

Les neutrinos dans le modèle standard et au-delà

Le modèle électrofaible, parfois appelé modèle de Salam-Weinberg, décrit les interactions faible et électromagnétique, leur unification, et les différentes particules qui peuvent interagir par l'intermédiaire de ces deux forces. Ce modèle est à la base du modèle standard de la physique des particules. Il a été construit de manière à prendre en compte les résultats expérimentaux de l'époque, notamment :

- l'existence du neutrino pour expliquer le spectre de la désintégration bêta
- le fait que les leptons gauches et droits n'interagissent pas de la même façon avec la force faible
- la différence entre les portées des interactions faible (courte) et électromagnétique (infinie)

Cette théorie est une théorie de jauge, utilisant un groupe de symétrie. Nous n'allons pas ici décrire le modèle standard complet, mais seulement nous intéresser sans rentrer dans les détails aux leptons, ce qui exclut l'interaction forte et les quarks. Le modèle peut ensuite être étendu pour les incorporer. Également, il existe trois générations de particules, nous n'allons ici décrire le modèle que pour la première génération. Au niveau des neutrinos, il n'y aura donc que le neutrino électronique, les deux autres saveurs (tau et muon) peuvent être incorporées en étendant le modèle [1].

1.1 Groupe de symétrie et représentations

Hélicité

Pour une particule massive, l'hélicité est définie comme la projection du spin sur le tri-vecteur quantité de mouvement. Si le spin est dans le sens de la quantité de mouvement, on parle d'hélicité droite, et d'hélicité gauche dans le cas contraire. La chiralité détermine la représentation du groupe de Poincaré par laquelle se transforme une particule. Dans le cas de particules de masse nulle, les actions des opérateurs chiralité et hélicité sont équivalentes. Par contre pour des particules massives, dont la vitesse est inférieure à celle de la lumière, l'hélicité de la particule peut être modifiée par un changement de référentiel (boost de Lorentz), elle n'est donc plus une caractéristique intrinsèque de la particule.

Dans la suite, les termes particules gauches ou droites signifieront particules de chiralité gauche ou particules de chiralité droite respectivement.

Groupe de symétrie

Le groupe de symétrie du modèle électrofaible est le groupe produit :

$$SU(2) \times U_Y(1)$$

La partie $SU(2)$ est appelée ‘isospin faible’. Sa constante de couplage sera notée g , et ses générateurs T^a . La partie $U_Y(1)$ est appelée ‘hypercharge faible’, sa constante de couplage sera notée g' et son générateur Y .

L'électromagnétisme fait partie de cette théorie, il existe donc un sous-groupe de $SU(2) \times U_Y(1)$, noté $U_{EM}(1)$ qui représente la symétrie électromagnétique. Cependant il faut noter que ce sous-groupe $U_{EM}(1)$ est différent de $U_Y(1)$.

Etant donné le principe d'invariance de jauge, l'opérateur dérivée covariante que l'on appliquera aux états leptoniques est alors de la forme :

$$D^\mu = \partial^\mu - igW^{\mu a}T^a - ig'B^\mu\frac{Y}{2}$$

Choix des représentations pour les leptons

Nous nous intéressons ici aux leptons, qui sont des fermions. Il faut donc une représentation (opérateurs décrivant la façon dont le groupe de symétrie agit sur les particules) sous forme de spineurs pour ces particules. Nous avons dit précédemment que les leptons gauches et droits n'interagissaient pas de la même façon avec la force faible. Pour traduire cela, des représentations différentes sont utilisées pour ces deux groupes.

Leptons gauches Il y a deux types de leptons gauches : les électrons (e_L) et les neutrinos (ν_L) gauches. Nous savons grâce à la désintégration bêta qu'ils interagissent ensemble par l'intermédiaire de la force faible. Ils seront donc placés dans un doublet de saveur de $SU(2)$:

$$l_L^\alpha = \begin{pmatrix} \nu_L^\alpha \\ e_L^\alpha \end{pmatrix}$$

Nous utiliserons la représentation standard de $SU(2)$, à l'aide des matrices de Pauli τ^a :

$$T^a = \frac{\tau^a}{2}$$

Pour la partie $U_Y(1)$, il suffit d'assigner une hyper-charge q_{Y_L} à ce doublet, le générateur est alors $Y = q_{Y_L}\mathbb{I}$. La dérivée covariante obtenue pour les leptons gauches est donc :

$$D_L^\mu = \partial^\mu - igW^{\mu a}\frac{\tau^a}{2} - ig'B^\mu\frac{q_{Y_L}}{2}\mathbb{I}$$

Leptons droits Il n'y a aucunes traces expérimentales de l'existence de neutrinos droits. Le seul lepton droit à introduire dans la théorie est donc l'électron e_R , qui va logiquement être représenté par un singulet. Sachant que la force faible n'agit pas sur les particules droites, ce singulet est placé dans la représentation triviale de $SU(2)$ (tous les générateurs T^a sont nuls). Nous assignons également une hyper-charge q_{Y_R} à ce singulet pour la partie $U_Y(1)$ comme dans le cas des leptons gauches. La dérivée covariante obtenue pour les leptons droits est alors de la forme :

$$D_R^\mu = \partial^\mu - ig'B^\mu\frac{q_{Y_R}}{2}\mathbb{I}$$

1.2 Masse des leptons

Nous avons décrits les leptons comme des fermions chiraux. Cela pose un problème si l'on veut qu'ils aient une masse non nulle, ce qui se traduit par un terme de masse (de Dirac) dans le Lagrangien :

$$\mathcal{L}_m = -m\bar{\Psi}_e\Psi_e$$

où $\Psi_e = e_L + e_R$ est le spineur représentant l'électron, ce qui donne :

$$\mathcal{L}_m = -m(\bar{e}_Le_R + \bar{e}_Re_L)$$

Les composantes droites et gauches sont alors mélangées, empêchant e_R et e_L d'être individuellement des solutions de l'équation de Dirac. Les résultats expérimentaux montrent néanmoins que les électrons sont des particules massives. La solution consiste à utiliser le mécanisme dit de *brisure spontanée de symétrie*.

Expérimentalement, seule la symétrie électromagnétique est observée, il faut donc faire évoluer le groupe de symétrie :

$$SU(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_{EM}(1)$$

Pour cela, un champ (scalaire) de Higgs Φ ayant une valeur non nulle Φ_0 dans le vide est introduit. Ce champ va interagir avec les leptons par un terme d'interaction de Yukawa :

$$\mathcal{L}_{int} = g'' \Phi \bar{l}_L e_R + h.c$$

En choisissant pour Φ_0 une valeur du type :

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

nous obtenons : $\mathcal{L}_{int} = g'' \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_e \Psi_e + \text{termes d'ordre supérieur}$

Ce qui donne un terme de masse pour l'électron, avec une masse $m_e = \frac{g'' v}{\sqrt{2}}$. Ce mécanisme permet également de construire les bosons de jauge qui décrivent les interactions faibles et électromagnétiques, et de rendre compte des différentes portées de ces forces.

1.3 Les neutrinos dans ce modèle

Nous avons présenté ici uniquement la première génération de leptons, mais le mécanisme peut être répété pour les muons et les taus. Le modèle standard est ensuite obtenu en ajoutant les quarks et l'interaction forte. Ces extensions ne seront pas décrites ici.

Les neutrinos ont ici été introduits comme des particules uniquement gauches, et de masses nulles. Cela correspond à des choix et non à des impératifs théoriques. Nous aurions par exemple pu créer un terme de masse pour les neutrinos avec le mécanisme de brisure de symétrie en introduisant des neutrinos droits. En effet contrairement au cas du photon qui est de masse nulle à cause de la symétrie $U_{EM}(1)$, rien n'empêche le neutrino d'avoir une masse non nulle. Ce choix s'explique par le fait qu'à l'époque où le modèle standard a été développé, il n'y avait aucune indication expérimentale d'une masse non nulle pour le neutrino. Cependant, cela a changé avec les expériences sur les oscillations de saveur des neutrinos, à la fin du vingtième siècle.

Malgré cette découverte expérimentale, l'origine de la masse des neutrinos pourraient être différente du mécanisme présenté ici. En effet les limites expérimentales actuelles donnent des masses maximums très faibles pour les neutrinos. Ces masses étant bien plus faibles que celles des autres particules, il semblerait étrange que le même phénomène soit à l'oeuvre, sans justification de la faible masse obtenue pour les neutrinos. Pour ces derniers, des mécanismes de génération de masse différents de ceux possibles pour les autres particules du modèle standard peuvent également être postulés. Un tel modèle, le mécanisme de Seesaw, va être présenté dans les paragraphes suivants.

1.4 Particules de Majorana

Nous allons ici étudier les différentes possibilités théoriques pour donner une masse non nulle au neutrino. Le neutrino étant électriquement neutre et ponctuel, il pourrait être sa propre anti-particule, ce qui permet de créer un terme de masse supplémentaire, qui ne peut pas être utilisé pour les autres particules du modèle standard. Si c'est ce terme de masse supplémentaire qui donne sa masse au neutrino, cela pourrait expliquer pourquoi il a une masse si différente de celle des autres particules.

Les différents termes de masse

Terme de masse de Dirac

Il s'agit du terme de masse utilisé dans le modèle standard, il est de la forme :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_D &= -m_D \bar{\Psi} \Psi \\ \mathcal{L}_D &= -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L)\end{aligned}$$

Où le spinneur Ψ est défini par $\Psi = \nu_L + \nu_R$.

Ce terme nécessite un neutrino droit. Comme pour le cas de l'électron présenté au chapitre 1, il peut être ajouté comme un singulet de SU(2) car il n'interagit pas par la force faible. Toujours comme pour l'électron, ce terme de masse peut être généré grâce à la brisure spontanée de symétrie en ajoutant un terme d'interaction de Yukawa qui couplerait ν et $\bar{\nu}$ à un champs de Higgs Φ ($\mathcal{L}_{Yukawa} = g_\nu \bar{l}_L \Phi \nu_R + h.c.$).

Comme expliqué à la fin du paragraphe précédent, rien n'interdit a priori de créer un terme de masse de cette façon pour les neutrinos. Néanmoins il fait appel à ν_R , alors que cette particule n'a jamais été observée expérimentalement. Il serait préférable de trouver un mécanisme sans ν_R , ou au moins expliquant pourquoi cette particule n'a jamais été détectée si elle existe.

Terme de masse de Majorana

L'opération consistant à transformer toutes les charges d'une particule en leurs opposées (transformant ainsi la particule en son anti-particule) est appelée conjugaison de charge, et définit un opérateur de conjugaison de charge C.

Le conjugué de Majorana d'un spinneur Ψ est défini à l'aide de cet opérateur :

$$\Psi^c = C \bar{\Psi}^T = C \gamma^0 \Psi^*$$

Il est possible de montrer que si Ψ est une solution de l'équation de Dirac correspondant à une particule, alors Ψ^c est la solution correspondante pour une antiparticule. Ψ^c représente donc l'anti-particule de la particule représentée par Ψ .

Un spinneur est un spinneur de Majorana si il est égal à son conjugué de Majorana :

$$\Psi = \Psi^c \Leftrightarrow \Psi = C \bar{\Psi}^T$$

Ce qui revient à dire que la particule est sa propre anti-particule, et n'est évidemment possible que pour des particules neutres comme le photon par exemple. Il faut également noter que la conjugaison de Majorana change la chiralité : $(\Psi_L)^c$ a une chiralité droite.

Pour une particule de Majorana, de nouveaux termes de masse peuvent être construits :

-un terme de masse de Majorana gauche :

$$\mathcal{L}_{M_L} = -\frac{m_L}{2} (\bar{\nu}_L (\nu_L)^c + (\bar{\nu}_L)^c \nu_L)$$

-un terme de masse de Majorana droit :

$$\mathcal{L}_{M_R} = -\frac{m_R}{2} (\bar{\nu}_R (\nu_R)^c + (\bar{\nu}_R)^c \nu_R)$$

-et il est possible d'utiliser ces deux termes en même temps :

$$\mathcal{L}_M = -\frac{m_L}{2} (\bar{\nu}_L (\nu_L)^c + (\bar{\nu}_L)^c \nu_L) - \frac{m_R}{2} (\bar{\nu}_R (\nu_R)^c + (\bar{\nu}_R)^c \nu_R)$$

Nombre leptonique

Nous pouvons définir un nombre leptonique L, valant 1 pour les leptons et -1 pour les anti-leptons. Alors, pour les neutrinos :

$$L(\nu) = 1 \qquad L(\bar{\nu}) = -1$$

Ce nombre quantique est conservé dans toutes les interactions du modèle standard. Cela revient à dire que dans le cadre du modèle standard, la différence entre le nombre de leptons et d'anti-leptons est la même avant et après n'importe quel processus. Ce n'est par contre pas le cas si il y a un terme de masse de Majorana, comme nous allons le voir. Pour cela, il nous faut regarder l'influence d'un champ sur les neutrinos, qui peut être résumé par le tableau suivant [2] :

Champ	Agissant sur ν	Agissant sur $\bar{\nu}$
ν	annihilation	création
$\bar{\nu}$	création	annihilation
$(\nu)^c$	création	annihilation
$(\bar{\nu})^c$	annihilation	création

Il apparaît qu'un champ et son conjugué de Majorana ont des effets opposés lorsqu'ils agissent sur un autre champ. Or entre un terme de masse de Dirac et un terme de masse de Majorana, l'un des champs est changé en son conjugué de Majorana. Ces deux termes de masse vont avoir des effets différents.

– Terme de masse de Dirac

$$\mathcal{L}_D = -m_D \bar{\nu} \nu$$

En faisant agir ce terme sur des neutrinos, nous obtenons :

$$\nu \rightarrow \nu \qquad \bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}$$

Ce terme de masse conserve le nombre leptonique

– Terme de masse de Majorana

$$\mathcal{L}_M = -\frac{m_L}{2} (\bar{\nu}_L (\nu_L)^c + (\bar{\nu}_L)^c \nu_L) - \frac{m_R}{2} (\bar{\nu}_R (\nu_R)^c + (\bar{\nu}_R)^c \nu_R)$$

Son action sur les neutrinos est donc :

$$\nu \rightarrow \bar{\nu} \qquad \bar{\nu} \rightarrow \nu$$

Ce qui donne $\Delta L = \pm 2$, et le nombre leptonique n'est pas conservé. En particulier, si il y a un terme de masse de Majorana dans le lagrangien, des processus violant la conservation de L pourront être observés. Parmi ces processus, l'un des plus intéressants est la double désintégration bêta sans neutrinos, sur laquelle nous reviendrons plus tard.

1.5 Le mécanisme de Seesaw

Les termes de masse de Majorana peuvent être utilisés pour construire un modèle expliquant la faible masse des neutrinos détectés par rapport aux masses des autres leptons, et le fait que seuls des neutrinos d'hélicité gauche sont observés. Ce modèle porte le nom de mécanisme de Seesaw, parfois appelé Balançoire en français.

La matrice de Seesaw

Ce modèle part d'une théorie contenant à la fois des termes de masse de Dirac et de Majorana. Le terme de masse peut alors être mis sous la forme (avec $(\nu)^c \equiv \nu^c$) :

$$\mathcal{L}_{mass} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \mathcal{M} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c$$

Où la matrice \mathcal{M} vaut :

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}$$

Comme dans le cas ordinaire, les particules physiques sont obtenues en diagonalisant \mathcal{M} , parfois appelée matrice de Seesaw. Nous allons détailler le mécanisme dans le cas à une saveur de neutrino, qui peut ensuite être étendu à trois saveurs.

Le modèle à une saveur de neutrino

Les valeurs propres de \mathcal{M} sont les solutions du polynôme

$$\begin{aligned} X^2 - (m_L + m_R)X + m_L m_R - m_D^2 &= 0. \\ \Delta &= (m_L + m_R)^2 - 4(m_L m_R - m_D^2). \end{aligned}$$

Nous faisons l'hypothèse qu'il existe une hiérarchie entre les différents termes de \mathcal{M} :

$$m_R = M \gg m_D \gg m_L \approx 0$$

Nous nous plaçons ensuite dans la limite où $m_L = 0$, ce qui revient à dire que seul un terme de masse droit de Majorana a été ajouté. Le discriminant se simplifie alors en :

$$\Delta = M^2 + 4m_D^2$$

Ce qui permet d'obtenir deux particules de masses :

$$\begin{aligned} m_{1,2} &= \frac{1}{2} \left(M \pm \sqrt{M^2 \left(1 + \frac{4m_D^2}{M^2} \right)} \right) \\ m_{1,2} &\approx \frac{1}{2} \left(M \pm M \left(1 + \frac{2m_D^2}{M^2} \right) \right) \end{aligned}$$

Nous prendrons pour les masses des particules :

$$m_N = M \qquad m_\nu = (-) \frac{m_D^2}{M}$$

(le signe moins de m_ν peut être éliminé par une redéfinition des champs). Ceci nous permet d'obtenir la relation du seesaw :

$$M m_\nu = m_D^2$$

et ainsi $M \gg m_D$ implique $m_\nu \ll m_D$.

Le principe du mécanisme de seesaw est donc le suivant : en supposant qu'il existe un neutrino de masse M très supérieure aux masses des autres particules du modèle standard (quarks, électrons, muons, taus), un second neutrino de masse très inférieure à cette gamme de masse est obtenu.

Nous pouvons illustrer ce principe par un exemple numérique, en considérant que l'échelle de masse de Dirac est de l'ordre de la masse du quark top, et que la masse du neutrino lourd est de l'ordre des énergies de grande unification [2] :

$$m_D \sim m_{top} \approx 175 \text{ GeV} \qquad M \sim \text{GUT scale} \approx 10^{15} \text{ GeV}$$

La relation du seesaw nous donne alors un neutrino léger de masse $m_\nu \sim 3 \times 10^{-2} \text{ eV}$, ce qui correspond à l'ordre de grandeur de la mesure expérimentale de $|\Delta m_{13}|$.

Pour trouver les particules physiques (les états propres de masse), il faut diagonaliser explicitement \mathcal{M} . Nous obtenons ainsi deux neutrinos physiques [2] :

- le neutrino léger $\nu_1 = \nu_L^c + \nu_L - \rho(\nu_R + \nu_R^c)$ de masse $\frac{m_D^2}{M}$
- le neutrino lourd $\nu_2 = \nu_R + \nu_R^c + \rho(\nu_L^c + \nu_L)$ de masse M . Ce neutrino est parfois noté N plutôt que

ν .
en notant $\rho = \frac{m_D}{M} \ll 1$.

Ces deux particules physiques sont des particules de Majorana ($\nu_1^c = \nu_1$, $\nu_2^c = \nu_2$). Enfin, le neutrino léger est constitué en grande partie de ν_L et le neutrino lourd de ν_R , de par la valeur de ρ .

L'extension à trois saveurs

Un mécanisme de seesaw peut également être construit en considérant trois saveurs de neutrinos. Le point de départ est toujours une théorie avec un terme de masse de Dirac et un terme de masse de Majorana, arrangés sous la forme :

$$\mathcal{L}_{mass} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \mathcal{M} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c$$

Avec : $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix}$

Cette fois-ci les champs représentant les neutrinos sont des vecteurs $\nu_i = \begin{pmatrix} \nu_{e,i} \\ \nu_{\mu,i} \\ \nu_{\tau,i} \end{pmatrix}$, m_D et M sont des matrices diagonales 3×3 . Nous pouvons obtenir par la même démarche que précédemment six neutrinos physiques (états propres de masse) :

- trois d'entre eux sont légers, avec des masses $\frac{m_{D_e}^2}{M_1}$, $\frac{m_{D_\mu}^2}{M_2}$, $\frac{m_{D_\tau}^2}{M_3}$
- les trois autres sont lourds, de masses M_1, M_2, M_3

Toutes ces particules sont des particules de Majorana.

1.6 Tests du mécanisme de seesaw : la double désintégration bêta

Le mécanisme de seesaw postule que les neutrinos sont des particules de Majorana, avec un terme de masse de Majorana. Cela signifie en particulier que :

- les neutrinos sont leurs propres antiparticules ($\bar{\nu} = \nu$)
- des processus faisant intervenir un ou plusieurs neutrinos qui violent la conservation du nombre leptonique L peuvent être observés.

Une façon de tester ce mécanisme est donc de chercher à observer des phénomènes qui nécessitent ces deux conditions. Comme le nombre leptonique est conservé dans toutes les interactions du modèle standard, si un processus tel que $\Delta L \neq 0$ était observé, il faudrait nécessairement modifier la théorie pour y ajouter de nouveaux termes comme par exemple un terme de masse de Majorana.

Un processus candidat pour ce type d'étude est la double désintégration bêta sans neutrinos. La double désintégration bêta est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux neutrons situés à l'intérieur d'un noyau se transforment en deux protons. Schématiquement, pour un noyau de numéro atomique Z et de nombre de masse A :

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + \dots$$

Il y a deux canaux possibles pour cette désintégration :

- avec émission d'anti-neutrinos ($2\nu\beta\beta$)
 $(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$
- sans émission d'anti-neutrinos ($0\nu\beta\beta$)
 $(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^-$

La première voie $2\nu\beta\beta$ n'est rien d'autre que deux désintégrations bêta standards se produisant simultanément. Ce processus est possible car pour certains isotopes il est plus favorable énergétiquement qu'une simple désintégration bêta. Cela s'explique par la plus grande stabilité des noyaux ayant des nombres A et Z pairs.

Ce processus utilise les interactions du modèle standard, et n'est donc pas celui qui nous intéresse ici (le nombre leptonique est conservé, et il ne nécessite pas que les neutrinos soient leurs propres antiparticules). Il a été observé pour une dizaine d'isotopes : ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{116}Cd , ^{128}Te , ^{130}Ba , ^{130}Te , ^{150}Nd et ^{238}U .

La seconde voie $0\nu\beta\beta$ est plus intéressante pour tester le mécanisme de seesaw. C'est une désintégration très lente qui fut envisagée pour la première fois par Fury en 1939. Cette désintégration produit deux leptons (les électrons) et aucun anti-lepton. Pour ce processus $\Delta L = 2$, et le nombre leptonique n'est pas conservé. C'est ce qui fait l'intérêt de ce canal de désintégration et explique pourquoi de nombreuses expériences cherchent à l'observer. En effet un théorème, dit de 'la boîte noire', postule que quelque soit le mécanisme effectivement à l'oeuvre dans ce processus, il faut nécessairement un terme de masse de Majorana dans la théorie pour pouvoir expliquer la non conservation du nombre leptonique.

Un autre intérêt de l'étude de ce processus est que son amplitude est proportionnelle à la masse des neutrinos. Dans le cas des oscillations de neutrinos, seule la différence entre les masses au carré des neutrinos peut être mesurée. L'étude de $0\nu\beta\beta$ permettrait donc de mesurer la masse absolue des neutrinos, et non uniquement de prouver qu'ils ont une masse non nulle. Cela suppose néanmoins que le mécanisme à l'oeuvre dans cette désintégration est bien celui qui est habituellement postulé (présenté en figure 1.1).

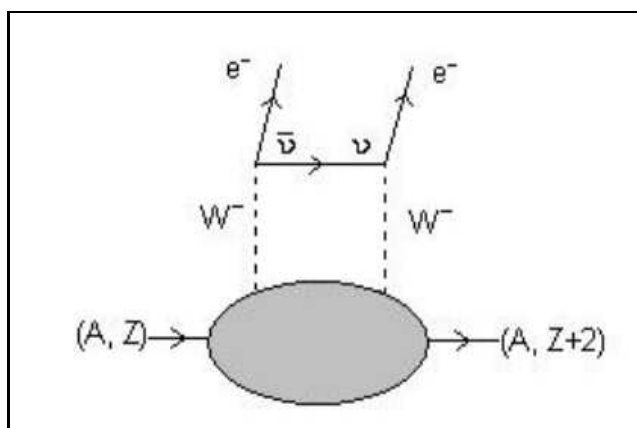


FIGURE 1.1 – Le mécanisme le plus simple postulé pour la double désintégration bêta sans neutrinos. Le 'neutrino' est produit comme un anti-neutrino et réabsorbé comme un neutrino.

A l'heure actuelle, aucune observation indiscutable de ce processus n'a été rapportée. La collaboration Heidelberg-Moscow prétend l'avoir observé sur l'isotope ^{76}Ge , néanmoins leur résultat est très controversé et ne fait pour l'instant pas l'unanimité [3, 4].

Il faut également noter que ces deux canaux de désintégration peuvent être distingués expérimentalement. Il faut pour cela regarder le spectre en énergie des électrons produits [5]. En effet, dans le cas de $2\nu\beta\beta$, deux neutrinos sont produits en même temps que les électrons, emportant une partie de l'énergie. La somme des énergies des deux électrons produits donnera alors un spectre continu. Au contraire, dans le cas de $0\nu\beta\beta$, aucune autre particule n'emporte d'énergie. La distribution de la somme des énergies des électrons sera donc une fonction de Dirac (étalée par la résolution expérimentale), non nulle au niveau de la différence d'énergie entre les noyaux finaux et initiaux. Les deux types de spectres n'ont pas leur maximum aux mêmes énergies, ce qui permet de distinguer les deux voies.

Les expériences sur la double désintégration bêta sans neutrinos

Principe général

Pour détecter $0\nu\beta\beta$, les expérimentateurs utilisent une grande quantité d'un isotope, placé dans un laboratoire fortement isolé, et détectent les désintégrations pour réaliser le spectre en énergie des électrons produits. Ces expériences se déroulent sur des périodes de temps assez longues.

Les difficultés ne manquent pas : c'est un processus très lent, et qui produit un signal $0\nu\beta\beta$ faible dans le spectre en énergie. Les principaux problèmes sont :

- il faut séparer les signaux provenant de $2\nu\beta\beta$ et de $0\nu\beta\beta$. Le signal provenant de la désintégration avec neutrinos est plus large et plus grand que celui recherché. Comme mentionné précédemment, les deux signaux ont leurs maximums à des énergies différentes, leur séparation est donc possible pour une expérience avec une bonne résolution en énergie.
- Des signaux parasites proviennent d'autres réactions nucléaires. Ces réactions sont toujours présentes, notamment à cause de la présence d'uranium et de thorium dans les matériaux utilisés pour ces expériences. Elles nécessitent donc des matériaux d'une grande pureté.
- Une autre source de bruit est le rayonnement cosmique. Comme dans le cas des expériences d'oscillations, ce problème peut être résolu en effectuant les expériences dans des laboratoires situés à une profondeur suffisante, la terre arrêtant alors la plupart des rayons cosmiques avant qu'ils n'atteignent le site de l'expérience.
- Même en cas d'observation du phénomène, en extraire les paramètres pertinents (comme la masse des neutrinos) n'est pas évident. En effet l'amplitude de ce phénomène dépend d'éléments de matrices nucléaires pas toujours bien connus. Des informations sur ces éléments de matrice peuvent cependant être obtenues à partir de l'étude de $2\nu\beta\beta$.

Les différentes expériences

Les différentes expériences étudiant $0\nu\beta\beta$ peuvent être classées en fonction de l'isotope dont elles étudient la désintégration. Il faut noter que la plupart des expériences listées dans la table 1.1 sont encore en projet ou en cours de construction.

Isotope	Experiment
^{48}Ca	CANDLES, CARVEL
^{76}Ge	Heidelberg-Moscow, GEM, GENIUS, GERDA, MAJORANA
^{82}Se	SuperNEMO
^{100}Mo	MOON
^{116}Cd	COBRA
^{130}Te	CUORICINO, CUORE
^{136}Xe	EXO (et EXO-200), Xe, XMASS, HPXe
^{150}Ne	SNO++
^{160}Gd	GSO

TABLE 1.1 – Les différentes expériences recherchant la double désintégration bêta sans neutrinos

Les techniques de détection varient d'une expérience à l'autre. Par exemple, l'expérience EXO essaie de détecter l'isotope final (^{136}Ba) en même temps que les électrons, pour s'assurer que le phénomène observé correspond bien à une double désintégration bêta.

Résultats expérimentaux

Comme cela a été dit précédemment, il n'y a à l'heure actuelle que la collaboration Heidelberg-Moscow qui aurait observé le phénomène, et leur résultat est très controversé. Leurs mesures donneraient un temps de demi-vie de 2.23×10^{25} années, et une masse (effective) de 0.32 eV pour les neutrinos. Pour tenter de confirmer ou d'infirmer ce résultat, les expériences Majorana et Gerda vont tenter d'observer cette désintégration sur le même isotope (^{76}Ge).

Les autres expériences ne pensent pas avoir détecté le processus, et donnent donc uniquement des limites inférieures sur le temps de demi-vie et supérieures sur la masse effective des neutrinos. Néanmoins aucun résultat ne contredit pour l'instant l'expérience Heilberg-Moscow.

Conclusion

Le mécanisme de seesaw pourrait fournir une explication à la faible masse des neutrinos, ainsi que permettre une mesure absolue de leurs masses. Néanmoins il postule que les neutrinos sont des particules de Majorana, et explique la faible masse des neutrinos connus par la présence de neutrinos extrêmement massifs. Aucune de ces deux hypothèses n'a pu être validée expérimentalement pour l'instant.

De nombreuses expériences cherchent à observer la double désintégration bêta sans neutrinos. Son observation montrerait que les neutrinos sont bien des particules de Majorana, ce qui constituerait un argument fort en faveur du mécanisme de seesaw. Cette désintégration n'a pour l'instant pas été observée de façon indiscutable, mais l'effort de recherche conséquent actuellement mis en oeuvre pourrait permettre de trancher dans un futur pas si lointain.

Chapitre 2

Le phénomène d'oscillation quantique de saveur

Ce phénomène a été suggéré par Pontecorvo en 1957, en s'inspirant de ce qui avait été observé pour les kaons neutres. Cette théorie prédit que si les neutrinos ont une masse, ils peuvent changer de saveur au cours de leur propagation. L'origine de ce changement de saveur est l'existence d'une matrice de mélange, qui traduit le fait que les opérateurs interaction faible et propagation d'une particule isolée ne commutent pas.

2.1 Théorie de l'oscillation quantique des neutrinos

Etats propres et matrice de mélange

Les états propres de saveur des neutrinos sont définis comme les états dans lesquels ils sont produits par l'interaction faible :

$$\text{Particules initiales} \rightarrow l_\alpha^+ + \nu_\alpha + \dots$$

l_α^+ est le lepton de la génération α ($\alpha = e, \mu, \tau$).

Nous obtenons ainsi une base d'états propres de saveur ($|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\nu_\tau\rangle$).

Nous allons maintenant supposer que les neutrinos sont des particules massives. Il existe alors des états propres de masse $|\nu_i\rangle$, qui forment une base. Un état propre de saveur peut être décomposé dans cette base :

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (2.1)$$

La matrice U est appelée *matrice de mélange leptonique* ou matrice PMNS pour Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata. Les états propres lors de la propagation sont les états propres de masse. Il peut alors y avoir des oscillations de saveur par interférence quantique si les états propres de saveurs ne sont pas équivalents aux états propres de masse ($U_{\alpha i}^* \neq \delta_{\alpha i}$).

Probabilité d'oscillation

Les états propres de masse $|\nu_i\rangle$ seront modélisés par des ondes planes, ils obéissent donc à l'équation de Schrödinger :

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_i(t)\rangle = E_i |\nu_i(t)\rangle$$

Ce qui permet de connaître l'évolution temporelle d'un état propre de saveur :

$$\begin{aligned} |\nu_i(t)\rangle &= e^{-iE_i t} |\nu_i(0)\rangle \\ |\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle \end{aligned}$$

Nous utilisons ensuite le fait que U est unitaire pour inverser l'équation 2.1

$$|\nu_i\rangle = \sum_\beta U_{\beta i} |\nu_\beta\rangle$$

Obtenant ainsi :

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_\beta \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} U_{\beta i} |\nu_\beta\rangle$$

Ce qui permet d'obtenir la probabilité qu'un neutrino produit avec la saveur α soit observé avec la saveur β à un instant t :

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, t) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 \\ P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, t) &= \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_i - E_j)t} \end{aligned}$$

Nous allons maintenant chercher à relier cette formule aux paramètres physiques mesurables.

Terme de phase Nous allons supposer que les différents états propres de masse ont été produits avec la même impulsion ('equal momentum assumption'), $\|\vec{p}\| = E$.

Sachant que les neutrinos sont des particules légères, nous allons également supposer que $m_\nu \ll E$

Alors :

$$\begin{aligned} E_i^2 &= p_i^2 + m_i^2 = E^2 + m_i^2 \\ E_i &= \sqrt{E^2 + m_i^2} \\ E_i &\approx E + \frac{m_i^2}{2E} \end{aligned}$$

La différence d'énergie peut donc être approximée par :

$$E_i - E_j \approx \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}$$

Nous faisons de plus l'hypothèse que les neutrinos produits sont ultra-relativistes. Si $c=1$, cela donne :

$$L \approx T$$

où T est le temps de propagation et L la distance parcourue par le neutrino.

L'expression de la probabilité devient :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L, E) = \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} L\right)$$

La formule dépend maintenant des caractéristiques de la matrice de mélange ($\Delta m_{ij}, U_{\alpha i}$) et de l'expérience considérée (L/E).

Le calcul permet ensuite d'arriver à la formule standard pour la probabilité d'oscillation. Le détail du calcul est présenté dans l'annexe A.

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_i \sum_{j,j < i} \Re(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2\left(1.27 \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E}\right) \\ &+ 2 \sum_i \sum_{j,j < i} \Im(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin\left(2.54 \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E}\right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Symétrie CP

L'étude de l'oscillation des neutrinos pourrait permettre de détecter des violations de la symétrie CP (matière-antimatière). En effet, en supposant que la symétrie CPT est vérifiée (comme c'est le cas en théorie quantique des champs), la probabilité qu'un neutrino produit avec la saveur α soit détecté avec la saveur β est égale à la probabilité qu'un anti-neutrino produit avec la saveur β soit détecté avec la saveur α :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = P(\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$$

Nous pouvons voir dans l'équation (2.2) que la probabilité d'une oscillation $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ calculée avec la matrice U est la même que la probabilité d'une oscillation $\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha$ calculée avec le complexe conjugué de U (U^*).

Alors, si la matrice U est réelle :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$$

Il ne peut y avoir de symétrie CP que si $U = U^*$. Si les deux probabilités $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ et $P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$ ne sont pas égales, une violation de la symétrie CP aura été observée .

Validité des hypothèses

Nous avons fait trois hypothèses pour établir la formule (2.2) :

- Les neutrinos sont produits dans des états propres de saveur
- Les états propres de masse ont été produits avec la même impulsion
- Les neutrinos produits sont ultra-relativistes

La validité de ces hypothèses est étudiée dans [30]. L'auteur explique que la première et la troisième hypothèses peuvent être utilisées sans problèmes dans le cadre des expériences d'oscillation. La deuxième hypothèse n'est en revanche pas toujours valable. Il démontre cependant qu'elle n'est pas nécessaire : le modèle de l'onde plane utilisé ici peut être remplacé par un modèle de paquets d'onde, et le résultat obtenu demeure identique. Cela se traduit néanmoins par des calculs plus compliqués, nous allons donc conserver ici le modèle de l'onde plane.

En conclusion, la formule (2.2) pourra être utilisée pour décrire les expériences d'oscillation de neutrinos.

2.2 Nombre de saveurs considérées

Le formalisme présenté ici peut être utilisé dans différents cadres, selon le nombre de saveurs de neutrinos prises en compte. Le nombre de paramètres et la complexité des formules augmentent avec le nombre de saveurs considérées, il est donc plus aisé de travailler avec le moins de saveurs possible.

Oscillations à deux saveurs

Ce fut le premier modèle étudié, et également le plus simple. Il correspond néanmoins à un certain nombre d'expériences d'oscillations comme nous le verrons plus tard. Lorsqu'il n'y a que deux saveurs considérées, la matrice U est une matrice 2×2 . A une phase près qui n'a pas d'incidence sur les probabilités d'oscillations, elle peut être choisie comme étant une matrice de rotation :

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Le paramètre θ est appelé *angle de mélange*. Il n'y a de plus qu'une seule différence de masses carrées Δm^2 , il y a donc deux paramètres dans ce modèle.

Nous allons chercher à calculer deux probabilités :

- La probabilité d'apparition $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$, avec $\alpha \neq \beta$
- La probabilité de disparition¹ $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$

En appliquant la formule (2.2) à la matrice U qui vient d'être définie, ces probabilités valent :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = -4 \sin \theta \cos \theta (-\sin \theta) \cos \theta \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E} \right)$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E} \right)$$

et :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - 4 \cos^2 \theta \sin^2 \theta \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E} \right)$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E} \right)$$

Dans cette formule, L est en kilomètres, l'énergie E en GeV et les masses en eV.

Nous obtenons bien $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) + P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 1$, le neutrino devant être détecté dans l'une des deux saveurs existantes dans ce modèle.

Oscillations à trois saveurs

Expérimentalement, trois saveurs de neutrinos ont été détectées. Il semble donc qu'il faille considérer un modèle avec trois saveurs pour étudier les expériences d'oscillations.

La matrice de mélange U

Dans ce cadre, la matrice de mélange peut être décomposée en :

$$U = U' M$$

M est une matrice diagonale contenant uniquement des phases. Cette matrice n'existe que si les neutrinos sont des particules de Majorana.

U est une matrice 3×3 unitaire, elle contient donc six phases indépendantes [6]. Trois de ces phases sont les angles de mélange θ_{ij} . Il reste alors trois phases indépendantes. Si les neutrinos sont des particules de Dirac, une redéfinition des champs permet de réduire le nombre de ces phases à une seule, la phase de violation de CP δ . Cela n'est par contre pas possible si les neutrinos sont des particules de Majorana [7]. Il y a dans ce cas deux phases supplémentaires, α_1 et α_2 , qui sont placées dans la matrice M :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_2} \end{pmatrix}$$

Ces phases n'ont aucun impact sur les probabilités d'oscillation, c'est pourquoi nous allons les négliger dans la suite de cette partie. Par contre elles peuvent permettre une violation de CP dans certains processus, et ont un impact sur la vitesse de certains autres, comme la double désintégration bêta sans neutrinos.

Seule la partie U' a une influence sur les probabilités d'oscillations, nous allons donc nous concentrer sur celle-ci. Elle peut être prise comme étant le produit de 3 rotations avec une phase :

$$U' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Cette probabilité représente plutôt la probabilité de survie, la probabilité de disparition serait $1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$

En utilisant les notations $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$.

Les θ_{ij} sont appelés *angles de mélange* comme dans le cas précédent.

Nous pouvons remarquer que la matrice ne contient que 4 paramètres, comme expliqué dans la discussion précédente. Ce modèle comporte plus de paramètres que le précédent. Il y a en effet six paramètres indépendants :

- les 3 angles de mélange θ_{12} , θ_{13} , θ_{23}
- deux ² différences de masse carrée Δm_{21}^2 , Δm_{31}^2
- la phase δ . C'est le seul terme non réel de U, elle pourrait donc expliquer les différences de probabilité d'oscillation pour les neutrinos et les anti-neutrinos mentionnées dans la partie sur la symétrie CP. Pour cette raison elle est appelée phase de violation CP.

En effectuant les produits matriciels et en négligeant M, nous obtenons :

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}$$

Quasi oscillations à deux saveurs

Le formalisme précédent étant assez compliqué, nous allons chercher à le simplifier pour se rapprocher du cas à deux saveurs. Cela peut être fait dans deux situations.

Dans certains cas, il n'y a que deux saveurs qui interagissent effectivement. C'est par exemple le cas dans le soleil, où les deux saveurs qui oscillent sont ν_e et ν_x où ν_x est une combinaison linéaire de ν_μ et ν_τ [29]. L'autre cas est lorsque l'un des deux écarts de masse est très supérieur à l'autre : nous pouvons alors considérer que deux neutrinos ont quasiment la même masse et que le dernier a une masse différente, ce qui permet de faire l'approximation :

$$|\Delta m_{12}^2| \ll |\Delta m_{13}^2|, |\Delta m_{32}^2| \equiv \Delta m^2$$

Le nombre de paramètres peut être fortement réduit dans ce cas [8]. Tout d'abord il n'y a plus qu'une seule différence de masses carrées à considérer. Ensuite les états $|\nu_1\rangle$ et $|\nu_2\rangle$ forment un doublet dégénéré et une rotation sur ces états permet d'arriver à $\theta_{12} \approx 0$. Enfin la phase δ peut être prise égale à zéro. Nous obtenons alors la matrice de mélange suivante :

$$U = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ -s_{13}s_{23} & c_{23} & c_{13}s_{23} \\ -s_{13}c_{23} & -s_{23} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}$$

Nous pouvons alors calculer les probabilités d'apparition et de disparition à l'aide de la formule (2.2) et de cette forme de la matrice U. Le calcul est présenté en annexe B, et conduit à :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 4|U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3}|^2 \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E} \right)$$

et :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - 4|U_{\alpha 3}|^2 (1 - |U_{\alpha 3}|^2) \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E} \right)$$

En posant respectivement :

- $\sin^2(2\theta) = 4|U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3}|^2$
- $\sin^2(2\theta) = 4|U_{\alpha 3}|^2 (1 - |U_{\alpha 3}|^2)$

nous retrouvons alors les formules obtenues dans le cadre des oscillations à deux saveurs de neutrinos. Dès lors si l'hypothèse sur les écarts de masse fonctionne (et cela semble être le cas [9]), les expériences d'oscillations de neutrinos peuvent être étudiées dans le formalisme des oscillations à deux saveurs. Les formules utilisées dans le cas de T2K seront présentées dans la présentation de l'expérience, au chapitre 4.

Cette hypothèse est faite en termes de valeurs absolues. Deux scénarios sont donc possibles : $m_{1,2} < m_3$ et $m_{1,2} > m_3$. Ces deux possibilités sont connues sous le nom de hiérarchies de masse normale et inversée respectivement. Pour trancher entre les deux, il faudrait déterminer expérimentalement le signe de Δm_{13} ou de Δm_{23} .

2. La troisième est fixée par $\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{13}^2 = 0$

Neutrinos stériles

Nous pourrions supposer qu'il existe plus que trois états propres de masse pour le neutrino. Cela permettrait alors de créer une combinaison linéaire de ces états propres qui soit linéairement indépendante des trois saveurs de neutrinos connues $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$ et $|\nu_\tau\rangle$.

Les résultats expérimentaux montrent que l'interaction faible ne produit que trois saveurs de neutrinos. Cette nouvelle saveur n'aurait donc pas de partenaire du type lepton chargé, et n'interagirait pas avec les bosons W^\pm et Z^0 . Pour ces raisons, elle a été baptisée *neutrino stérile*. Si il devait y avoir n_s saveurs de neutrinos stériles, la matrice U deviendrait une matrice $(3 + n_s) \times (3 + n_s)$, et le nombre de paramètres augmenterait alors de façon conséquente.

En l'absence de résultats expérimentaux prouvant l'existence de tels neutrinos stériles, nous allons considérer qu'il n'y a pas de neutrinos stériles, et conserver le cadre des oscillations à trois saveurs.

2.3 Propagation des neutrinos dans la matière

Nous avons pour l'instant étudié les oscillations de neutrinos dans le vide. Néanmoins un certain nombre d'expériences (dont T2K) étudient les oscillations de neutrinos se propageant dans la matière. Il faut donc étudier l'influence de la matière sur les probabilités d'oscillation. Nous allons considérer [10] que l'influence de la matière doit être prise en compte si le parcours des neutrinos dans la matière dépasse les 100 km pour des énergies de l'ordre du GeV, ce qui est le cas de T2K.

Evolution temporelle et hamiltonien

Comme précédemment les $|\nu_i\rangle$ seront décrits par des ondes planes et suivent donc l'équation de Schrödinger :

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_i(t)\rangle = H|\nu_i(t)\rangle$$

La résolution de cette équation était triviale dans le vide, l'hamiltonien étant diagonal dans la base des états propres de masse $|\nu_i\rangle$. Dans la matière par contre, il faut prendre en compte les interactions entre les neutrinos et les particules présentes dans la matière. La saveur ν_α peut en effet interagir avec les fermions l_α^\pm par l'intermédiaire de l'interaction faible. Il nous faut donc changer de base pour la base des états propres de saveur $|\nu_\alpha\rangle$. Nous allons décomposer l'hamiltonien en

$$H = H_V + H_M$$

où la partie H_V représente l'hamiltonien dans le vide, et est diagonale dans la base des états propres de masse. Dans la base des états propres de saveur, elle devient :

$$H_V = U \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix} U^\dagger$$

Dans la matière ordinaire, et dans la gamme d'énergie qui nous intéresse, ν_α ne peut interagir que avec l_α^\pm par l'intermédiaire de la diffusion par courant chargé $\nu_\alpha + l_\alpha^- \rightarrow \nu_\alpha + l_\alpha^-$ [11]. Cet effet peut être modélisé en prenant un potentiel moyen

$$V = \sqrt{2}G_F n_\alpha$$

où :

G_F est la constante de Fermi, $G_F = 1.17 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$

n_α est la densité de l_α .

La matière ordinaire est constituée d'électrons, et pas de τ ou de muons. La partie matière de l'hamiltonien peut donc être prise de la forme :

$$H_M = \sqrt{2}G_F n_e \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Il est possible de considérer la densité d'électrons comme constante si la distance parcourue est inférieure à 1000 km [10], ce qui est le cas pour T2K.

L'hamiltonien obtenu n'est donc pas diagonal, et il faut résoudre cette équation pour $|\nu_i\rangle$. La résolution est complexe [12], nous nous contenterons de citer les résultats qui nous intéressent.

La résonance MSW

Si la densité de matière peut être considérée comme constante, la formule standard (2.2) peut être utilisée en remplaçant les paramètres par des paramètres effectifs :

$$\begin{aligned} U_{\alpha i} &\rightarrow \tilde{U}_{\alpha i} \\ \theta_{ij} &\rightarrow \tilde{\theta}_{ij} \\ \Delta m_{ij}^2 &\rightarrow \Delta \tilde{m}_{ij}^2 \end{aligned}$$

Nous allons prendre l'exemple de l'expérience Super-Kamiokande, qui étudie entre autre les oscillations de ν_μ atmosphériques en ν_e . Les neutrinos se propagent à travers la Terre (modélisée par une succession de couches de matière de densité constante) avant d'arriver au détecteur. Dans le modèle des quasi oscillations à deux saveurs présenté précédemment, la probabilité d'oscillation devient [13] :

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\tilde{\theta}_{13} \sin^2 \left(1.27 \Delta \tilde{m}^2 \frac{L}{E} \right)$$

où l'angle de mélange effectif $\tilde{\theta}_{13}$ est défini par :

$$\sin^2 2\tilde{\theta}_{13} = \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{(\cos 2\theta_{13} - \frac{A_{CC}}{\Delta m^2})^2 + \sin^2 2\theta_{13}}$$

Avec : $A_{CC} = 2\sqrt{2}G_F n_e p$ (potentiel moyen pour la matière, comme défini précédemment)
 p est l'impulsion du neutrino.

A_{CC} est positif pour les neutrinos et négatif pour les anti-neutrinos. Il y a donc, pour les neutrinos dans la hiérarchie de masse normale ($A_{CC} > 0$ et $\Delta m^2 > 0$), et pour les anti-neutrinos dans la hiérarchie de masse inversée ($A_{CC} < 0$ et $\Delta m^2 < 0$), une valeur particulière de l'impulsion p qui annule le terme $(\cos 2\theta_{13} - A_{CC}/\Delta m^2)^2$, ce qui entraîne $\sin^2 2\tilde{\theta}_{13} = 1$, et donc une augmentation de la probabilité d'oscillation.

Cette augmentation de la probabilité d'oscillation due à la matière porte le nom de résonance Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW). Les données de la collaboration Super-Kamiokande indiquent que cette résonance se produit dans la zone $p \sim 3 - 10\text{GeV}$ pour les neutrinos atmosphériques [13].

2.4 Les expériences d'oscillations de neutrinos

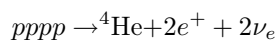
Un nombre conséquent d'expériences étudient le phénomène d'oscillation quantique des neutrinos depuis quarante ans. Leur but fut d'abord de confirmer expérimentalement l'existence du phénomène (prouvant ainsi que les neutrinos sont des particules massives), puis de mesurer les paramètres de la matrice de mélange et les écarts de masse.

Les différentes sources de neutrinos utilisées

Les expériences étudient différents paramètres selon la source de neutrinos qu'elles utilisent. Nous pouvons donc classer les expériences en fonction de leur source de neutrinos.

Les neutrinos solaires

Ces expériences étudient les neutrinos produits par les réactions nucléaires ayant lieu à l'intérieur du soleil, selon l'équation :



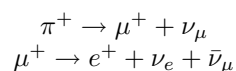
La gamme d'énergie de ces neutrinos va de quelques keV à environ 20 MeV.

Elles étudient les oscillations $\nu_e \rightarrow \nu_\mu, \nu_\tau$ et permettent de déterminer les paramètres θ_{12} et Δm_{12}^2 . Ces paramètres sont parfois notés θ_\odot et Δm_\odot^2 pour cette raison.

Quelques expériences entrant dans cette catégorie sont Homestake (la première expérience d'oscillations de neutrinos), GNO, SAGE, Super-Kamiokande et SNO.

Les neutrinos atmosphériques

Ces neutrinos sont créés dans l'atmosphère, où les rayons cosmiques entrent en collision avec des noyaux produisant ainsi des cascades de particules. Les neutrinos sont principalement produits dans les réactions suivantes :



Leur énergie varie entre 100 MeV et une centaine de GeV, et ils permettent d'étudier les paramètres θ_{23} et Δm_{32}^2 , qui sont donc parfois appelés θ_{atm} et Δm_{atm}^2 .

Les expériences Super Kamiokande, IMB, MACRO, Soudan II et Kamiokande II entrent dans cette catégorie.

Les neutrinos provenant de réacteurs

Les réacteurs nucléaires produisent des anti-neutrinos électroniques. Ils permettent de déterminer les paramètres θ_{12} et Δm_{12}^2 , en étudiant les oscillations $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$.

Les anti-neutrinos ont ici une énergie de l'ordre du MeV. L'expérience la plus célèbre de cette catégorie est KamLAND, qui a étudié les oscillations des anti-neutrinos produit dans les centrales nucléaires japonaises. Entrent également dans cette catégorie les expériences qui cherchent à mesurer θ_{13} telles que CHOOZ, et trois expériences en cours de construction ou démarrage : double-CHOOZ, RENO et Daya Bay .

Les neutrinos produits par un faisceau

Un faisceau de neutrinos peut être produit à partir d'un accélérateur de particules (cf partie 2, l'expérience T2K, pour plus de détails). Cela permet une meilleure connaissance du flux de neutrinos incidents, de leur énergie ainsi que de la distance parcourue (paramètres L et E dans la formule de probabilité d'oscillation).

Parmi les expérience de cette catégorie, on trouve MINOS, K2K, LSND, MiniBooNE, NO ν A, OPERA et bien entendu T2K.

Mise en évidence expérimentale du phénomène d'oscillation quantique des neutrinos

Deux études principales ont prouvé expérimentalement l'existence de ce phénomène.

Le problème des neutrinos solaires

D'après les modèles solaires, le soleil produit des ν_e , mais dans des quantités plus importantes que ce qui est détecté sur Terre. C'est ce qui fut appelé *le problème des neutrinos solaires*. Une explication possible fut que les ν_e oscillaient en d'autres saveurs à l'intérieur du soleil. Le soleil étant un milieu de densité variable, le modèle qui décrit ces oscillations est le modèle de résonance MSW à grand angle de mélange.

Cette hypothèse fut validée par l'expérience SNO. Cette expérience a comparé les flux des différentes saveurs de neutrinos provenant du soleil. Ils sont arrivés à [14] :

$$\frac{\Phi(\nu_e)}{\Phi(\nu_e) + \Phi(\nu_{\mu,\tau})} = 0.340 \pm 0.023^{+0.029}_{-0.031}$$

Les flux de ν_{μ} et ν_{τ} sont donc non nuls. D'après les modèles solaires, ils n'ont pas pu être produits par les réactions nucléaires à l'intérieur du soleil. De plus, le flux total de neutrinos (toutes les saveurs) correspond aux prédictions des modèles solaires. Ceci constitue donc un résultat expérimental fortement en faveur de l'oscillation des neutrinos : le nombre de ν_e produits dans le soleil est conforme aux prédictions des modèles solaires, mais une partie d'entre eux a oscillé en d'autres saveurs au cours de leur trajet vers la Terre.

Etude des neutrinos atmosphériques

La production de neutrinos atmosphériques est considérée comme ayant une symétrie sphérique autour de la Terre. En l'absence d'oscillations, et pour une saveur donnée, les flux de neutrinos ascendant et descendant arrivant sur un détecteur donné doivent être égaux (la probabilité d'interaction des neutrinos dans la matière étant faible, l'impact de la traversée de la Terre sur le flux de neutrinos peut être négligé).

Si par contre les neutrinos oscillent, ce n'est plus le cas. Nous pouvons raisonnablement faire l'hypothèse que le détecteur n'est pas situé au centre de la Terre, et donc les neutrinos ascendants et descendants n'auront pas parcouru la même distance entre leur création et leur détection. Cela donne un L différent dans la formule (2.2), et donc des probabilités d'être détectés dans une saveur particulière différentes pour ces deux catégories de neutrinos.

C'est ce que l'expérience Super Kamiokande a étudié, en comparant les flux de ν_{μ} allant vers le haut et vers le bas. Ils ont trouvé que pour un angle zénithal θ_Z tel que $\cos \theta_Z \geq 0.3$, $\Phi(\nu_{\mu}, \theta_Z) \approx 2\Phi(\nu_{\mu}, \pi - \theta_Z)$ [29], comme nous pouvons le constater sur la figure 2.1.

L'expérience sur faisceau MINOS a apporté une confirmation de ce résultat. En extrapolant les résultats

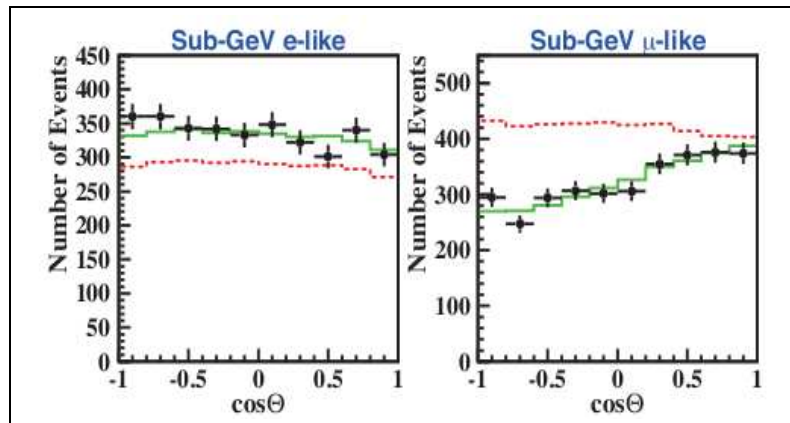


FIGURE 2.1 – Nombre d'événements observés par Super-Kamiokande pour les neutrinos atmosphériques. A gauche les événements de type neutrino électronique, et de type muonique à droite. La ligne rouge représente les prédictions du Monte Carlo sans oscillations, la ligne verte celles avec oscillations (paramètres donnant les meilleurs résultats).

de leur détecteur proche, ils s'attendaient à observer 336 ± 14.4 au niveau du détecteur lointain. Ils n'en ont observé que 215, ce qui semble confirmer la disparition des ν_μ au cours de leur propagation.

Valeur des paramètres

Les expériences d'oscillations de neutrinos ont permis d'obtenir les mesures suivantes pour les paramètres de la matrice de mélange [10] :

Paramètres	Valeur
$\sin^2 \theta_{12}$ (θ_\odot)	$0.318_{-0.016}^{+0.019}$
$\sin^2 \theta_{13}$	< 0.031
$\sin^2 \theta_{23}$ (θ_{atm})	$0.50_{-0.06}^{+0.07}$
Δm_{21}^2 (Δm_\odot^2)	$7.59_{-0.18}^{+0.23} \times 10^{-5} \text{eV}^2$
$ \Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2 $ ($ \Delta m_{atm}^2 $)	$2.4_{-0.11}^{+0.12} \times 10^{-3} \text{eV}^2$

Conclusion

Les expériences sur les oscillations de neutrinos ont prouvé que les neutrinos avaient une masse. Plus précisément, puisque les différences de masses carrées sont non nulles, deux états propres de masse au moins ont une masse non nulle, et il n'y a pas de raisons particulières pour lesquelles la dernière masse devrait être nulle. Cela montre également que les saveurs de neutrinos dans lesquelles les neutrinos sont produits par l'interaction faible, ne sont pas les états fondamentaux qui sont les états propres de propagation.

Les paramètres de la matrice de mélange commencent à être connus. Néanmoins il n'y a à l'heure actuelle qu'une limite supérieure sur la valeur de θ_{13} . Comme il ne peut y avoir une phase de violation de CP δ que si les trois angles sont non nuls, il semble primordial de vérifier si θ_{13} est non nul.

Nous pouvons également constater que Δm_{31}^2 est supérieur de deux ordres de grandeur à Δm_{21}^2 , ce qui justifie l'hypothèse des quasi oscillations à deux saveurs, à savoir que l'un des écarts de masse est négligeable devant l'autre.

Les expériences sur les oscillations de neutrinos permettent de déterminer les écarts de masses carrées Δm_{ij}^2 , mais ne sont pas sensibles aux masses absolues des neutrinos. Il faudra d'autres expériences pour les déterminer. Une possibilité vient de certains modèles de masse pour le neutrino. En effet, nous savons maintenant que le neutrino a une masse, et les spécificités de cette particule lui permettent d'avoir un terme de masse inédit, le terme de masse de Majorana.