Loi exponentielle

Elle est définie par sa densité de probabilité f(t) soit : $f(t) = \lambda.\exp(-\lambda.t)$

1) Calculer sa logVraisemblance Λ

2) Calculer l'estimateur du paramètre λ suivant la méthode du maximum de vraisemblance.

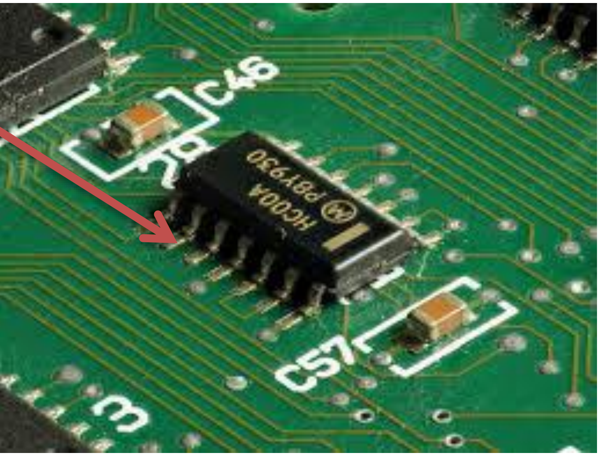
3) Calculer la fonction réciproque $Q(t) = F^{-1}(t)$ de la probabilité de défaillance F(t)

4) Sous Excel, pour $\lambda = 0{,}001$, générer 10 instants de défaillance Q(t) = alea(). Estimer le paramètre λ correspondant et le comparer à la valeur théorique.

5) Réaliser les mêmes opérations pour 100 instants de défaillance. Quand concluez-vous ?

Essais accélérés

Supposons que l'on veuille établir un modèle de fiabilité des joints brasés d'un circuit intégré. Nous savons que c'est le cyclage thermique qui va pouvoir mettre en évidence ce mécanisme de défaillance de vieillissement.



Pour le modèle AFT, la modélisation du paramètre d'échelle η est proposée à partir de la loi de Coffin – Manson définie par :

$$\eta(\Delta T) = K.\Delta T^m$$

où ΔT est l'amplitude thermique
m le coefficient de Coffin – Manson

Essais accélérés

Nous avons réalisé 2 essais de cyclage thermique sur 12 composants identiques soit :

Essai 1 : DT = 180°C

935
851
1017
525
889
978
936
1139
575
1013
987
1153

Essai 2 : DT = 100°C

3361
3025
3353
2743
2711
3009
2137
3110
3855
2690
2521
3124

Essais accélérés

Nous choisissons un modèle Weibull – Coffin/Manson défini par son taux de défaillance :

$$\lambda(t, \Delta T) = \left(\frac{\beta}{K.\Delta T^{-m}}\right).\left(\frac{t}{K.\Delta T^{-m}}\right)^{\beta-1}$$

On sait que le facteur d'accélération entre les 2 essais peut être défini par :

$$AF = \frac{\eta 2}{\eta 1} = \frac{K.DT2^{-m}}{K.DT1^{-m}} = \left(\frac{DT1}{DT2}\right)^{m}$$

D'autre part, on sait qu'un estimateur du paramètre d'échelle η est donné par :

$$\hat{\eta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} TTFi^{\beta}}{n}\right)^{1/\beta}$$

où n est le nombre de composants en essai
TTF sont les instants de défaillance

Essais accélérés

1) Calculer le paramètre d'échelle η pour les 2 conditions de test

2) En prenant la condition comme référence, calculer le facteur d'accélération de la 2ème condition

3) En déduire la valeur du paramètre « m »

4) Considérons un profil de vie opérationnel constitué de 2 phases définies par :

	DT	Ncyc
Phase 1	10	7 300
Phase 2	45	36 500

Fiabilité avec maintenance

Soit un mécanisme de vieillissement modélisée par une loi Normale de paramètre μ = 1 000 et σ = 300.

1) Calculer la densité de probabilité des 15 premières pannes sous Excel

2) Calculer le Rocof équivalent

3) Vérifier qu'il tend bien vers 1/MTTF

4) Calculer le nombre de pannes observées

FIDES

Soit le profil de vie opérationnel suivant :

	Durée	Ta
Phase 1	2 500 hrs	15 °C
Phase 2	1 500 hrs	45 °C
Phase 3	4 000 hrs	70 °C

Sachant que

$$\lambda_{physique} = \sum_{i=1}^{p} \frac{D_i}{\sum_{j=1}^{p} D_j} . \lambda_i$$

calculer le taux de défaillance physique correspondant

Système série

1) Démontrer que le taux de défaillance d'un système série comportant « n » composants est donné par :

$$\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

2) Sachant que :

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(t)dt \qquad R(t) = exp\left(-\int_0^t \lambda(u)du\right)$$

démontrer que :

$$MTTF = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$$

Système parallèle

1) Démontrer que, la fonction de survie d'un système parallèle composé de « n » éléments identiques, est donnée par:

$$Rs(t) = 1 - (1 - R(t))^n$$

2) A partir de la formule du binôme de Newton, démontrer que le MTTF d'un système parallèle, composé d'éléments suivants une loi exponentielle, est donné par :

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} \cdot \frac{(-1)^{i+1}}{i}$$

3) Combien faut-il mettre de composants en parallèle pour au moins que le MTTF système soit le double du MTTF d'un composant?