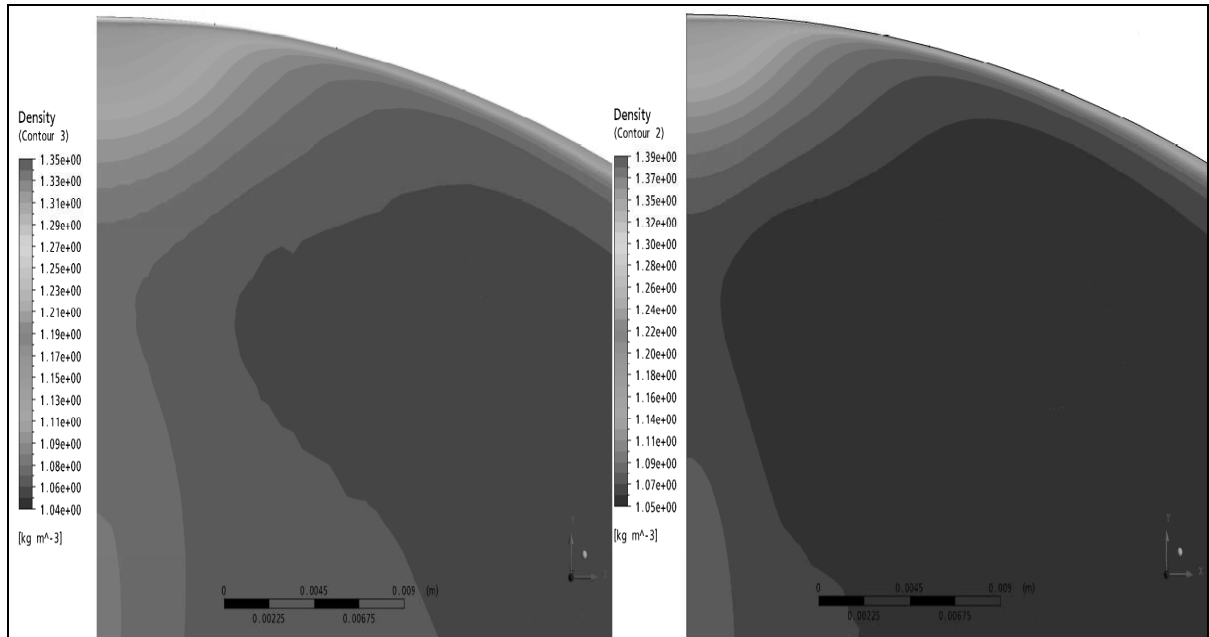


Figure 4-11 Nu moyen ( $\overline{Nu}$ ) avec  $Ma = 0,3$  obtenu avec deux maillage différents.



**Figure 4-12** Comparaison des contours de densité pour les deux maillages grossier et fin avec  $Ma=0,8$ .



## CONCLUSION

Le jet d'air chaud dans un système antigivre des ailes d'avions est considéré compressible subsonique. Ce travail est une étude numérique de l'effet de la compressibilité sur le transfert de chaleur dans un tel écoulement. La majorité des codes numériques d'antigivrage existants supposent connu le coefficient de convections interne (d'après des corrélations) ou bien calculé avec un autre code numérique. Donc, un code supplémentaire combiné au code principal permet la résolution des problèmes complexes d'antigivrage. Dans ce mémoire, le code commercial ANSYS-CFX11 est choisi à cette fin.

D'après la recherche bibliographique, l'utilisation du code ANSYS CFX11 pour simuler le transfert de chaleur dans un système antigivre est peu fréquente. De même que des études de l'effet de la compressibilité dans un jet d'air impactant sur une plaque sont rares. La revue de la littérature a permis de trouver des études d'écoulements similaires à celui d'un système antigivre mais en incompressible. Ces travaux étudient les jets avec de façon numérique ou expérimentale. Ces études seront nos points de références pour la validation de nos résultats obtenus avec ANSYS CFX11 et nous permettront par la suite de calculer les résultats pour un jet subsonique dans une géométrie similaire à celle d'un système antigivre.

Nous avons établi une stratégie pour cette étude. Le code commercial ANSYS CFX11 est choisi pour résoudre l'écoulement. ICEM est utilisé pour la génération du maillage, avec des éléments hexaédriques en 2D et des éléments tétraédriques et prismatiques en 3D, car industriellement, il est plus rapide de générer un maillage tétraédrique qu'hexaédrique. La discrétisation de la couche limite en 16 couches de prismes est primordial et nécessite une grande attention pour avoir un  $y^+$  dans les limites de l'application de la loi de paroi.

Avant d'utiliser un code numérique pour simuler un écoulement compressible en 3D, il faut valider ce code au préalable. Puisque l'écoulement pour un jet est turbulent, le choix du modèle de turbulence adéquat est très important pour les calculs lors de la validation du code

et pour l'objectif final qui est l'effet de la compressibilité sur l'écoulement. Le modèle de turbulence  $k - \omega$  est choisi par rapport aux modèles  $k - \varepsilon$  et SST. Le code ANSYS CFX11 est d'abord validé pour un écoulement laminaire 2D. Une deuxième validation est menée pour un écoulement turbulent en 2D. Les résultats obtenus en 2D concordent avec les autres résultats numériques ou expérimentaux trouvés dans la littérature.

Comparativement aux résultats expérimentaux, ANSYS-CFX surestime le transfert de chaleur pour le cas turbulent 3D. Malgré que les résultats obtenus en 3D ne concordent pas parfaitement avec les résultats expérimentaux, les courbes suivent la tendance des courbes de l'expérience et donnent des GCI très satisfaisant. À la fin de ce mémoire et après les étapes de validation, le code est testé pour un écoulement compressible 2D et finalement pour un écoulement compressible 3D.

Comme mentionné dans la théorie, les courbes de Nu présentent deux maximums si la distance du jet à la plaque est inférieure à 5, et un seul maximum, au-delà de 5. On a constaté deux caractéristiques pour ce type d'écoulement, la première est que les deux maximums de la courbe du Nu augmentent avec l'augmentation du Re et le deuxième maximum a tendance à se rapprocher du premier. La deuxième caractéristique reliée à l'augmentation du Ma, c'est l'accroissement des deux maximum sans se rapprocher l'un de l'autre. On combinant la variation du Re et du Ma dans un écoulement 3D, on constate que l'influence de l'augmentation du Re sur le transfert de chaleur est plus importante que l'augmentation du Ma.

Vu que les résultats expérimentaux sont rares pour valider le code en compressible 3D ou 2D, ce travail peut servir comme référence pour des calculs dans le futur, en se basant sur les deux corrélations suggérées dans ce mémoire. Les résultats obtenus en compressible 2D donnent un intervalle de confiance qui est le GCI entre 6% pour un  $Ma = 0,3$  et 15% pour un  $Ma = 0,8$ . Par contre, en compressible 3D, l'intervalle est compris entre 18% et 28%. Donc

une autre caractéristique pour ce type écoulement, est que le GCI augmente avec l'accroissement du  $Ma$ .

Dépendamment de la distance  $H/B$  utilisée, l'effet de la compressibilité sur le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de cette distance et la variation sur la courbe du  $Nu$  n'est ressentie que dans la zone de stagnation

Les résultats obtenus pour un cas compressible 3D obtenus avec ANSYS-CFX seront une contribution pour comprendre numériquement l'influence de la compressibilité sur le transfert de chaleur dans un écoulement subsonique dans les systèmes antigivre et ainsi améliorer le calcul des codes de givrage en calculant avec précision (en tenant compte du GCI pour chaque  $Ma$ ) le bilan énergétique entre la quantité de chaleur à l'intérieur de l'aile et à l'extérieur.

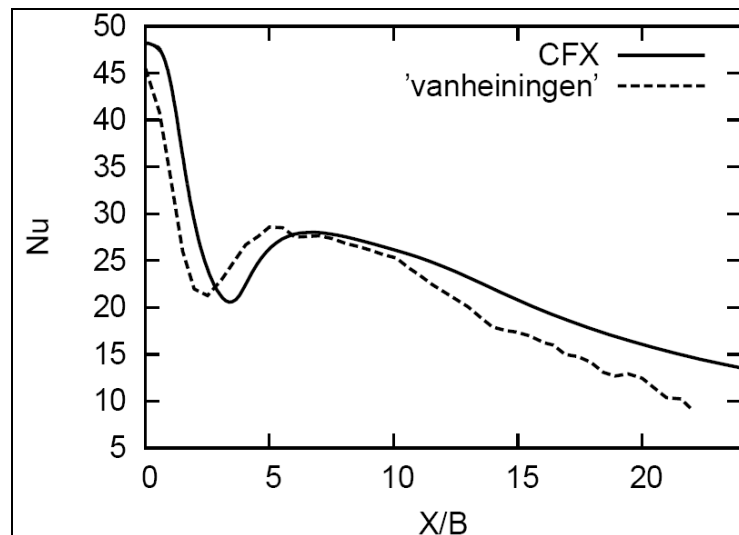
Une autre approche pour le calcul en 3D incompressible s'avère nécessaire pour avoir des nombre de Nusselt plus proches des résultats expérimentaux et par la suite en déduire les résultats pour un écoulement compressible 3D. La stratégie adoptée dans cette étude peut être revue. Par exemple refaire l'écoulement d'un jet circulaire incompressible impactant sur une plaque plane et par la suite sur une plaque courbe. D'autres modèles de turbulence qui existent dans ANSYS-CFX11 pourraient être testés, par exemple le modèle SST proposé par Menter (1994). Des expériences en compressible subsoniques sont aussi envisageables pour un jet impactant sur une plaque plane ou courbe.

## ANNEXE I

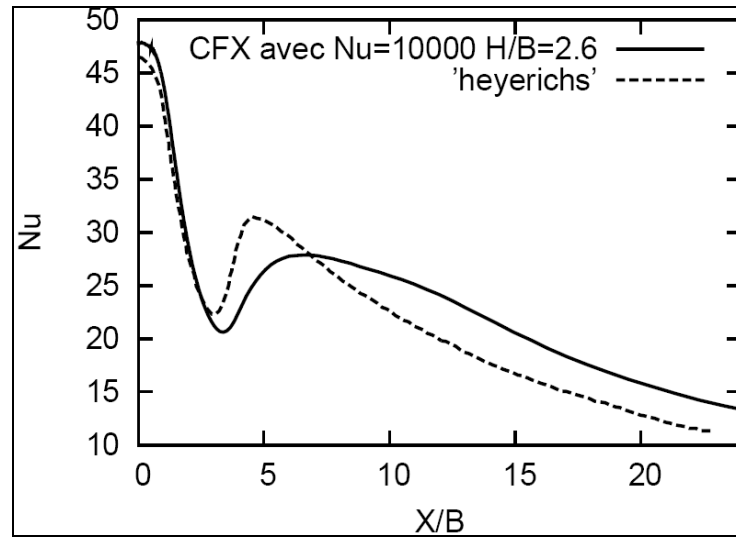
### FIGURES

Les figures 1.1, 1.2, 1.3 et 1.4 sont produites de la même manière que la Figure 3-6, c'est-à-dire avec le même nombre nœuds et le même modèle de turbulence. Donc au lieu de représenter toutes les courbes en même temps comme sur la Figure 3-6, on présente ici chaque comparaison à part car, soit le nombre de Reynolds ou la géométrie sont un peu différents.

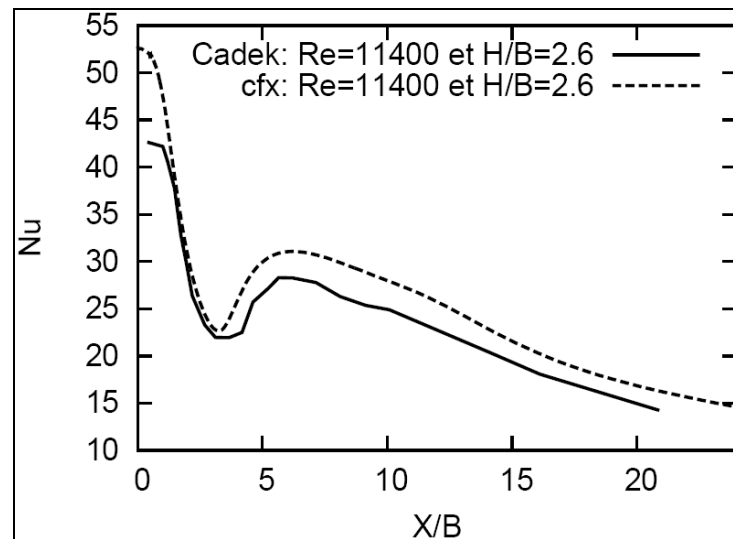
Avec ANSYS-CFX11 et pour la Figure 1.1 nous utilisons exactement  $Re = 10\ 200$   $H/B = 2,6$ , pour la Figure 1.2 on utilise  $Re = 10\ 000$  et  $H/B = 2,6$ , pour la Figure 1.3 on utilise  $Re = 11400$  et  $H/B = 2,6$ , et pour la Figure 1.4 on utilise  $Re=11\ 000$  et  $H/B = 2$ . les courbes sont tirées de l'étude de Heyerichs et Pollard (1996).



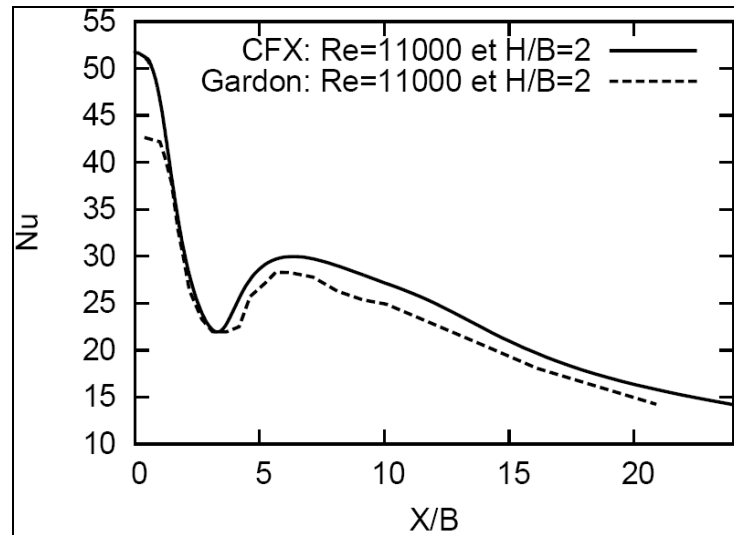
**Figure 1.1 Comparaison du nombre de Nusselt avec les données expérimentales de Van-Heiningen pour  $Re=10\ 200$  et  $H/B=2,6$  (Park et al., 2003).**



**Figure 1.2** Comparaison du nombre de Nusselt avec les données numériques de Heyerichs pour  $Re=10\,000$  et  $H/B = 2,6$  (Heyerichs et Pollard, 1996).

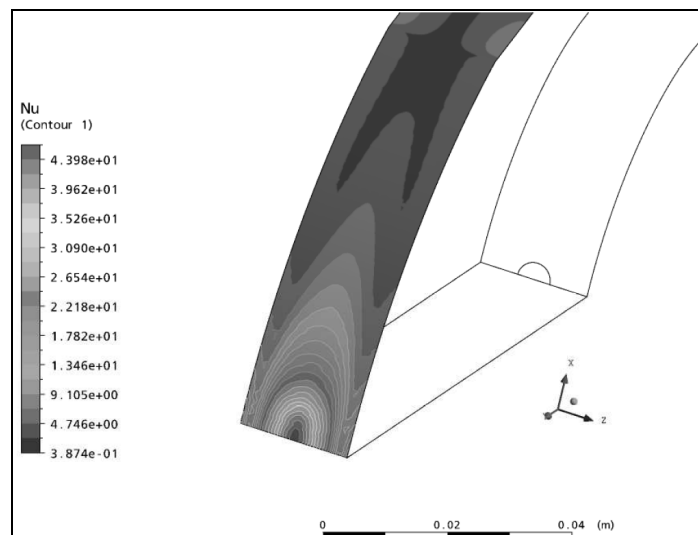


**Figure 1.3** Comparaison du nombre de Nusselt avec les données expérimentaux de Cadek pour  $Re=11\,400$  et  $H/B = 2,6$  (Cadek, 1968).



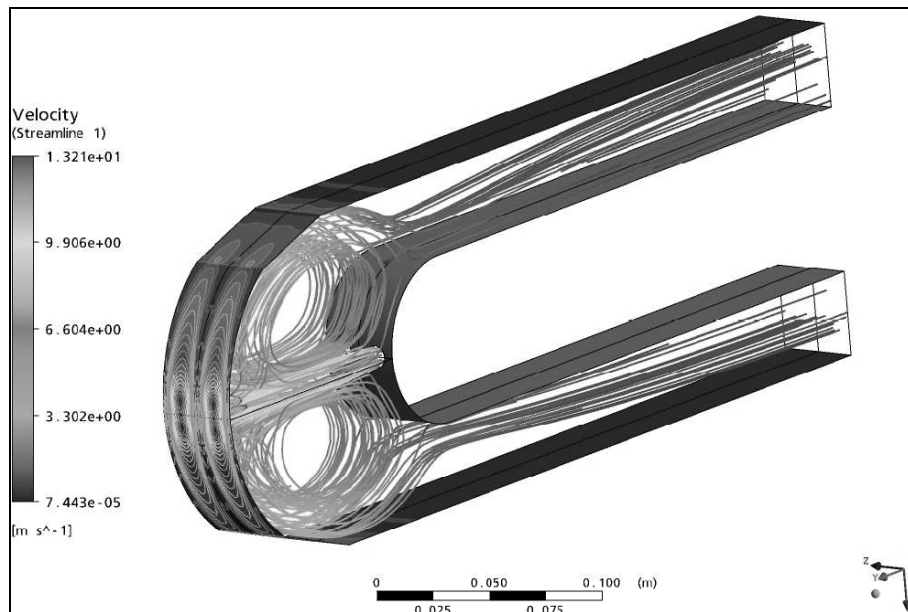
**Figure 1.4** Comparaison du nombre de Nusselt avec les données expérimentales de Gardon pour  $Re=11\ 000$  et  $H/B = 2$  (Heyerichs et Pollard, 1996).

La Figure 1.6 représente les iso contours du nombre de Nusselt, tracés sur le bord d'attaque pour un écoulement compressible à  $Ma = 0,8$ . Le Nusselt reste maximum dans la zone de stagnation et diminue le long de la courbure pour avoir une courbe semblable à la Figure 4-10.



**Figure 1.6** Contour Nu pour un  $Ma = 0,8$ .

La Figure 1.7 représente les lignes de courant obtenues avec deux buses et les iso contours du nombre de Nusselt local sur la surface du bord d'attaque. Le calcul est fait avec  $Re = 6750$ .



**Figure 1.7 Contour Nu avec lignes de courant en fonction de la vitesse pour deux jets.**

## ANNEXE II

### TABLEAUX

Tableau 2.1 Les données initiales pour différent nombre de Reynolds.

	<b>Re=9,80E+03</b>	<b>Re=1,64E+04</b>	<b>Re=2,51E+04</b>	<b>Re=1,02E+04</b>
$k(m^2s^{-2})$	1,95E-01	5,45E-01	1,28E+00	2,11E-01
$\omega_{in}(s^{-1})$	1,06E+06	2,97E+06	6,95E+06	1,15E+06
$U_{in}(m/s)$	9,00E+00	1,51E+01	2,31E+01	9,37E+00

Tableau 2.2 Les données initiales pour différentes facteurs d'échelles.

<b>Facteur d'échelle</b>	<b>Facteur 1(cm)</b>	<b>m</b>	<b>Facteur2</b>	<b>Facteur4</b>	<b>Facteur6</b>
<b>Re</b>	11000	11000	11000	11000	11000
$k(m^2s^{-2})$	0,24517076	0,00002452	0,01532317	0,0009577	0,00018917
$\omega_{in}(s^{-1})$	1334143,82	133,41	83383,99	5211,5	1029,43
$U_{in}(m/s)$	10,1072	0,10107	2,53	0,6317	0,28



## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Ahmed, K. A., D. J. Forliti, J. K. Moody et R. Yamanaka. 2008. « Flowfield characteristics of a confined transverse slot jet ». *AIAA Journal*. Vol. 46, n° 1, p. 94-103.
- Gardon. R, et J. C. Akfirat. 1966. « Heat transfer characteristics of impinging two-dimensional air jets ». *ASME, J. Heat Transfer*, vol. 8, p. 101-108.
- Al-Khalil, K. M.. 1991. « Numerical simulation of an aircraft anti-icing system incorporating a rivulet model for the runback water ». Ph.D., United States, Ohio, The University of Toledo.
- ANSYS , Europe. 1996-2007. *ANSYS CFX 11: help online* version. 11. Logiciel U S A: ANSYS Inc.
- Brevet, P., C. Dejeu, E. Dorignac, M. Jolly et J. J. Vullierme. 2002. « Heat transfer to a row of impinging jets in consideration of optimization ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, n° 20, p. 4191-4200.
- Brown, J. M., S. Raghunathan, J. K. Watterson, A. J. Linton et D. Riordon. 2002. « Heat transfer correlation for anti-icing systems ». *Journal of Aircraft*, vol. 39, n° 1, p. 65-70.
- Bunker, R. S., et D. E. Metzger. 1990. « Local heat transfer in internally cooled turbine airfoil leading edge regions. Part I: Impingement cooling without film coolant extraction ». *Journal of Turbomachinery*, vol. 112, n° 3, p. 451-458.
- Cadek, F. F. 1968. « A Fundamental Investigation of Jet Impingement Heat Transfer ». Ph.D., United States -- Ohio, University of Cincinnati.
- Canada, Transportation Safety Board of. 2005. *Stall/Spin and Collision With Terrain: Found Aircraft Canada Inc.FBA-2C1 Bush Hawk C-GTUP Lake Temagami, Ontario*. En ligne. Coll. « Aviation Investigation Report », A03O0088  
<<http://www.tsb.gc.ca/eng/rapports-reports/aviation/2003/a03o0088/a03o0088.pdf>>.  
Consulté le 20 avril 2009.
- CBC, News. 2009. *Crew reported significant ice buildup on wings before crash*. En ligne. <<http://www.cbc.ca/world/story/2009/02/13/plane-crash.html>>, 13 février.
- Cebeci, T., et F. Kafyeke. 2003. « Aircraft icing ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 35, p. 11-21.

- Dennis, K., Y. B. Suzen et Z. Mahmud. 2007. « Experimental and computational investigation of sonic reaction control jets into supersonic cross-flows ». In. Vol. 1, p. 121-131. Coll. « Collection of Technical Papers - 37th AIAA Fluid Dynamics Conference ». Miami, FL, United States: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., Reston, VA 20191-4344, United States.
- Fortin, G., J. L. Laforte et A. Ilinca. 2006. « Heat and mass transfer during ice accretion on aircraft wings with an improved roughness model ». *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 45, n° 6, p. 595-606.
- Fregeau, M., F. Saeed et I. Paraschivoiu. 2005. « Numerical heat transfer correlation for array of hot-air jets impinging on 3-dimensional concave surface ». *Journal of Aircraft*, vol. 42, n° 3, p. 665-670.
- Gardon, R., et J. Cobonpue. 1961. « Heat Transfer Between a Flat Plate and Jets of Air Impinging on It ». In *International Developments in Heat Transfer, ASME, New York*. Vol. 2, p. 454-460.
- Heyerichs, K., et A. Pollard. 1996. « Heat transfer in separated and impinging turbulent flows ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 39, n° 12, p. 2385-2400.
- Hofmann, H., H. Martin et M. Kind. 2004. « Numerical simulation of heat transfer from an impinging jet to a flat plate ». *Chemical Engineering and Technology*, vol. 27, n° 1, p. 27-30.
- Incropera, F. P., et D. P. DeWitt. 2002. *Introduction to heat transfer*, 4th. New York ; Toronto: J. Wiley, xxiii, 892 p.
- Kind, Richard J. 1998. « Icing, frost and aircraft flight ». *Canadian Aeronautics and Space Journal*, vol. 44, n° 2, p. 110-118.
- Lauder, B. E., et D. B. Spalding. 1974. « Numerical Computation Of Turbulent Flows ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3, n° 2, p. 269-289.
- Liu, Hugh H. T., et J. Hua. 2004. « Three-dimensional integrated thermodynamic simulation for wing anti-icing system ». *Journal of Aircraft*, vol. 41, n° 6, p. 1291-1297.
- MacArthur, C. D. 1983. « Numerical Simulation of Airfoil Ice Accretion ». In *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aerospace Sciences Meeting, 21st* (10-13 Jan. 1983). Reno, NV; United States. AIAA-1983-112

- Menter, F. R. 1994. « Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications ». *AIAA Journal*, vol. 32, n° 8, p. 1598-1605.
- Metzger, D. E., R. T. Baltzer et C. W. Jenkins. 1972. « Impingement Cooling Performance In Gas Turbine Airfoils Including Effects of Leading Edge Sharpness ». *Journal of Engineering for Power*, vol. 94 Ser A, n° 3, p. 219-225.
- Metzger, D. E., et R. J. Korstad. 1972. « Effects of crossflow on impingement heat transfer ». *Journal of Engineering for Power*, vol. 94 Ser A, n° 1, p. 35-41.
- Baucher dit Morency, Francois. 1999. « Simulation numerique d'un systeme antigivre pour ailes d'avions ». Thèse de doctorat en génie en ligne, Canada, Ecole Polytechnique, 144 p. In *Proquest Dissertations and Theses*.
- Munson, Bruce R., D. F. Young, T. H. Okiishi. 2006. *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Fifth ed. United States of America: John Wiley & sons Inc, 769 p.
- NTSB. 1997. *Air Craft Accident Report In-Flight Icing And Uncontrolled Collision With Terrain COMAIR FLIGHT 3272 EMBRAER EMB-120RT,N265CA* Report. Coll. « Air Craft Accident Report », PB98-910404. Washington, D.C.: National Transportation Safety Board 360 p.
- Olsson, E. E. M., L. M. Ahrne et A. C. Tragardh. 2004. « Heat transfer from a slot air jet impinging on a circular cylinder ». *Journal of Food Engineering*, vol. 63, n° 4, p. 393-401.
- Park, T. H., H. G. Choi, J. Y. Yoo et S. J. Kim. 2003. « Streamline upwind numerical simulation of two-dimensional confined impinging slot jets ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, n° 2, p. 251-262.
- Rahimi, M., I. Owen et J. Mistry. 2003. « Impingement heat transfer in an under-expanded axisymmetric air jet ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, n° 2, p. 263-272.
- Roache, P. J. 1994. « Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies ». *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 116, n° 3, p. 405-413.
- Soulaïmani, A. 2008. « Cours de mécanique de fluide avancée ». Cours. Montréal (Qué.): École de Technologie Supérieure.
- Thomas, S. K., R. P. Cassoni et C. D. MacArthur. 1996. « Aircraft anti-icing and de-icing techniques and modeling ». *Journal of Aircraft*, vol. 33, n° 5, p. 841-854.

- Tran, P., M. T. Brahimi, I. Paraschivoiu, A. Pueyo et F. Tezok. 1995. « Ice accretion on aircraft wings with thermodynamic effects ». *Journal of Aircraft*, vol. 32, n° 2, p. 444-446.
- Van Heiningen, A. R. P. 1982. « Heat transfer under an impinging slot jet ». Thèse de doctorat en génie en ligne Montreal, McGill University In *Proquest Dissertations and Theses*.
- Wilcox, D. C. 1993. « Turbulence modeling for CFD ». In. p. 84-87. La Cañada, CA: DCW Industries, Inc.

## BIBLIOGRAPHIE

- Chung, T. J. 2002. *Computational fluid dynamics*. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 1012 p.
- Blazek, J. 2001. *Computational fluid dynamics: principles and applications*, 1st. Amsterdam; New York: Elsevier, 440 p.
- Davidson, P. A. 2004. *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*. Oxford, UK; New York: Oxford University Press, 657 p.
- Versteeg, H. K., et W. Malalasekera. 1995. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Harlow, Essex, England Longman Scientific & Technical ; New York: Wiley, 257 p.

