

Rappels : Grandeurs électriques

Notion d'Electromagnétisme

- I. Introduction
- II. Théorème d'Ampère

Circuits magnétiques

- I. Excitation et induction magnétique
- II. Flux magnétique
- III. Application
- IV. Exemples

Bobine à noyau de fer

- I. Induction et excitation
- II. Inductance et Tension
- III. Cas particuliers et exemples
- IV. Fonctionnement en régime sinusoïdal
- V. Energie emmagasinée

Chapitre Préliminaire

I. Grandeurs électriques.

Il existe différentes grandeurs en électrotechnique et électronique de puissance, les plus utilisées sont la tension et le courant.

- *Grandeurs temporelles* : Notation $v(t)$ ou $i(t)$.

Si la grandeur est variable en fonction du temps on note toujours $v(t)$ ou $i(t)$.

- *Grandeurs moyennes* :

Tous les signaux périodiques de période T possèdent une valeur moyenne. Notation :

$$\langle v(t) \rangle = V_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v(t) dt$$

$$\langle i(t) \rangle = I_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) dt$$

- *Grandeurs efficaces :*

Tous les signaux périodiques de période T possèdent une valeur efficace. Notation :

$$V_{\text{eff}} = V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt}$$

$$I_{\text{eff}} = I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt}$$

- *Particularités :*

Tension ou courant continu $\Rightarrow v(t) = V_{\text{eff}} = V_{\text{moy}} = V = C^{\text{ste}}$

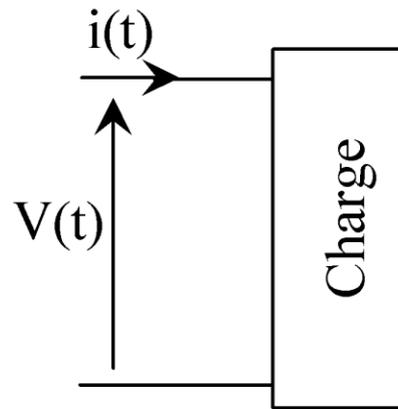
$\Rightarrow i(t) = I_{\text{eff}} = I_{\text{moy}} = I = C^{\text{ste}}$

Tension ou courant alternatif $\Rightarrow \langle v(t) \rangle = V_{\text{moy}} = 0$

$\Rightarrow \langle i(t) \rangle = I_{\text{moy}} = 0$

II. Régime permanent sinusoïdal.

II.1 Tension et courant.



$$v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

On pose $\omega = 2\pi f$, f étant la fréquence du signal.

Si la charge est linéaire on peut toujours écrire : $\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$

➔ Le module Z est fonction de la pulsation $\omega \Rightarrow Z(\omega)$.

➔ L'argument φ est fonction de la pulsation $\omega \Rightarrow \varphi(\omega)$.

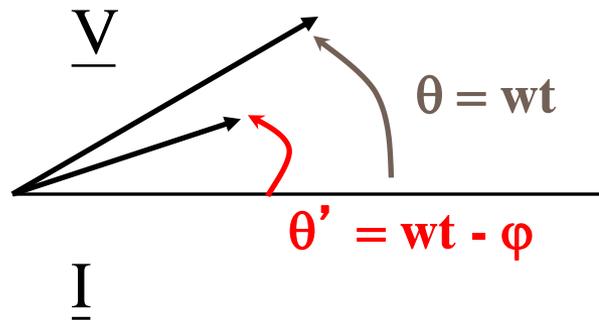
$$\varphi = \text{Arg}(\underline{Z}) \quad \longrightarrow \quad \boxed{i(t) = \frac{V\sqrt{2}}{Z_\omega} \sin(\omega t - \varphi_\omega)}$$

- *Représentation de Fresnel :*

En sinusoïdale on associe aux grandeurs temporelles un vecteur tournant.

Exemple : $v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t) \Rightarrow \underline{V} = V e^{j\omega t}$

$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) \Rightarrow \underline{I} = I e^{j(\omega t - \varphi)}$

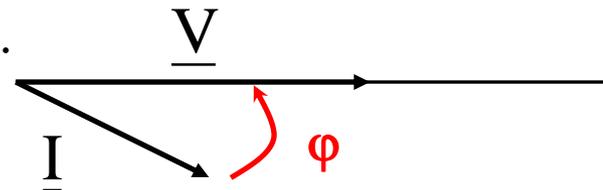


Les vecteurs obtenus sont des vecteurs tournants à la pulsation ω et de module la valeur efficace.

Représentation simplifiée $t = 0$.

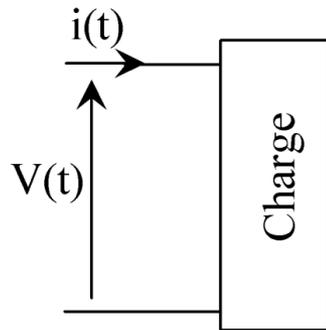
$\underline{V} = V$

$\underline{I} = I e^{-j\varphi}$



$\varphi = \text{Arg}(\underline{Z}) = \text{Arg}(\underline{V}) - \text{Arg}(\underline{I})$

II.2 Puissances en monophasées.



$$v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$$

• *Puissance instantanée :*

$$p(t) = v(t) * i(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t) * I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = 2 V I \sin(\omega t) * \sin(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = 2 V I \frac{\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)}{2}$$

➔ $p(t) = V I \cos \varphi - V I \cos(2\omega t - \varphi)$

$$p(t) = \boxed{V I \cos \varphi} - \boxed{V I \cos(2\omega t - \varphi)}$$

Terme constant :
Puissance moyenne.

Terme variable avec le temps :
Puissance fluctuante.

- *Puissance active ou moyenne :*

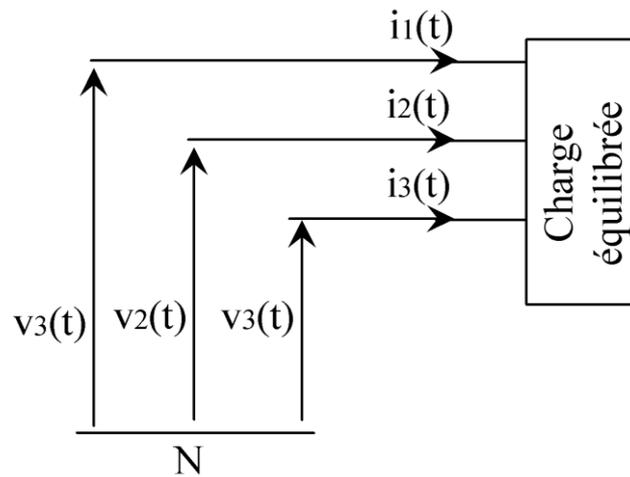
$$\langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = V I \cos \varphi$$

→ $\boxed{P = V I \cos \varphi}$

- *Puissance apparente :* $\boxed{S = V I}$

- *Puissance réactive :* $\boxed{Q = V I \sin \varphi}$ Rappel : $S^2 = P^2 + Q^2$

II.3 Puissances en triphasées sur charge équilibrée.



$$v_1(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$v_2(t) = V\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_3(t) = V\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

➔ $v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0$

➔ $i_1(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$

➔ $i_2(t) = I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$

➔ $i_3(t) = I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)$

- *Puissance instantanée :*

$$p(t) = v_1(t) * i_1(t) + v_2(t) * i_2(t) + v_3(t) * i_3(t)$$

$$p(t) = 3VI \cos \varphi - VI \cos(2\omega t - \varphi) \\ - VI \cos\left(2\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \varphi\right) - VI \cos\left(2\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \varphi\right)$$

$$p(t) = 3VI \cos \varphi - VI \cos(2\omega t - \varphi) \\ - VI \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - VI \cos\left(2\omega t - \frac{8\pi}{3} - \varphi\right)$$

 $p(t) = 3VI \cos \varphi$

=> En triphasé il n' existe pas de puissance fluctuante.

- *Puissance active ou moyenne :*

$$\langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = 3 V I \cos \varphi$$

→
$$P = 3 V I \cos \varphi = 3 P_{\text{mono}}$$

- *Puissance apparente :*

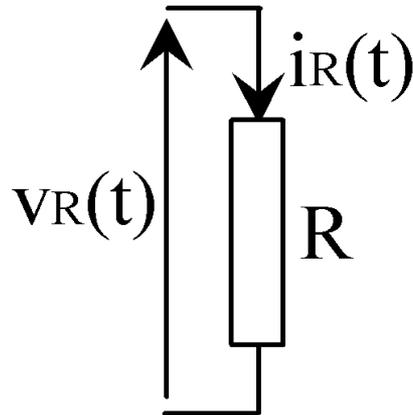
$$S = 3 V I = 3 S_{\text{mono}}$$

- *Puissance réactive :*

$$Q = 3 V I \sin \varphi = 3 Q_{\text{mono}}$$

III. Régime sinusoïdal.

- *Résistance* :



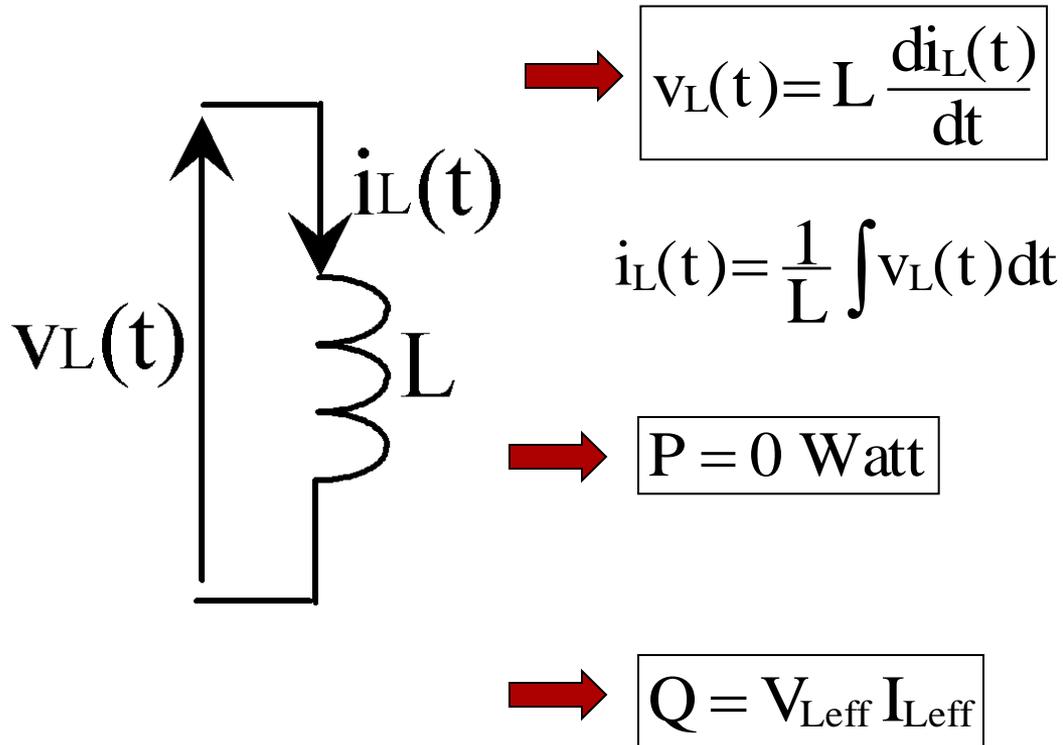
→ $v_R(t) = R i_R(t)$

$$i_R(t) = \frac{v_R(t)}{R}$$

→ $P = V_{\text{Reff}} I_{\text{Reff}} = R I_{\text{Reff}}^2 = \frac{V_{\text{Reff}}^2}{R}$

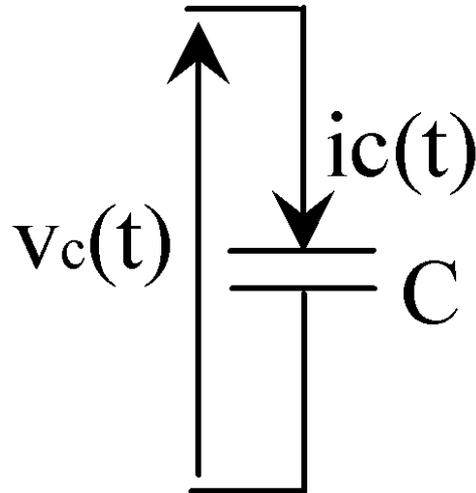
→ $Q = 0 \text{ Var}$

- *Inductance :*



En sinusoïdale à la pulsation ω : $Q = L\omega I_{L\text{eff}}^2 = \frac{V_{L\text{eff}}^2}{L\omega}$

- *Capacité :*



$$\rightarrow i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

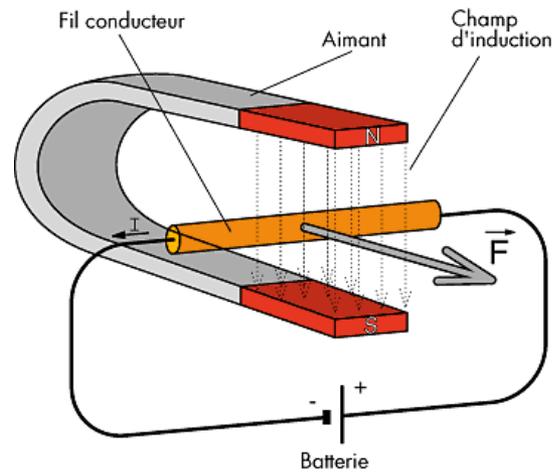
$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt$$

$$\rightarrow P = 0 \text{ Watt}$$

$$\rightarrow Q = - V_{\text{Ceff}} I_{\text{Ceff}}$$

En sinusoïdale à la pulsation ω : $Q = - C\omega V_{\text{Ceff}}^2 = - \frac{I_{\text{Ceff}}^2}{C\omega}$

Notions d'Électromagnétisme.

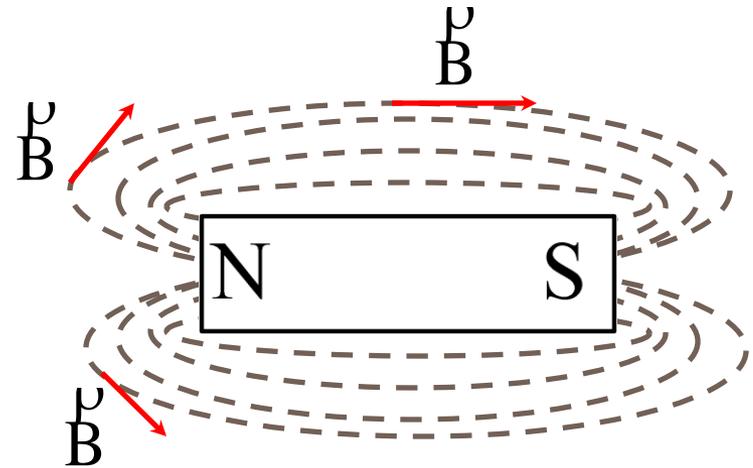
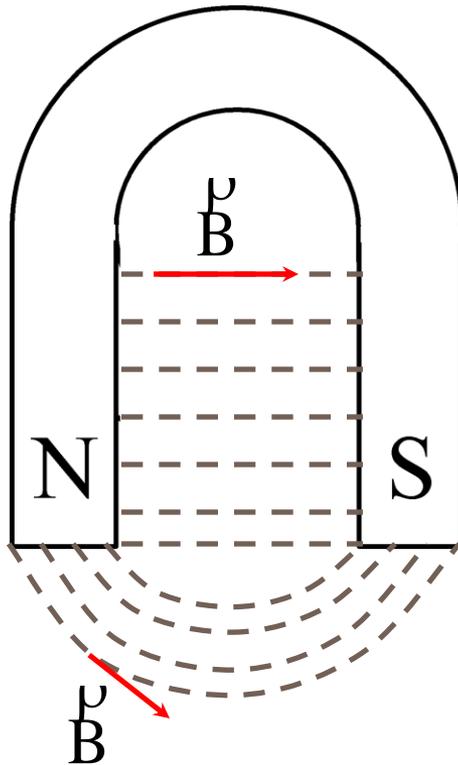


Introduction.

- Un aimant attire le fer ou les substances ferromagnétiques (nickel, cobalt, ...)
=> La zone autour de l'aimant est appelée champ magnétique.
- **Pôles** : extrémités d'un aimant. Un aimant possède au moins deux pôles, un pôle Nord et un pôle Sud.
- **Règles** :
 - _ Deux pôles de même nature se repoussent.
 - _ Deux pôles de nature différente s'attire.

- Lignes d'induction magnétique :

Orientation de la limaille de fer pour un aimant ?



=> Organisation de la limaille en lignes.

=> Ce sont les lignes d'induction magnétique.

L'ensemble des lignes d'induction constitue le spectre magnétique.

• Définition en un point M du vecteur induction magnétique : \vec{B}

_ Direction : Tangente à la ligne de champ en M.

_ Sens : Du pôle Nord vers le pôle Sud.

_ Intensité : Dépend de l'aimant et du point M.

_ Unité : B s'exprime en Tesla (T).

Analogie circuit électrique – circuit magnétique

Circuit électrique

f.é.m (V)

Courant I (A)

Résistance R (W)

$$R = \frac{\rho L}{S}$$

$$V = RI$$

Circuit magnétique

f.m.m (AT)

Flux ϕ (Wb)

Réductance \hat{A} (AT/Wb)

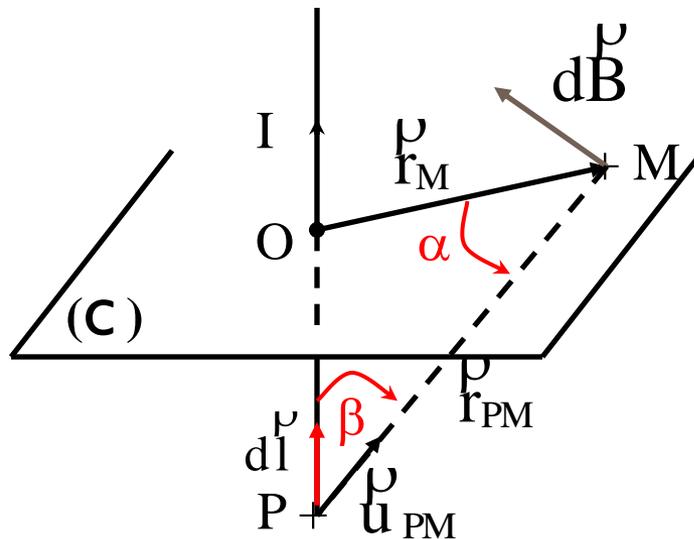
$$\hat{A} = \frac{1}{\mu} \frac{L}{S}$$

$$\sum NI = \mathcal{R}\Phi$$

I. Relation de Biot et Savart : Cas particulier.

- Induction créée par un fil infini :

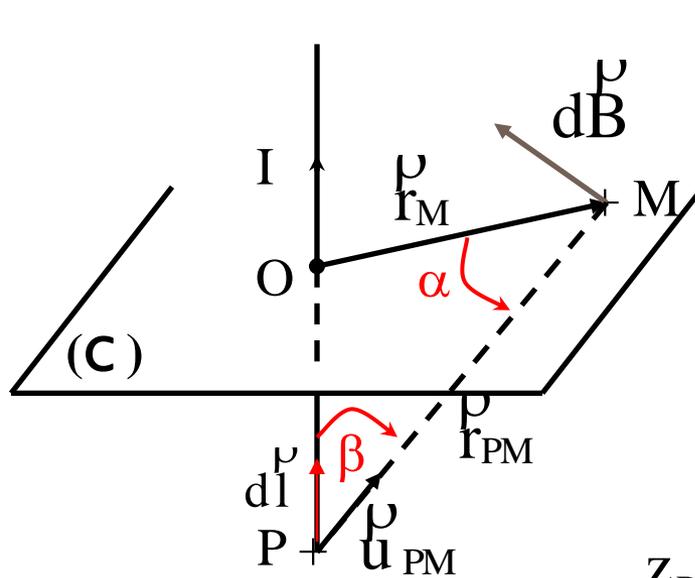
Soit un fil infini (longueur \gg rayon) parcouru par un courant I .
Calcul de l'induction magnétique en M .



Soit (C) un plan perpendiculaire au fil et passant par M .
 $d\vec{B}$, le champ élémentaire fabriqué par $d\vec{l}$ en P , a un sens et une direction donnée par $d\vec{l} \wedge \vec{u}_{PM}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_{PM}}{|\vec{r}_{PM}|^2}$$

L'induction élémentaire $d\vec{B}$ est issue d'un produit vectorielle, le vecteur résultant est perpendiculaire aux vecteurs $d\vec{l}$ et \vec{u}_{PM} soit dans le plan (C)



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \wedge \vec{u}_{PM}}{|\vec{r}_{PM}|^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{|\vec{r}_{PM}|^2} \sin \beta$$

$$|\vec{r}_M| = |\vec{r}_{PM}| \sin \beta$$

$$z_P = OP = -|\vec{r}_{PM}| \cos \beta = -|\vec{r}_M| \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$$

$$\rightarrow \frac{dz_P}{d\beta} = -|\vec{r}_M| \frac{(-\sin \beta) \sin \beta - \cos \beta \cos \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{1}{\sin^2 \beta} |\vec{r}_M|$$

$$B = \int_0^\pi \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin \beta}{|\vec{r}_M|^2} d\beta \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_M}}$$

Les lignes d'induction sont des cercles de centre 0.

II. Théorème d' Ampère.

II.1 Définition.

Soit un contour Γ quelconque fermé et orienté le long duquel on connaît le vecteur d' induction \vec{B} .

Le théorème d' Ampère : La circulation de \vec{B} sur un contour fermé Γ est égale à μ_0 fois la **somme algébrique des courants** qui traversent ce contour.

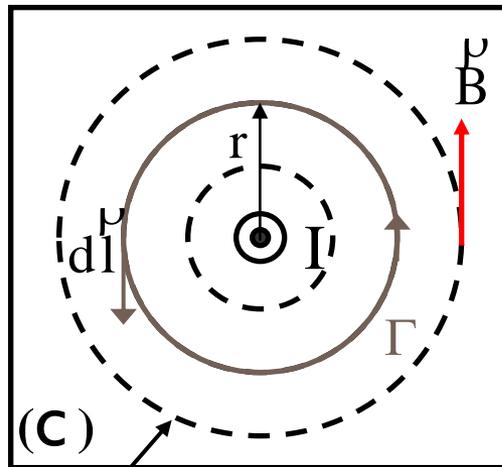
On a :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_0 I_n$$

I_n sont des courants algébriques et dl est élément de longueur élémentaire du contour Γ .

Dans le cas général il est difficile de mener le calcul. L' induction magnétique sur le contour Γ étant un vecteur variant en module et en direction.

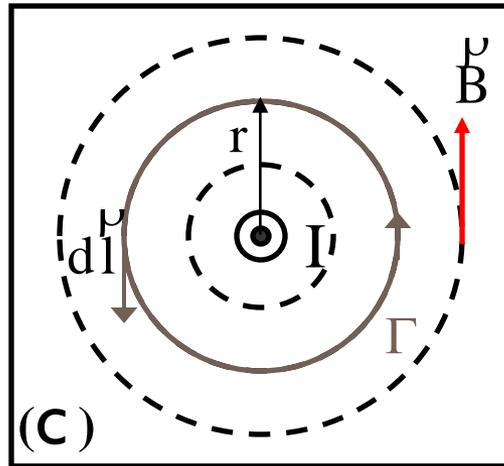
II.2 Champ crée par un fil infini.



(C)
Ligne d'induction
magnétique.

- *Choix de Γ* : on choisit toujours en priorité un contour Γ confondu avec une ligne d'induction magnétique, B est constant.
- *Orientation de Γ* : on oriente Γ dans le sens du vecteur \vec{B} .
- *Le théorème d'Ampère* :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_0 I_n$$



- *Le théorème d'Ampère :*

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_0 I_n$$

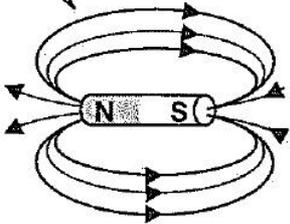
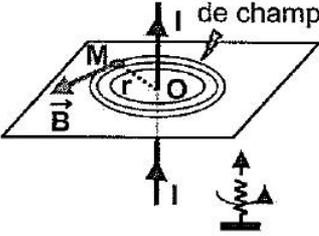
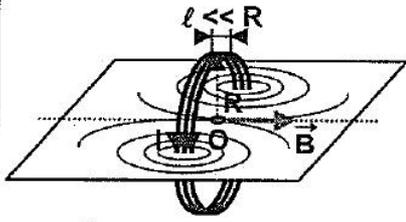
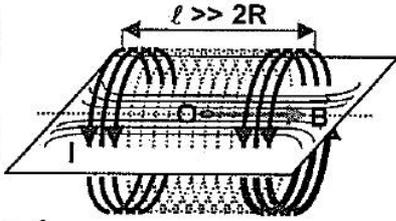
Le courant I produit une induction magnétique orienté dans le même sens que le contour Γ , il est compté positivement.

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{\Gamma} B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_{\Gamma} B dl$$

$$B \oint_{\Gamma} dl = B 2 \pi r = \mu_0 I \quad \rightarrow \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r}}$$

Les calculs sont plus simple mais le théorème d'ampère ne se simplifie que si l'on connaît les lignes d'induction magnétique.

Différentes sources de champ magnétique

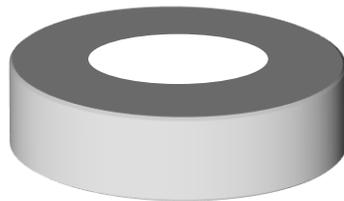
Les sources de champ magnétique			
Les aimants	Les circuits électriques		
<p>Lignes de champ</p>  <p>Aimant droit</p> <p>Les lignes de champ sont orientées du pôle N vers le pôle S à l'extérieur de la matière aimantée.</p> <p>Elles sont tangentes en chacun de leurs points au champ magnétique \vec{B}. (Unité : T(esla))</p>	<p>Lignes de champ</p>  <p>Fil rectiligne</p> $B = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{r}$ <p>OM = r</p>	<p>$\ell \ll R$</p>  <p>Bobine plate</p> $B = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{NI}{R}$ <p>N : nombre de spires R : rayon d'une spire</p>	<p>$\ell \gg 2R$</p>  <p>Règle du tire-bouchon</p> <p>Bobine longue</p> $B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{NI}{\ell}$ <p>N : nombre de spires ℓ : longueur de la bobine</p>
<p>L'orientation des lignes de champ est donnée par la règle du tire-bouchon, la règle de l'observateur d'Ampère ou celle de la main droite.</p>			

Animation flash en ligne

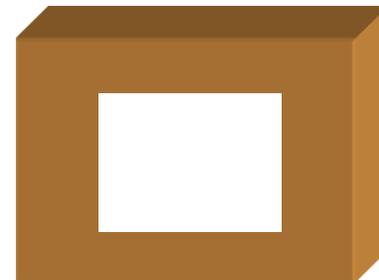
Circuits magnétiques.

Introduction.

- Un circuit magnétique est un circuit constitué d'un ou plusieurs matériaux dont au moins un est magnétique.
- Les circuits magnétiques permettent de canaliser les lignes d'induction magnétique. Les circuits simples les plus utilisés en ETT sont les tores (en ferrite) et les carcasses magnétiques (en tôles magnétiques).



Tore.



Carcasse magnétique.

- Les carcasses en tôles magnétiques.

Les circuits magnétiques les plus couramment utilisés sont les tôles magnétiques.

Avantages des tôles magnétiques : Elles sont très bon marché car facile à fabriquer. On fabrique de grandes tôles dans lesquelles on vient couper la forme voulue, le circuit magnétique est constitué d'un empilement de tôles magnétiques.

Inconvénient des tôles magnétiques : Elles sont le siège de pertes importantes par courant de Foucault et hystérésis et ce malgré le feuilletage du circuit magnétique. Ces pertes, augmentant avec la fréquence d'utilisation, limite l'utilisation des tôles magnétiques à des fréquences proche du 50Hz.

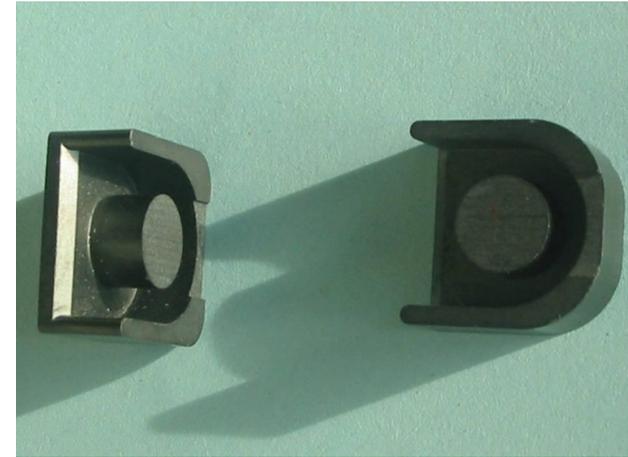
- Les circuits magnétiques en ferrite.

Les circuits magnétiques en tôles magnétiques, malgré le feuilletage, restent le siège de pertes par courant de Foucault et hystérésis l'empêchant de fonctionner en haute fréquence.

Pour les fréquences élevées on utilise des circuits magnétique en Ferrite.

Avantages de la Ferrite : Elle est le siège de faible pertes par courant de Foucault et hystérésis. On lui donne la forme voulue, la ferrite étant une initialement une poudre on la forme dans un moule avec un liant (« colle spéciale »).

Inconvénient de la Ferrite : Son prix beaucoup plus chère que les tôles magnétiques de part la complexité et le nombre d'étapes permettant de créer le circuit magnétique.



Exemple de quelques formes de Ferrite. Bien évidemment la forme en « E » existe aussi en Ferrite.

I. \vec{H} excitation et \vec{B} induction magnétiques.

I.1 Définition des grandeurs.

Les vecteurs d'induction et d'excitation magnétiques sont liés par la relation :

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}}$$

μ_0 perméabilité du vide et $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ S.I

μ_r perméabilité relative du matériau magnétique.

L'induction B s'exprime en Tesla.

L'excitation H s'exprime en A.tr/m.

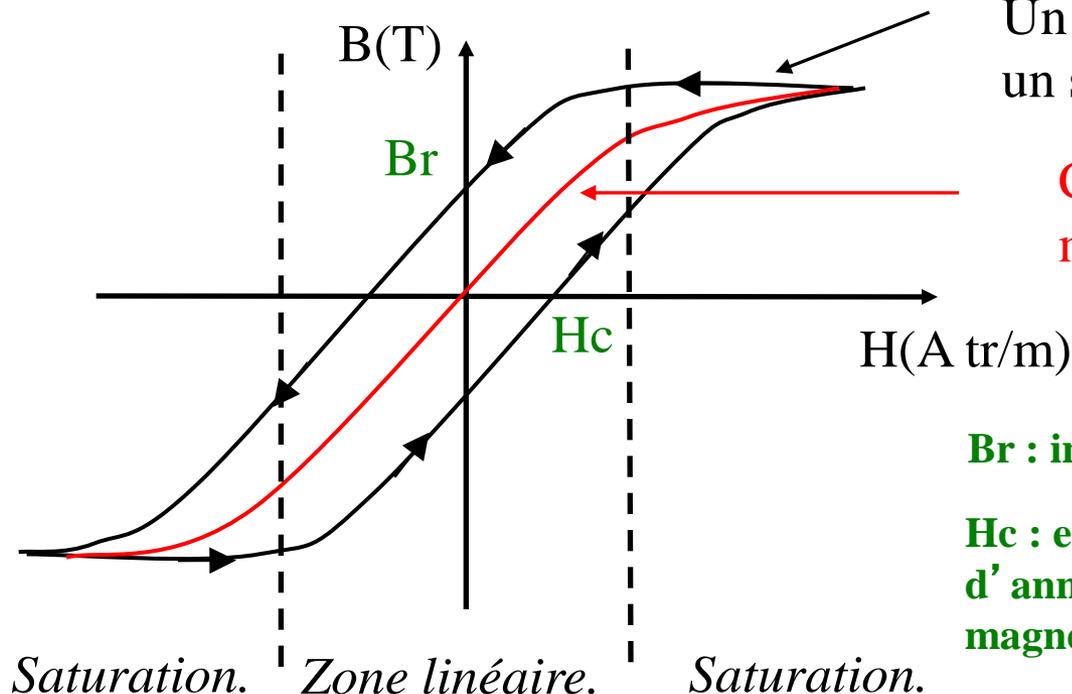
L'intérêt de l'excitation magnétique \vec{H} est d'être indépendant du matériau magnétique.

L'induction magnétique \vec{B} dépend du matériau magnétique.

I.2 Propriétés.

En électrotechnique les matériaux magnétiques utilisés sont caractérisés par $\mu_r \gg 1$. Ces matériaux magnétiques canalisent l'induction magnétique $\Rightarrow B$ est plus important.

Caractéristique $B = f(H)$ courbe d'aimantation.



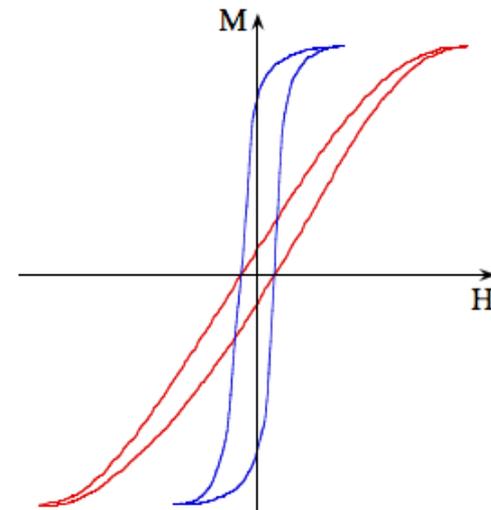
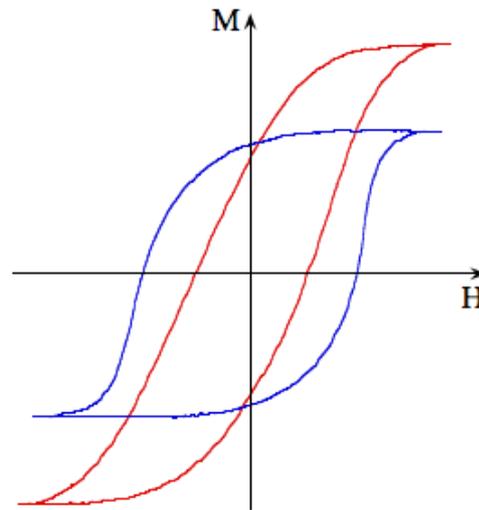
Un cycle d'hystérésis a un sens de parcours.

Caractéristique moyenne.

Br : induction rémanente

Hc : excitation coercitive, permet d'annuler l'induction magnétique.

I.3 Comparaison des matériaux magnétiques.



- Cycle d'hystérésis large
- Grande aimantation rémanente
- $H_c > 10\,000\text{ A/m}$

Ils sont utilisés pour la fabrication d'aimants permanents

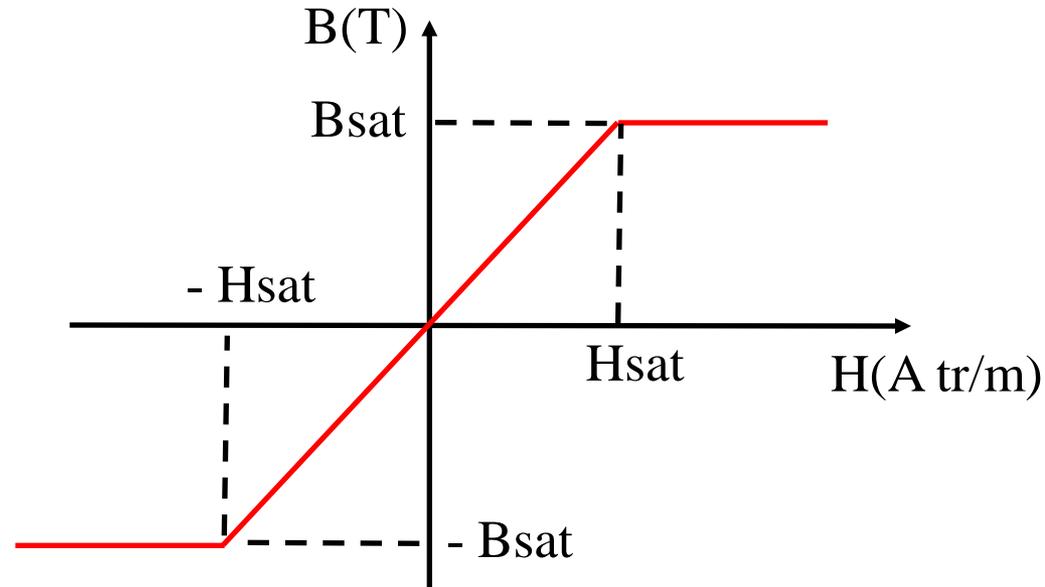
Exemple : Sm-Co, $B_r = 0.7\text{ T}$, $H_c = 50\text{ kA/m}$

- Cycle d'hystérésis étroit
- $H_c < 1000\text{ A/m}$

Ils sont utilisés dans les moteurs et les circuits magnétiques des transformateurs

Exemple : FeSi, $B_r = 1.4\text{ T}$, $H_c = 8\text{ A/m}$

I.3 Caractéristique simplifiée.



Deux parties :

- _ Une partie linéaire $B = \mu_0 \mu_r H$ avec μ_r constant.
- _ Une partie saturée $B = B_{sat}$ quelque soit H .

En électrotechnique on travaille toujours dans la partie linéaire et jamais en régime saturé.

I.4 Théorème d' Ampère.

- Dans le vide : $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_0 I_n$
- Dans un matériau : $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_0 \mu_r I_n$

$$\rightarrow \boxed{\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} I_n}$$

Γ étant un contour fermé et orienté.

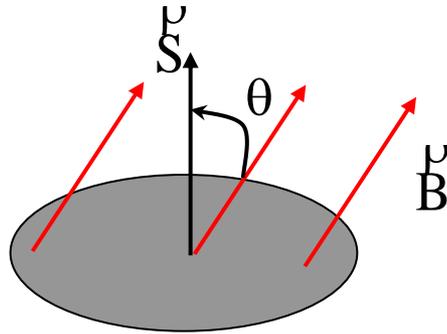
Si le contour Γ est aussi une ligne d' induction orientée dans le sens de l' induction magnétique le théorème se simplifie :

$$\rightarrow \boxed{H \cdot l = \sum_{n=0}^{\infty} I_n}$$

Avec « l » la longueur de la ligne d' induction magnétique.

II. Flux magnétique.

Le flux magnétique ϕ définit le flux d'induction magnétique à travers une surface orientée S .



\vec{S} : Vecteur surface, perpendiculaire à la surface et de valeur la surface.

θ : Angle entre les deux vecteurs.

Calcul théorique : $d\Phi = d\vec{B} \cdot d\vec{S}$

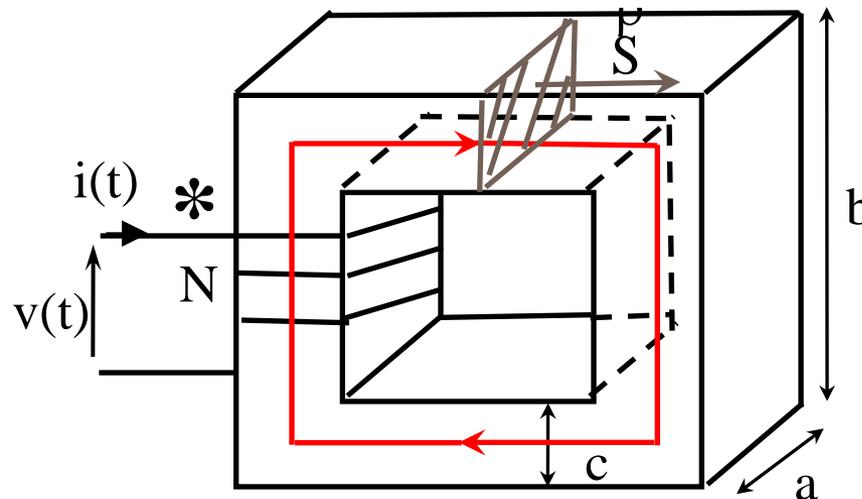
En électrotechnique on calcule le flux magnétique dans des cas simple où le vecteur d'induction est constant et S une surface plane.

➔ $\boxed{\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \theta}$ Unité Wb (Weber).

Le flux est conservateur et ne peut jamais subir de discontinuités.

III. Application.

Soit le circuit magnétique de perméabilité relative μ_r . On bobine sur le circuit magnétique N spires.



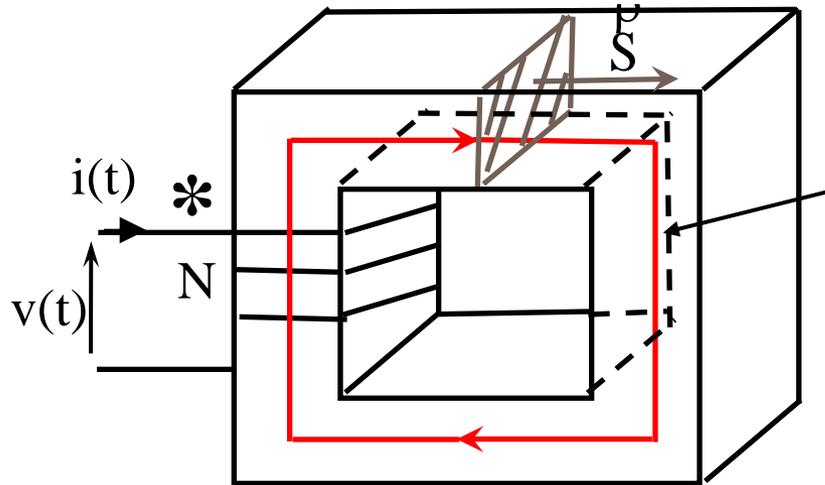
Parcours et sens des lignes d'induction ?

Choisir un section S et son vecteur ?

Calcul de S ? $S = a \cdot c$

Longueur moyenne L_{moy} des lignes d'induction ?

$$L_{moy} = \frac{L_{max} + L_{min}}{2} = \frac{4b + 4(b - 2c)}{2} = 4(b - c)$$



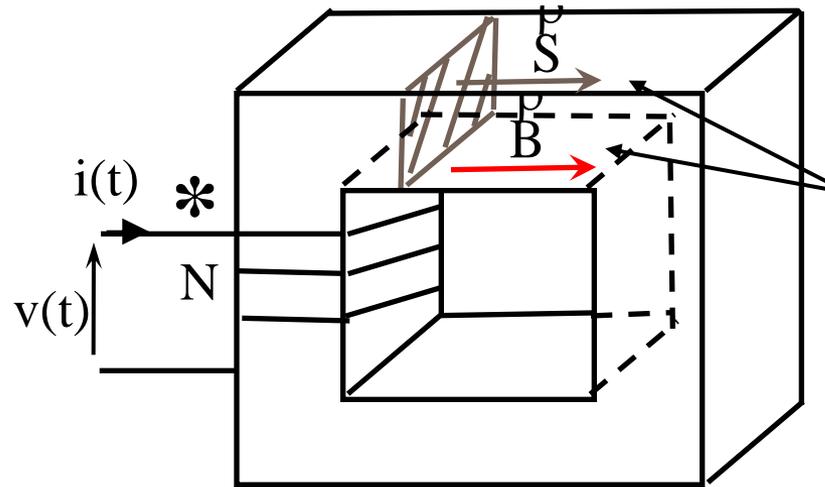
Contour Γ du théorème d'ampère confondu avec les lignes d'induction magnétique.

Calcul de l'excitation magnétique $H(t)$ par le théorème d'Ampère ?

$$H \cdot L_{\text{moy}} = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \quad \longrightarrow \quad H(t) \cdot L_{\text{moy}} = N i(t) \quad \longrightarrow \quad H(t) = \frac{N i(t)}{L_{\text{moy}}}$$

Calcul de l'induction B ? $B(t) = \mu_0 \mu_r H(t) = \mu_0 \mu_r \frac{N i(t)}{L_{\text{moy}}}$

Pour augmenter B_{max} on augmente soit I_{max} soit le nombre de spires n .



Les vecteurs sont colinéaires
 $\theta = 0$.

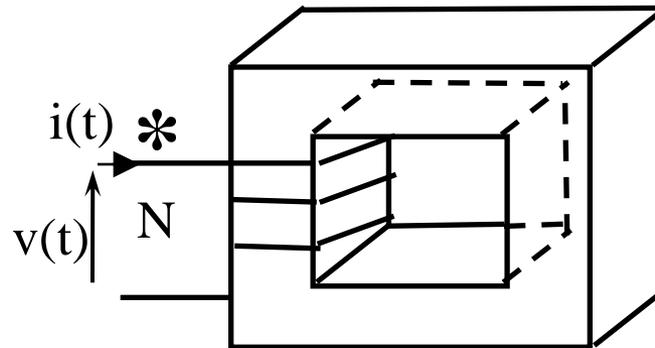
Calcul du flux magnétique $\phi(t)$ dans le circuit ?

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \theta$$

$$\Phi(t) = B(t)S \quad \rightarrow \quad \Phi(t) = \mu_0 \mu_r \frac{N i(t)}{L_{\text{moy}}} S$$

IV. Exemples.

Soit un circuit magnétique de section 4cm par 5cm. Sachant que le flux traversant ce noyau est de 3mWb.

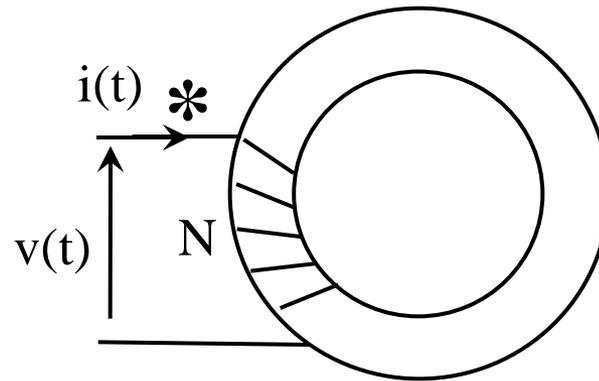


Calculer l'induction B .

$$\Phi = B S \quad \rightarrow \quad B = \frac{\Phi}{S}$$

$$B = \frac{0,003}{0,04 * 0,05} = \frac{0,003}{0,002} = 1,5 \text{ T}$$

Soit un tore magnétique de longueur moyenne 0,3m.
On impose $N I = 2400 \text{A.tr.}$



Calculer l'excitation magnétique H .

$$H L_{\text{moy}} = N I \quad \rightarrow \quad H = \frac{2400}{0,3} = 8000 \text{A.tr/n}$$

On souhaite une induction $B = 1\text{T}$, déterminer la perméabilité relative μ_r .

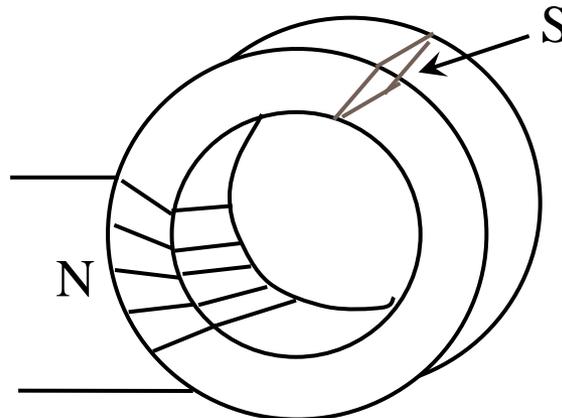
$$B = \mu_0 \mu_r H \quad \rightarrow \quad \mu_r = \frac{1}{4 \pi 10^7 8000} = 100$$

Bobine à Noyau de Fer.

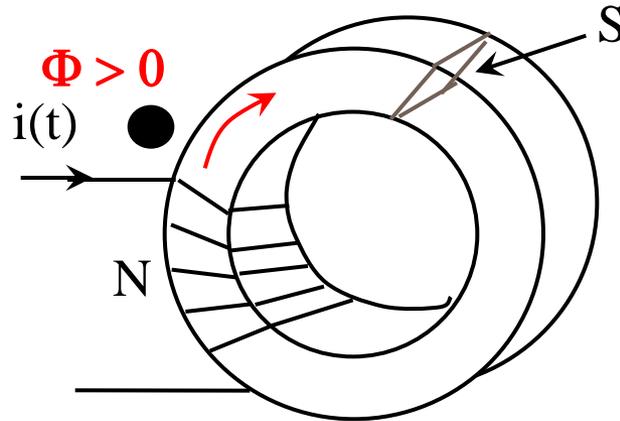
Les composants passifs sont très utilisés pour le filtrage, l'inductance est un composant essentiel pour lisser les courants.
Le but de ce chapitre est de mieux comprendre comment construire et dimensionner une inductance en électrotechnique.

I. Induction $B(t)$, excitation $H(t)$ et flux $\Phi(t)$.

Soit un tore magnétique de longueur moyenne L_{moy} et de section S .
On bobine N spires sur le circuit magnétique.



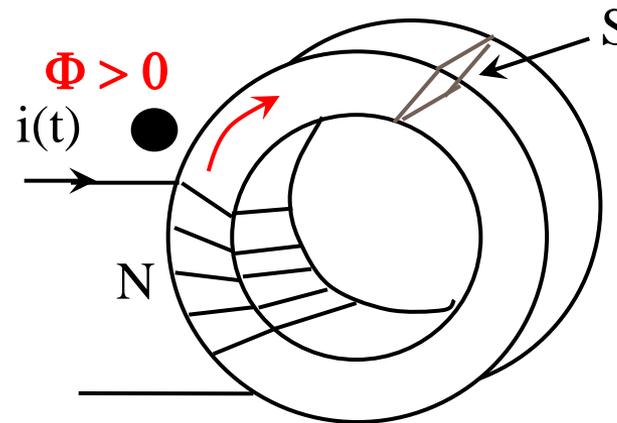
I.1 Fléchage des grandeurs.



Placer le point : les courants entrants par un point créent un flux positif et ces courants sont comptés positivement.

Orienter le flux : Règle de la main droite posé sur la bobine. Le courant entre par le poignet et sort par le bout des doigts le pouce indique le sens du flux.

I.2 Détermination de B(t) et H(t).



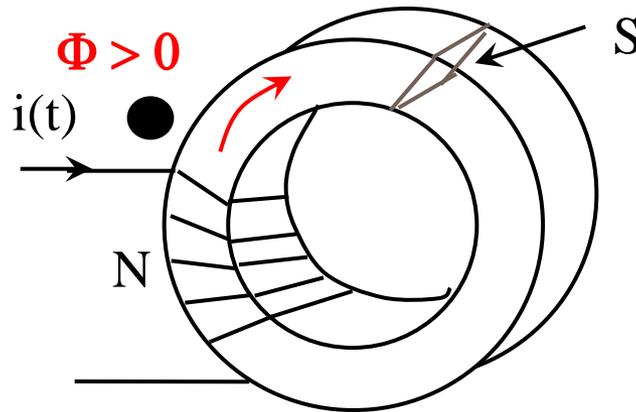
Théorème d'ampère :
$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} I_n$$

→
$$H(t) \cdot L_{\text{moy}} = N i(t)$$

$$B(t) = \mu_0 \mu_r H(t) \quad \rightarrow$$

$$B(t) = \mu_0 \mu_r \frac{N i(t)}{L_{\text{moy}}}$$

I.3 Détermination de $\Phi(t)$ et $\psi(t)$.



Le flux Φ est le flux traversant le circuit magnétique. Quel est le flux total traversant la bobine ?

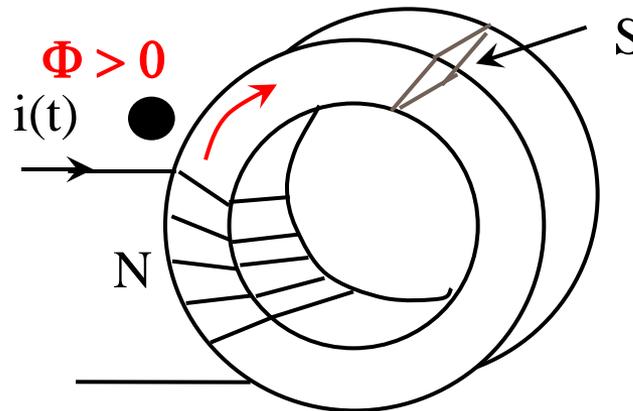
La bobine comporte N spires elle voit un flux totalisé $\psi(t)$.

$$\rightarrow \Phi(t) = B(t) S = \mu_0 \mu_r \frac{N i(t)}{L_{\text{moy}}} S$$

$$\rightarrow \psi(t) = N \Phi(t) = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 i(t)}{L_{\text{moy}}} S$$

II. Inductance et Tension.

II.1 Inductance et Réluctance.



$$\psi(t) = N \Phi(t) = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 i(t)}{L_{\text{moy}}} S$$

$$\psi(t) = N^2 \frac{\mu_0 \mu_r S}{L_{\text{moy}}} i(t)$$

Fonction du câblage.

Fonction du circuit magnétique.

Fonction de l'alimentation.

Bobine à noyau de fer.

$$\psi(t) = N^2 \frac{\mu_0 \mu_r S}{L_{\text{moy}}} i(t)$$

Le flux totalisé dépend de trois facteurs $i(t)$, le nombre de spires N et d'un terme ne dépendant que des caractéristiques du circuit magnétique.

On note la perméance d'un circuit magnétique : $P = \frac{\mu_0 \mu_r S}{L_{\text{moy}}}$

On note la réluctance : $R = \frac{1}{P} = \frac{L_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S}$

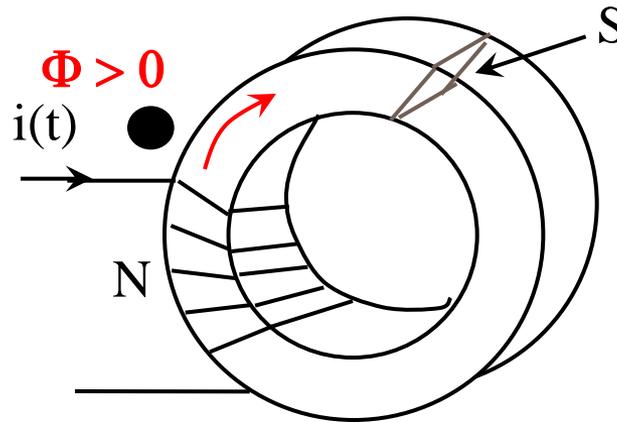
Modification du théorème d'ampère :

$$H(t)L_{\text{moy}} = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \quad \rightarrow \quad H(t) L_{\text{moy}} = \frac{B(t)}{\mu_0 \mu_r} L_{\text{moy}} \frac{S}{S}$$

$$H(t) L_{\text{moy}} = B(t) S \frac{L_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S} = \Phi(t) R$$

$$\rightarrow \boxed{R \Phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n}$$

Bobine à noyau de fer.



$$R \quad \Phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n$$

$$\rightarrow R \quad \Phi(t) = N i(t)$$

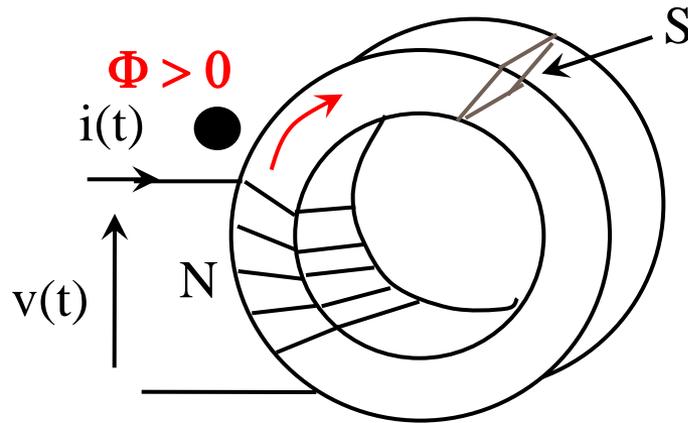
Le flux totalisé est : $\psi(t) = N \Phi(t) = \frac{N^2}{R} i(t)$

On définit alors une grandeur appelée **inductance propre** :

$$L = \frac{\psi(t)}{i(t)} = \frac{N^2}{R} \quad \rightarrow \quad \boxed{L = \frac{N^2}{R}}$$

Cette inductance L est fonction du circuit magnétique et du nombre de spires N.

II.2 Tension aux bornes d' une bobine.



Tout enroulement de N spires traversé par un flux $\Phi(t)$ voit apparaître à ses bornes une tension $v(t)$.

$$\rightarrow \boxed{v(t) = N \frac{d\Phi(t)}{dt}}$$

La tension $v(t)$ est orienté pointe de la flèche vers le point.

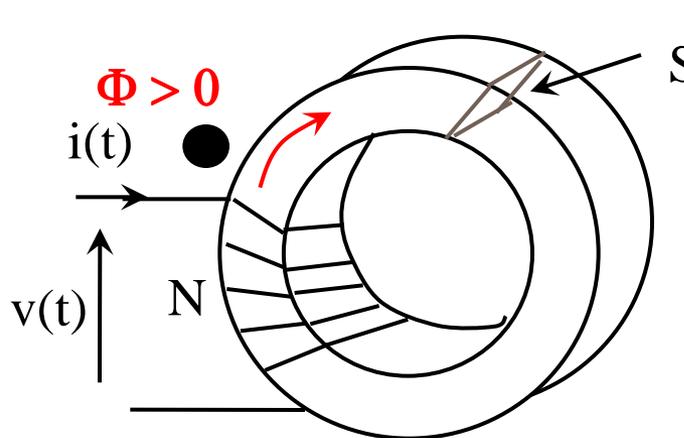
$$v(t) = \frac{d N \Phi(t)}{dt} = \frac{d L i(t)}{dt}$$

Si le circuit est linéaire $\mu_r = \text{Cste}$ on $L = \text{Cste}$: $v(t) = L \frac{d i(t)}{dt}$

III. Cas particuliers et exemples.

III. 1 Bobine à un enroulement.

Soit un tore magnétique de perméabilité relative μ_r , de longueur moyenne L_{moy} et de section S . On bobine sur le tore N spires.



• R ?
$$R = \frac{1}{P} = \frac{L_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S}$$

• Placer le point si $i(t)$ donne le sens du flux. Indiquer le sens de $\Phi(t)$.

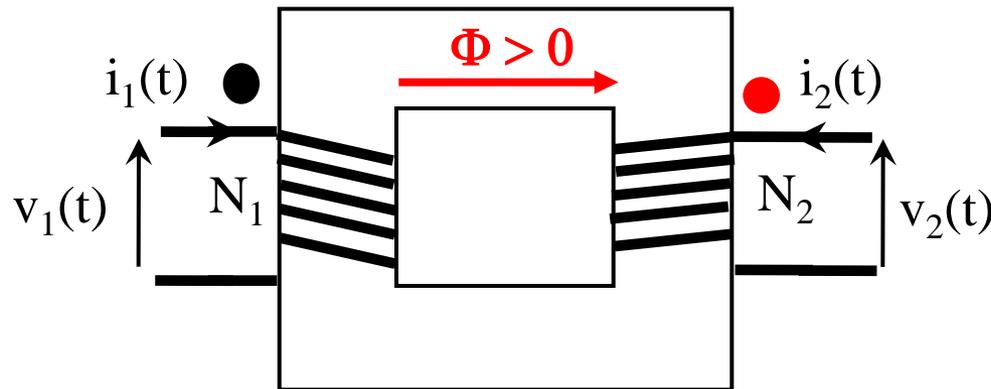
• Flécher la tension d'entrée $v(t)$.

• Quelle est la relation entre $\Phi(t)$ et $v(t)$?
$$v(t) = N \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

• Quelle est la relation entre $\Phi(t)$ et $i(t)$?
$$R \Phi(t) = N i(t)$$

III. 2 Bobine à deux enroulements.

Soit un circuit magnétique de perméabilité relative μ_r , de longueur moyenne L_{moy} et de section S . On bobine sur le circuit deux enroulements de N_1 et N_2 spires.

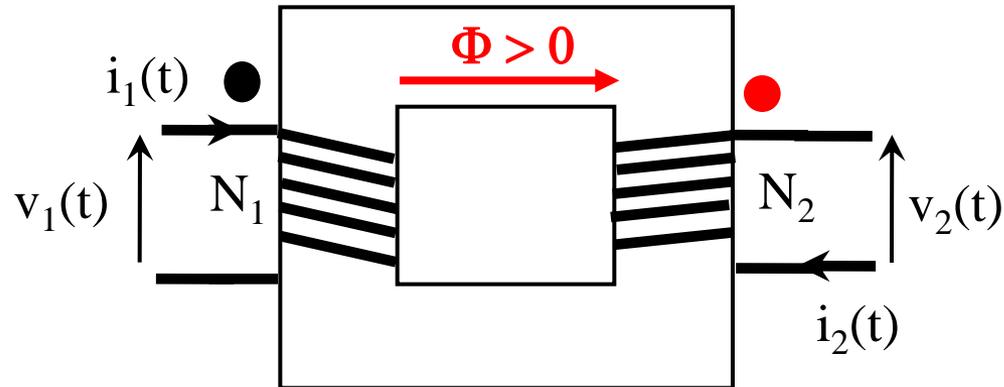


Le courant $i_1(t)$ détermine le sens du flux $\Phi(t)$.

• R ? $R = \frac{L_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S}$

- *Est-ce que $i_2(t)$ produit un flux positif ? OUI*
- *Placer le deuxième point.*
- *Relation entre $\Phi(t)$ et $i(t)$?* $R \quad \Phi(t) = N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t)$
- *$v_1(t)$ et $v_2(t)$?* $v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$

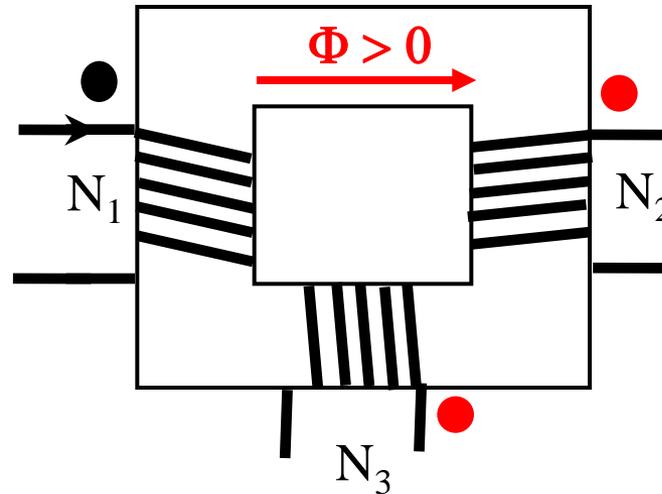
Bobine à noyau de fer.



- *Est-ce que $i_2(t)$ produit un flux positif ?* NON
- *Placer le deuxième point.*
- *Relation entre $\Phi(t)$ et $i(t)$?* $\mathcal{R} \quad \Phi(t) = N_1 i_1(t) - N_2 i_2(t)$
- *$v_1(t)$ et $v_2(t)$?* $v_1(t) = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad v_2(t) = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt}$

III. 3 Bobine à trois enroulements.

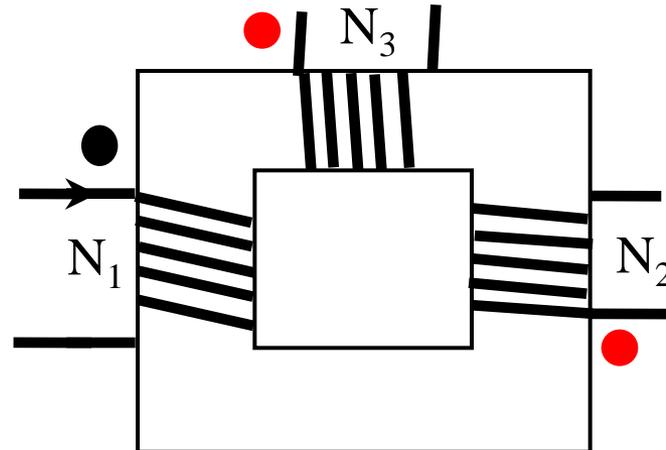
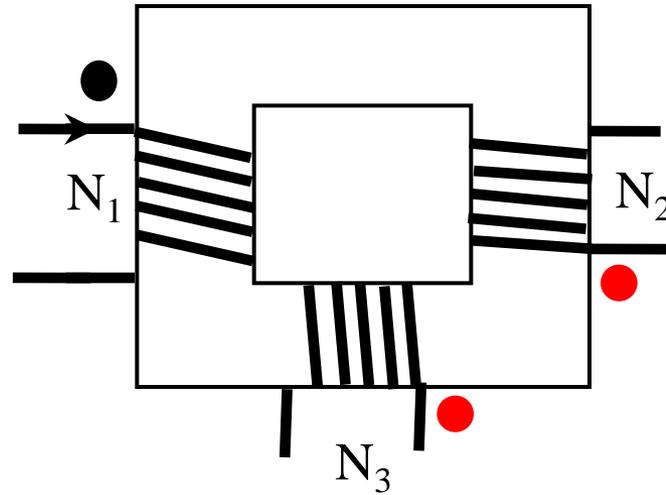
Soit un circuit magnétique de perméabilité relative μ_r , de longueur moyenne L_{moy} et de section S . On bobine sur le circuit trois enroulements.



- *Placer les points.*

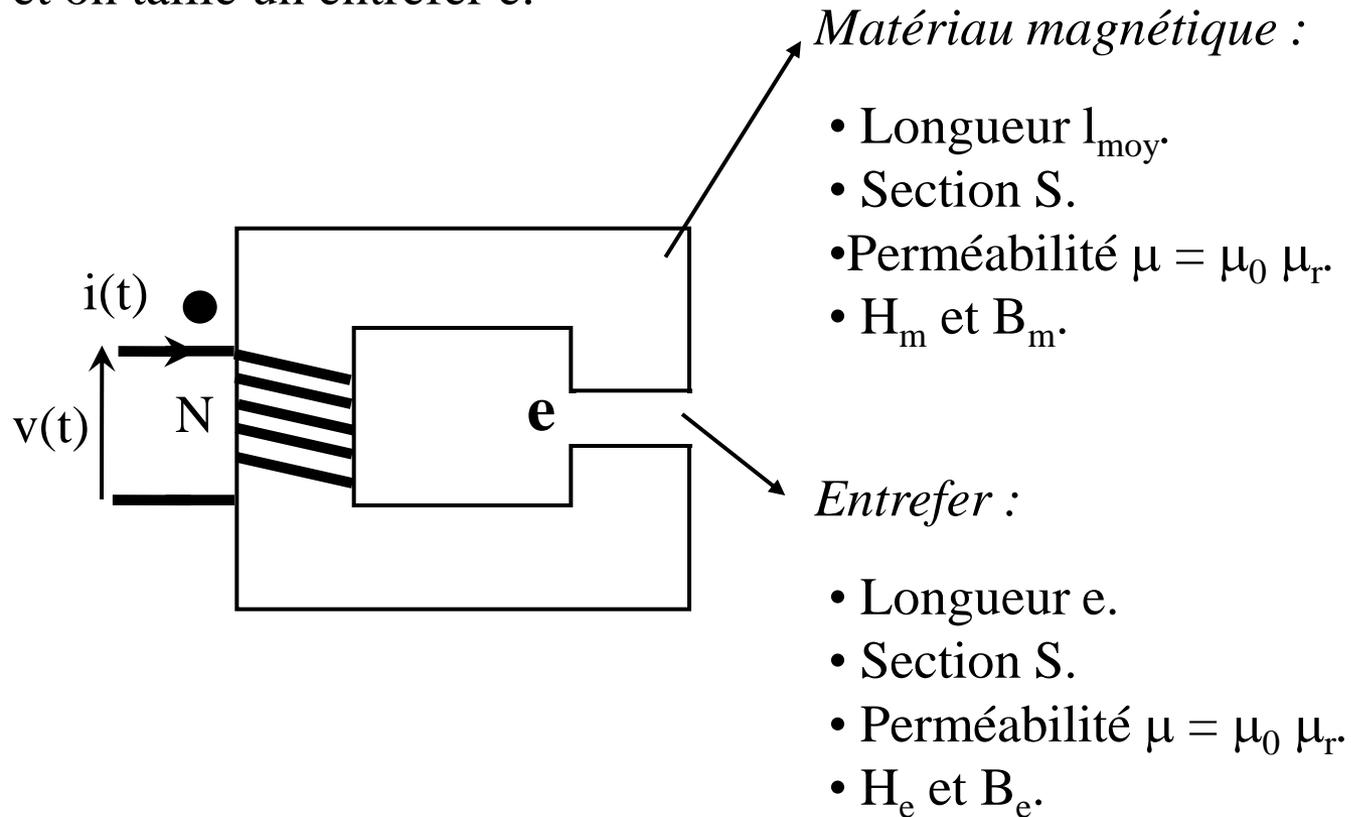
Bobine à noyau de fer.

- *Placer les points.*

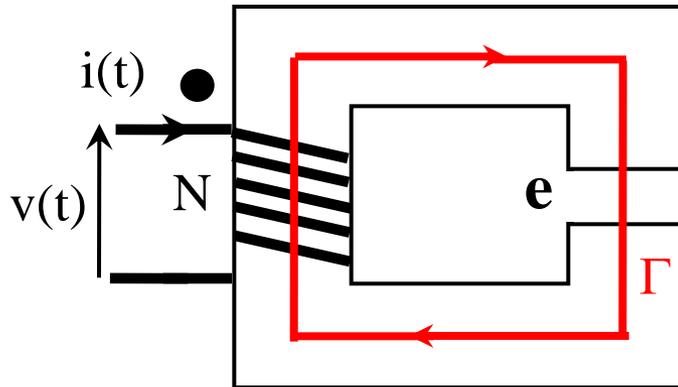


III. 4 Bobine avec entrefer.

Soit un circuit magnétique de perméabilité relative μ_r , de longueur moyenne L_{moy} et de section S . On bobine sur le circuit un enroulement et on taille un entrefer e .



Bobine à noyau de fer.



Théorème d'Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{n=0}^{\infty} I_n$$

$$H_m(t) l_{\text{moy}} + H_e(t) e = N i(t)$$

Calcul de l'induction $B(t)$:

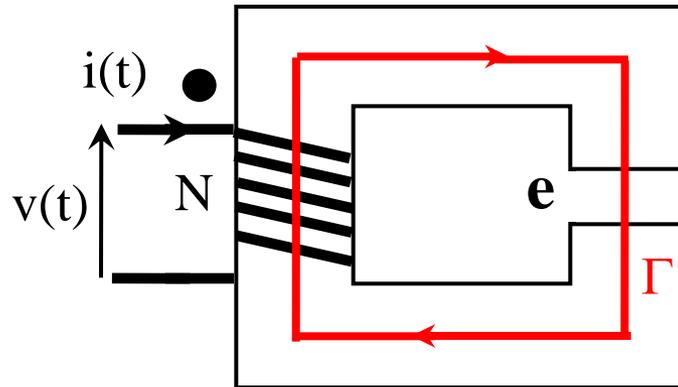
Rappel : le flux ne peut pas subir de discontinuité.

$$\text{On a donc } \Phi_m(t) = \Phi_e(t) \Rightarrow B_m(t) S = B_e(t) S.$$

$$\Rightarrow B_m(t) = B_e(t) = B(t) \Rightarrow \mu_0 \mu_r H_m(t) = \mu_0 H_e(t)$$

$$\Rightarrow \frac{B(t)}{\mu_0 \mu_r} l_{\text{moy}} + \frac{B(t)}{\mu_0} e = N i(t) \Rightarrow B(t) \left(\frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e}{\mu_0} \right) = N i(t)$$

Bobine à noyau de fer.



$$B(t) \left(\frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e}{\mu_0} \right) = N i(t)$$

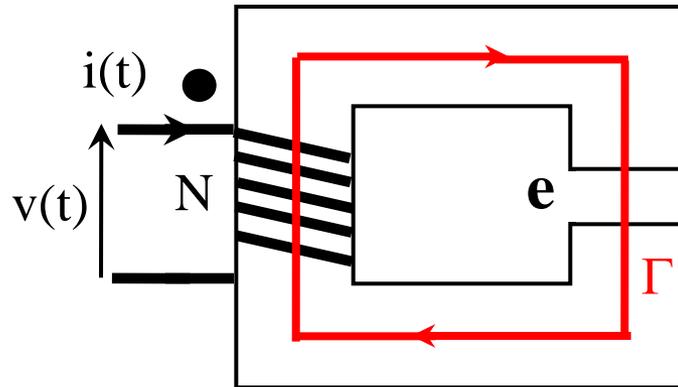
Calcul du flux $\Phi(t)$: $\Phi(t) = B(t) S$

$$\rightarrow \Phi(t) = B(t) S = \frac{N S i(t)}{\frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e}{\mu_0}} = \frac{N i(t)}{\frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S} + \frac{e}{\mu_0 S}}$$

On retrouve des réluctances. $R_m = \frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S}$ $R_e = \frac{e}{\mu_0 S}$

$$\rightarrow (R_m + R_e) \Phi(t) = R_T \Phi(t) = N i(t)$$

Bobine à noyau de fer.



$$R_m = \frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$R_e = \frac{e}{\mu_0 S}$$

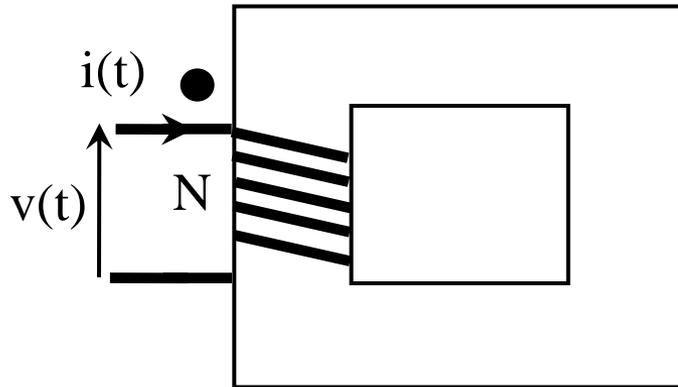
Inductance :
$$L = \frac{N^2}{R_T}$$

Hypothèse : $\mu_r \gg 1 \Rightarrow \frac{l_{\text{moy}}}{\mu_0 \mu_r} \ll \frac{e}{\mu_0}$

$\Rightarrow R_m \ll R_e$

$\Rightarrow L = \frac{N^2}{R_e}$

IV. Fonctionnement en sinusoidale.



$$v(t) = V \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$v(t) = N \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$R \quad \Phi(t) = N i(t)$$

$$v(t) = N \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \Phi(t) = \frac{V \sqrt{2}}{N} \left(\frac{-\cos(\omega t)}{\omega} \right) = -\frac{V \sqrt{2}}{N \omega} \cos(\omega t)$$

$$\Phi(t) = -\Phi_{\max} \cos(\omega t) \quad \rightarrow \quad \Phi_{\max} = \frac{V \sqrt{2}}{N \omega} = B_{\max} S$$

$$\rightarrow \quad V = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N B_{\max} S f \quad \rightarrow \quad \boxed{V = 4,44 N B_{\max} S f}$$

V. Énergie emmagasinée.

On note w l' énergie dans une inductance elle s' exprime en J (joules).

On peut calculer la variation d' énergie ΔW entre l' instant 0 et t_0 .

$$\Delta W = \int_0^{t_0} v(t)i(t)dt$$

$$\Delta W = \int_0^{t_0} L \frac{di(t)}{dt} i(t)dt = \int_{i(0)}^{i(t_0)} L i(t)di(t)$$

$$\Delta W = L \left[\frac{i^2(t)}{2} \right]_{i(0)}^{i(t_0)} = \frac{1}{2} L i^2(t_0) - \frac{1}{2} L i^2(0)$$

On peut calculer l' énergie W_{\max} .



$$W_{\max} = \frac{1}{2} L I_{\max}^2$$