

# **Identification de critère de rupture d'interface dans le renforcement multi-lamellé.**

Dans ce chapitre, un critère de délaminage pour les matériaux multicouches élastiques fragiles sera proposé. Ce critère est lié à la modélisation layerwise rappelée dans le chapitre précédent. Dans un second temps ce critère sera identifié puis validé expérimentalement pour des empilements 3 couches bois – carbone.

## 4.1. Introduction

L'approche élastique est souvent utilisée même pour des matériaux qui ne sont pas purement élastique (par exemple le bois) ; en fait, tout peut être repris par des coefficients de sécurité fiables pour la conception des structures [Salençon, 1983].

En ce qui concerne les critères de délaminage pour les matériaux élastiques fragiles, il nous semble judicieux, avant de les présenter, de rappeler quelques notions générales des critères de rupture classiques qui permettront au lecteur de mieux comprendre les raisons des démarches adoptées pour la prédiction du délaminage dans les matériaux multicouches.

Pour tout critère de rupture, il est indispensable d'évaluer l'état de contraintes dans les matériaux. Parmi les critères de rupture ponctuels les plus simples, on peut citer les critères de Von Mises et Tresca [Lemaitre et Chaboche, 1985] pour les matériaux isotropes ou le critère de Tsai Wu [Tsai et Wu, 1971] pour les matériaux orthotropes. Ces critères portent sur la valeur ponctuelle d'une contrainte effective qui s'exprime en fonction des contraintes dans le matériau. Par conséquent, ce type de critères est inadapté pour le cas de champs de contrainte singuliers (infinis).

Il est très courant d'avoir des contraintes singulières dans les problèmes mécaniques ; cela a lieu, par exemple, en pointe de fissure dans une structure fissurée. Pour le cas de contraintes singulières le critère de rupture peut porter sur les facteurs d'intensité de contrainte [Irwin, 1958]. Pour les structures fissurées, le critère de progression de fissure [Griffith, 1920] portant sur le taux de restitution d'énergie  $G$  est souvent utilisé. Le taux de restitution d'énergie est définie par :

$$G = -\frac{\partial W}{\partial \eta} \quad (4.1)$$

Où  $W$  définit l'énergie potentielle de la structure pour une longueur de fissure  $\eta$  donnée. Le taux de restitution d'énergie peut être calculé par la méthode de refermeture de fissure [Bui, 1978] : le travail qu'il faut fournir pour refermer la fissure sur une longueur infinitésimale  $d\eta$  est égale au taux de restitution d'énergie. Le critère énergétique de Griffith s'écrit :

$$G > G^c \quad (4.2)$$

Où  $G^c$  est le taux de restitution d'énergie critique. On peut ainsi, grâce aux travaux d'Irwin et de Griffith, écrire des critères pour le cas de contrainte singulière. Cependant, même avec l'apport d'Irwin et de Griffith, les approches déterministes ne sont pas capables d'expliquer et de prévoir des effets d'échelle observés expérimentalement.

Les effets d'échelle peuvent être, entre autres, de type effet d'échelle de volume. L'effet d'échelle de volume apparaît lorsque des volumes homothétiques cassent pour des niveaux de contrainte différents. C'est le cas par exemple, d'une éprouvette 90<sub>8</sub> qui casse en traction à un niveau de contrainte plus faible qu'une 90<sub>4</sub> [Caron et Ehrlicher, 1997]. Ces effets d'échelle peuvent être expliqués par la théorie statistique de [Weibull, 1952]. Nous trouvons également dans [Laalai, 1995] une démarche très pertinente inspiré de la théorie de Weibull pour modéliser les efforts d'échelle dans des matériaux hétérogènes élastique quasi-fragile. Grâce à son modèle aléatoire et à des simulations numériques, Laalai trouve que la charge de traction critique pour un volume de taille caractéristique  $L$  peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma^c > \sigma^0 \times L^{-\alpha} \quad (4.3)$$

Où  $\sigma^0$  et  $\alpha$  étant deux constantes strictement positives à identifier. Plusieurs travaux destinés à la modélisation de l'effet d'échelle pour les matériaux composites unidirectionnels utilisent aussi ce type de formule [Sutherland et al., 1999]. Cependant, cette formule n'est pas valable lorsque le rapport

$L$ /taille de hétérogénéité devient très important, l'effet d'échelle disparaît et la charge critique devient alors constante [Laalai, 1995].

Une étude très détaillée sur les critères de délaminage de matériaux multicouches peut se trouver dans la thèse de Diaz [Diaz Diaz, 2001]. Nous résumons ci-dessous quelques critères couramment utilisés s'appuyant sur une analyse élastique.

#### *Critères en contraintes moyennes*

Nous pouvons citer plusieurs travaux ([Whitney et Nuismer, 1974], [Pagano et Soni, 1983], [Kim et Soni, 1984], [Leguillon, 1998], [Marion, 2000] et [Hochard, 2002]) concernant ces critères qui portent sur les moyennes des contraintes  $\bar{\sigma}_{i3}$  ( $i=1,2$ ) (sur une longueur caractéristique  $h$  à partir du bord  $y=b$ ).

$$\bar{\sigma}_{i3} = \int_{b-h}^b \sigma_{i3} dy \quad (4.4)$$

#### *Critères en facteur d'intensité de singularité*

Irwin est le premier à utiliser les facteurs d'intensité de contrainte dans des critères de rupture [Irwin, 1958]. Ces critères s'écrivent sous forme :

$$\left(\frac{K_I}{K_I^C}\right)^l + \left(\frac{K_{II}}{K_{II}^C}\right)^m + \left(\frac{K_{III}}{K_{III}^C}\right)^n = 1 \quad (4.5)$$

Où  $K_I^C, K_{II}^C, K_{III}^C$  sont les facteurs d'intensité de contrainte critiques et sont supposés être des grandeurs intrinsèques du matériau.

$K_I, K_{II}, K_{III}$  sont les facteurs d'intensité correspondant aux contraintes  $\sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}$  à l'interface.

$l, m$  et  $n$  sont des coefficients positifs et sont aussi supposés être des grandeurs intrinsèques du matériau.

Leguillon [Leguillon, 1998] et Chyanbin [Chyanbin, 1995] valident également leur critère basant sur la théorie d'Irwin. Cependant les auteurs n'ont pas pris en compte l'effet d'épaisseur.

#### *Critères énergétiques*

Les critères énergétiques utilisent en général la mécanique linéaire de la rupture fondée sur le critère de propagation de fissure Griffith [Griffith, 1920]. Ces critères sont trouvés de type :

$$f\left(\frac{G_I}{G_I^C}, \frac{G_{II}}{G_{II}^C}, \frac{G_{III}}{G_{III}^C}\right) = 1 \quad (4.6)$$

Où  $G_i$  et  $G_i^C$  ( $i = I, II, III$ ) sont respectivement les taux de restitution d'énergie et celles critique associés au mode de fissuration  $i$ . Pour ce type de critères, nous pouvons citer les travaux de [Wang, 1989], [Whitney, 1989], [Guedra-Degeorges, 1993], [Benzeggagh, 1996], [Leguillon, 1999], [Marion, 2000]. On notera le travail de Leguillon [Leguillon, 2001] qui propose un critère intégrant une condition sur la contrainte et une condition énergétique.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord modéliser le comportement d'interface imparfaite, nous déterminerons ensuite des critères simples de délaminage pour les matériaux élastiques fragiles avec nos modèles M4-5n et M4-2n+1 grâce à une campagne d'essai sur les éprouvettes 3-couches bois-carbone.

## 4.2. Modélisation de la fissure transverse et du délaminage

Afin de simuler le mécanisme des ruptures progressives, nous présenterons ci-dessous la modélisation de la rupture dans les couches, (fissures transverses) et dans les interfaces (délaminage) d'une structure multicouche. Pour les délaminages, nous utiliserons pour la modélisation des outils développés dans le cadre des modèles M4 pour des interfaces imparfaites ou une description géométrique des fissures.

### 4.2.1. Modélisation des interfaces imparfaites - Délaminage

En réalité, il est difficile de réaliser une connexion parfaite pour les structures mixtes dans le génie civil. Les poutres mixtes, notamment en bois - béton, présentent souvent un glissement à l'interface entre le bois et le béton, ou entre les lamelles du bois. En effet, plusieurs auteurs ont développé des théories qui permettent d'obtenir des solutions pour ce problème. La thèse de [Pham 2007], puis celle [V.A. Nguyen, 2008] présentent des études théoriques et expérimentales, ainsi que des études bibliographiques très riches sur le problème des interfaces imparfaites. Pham a proposé d'introduire les *raideurs d'interface* dans les modèles M4 en résolvant analytiquement le cas d'une poutre mixte de deux couches bois – béton. Le travail récent de [Blonski, 2009] sur l'expérimentation de la connexion bois - béton a été réalisé afin d'identifier ces raideurs.

Dans la construction du modèle présentée dans le chapitre 3, les interfaces sont définies parfaitement rigide. Dans les poutres mixtes, ce modèle d'interface ne convient pas aux connexions discrètes que présentent souvent un glissement important entre les couches matérielles. Nous reprenons la loi de comportement d'interface proposée par [Pham 2007]

$$\begin{cases} \gamma_{\alpha}^{j,j+1}(x) = S_{\gamma}^{j,j+1} \tau_{\alpha}^{j,j+1}(x) \\ \gamma_3^{j,j+1}(x) = S_3^{j,j+1} \nu^{j,j+1}(x) \end{cases} \quad (4.7)$$

$\gamma_{\alpha}^{i,j}(x)$  et  $\gamma_3^{i,j}(x)$  sont les glissements et déplacement vertical relatif qui sont déterminés par :

$$\begin{cases} \gamma_{\alpha}^{j,j+1}(x) = u_{\alpha}^{j+1}(x, h_{j+1}^{-}) - u_{\alpha}^j(x, h_j^{+}) \\ \gamma_3^{j,j+1}(x) = w^{j+1}(x, h_{j+1}^{-}) - w^j(x, h_j^{+}) \end{cases} \quad (4.8)$$

$S_{\gamma}^{j,j+1}$  et  $S_3^{j,j+1}$  sont donc les raideurs, respectivement, du cisaillement et de l'arrachement de l'interface  $j, j + 1$ .

Les équations de compatibilité du modèle M4-5n sont réécrites :

$$\begin{cases} D^{j,j+1}(x) - \gamma^{j,j+1}(x) = u^j(x) - u^j(x) - \frac{e^j}{2} \phi^j(x) - \frac{e^{j+1}}{2} \phi^{j+1}(x) \\ D_{\nu}^{j,j+1}(x) - \gamma_3^{j,j+1}(x) = w^{j+1}(x) - w^j(x) \end{cases} \quad (4.9)$$

Pour la résolution, nous définissons maintenant les vecteurs de glissement d'interface :

$$\underline{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma^{1,2} \\ \gamma^{2,3} \\ \dots \\ \gamma^{n-1,n} \end{bmatrix}; \quad \underline{\Gamma}_3 = \begin{bmatrix} \gamma_3^{1,2} \\ \gamma_3^{2,3} \\ \dots \\ \gamma_3^{n-1,n} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

et les matrices de souplesses associées :

$$\underline{\underline{S}}_Y = \begin{bmatrix} S_Y^{1,2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_Y^{2,3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & S_Y^{n-1,n} \end{bmatrix}; \underline{\underline{S}}_3 = \begin{bmatrix} S_3^{1,2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_3^{2,3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & S_3^{n-1,n} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

En les introduisant aux équations 3.84, nous avons :

$$\begin{cases} \underline{\underline{N}}_1 \underline{\underline{U}} + \underline{\underline{P}}_1 \underline{\underline{\Phi}} = -\frac{1}{10} \underline{\underline{N}}_2 \underline{\underline{G}}^{-1} \underline{\underline{Q}} + (\underline{\underline{G}}_2 + \underline{\underline{S}}_Y) \underline{\underline{T}} + \underline{\underline{F}}_2 = 0 \\ \underline{\underline{N}}_1 \underline{\underline{W}} + (\underline{\underline{K}}_3 + \underline{\underline{S}}_3) \underline{\underline{V}} + \underline{\underline{F}}_3 = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

En posant :

$$\begin{cases} \underline{\underline{G}}_2^* = \underline{\underline{G}}_2 + \underline{\underline{S}}_Y \\ \underline{\underline{K}}_3^* = \underline{\underline{K}}_3 + \underline{\underline{S}}_3 \end{cases} \quad (4.13)$$

En remplaçant  $\underline{\underline{G}}_2$  par  $\underline{\underline{G}}_2^* = \underline{\underline{G}}_2 + \underline{\underline{S}}_Y$ , et  $\underline{\underline{K}}_3$  par  $\underline{\underline{K}}_3^* = \underline{\underline{K}}_3 + \underline{\underline{S}}_3$ , le problème d'interface imparfaite devient celui général que l'on a déjà résolu (c.f chapitre 3)

Si l'interface  $j, j + 1$  est parfaite, alors :

$$S_Y^{j,j+1} = S_3^{j,j+1} = 0 \quad (4.14)$$

En revanche, le délaminage dans l'interface  $j, j + 1$  peut être interprété par une interface infiniment souple. Dans ce cas, nous prenons alors les valeurs grandes pour  $S_Y^{j,j+1}$  et  $S_3^{j,j+1}$ .

Une démarche tout à fait similaire est possible pour les utilisateurs du modèle  $\mathcal{M}4-2n+1$ . En remplaçant  $\underline{\underline{G}}$  dans l'équation (3.81) par  $\underline{\underline{G}}^* = \underline{\underline{G}} + \underline{\underline{S}}_Y$ , le problème  $\mathcal{M}4-2n+1$  avec les interfaces imparfaites est résolu.

Lorsque l'interface  $j, j + 1$  est constituée par un matériau homogène souple (par exemple une colle époxy qui n'est pas totalement durcie) et que son épaisseur  $e^{j,j+1}$  est faible,  $S_Y^{j,j+1}$  et  $S_3^{j,j+1}$  peuvent être calculées par :

$$\begin{cases} S_Y^{j,j+1} = \frac{e^{j,j+1}}{G_{Y3}^{j,j+1}} \\ S_3^{j,j+1} = \frac{e^{j,j+1}}{E_{33}^{j,j+1}} \end{cases} \quad (4.15)$$

## 4.2.2. Sous-structuration du stratifié pour modéliser le délaminage

Les délaminages peuvent être aussi modélisés par une sous structuration. La partie supérieure et celle inférieure de l'interface délaminée sont supposées indépendantes, en mettant les conditions de continuité aux extrémités de la fissure d'interface (voir 4).

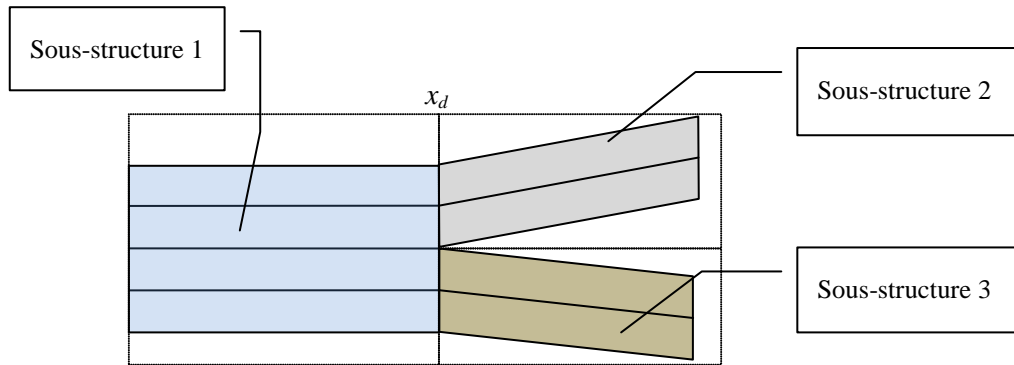


Figure 4.1. Schéma de la modélisation sous structurale : Le multicouche 2 et 3 relie avec celui 1 par les conditions de continuité en  $x=x_d$

Avec la résolution présentée dans le paragraphe 3.3.3.4, cette technique est très facile à réaliser, mais elle n'est applicable qu'aux cas où la fissure d'interface s'ouvre. Dans le cas où les « lèvres » de la fissure se ferment, un modèle de contact, avec éventuellement le frottement surfacique doit être sollicité. Néanmoins, pour les études de délaminages en mode I ou mode mixte, l'application de cette technique donne des très bons résultats et des avantages indéniables. Pour nos poutres dont les efforts normaux dans les interfaces sont souvent de type compression, cette modélisation n'est pas proche de la réalité.

### 4.2.3. Modélisation des fissures transverses

Dans une structure multicouche stratifiée, (bois lamellé collé, composite multi directionnel...), les ruptures peuvent avoir lieu aux nœuds ou aux aboutages qui présentent des résistances variées. Dans un empilement composite multi directionnel, la matrice époxy se fissure le long des fibres dans les plis les moins bien orientées... Ce problème a été étudié par plusieurs auteurs, on trouvera une biblio et des résultats de simulations en statique et en fatigue dans [Caron 97], par exemple.

Si dans une couche, existe une fissure transverse en  $x=x_k$  (on suppose qu'elle intéresse toute l'épaisseur de la couche), elle présente une discontinuité structurelle en  $x_k$  où les champs de déplacements membranaires, des rotations et des déplacements verticaux sont alors discontinus. Il existe donc un saut des déplacements en  $x=x_k$ , où les conditions de bord libre (les équations 3.19) sont alors applicables :

$$\begin{cases} N_-^i(x_k) = N_+^i(x_k) = 0 \\ M_-^i(x_k) = M_+^i(x_k) = 0 \\ Q_-^i(x_k) = Q_+^i(x_k) = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Où (-) et (+) indiquent la partie à gauche et à droite de  $x_k$ .

### 4.2.4. Modélisation de la multi fissuration

La multi fissuration dans un multi couche est l'ensemble des fissures transverses et des fissures d'interface (Figure 4.2)

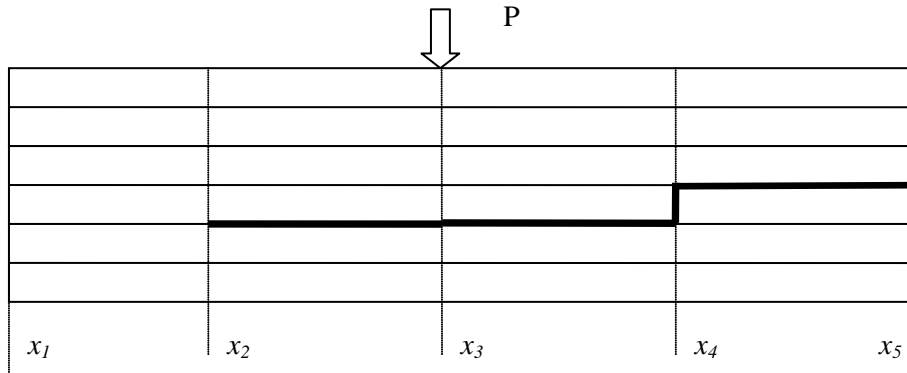


Figure 4.2. Schéma de la modélisation d'une structure multi fissurée

Extrapolons maintenant à une structure sandwich portant  $m$  points singuliers  $x_k$ . Les points singuliers sont, soit la position d'une fissure transverse ou de l'extrémité d'une fissure d'interface, soit la position d'une charge concentrée ou d'un appui (voir Figure 4.2). Par une discrétisation de  $m+1$  segments sur lesquels, l'ensemble des équations (3.94) de conditions continues et discontinues et le système d'équations (3.106), qui sont sous la forme d'un système linéaire de dimension  $6n.m \times 6n.m$ , devront être résolus. L'utilisation de la technique indiquée dans le paragraphe 3.3.3.5 donnera directement tous les valeurs des inconnus dans ces  $m$  coordonnées.

### 4.3. Identification du critère de rupture d'interface d'un 3-couches bois-carbone

Dans les analyses éléments finis 3D, en présence de singularité des champs de contraintes, il est inutile d'espérer la convergence des champs de contrainte au bord libre, même avec l'augmentation de la finesse de maillage. En utilisant le modèle proposé ici, on s'affranchit à première vue de cette difficulté. En effet le calcul donne une valeur finie sur la lèvres de la fissure pour l'expression du cisaillement d'interface  $\tau^{i,i+1}$ , au niveau de l'interface bois-béton. Cela s'explique par le raisonnement en grandeurs généralisées et aux intégrations suivant l'épaisseur des couches qui gomme cette singularité. C'est assez similaire aux approches citées dans le paragraphe précédent qui choisissent d'intégrer la contrainte 3D sur une longueur ou volume caractéristique pour introduire le concept de contrainte moyenne (Hochard, 2002). Dans l'approche proposée ici, l'épaisseur de la couche joue ce rôle et permet de donner un sens physique clair au domaine d'intégration. Il est clair que la raideur des couches (c'est-à-dire, à module d'Young donnés, les épaisseurs) influencent directement l'intensité de la contrainte à l'interface. Aussi il est inévitable et naturel de relier la résistance d'une interface à la nature des couches voisines, nature définie par des caractéristiques mécaniques, mais aussi géométriques, c'est-à-dire leur épaisseur.

Ainsi, si on identifie un cisaillement critique, initiant la rupture d'une interface, ce cisaillement critique sera lié à la nature (mécanique et géométrique, l'épaisseur) des plis. Si on change d'épaisseur de pli, on change à priori la valeur du critère (expérimentalement et avec le modèle M4). Ont été testés (Diaz, 2000) des  $[10_n, -10_n]_s$  en carbone époxy par exemple, jusqu'à apparition d'un délaminage (rupture d'interface) entre les couches 10 et -10, site de concentration de contrainte de cisaillement. Si l'on considère cet empilement comme un 4-couches dont l'épaisseur des plis est proportionnelle à  $n$ , on trouve que la valeur  $\tau_{cr}$  (critique) calculée est différente pour chaque empilement.  $\tau_{cr}$ , en l'état n'est pas une donnée intrinsèque de l'interface, mais de l'empilement. Il se peut qu'il n'y ait rien à y faire et que cela en reste ainsi, du à des effets d'échelle, à des tailles de défauts etc....

Il se peut aussi que le modèle permette de mettre en évidence un  $\tau_{cr}$  intrinsèque à l'interface. Pour que ce  $\tau_{cr}$  devienne une valeur intrinsèque à l'interface donnée (interface physique entre deux couches physiques de matériau) il faudrait pouvoir vérifier que ce  $\tau_{cr}$  est identique pour tous les empilements  $[10_n, -10_n]_s$  si ils sont maintenant calculés comme un empilement de  $n$  couches d'épaisseur unique  $e$ .  $e$  est l'épaisseur du pli physique. On montre (Diaz, 2000) que si pour chaque empilement  $[10_n, -10_n]_s$ ,  $n=1..4$ , le calcul modélise chaque couche physique par une couche numérique, le  $\tau_{cr}$  à l'interface 10/-10 est très proche pour tous les empilements. Ceci montre que, moyennant cette précaution, le modèle rend compte de l'effet d'épaisseur et permet donc de simuler un empilement différent de celui qui a servi à l'identification. Ceci donne du sens à cette valeur finie de la contrainte de cisaillement calculée en pointe de fissure.

C'est ce qu'on se propose de refaire ici dans le cas des poutres bois renforcées par le composite. Plusieurs éprouvettes fissurées (Figure 4.4) sont testées jusqu'à rupture de l'interface bois-composite, avec des épaisseurs de bois et de composites différentes. On modélisera alors ces éprouvettes avec l'outil numérique pour éprouver le caractère intrinsèque ou non de la valeur  $\tau_{cr}$  ainsi identifiée.

### 4.3.1. Le problème mécanique considéré

Comme premier exemple d'application considérons un empilement de largeur  $b$ , de longueur  $2L$  de 3 couches bois/composite en présence d'une fissure verticale et symétrique sur toute l'épaisseur de la couche milieu en bois. L'empilement subit une traction directe  $P$ . (Figure 4.3).

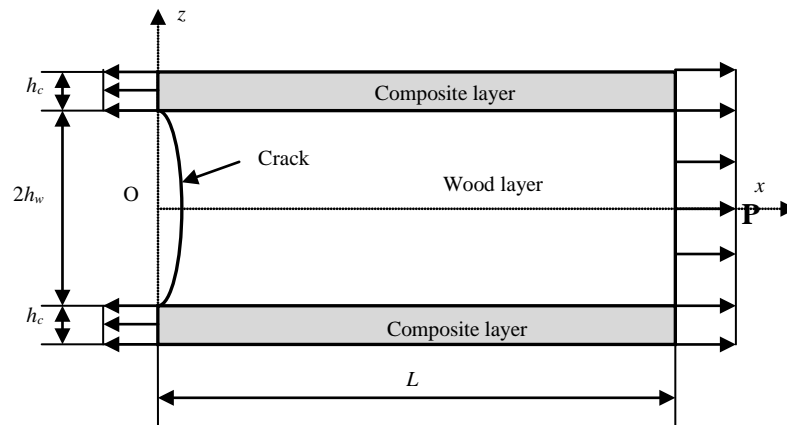


Figure 4.3. Configuration du problème, le multicouche est fixé à  $x=L$ , avec la symétrie en  $x=0$

#### Analyse avec le M4-2n+1

Nous présentons une analyse en utilisant le modèle M4-2n+1. Grâce à la symétrie en  $z$ , en modélisant le multicouche par un 2-couches (une couche du composite et une demi couche du bois), les conditions aux limites sont alors :

$$u_1^1(L) = u_1^2(L) = 0; N_{11}^1(0) = \frac{P}{2b}; N_{11}^2(0) = 0 \quad (4.17)$$

Les inconnus sont :

$$u_1^1(x), u_1^2(x), N_{11}^1(x), N_{11}^2(x) \quad (4.18)$$

En appliquant la méthode présentée dans 3.3.2, le champ de cisaillement d'interface se détermine :



$$\tau_1^{1,2}(x) = 3 \frac{P}{2b \cdot E_c} \frac{\left(\frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_w}\right) e^{-\lambda x}}{\left(\frac{h_c}{G_c} + \frac{h_w}{G_w}\right) \lambda} \quad (4.19)$$

$$\text{avec } \lambda = \sqrt{3} \sqrt{\frac{\frac{1}{h_c E_c} + \frac{1}{h_w E_w}}{\frac{h_c}{G_c} + \frac{h_w}{G_w}}}$$

Où  $h, G, E$  sont respectivement l'épaisseur, le module de cisaillement et le module d'Young. L'indice  $c$  et  $w$  indique respectivement le composite et le bois.

### Analyse avec le M4-5n

Les 6n=18 conditions aux limites sont :

En  $x=0$ ,

$$\begin{aligned} \phi_1^1(0) &= \phi_1^3(0) = 0; \\ Q_1^1(0) &= Q_1^2(0) = Q_1^3(0) = 0 \\ N_{11}^1(0) &= N_{11}^3(0) = \frac{P}{2b}; N_{11}^2(0) = 0 \\ M_{11}^2(0) &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

En  $x=L$ ,

$$\begin{aligned} u_1^1(L) &= u_1^2(L) = u_1^3(L) = 0 \\ Q_1^1(L) &= Q_1^3(L) = 0 \\ M_{11}^1(L) &= M_{11}^2(L) = M_{11}^3(L) = 0 \\ u_3^2(L) &= 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Les 18 inconnus sont alors :

$$\begin{aligned} &u_1^1(0), u_1^2(0), u_1^3(0) \\ &\phi_1^2(0) \quad \phi_1^1(L), \phi_1^2(L), \phi_1^3(L) \\ & \quad \quad \quad Q_1^2(L) \\ & \quad \quad \quad N_{11}^1(L), N_{11}^2(L), N_{11}^3(L) \\ &M_{11}^1(0), M_{11}^3(0) \\ &u_3^1(0), u_3^2(0), u_3^3(0) \quad u_3^1(L), u_3^3(L) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Les résultats seront présentés dans le prochain paragraphe.

### 4.3.2. Expérimentation

Cinq séries d'éprouvettes multicouches composite - bois symétriques (Figure 4.4) sont réalisées. Dans ces éprouvettes, la couche médiane est séparée par une fissure (*pré-fissure*) sur toute son épaisseur. Des plaques métalliques sont collées aux extrémités pour assurer que la rupture ne se produit qu'au niveau de la *pré-fissure*.

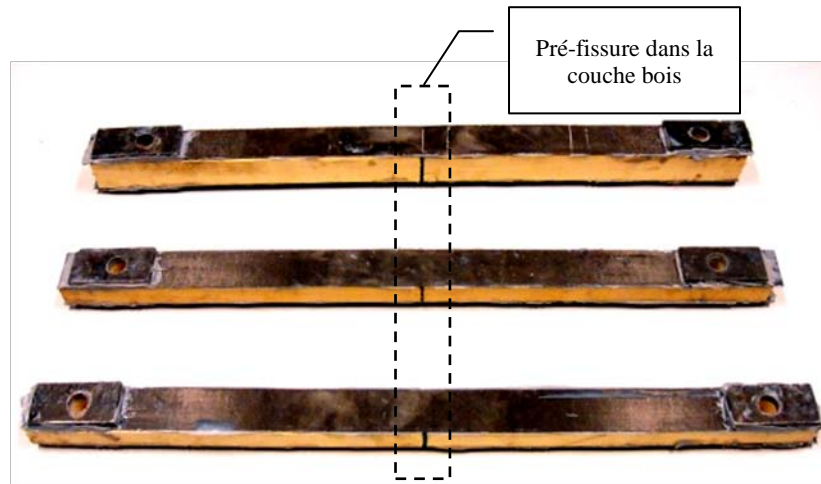


Figure 4.4. *Éprouvettes d'essai en traction directe*

La couche médiane est en bois *sapin blanc*, les couches *peaux* sont des empilements en tissu carbone époxy. Pour l'assemblage, nous avons utilisé deux types de colle : la *Sikadur 330* et l'*Epolam*. Nous avons observé un mode de rupture cohésif dans la fine couche de bois en contact avec les colles. La résistance en cisaillement des colles choisies est plus élevée que celle du bois, et on notera que le choix de ces deux types de colle du comportement fragile n'influence pas l'identification du critère de rupture.

Les propriétés mécaniques des matériaux sont données dans le 3

Matériau	Dénomination	E11 [GPa]	G13 [GPa]	v13
Bois	(W)	13,1	0,5	0,4
Tissu Carbone	(Ct)	340 (fil)	5	0,35
Sikadur 330	(As)	9,5	4	0,2
Epolam 2014/2015	(Ae)	3	1,2	0,2

Tableau 4.1. *Propriétés des matériaux*

Et la configuration des séries d'éprouvettes se trouvent dans le Tableau 4.2

Série	1	2	3
Nombre d'échantillons	3	3	3
Âme	W	W	W
Peaux	Ct	Ct	Ct
Colle	As	Ae	Ae

Tableau 4.2. *Configuration des séries d'essais*

La longueur des échantillons et des plaques métalliques est conçue pour que les champs autour de la fissure soient équivalents au cas d'une traction uniforme. Cette longueur doit être suffisamment grande pour que l'interaction entre les bords libres (y compris la pré-fissure) soit négligeable. En effet, la perturbation des champs de contraintes engendrés par la fissure et par les bords libres diminue très vite, ce qui suit une loi exponentielle où la puissance dépend seulement des épaisseurs et des modules des couches. Nous trouvons ainsi que cette longueur d'influence est environ 5 fois d'épaisseur du bois, soit une longueur totale d'éprouvette variant entre 10cm et 40cm. À cause de la limite de l'espace de travail de la machine, il a été choisi une longueur de 60cm.

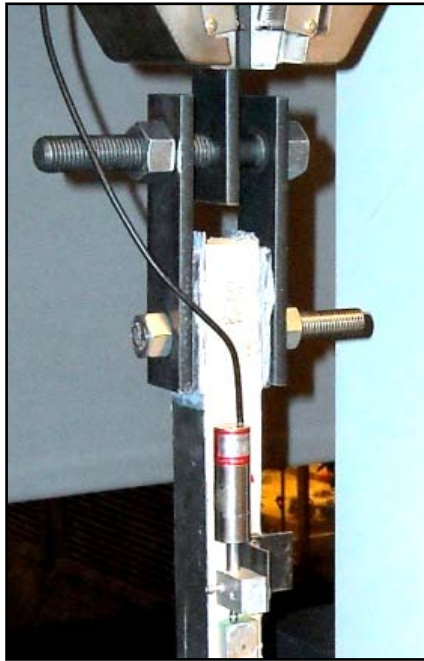


Figure 4.5. *Installation d'un test – Mesure de déplacement*

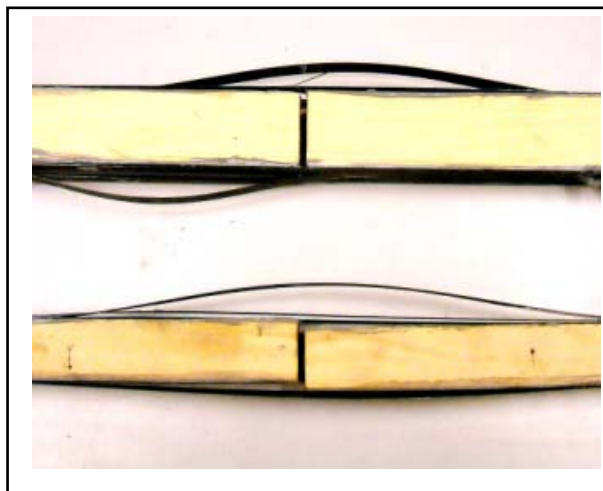


Figure 4.6. *Rupture mode II*

Les essais ont été réalisés par une machine MTS de capacité de 100kN. Nous disposons un capteur de déplacement pour mieux déterminer le point de rupture. Les données sur la force et sur le déplacement sont enregistrées par un système d'acquisition (Figure 4.5).

Les échantillons cassent en mode II dans le bois (Figure 4.6). La rupture brutale commence à la position de fissure, près du point d'interface bois – carbone, et se prolonge le long de la couche bois. Une chute de charge a été remarquée lors de la rupture. Nous ne nous intéresserons pas à la longueur des fissures ainsi qu'à leur progression mais seulement à la force maximale appliquée à la rupture. On trouve dans le Tableau 4.3 les résultats de l'essai.

Série	N°	Épaisseur [mm]		Largeur [mm]	Charge à la rupture [N]	Moyenne	Écartype
		Peau	Âme				
1	1	0,131	13,0	27,7	17455	16298	1168
	2	0,131	13,0	27,7	15120		
	3	0,131	13,0	27,7	16320		
2	1	0,131	27,0	37,5	21206	22084	1754
	2	0,131	26,0	37,3	20942		
	3	0,131	26,9	37,8	24104		
3	1	0,262	26,6	38,0	33514	36516	3605
	2	0,262	27,2	37,9	40514		
	3	0,262	27,2	37,5	35521		

Tableau 4.3. Géométrie des éprouvettes et Résultats bruts

Les niveaux de chargement sont bien évidemment différents compte tenu des sections différentes des éprouvettes. Le modèle proposé dans la partie précédente va être utilisé afin de calculer le cisaillement max lors de l'essai et de tenter d'identifier une valeur intrinsèque de l'interface si elle existe.

### 4.3.3. Analyse des résultats expérimentaux avec le modèle M4-2n+1

Comme pour les stratifiés  $[10_n, -10_n]_s$  de la référence [3], plusieurs modélisations différentes du multicouche vont être réalisées. L'épaisseur de la colle est négligeable et ne sera pas prise en compte dans le maillage. De plus la rupture a toujours lieu dans le bois en contact avec la colle. C'est l'ensemble de cette zone que l'on appelle ici l'interface et que l'on souhaite qualifier.

Le plus évident est de mailler le bois par une couche modèle et le composite par une couche modèle (maillage *c*) dans la Figure 4.7). Le Tableau 4.4 donne la valeur  $\tau_{cr}(2n+1)$  pour chaque éprouvette. Il est clair que  $\tau_{cr}$  calculé ainsi est une caractéristique de l'empilement et non intrinsèque à l'interface. On note cependant une assez bonne répétabilité dans cet essai de rupture.

Série	N°	$\tau_{cr}(2n + 1)$ [MPa]
1	1	20,0
	2	17,2
	3	18,9
2	1	13,6
	2	13,7
	3	15,3
3	1	13,9
	2	16,7
	3	14,8

Tableau 4.4.  $\tau_{cr}$  calculé avec 1 maille (Figure 4.7.c) – modèle M4-2n+1

Si l'on veut maintenant conserver une taille caractéristique identique pour chaque empilement, des maillages différents de chaque spécimen vont être testés.

L'influence du maillage sur la distribution de contrainte est tout d'abord mise en évidence, pour les différents maillages quelconques de la Figure 4.7

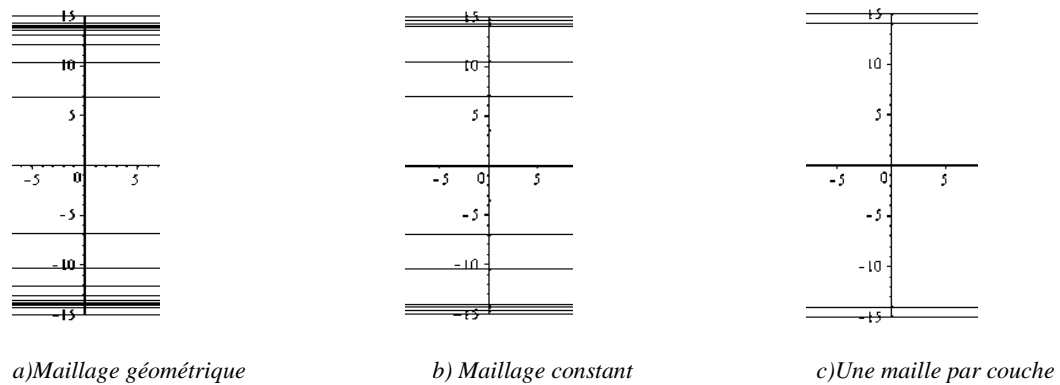


Figure 4.7. Différents maillages du calcul.

Nous nous intéressons aux champs de cisaillement dans l'empilement, notamment dans la couche *âme*, au voisinage de la fissure. Dans la Figure 4.8, l'abscisse horizontale représente une demi épaisseur  $z=[-h/2 ; 0]$  avec  $z=0$  sur le plan symétrique de la couche bois. L'axe vertical donne les valeurs de la contrainte de cisaillement  $\tau_{13}(0,z)$  correspondants aux 3 maillages ci-dessus.

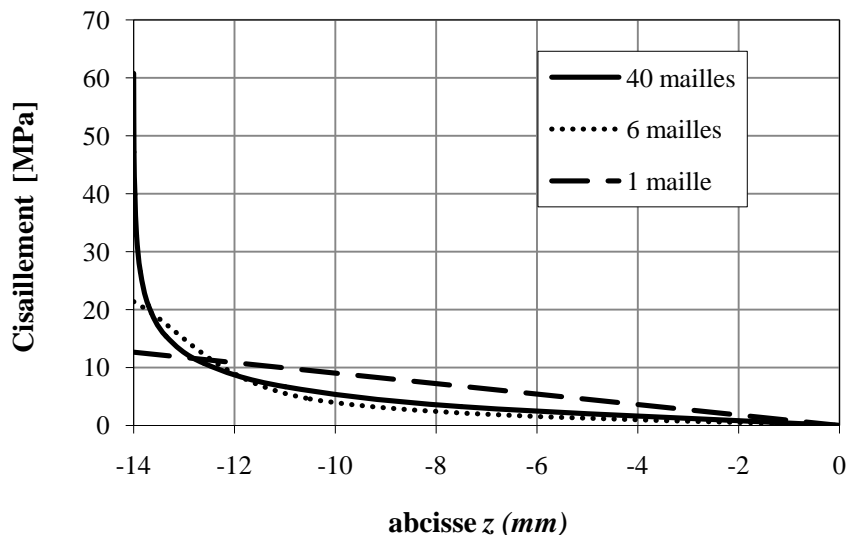


Figure 4.8. Profil de cisaillement dans la demi couche du bois: Empilement 3 couches carbone/bois en traction directe. ( $h_w=28$ ,  $h_c=0,5$ .  $E_w=13060$ ,  $E_c=90000$ ,  $G_w=600$ ,  $G_c=5000$ ).[N][mm]

Les profils sont assez proches dans la partie centrale, mais la valeur maximum  $\tau_{cr}$  sur le bord est très dépendante du maillage, et donc peu utile pour proposer un critère, si on en reste là.

Ce qui est proposé ici est de définir une épaisseur de référence, qui est une épaisseur de bois proche de l'interface, cette épaisseur est choisie arbitrairement.

C'est ce qui a été fait, et une méthode de maillage est proposée de la manière suivante :

Une épaisseur caractéristique est choisie, l'épaisseur d'une couche de bois en contact avec l'interface. Si  $e$  ( $0.131\text{mm}$ ) est une épaisseur caractéristique de la lame carbone, alors la maille de bois en contact est choisie proportionnelle et a pour épaisseur  $e_w = r_e \cdot e_c$ , on testera ici  $10 \cdot e_c$ ,  $40 \cdot e_c$  ou  $100 \cdot e_c$ . Par exemple sur c) le bois est maillé que par une seule couche

Les autres mailles sont telles que le nombre de maille dans la couche de carbone est  $n_c = h_c / e_c$ .  $h_c$  est l'épaisseur totale de la couche de carbone. Le nombre de couche de bois est  $n_w = h_w / e_w$ .  $h_w$  est

l'épaisseur totale de la couche de bois. Dans le cas où le rapport  $h_w/e_w$  n'est pas entier, nous prenons le résidu comme l'épaisseur de la dernière maille qui est la plus loin de l'interface.

Nous calculons, pour chaque éprouvette, la contrainte de cisaillement à la rupture  $\tau_{cr}$  entre les 2 mailles d'interfaces avec ces 3 *maillages* différents ( $r_e=100; 40; 10$ ).

Ce que l'on constate alors sur le Tableau 4.5 c'est qu'une même valeur de  $\tau_{cr}$  permet de bien prédire la rupture de tous les échantillons d'épaisseurs différentes, si la même épaisseur caractéristique de bois et de carbone ont été choisie pour toutes les analyses. Cela revient à *proposer ces valeurs* comme caractéristiques intrinsèques des interfaces composite-bois.

Série	N°	Cisaillement calculé [MPa]		
		$r_e = 10$	$r_e = 40$	$r_e = 100$
1	1	45,3	29,5	20,0
	2	38,8	25,3	17,2
	3	42,7	27,8	18,9
	moyenne 1	<b>42,67</b>	<b>27,53</b>	<b>18,7</b>
2	1	41,2	27,1	19,3
	2	41,1	27,0	19,2
	3	46,3	30,4	21,7
	moyenne 2	<b>42,87</b>	<b>28,17</b>	<b>20,07</b>
3	1	38,0	26,0	19,1
	2	46,0	31,5	23,1
	3	40,8	27,9	20,5
	moyenne 3	<b>41,6</b>	<b>28,47</b>	<b>20,09</b>

Tableau 4.5. Valeur de  $\tau_{cr}$  avec 3 maillages différents

Cette valeur dépend bien sur de l'élément élémentaire représentatif choisi (épaisseur de bois « d'interface »), comme c'est souvent le cas en mécanique linéaire de la rupture, mais cela n'empêche pas de prédire la rupture d'un échantillon à partir de l'identification du critère obtenu sur un échantillon de géométrie différente. C'est exactement ce que l'on demande à un critère de rupture. On remarque que la modélisation du bois par une seule maille donne  $\tau_{cr}$  plus faible et la plus dispersée (Tableau 3).  $\tau_{cr}$  augmente ensuite avec la diminution de l'épaisseur de bois de référence.

$r_e$	10	40	100	Non maillé
Moyenne de $\tau_{cr}$ [MPa]	43,8	28,8	20,6	16,4
Variation	13,7%	12,7%	13,0%	20,3%

Tableau 4.6. Synthèse des résultats d'essais

Les représentations statistiques de type Weibull de la Figure 4.9 sont très démonstratives et montrent la cohérence des résultats d'essais. Il est en effet possible de lisser toutes les contraintes à rupture calculées pour les différents échantillons et à partir des résultats d'essais, par une fonction de Weibull, Ceci est généralement le signe que le phénomène physique est correctement capté par le modèle.

On a tracé 3 courbes différentes correspondant chacune à un choix de taille caractéristique  $r_e$  différent. Les trois courbes Weibull (de deux paramètres) donnent le même paramètre de forme  $\lambda=10$  avec trois valeurs différentes de paramètre d'échelle  $k$  ( $k_1=21$  ;  $k_2=30$  ;  $k_3=45$ ). Cela veut dire que la

dispersion du résultat ne dépend pas du choix du maillage de calcul mais que la contrainte de cisaillement au bord libre dépend de l'échelle de calcul qui peut être choisie arbitrairement pour l'identification mais doit être conservée pour l'ensemble des prévisions.

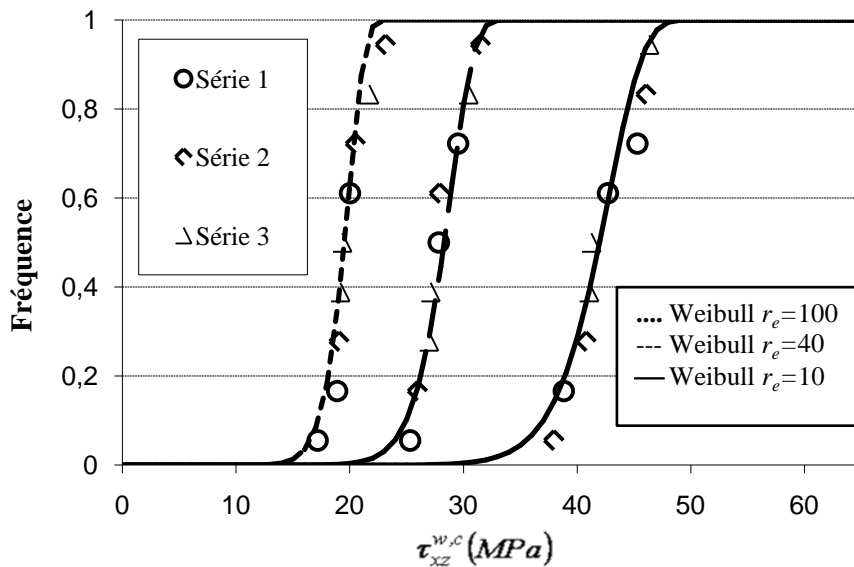


Figure 4.9. Résistance en cisaillement d'interface calculée à partir des résultats expérimentaux – Les courbes de regression de Weibull ont de même facteur de forme  $\lambda=10$

Ces résultats amènent à proposer tout naturellement un critère d'initiation de rupture d'interface en contrainte maximale de cisaillement de type :

$$\tau_{xz}^i \leq \tau_{xz}^{i,cr} \quad (4.23)$$

On peut représenter également la pertinence du critère par la Figure 4.10. Tous les essais permettent une identification identique de  $\tau_{xz}^{i,cr}$  si la taille de la maille de bois élémentaire est conservée pour l'analyse de tous les échantillons.

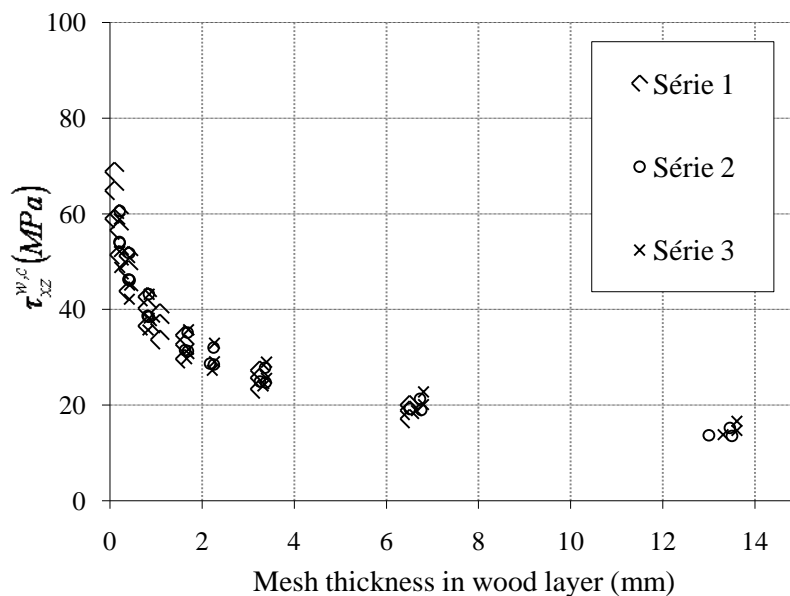


Figure 4.10. Cisaillement critique en fonction de l'épaisseur des mailles de la couche bois

Malgré la dépendance de la valeur maximale de  $\tau_{xz}^{i,cr}$  sur le choix du *maillage*, nous avons expérimentalement montré la possibilité de proposer un critère de rupture en contrainte maximum.

Nous souhaitons maintenant établir un outil d'ingénierie permettant de déterminer ce critère dans un tel assemblage avec la connaissance de la géométrie et des matériaux. En effet, le champ de cisaillement d'interface  $\tau_{xz}^{1,2}(x)$  a été déterminé pour le cas d'une maille par couche (Figure 4.7a), et l'évolution de ce champ suit une loi exponentielle en  $x$  (voir l'équation (4.19)) :

$$\tau_{xz}^{1,2}(x) = P \cdot \frac{3 \left( \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_w} \right) e^{-\lambda x}}{2b \cdot E_c \left( \frac{h_c}{G_c} + \frac{h_w}{G_w} \right) \cdot \lambda} \quad (4.24)$$

$$\text{où } \lambda = \sqrt{3} \sqrt{\frac{\frac{1}{h_c E_c} + \frac{1}{h_w E_w}}{\frac{h_c}{G_c} + \frac{h_w}{G_w}}}$$

En disant qu'un critère est valable pour l'épaisseur unitaire  $h_c=1$  et  $h_w=1$ , nous proposons une formule qui permet d'exprimer  $\tau_{cr}$  comme une fonction exponentielle de la taille des mailles exprimée ci-dessous :

$$\tau_{cr} = K_\tau \cdot c_1^{-\sqrt{3} \frac{\frac{1}{E_c} + \frac{1}{E_w}}{\frac{1}{G_c} + \frac{1}{G_w}}} \quad (4.25)$$

où  $K_\tau$  une constante à identifier,  $c_1$  la dimension physique de la maille dans la couche *âme* (qui est le bois dans notre étude) la plus proche de l'interface. En effet, cette formule donne une très bonne prédiction lorsque les mailles sont identiques.

Une fois identifié le critère de rupture  $\tau_{cr}^{e_1}$  pour l'épaisseur  $e_1$  de l'âme, le critère de rupture pour celle  $e_2$  est alors :

$$\tau_{cr}^{e_2} = \tau_{cr}^{e_1} \cdot \left( \frac{e_2}{e_1} \right)^{-\sqrt{6} \frac{\frac{1}{E_c} + \frac{1}{E_w}}{\frac{1}{G_c} + \frac{1}{G_w}}} = \tau_{cr}^{e_1} \cdot r_h^{-\sqrt{2}k} \quad (4.26)$$

Où  $r_h = \frac{e_2}{e_1}$  est le rapport d'épaisseur. On rappelle que la formule semi-analytique (4.26) n'est valable qu'avec le modèle M4-2n+1. Pour le modèle M4-5n, il est beaucoup plus difficile à déterminer ce type de formule à cause du couplage avec l'arrachement.

En remarquant que les modules du composite ( $E_c$  et  $G_c$ ) sont naturellement très élevés devant ceux du bois ( $E_w$  et  $G_w$ ), on a :

$$k \approx -\sqrt{3} \sqrt{\frac{G_w}{E_w}} \quad (4.27)$$

L'identification de la constante  $K_\tau$  est présentée dans la Figure 4.11 ci-dessous. L'allure de la courbe de prédiction correspond bien aux résultats expérimentaux.



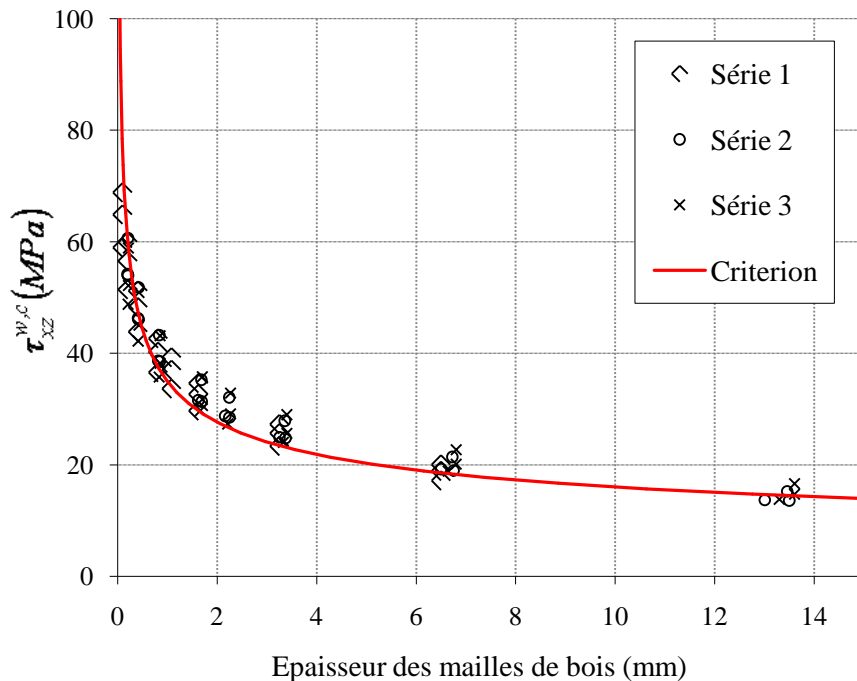


Figure 4.11. Valeur de la contrainte de cisaillement d'interface maximale en fonction de l'épaisseur des mailles de la couche bois.  $K_\tau=35$ ,  $k = \sqrt{3}\sqrt{500/13060} \approx 0,3389$

Le critère proposé ci-dessus nous permet donc de prédire rapidement la contrainte de délaminage d'interface d'un assemblage lors du changement d'échelle (épaisseur).

## 4.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation des endommagements dans les structures multicouches en utilisant les modèles M4. Les ruptures dans les multicouches sont dues à deux phénomènes principaux : les fissures transverses et les délaminages. Deux méthodes différentes ont été présentées pour la modélisation du délaminage, chacune présente son avantage. Pour les poutres multi couches en flexion, nous avons choisi les modèles des interfaces imparfaites, développés dans la thèse de [Duong, 2008].

Nous avons approfondi dans le problème de bord et de délaminage du bois. Une campagne d'essais de différentes échelles sur les 3-couches bois-carbone ont été réalisés, afin de justifier la possibilité de proposer un critère basant sur la valeur au bord d'une structure multi couche. En utilisant deux modèles M4-5n et M4-2n+1, nous avons montré que les efforts d'interface ont perdu le caractère singulier sur les bords qu'ils ont avec un modèle 3D. Les résultats d'analyse nous encouragent de proposer un critère de rupture pour chaque modèle. Pour les utilisateurs du modèle M4-2n+1, une relation qui relie le changement du critère de rupture avec le changement de l'échelle d'étude a été proposée. Une formule analytique simple permet d'identifier ce facteur d'échelle.

