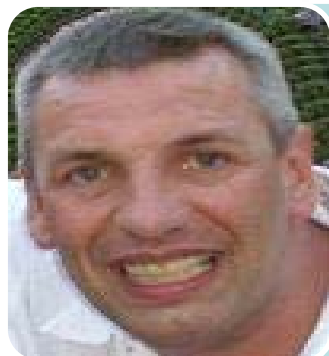
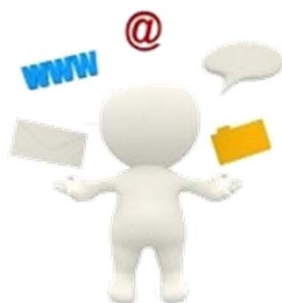
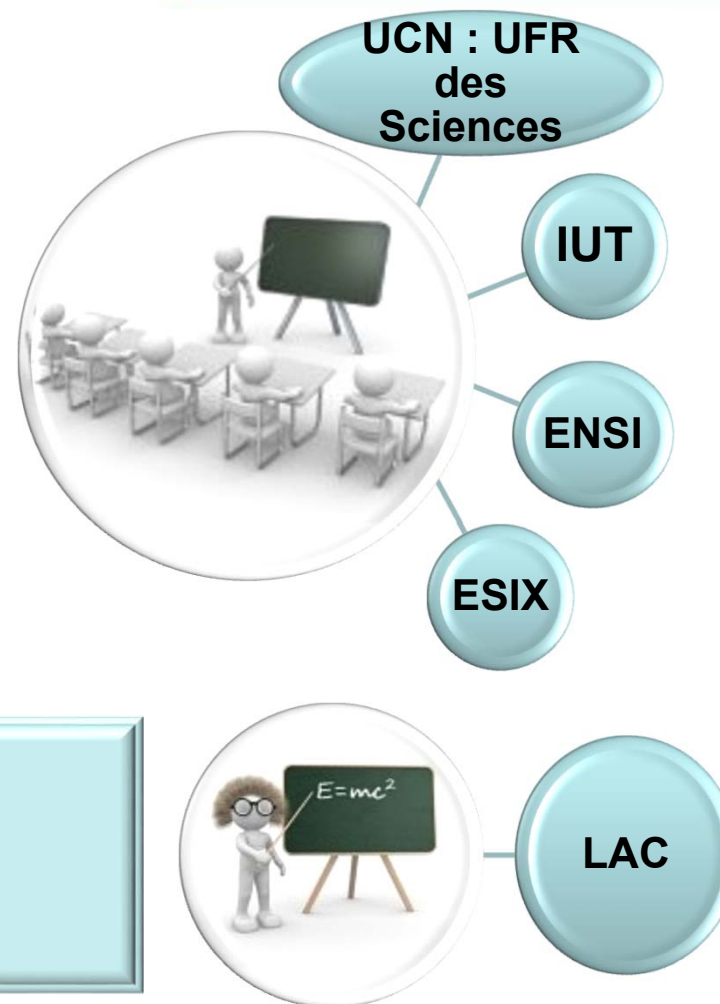




Présentation, coordonnées



E. MAGAROTTO Bât.
Université Sci. 2 - 319,
LAC EA 7478, team PaDiCoR,
@ : eric.magarotto@unicaen.fr
🌐 : <http://lac.unicaen.fr/membres>
☎ : 02-31-56-73-73

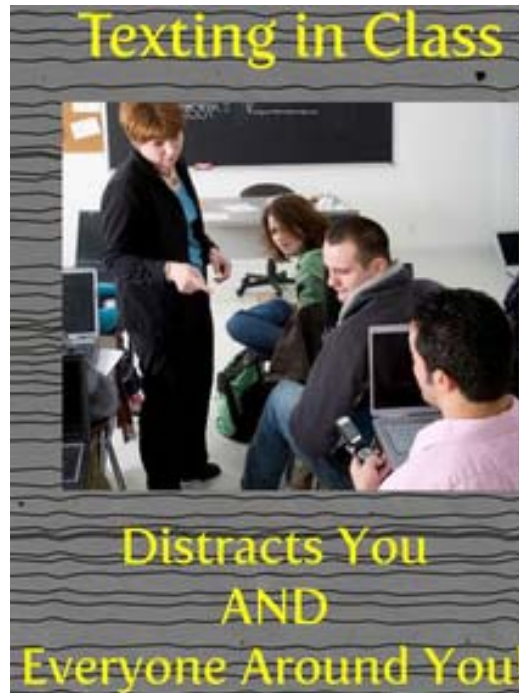


[ecampus.unicaen.fr/IUT Caen/...](http://ecampus.unicaen.fr/IUT%20Caen/...)
[DUT2/GCTE2211/S4/UE41/...](http://ecampus.unicaen.fr/DUT2/GCTE2211/S4/UE41/...)
[NGCM3306 \(Régulation\)](http://ecampus.unicaen.fr/NGCM3306)



1. Asservissements linéaires. Tome 1 et Tome 2
F. Milsant.
Editions Eyrolles. 4ème Edition. 1981.
2. Cours d'Asservissements linéaires
Ecole Nationale d'Electricité et de Mécanique.
Institut National Polytechnique de Lorraine. 1987.
3. Régulation et asservissement.
P. Guyenot, T. Hans.
Editions Eyrolles. 2ème Edition. 1989.
4. Automatique de base.
P. Siarry.
Editions Ellipses. 1989.
5. Modern control system. Theory and application.
S. M. Shinnars.
Addison-Wesley Publishing Company. 1971.
6. Théorie et calcul des asservissements linéaires.
J. Ch. Gille, P. Decaulne, M. Pélegrin.
Editions Dunod. 1987.
7. Cours d'automatique. Tome 2 (asservissement – régulation, commande analogique).
M. Rivoire, J-L. Ferrier.
Editions Eyrolles. 1990.
8. Modern Control Engineering
K. Ogata
Third Edition. Prentice-Hall inc. 1997.
9. Feedback Control Systems
Ch. L. Phillips, R. D. Harbor
Fourth Edition, Prentice Hall inc. 2000.
10. Feedback Control Systems
J. Van De Vegte
Third Edition, Prentice Hall inc. 1994
11. Automatic Control Systems
B. C. Kuo
Seventh Edition, Prentice Hall inc. 1995
12. System Dynamics
K. Ogata
Second Edition, Prentice Hall inc. 1992
13. Modeling and Analysis of Dynamic Systems
Ch. M. Close, D. K. Frederick, J. C. Newell
Third Edition, John Wiley & Sons inc. 2002
14. Advanced Modern Control System. Theory and Design
S. M. Shinnars
A Wiley-Interscience Publication. 1998
15. Modeling, Analysis and Control of Dynamic Systems
W. J. Palm III
Second Edition, John Wiley & Sons inc. 1999





Dear Students

**I know when You're
TEXTING
in class**

**Seriously, no one just looks
down at their crotch and smiles.**

**Sincerely, your teacher
(internet)**



Non ! Première notion -->



Imposer consigne ...

objectif attendu :

être concentré sur les propos de l'enseignant



Mais problème : consigne pas toujours respectée !!!



Conséquence ? Au volant



Conséquence (bis) ? En cours



Mauvaise performance (pas d'attention/de concentration)
Supprimer ce qui ne respecte pas la consigne (la perturbation)
Solution refusée par les étudiants !
Diverses possibilités pour l'enseignant →





MODE AVION

Solution préférée des étudiants

Diminuer l'effet de la perturbation :

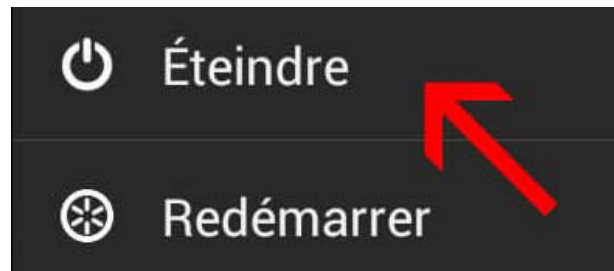
OK ! C'est mieux **mais**

→ performances (seulement) atténuées (écran toujours visible)

→ donc l'attention/concentration est mauvaise



Cahier des charges :
Qu'est-ce qui est acceptable (en terme de performances) ?



OBJECTIFS du cours

Être capable de :

Définir l'intérêt et les limites de la correction des systèmes asservis

Mettre en évidence l'influence des corrections sur les performances

choisir un correcteur et de régler ses paramètres en fonction du cahier des charges du système étudié

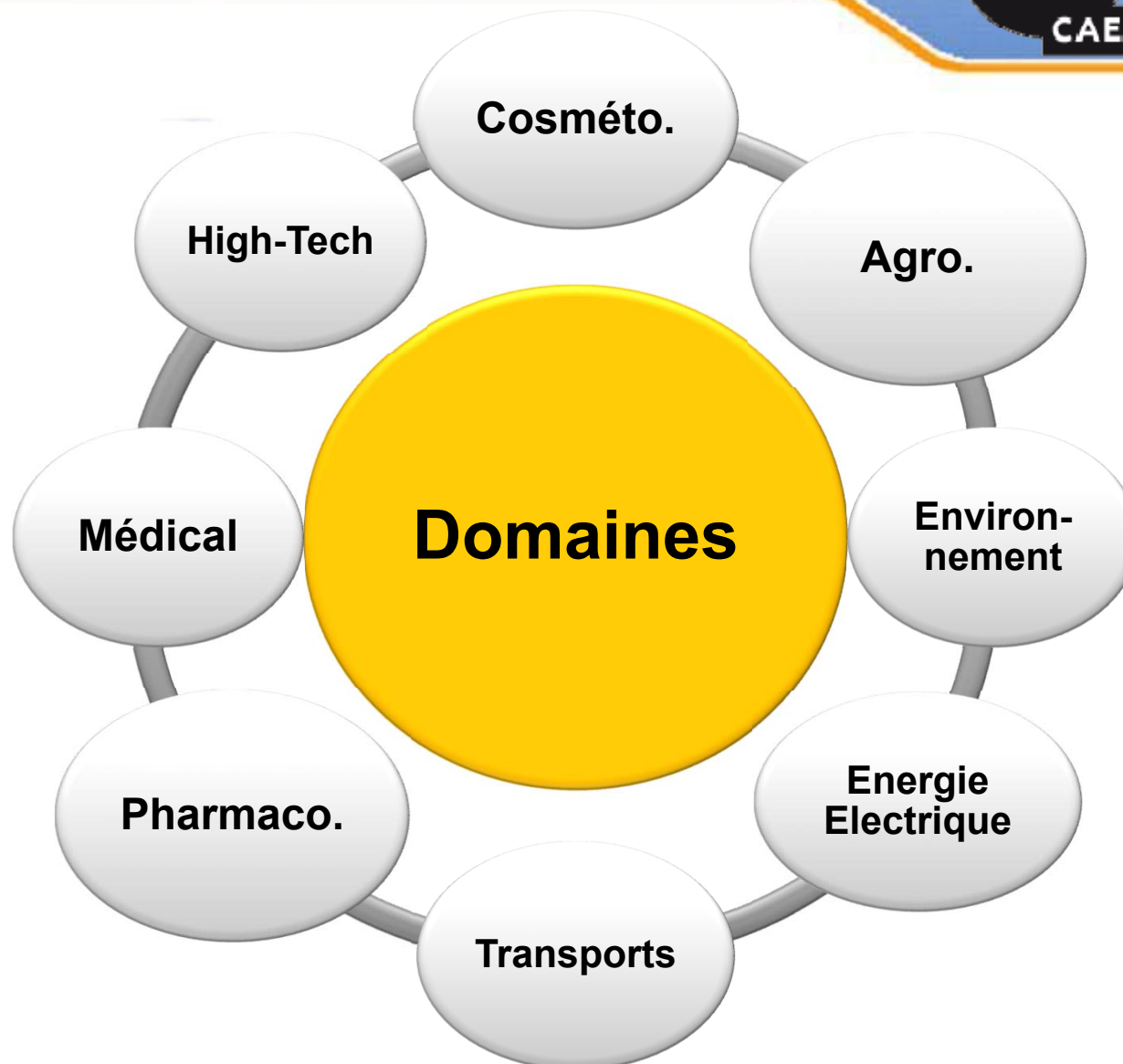


- ① Introduction
- ② Notions et outils (langage, T. Laplace, modélisation)
- ③ Systèmes élémentaires
- ④ Performances (stabilité, précision, rapidité)
- ⑤ Correction (PID, stratégies et méthodes)
- ⑥ SNCC et automatismes

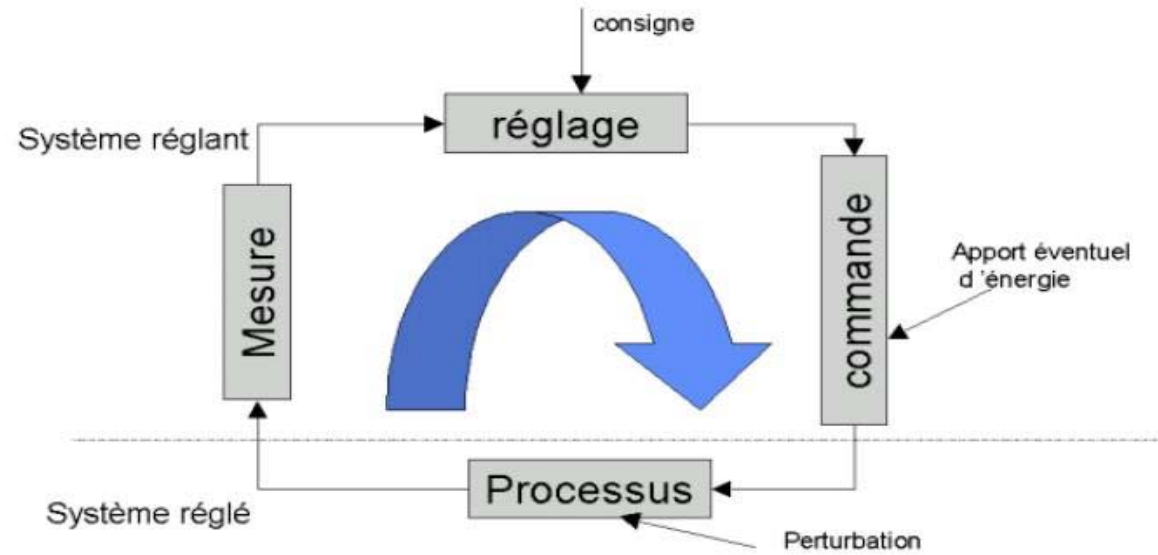


Historique

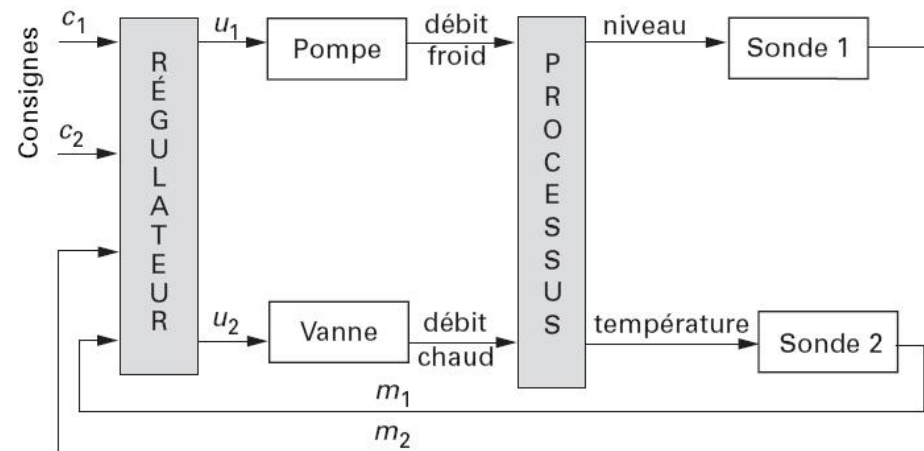




Une chaîne de régulation



Un exemple :



Commande

- Signal de commande : sort/généré par le correcteur
- « Entre » dans l'actionneur
- Limites physiques

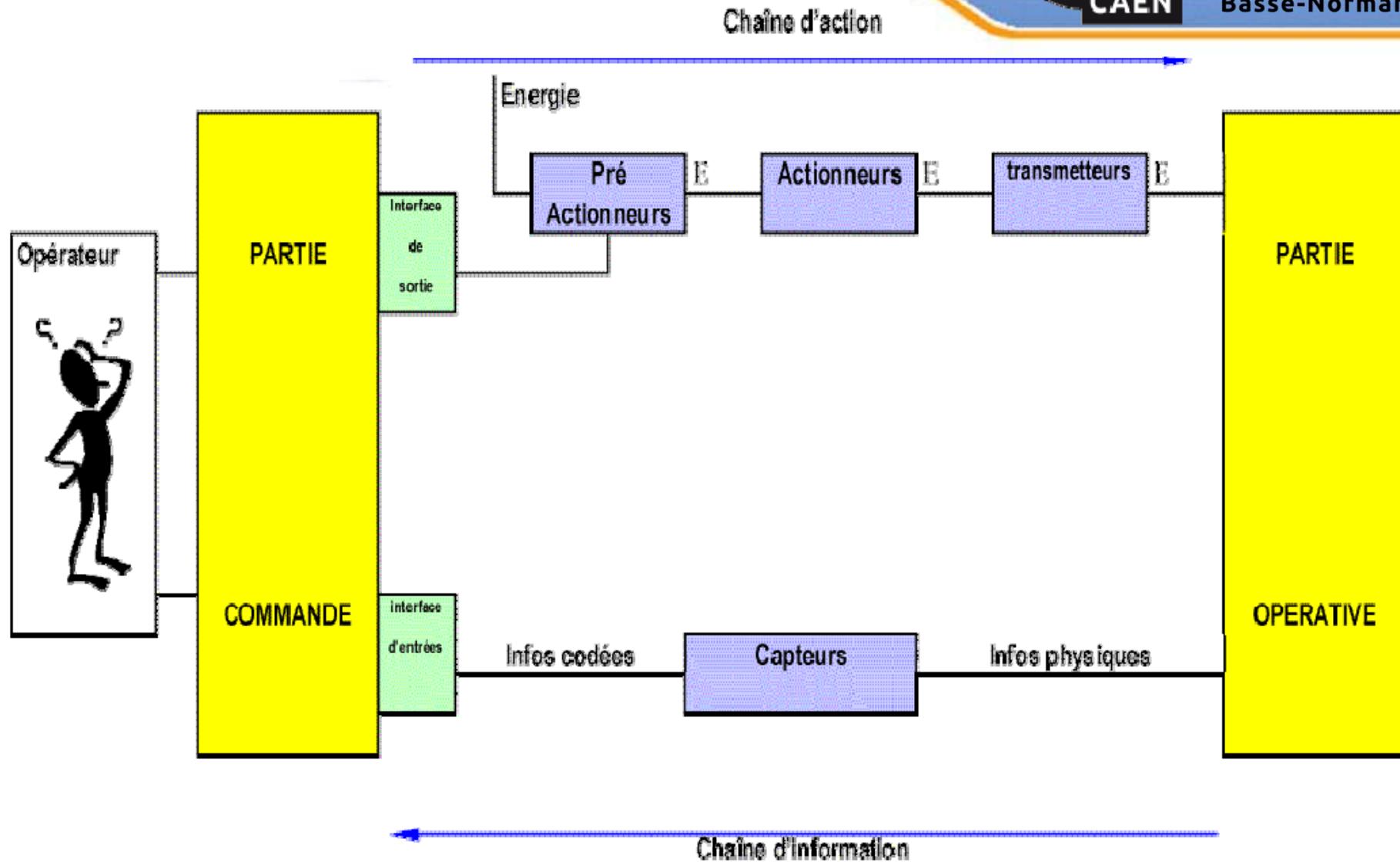
Réglage

- Loi de commande (algorithme (exemple PID))
- Correcteur (algo + écart)
- Signal d'erreur en entrée
- Signal de commande en sortie

Mesure

- Acquisition des signaux de sortie du système
- Capteurs : délivrent une valeur de mesure
- Mise en forme du signal (transmetteur)





Des capteurs ...



**de proximité
(à ultrasons)**



De niveau



Bouton poussoir



d'humidité



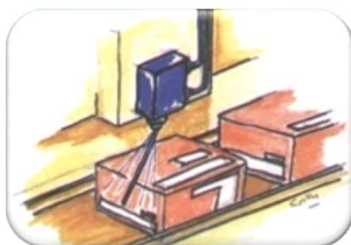
photoélectrique



De gaz



De choc



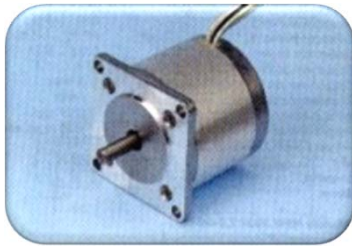
De contact



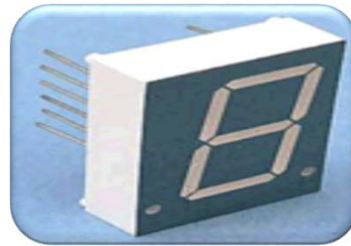
**D'arrêt
d'urgence**



Des actionneurs ...



**Moteur
pas-à-pas**



**Afficheur
7 segments**



Voyants



electrovanne



Vérin (rotatif)



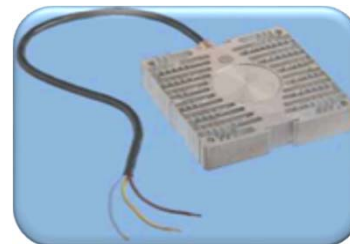
ventilateur



buzzer



Vérin (linéaire)



**Résistance
chauffante**



Position du problème :



Beaucoup de technologie !

- Toutes différentes
- Évolution rapide
- À tous les prix

Beaucoup de différences !

- Pas 2 systèmes identiques ?
- Performances attendues sont différentes

Nombreux outils !

- Scientifiques
- Graphiques
- Informatiques

Des incertitudes

- Variations dans le temps (usure ?)
- Variations selon fonctionnement (?)



La régulation peut-elle aider ?

Procédé

Plan
d'instrumentation

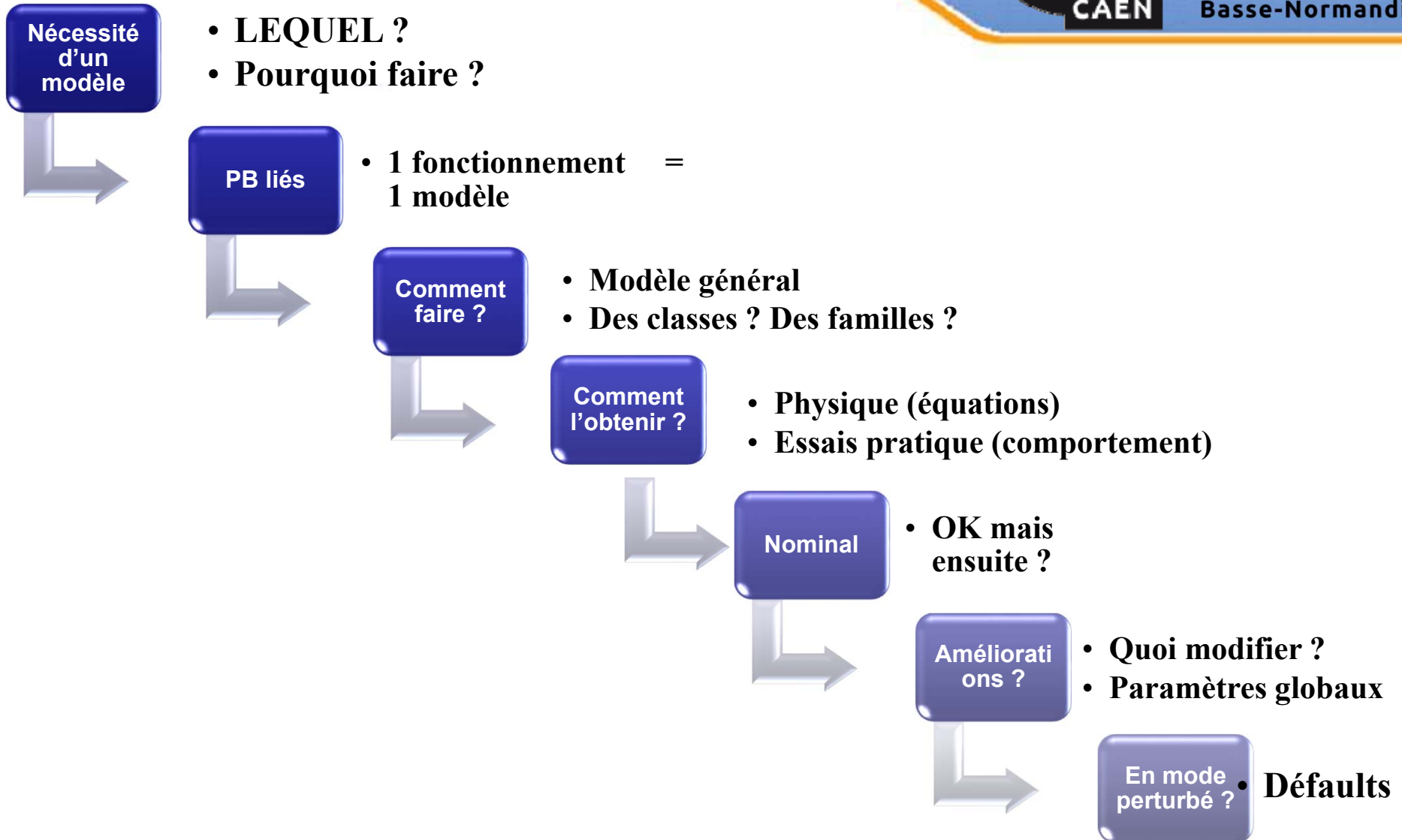
Modèle

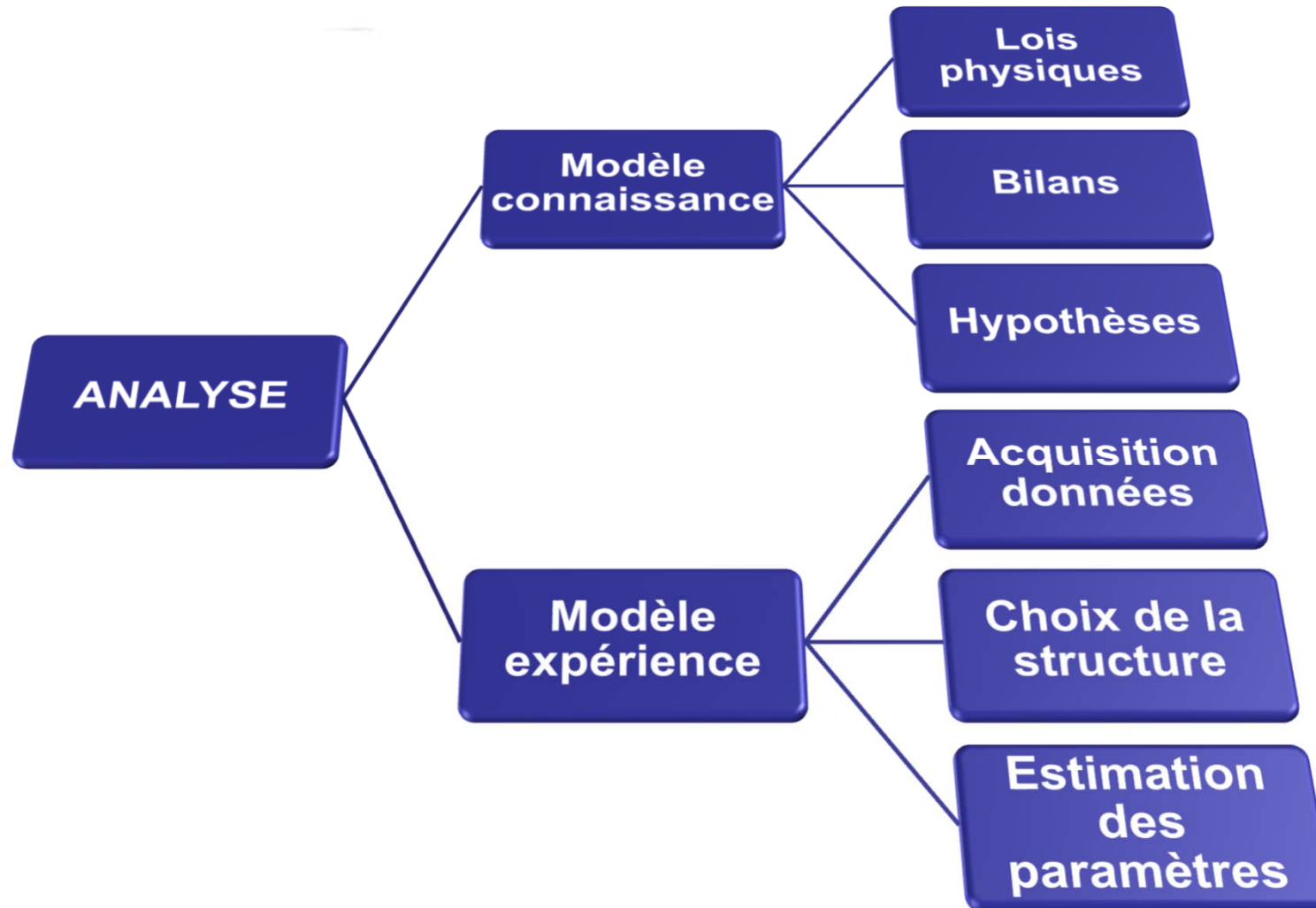
Entrées

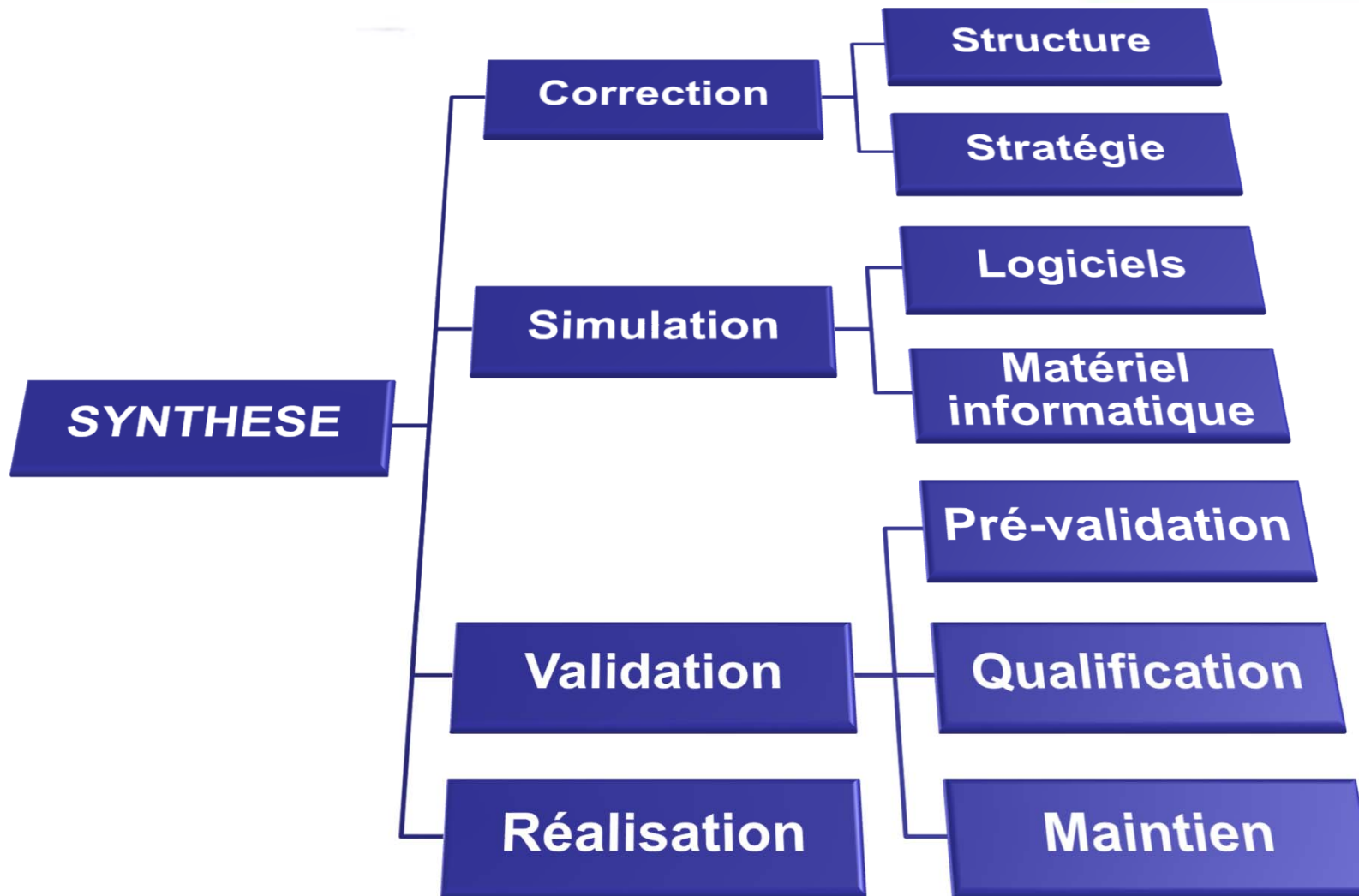
Sorties

Cahier des
charges

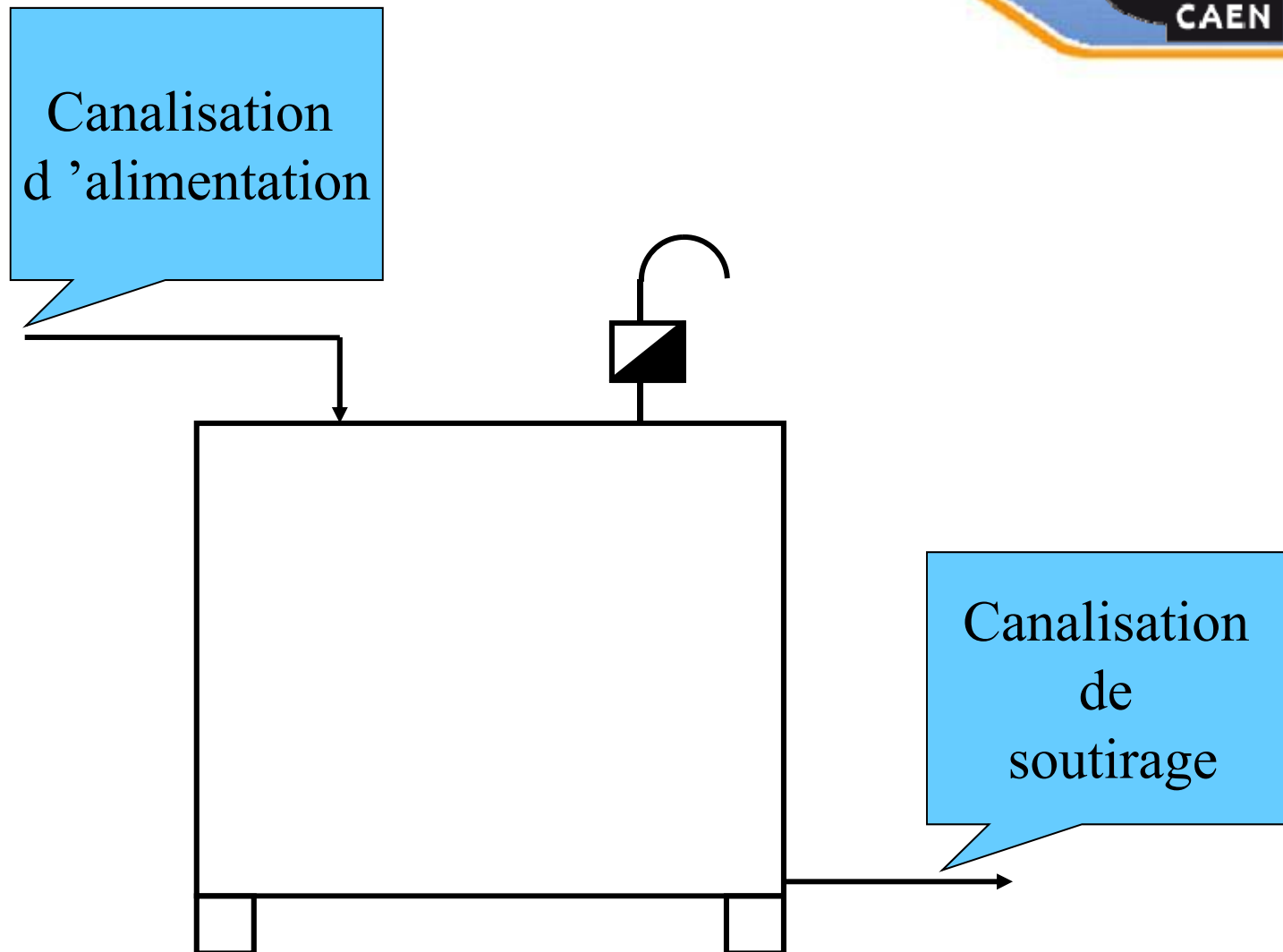








Exemple : niveau d'une cuve

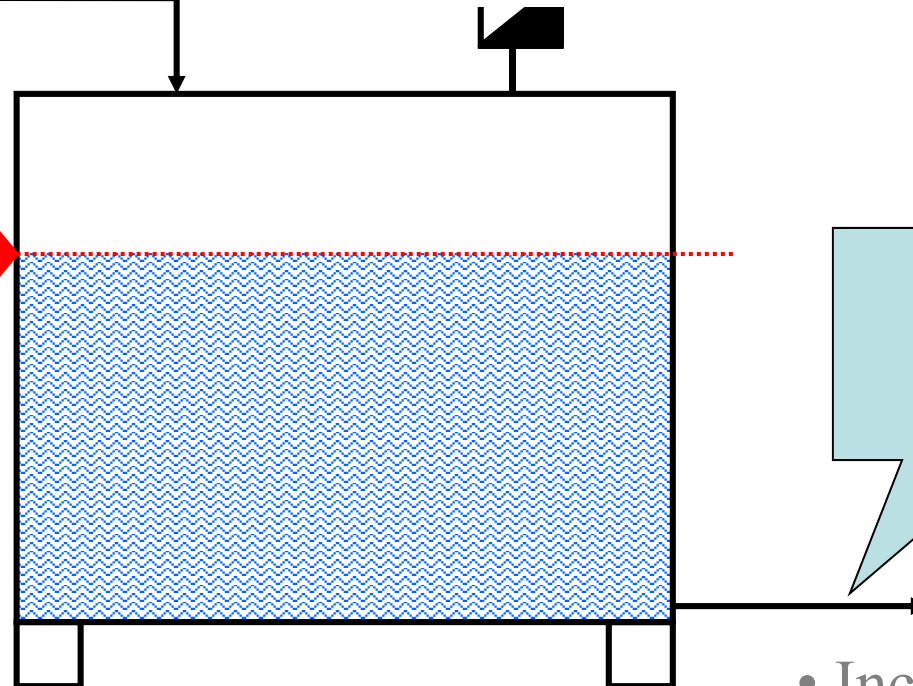


Exemple : niveau d'une cuve

Débit
d'alimentation

Doit s'adapter au débit de soutirage pour **maintenir** le niveau constant et donc maintenir la réserve

Niveau à maintenir pour assurer la réserve

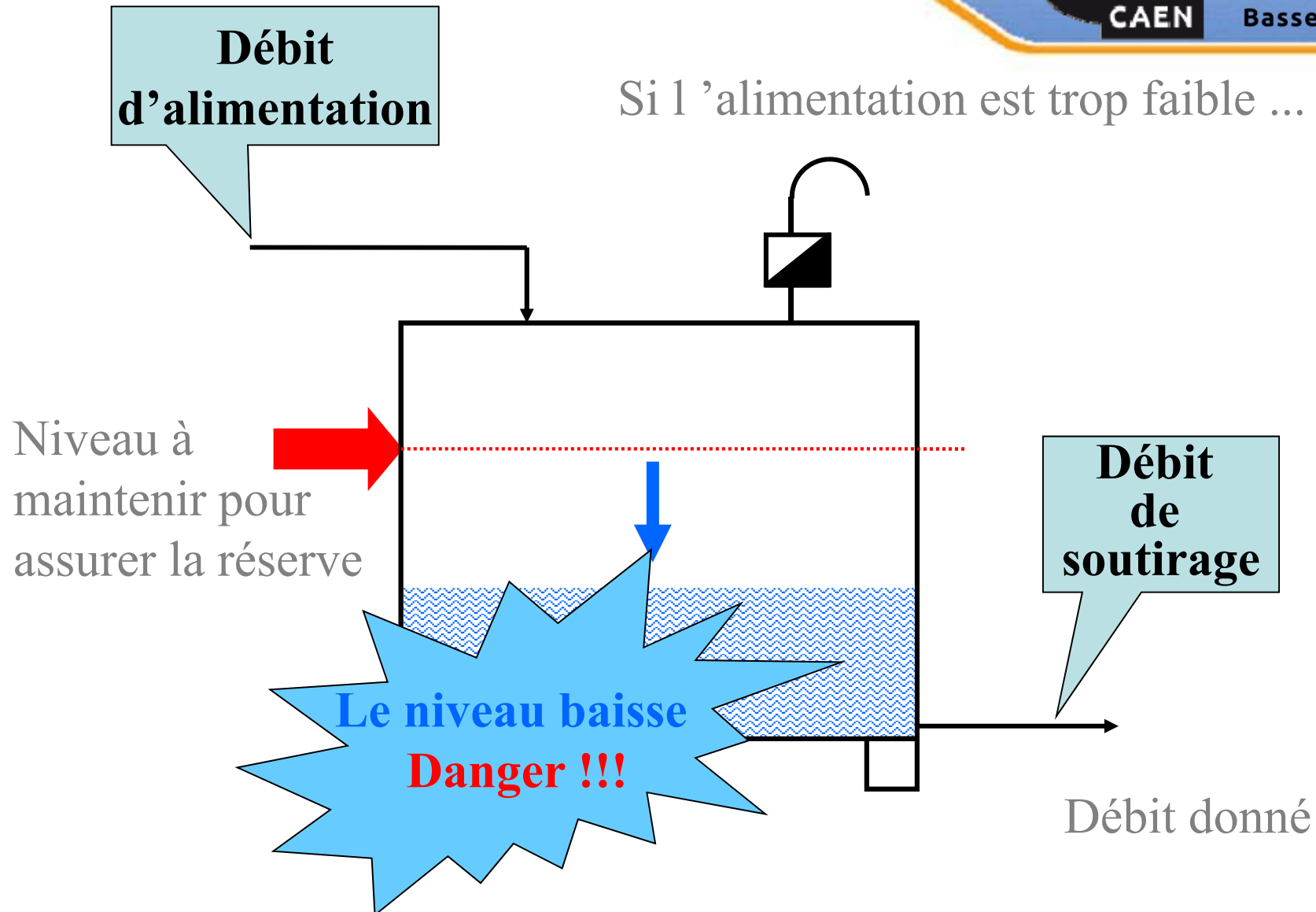


Débit
de
soutirage

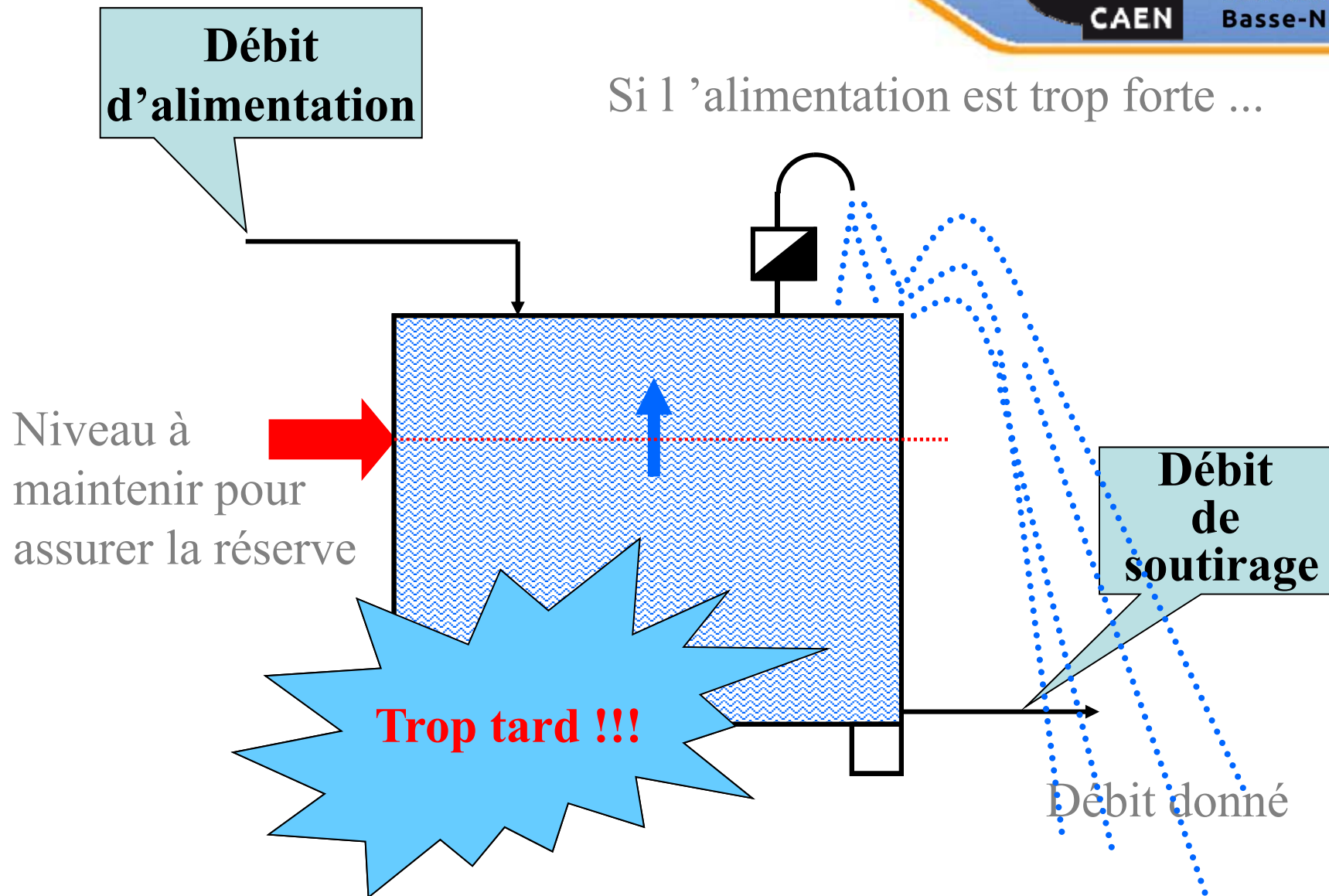
- Incontrôlable
- Q Max



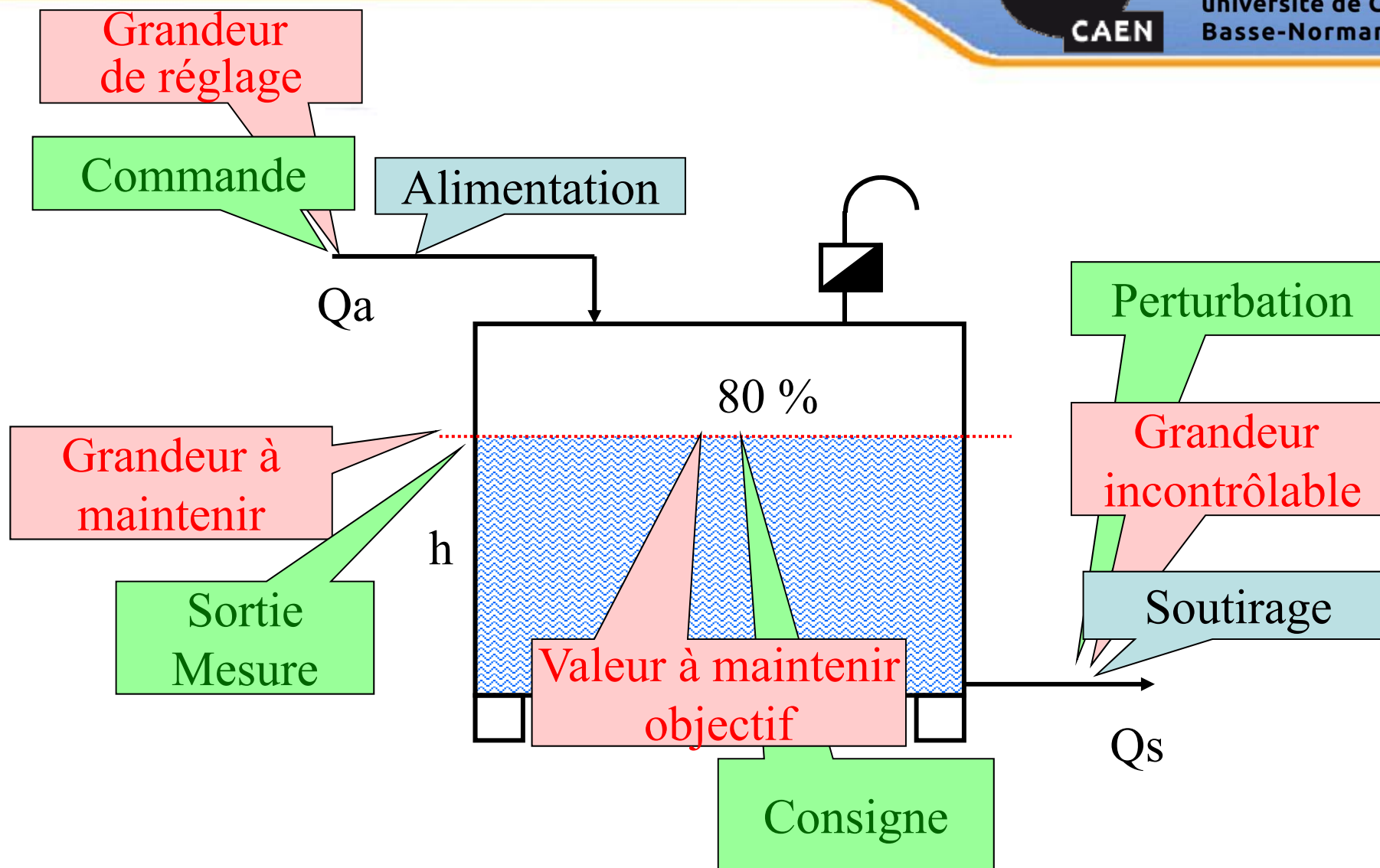
Exemple : niveau d'une cuve



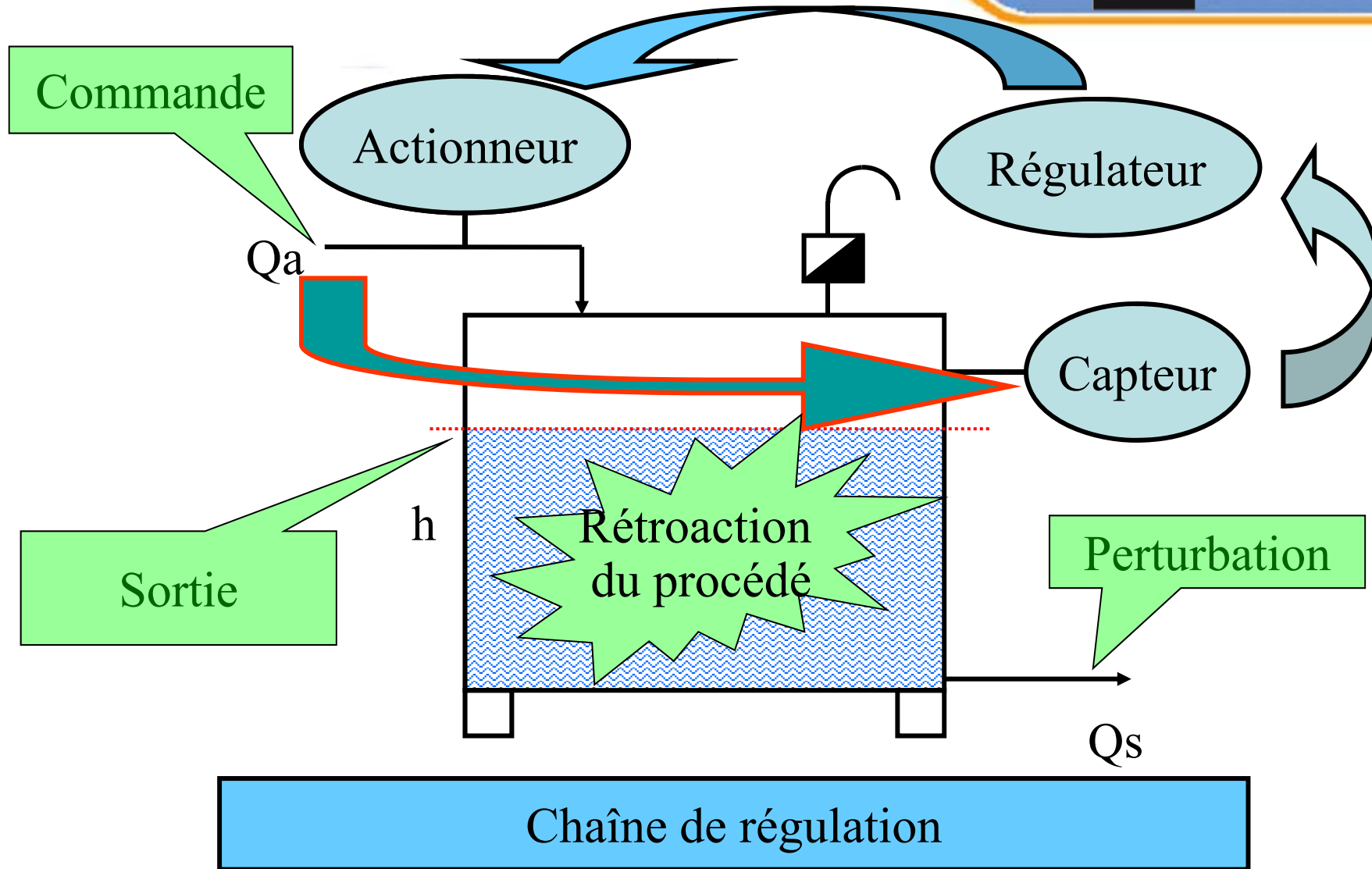
Exemple : niveau d'une cuve



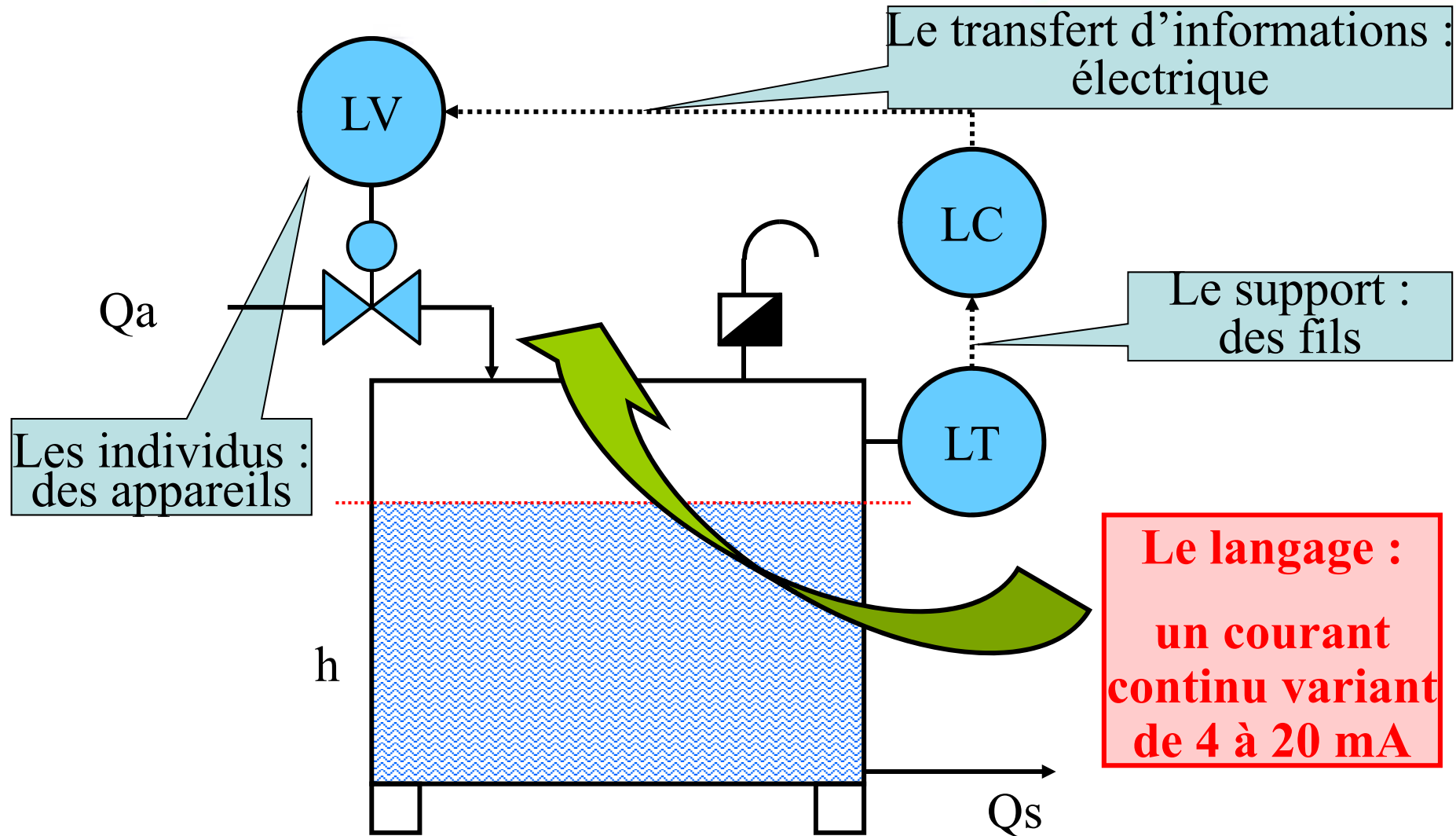
Exemple : niveau d'une cuve



Exemple : niveau d'une cuve



Exemple : niveau d'une cuve



Signal normalisé

- Ne pas confondre avec grandeur physique (m, m³/h, °C, etc...)

Pourquoi un courant ?

- Car tensions : chute selon distance
- Grande distances entre capteurs et actionneurs

Pourquoi 4 mA ?

- Faciliter le diagnostic de panne (0 mA = support rompu !)

Pourquoi 20 mA ?

- Pas besoin de puissance pour transmettre les informations

Le bruit ?

- Blindage des câbles



Pb physique

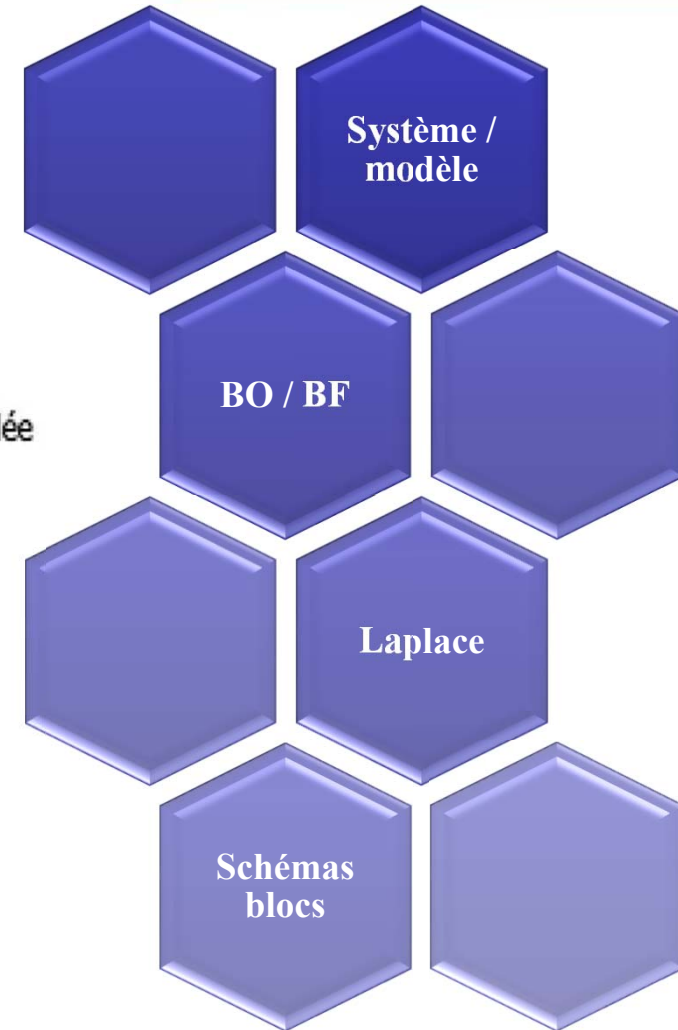
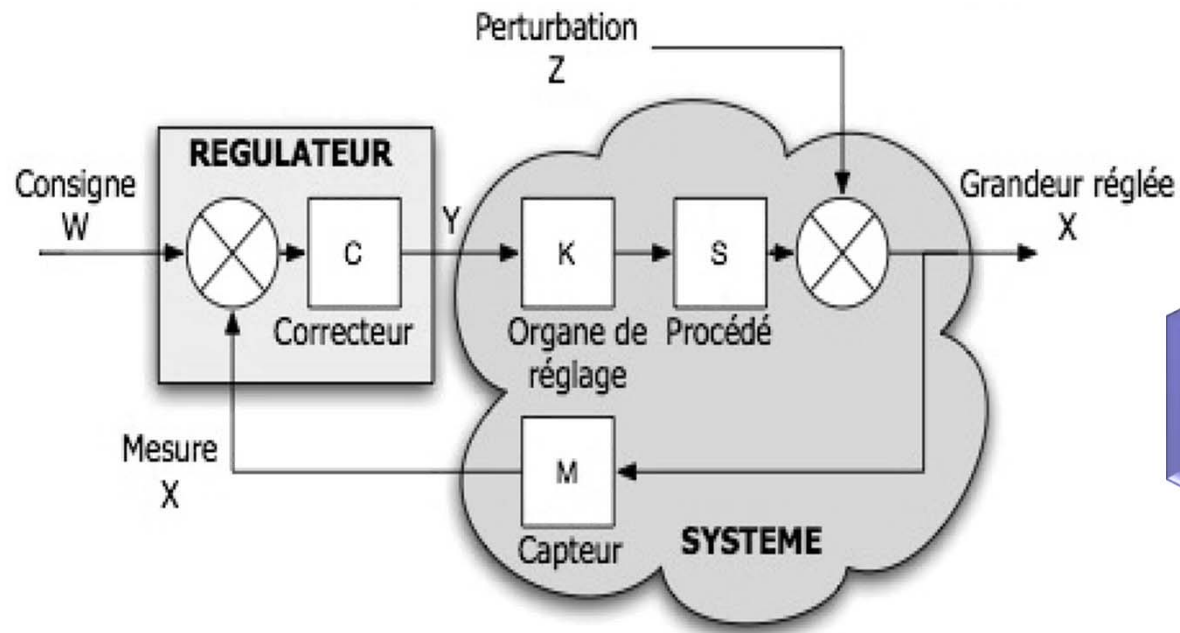
- Le capteur mesure mal
- L'actionneur n'exécute pas correctement la commande

Pb de calcul

- La loi de commande n'est pas adaptée (ou mal calculée)

Pb de communication

- Physique (panne élément, bruit, rupture support)
- Programmation (langage \neq , significations \neq des infos)



Systeme :
plusieurs
caracteristiques
entrees/sorties

rapidite/lenteur : dynamique = temps pour atteindre son regime permanent (= regime equilibre).

amplification/amortissement (du signal applique a l'entree) : generalement l'objectif a atteindre/souhaite (sur la sortie)

agitation temporaire (en transitoire, avant d'atteindre son regime permanent) traduite par des oscillations.

C'est
traduit
par:

temps de réponse / d'établissement : temps pour lequel la (variation de) sortie atteint le valeur d'équilibre (régime permanent) à 5% près (95% ou 105% si dépassement).

gain statique : mesuré comme le ratio de la variation de sortie sur la variation de l'entrée (diverses possibilités : unité =1, amplificateur >1 ou amortisseur <1)

dépassement (premier = le plus grand) : mesuré (en transitoire) comme l'excédent au dessus de la valeur finale (régime permanent) et exprimé en %.

Position du PB (suite) :



A ces valeurs sont attachés des critères de **performance** (rapidité, précision statique et dynamique) et des **contraintes** (stabilité, commande mesurée) en liens direct avec ceux de l'industrie (fiabilité, qualité, etc...).

Plus précisément, les **critères** process (durée cycle de production, conformité, fiabilité,) utilisent ces critères de performances.

ces valeurs sont fonctions de paramètres **propres** à chaque système : c'est un autre moyen de représenter les systèmes : notion de modèle (mathématique, schéma, ordre, etc...)



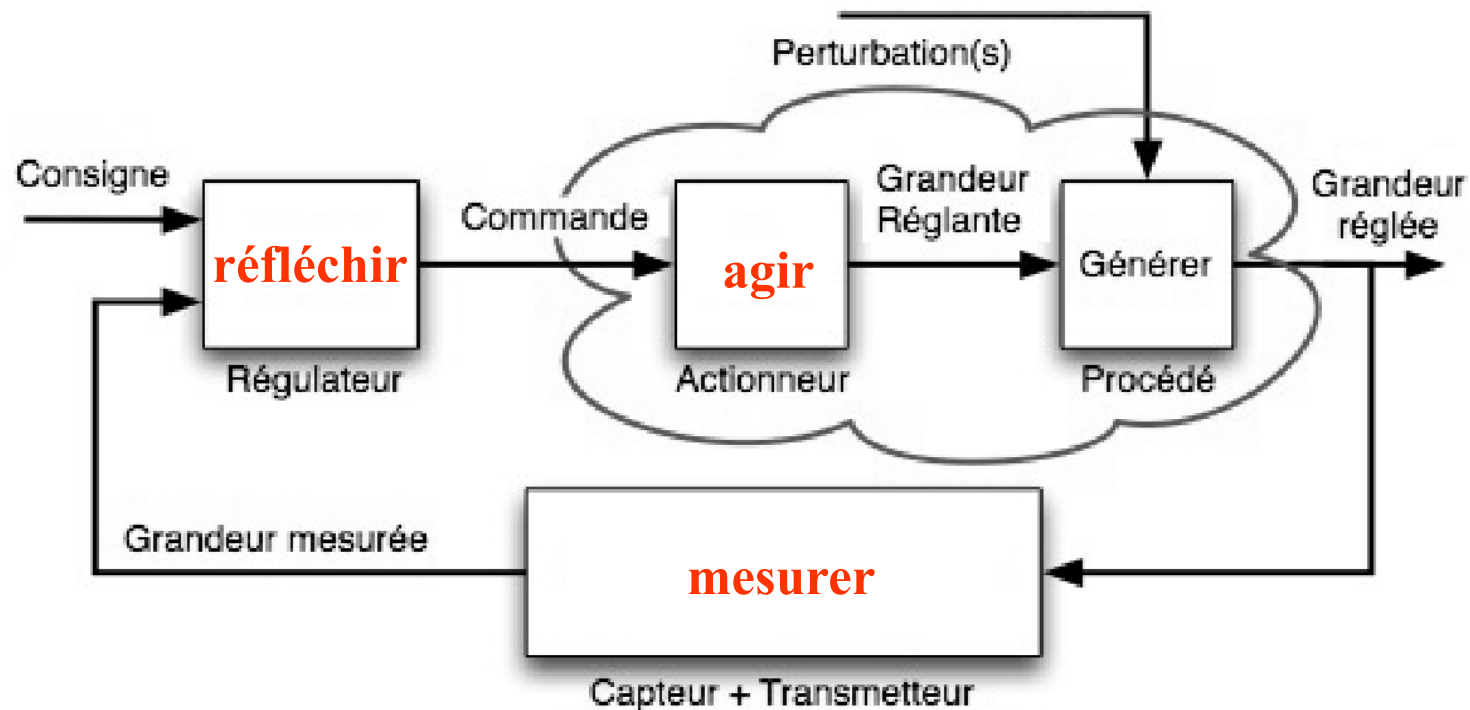
POURTANT le procédé est bien "construit" ???

- ❑ pas toujours (capteurs et actionneurs sous dimensionnés car changement d'objectifs dans le temps ou trop couteux)
- ❑ pas tout le temps (usure qui modifie les capteurs actionneurs et même le process en lui-même)
- ❑ il change (en fonction du point de fonctionnement choisi, des objectifs, ..)

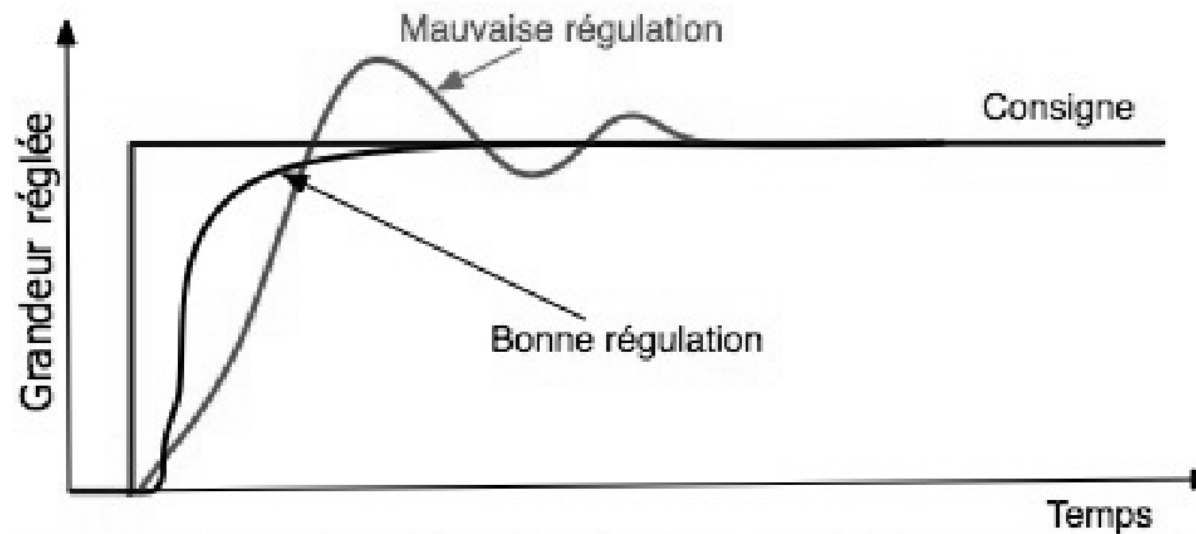
ET SURTOUT :

- ❑ il peut être perturbé par des signaux ou conditions externes (indésirables)
- ❑ ses paramètres changent quand on ferme la boucle !!!
- ❑ pour améliorer/optimiser une performance, souvent on dégrade les autres (apparition de compromis, de choix à faire selon ce que l'on veut, ce qu'on peut faire)

- **Mesurer** (la sortie ou grandeur réglée avec un capteur)
- **Réfléchir** (Stratégie du régulateur : comparer, générer la commande ou grandeur réglante)
- **Agir** (sur le système : actionneur)



- ❑ **Baisse des Coûts** (en place, en énergie, etc...)
- ❑ **Gain de temps** (rapidité)
- ❑ **Précision** (qualité)
- ❑ **Sureté, Fiabilité** (stabilité)



⇒ **Poursuite** : suivi de consigne

⇒ **Régulation** : rejet de perturbations



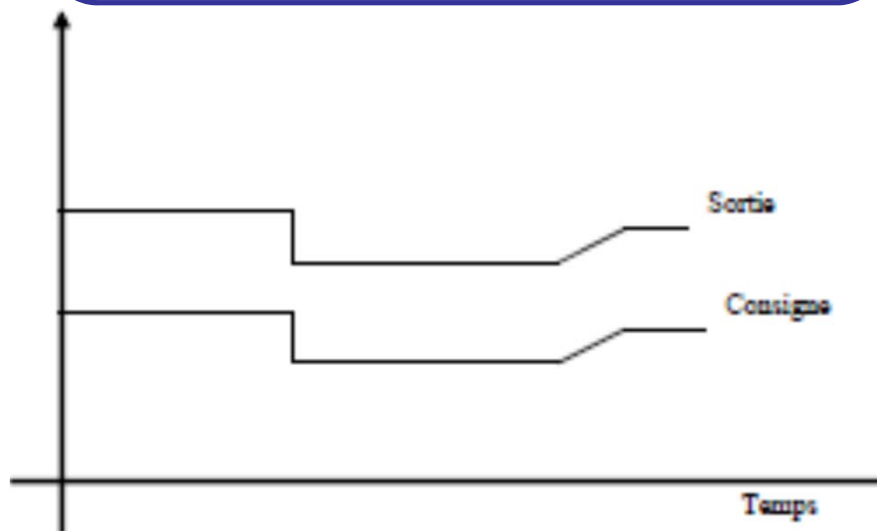
2 objectifs simultanés

Pb : à assurer par le même organe (régulateur) !

- ⇒ **Poursuite** : suivi de consigne (nominal)
- ⇒ **Régulation** : rejet de perturbations (défauts)

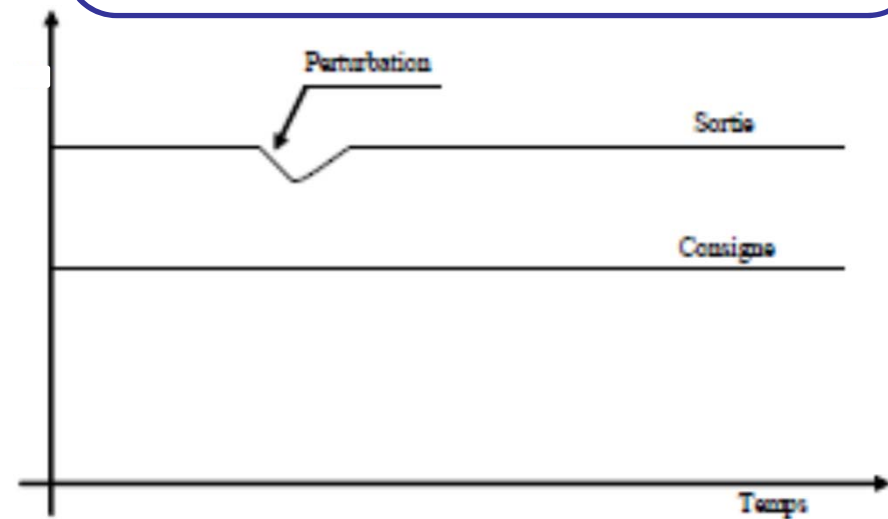
Poursuite

aptitude d'un syst. à maintenir la sortie constante, cela malgré les perturbations externes au syst.



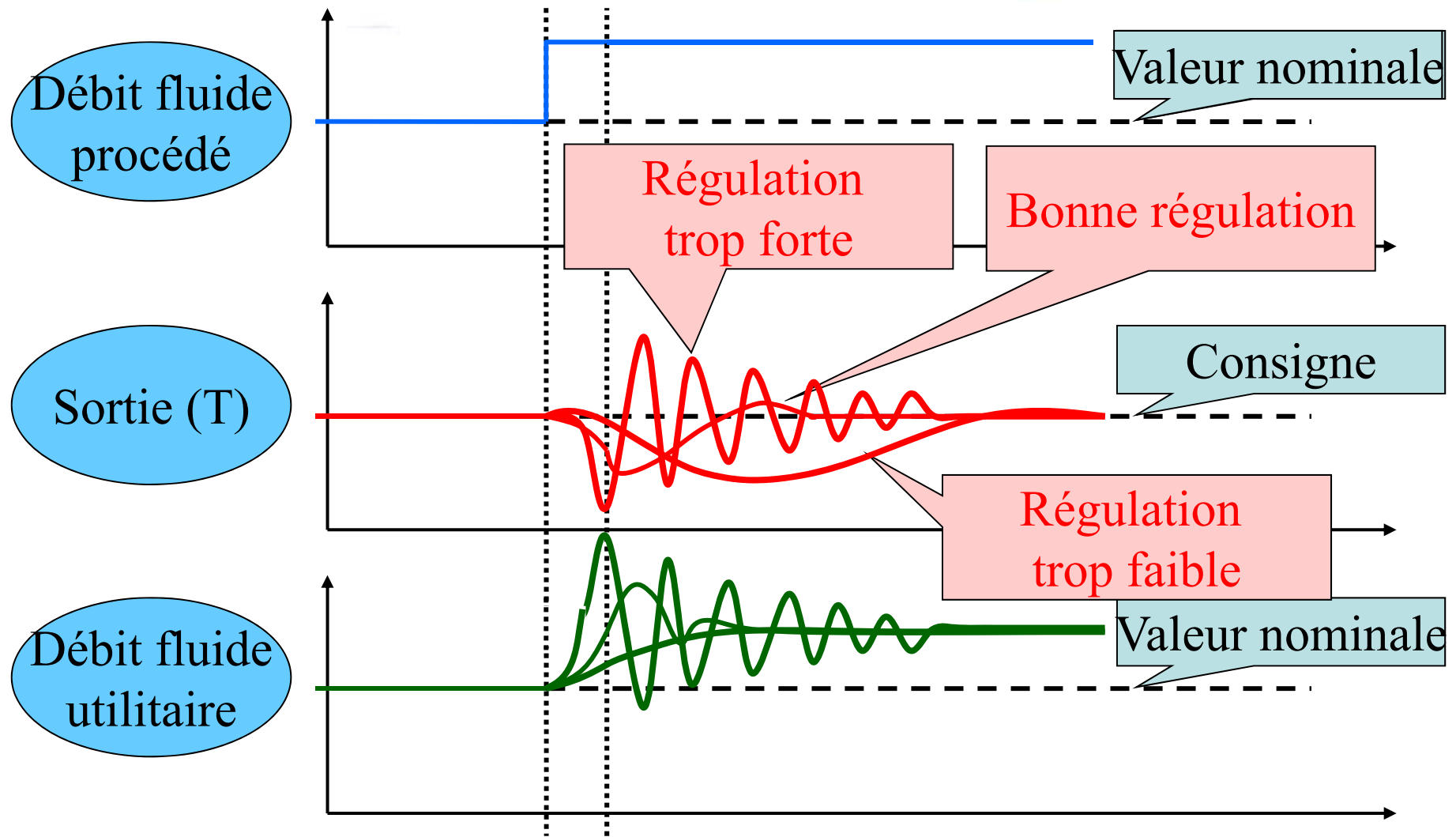
Régulation

aptitude d'un syst. à maintenir la sortie constante, cela malgré les perturbations externes au syst.



Exemple : échangeur

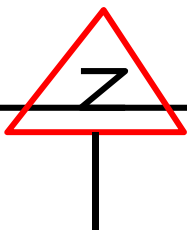
- Températures d'entrées constantes



- sortie qui revient **précisément** à la consigne
- idem en présence de **perturbations**
- retour à la consigne le plus **efficace** possible :
 - sans oscillations (pompage) ← usure de la vanne
 - le plus rapidement possible...

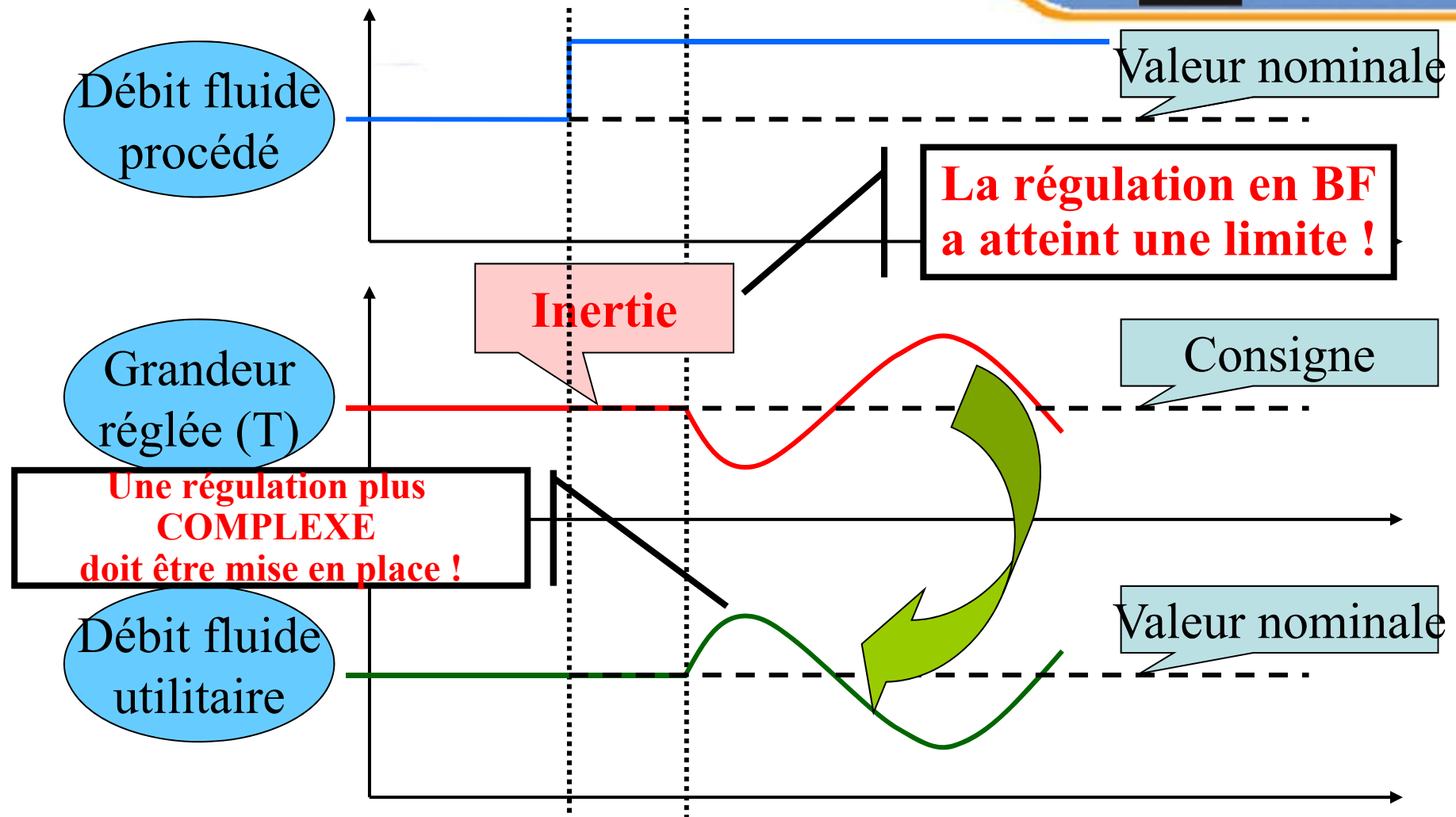
Seule la boucle (de régulation) **FERMEE** en est capable !!

Et c'est le **réglage** du régulateur qui permet d'atteindre ces objectifs

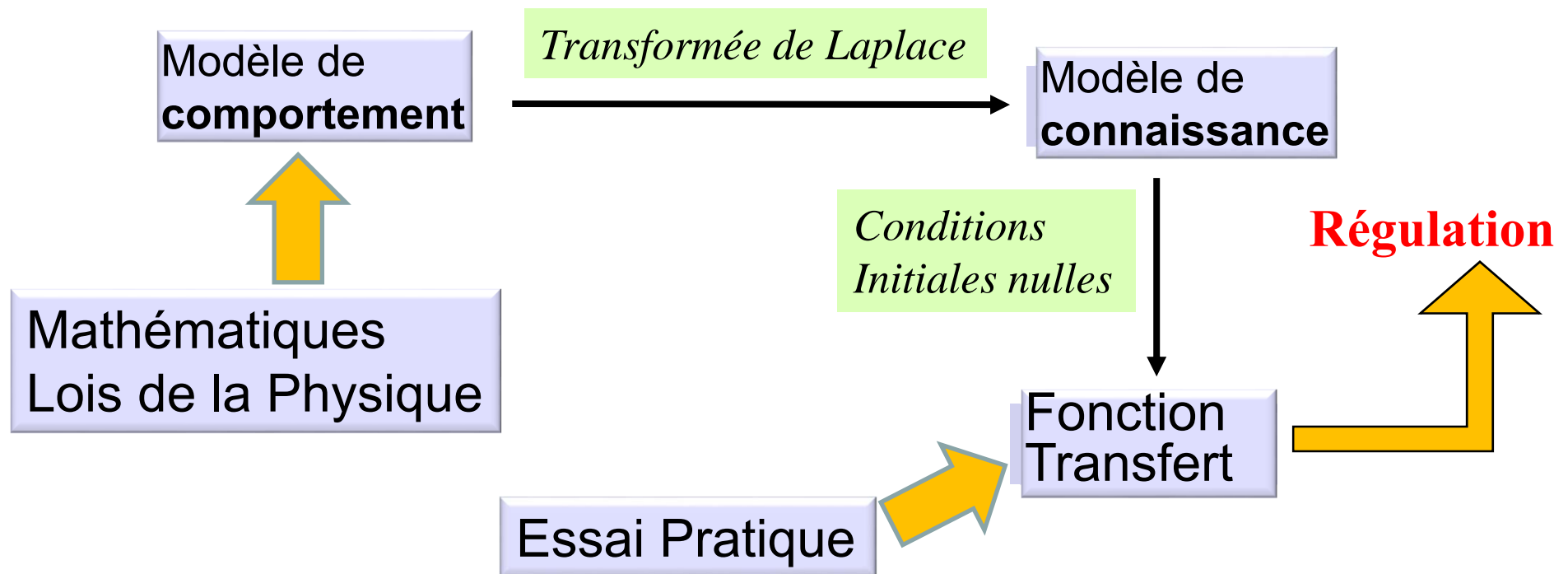


Une trop grande **inertie** du procédé peut rendre la régulation **inefficace** ou pire (destructrice)

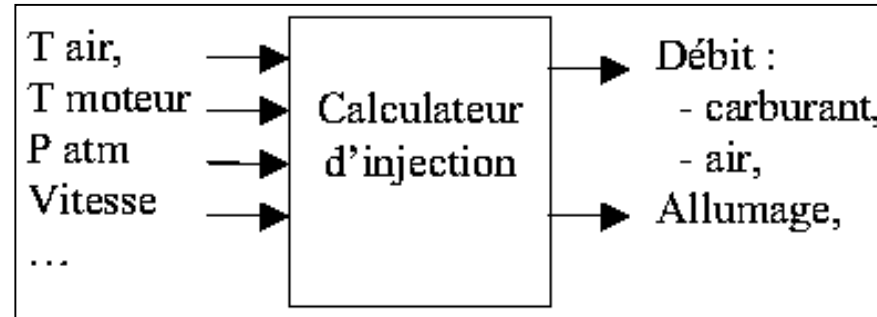
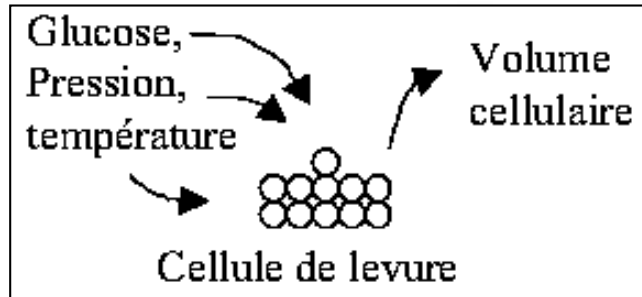
Exemple : échangeur (suite)



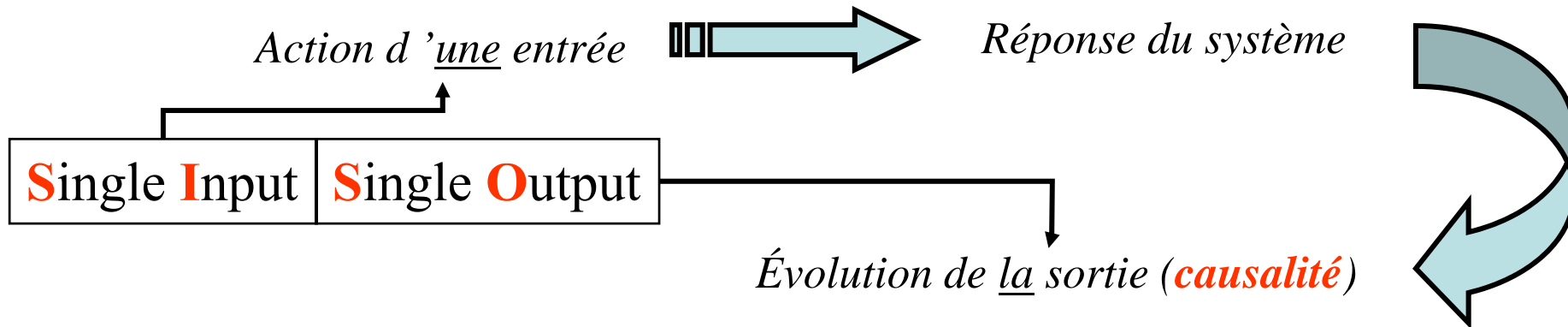
- ❑ Espace de travail : domaine temporel
- ❑ Systeme : La réalité
- ❑ Modele : Image simplifiée du systeme
- ❑ Obtention (Laplace) d'un modele simple mais utile (suffisant) pour nos techniques



□ des systèmes :



□ Modèle (SISO)



Modèle : relation mathématique entrée/sortie

Consigne / référence

- Entrée principale. Représente l'objectif attendu.

Comparateur / sommateur

- Effectue la soustraction entre consigne et signal de mesure
- Délivre le signal d'erreur

Correcteur

- Calcule (grâce au réglage de ses paramètres) et délivre la commande

Commande /valeur réglante

- Valeur qui permet au système de se comporter « correctement ». Attention aux valeurs limites.

Actionneur

- Entrée physique du procédé (amplificateur, pompe, vanne, etc...)

Perturbation

- Entrée indésirable. A minimiser ou rejeter

Sortie / valeur réglée

- Sortie du procédé

Mesure

- Sortie du capteur (= entrée du régulateur en BF)



Des Maths ? Oui !

Quelles Maths ? Des Maths appliquées (donc simplifiées)

- ❑ **Transformée de Laplace**
 - utilisation des tables (peu de calculs)
 - directe pour obtenir fonction de transfert
 - inverse pour équation temporelle des courbes
- ❑ **Fractions de polynômes**
 - réduction au même dénominateur
 - factorisation, extraction de variables !
- ❑ **Tracés de courbes et interprétations**
 - limites en 0 et ∞
 - fonctions du temps



□ Définition

$$\mathcal{L} [f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt}$$

□ \mathcal{TL} d'une fonction

$$\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = pF(p) - f(0)$$

$$\mathcal{L} [f''(t)] = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0)$$

□ Linéarité

$$\mathcal{L} [af(t) + bg(t)] = aF(p) + bG(p)$$

□ TH Valeur Initiale

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p F(p)$$

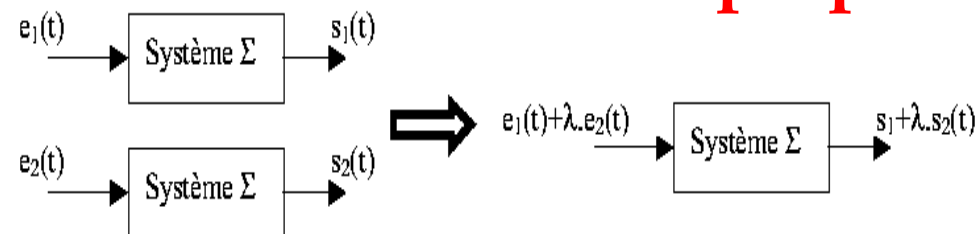
□ TH Valeur Finale

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p F(p)$$

□ TH Retard

$$\mathcal{L} [f(t - \theta)] = e^{-\theta p} F(p)$$

□ TH de Superposition



| $f(t)$ | $F(p)$ |
|---|--------------------------|
| $\delta(t)$ dirac | 1 |
| $1(t)$ échelon amp 1 | $1/p$ |
| $a(t)$ échelon amp a | a/p |
| t | $1/p^2$ |
| t^n | $n! / p^{n+1}$ |
| e^{-at} | $1 / (p+a)$ |
| $t e^{-at}$ | $1 / (p+a)^2$ |
| $t^n e^{-at}$ | $n! / (p+a)^{n+1}$ |
| $\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$ | $1 / (p+a)(p+b)$ |
| $\frac{1}{w\sqrt{1-z^2}} e^{-zwt} \sin(wt\sqrt{1-z^2})$ | $1 / (p^2 + 2zwp + w^2)$ |



Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$y'' + 2y' + 2 = e^{-t} \text{ avec } y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = 2$$

Il suffit pour résoudre cette équation d'en calculer la transformée de Laplace :

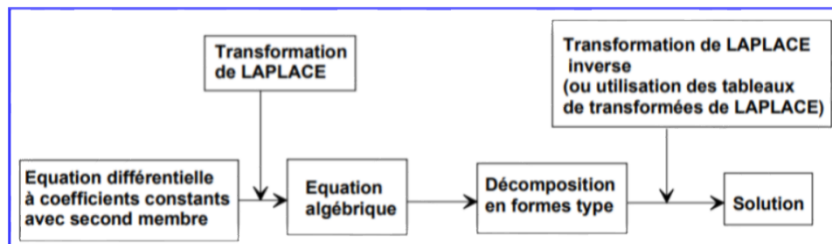
$$[p^2 Y(p) - p - 2] + 2[pY(p) - 1] + \frac{2}{p} = \frac{1}{p+1}$$

$$Y(p) [p^2 + 2p] = p + 4 - \frac{2}{p} + \frac{1}{p+1}$$

$$Y(p) = \frac{(p+4)p(p+1) - 2(p+1) + p}{p^2(p+1)(p+2)}$$

$$= \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p+1} + \frac{D}{p+2}$$

$$= \frac{-1}{p^2} + \frac{3}{p} + \frac{-1}{p+1} + \frac{-1}{p+2}$$



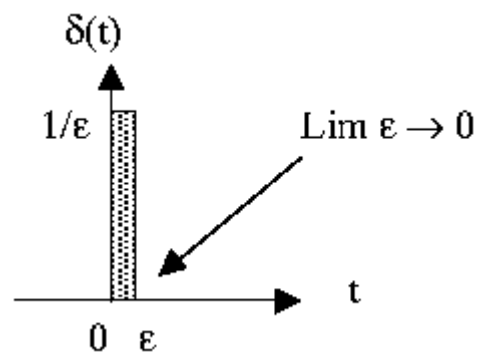
Ce qui permet d'écrire, par transformée inverse de Laplace (utiliser les tables) :

$$y(t) = -t + 3 - e^{-t} - e^{-2t}$$

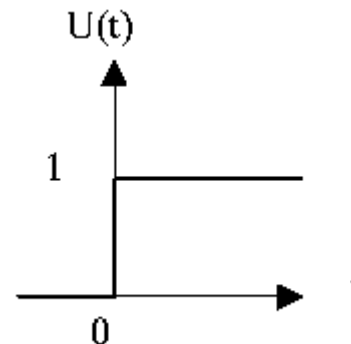


- ❑ **Représentation** : fraction polynômiale sortie/entrée
- ❑ **notation** : $F(p) = \text{NUM}(p) / \text{DEN}(p)$
- ❑ **indépendant** amplitude et nature de l'entrée
- ❑ **Ordre** : degré max du dénominateur
- ❑ **Pôle** : racine (solution) du dénominateur
- ❑ **Entrées canoniques** :

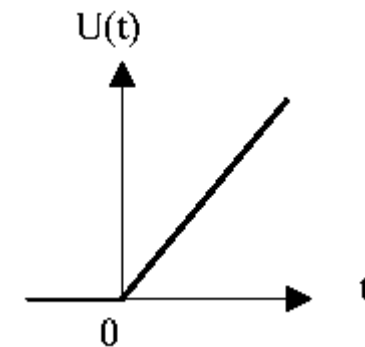
impulsion



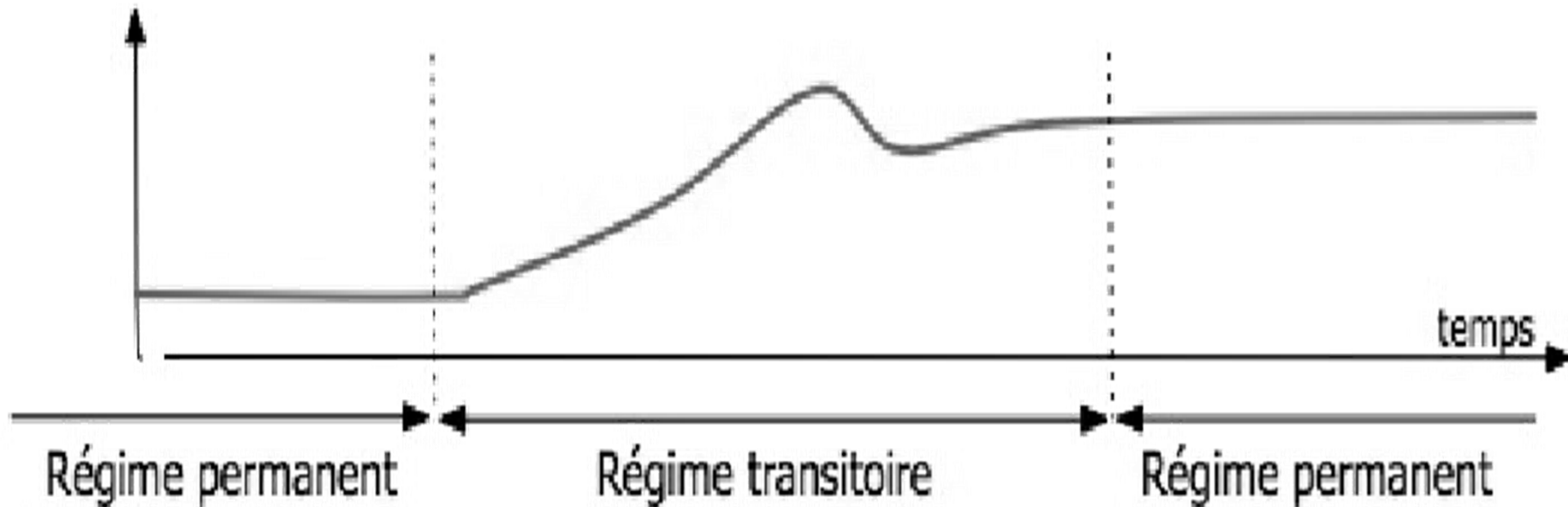
échelon



rampe

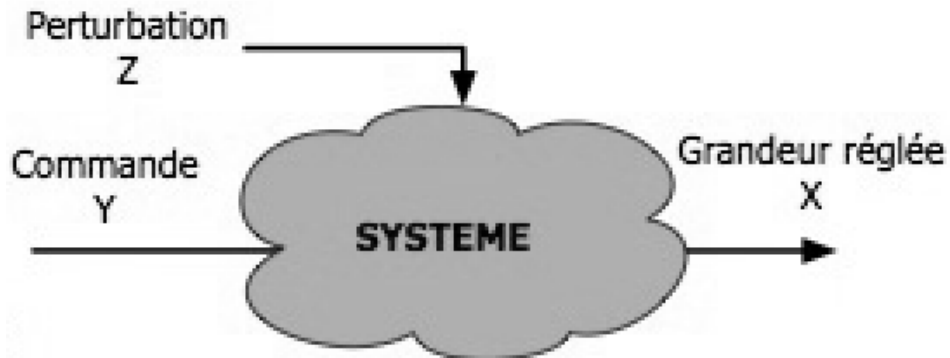


Sortie : $f(t)$



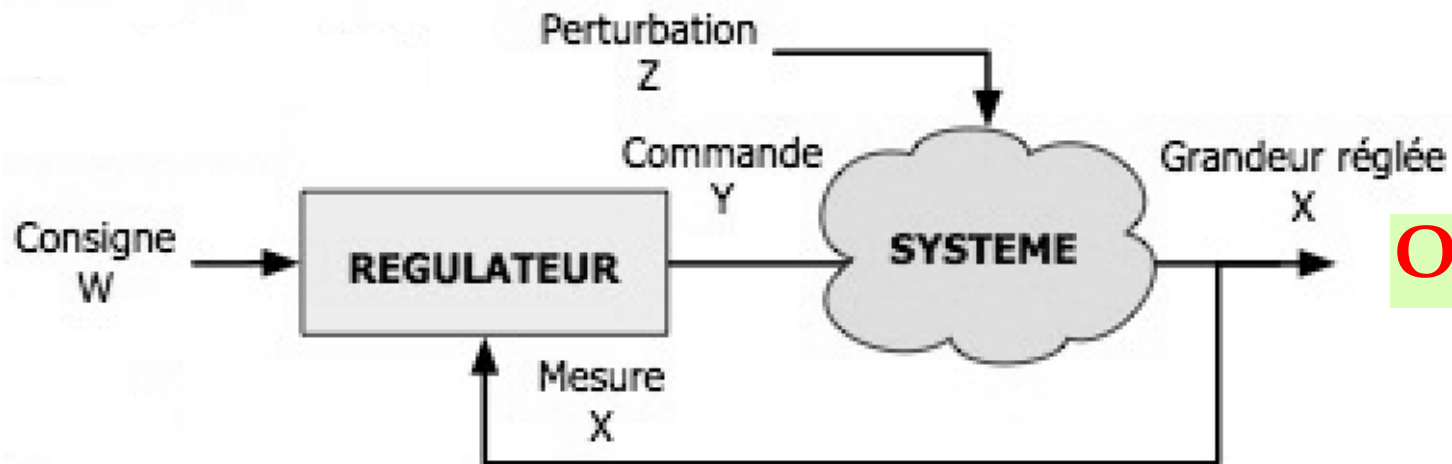
Boucle ouverte – fermée :

BO (pas de régulation)



On subit !

BF (régulation)



On réagit !



Schéma PCF (Plan de Circulation des Fluides)

schéma faisant apparaître les appareils (cuves, échangeurs...), les organes de puissance (pompes, agitateurs...), la nature et sens d'écoulement des fluides, les grandeurs physiques utiles

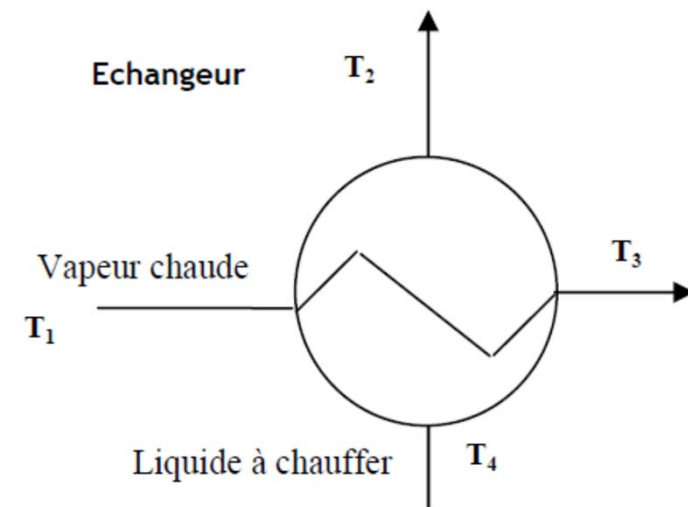
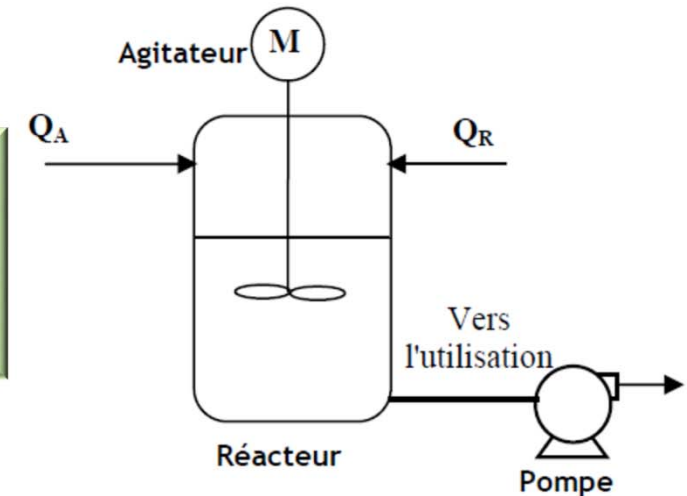
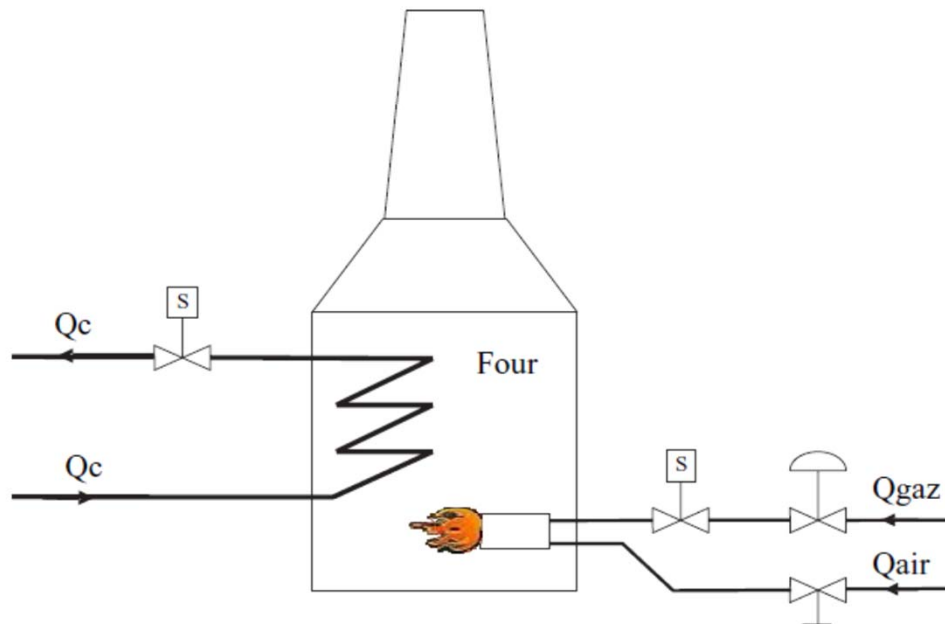
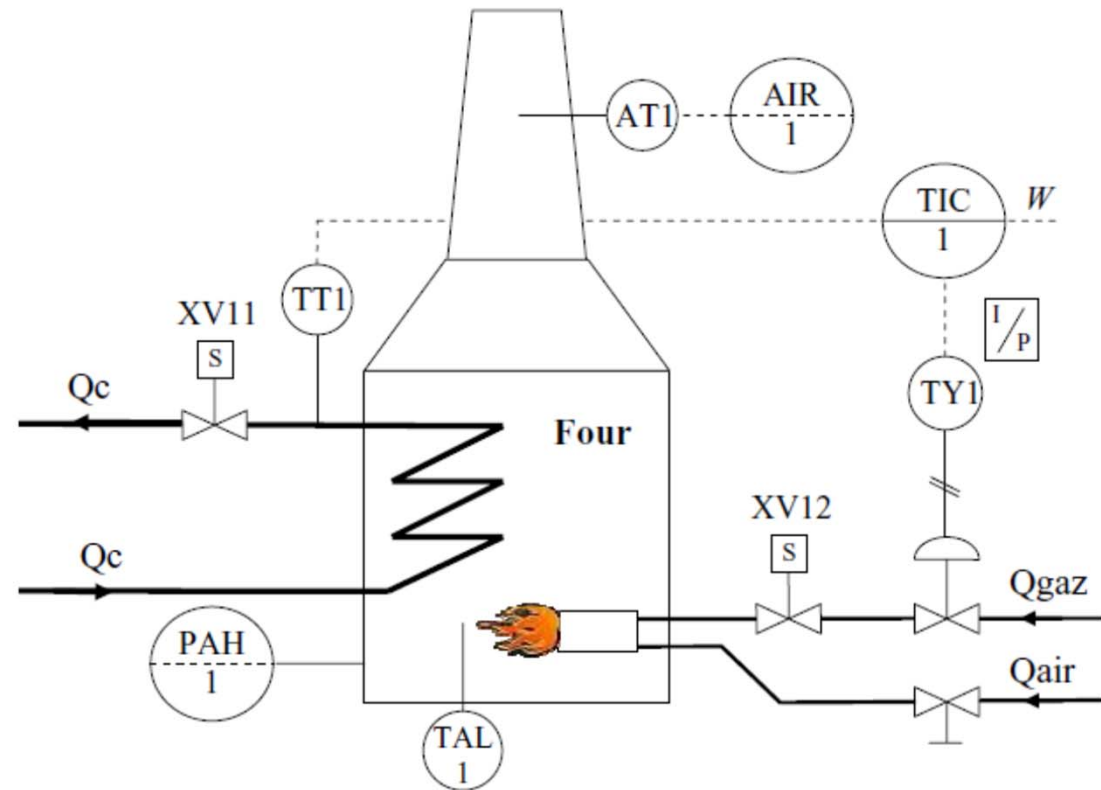


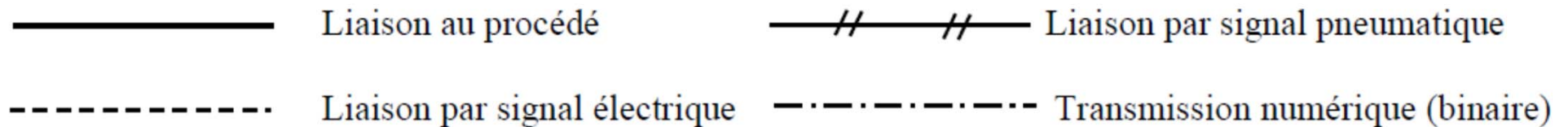
Schéma TI (Tuyauteries et Instrumentation)

Schéma PCF instrumenté :
complété par les appareils
de mesure, les appareils de
contrôle et de calcul, les
actionneurs et les liaisons.

Attention : en Anglais →
schéma PID (Piping
Instrument Diagram)
Ne pas confondre avec
« correcteur PID »



Représentation Symbolique des Procédés Industriels



P : Pression **F** : Débit (*Flow*) **T** : Température **D** : Densité
L : Niveau (*Level*) **A** : Analyse **PD** : Différence de pression (Pression différentielle)

T : Transmetteur **I** : Indicateur **A** : Alarme **S** : Sécurité **E** : Capteur
R : Enregistreur (*Recorder*) *etc.*

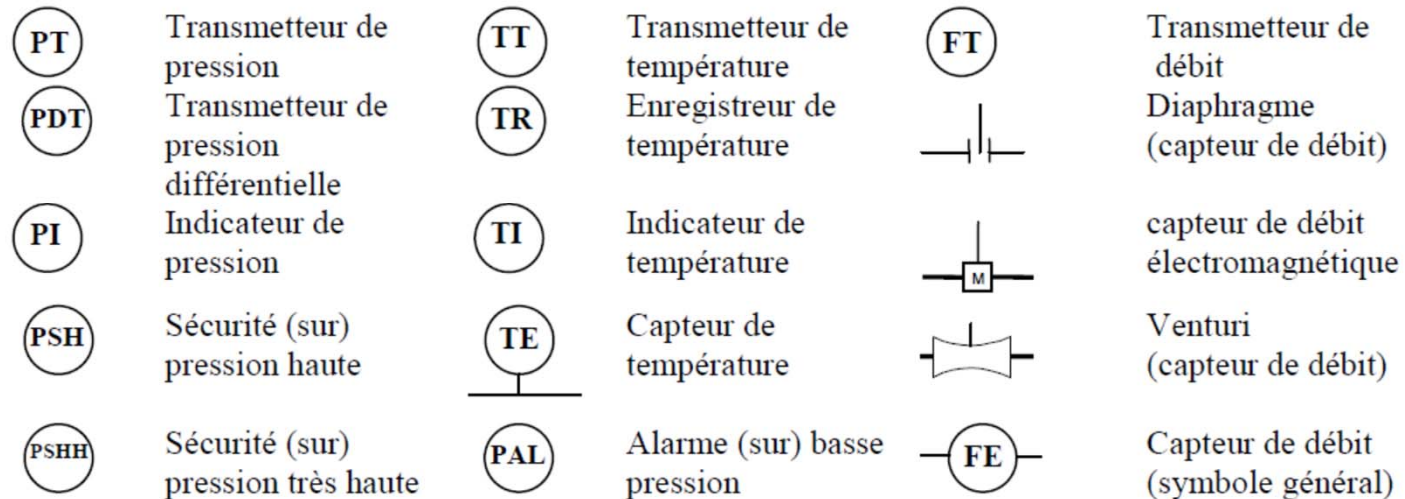










Schéma TI


 pH-mètre


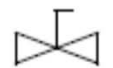
 Analyseur de monoxyde de carbone


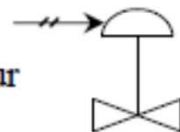

 : Convertisseur I/P dans boucle de pression

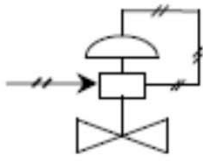

 : Extracteur de racine carrée dans boucle de débit

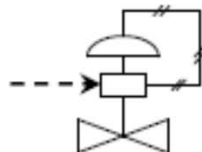
 : Régulateur indicateur de pression  : Régulateur de température  : Régulateur d'analyse


 : Vanne manuelle

 : Vanne ¼ tour



 : Vanne automatique ; servomoteur à membrane



 : Vanne de régulation avec positionneur pneumatique


 : Vanne de régulation avec positionneur électro-pneumatique


 : Moteur



 : Agitateur


 : Vanne Solénoïde


 : Electrovanne

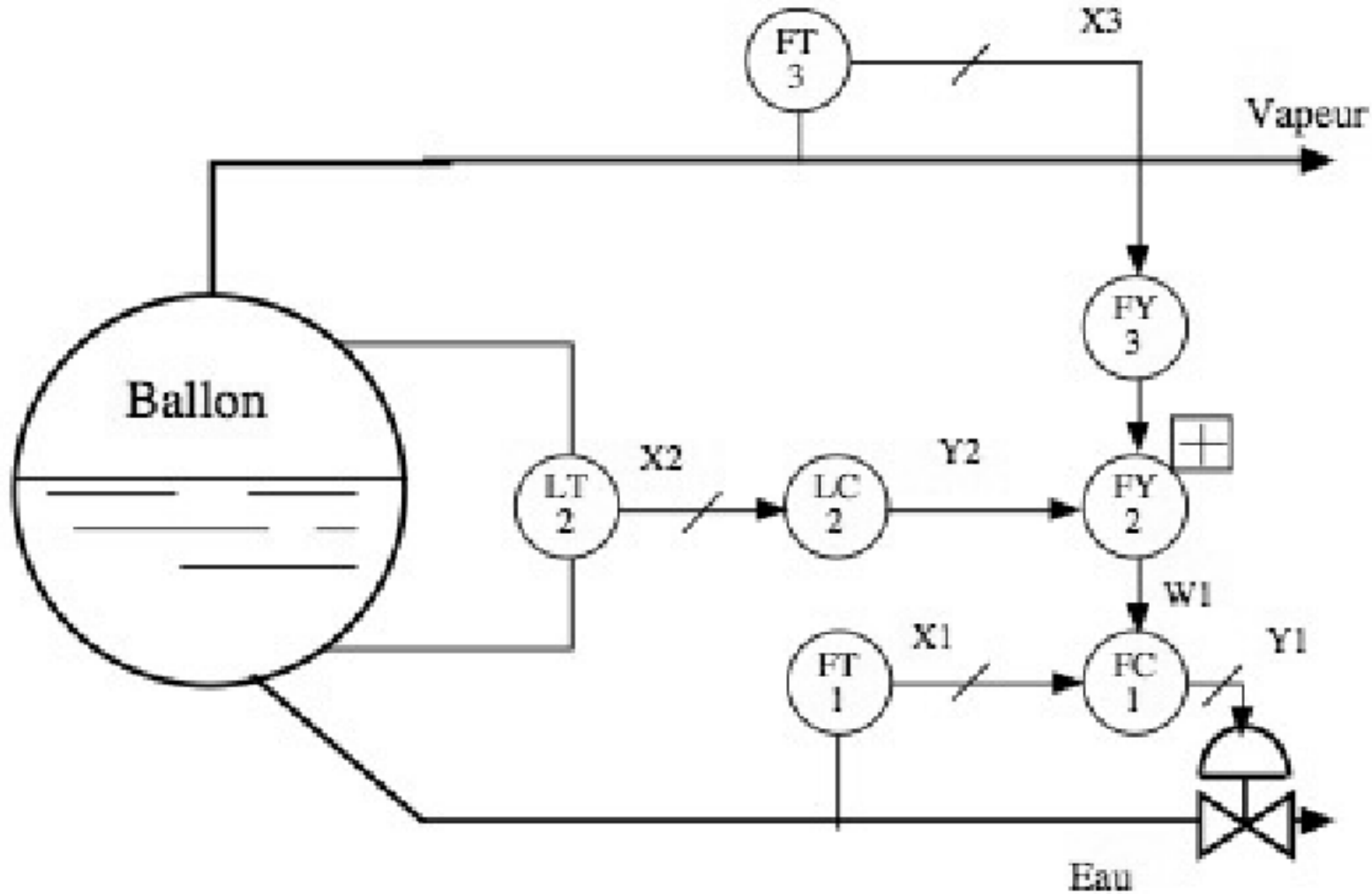
 : Pompe centrifuge

 : Pompe volumétrique

 : Actionneur non référencé (dans boucle de température)



exemple



Présentation du procédé

La fabrication de nombreux produits industriels nécessite généralement un conditionnement des différents fluides participant à la réaction chimique. Un four de préchauffage doit permettre d'élever un réactif à une température constante pour garantir un bon rendement de la réaction

Détermination des grandeurs

Grandeur réglée

T aval

(T° en aval du four de préchauffage)

Grandeurs incidentes

Grandeur réglante (commande) :

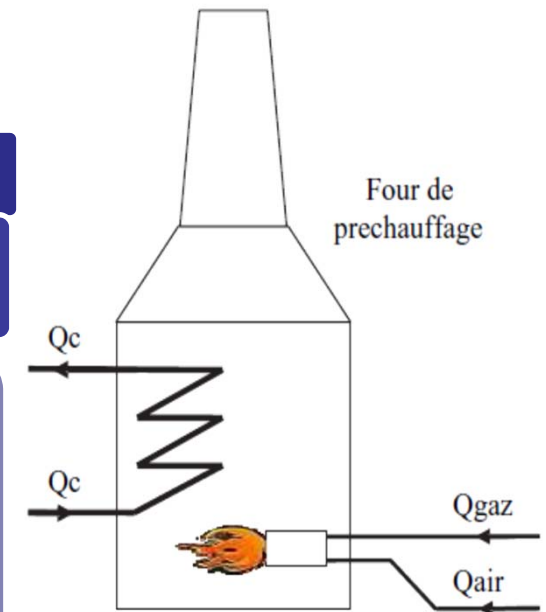
Q gaz (débit de combustible)

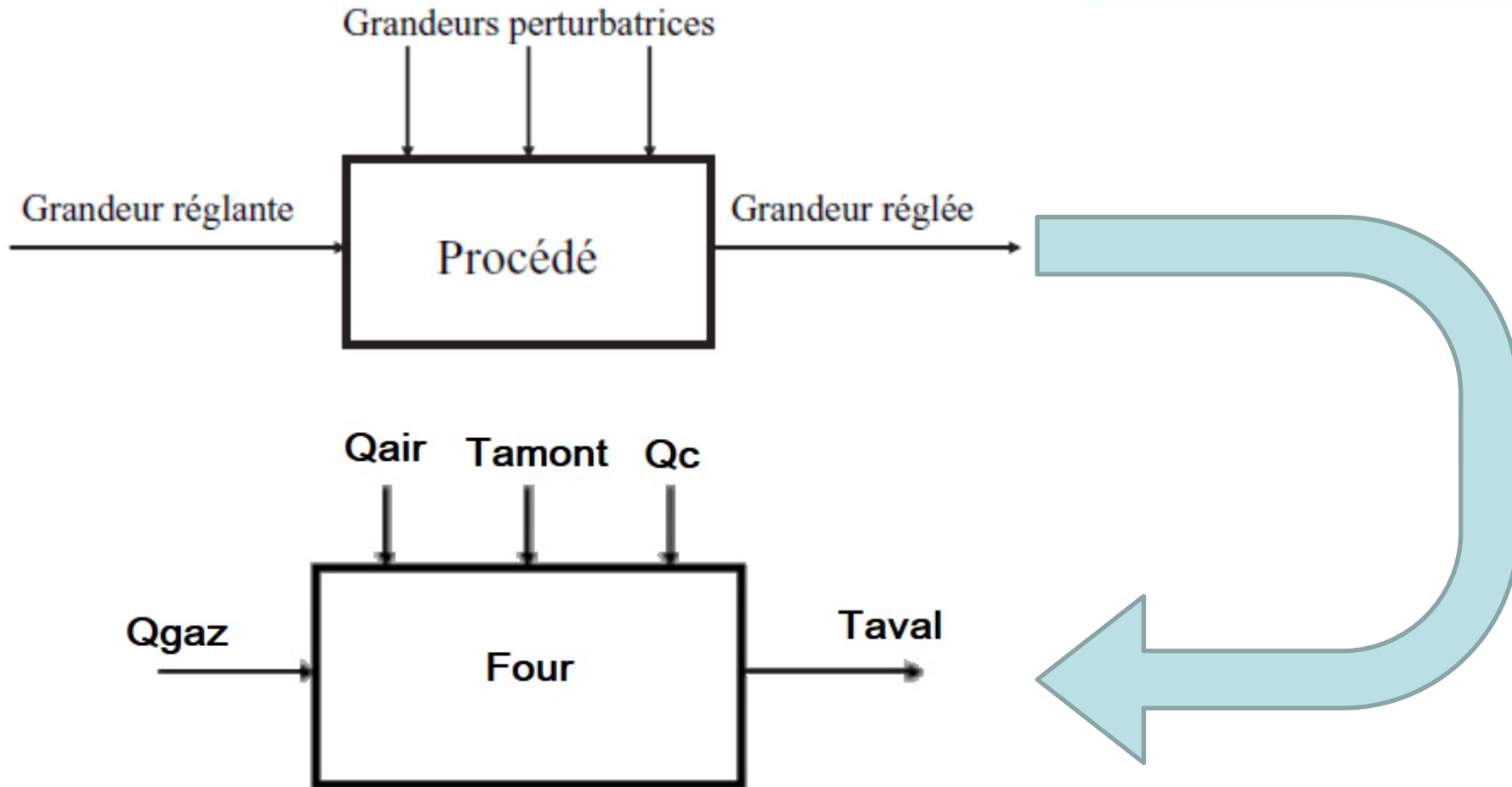
Perturbations :

Q air (débit de comburant)

T amont (T° du produit en amont du four)

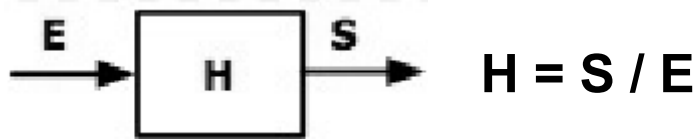
Q produit (débit de produit)



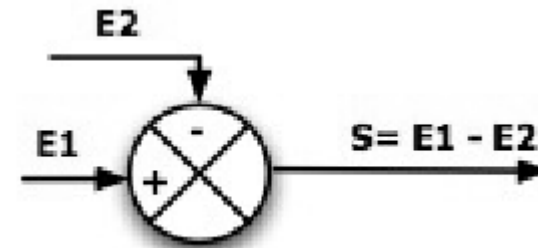


Schémas blocs

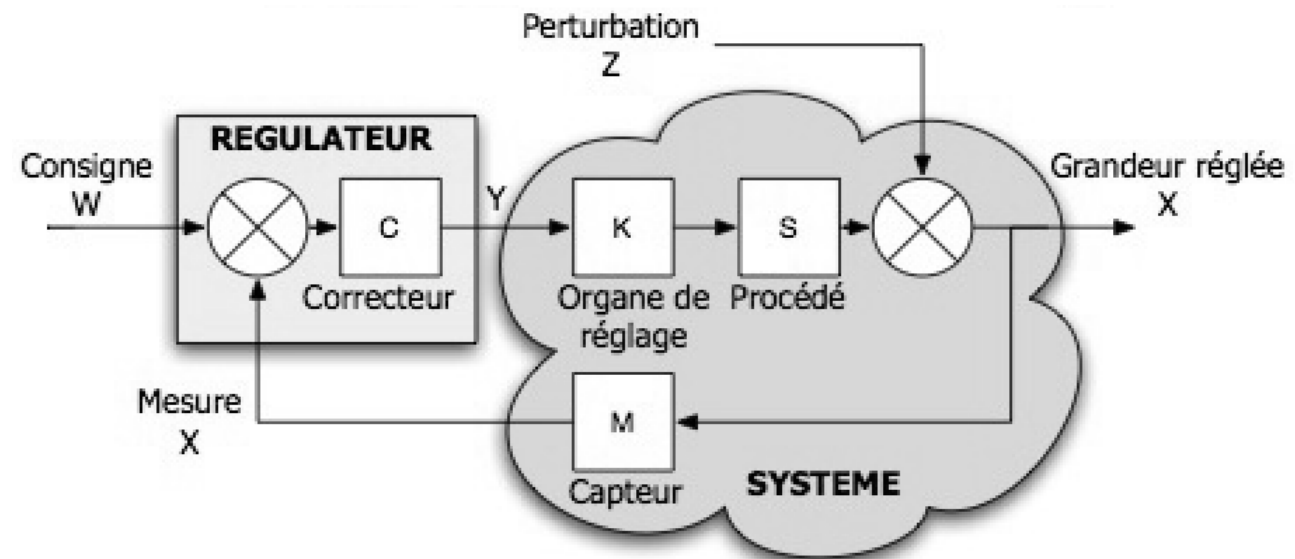
□ Gain

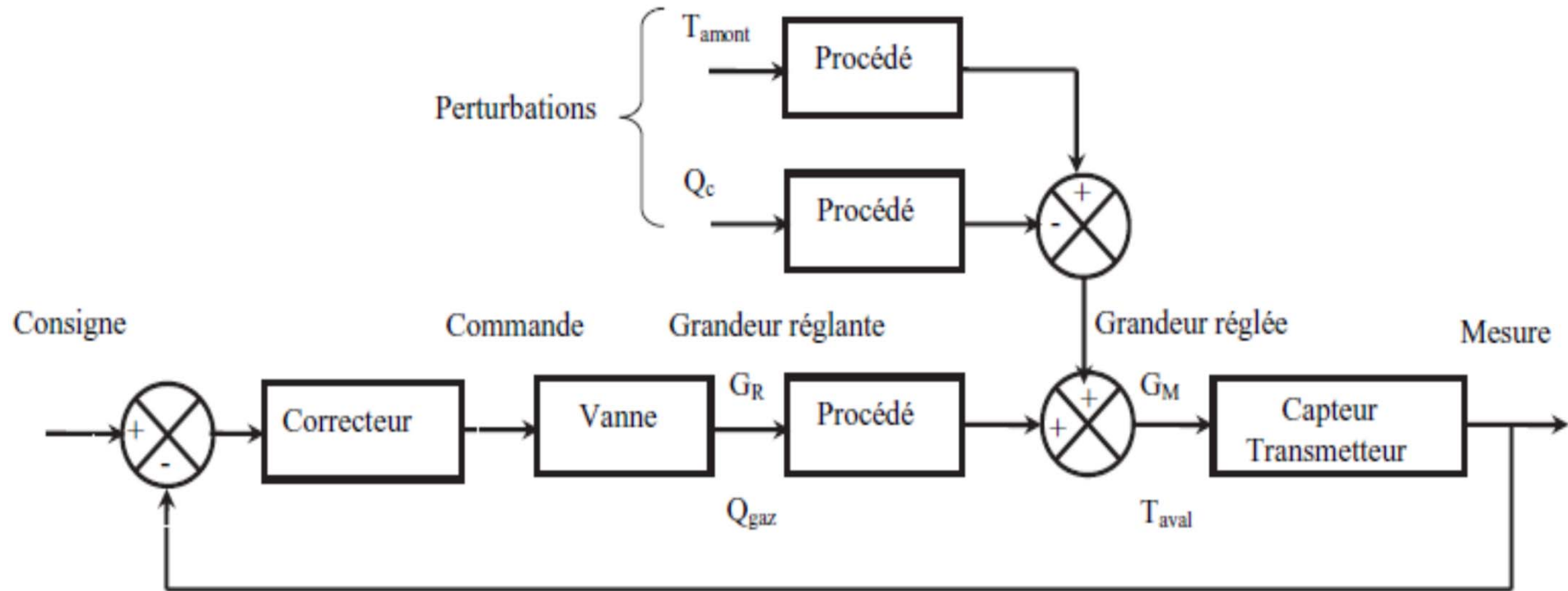


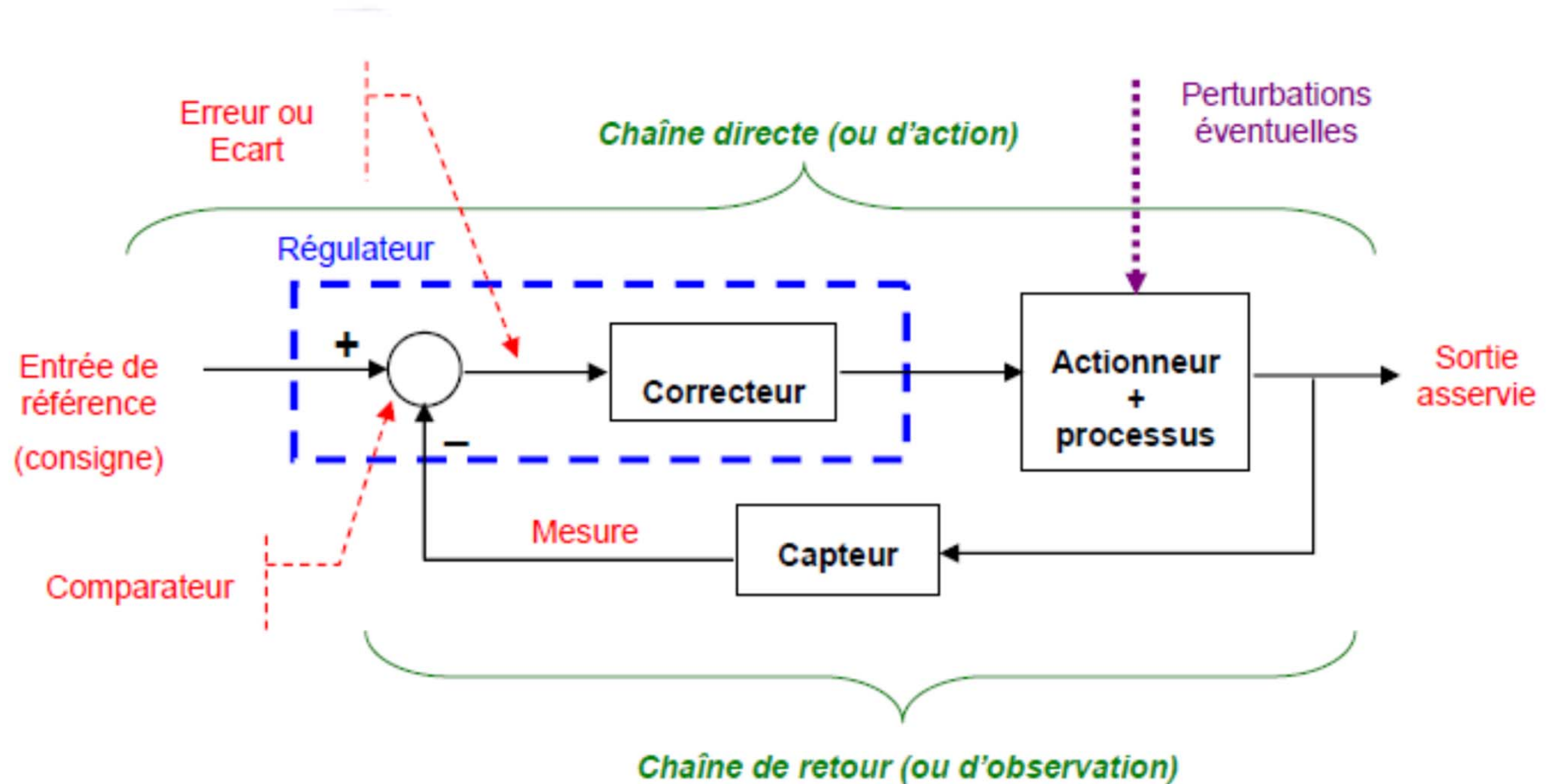
□ Comparateur



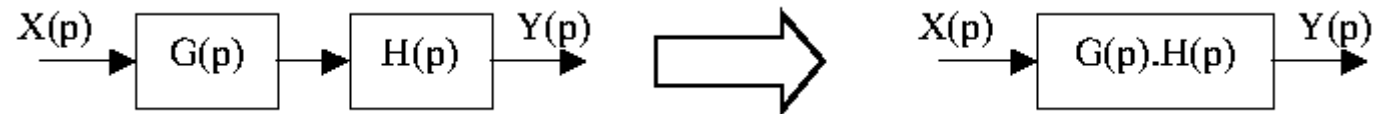
□ Exemple



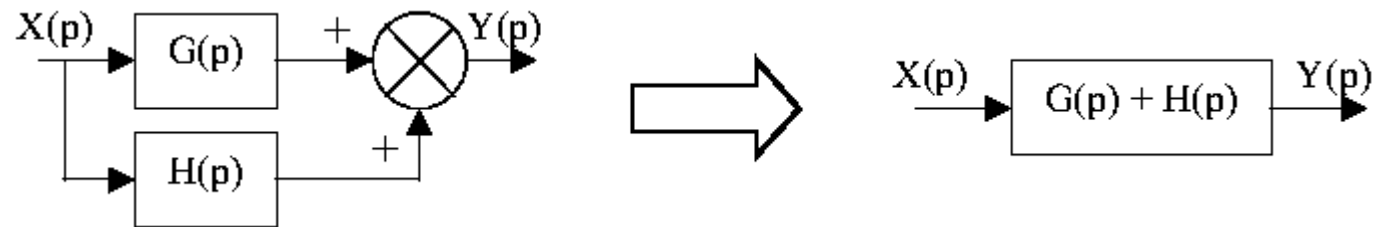




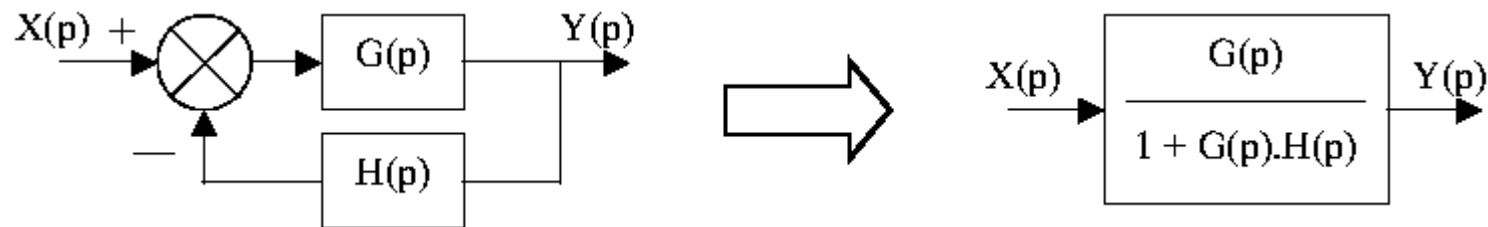
□ Règle 1 : produit



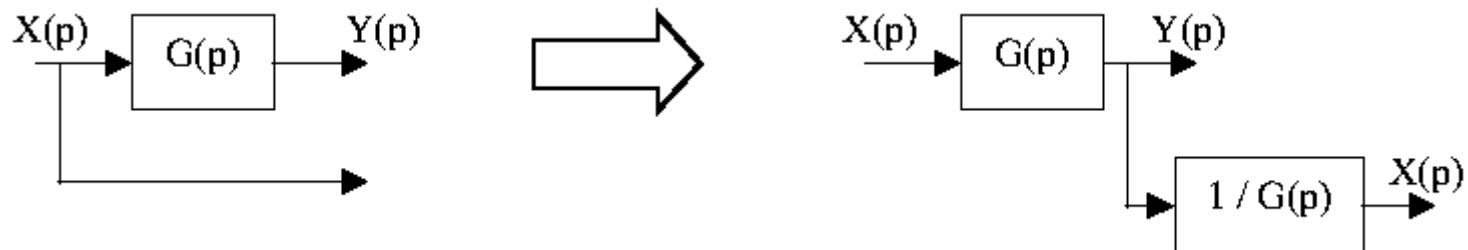
□ Règle 2 : somme



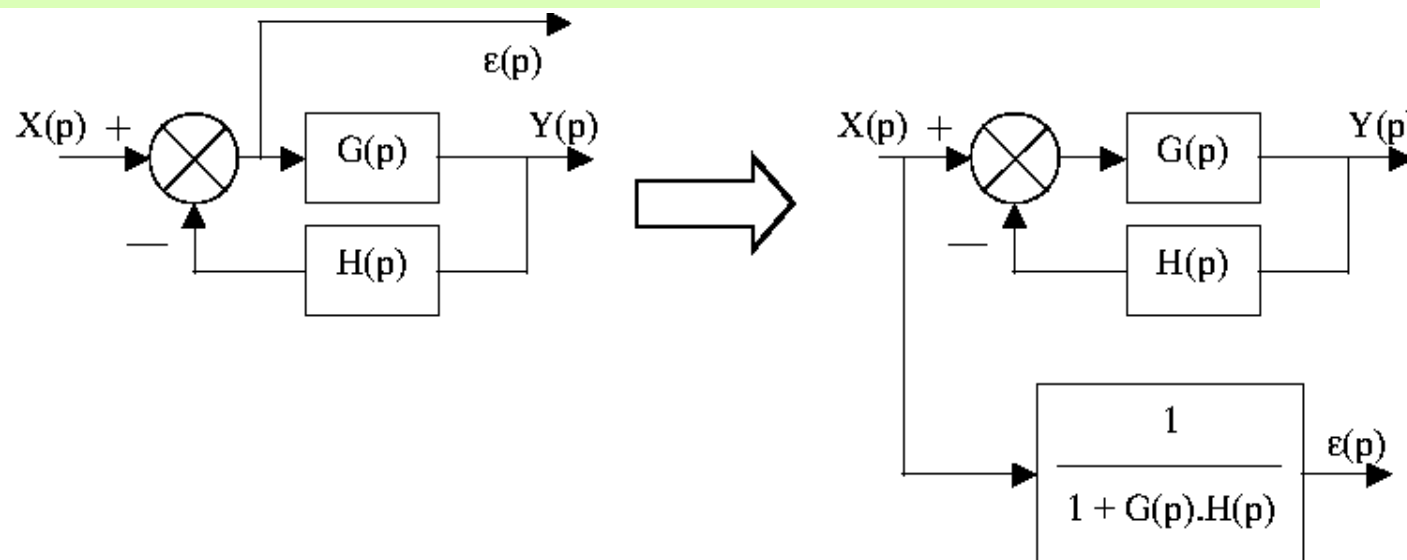
□ Règle 3 : BF

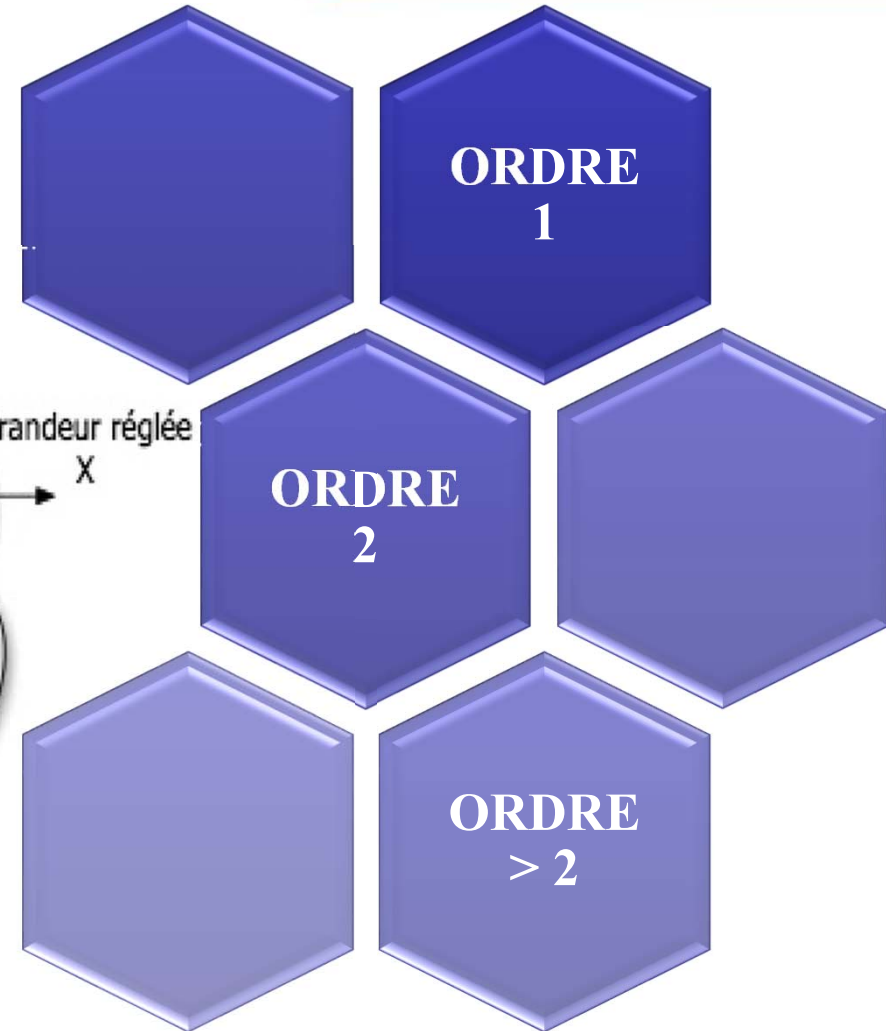
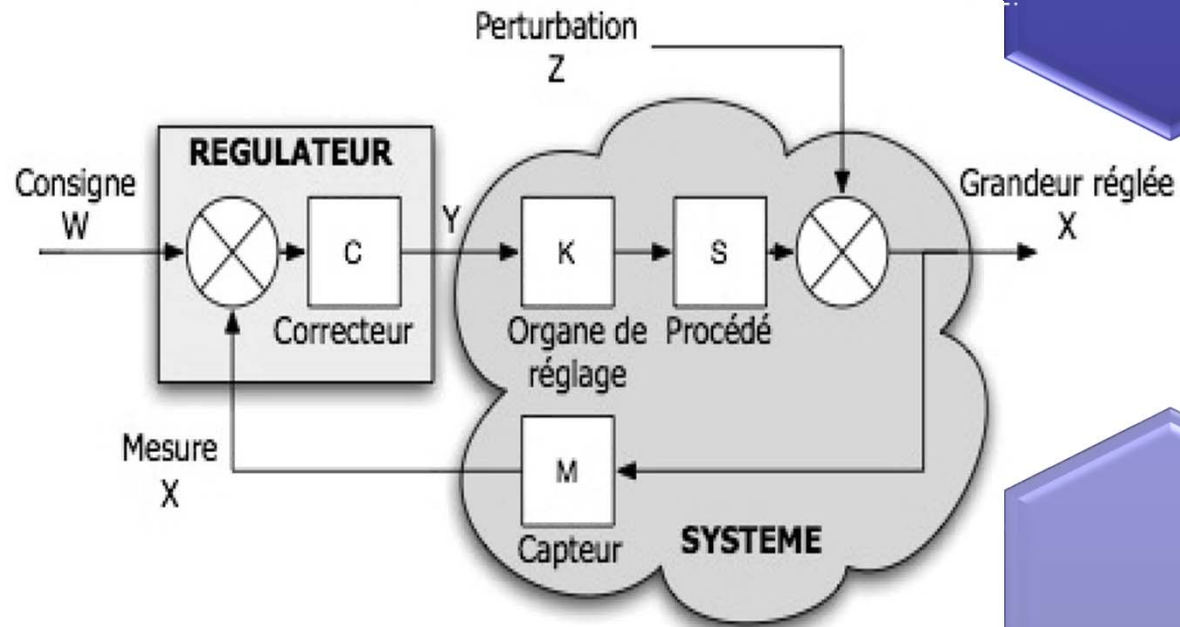


□ Règle 4 : déplacement de lien vers l'avant



□ Règle 5 : déplacement de lien vers l'arrière





ORDRE 1 : définition

Tout système régi par une équation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants

$$\mathcal{L} + CI=0 \begin{cases} T \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = Ke(t) \\ T pS(p) + S(p) = KE(p) \end{cases}$$

||| *forme standard* →

$$F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + T.p}$$

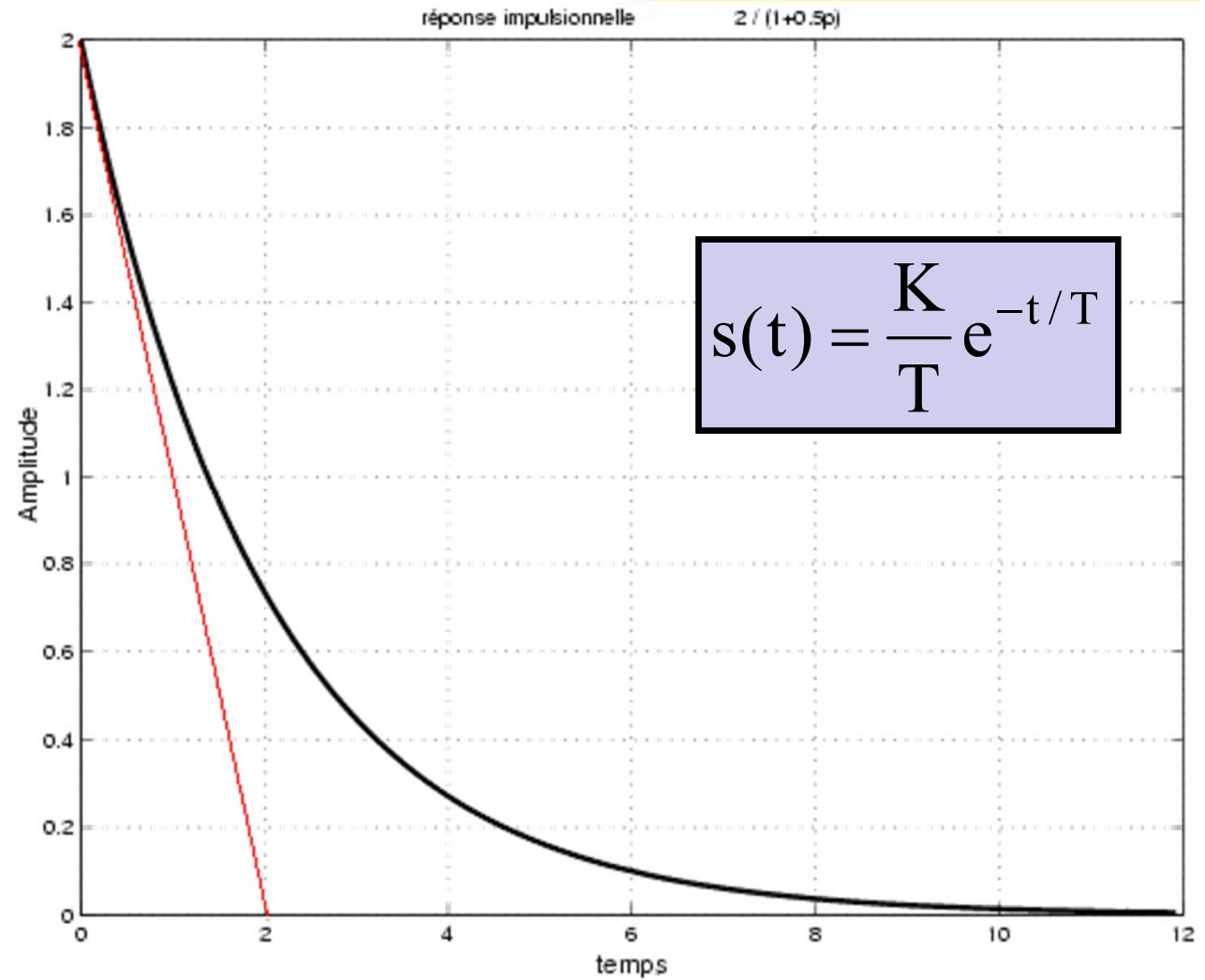
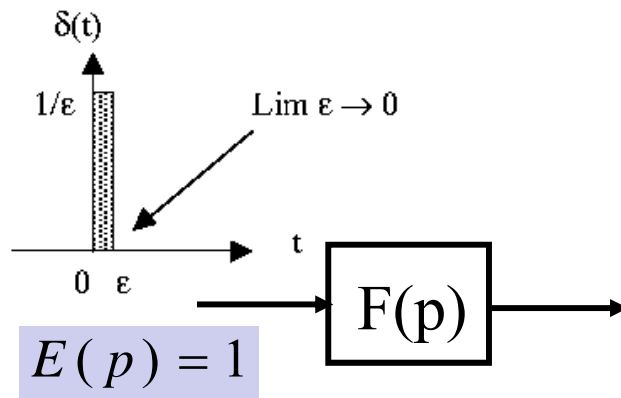
gain statique → *constante de temps* → *ordre 1*

2 paramètres caractéristiques

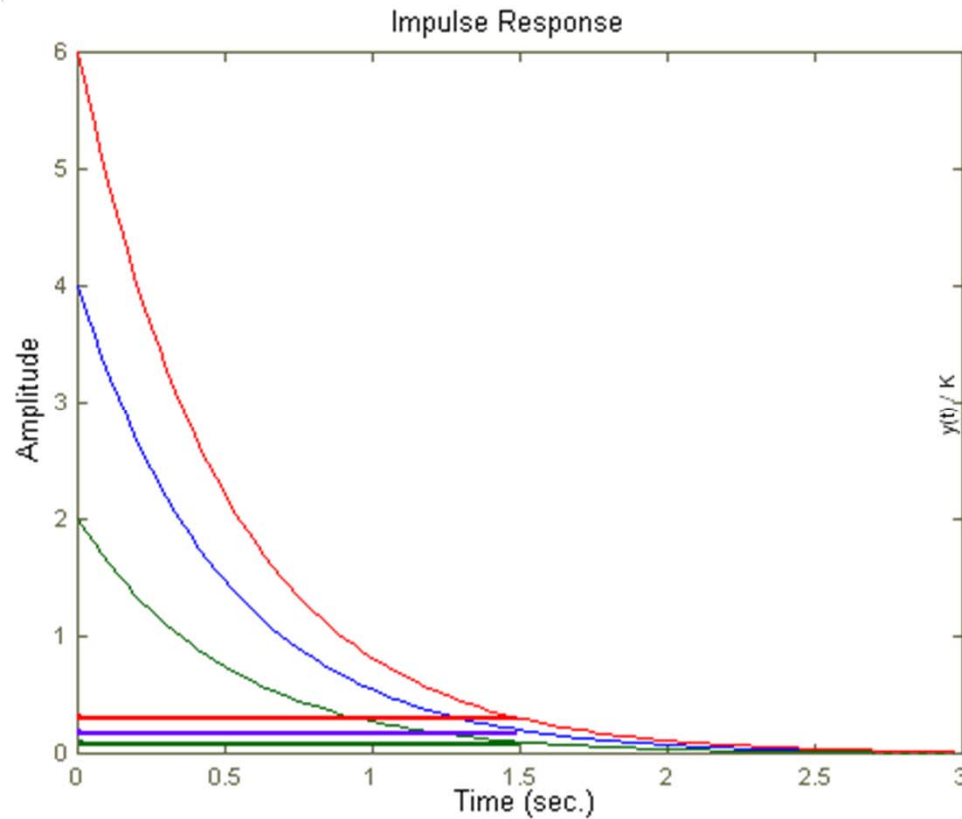
- *gain statique* : gain en régime permanent → $K = \frac{s(\infty)}{e(\infty)} = \frac{\Delta s}{\Delta e}$
- *constante de temps* : en secondes → vitesse de réaction (dynamique)



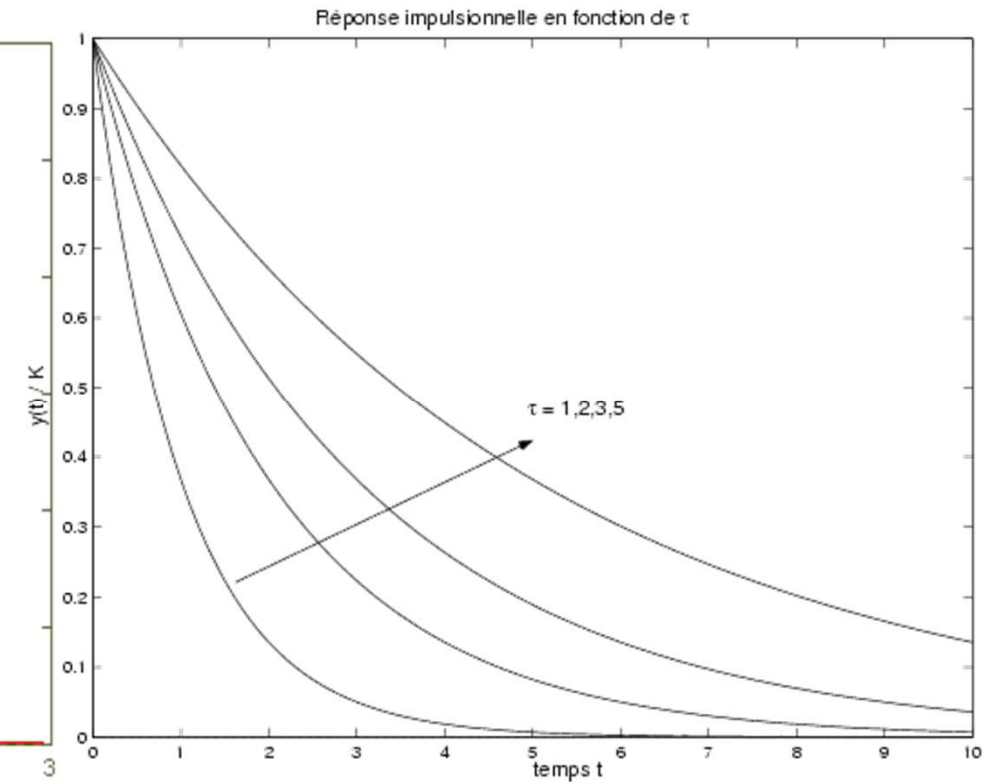
ORDRE 1 : impulsion



ORDRE 1 : impulsion



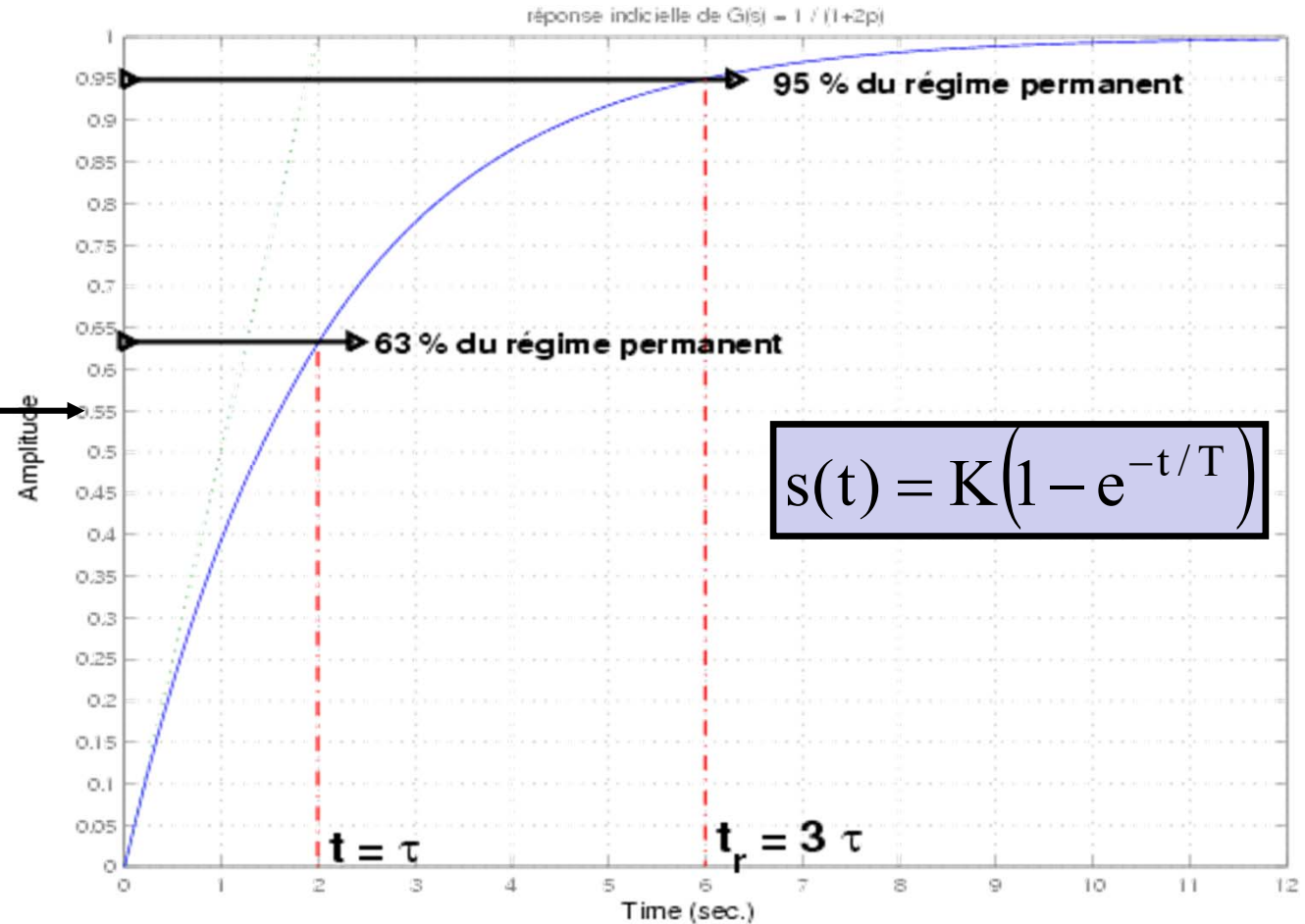
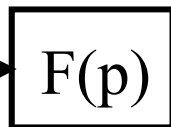
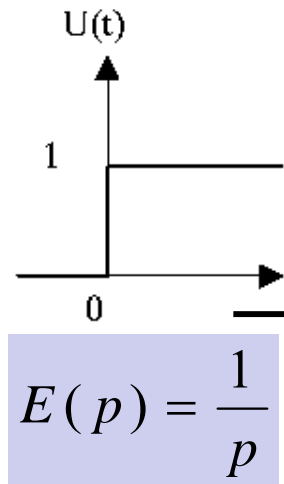
Influence de K



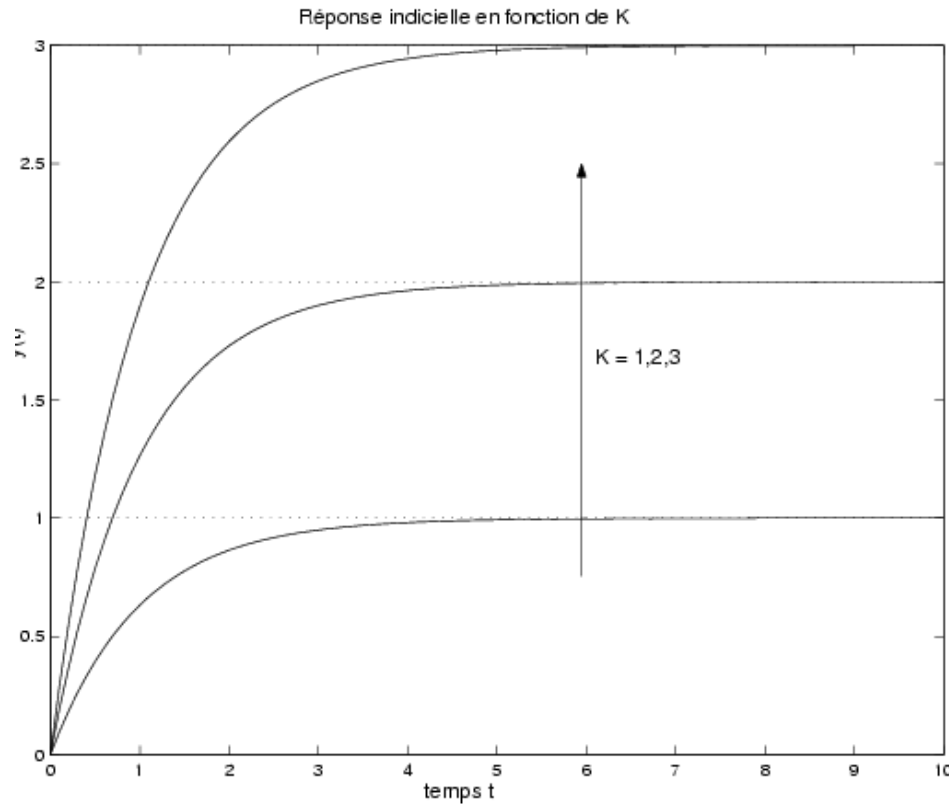
Influence de T



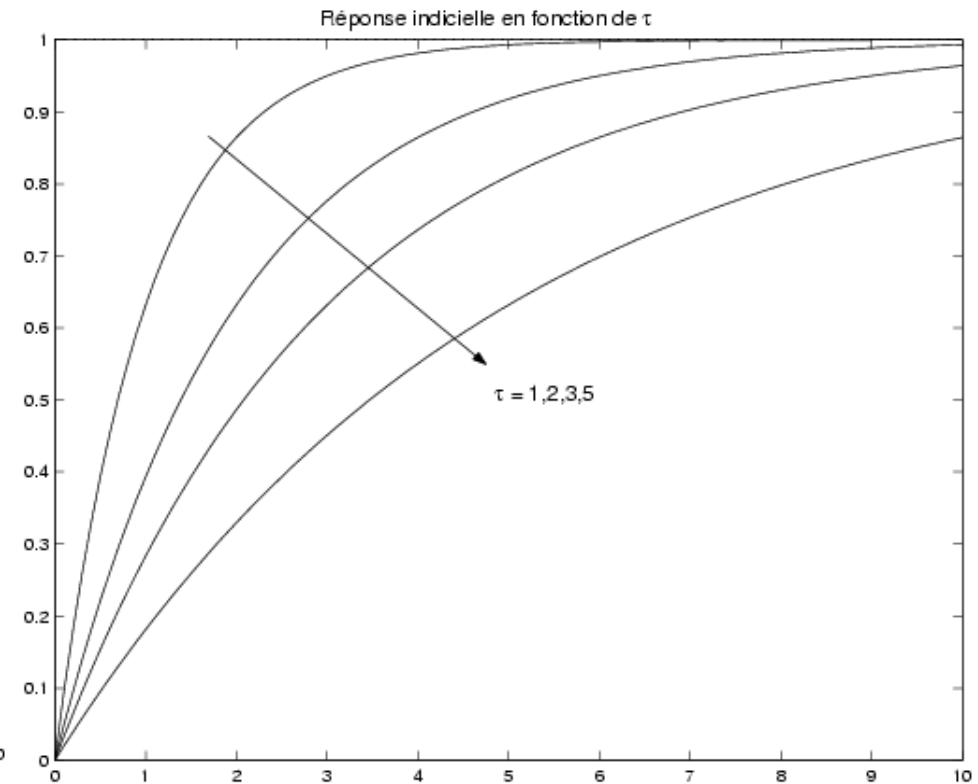
ORDRE 1 : échelon



ORDRE 1 : échelon



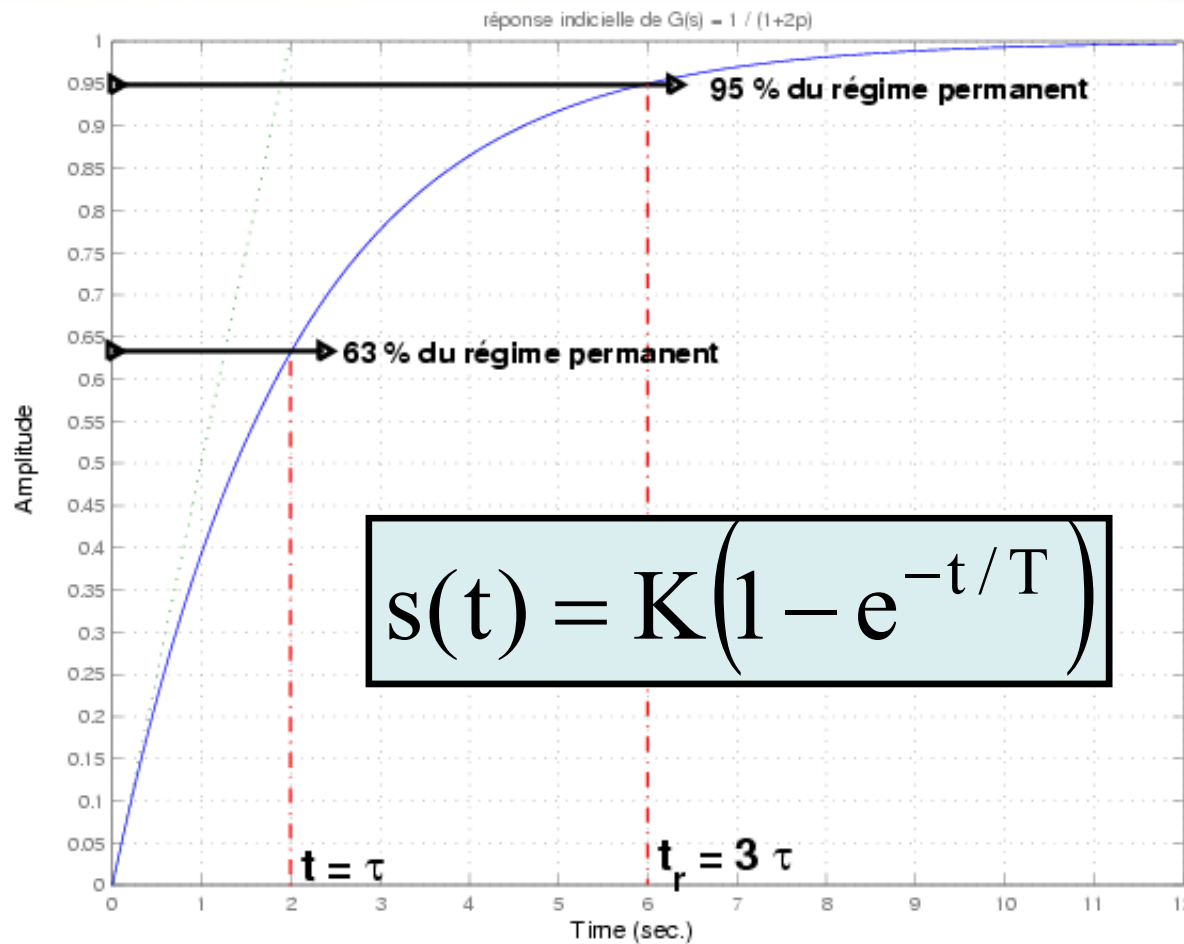
Influence de K



Influence de T



ORDRE 1 : réponse indicielle



Th Valeur Finale

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = K$$

Asymptote horizontale

Th Valeur Initiale

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{ds(t)}{dt} = \frac{K}{T} \neq 0$$

Tangente non-horizontale

Temps de réponse (à 5%)

$$s(t_r) = K \left(1 - e^{-t_r/T} \right) = 0.95 K$$

$$t_r \approx 3 T$$



Remarque TRES importante !

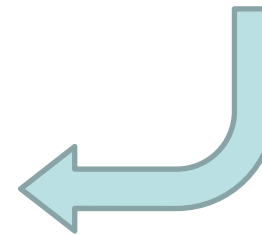
POINT de
FONCTIONNEMENT



La sortie ne débute
pas forcément à « 0 »

Temps de réponse (à -5% = +95% de $\Delta S/\Delta E$)

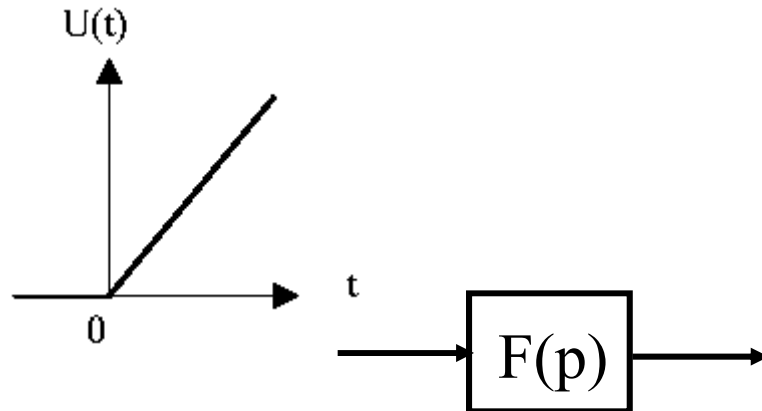
$$t_r \approx 3T$$



$$\Delta S \neq S_{MAX}$$

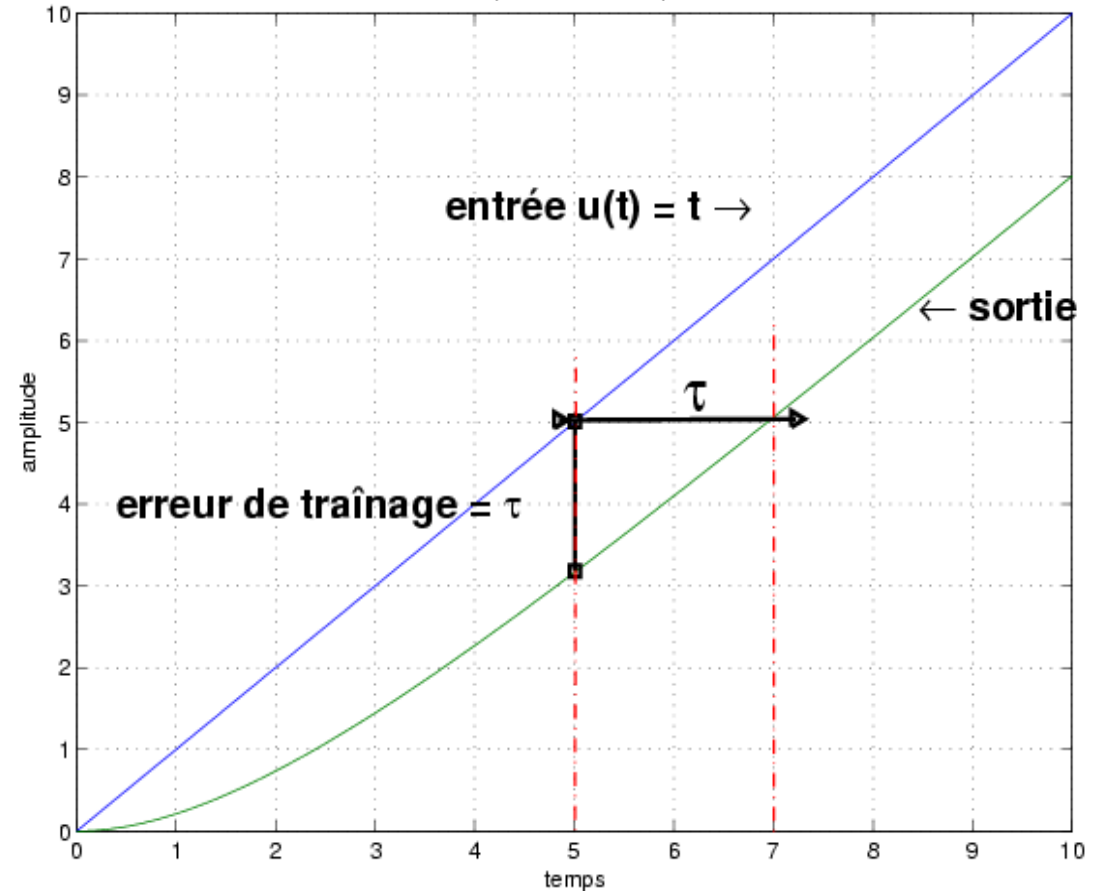


ORDRE 1 : rampe



$$E(p) = \frac{1}{p^2}$$

Réponse à une rampe



$$s(t) = K \left(t - T + T e^{-t/T} \right)$$



Système intégrateur (sans régime permanent)

$$F(p) = \frac{K/T}{p}$$

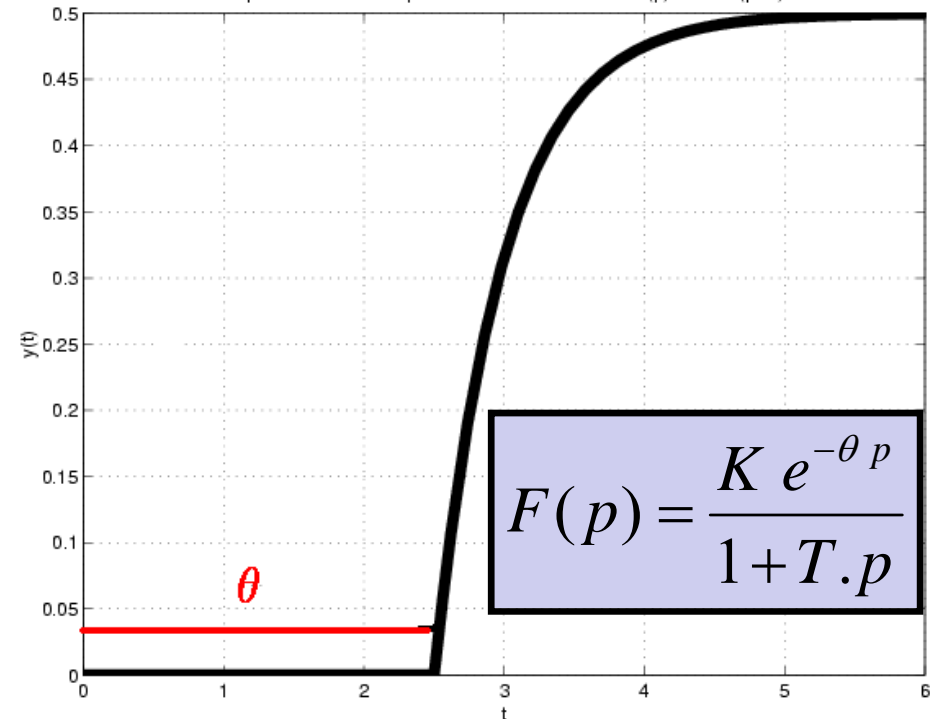
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rep. imp} \Rightarrow s(t) = \frac{K}{T} \quad (= \text{constante}) \\ \text{rep. ind} \Rightarrow s(t) = \frac{K}{T} t \quad (= \text{rampe}) \end{array} \right.$$

Système du premier ordre généralisé

$$F(p) = \frac{K(1 + \omega p)}{1 + T.p}$$

Système retardé (de θ)

réponse indicielle du premier ordre avec retard : $F(p) = e^{-\theta p} / (p+2)$



ORDRE 2 : définition

Tout système régi par une équation différentielle d'ordre 2 à coefficients constants

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 2z\omega \frac{ds(t)}{dt} + \omega^2 s(t) = K\omega^2 e(t)$$

$$p^2 S(p) + 2z\omega p S(p) + \omega^2 S(p) = K\omega^2 E(p)$$

Forme standard

$$F(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K\omega^2}{p^2 + 2z\omega p + \omega^2}$$

3 paramètres caractéristiques

- **K** : gain statique
- **z** : facteur d'amortissement
- **w** : pulsation propre (rad/s)

Forme factorisée

$$= \frac{K\omega^2}{(p - p_1)(p - p_2)}$$

Équation caractéristique (DEN) $\rightarrow p^2 + 2zw p + w^2 = 0$

discriminant $\rightarrow \Delta = 4w^2 (z^2 - 1)$

↳ Tout dépend de « z » : $z \geq 1$ (2 réels), $z < 1$ (2 complexes)

| z ? | $z \geq 1 (\Delta \geq 0)$ | $z < 1 (\Delta < 0)$ |
|-------|--|--|
| pôles | $p_1 = -zw + w\sqrt{z^2 - 1} = -1/T_1$ $p_2 = -zw - w\sqrt{z^2 - 1} = -1/T_2$ <u>2 réels</u> | $p_1 = -zw + jw\sqrt{1 - z^2}$ $p_2 = -zw - jw\sqrt{1 - z^2}$ <u>2 complexes</u> |

QUELLE(S) DIFFERENCE(S)/CONSEQUENCE(S) ?

- ❑ $z \geq 1$: non-oscillant (apériodique)
- ❑ $z < 1$: oscillatoire-amorti (pseudo-périodique)



ORDRE 1 : réponses types



$z > 1$: non-oscillant (apériodique)

$$S(p) = \frac{K}{(1+pT_1)(1+pT_2)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = \frac{K}{T_1 - T_2} \left[e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right]$$

$z = 1$: non-oscillant (apériodique critique)

$$S(p) = \frac{K}{(1+pT_0)^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = \frac{K}{T_0^2} \left[t e^{-\frac{t}{T_0}} \right]$$

$z < 1$: oscillatoire-amorti (pseudo-périodique)

$$S(p) = \frac{Kw^2}{p^2 + 2zw p + w^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = \frac{Kw}{\sqrt{1-z^2}} e^{-zwt} \sin \left(w \left(\sqrt{1-z^2} \right) t \right)$$

oscillant (sinus) amorti (exp)

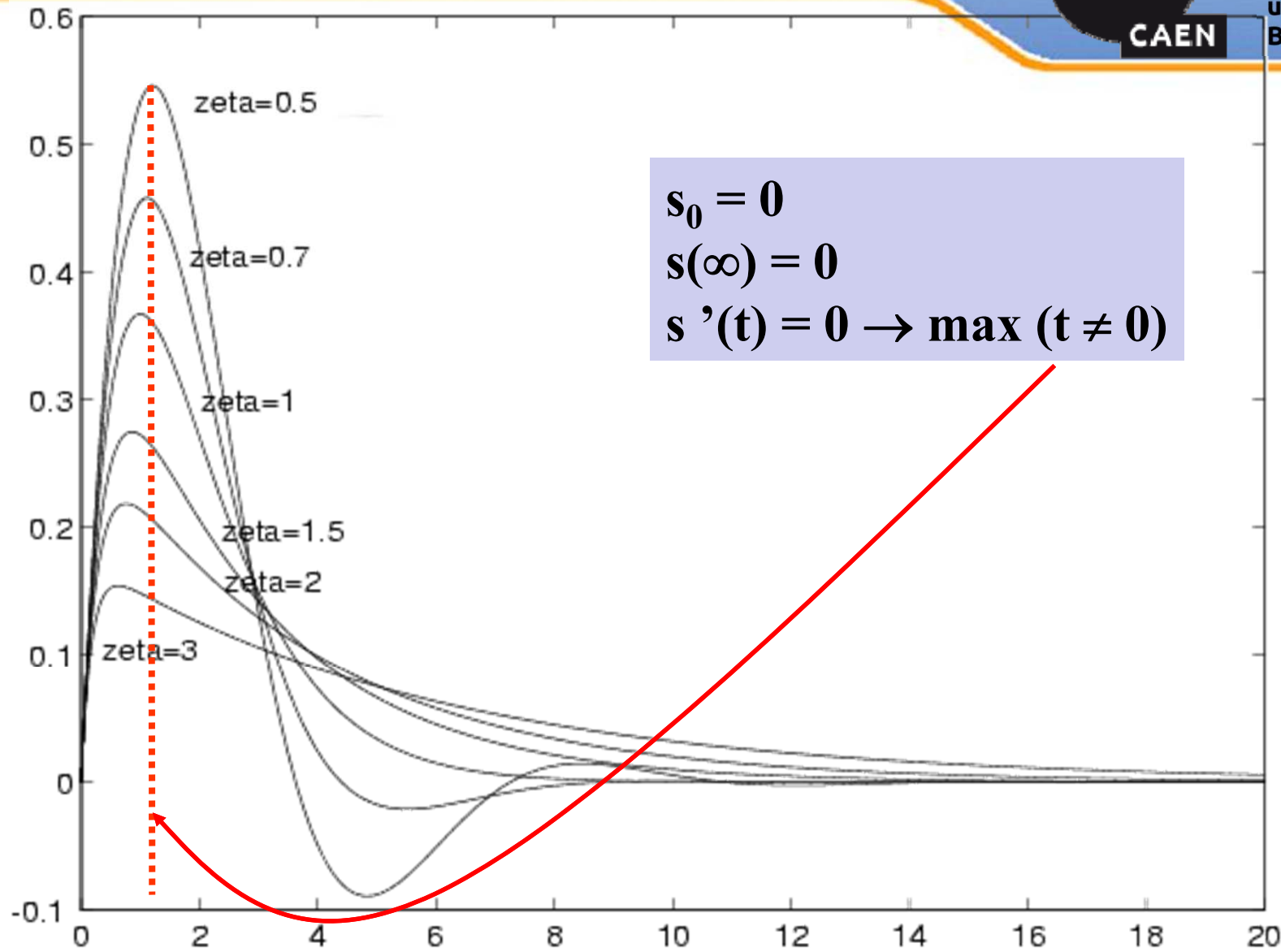


pseudo-période :

$$T_p = \frac{2\pi}{w\sqrt{1-z^2}}$$



ORDRE 2 : impulsion



$z > 1$: non-oscillant (apériodique)

$$S(p) = \frac{K}{p(1+pT_1)(1+pT_2)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = K \left[1 - \frac{1}{T_1 - T_2} \left(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \right]$$

$z = 1$: non-oscillant (apériodique critique)

$$S(p) = \frac{K}{p(1+pT_0)^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = K \left[1 - \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) e^{-\frac{t}{T_0}} \right]$$

$z < 1$: oscillatoire-amorti (pseudo-périodique)

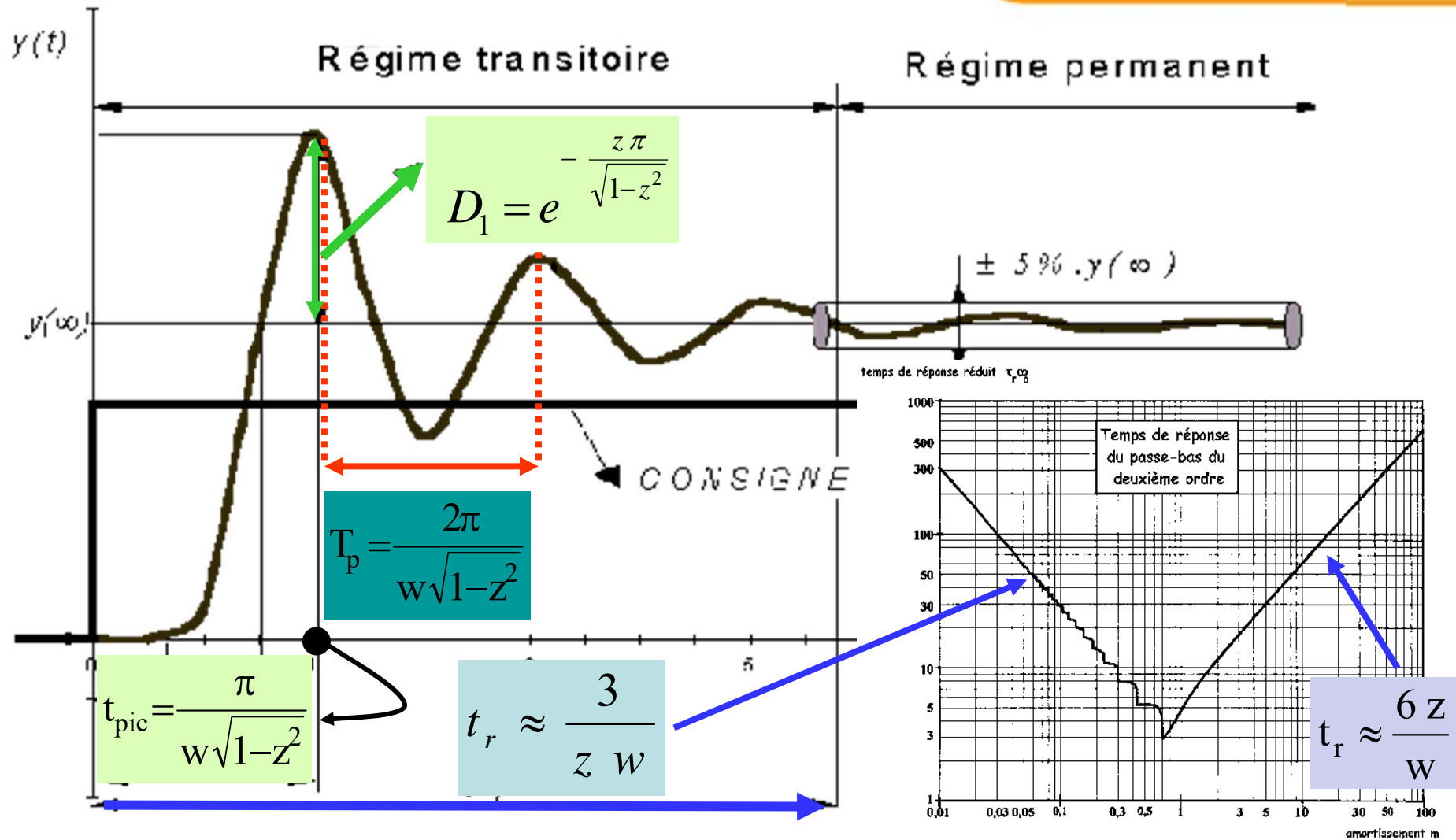
$$S(p) = \frac{Kw^2}{p(p^2 + 2zw p + w^2)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = K \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} e^{-zwt} \sin \left(w \left(\sqrt{1-z^2} \right) t + \varphi \right) \right]$$

$$s'(t) = 0 \Leftrightarrow t_{pic} = \frac{k\pi}{w\sqrt{1-z^2}}$$

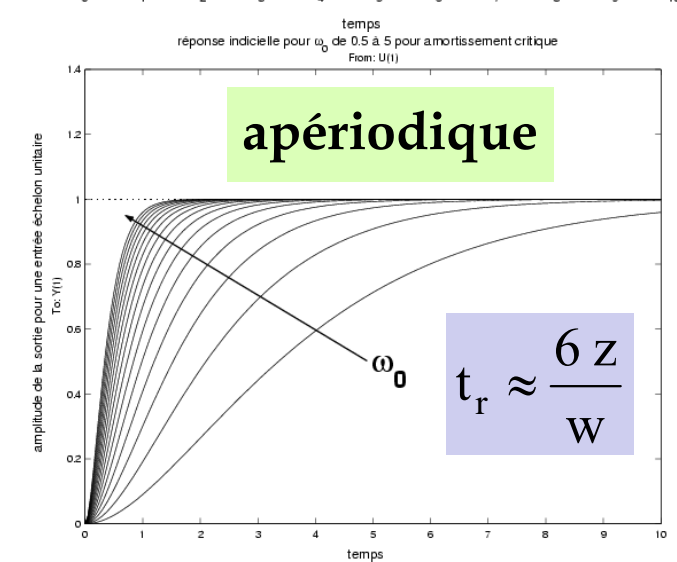
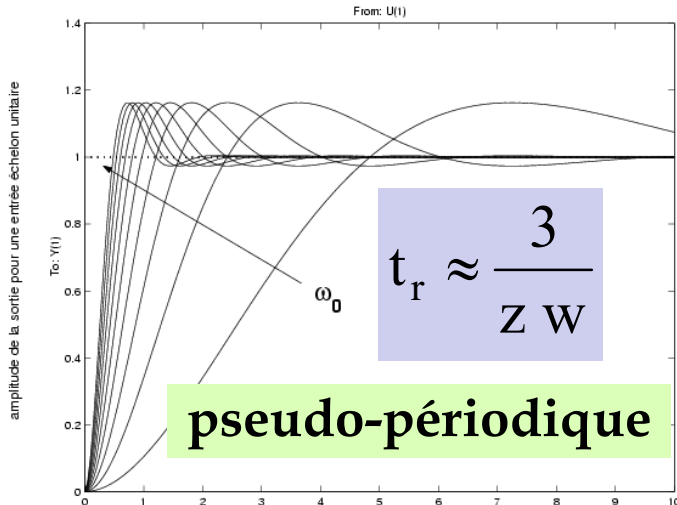
$$D_1 \% = 100 \left(\frac{s_{pic} - s(\infty)}{s(\infty)} \right) = 100 \times \left(e^{\frac{-z\pi}{\sqrt{1-z^2}}} \right)$$



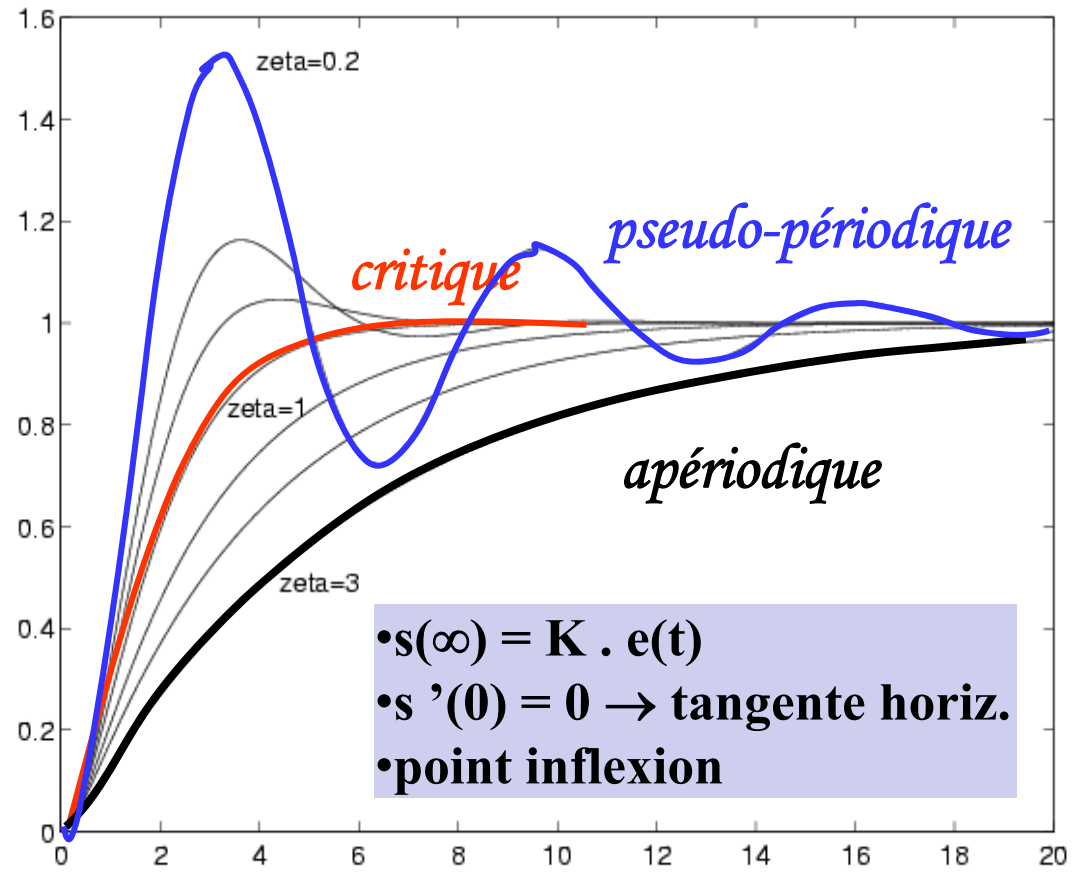
ORDRE 2 : Indicielle (pseudo)



« w » ⇒ rapidité



« z » ⇒ dépassement



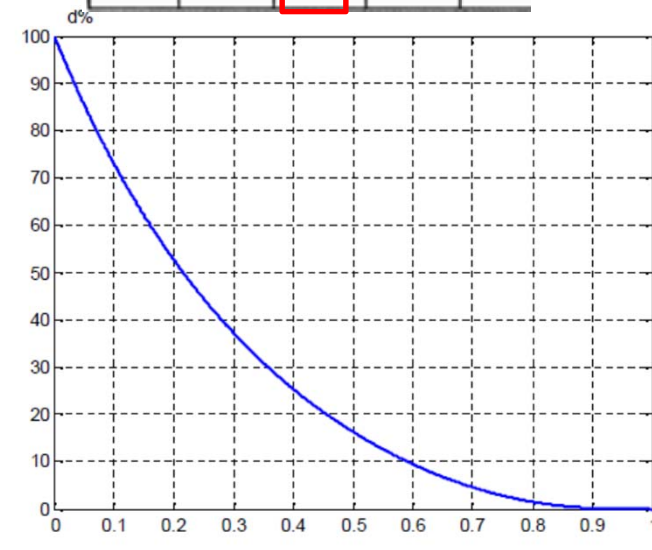
ORDRE 2 : paramètres

« z » \Rightarrow pseudo-pér.

| ξ | Paramètres temporels | | | | |
|-------|----------------------|-------------------------|--------------------|----------------|------|
| | $t_m \omega_n$ | $t_r \omega_n$ (5 %) | $t_{pic} \omega_n$ | $T_p \omega_n$ | D % |
| 0,1 | 1,68 | 30 | 3,16 | 6,31 | 73 |
| 0,15 | 1,74 | 20 | 3,18 | 6,36 | 62 |
| 0,2 | 1,81 | 14 | 3,21 | 6,41 | 53 |
| 0,25 | 1,88 | 11 | 3,24 | 6,49 | 44 |
| 0,3 | 1,97 | 10,1 | 3,29 | 6,59 | 37 |
| 0,35 | 2,06 | 7,9 | 3,35 | 6,71 | 31 |
| 0,4 | 2,16 | 7,7 | 3,43 | 6,86 | 25 |
| 0,45 | 2,28 | 5,4 | 3,52 | 7,04 | 21 |
| 0,5 | 2,42 | 5,3 | 3,63 | 7,26 | 16 |
| 0,55 | 2,58 | 5,3 | 3,76 | 7,52 | 12,6 |
| 0,6 | 2,77 | 5,2 | 3,93 | 7,85 | 9,5 |
| 0,65 | 3,00 | 5,0 | 4,13 | 8,27 | 6,8 |
| 0,7 | 3,29 | 3 | 4,40 | 8,80 | 4,6 |
| 0,75 | 3,66 | 3,1 | 4,75 | 9,50 | 2,84 |
| 0,80 | 4,16 | 3,4 | 5,24 | 10,5 | 1,52 |
| 0,85 | 4,91 | 3,7 | 5,96 | 11,93 | 0,63 |
| 0,90 | 6,17 | 4 | 7,21 | 14,41 | 0,15 |
| 0,95 | 9,09 | 4,1 | 10,06 | 20,12 | 0,01 |

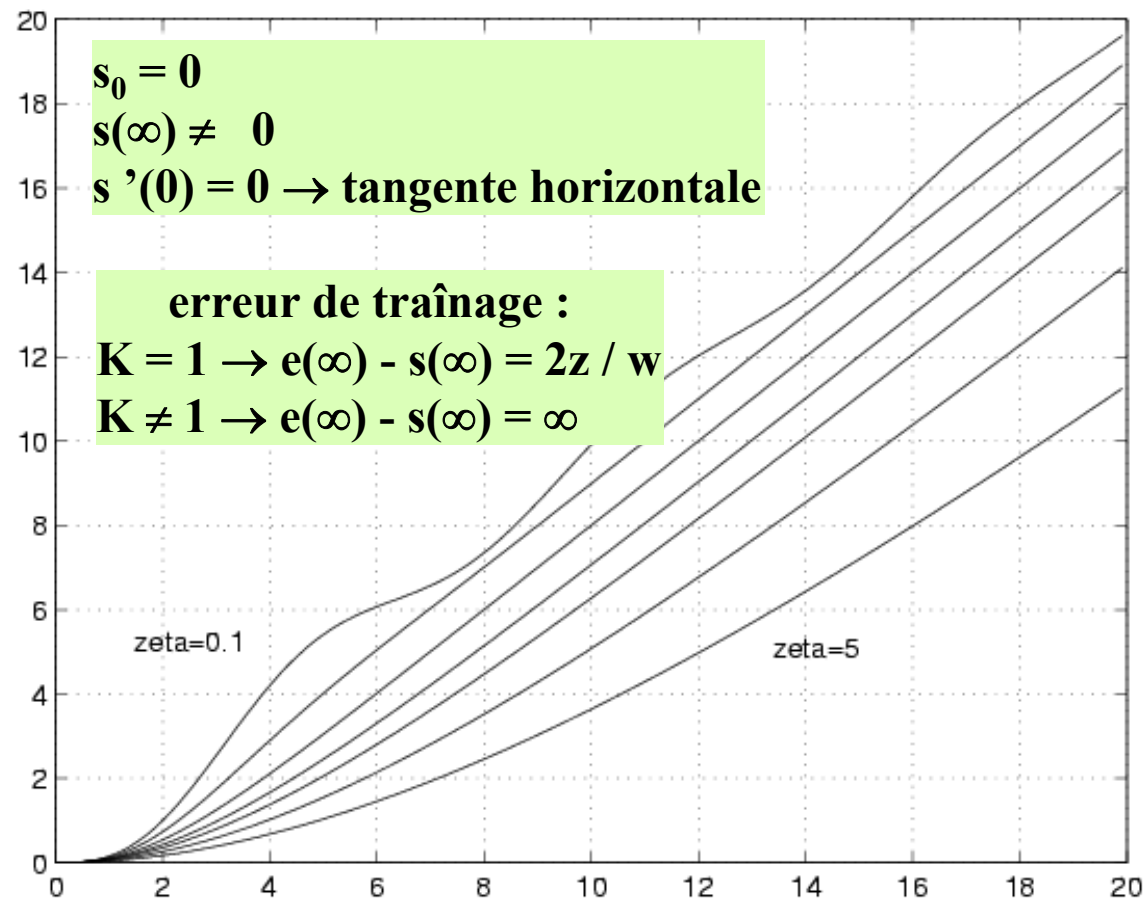
« w » \Rightarrow apériodique

| ξ | temps de réponse t_{ω_n} | | |
|-------|---------------------------------|------|------|
| | 10 % | 5 % | 2 % |
| 1 | 3,9 | 4,8 | 5,8 |
| 1,25 | 5,2 | 6,6 | 8,4 |
| 1,5 | 6,4 | 8,2 | 10,8 |
| 1,75 | 7,7 | 9,9 | 13,0 |
| 2 | 8,9 | 11,4 | 14,6 |
| 2,25 | 10,0 | 13,0 | 16,5 |

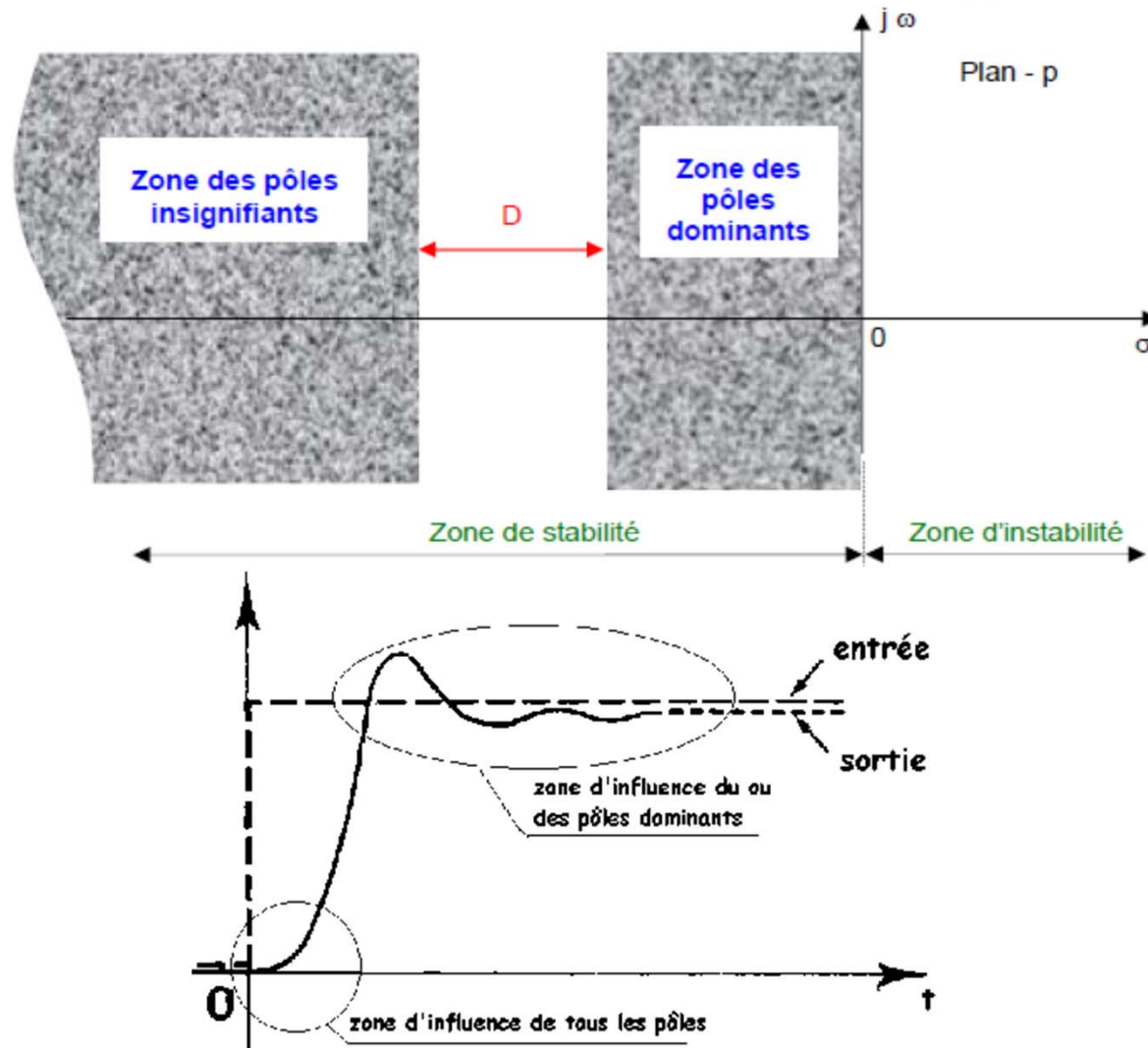


ORDRE 2 : rampe

$$S(p) = \frac{Kw^2}{p^2 (p^2 + 2zw p + w^2)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} s(t) = K \left[t - \frac{2z}{w} + \frac{1}{w\sqrt{1-z^2}} e^{-zwt} \sin\left(w\left(\sqrt{1-z^2}\right)t + 2\varphi\right) \right]$$



ORDRE > 2 : pôles dominants



ORDRE > 2 : exemple

Etude d'un système d'ordre 3

$$F_3(p) = \frac{6 \times 22}{(p+1)(p+6)(p+22)}$$

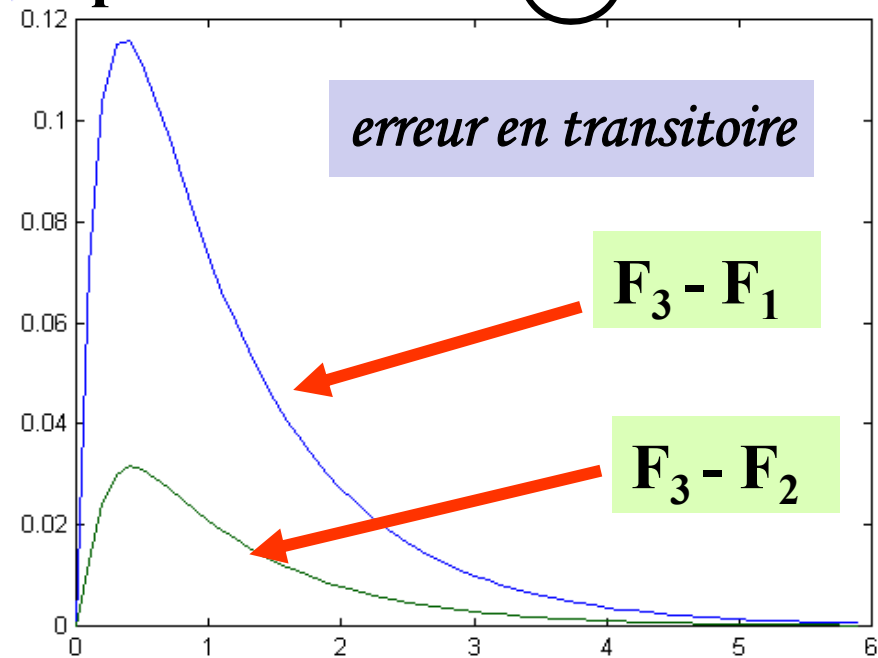
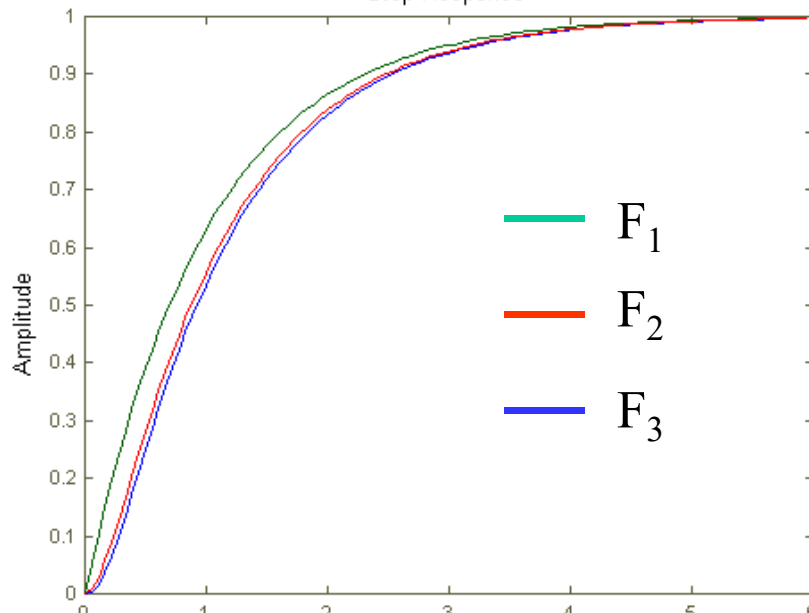
$$F_2(p) = \frac{6}{(p+1)(p+6)}$$

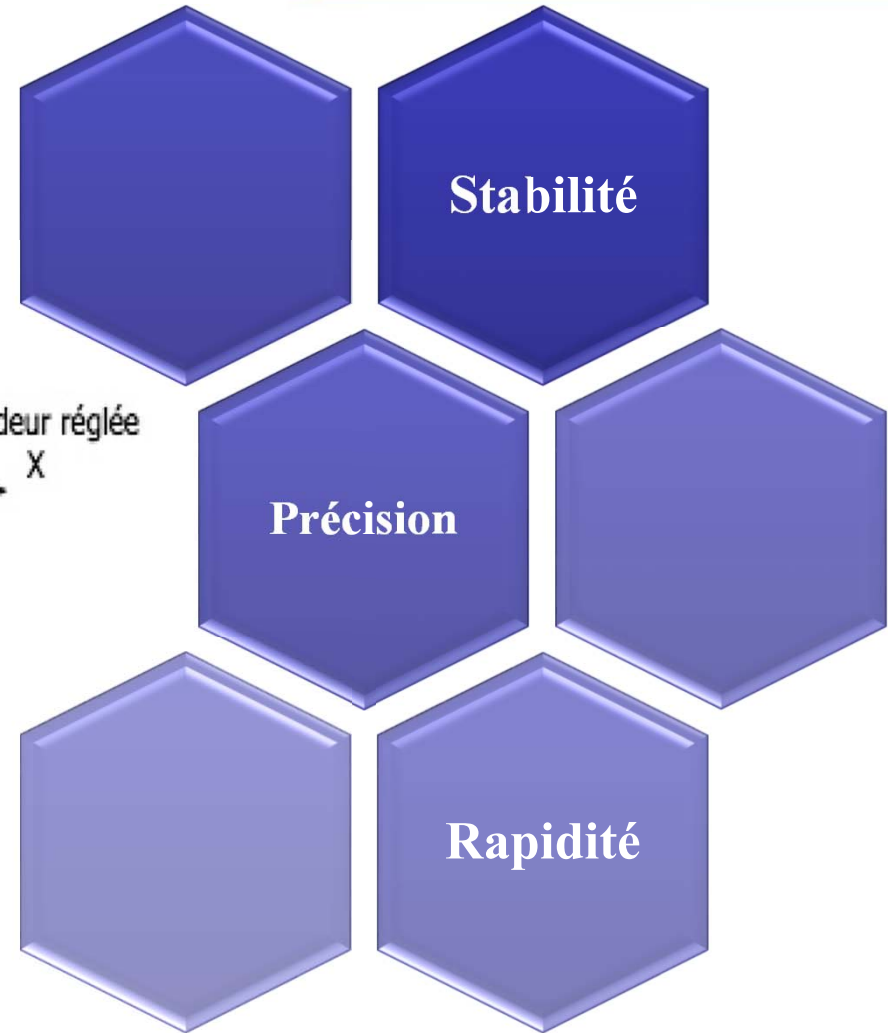
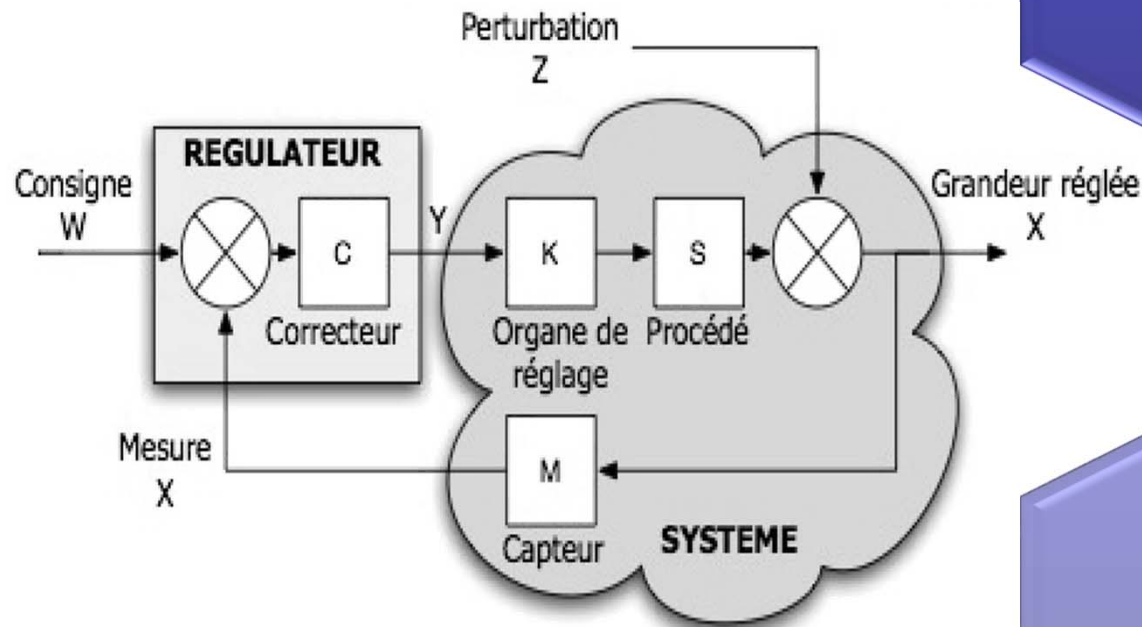
$$F_1(p) = \frac{1}{(p+1)}$$

→ 3 pôles : -1, -6, **-22** ← *pôle rapide*

→ 2 pôles : -1, -6 ← *pôle lent*

→ pôle dominant : **-1** ←





Poursuite (nominal)

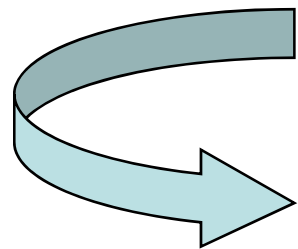
- Suivi de consigne
 - Précis, rapide, stable

Régulation (défaut)

- Rejet de perturbation
 - Précis, rapide, stable

commande

- Amplitude limitée
- Éviter saturation des actionneurs
- Ralentit le système
- Aucune correction pendant la durée de saturation



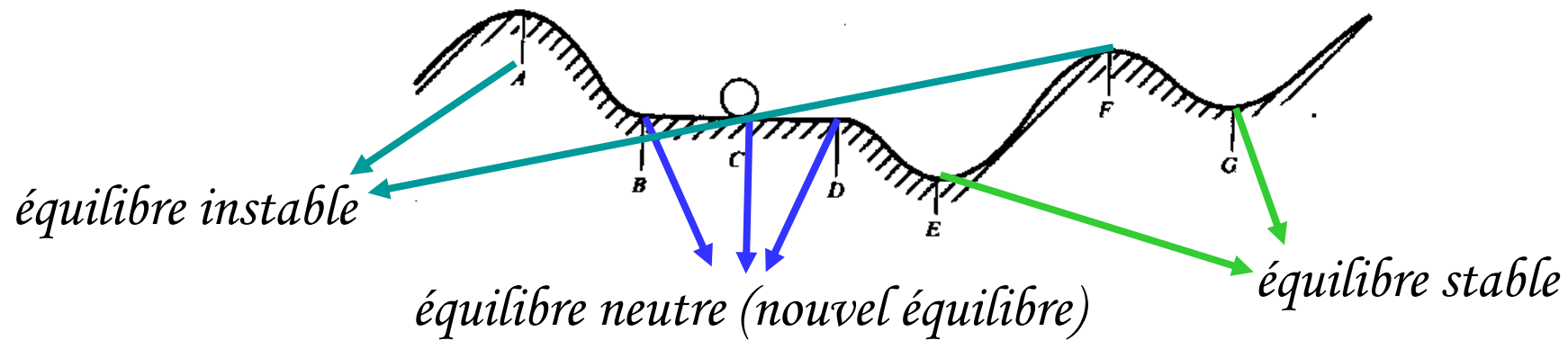
Toutes les performances en même temps

Difficile (voire impossible)



Compromis !!!

notion (équilibre vs stabilité locale)



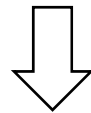
stabilité : définition

- au sens strict (asymptotique, Lyapunov) : retour à l'équilibre après perturbation ou changement de consigne. Instable si écartement ou non-retour
- au sens large (EBSB) : (signaux) **E**ntrée **B**ornée \rightarrow **S**ortie **B**ornée (limitée, non-divergente). Attention à la saturation des actionneurs qui peut faire penser à une sortie bornée \rightarrow faux

Système asymptotiquement stable ssi: $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$ $g(t)$ = réponse impulsionnelle du système représenté par (après décomposition en éléments simples) :

$$G(p) = \sum_k \sigma_k p^k + \sum_i \frac{d_i}{p - p_i} + \sum_j \frac{\beta_j p + \gamma_j}{(p - b_j)^2 + c_j^2}$$

- $p_i \rightarrow$ les pôles réels
- $c_j \pm i b_j \rightarrow$ les pôles imaginaires



$$g(t) = \sum_k \sigma_k \delta^k + \sum_i d_i e^{p_i t} + \sum_j f_j e^{b_j t} \cos(c_j t + \varphi_j)$$

$g(t)$ converge vers 0 si les p_i et les b_j sont tous strictement négatifs !!!

Un système linéaire invariant est stable
si tous ses pôles sont à partie réelle strictement négative



Stabilité : Impulsion/ordre 2



| Pôles | Modes (régime libre) (RI) | Stabilité |
|-------|---------------------------|----------------------------|
| | | Stable |
| | | Stable |
| | | Juste instable (oscillant) |
| | | Instable |
| | | Instable |
| | | Instable |
| | | Juste instable (astatique) |



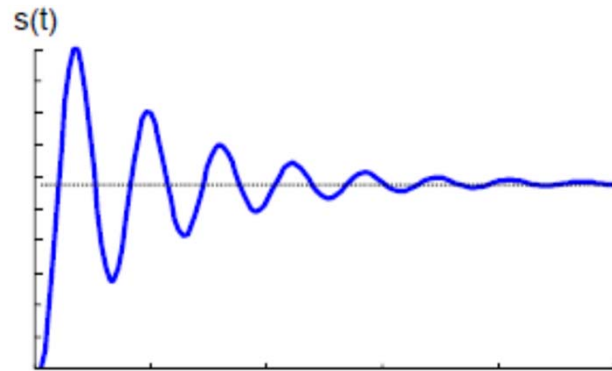


Fig 4-1: Système oscillatoire amorti (stable)

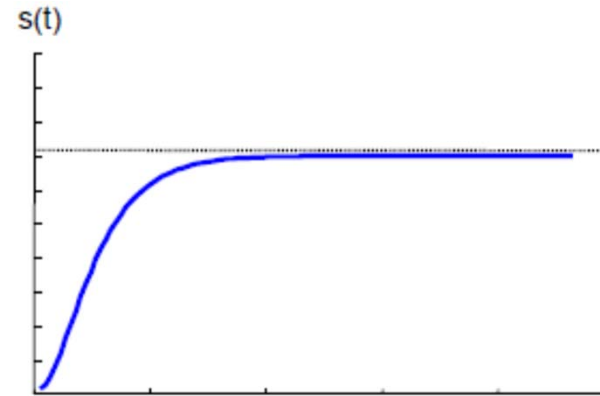


Fig 4-2 : Système non oscillatoire amorti (stable)

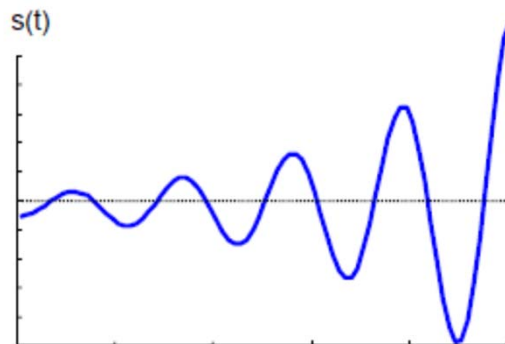


Fig 4-3: Système oscillatoire divergent (instable)

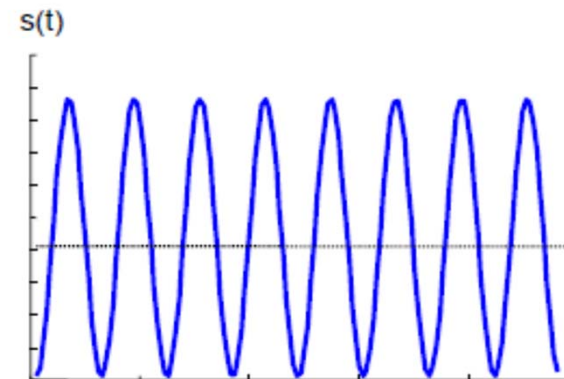
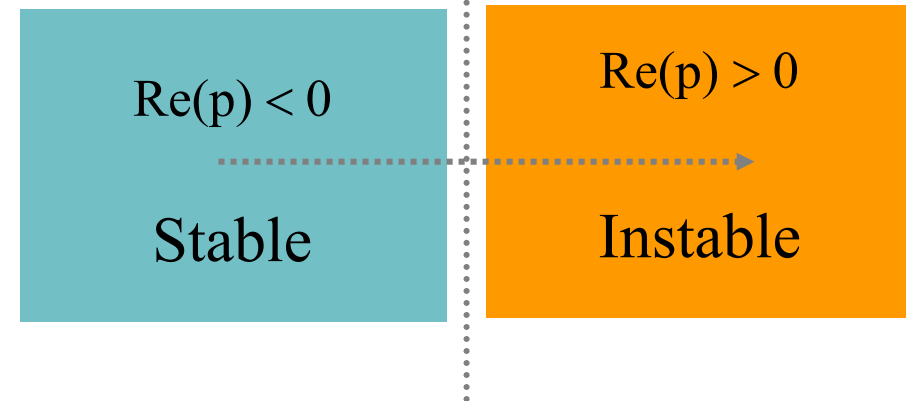
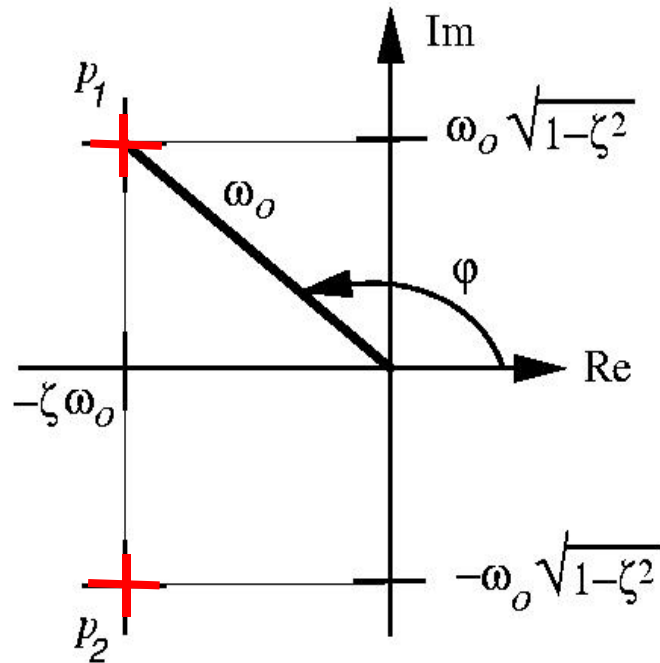


Fig 4-4: Système oscillatoire
(marginale ment stable)



Plan complexe

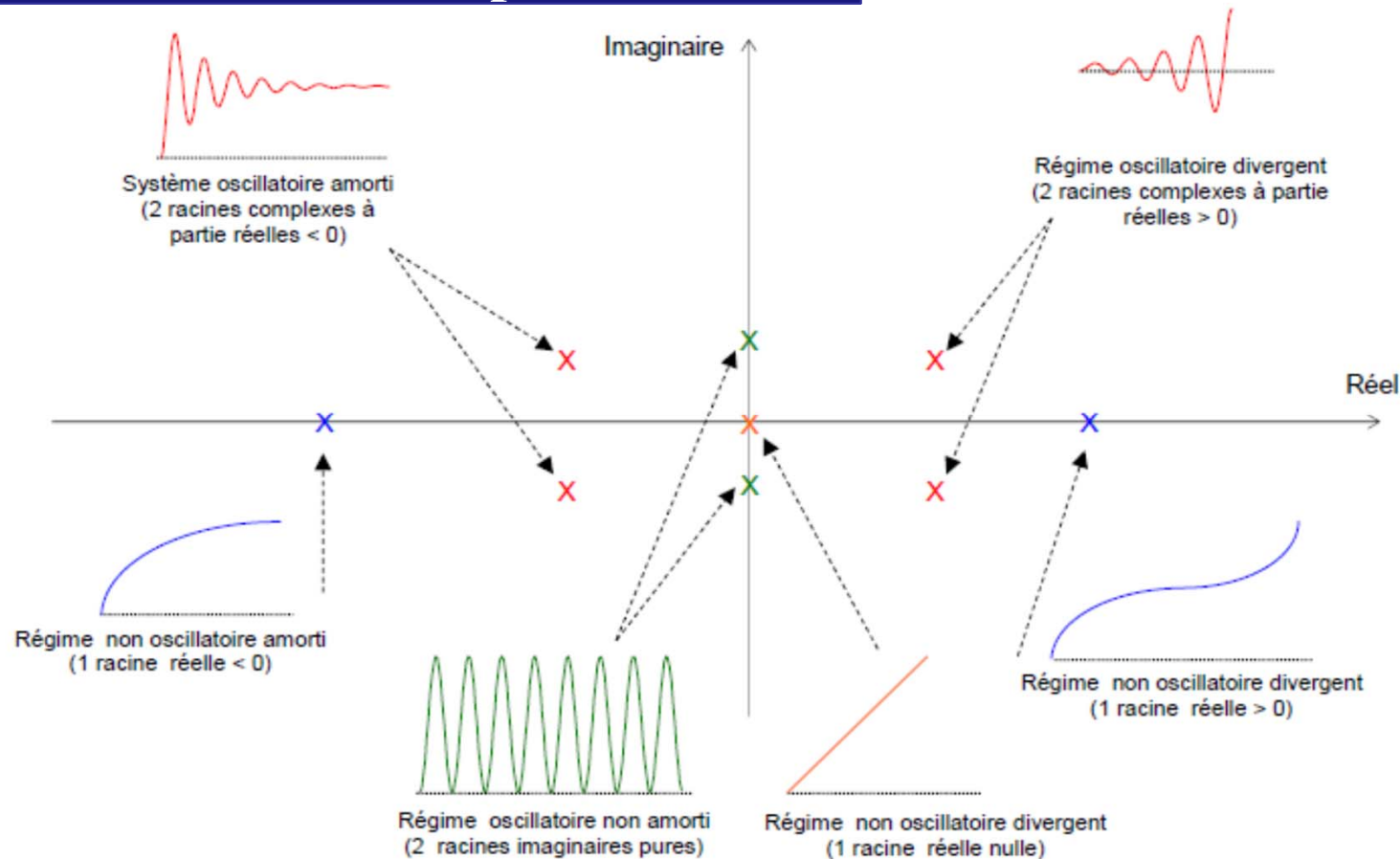


pôle stable : $\text{Re}(p) < 0$
système stable : tous les pôles stables

pôle instable : $\text{Re}(p) \geq 0$
système instable : un seul pôle instable suffit !



allures des réponses versus localisation des pôles



pôle instable : $\text{Re}(p) > 0$

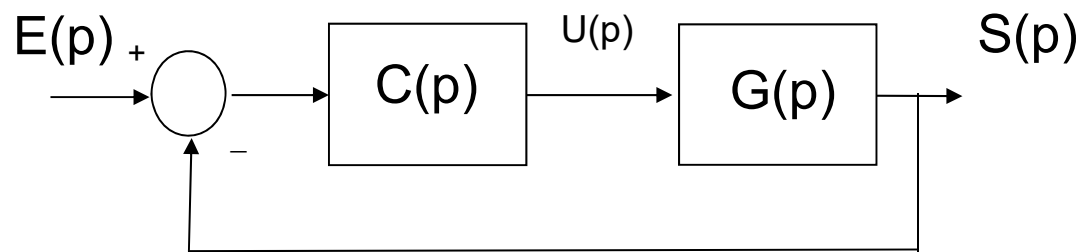
système instable : **un seul** pôle instable suffit



Pour un système BO

« facile » : DEN ($G(p)$) \rightarrow stable si $\text{Re}(p_i) < 0$

Et pour un système BF ?



$$F(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)}$$

polynôme caractéristique $\rightarrow 1 + C(p)G(p) = 0$

résoudre polynôme caractéristique \rightarrow difficile pour ordre > 2 !!!

UNE SOLUTION !

Routh = méthode algébrique : analyse d'un tableau

polynôme = dénominateur

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0$$

$a_n > 0$

| | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----|
| p^n | a_n | a_{n-2} | a_{n-4} | ... |
| p^{n-1} | a_{n-1} | a_{n-3} | a_{n-5} | ... |
| p^{n-2} | b_n | b_{n-1} | b_{n-2} | ... |
| p^{n-3} | c_n | c_{n-1} | c_{n-2} | ... |
| : | : | : | : | : |
| p^0 | h_n | | | |



Calcul des éléments du tableau (b_n, c_n, \dots)

| | | |
|-----------|-----------|-----------|
| p^n | a_n | a_{n-2} |
| p^{n-1} | a_{n-1} | a_{n-3} |
| p^{n-2} | b_n | b_{n-1} |
| p^{n-3} | c_n | c_{n-1} |
| : | : | : |
| p^0 | h_n | |

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| p^n | a_n | a_{n-2} | a_{n-4} |
| p^{n-1} | a_{n-1} | a_{n-3} | a_{n-5} |
| p^{n-2} | b_n | b_{n-1} | b_{n-2} |
| p^{n-3} | c_n | c_{n-1} | c_{n-2} |
| : | : | : | : |
| p^0 | h_n | | |

Conclusion

nombre de pôles instables
 = nombre **changements de signes** dans colonne principale (jaune)



Exemple : système stable

Soit $G(p) = \frac{1}{p^4 + 7p^3 + 17p^2 + 17p + 6}$

| | | | | | | | | |
|-------|--|-----------------------------------|---|--------|-------|--------|----|---|
| p^4 | 1 | 17 | 6 | \iff | p^4 | 1 | 17 | 6 |
| p^3 | 7 | 17 | 0 | | p^3 | 7 | 17 | 0 |
| p^2 | $\frac{7 \cdot 17 - 1 \cdot 17}{7}$ | $\frac{7 \cdot 6 - 1 \cdot 0}{7}$ | 0 | | p^2 | 14, 57 | 6 | 0 |
| p^1 | $\frac{\frac{102}{7} \cdot 17 - 7 \cdot 6}{\frac{102}{7}}$ | 0 | | | p^1 | 14, 12 | 0 | |
| p^0 | 6 | | | | p^0 | 6 | 6 | |

Tous les termes de la première colonne sont positifs, le système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p^4 + 7p^3 + 17p^2 + 17p + 6}$ est donc stable.



Exemple : système instable

$$\text{Soit } G(p) = \frac{1}{p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 4p + 5}$$

| | | | |
|-------|---|---------------------------------------|---|
| p^4 | 1 | 3 | 5 |
| p^3 | 2 | 4 | 0 |
| p^2 | $\frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot 4}{2} = 1$ | $\frac{2 \cdot 5 - 1 \cdot 0}{2} = 5$ | 0 |
| p^1 | $\frac{1 \cdot 4 - 2 \cdot 5}{1} = -6$ | 0 | |
| p^0 | $\frac{-6 \cdot 5 - 1 \cdot 0}{-6} = 5$ | 0 | |

Tous les termes de la première colonne ne sont pas de même signe donc le système est instable. De plus, il y a deux changements de signe (de 1 à -6 et de -6 à 5), par conséquent on peut affirmer que le système possède deux pôles instables.



Exemple : terme nul dans la première colonne

$$\text{Soit } G(p) = \frac{1}{p^5 + 2p^4 + 2p^3 + 4p^2 + p + 1}$$

| | | | |
|-------|------------|-----|---|
| p^5 | 1 | 2 | 1 |
| p^4 | 2 | 4 | 1 |
| p^3 | ϵ | 0.5 | 0 |
| p^2 | c_1 | 1 | 0 |
| p^1 | d_1 | 0 | 0 |
| p^0 | 1 | 0 | 0 |

Si un terme de la première colonne est nul et que tous les termes de la même ligne ne sont pas nuls, on remplace le terme nul par un ϵ très petit de même signe que les termes de la première colonne (ici : positif). Dès lors on obtient : $c_1 = \frac{4\epsilon - 1}{\epsilon} \simeq \frac{-1}{\epsilon} < 0$ et $d_1 = \frac{0.5c_1 - \epsilon}{c_1} \simeq 0.5 > 0$.

Tous les termes de la première colonne ne sont pas de même signe donc le système est instable. De plus, il y a deux changements de signe, par conséquent on peut affirmer que le système possède deux pôles instables.



Exemple : ligne nulle

$$\text{Soit } G(p) = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + 4p + 8}$$

| | | | | |
|-------|--|---|--|---|
| p^3 | | 1 | | 4 |
| p^2 | | 2 | | 8 |
| p^1 | | 0 | | 0 |
| p^0 | | 8 | | 0 |

Quand tous les termes d'une même ligne sont nuls, cela peut traduire deux phénomènes différents :

- soit on est en présence de deux pôles réels opposés : $+a$ et $-a$, dans ce cas le système est **instable**.
- soit on est en présence de deux pôles imaginaires purs opposés : $+ja$ et $-ja$, dans ce cas le système est **marginale ment stable**.

Pour analyser la stabilité, on construit alors l'**équation auxiliaire**, c'est à dire l'équation formée à partir des coefficients de la ligne précédent la ligne uniformément nulle :

$$Z(p) = 2p^2 + 8 = 2(p + 2j)(p - 2j)$$

Les racines de cette équation auxiliaire sont racines de l'équation caractéristique du système. Ici on obtient $p_{1,2} = \pm 2j$, par conséquent le système est marginale ment stable.



Exemple : Fonction de transfert dépendante d'un paramètre

On peut naturellement analyser la stabilité d'un système en fonction d'un paramètre.

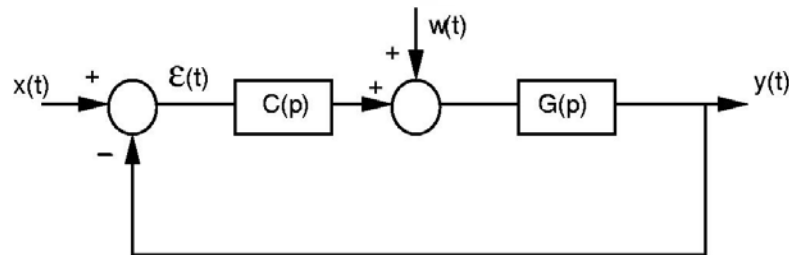
$$\text{Soit } G(p) = \frac{K(p+10)}{p^3+4p^2+(4+K)p+10K}$$

| | | |
|-------|------------|---------|
| p^3 | 1 | $4 + K$ |
| p^2 | 4 | $10K$ |
| p^1 | $4 - 1,5K$ | 0 |
| p^0 | $10K$ | 0 |

Le système sera stable si $0 < K < \frac{4}{1,5}$. Dans le cas limite où $K = \frac{4}{1,5}$, on construit l'équation auxiliaire : $4p^2 + \frac{40}{1,5} = 4(p + j\sqrt{\frac{10}{1,5}})(p - j\sqrt{\frac{10}{1,5}})$ et on constate que le système est marginalement stable.



Calcul d'erreur



$$\varepsilon(p) = \frac{X(p)}{1 + C(p)G(p)}$$

$$C(p)G(p) = \frac{K (1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots)}{p^\alpha (1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots)}$$

Notion de classe d'un système

- ☞ nombre d'intégrateur (terme en $1/p^\alpha$): α représente **classe** du système
- ☞ ne pas confondre avec ordre !

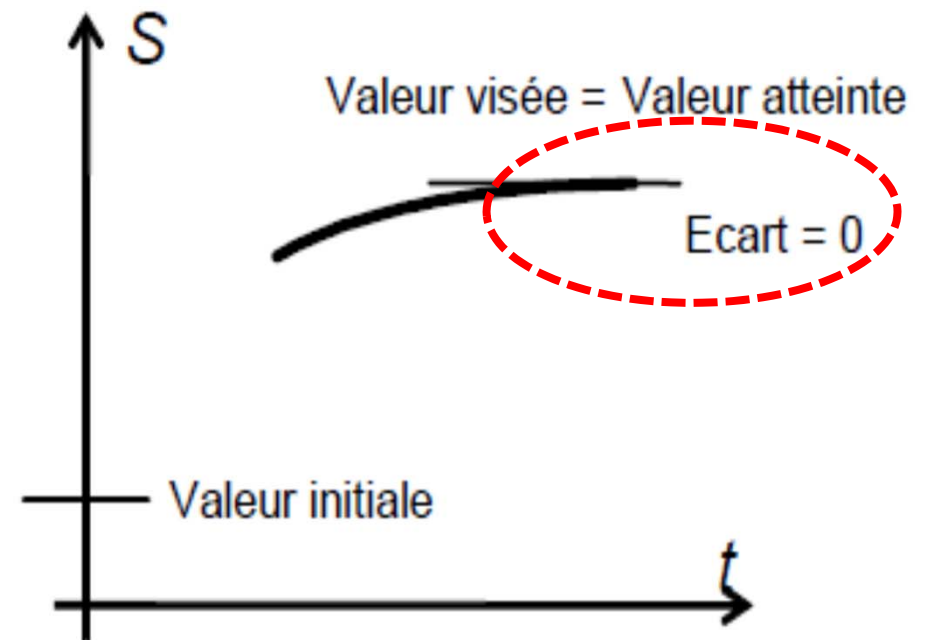
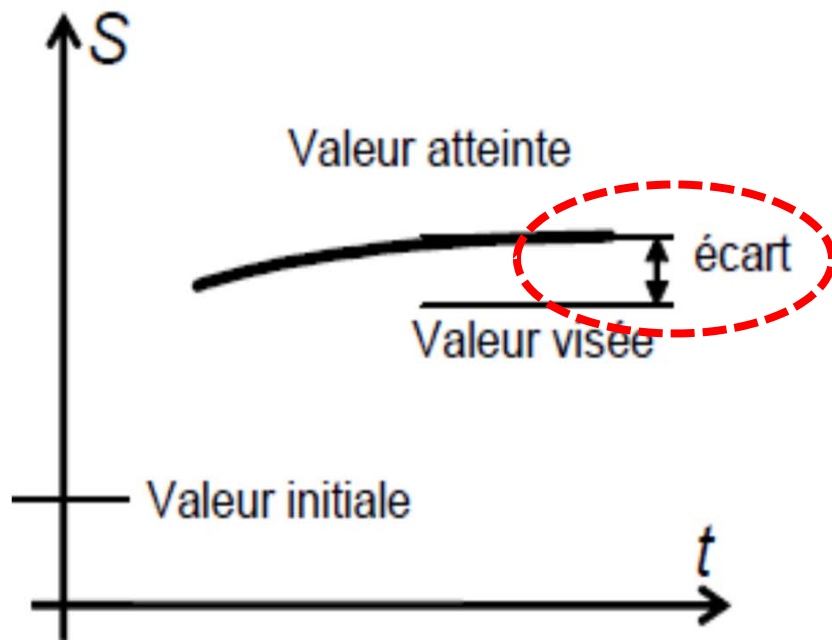
Tableau résumé

$$\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X(p) p^{\alpha+1}}{p^\alpha + K}$$

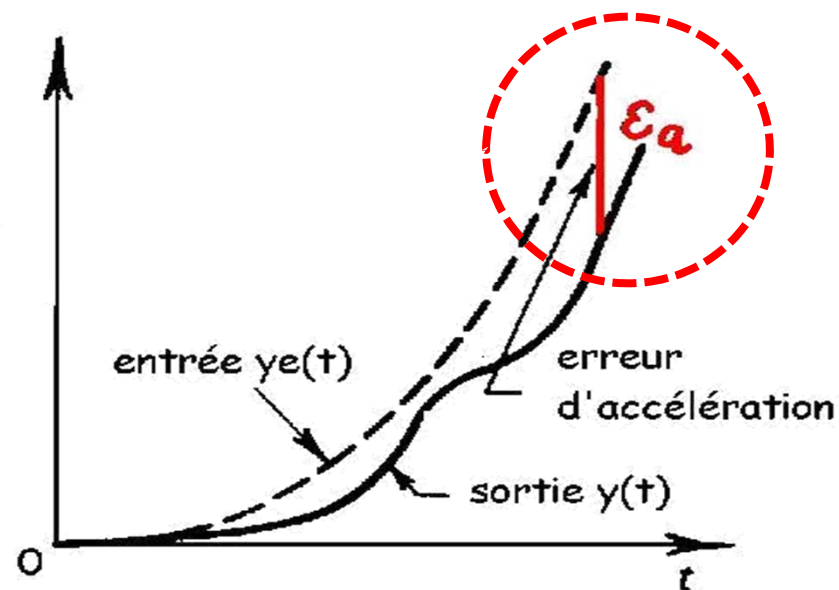
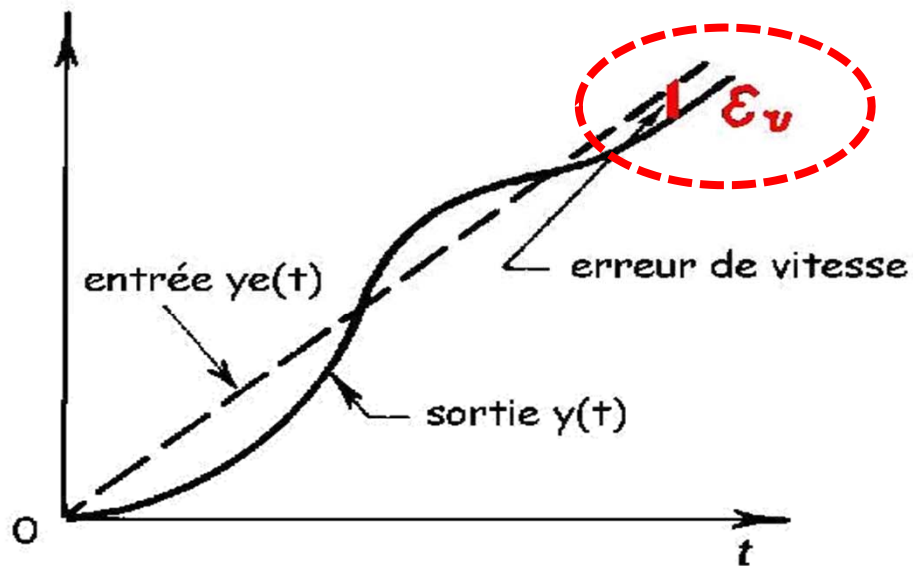
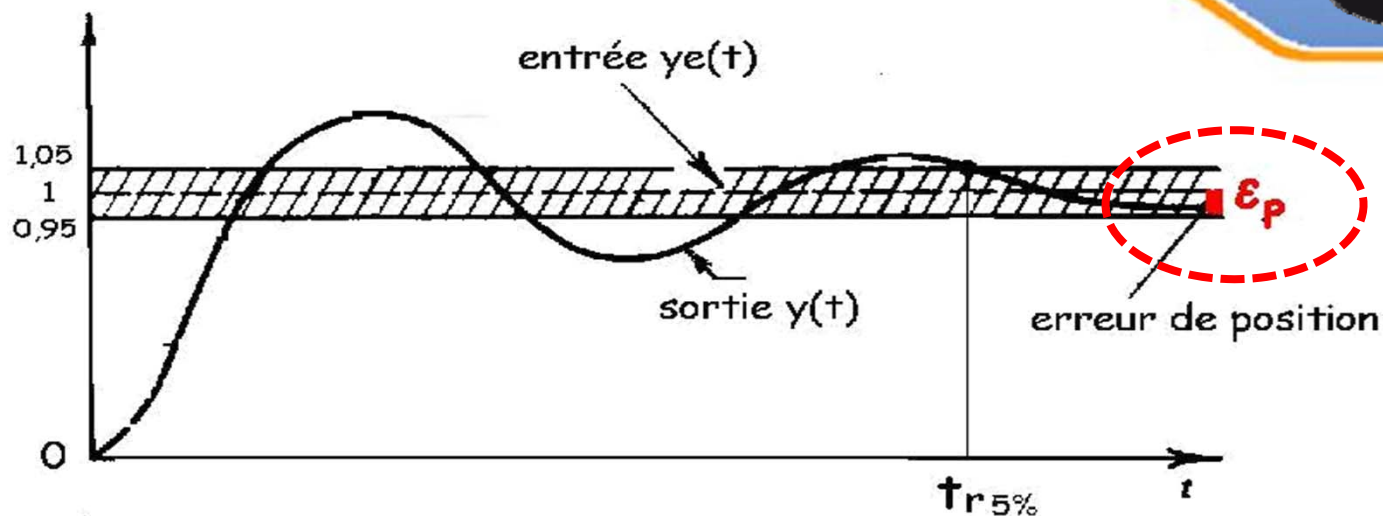
| classe CG → | 0 | 1 | 2 | 3 |
|----------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|---|
| échelon $\frac{E_0}{p}$ | $\frac{E_0}{1+K}$ | 0 | 0 | 0 |
| rampe $\frac{E_0}{p^2}$ | ∞ | $\frac{E_0}{K}$ | 0 | 0 |
| parabole $\frac{E_0}{p^3}$ | ∞ | ∞ | $\frac{E_0}{K}$ | 0 |



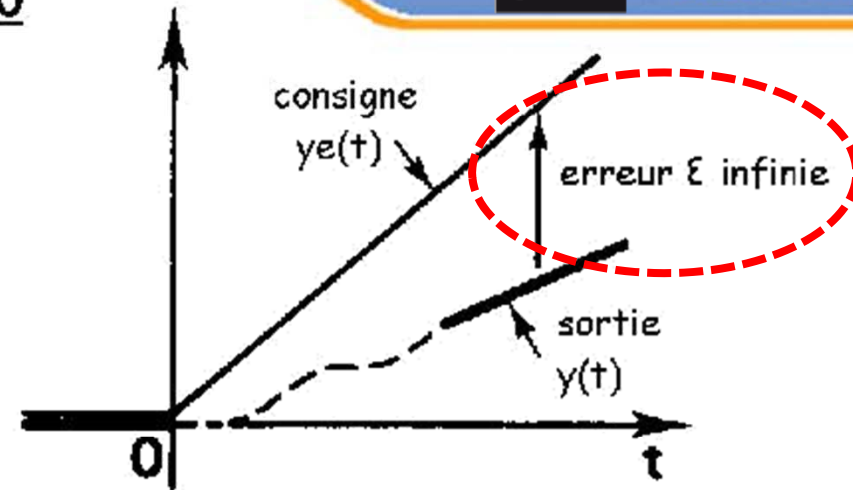
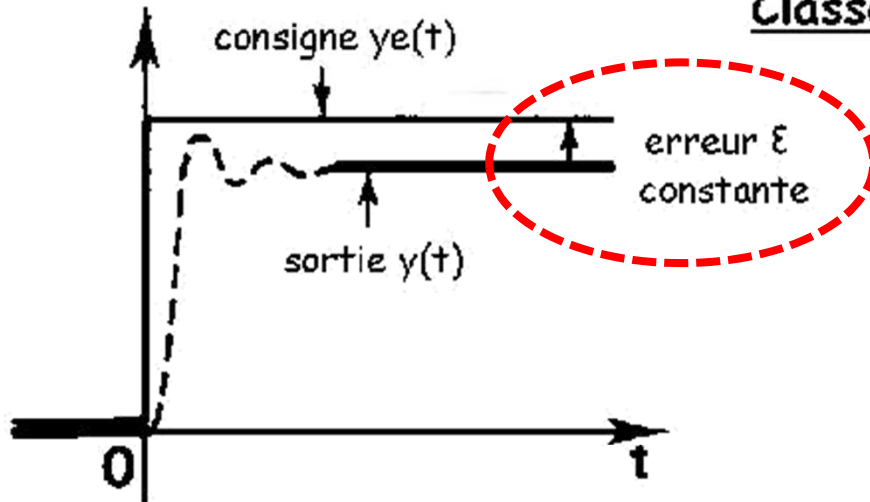
Précision : erreurs = écart



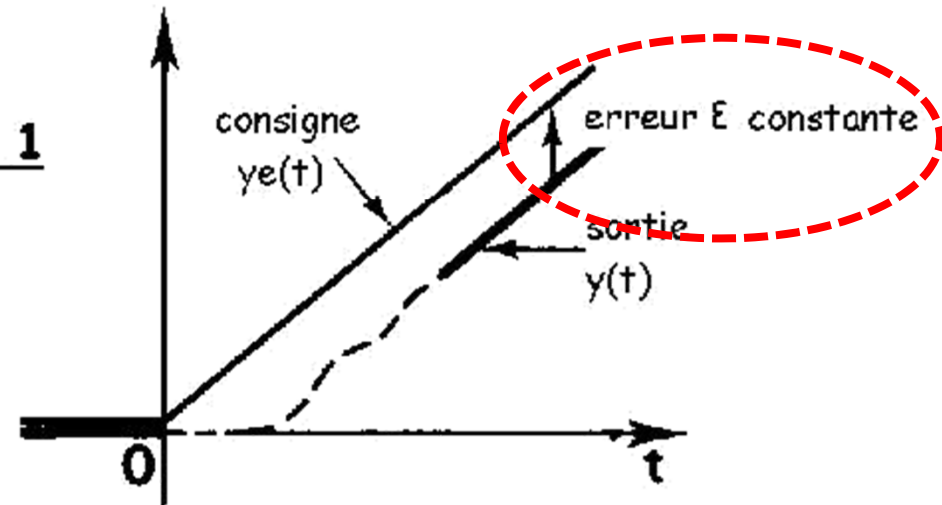
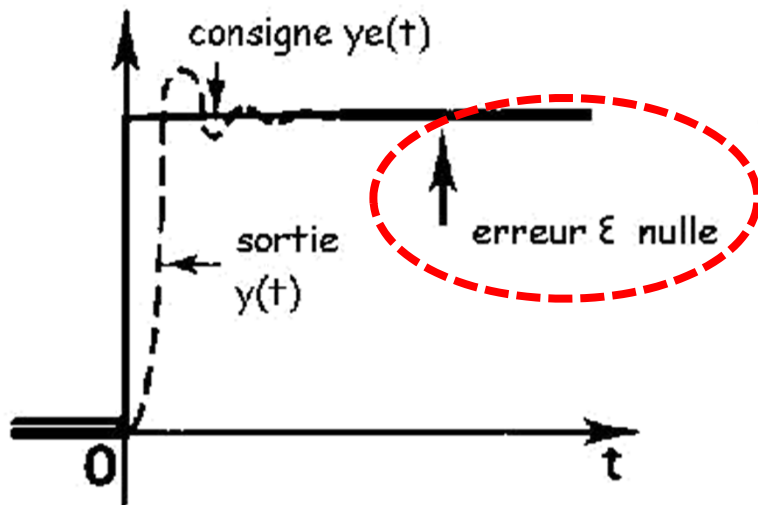
Précision : \neq erreurs (statiques)



Classe 0

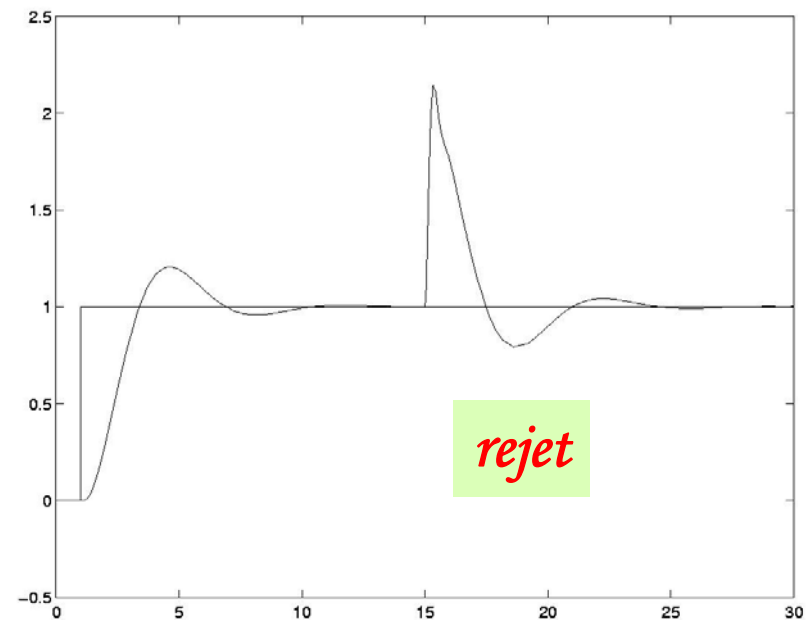
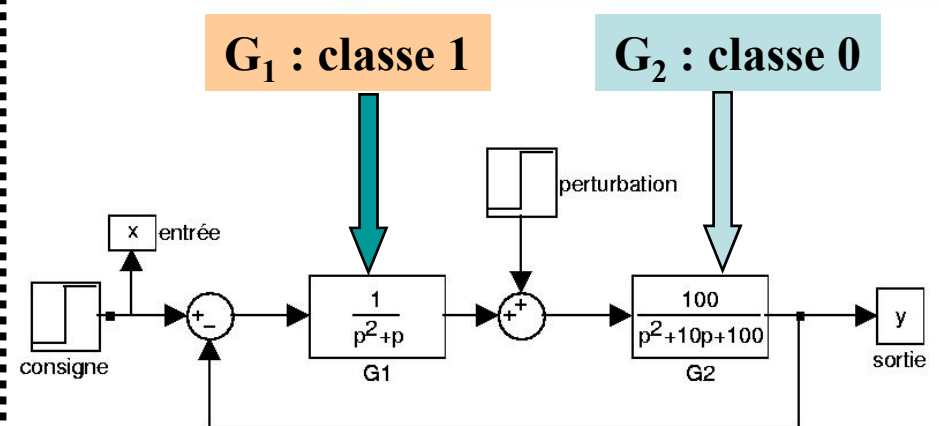
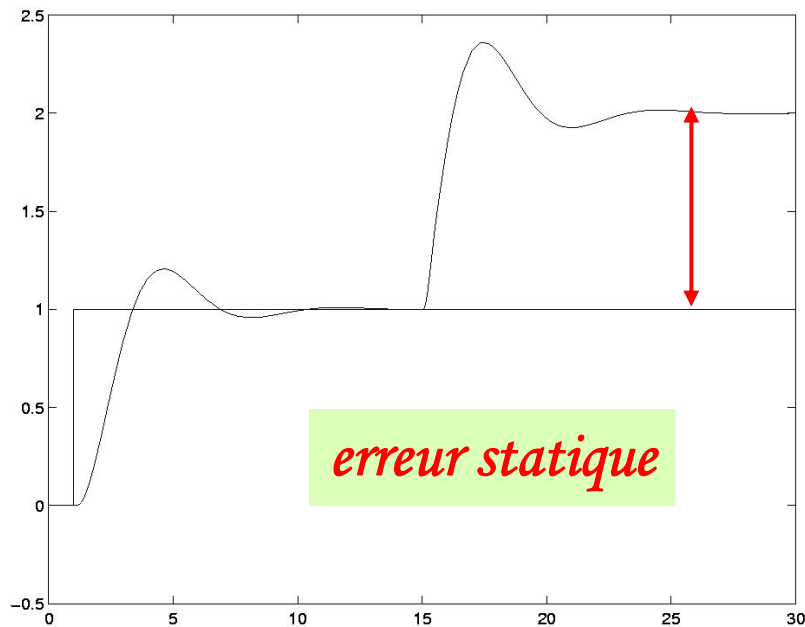
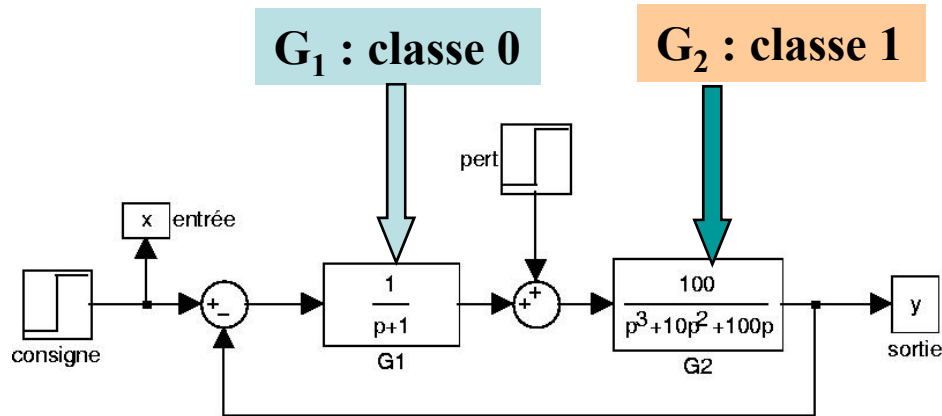


Classe 1



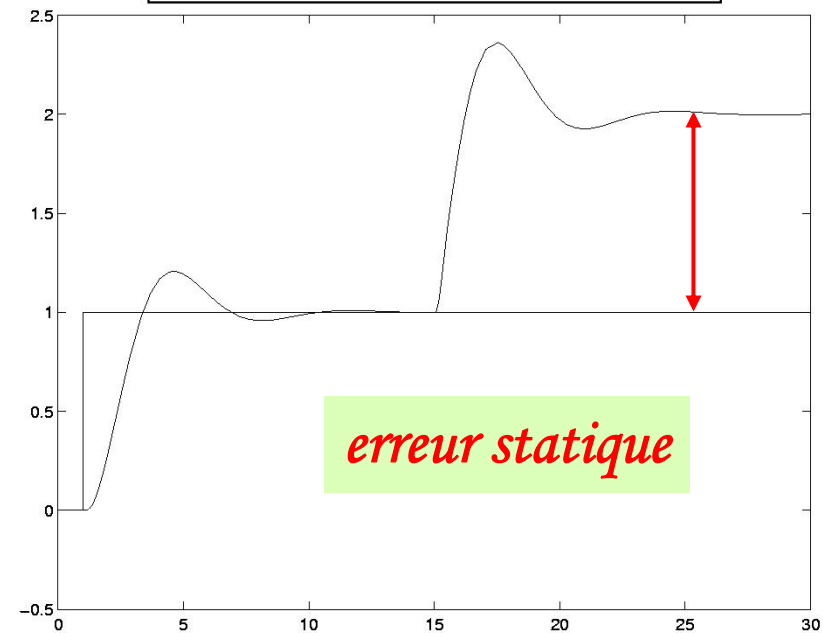
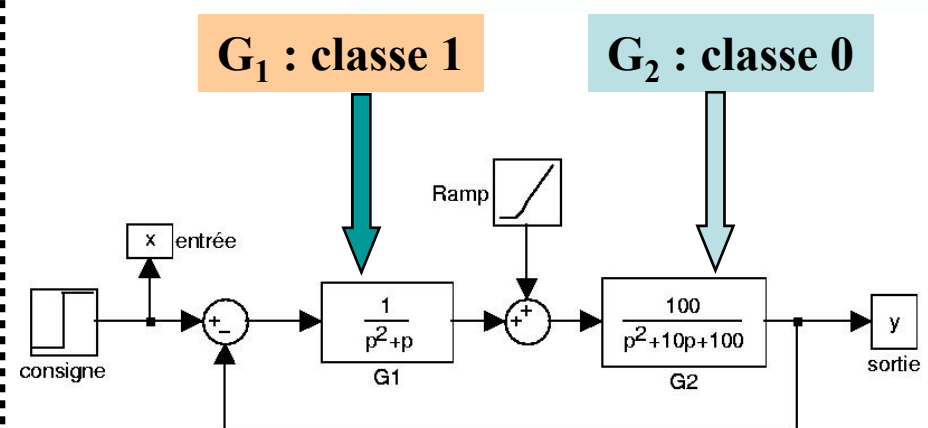
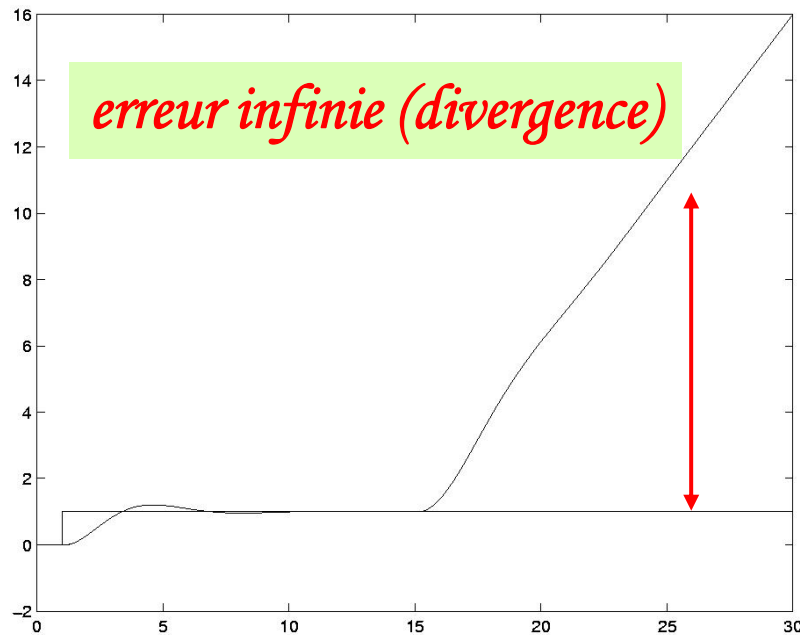
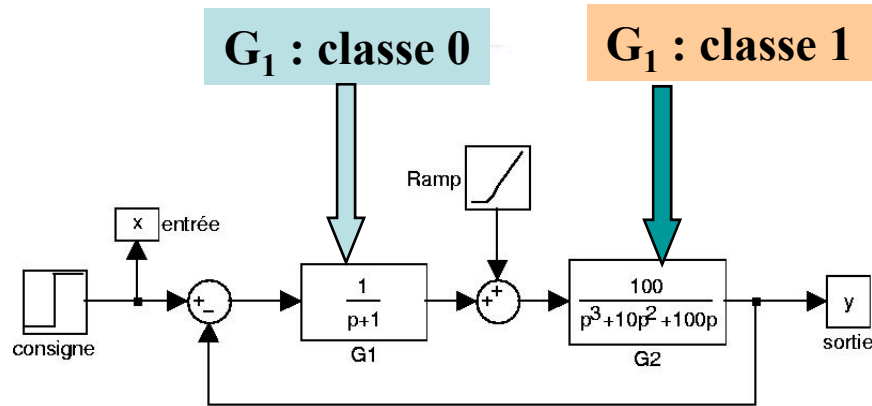
Précision : classe en rejet

Perturbation = échelon



Précision : classe en rejet

Perturbation = rampe



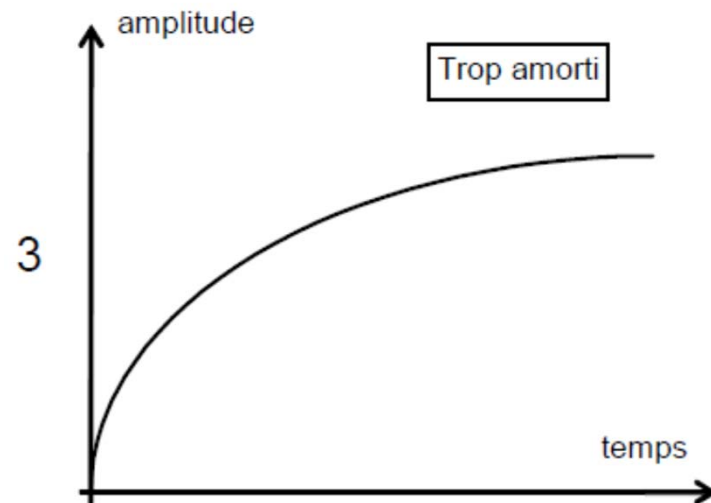
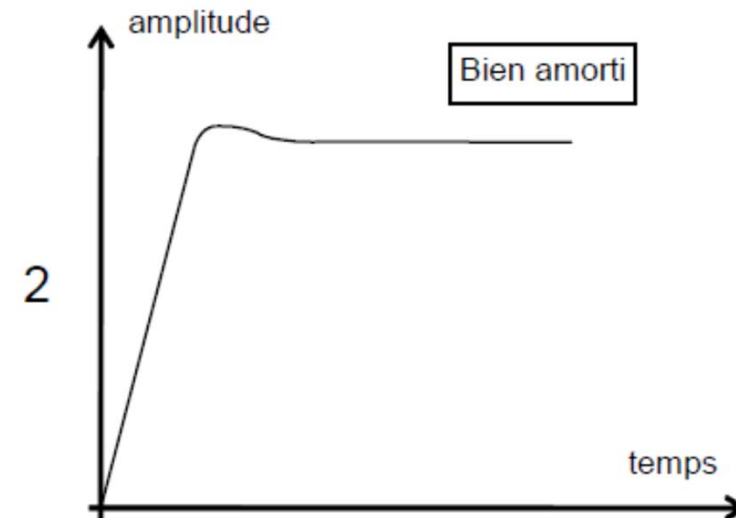
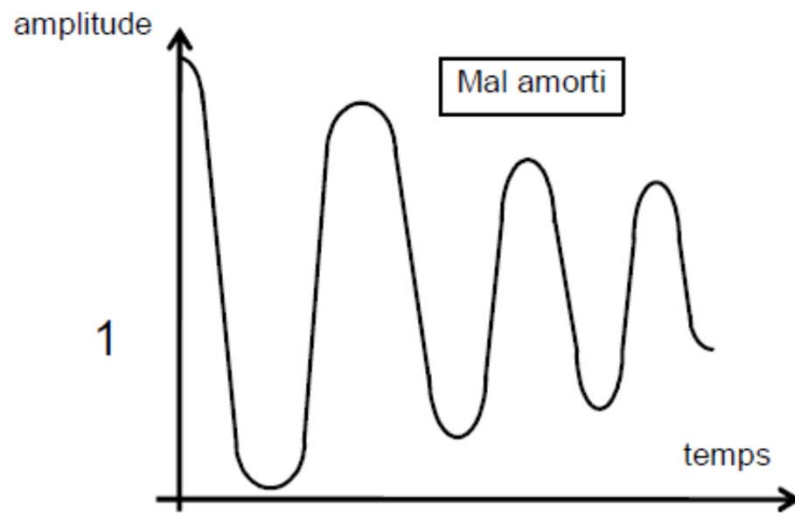
poursuite (suivi de consigne)

- pour **erreur nulle** : autant d'intégrateur dans **CG** que la classe du signal entrée
- échelon (a/p , classe 1) → 1 intégrateur
 - rampe (a/p^2 , classe 2) → 2 intégrateurs

régulation (rejet de perturbation)

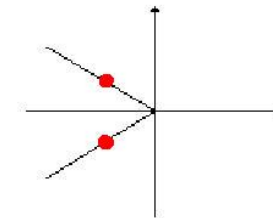
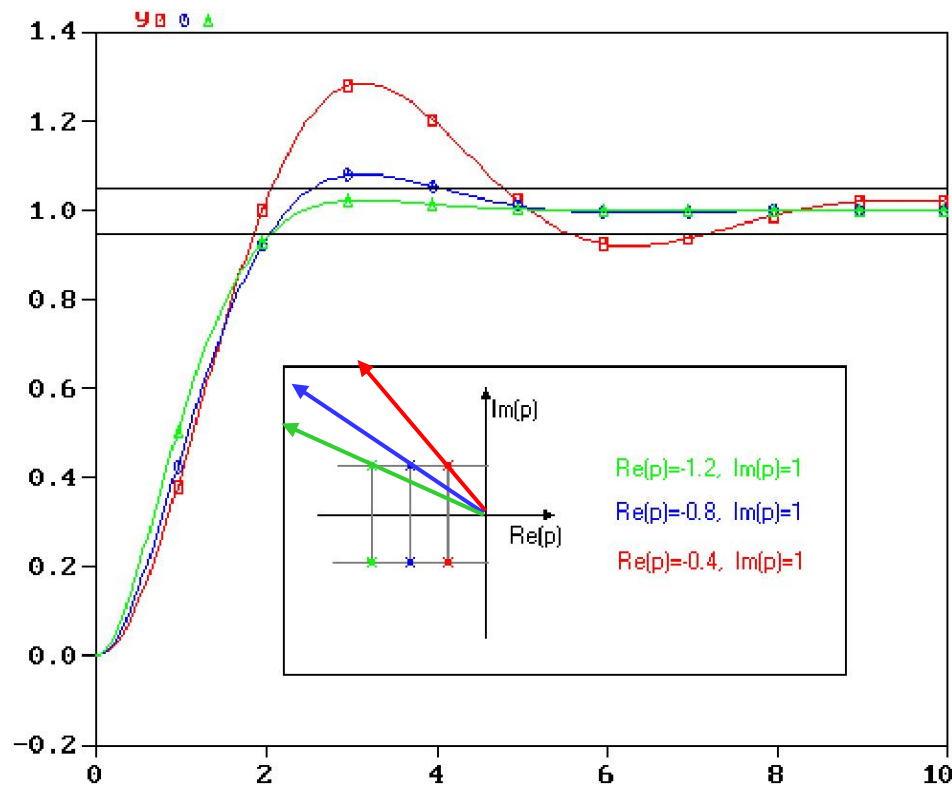
Même règle **mais** :

Intégrateur doit être situé **avant**
(en regardant depuis l'entrée dans le sens des flèches)
le point d'application de la perturbation
(dans C si perturbation de commande)

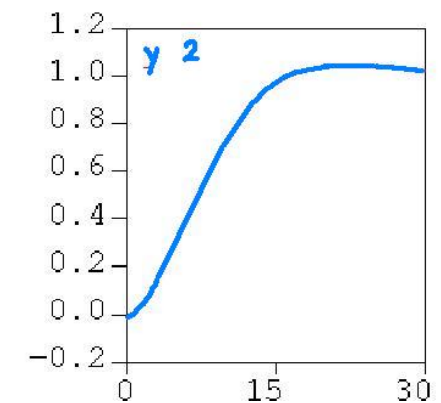
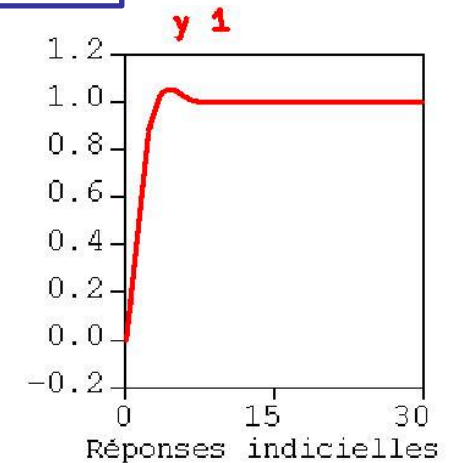
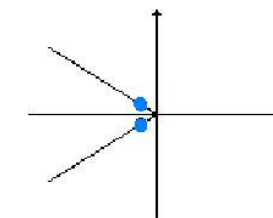


rapidité : position des pôles (abscisse)

dépassement (précision « dynamique ») : position des pôles (angle)

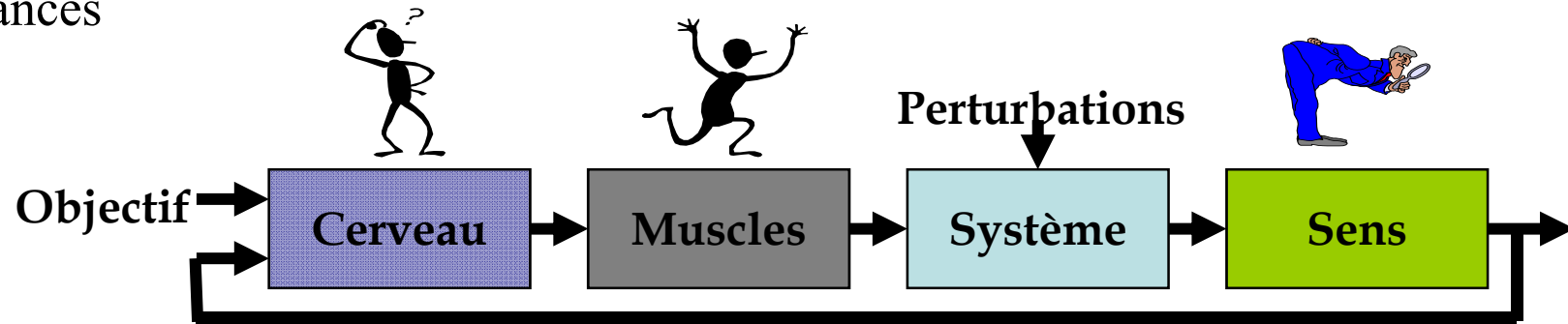


Plan des pôles



Pourquoi boucler ?

Modification de la dynamique initiale \Rightarrow atteindre et/ou améliorer objectifs de performances



Conséquences du bouclage



Performances améliorées

(précision statique et dynamique, rapidité, etc...)



Risque de déstabilisation

Calculs plus compliqués

Instrumentation



pour tout assurer/respecter
en même temps ?
Correction P-I-D

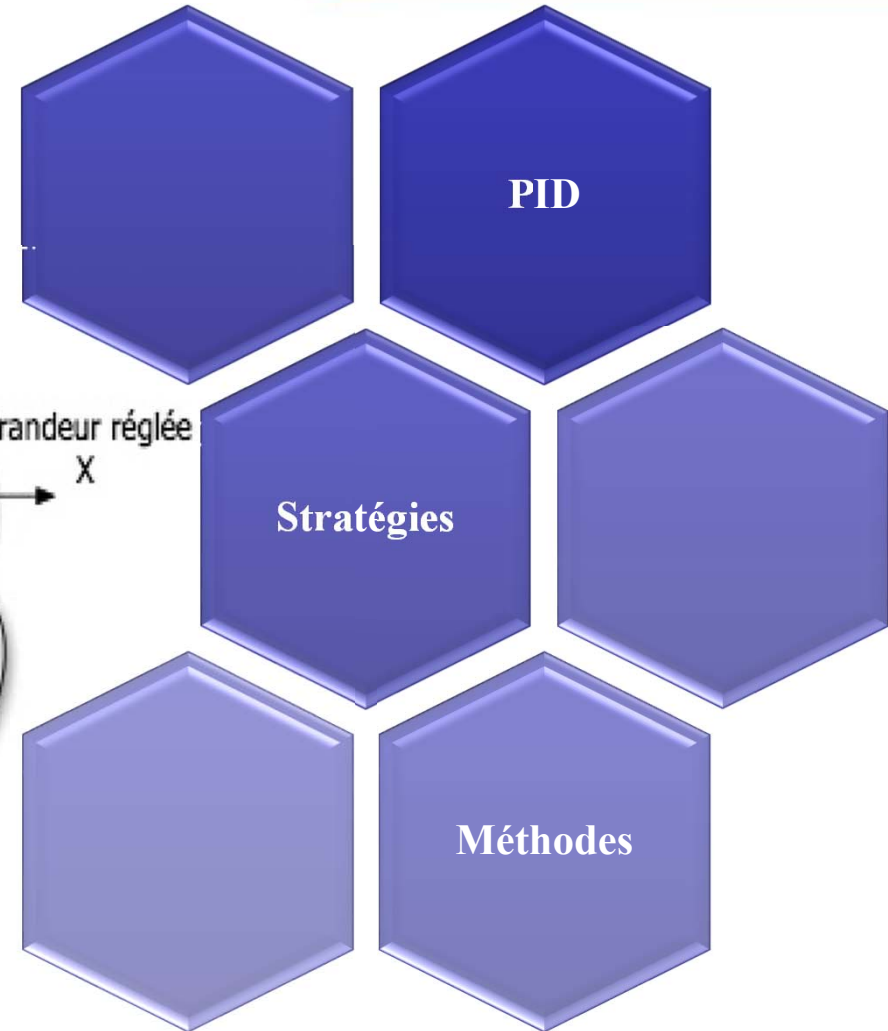
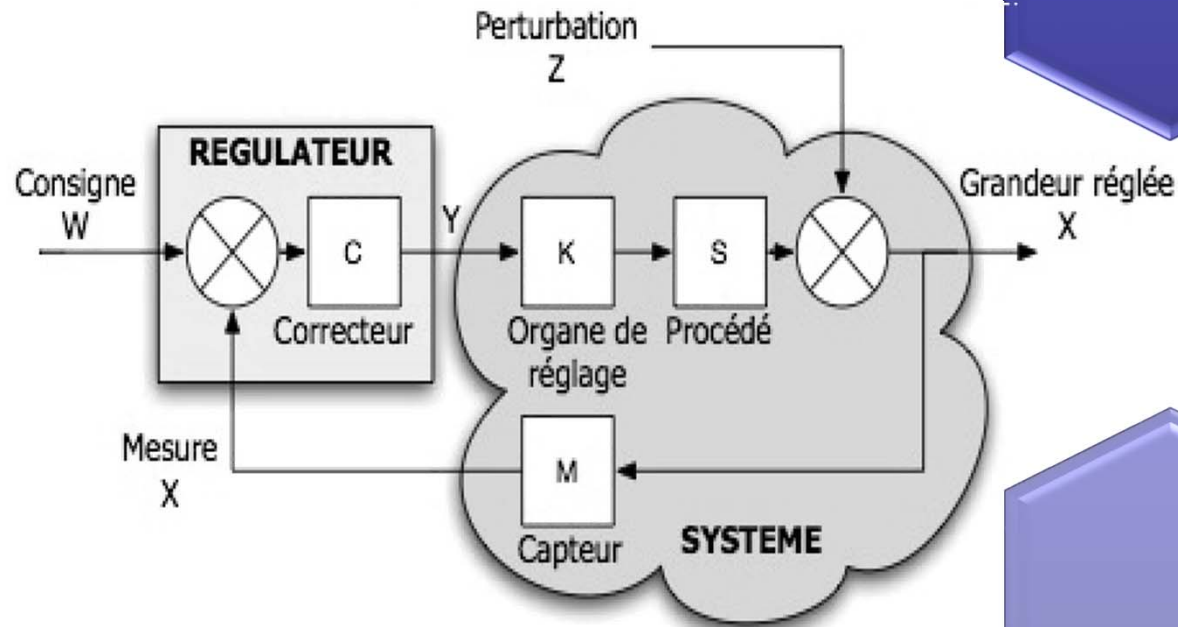
3 actions :

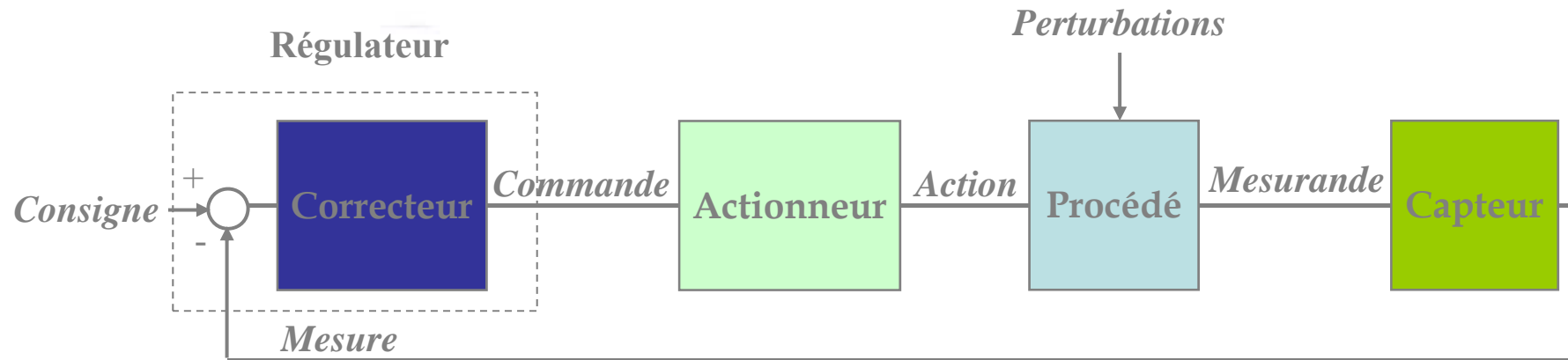
- ✓ **P : proportionnel**
- ✓ **I : intégral**
- ✓ **D : dérivé**

Des méthodes de réglages ?
dans la suite ...

- ✓ **Calculs**
- ✓ **Essais Pratiques**







Comment agir ?

👉 POURSUITE (suivi de consigne)

- diminuer signal erreur \Rightarrow feedback négatif
- amplifier signal erreur \Rightarrow augmenter effet et rapidité de la prise en compte

👉 REGULATION (rejet de perturbation)

- composition des actions du correcteur \Rightarrow introduire intégrateur (s) ?



Le principe

□ commande de 2 états

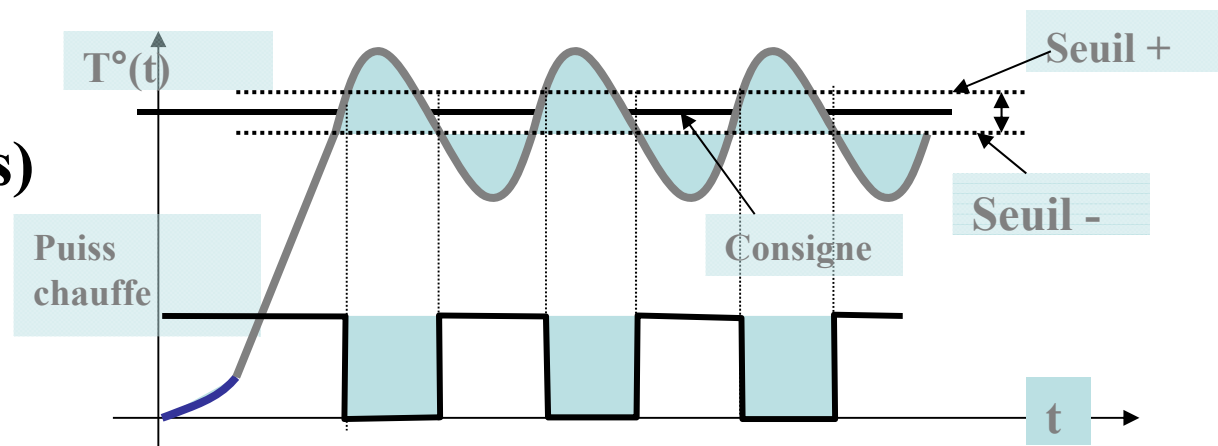
- $max \Rightarrow 100\%$ action (si supérieur : diminuer action)
- $min \Rightarrow 0\%$ action (si inférieur : augmenter action)

□ Seuils (pour éviter saturation actionneurs)

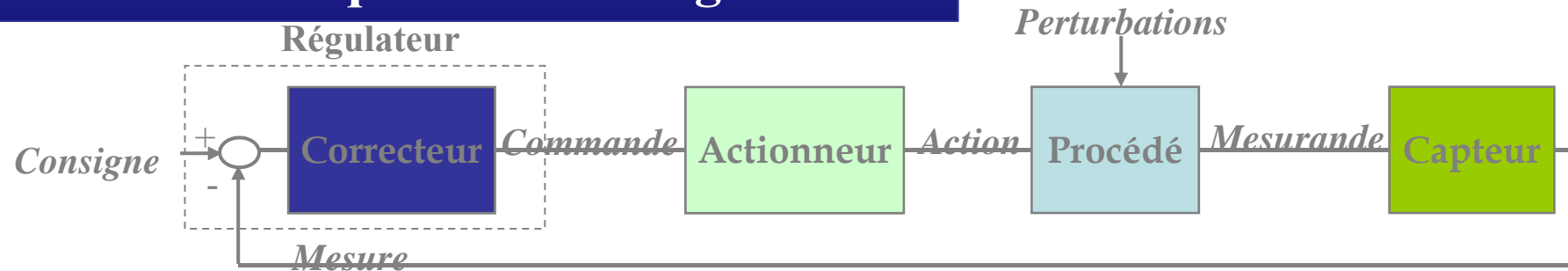
- $seuil +$
- $seuil -$

□ Problèmes

- *Pompage (oscillations entretenues)*
- *Lenteur*
- *Précision limitée (erreur jamais nulle)*



a posteriori / feedback / mode « automatique » sur les régulateurs

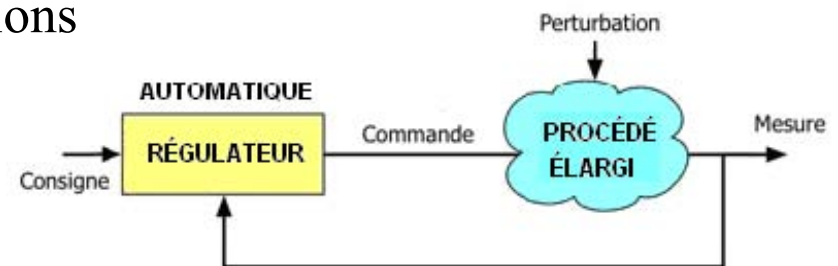


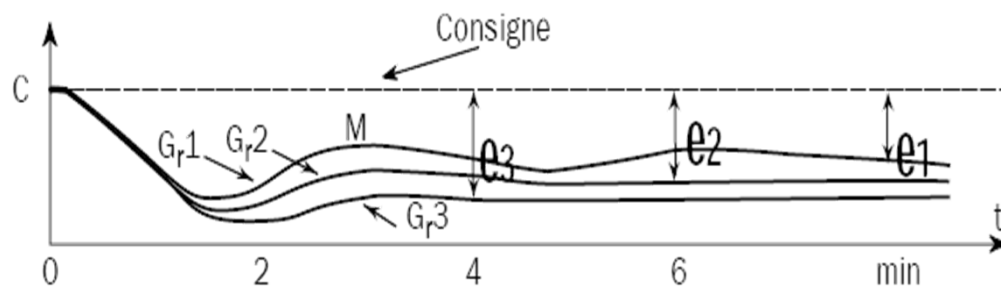
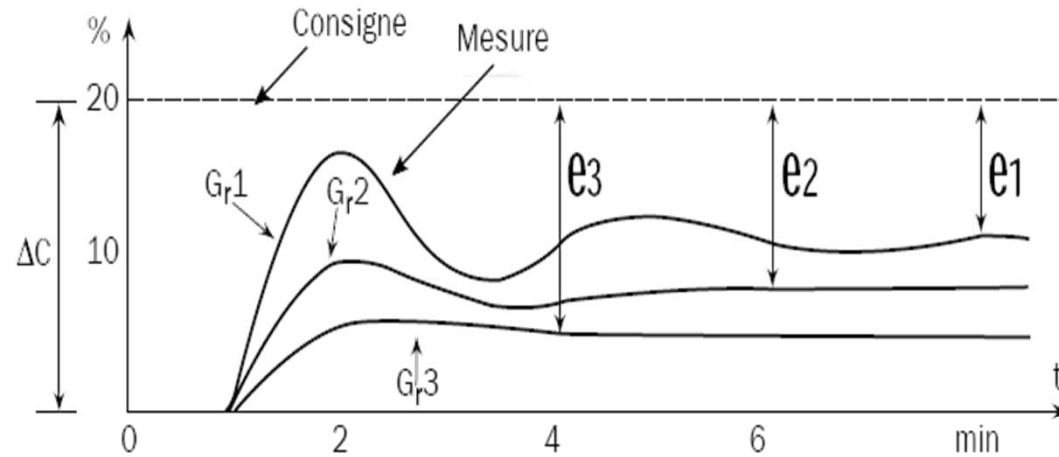
Son rôle

- Annuler l'écart (consigne-mesure)
- Rendre la sortie égale (à 5% près) à la consigne en régime permanent
- Réduire ou annuler l'influence des perturbations

Ses contraintes

- Limiter la commande
- Être stable
- Agir le plus rapidement possible (en poursuite et en régulation)
- Tolérer des dépassements faibles





Action la plus classique

La correction se fait en fonction de la différence entre la mesure et la consigne courante

Rapport erreur/commande = gain

Bande proportionnelle = $1/\text{gain}$

Pb : erreur petite = petit gain voire nul !

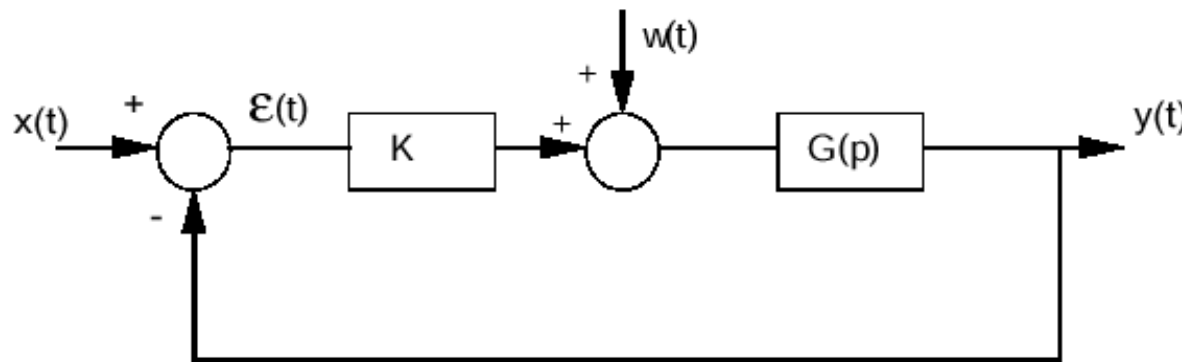
Pb : si consigne varie rapidement (entre 2 instants de mesure)

Pb : commande élevée au démarrage

- Améliore rapidité
- Détérioré précision dynamique (oscillations pour ordre ≥ 2 , aussi perte de stabilité)
- Précision statique imparfaite



Le principe



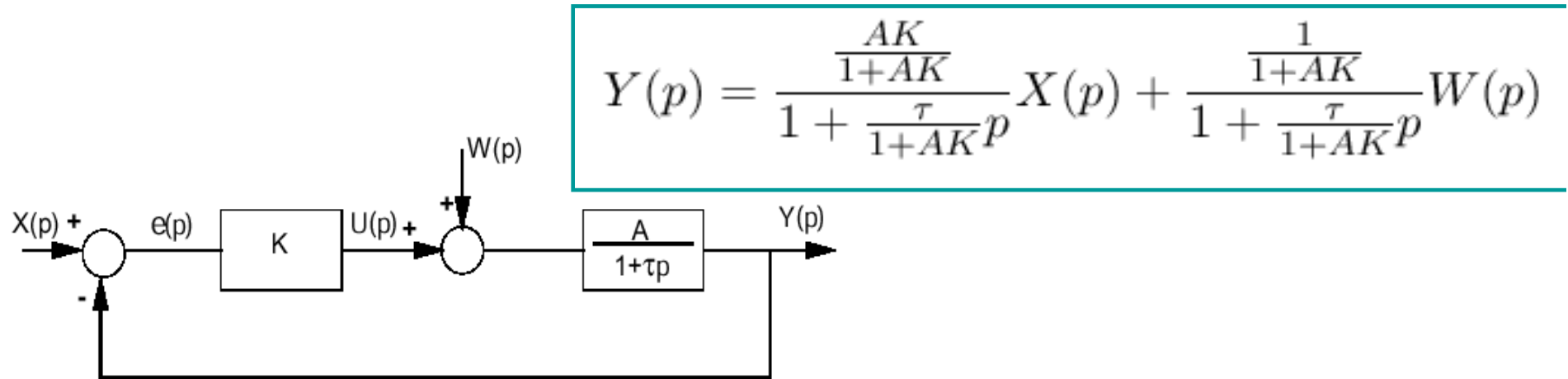
$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \boxed{K}$$

La structure générale

$$Y(p) = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)}X(p) + \frac{G(p)}{1 + KG(p)}W(p)$$



Avec un système de classe 0



- *Erreur position (statique) :*
- *Erreur traînage (statique) :*
- *Erreur régulation (perturbation) :*
- *Rapidité :*

$$\varepsilon(\infty) = \frac{1}{1+AK} \rightarrow 0$$

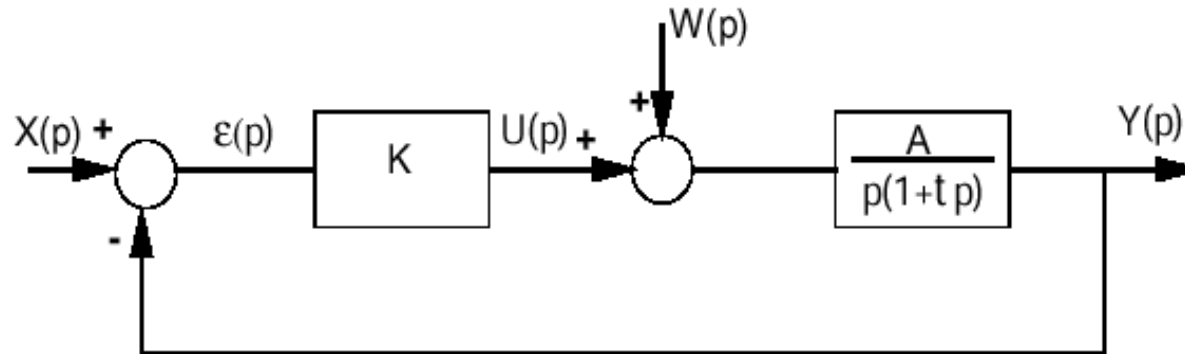
$$\varepsilon_W(\infty) = \frac{AK}{1+AK} \rightarrow 1$$

$$\varepsilon(\infty) = \infty$$

$$\tau' = \tau / (1+AK)$$

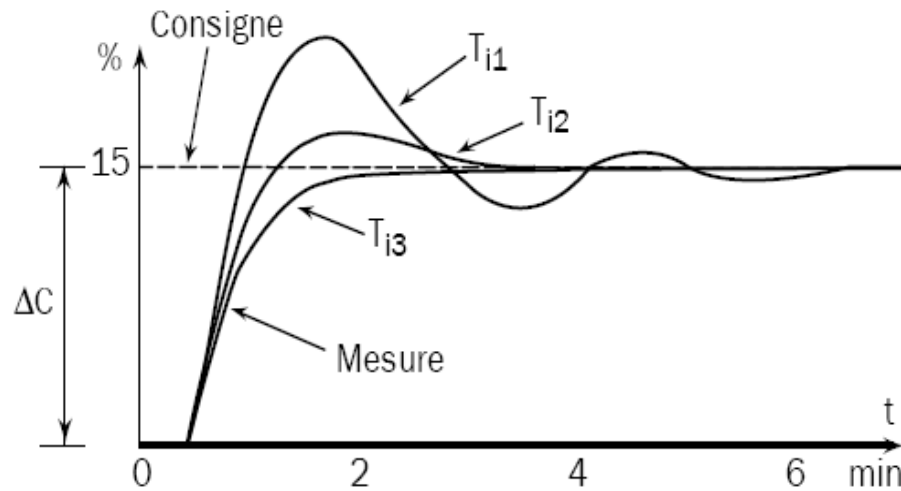


Avec un système de classe 1



$$Y(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) + \frac{\frac{A}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p)$$

- *Erreur position (statique)*: $\varepsilon(\infty) = 0$
- *Erreur traînage (statique)*: $\varepsilon(\infty) = 1 / AK$
- *Erreur régulation (perturbation)*: $\varepsilon_W(\infty) \neq 0$



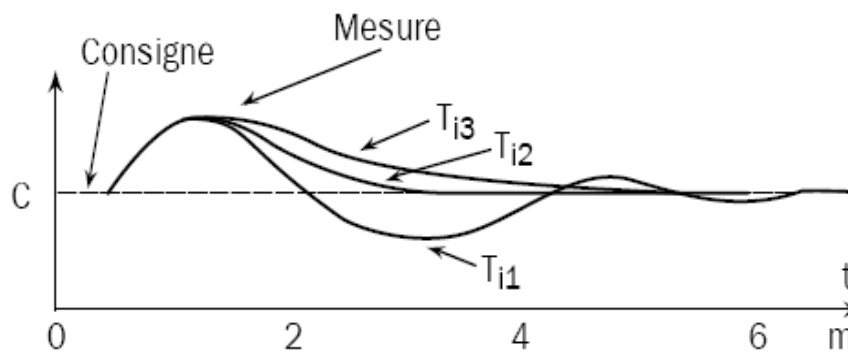
La correction utilise la mémoire des écarts entre la mesure et la consigne courante lors des échantillonnages précédents

→ Élimine erreurs trop petites (pour corr. P)

→ Élimine erreurs de suivi de consigne en pente

Chaque T_i sec, on ajoute la valeur de l'entrée de l'intégrateur avec l'ancienne valeur

Réglage de $n = 1/T_i$



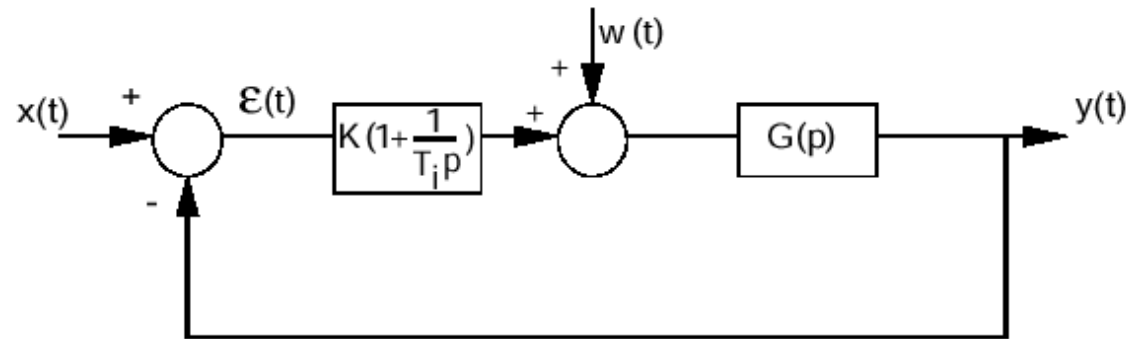
Pb : saturation d'intégrale (amplification à l'infini de sa contribution)

Pb : déstabilisation (fonction de la classe)

Pb : commande oscillante avant désaturation

- Améliore rapidité (dépendant de $D1\%$)
- Détérioré précision dynamique ($D1\%$)
- Précision statique parfaite (pour échelon)
- Rejet parfait aussi si action avant pert.

Le principe



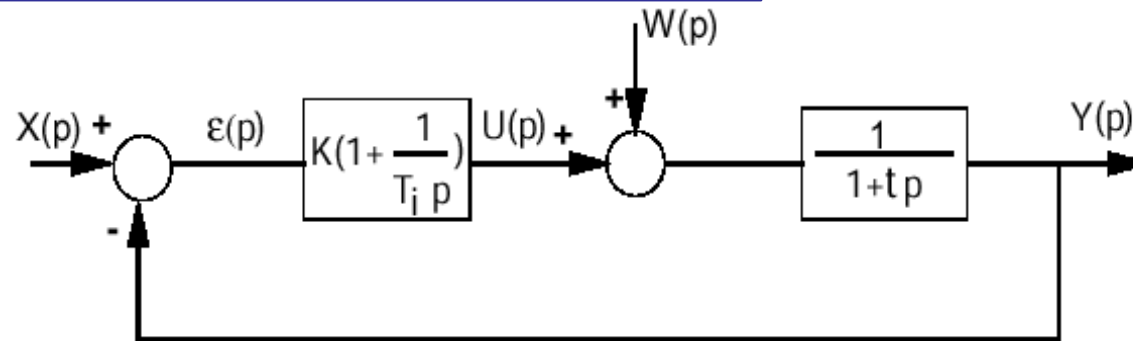
$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_P + \frac{K_I}{p} = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \boxed{\frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)}$$

La structure générale

$$Y(p) = \frac{K(1 + T_i p)G(p)}{T_i p + K(1 + T_i p)G(p)} X(p) + \frac{G(p)T_i p}{T_i p + K(1 + T_i p)G(p)} W(p)$$



Avec un système de classe 0

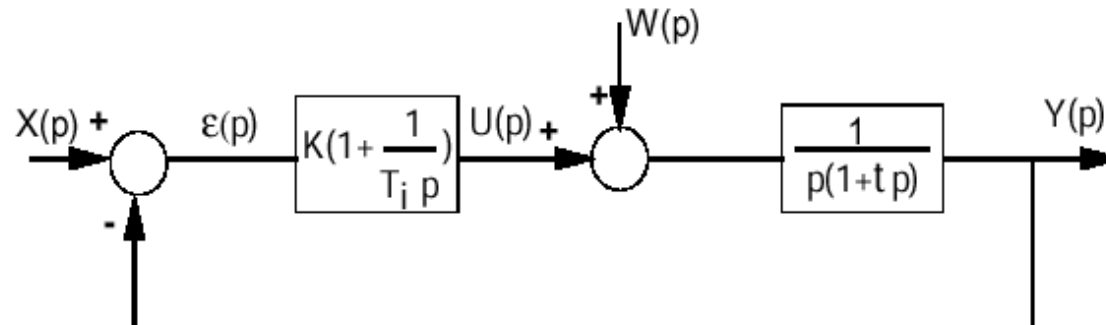


$$Y(p) = \frac{\omega_0^2(1 + T_i p)}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) + \frac{\frac{1}{\tau} p}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p)$$

- Erreur position (statique) : $\varepsilon(\infty) = 0$
- Erreur traînage (statique) : $\varepsilon(\infty) \neq 0$
- Erreur régulation (perturbation échelon) : $\varepsilon_W(\infty) = 0$



Avec un système de classe 1



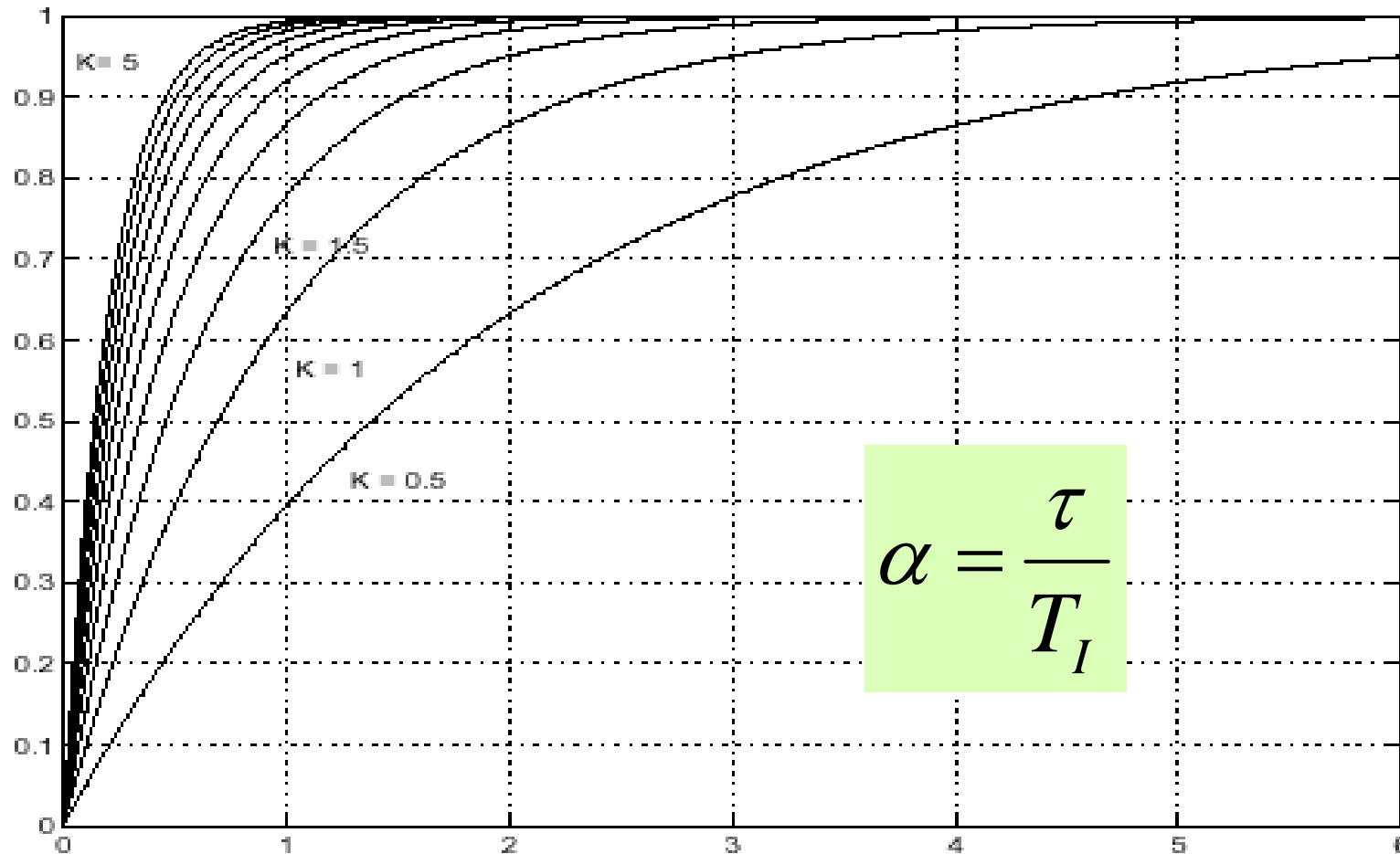
$$Y(p) = F(p)X(p) + H(p)W(p)$$

$$\text{où : } F(p) = \frac{K(1 + T_i p)}{T_i p^2(1 + \tau p) + K(1 + T_i p)} \text{ et } H(p) = \frac{T_i p}{T_i p^2(1 + \tau p) + K(1 + T_i p)}$$

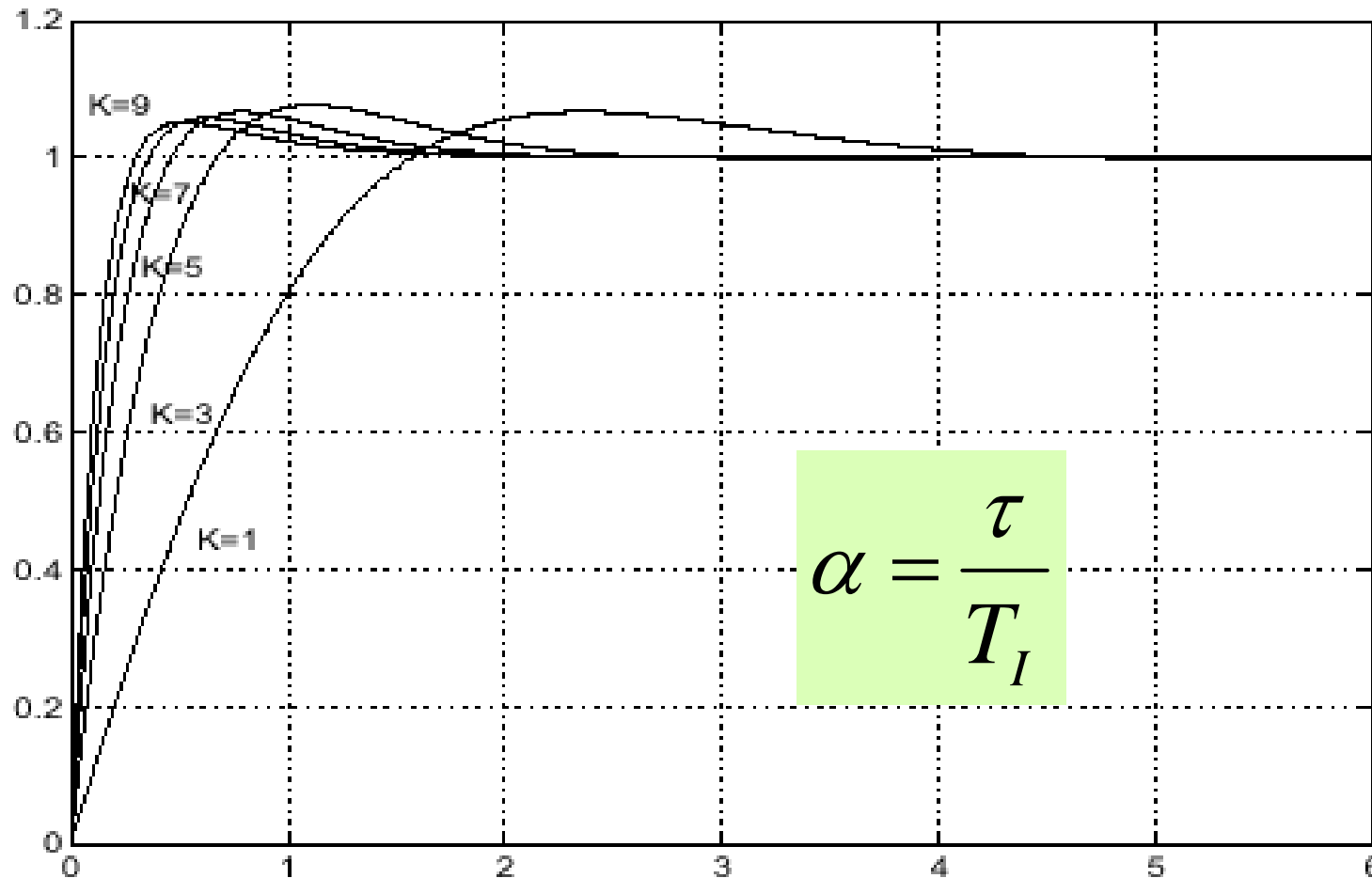
- Erreur position + traînage (statique) : $\varepsilon(\infty) = 0$
- Erreur régulation (perturbation) : $\varepsilon_W(\infty) = 0$
- Attention stabilité !!



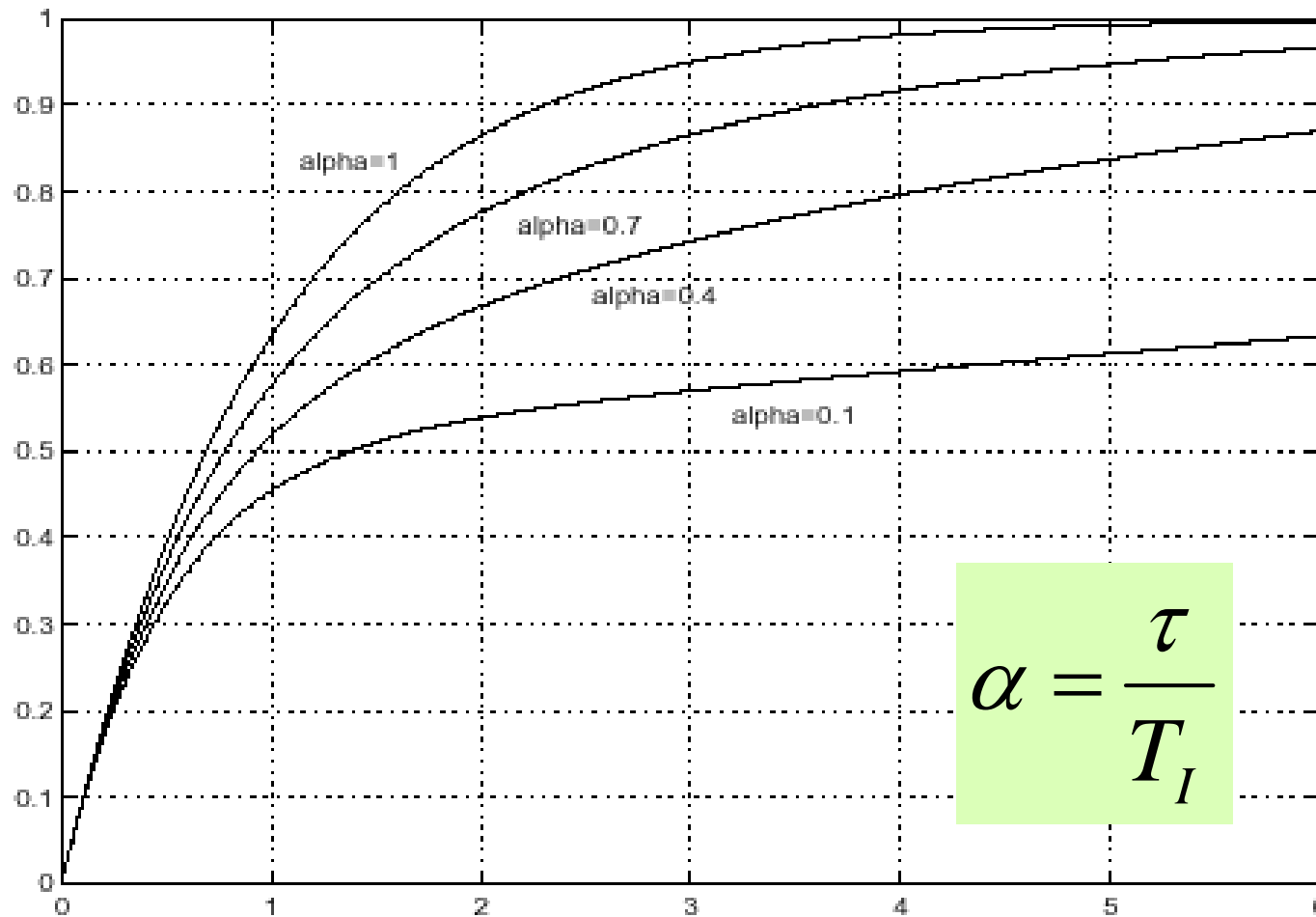
Résultats : réponse indicielle (1) : $\alpha=1$, $K \nearrow \searrow$

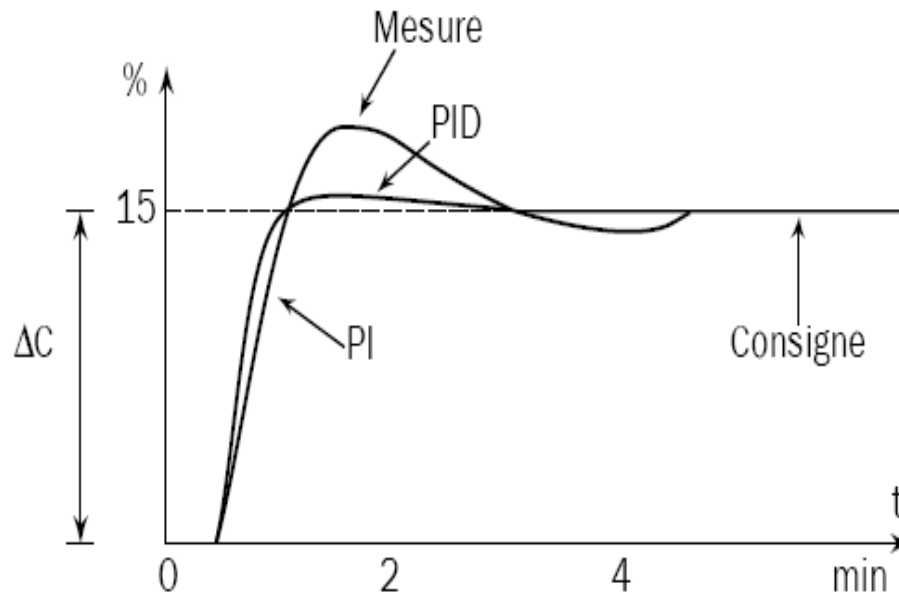


Résultats : réponse indicielle (2) : $\alpha=2$, $K \nearrow \searrow$



Résultats : réponse indicielle (3) : $K=1$, $\alpha \nearrow \searrow$



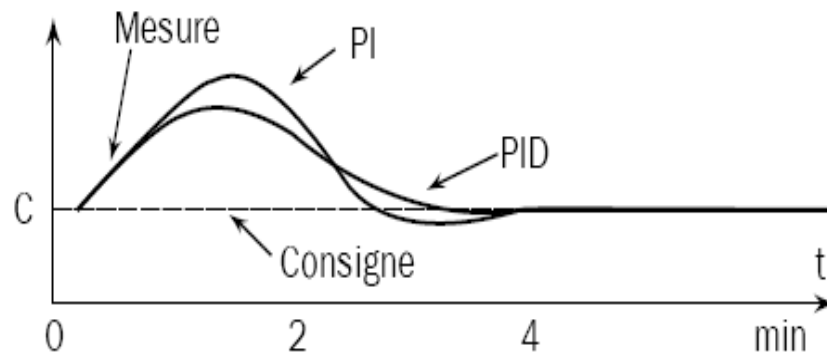


> Action Dérivée

Cette action surqualifie la commande à passer en la calculant à partir de la variation de l'erreur. Sur variation de l'erreur, l'action dérivée va intervenir mais s'annulera pour une erreur constante. L'utilisation de l'action dérivée impose d'éliminer tous les bruits entachant la mesure sous peine de voir son système en mouvement permanent.

L'action dérivée peut se calculer soit sur l'écart mesure consigne, soit sur la mesure. Le calcul sur la mesure se prête au cas de maintien et évite d'avoir une réaction trop grande en cas de variation de consigne.

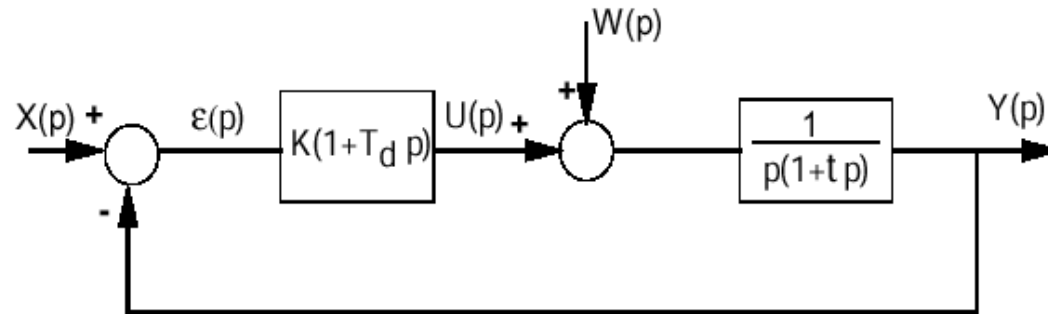
Le réglage de la dérivée se fera en donnant T_d qui est un coefficient de multiplication de la valeur de la dérivée instantanée. La commande sera donc $S = T_d (dE/dt)$. T_d est exprimé en unité de temps car S est une amplitude alors que dE/dt est une vitesse.



- *Améliore précision dynamique*
- *Améliore stabilité (et tend à compenser le retard)*
- *Aucune action sur précision statique*
- *Commande agitée (dangereux pour actionneur)*



Le principe



$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \boxed{K(1 + T_d p)}$$

La structure générale

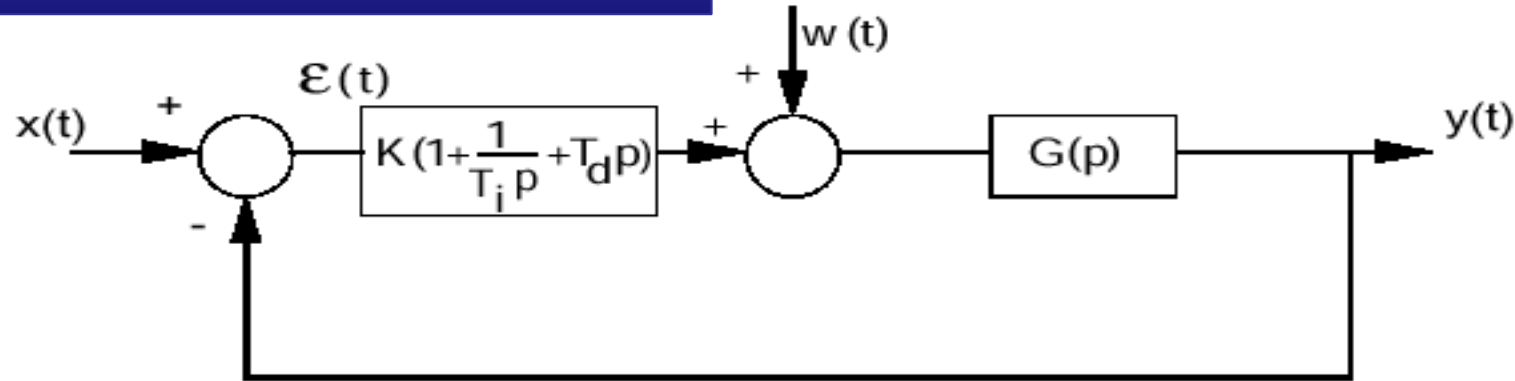
$$Y(p) = \frac{\omega_0^2(1 + T_d p)}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) + \frac{\frac{1}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p)$$

$$Y(p) = \frac{\frac{K}{\tau}(1 + T_d(p))}{p^2 + \left(\frac{1+KT_d}{\tau}\right)p + \frac{K}{\tau}} X(p) + \frac{\frac{1}{\tau}}{p^2 + \left(\frac{1+KT_d}{\tau}\right)p + \frac{K}{\tau}} W(p)$$

Action sur transitoire (précision dynamique) + Commande agitée



Le principe



$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_P + \frac{K_I}{p} + K_d p = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$$

La structure générale

$$Y(p) = \frac{\text{numPID}(p) \text{ numG}(p)}{\text{numPID}(p) \text{ numG}(p) + \text{denPID}(p) \text{ denG}(p)} X(p) + \frac{\text{numG}(p) \text{ denPID}(p)}{\text{numG}(p) \text{ numPID}(p) + \text{denPID}(p) \text{ denG}(p)} W(p)$$



Action « P »

- ↗ précision statique ($\neq 0$),
- ↗ rapidité,
- risque instabilité

Action « I »

- ↗ précision statique ($= 0$),
- ↗ filtrage,
- ↘ stabilité,
- ↘ précision dynamique (D1% ↗),

Action « D »

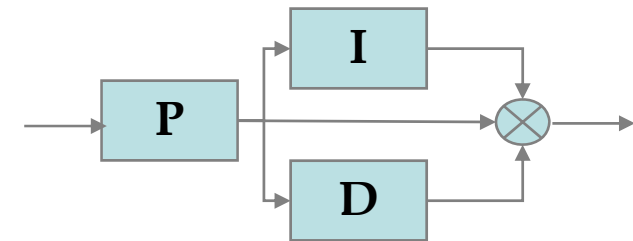
- ↗ rapidité (compense retard),
- ↗ stabilité,
- ↗ précision dynamique (↘ D1%),
- ↗ bruit commande, inefficace en régime permanent (précision statique)



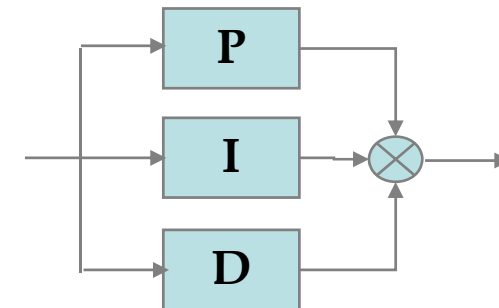
□ **Série :**
$$C(p) = K_c \frac{(1+T_i p)}{T_i p} (1+T_d p)$$

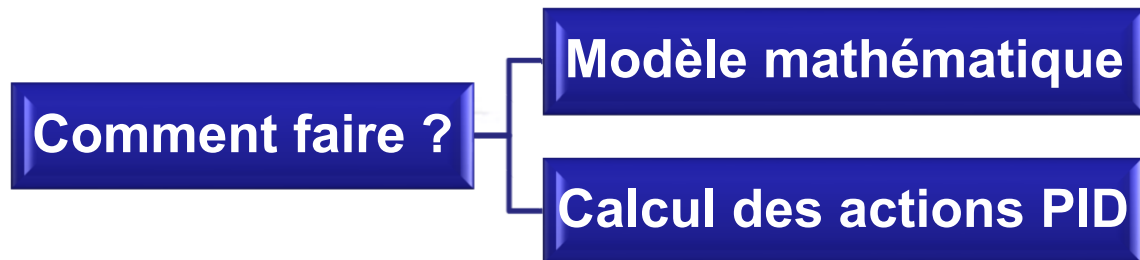


□ **Mixte :**
$$C(p) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p\right)$$



□ **Parallèle :**
$$C(p) = K_c + \frac{1}{T_i p} + T_d p$$





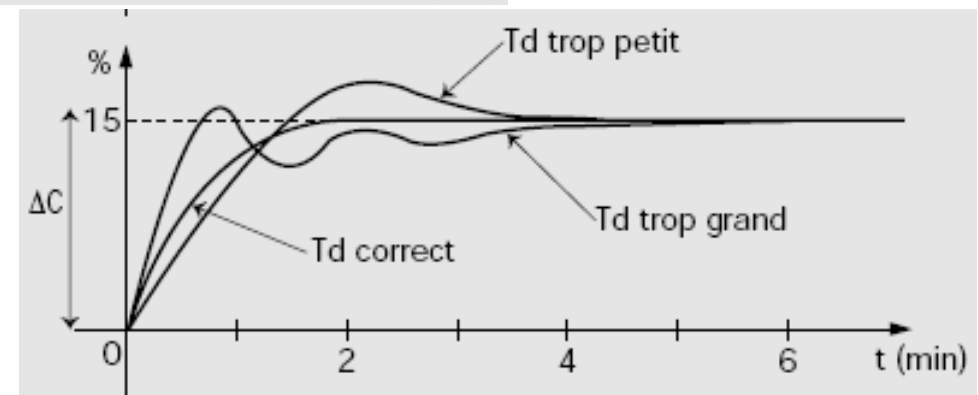
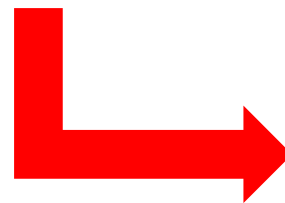
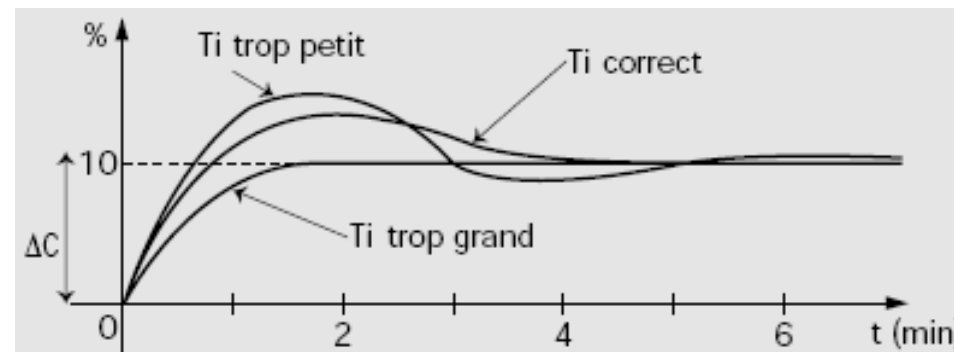
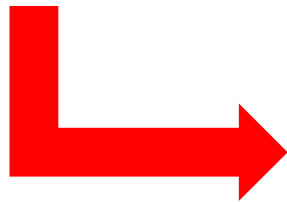
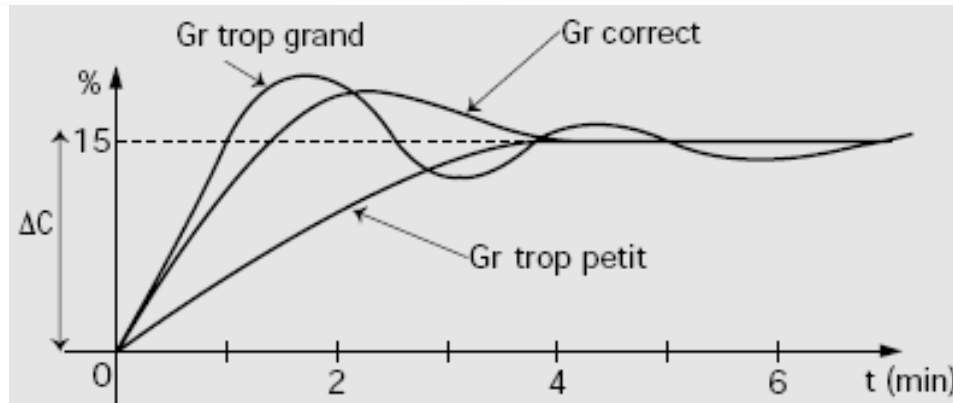
Malheureusement : il y a un fossé entre théorie et pratique.

En effet, les descriptions mathématiques sont souvent complexes (exemple thermodyn ou mécaflu). Même si on arrive à établir ces équations, il faudrait connaître (parfaitement) les paramètres (capacités calorifiques, viscosité, nombre de Reynolds, etc...). De plus cela conduit souvent à des équations de très grande dimension, difficiles à exploiter ensuite.

Pour déterminer les paramètres essentiels afin de pouvoir obtenir les paramètres des correcteurs, d'autres techniques doivent être utilisées. Il en existe plusieurs, basées sur des techniques pratiques :



PID : réglages successifs



METHODOLOGIE

1

Commencer par le gain proportionnel jusqu'à apparition d'oscillations (limite de stabilité pour systèmes d'ordre ≥ 2)

2

Introduire action intégrale (commencer $T_i = T_{BO}$ puis diminuer). Attention, la diminution augmente la rapidité mais aussi le dépassement !

3

Arrêter la diminution de T_i lorsque la vitesse est satisfaisante (autoriser un léger excès sur le dépassement)

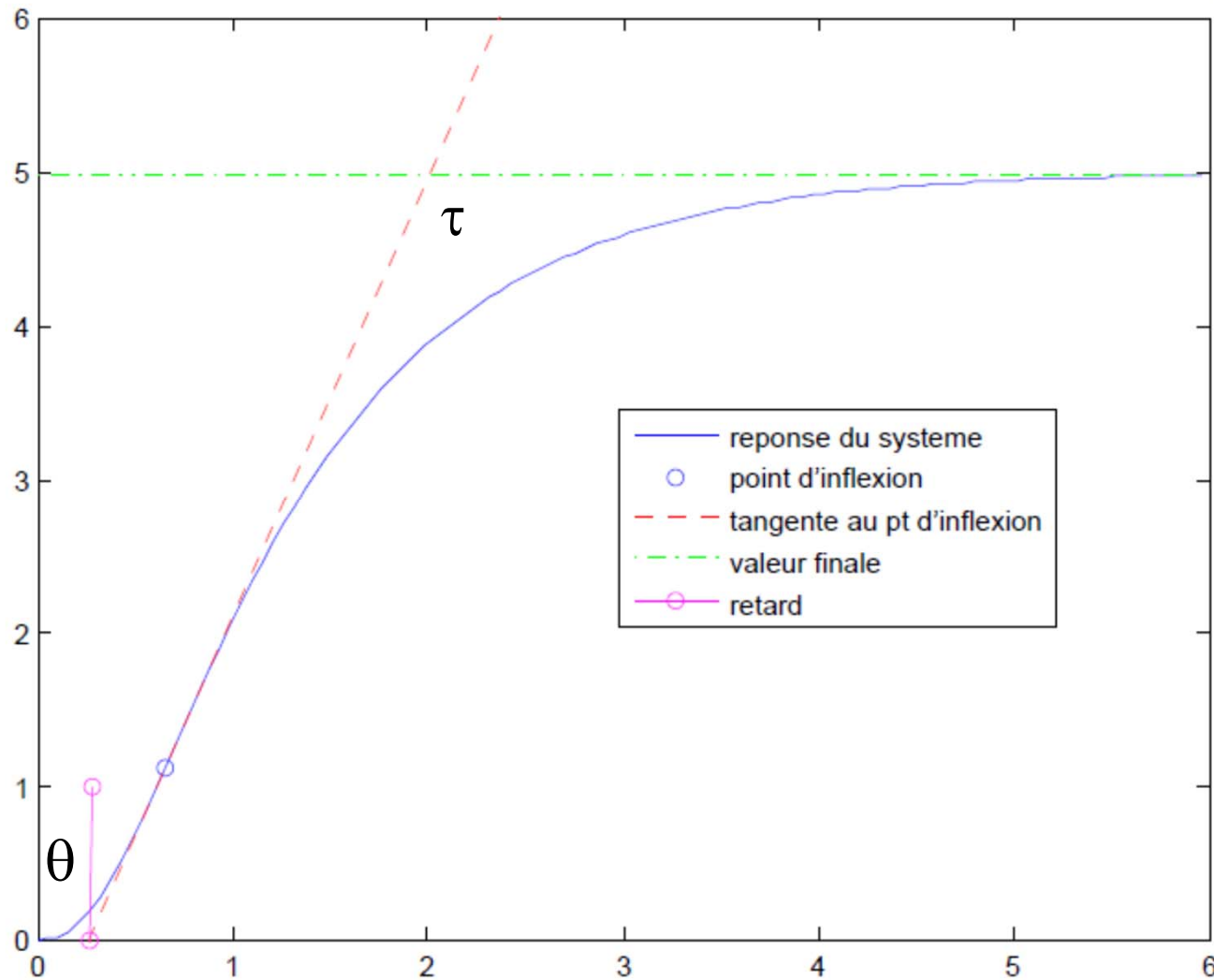
4

Rajouter ensuite une action dérivée de manière à « écraser » le dépassement (va avoir tendance à ralentir légèrement)

Une autre technique consiste à régler en priorité l'action dérivée ($T_d > T_{BO}$, généralement $T_d = 4 T_{BO}$) puis rajouter T_i jusqu'aux limites souhaitées du dépassement

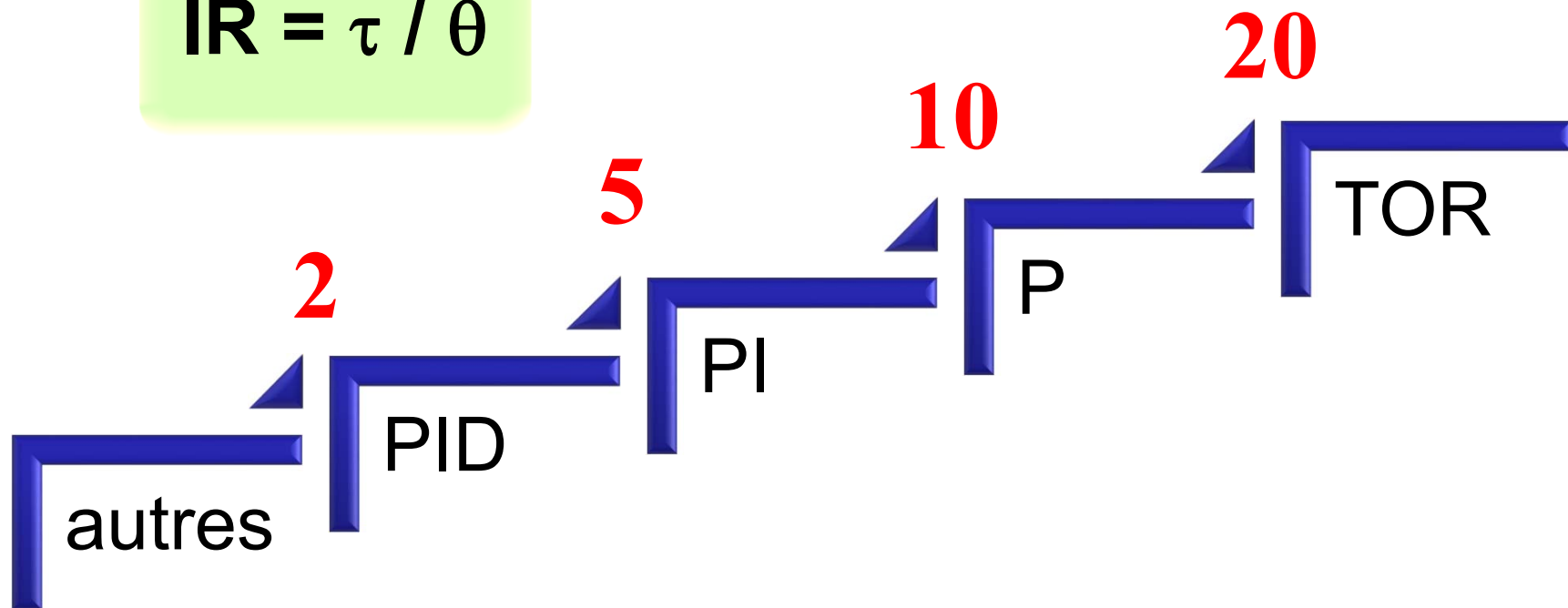


PID : estimer le retard

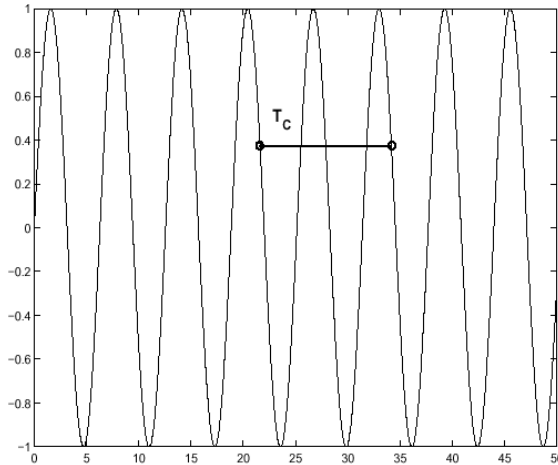


Indication pour la structure
minimale du correcteur à
choisir

$$IR = \tau / \theta$$



Ziegler & Nichols : ZN (BF)



| Modes de régul. | P | PI série | PI parallèle | PID série | PID parallèle | PID mixte |
|-----------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|
| Actions | | | | | | |
| G_r | $\frac{G_{rc}}{2}$ | $\frac{G_{rc}}{2,2}$ | $\frac{G_{rc}}{2,2}$ | $\frac{G_{rc}}{3,3}$ | $\frac{G_{rc}}{1,7}$ | $\frac{G_{rc}}{1,7}$ |
| T_i | Maxi | $\frac{T}{1,2}$ | $\frac{2.T}{G_{rc}}$ | $\frac{T}{4}$ | $\frac{0,85.T}{G_{rc}}$ | $\frac{T}{2}$ |
| T_d | 0 | 0 | 0 | $\frac{T}{4}$ | $\frac{T.G_{rc}}{13,3}$ | $\frac{T}{8}$ |

Méthodologie:

1. mettre le système en limite de stabilité (oscillations d'amplitude constante). Pour cela, utiliser un correcteur proportionnel de gain : G_r
2. Augmenter G_r jusqu'aux oscillations. Noter G_{rc} ce gain critique.
3. Relever alors la période T de ces oscillations
4. Le tableau nous fourni alors toutes les valeurs des paramètres des différents correcteurs

Avantage : cette méthode s'applique en boucle fermée (intéressant pour les systèmes instables en BO)

Inconvénient : mettre le système en pompage (oscillations) fatigue/use les actionneurs



Exemple : Ziegler-Nichols en BF par calcul

Soit un système de fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G(p) = \frac{1}{p(p+2)(p+3)}$$

On cherche à déterminer un correcteur *PID* pour ce système, à l'aide de la deuxième méthode de Ziegler et Nichols. Pour cela, on considère dans un premier temps que l'on associe le système de fonction de transfert $G(p)$ à un correcteur P , dans une boucle fermée à retour unitaire. On détermine ensuite la valeur du gain K_c du correcteur qui produit une limite de stabilité, de la manière suivante :

La fonction de transfert en boucle fermée est : $F(p) = \frac{K}{p^3+5p^2+6p+K}$.

Le critère de Routh appliqué à ce système donne :

$$\begin{array}{c|cc} p^3 & 1 & 6 & 0 \\ p^2 & 5 & K & 0 \\ p^1 & \frac{30-K}{5} & 0 & 0 \\ p^0 & K & 0 & 0 \end{array}$$

donc $K_c = 30$.

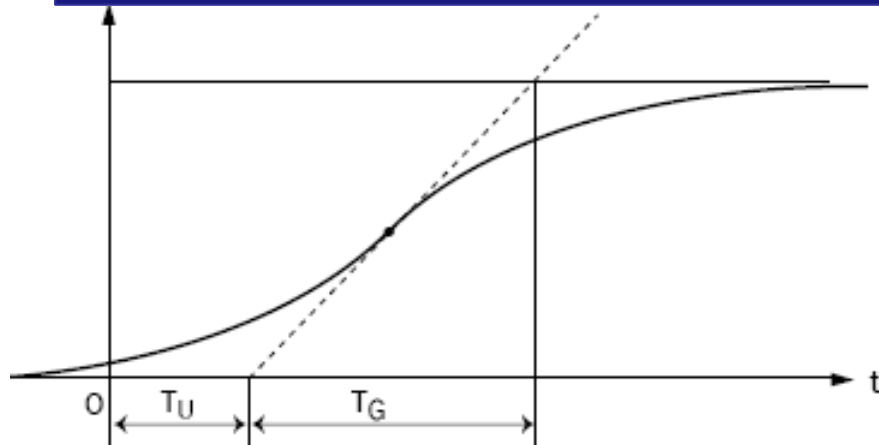
Afin de déterminer la période des oscillations T_c , on va en calculer la pulsation ω_c , en annulant simplement l'équation caractéristique associée à la fonction de transfert du système en boucle fermée : $(j\omega_c)^3 + 5(j\omega_c)^2 + 6j\omega_c + 30 = 0$ ou bien encore : $(30 - 5\omega_c^2) + j\omega_c(6 - \omega_c^2) = 0$ qui donne : $\omega_c^2 = 6$ et donc $T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi}{\sqrt{6}}$

Le correcteur *PID* proposé par Ziegler et Nichols a pour paramètres :

$$\begin{aligned} K &= 0.6K_c = 1.8 \\ T_i &= 0.5T_c = 1.280 \\ T_d &= 0.12T_c = 0.308 \end{aligned}$$



Réglage 2 : ZN / CHR (BO)



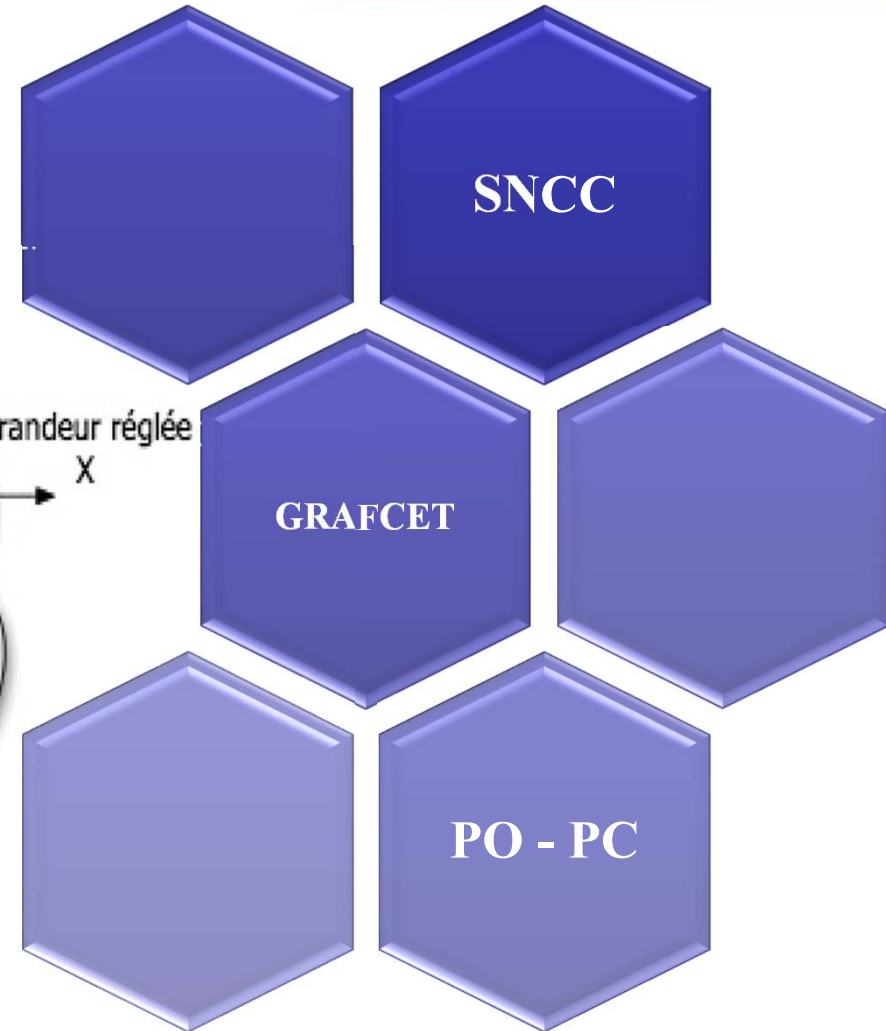
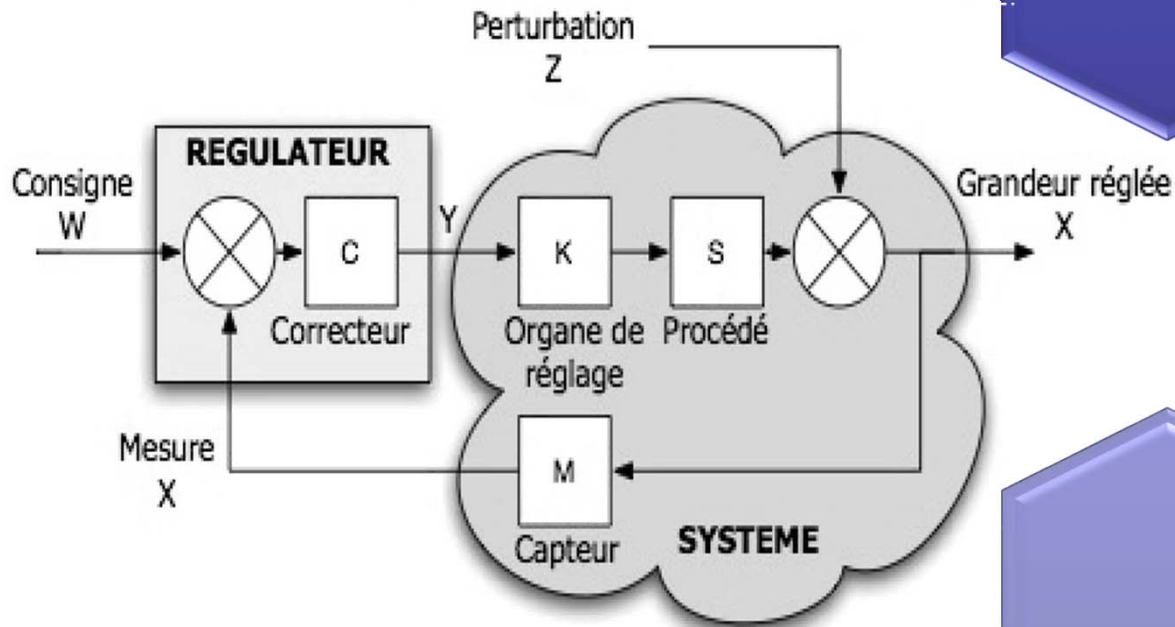
Régulateur PID mixte

Fonction du transfert : $R(p) = G_r \left(1 + \frac{1}{p \cdot T_i} + p \cdot T_d \right)$

| Valeurs recommandées par Ziegler & Nichols | |
|--|--|
| Régulateur | Paramètres de réglage |
| P | $G_r = \frac{T_G}{T_U}$ |
| PI | $G_r = 0,9 \frac{T_G}{T_U}$ $T_i = 3,3 T_U$ |
| PID | $G_r = 1,27 \frac{T_G}{T_U}$ $T_i = 2 T_U$ $T_d = 0,5 T_U$ |

| Valeurs recommandées par Chien-Hrones-Reswick | | | |
|---|-------------------------|---|--|
| Régulateur | Paramètre du correcteur | Comportement aperiodique | Comportement à 20% de dépassement D |
| P | G_r | $0,3 \frac{T_G}{T_U}$ | $0,7 \frac{T_G}{T_U}$ |
| PI | G_r T_i | $0,6 \frac{T_G}{T_U}$ $4 T_u$ | $0,7 \frac{T_G}{T_U}$ $2,3 T_u$ |
| PID | G_r T_i T_d | $0,95 \frac{T_G}{T_U}$ $2,4 T_u$ $0,42 T_u$ | $1,2 \frac{T_G}{T_U}$ $2 T_u$ $0,42 T_u$ |

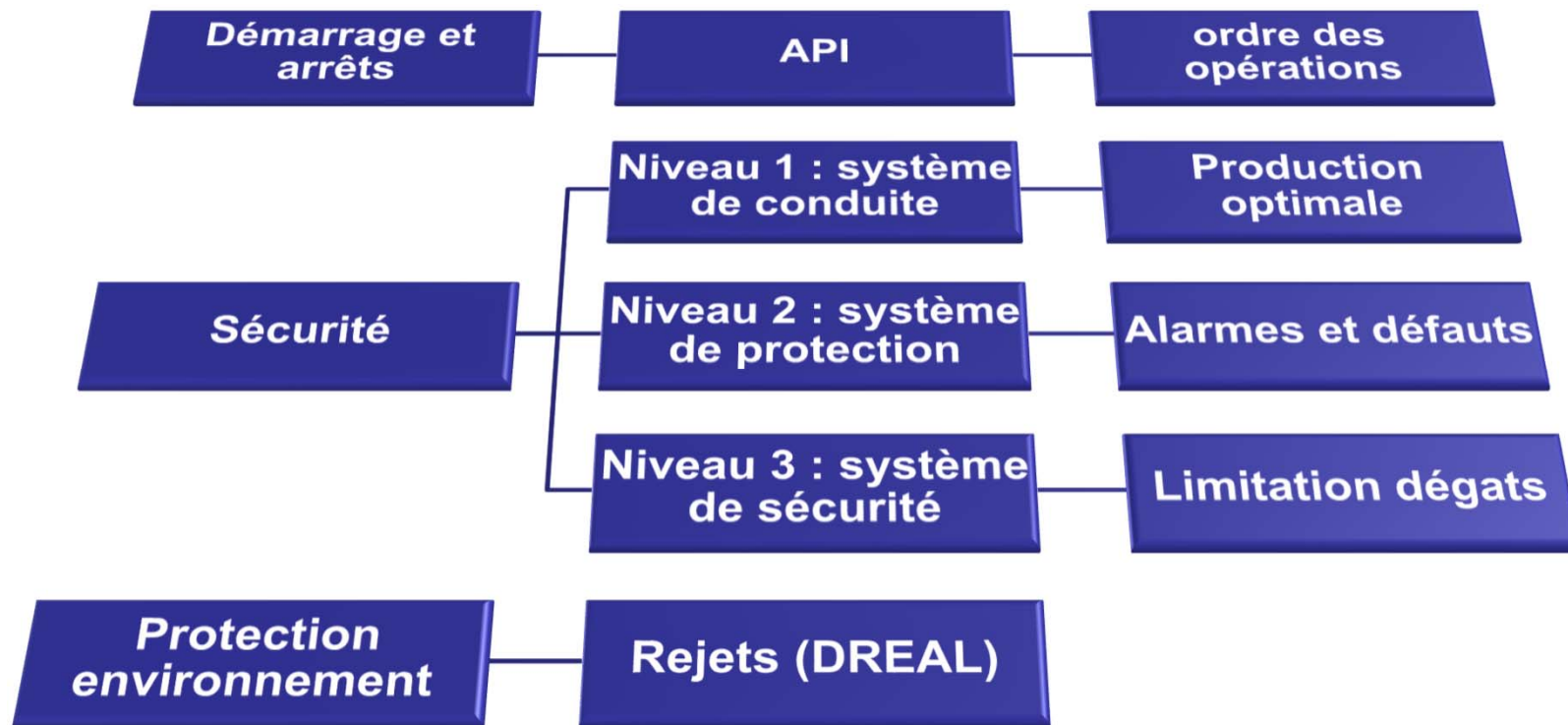


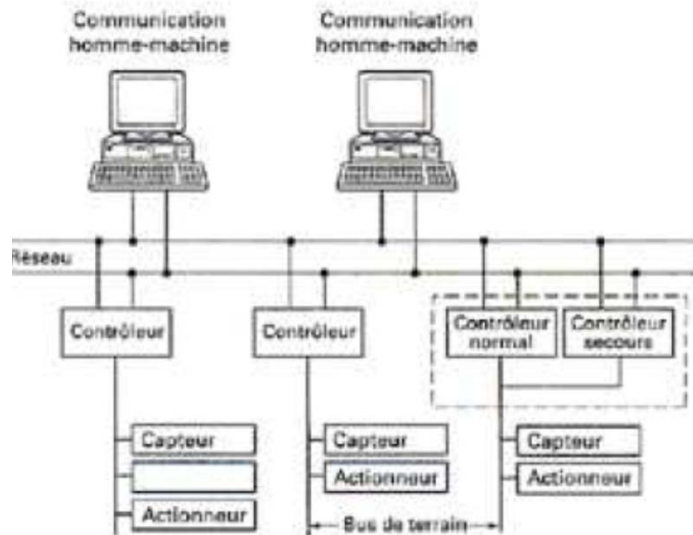


Tout ce qui a été vu précédemment ne s'attache qu'à l'étude du fonctionnement normal des installations industrielles. Il faut garder à l'esprit que l'analyse fonctionnelle d'une installation ne se limite pas à ce seul fonctionnement.

On doit prendre en compte les aspects suivants :

- Les phases d'arrêts et de démarrage
- Sécurité des personnes et des installations
- Environnement





- mesure paramètres physiques
→ l'instrumentation
- commande et surveillance du
process → les opérateurs
(via IHM)
- traitement des signaux et des
ordres → des automates

Un **Système Numérique de Contrôle-Commande** (SNCC), ou DCS (*Distributed Control System* en anglais) est un système de contrôle de procédé industriel doté d'une **Interface Homme-Machine** (IHM) pour la supervision et d'un réseau de communication numérique.

Les SNCC viennent en fait remplacer les API (**Automates Programmables Industriels**) qui sont plus utilisés pour traiter des systèmes séquentiels peu complexes. Les SNCC sont plus utilisés pour les systèmes complexes optimisant l'implémentation des fonctions PID, contrôle de procédé et sécurité.

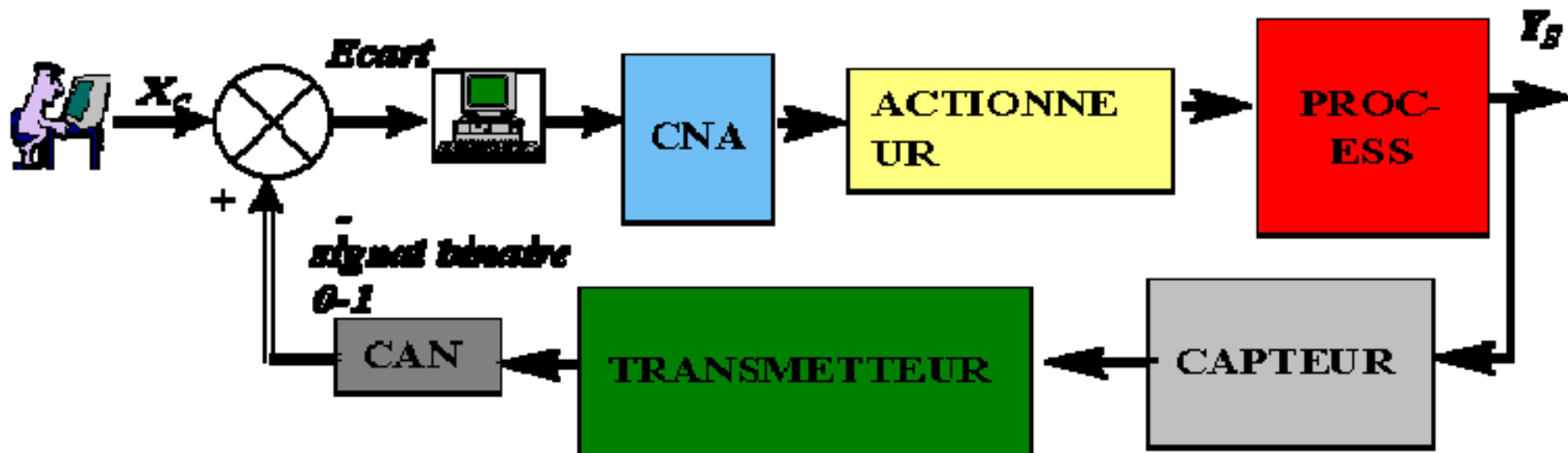


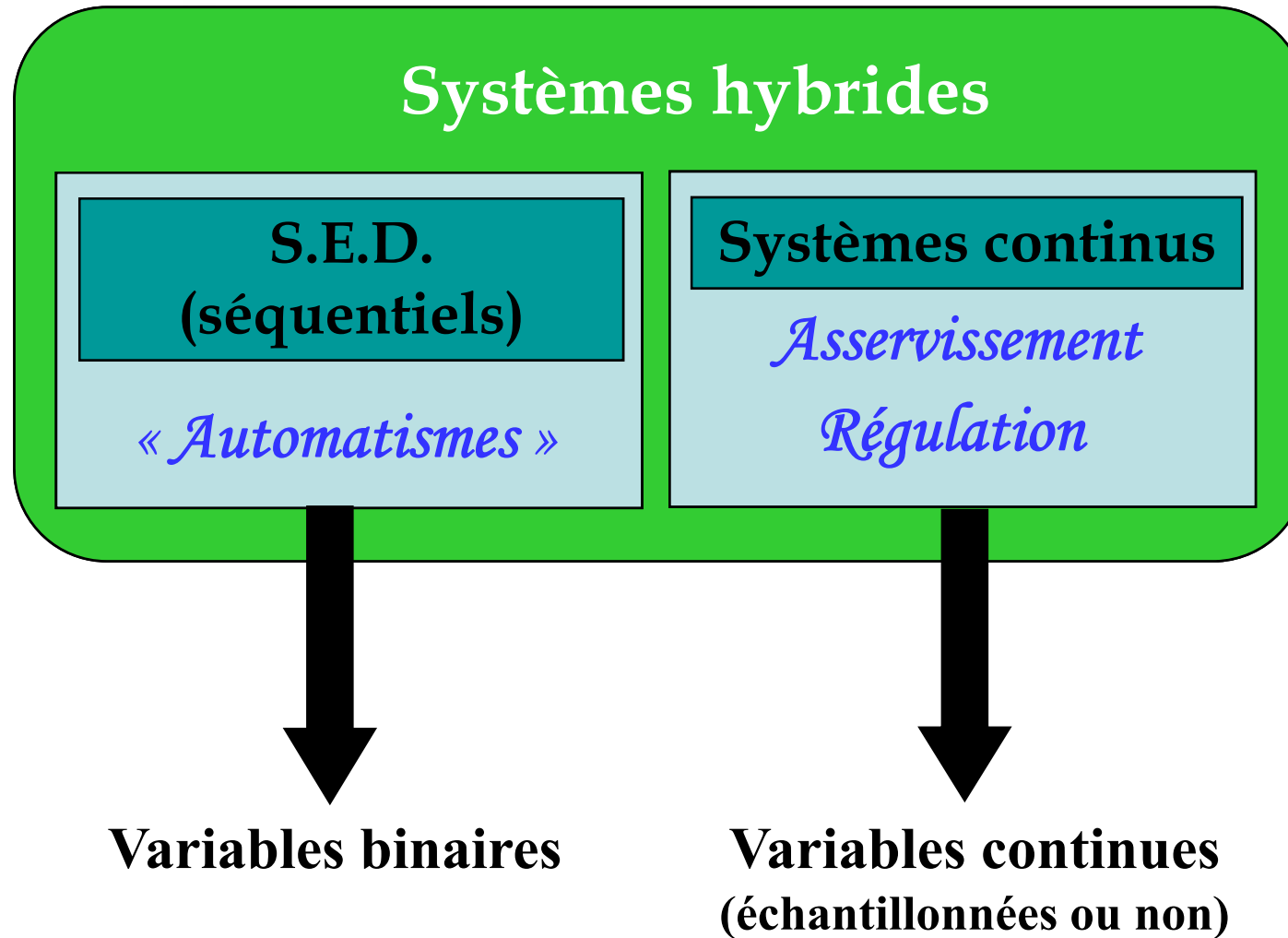
Systemes à Evénements Discrets

Systemes automatisés de production (SAP)

⇒ Automates programmables industriels (API)

⇒ Outils de description (GRAFCET)



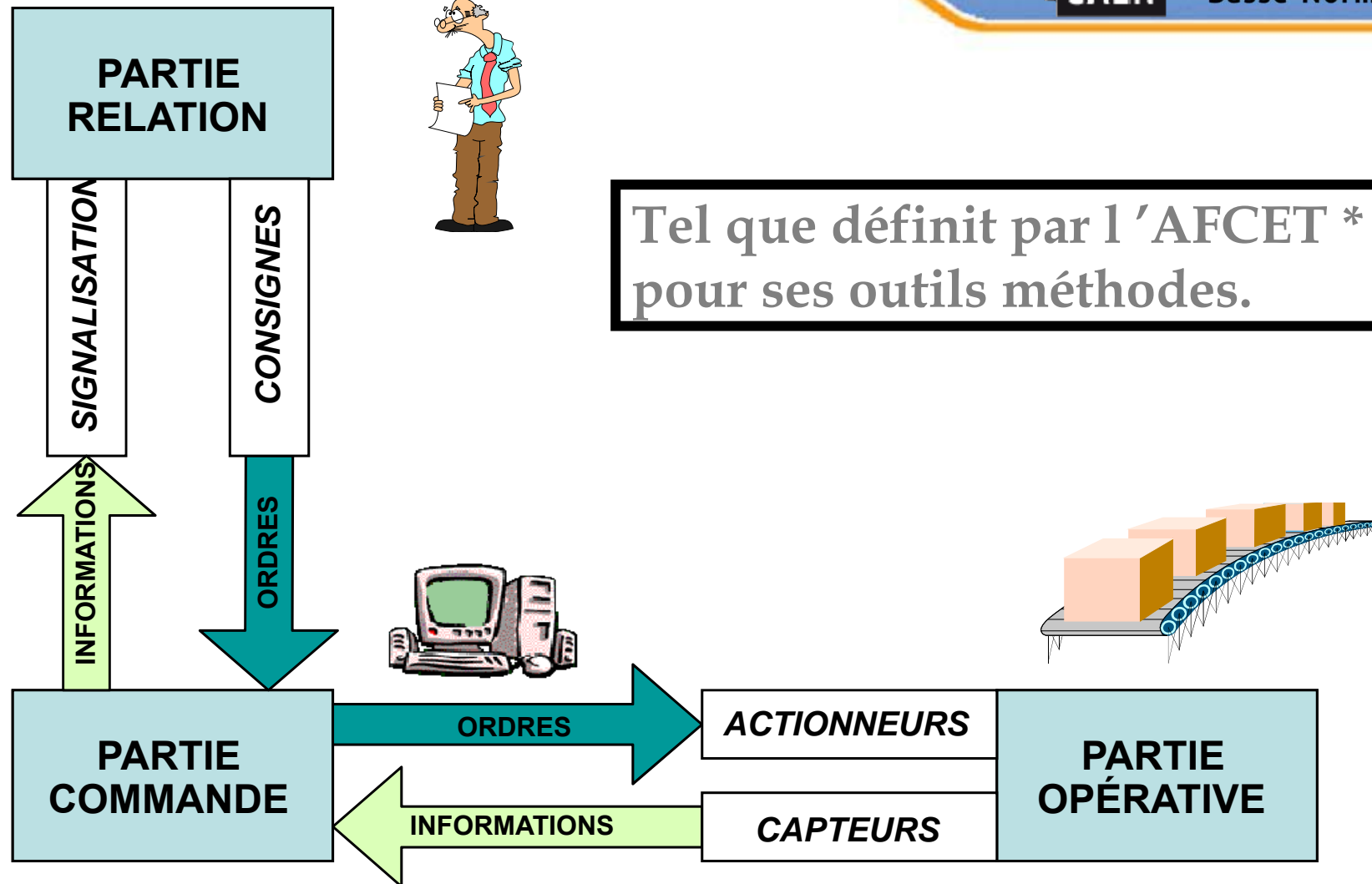


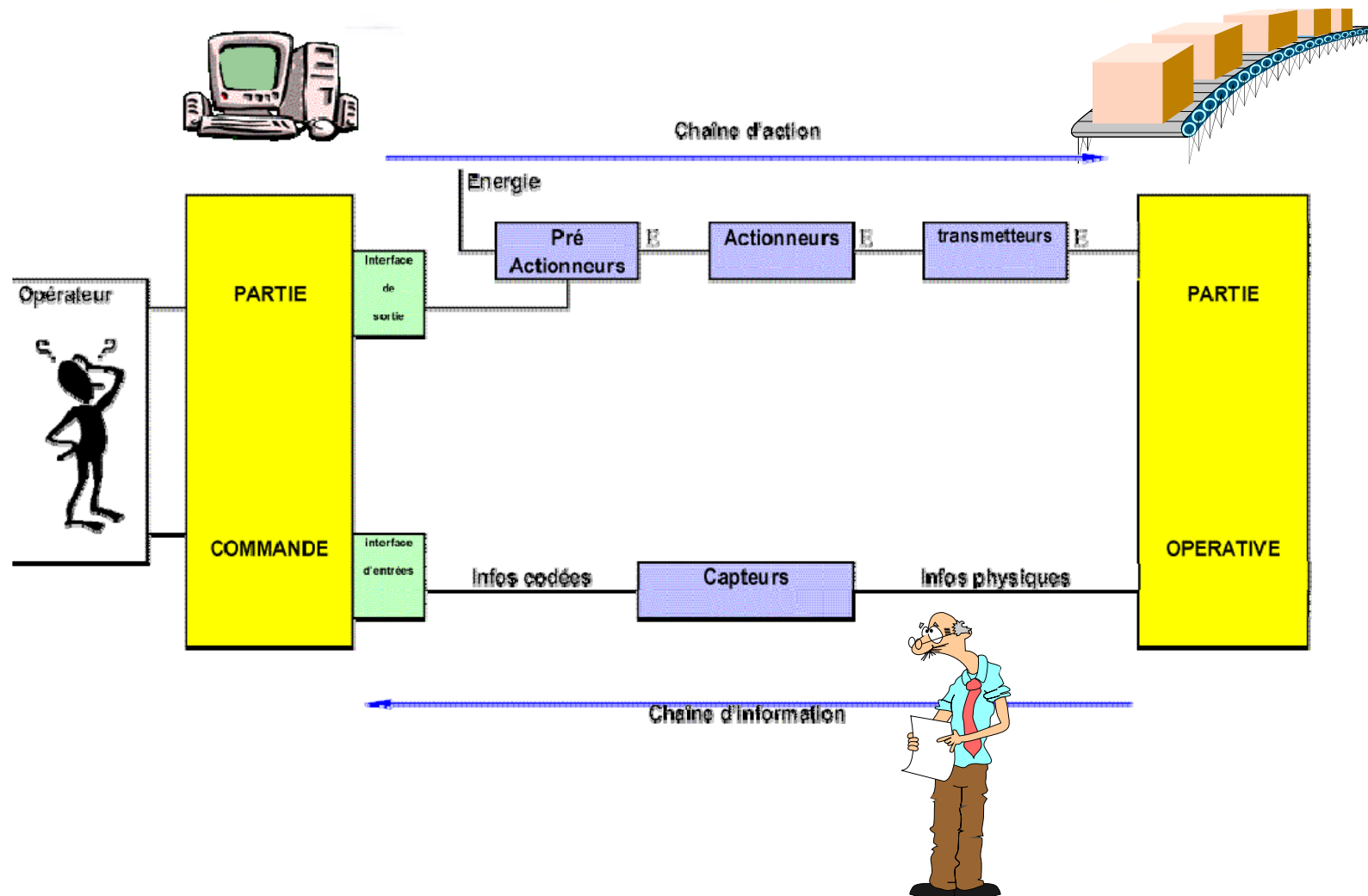
- ➔ Élimination de tâches répétitives ou sans intérêt
- ➔ Simplification du travail humain
- ➔ Augmentation de la sécurité
- ➔ Proposer aux hommes des tâches + valorisantes
- ➔ Accroître la productivité
- ➔ Économiser (et/ou optimiser) matières premières énergie
- ➔ Superviser les installations et les machines

 **Attention**

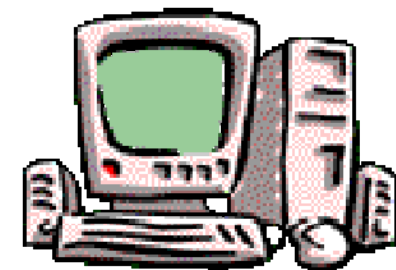
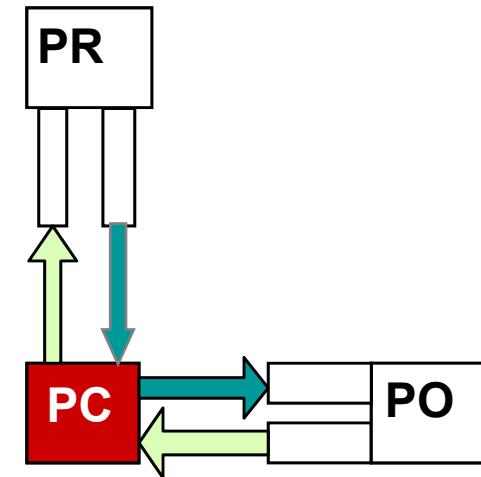
Automatisation : a consommer avec modération !







- ❑ Automates programmables (API)
- ❑ Séquenceurs (électromécaniques ou pneumatiques)
- ❑ Microcontrôleurs
- ❑ Cartes dédiées



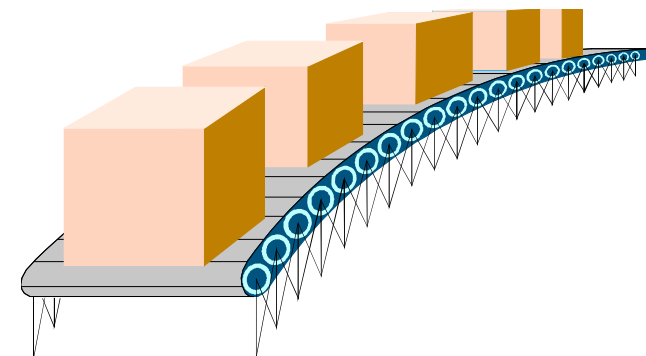
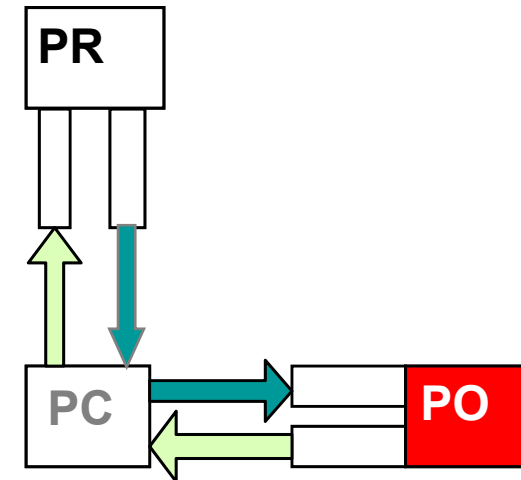
Les signaux sont de basse puissance (signal de sortie automate incapable de faire fonctionner directement un moteur triphasé de quelques kW) : il faut un contacteur (pré-actionneur) !

Actionneurs

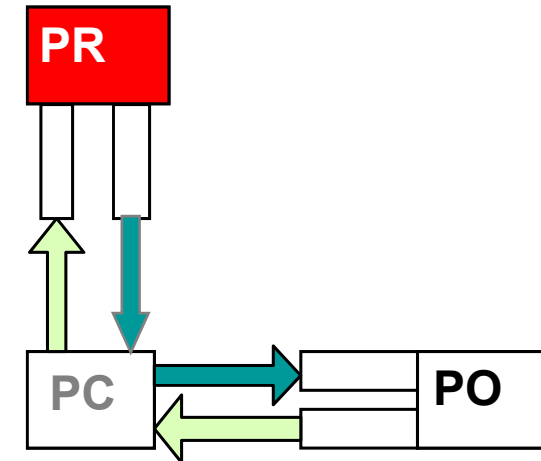
- Moteurs électriques
- Vérins pneumatiques ou hydrauliques
- Vannes (électriques ou pneumatiques)
- Éléments chauffants
- ... (puissance)

Capteurs

- voir Cours capteurs



- ❑ Panneaux de commande (pupitre)
 - voyants, indicateurs
 - boutons poussoirs, sélecteurs



- ❑ Interface Homme-Machine (IHM)

- ❑ Alarmes
 - Visuelle, sonore



ÉLECTROMÉCANIQUE

- Grandeur physique :
 - **Courant électrique.**
- Organes binaires :
 - Contacts électriques.
- Action : rotation-translation

PNEUMATIQUE

- Grandeur physique :
 - **Pression d'air.**
- Organes binaires :
 - Distributeurs, vérins.
- Action : ↑ Translation, Bruyant.

ÉLECTRONIQUE

- Grandeur physique :
 - **Différence de potentiel avec la masse.**
- Organes binaires :
 - Transistors, Triacs.

HYDRAULIQUE

- Grandeur physique :
 - **Pression d'huile.**
- Organes binaires :
 - Distributeurs, vérins.
- Action : ↓ Translation, ↑ Force, « Sale ».





The mediocre teacher tells.
The good teacher explains.
The superior teacher demonstrates.
The great teacher inspires.

-William Arthur Ward



END



Pourquoi d'autres types de corrections ?

- ✓ meilleures performances (faiblesse du PID, PB du retard)
- ✓ mieux adaptés aux spécificités des systèmes (chim., bio-Pro, pharma., cosméto, agro.)

Plus de boucles ? D'autres boucles ?

- ✓ dans la suite

Comment traiter le retard ?

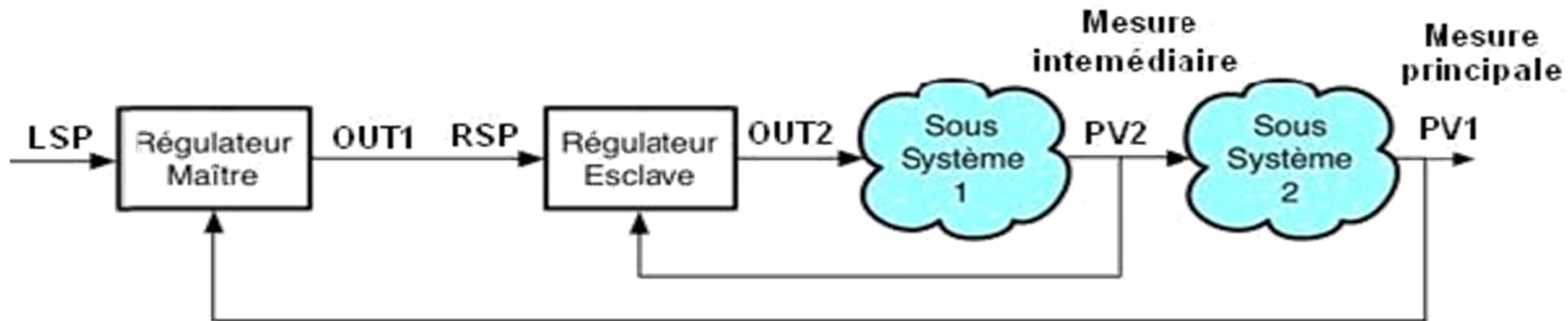
- ✓ Correcteur de Smith (hors programme, LPRO)

Et les procédés multivariables ?

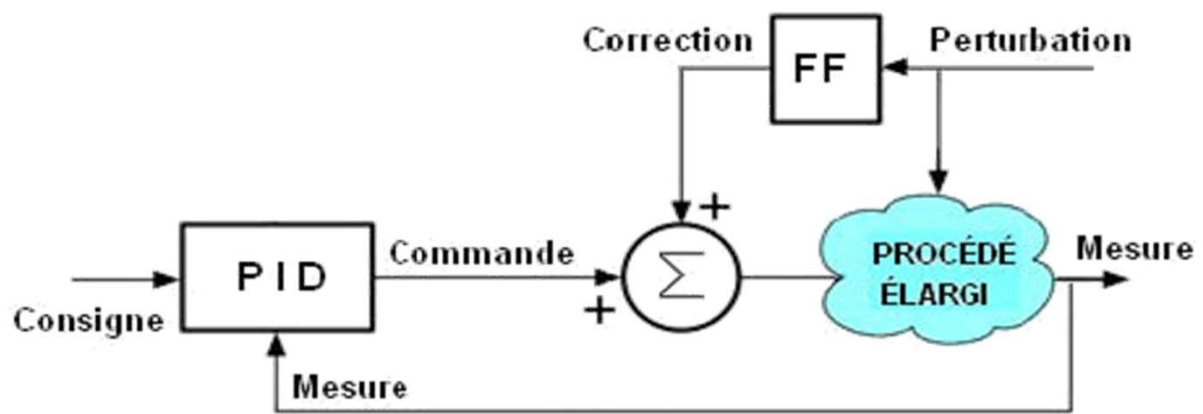
- ✓ Découplage (hors programme, LPRO)



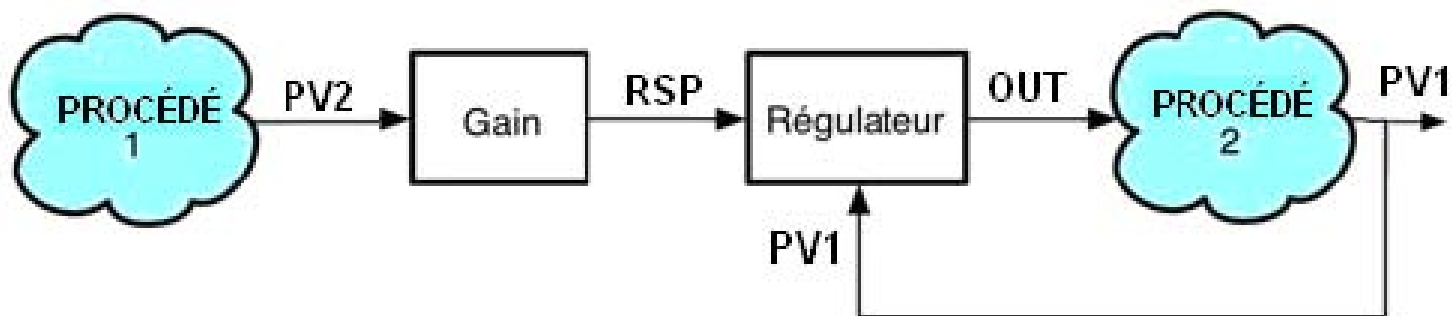
Cascade (postérieure)



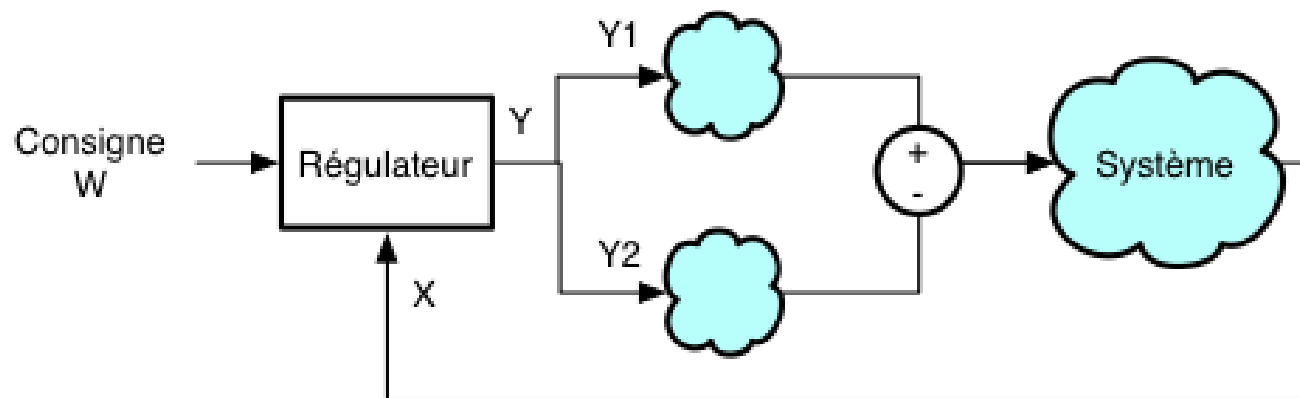
A priori / tendance / feedforward



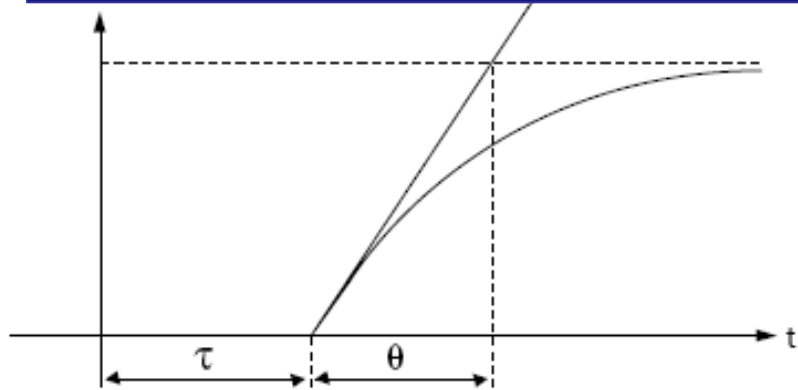
De rapport / proportion / ratio



« split-range », partage d'étendue



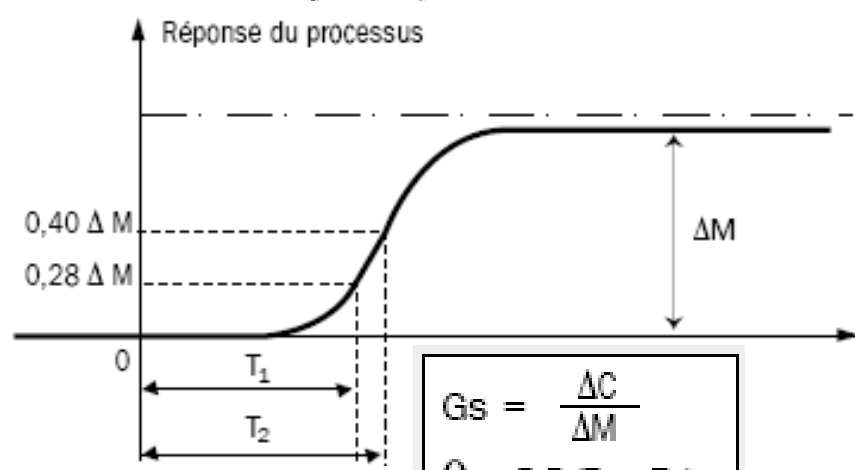
Réglage 3 : Broïda (BO)



lecture directe

$$H(p) = \frac{G_s e^{-\tau p}}{1 + \theta p}$$

Paramètres de réglage



$$G_s = \frac{\Delta C}{\Delta M}$$

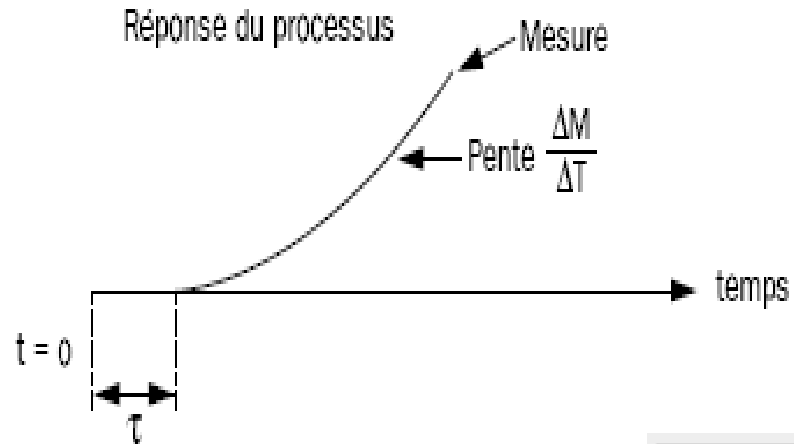
$$\theta = 5,5 (T_2 - T_1)$$

$$\tau = 2,8T_1 - 1,8T_2$$

| Modes de régul. | P | PI série | PI parallèle | PID série | PID parallèle | PID mixte |
|-----------------|---|---|---|--|---|---|
| Actions | | | | | | |
| G_r | $\frac{0,8 \cdot \theta}{G_s \cdot \tau}$ | $\frac{0,8 \cdot \theta}{G_s \cdot \tau}$ | $\frac{0,8 \cdot \theta}{G_s \cdot \tau}$ | $\frac{0,85 \cdot \theta}{G_s \cdot \tau}$ | $\frac{\frac{\theta}{\tau} + 0,4}{1,2 \cdot G_s}$ | $\frac{\frac{\theta}{\tau} + 0,4}{1,2 \cdot G_s}$ |
| T_i | Maxi | θ | $\frac{G_s \cdot \tau}{0,8}$ | θ | $\frac{G_s \cdot \tau}{0,75}$ | $\theta + 0,4 \cdot \tau$ |
| T_d | 0 | 0 | 0 | $0,4 \cdot \tau$ | $\frac{0,35 \cdot \theta}{G_s}$ | $\frac{\theta \cdot \tau}{\tau + 2,5 \cdot \theta}$ |



Réglage 4 : Broïda (BO instable)



$$H(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{p} \quad \text{avec } \tau : \text{retard}$$

$$\tau = \text{lecture directe}$$

$$K = \frac{1}{\Delta t} \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

Paramètres de réglage

| Modes de régul. Actions | P | PI série | PI parallèle | PID série | PID parallèle | PID mixte |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|----------------------------|
| G_r | $\frac{0,8}{K \cdot \tau}$ | $\frac{0,8}{K \cdot \tau}$ | $\frac{0,8}{K \cdot \tau}$ | $\frac{0,85}{K \cdot \tau}$ | $\frac{0,9}{K \cdot \tau}$ | $\frac{0,9}{K \cdot \tau}$ |
| T_i | Maxi | $5 \cdot \tau$ | $\frac{K \cdot \tau^2}{0,15}$ | $4,8 \cdot \tau$ | $\frac{K \cdot \tau^2}{0,15}$ | $5,2 \cdot \tau$ |
| T_d | 0 | 0 | 0 | $0,4 \cdot \tau$ | $\frac{0,35}{K}$ | $0,4 \cdot \tau$ |

