

CHAPITRE VIII

EFFETS NON LINEAIRES DANS LE CAS D'UNE ONDE STATIONNAIRE

Lorsque la cellule est placée à l'intérieur de la cavité laser, elle est soumise à une onde stationnaire. Dans ce chapitre, nous chercherons les modifications que cela apporte aux résultats du chapitre précédent, tant pour l'amplitude que pour la position des résonances.

Nous montrerons (§ A) que l'aspect stationnaire de l'onde laser n'apporte pas de modifications fondamentales lorsque le laser est multimode et que les modes sont rapprochés ($\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$). Par contre, lorsque le laser est monomode, un nouveau type de résonances de saturation (analogue au "Lamb dip" ⁽⁴⁾) devient important (§ B). Au paragraphe C, nous ferons une digression pour calculer avec notre formalisme la forme du "Lamb dip" observé directement sur la puissance émise par un laser monomode : ce calcul est donné pour permettre de comparer nos résultats théoriques à ceux de nombreux auteurs ⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽⁴⁷⁾⁽⁸⁸⁾ qui ont étudié ce phénomène. De plus, dans ce paragraphe, l'analyse des résultats expérimentaux de CORDOVER et BONCZYK ⁽⁴⁹⁾ nous permettra de tirer des conclusions intéressantes sur les processus de diffusion de la vitesse.

Pour ne pas compliquer l'exposé, nous n'envisageons ici que le formalisme habituel (T_Q^k) malgré la présence de la grandeur mal définie ω_2 . Nous avons vu, au chapitre VII, que cela n'est pas gênant quand $\Delta\omega \sim \Gamma'_{ab}$.

A - LASER MULTIMODE

1) Formule générale

Pour traiter le cas d'une onde stationnaire, il faut tenir compte, pour chaque mode ν , de deux ondes progressives de même fréquence et de vecteur d'onde opposé : $k_{\nu+} = -k_{\nu-} = k_{\nu} > 0$.

Nous n'observons que des grandeurs non modulées temporellement et de modulation spatiale négligeable sur une longueur de l'ordre de celle de la cellule (quelques centimètres). Donc, parmi les

termes du 4e ordre (de la forme générale $e^{i(\Omega_4 t - K_4 r)}$), nous ne gardons que ceux pour lesquels

$$\Omega_4 = \omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa = 0 \quad (\text{donc } k_\nu - k_\mu + k_\lambda - k_\kappa = 0) \quad (1)$$

$$|K_4| = |k_{\nu\epsilon_\nu} - k_{\mu\epsilon_\mu} + k_{\lambda\epsilon_\lambda} - k_{\kappa\epsilon_\kappa}| \ll k_\nu \quad (\epsilon = \pm) \quad (2)$$

où $\epsilon_\nu, \epsilon_\mu, \dots$ déterminent le choix du sens de propagation pour chacun des modes. Comme au second ordre (ch. IV, § 2), nous pouvons tout de suite prévoir que deux termes se déduisant l'un de l'autre par le changement du signe des quatre k_ϵ se combinent simplement pour former un cosinus. En effet, du fait de la parité de $W_M(\nu)$, seul le signe relatif des k_ϵ compte lors de l'intégration sur les vitesses : le signe absolu n'intervient donc que dans le facteur de phase $e^{-iK_4 r}$. Après recombinaison des termes, nous obtenons donc les trois possibilités du tableau VIII-1.

TABLEAU VIII-1

	$k_{\nu\epsilon}$	$k_{\mu\epsilon}$	$k_{\lambda\epsilon}$	$k_{\kappa\epsilon}$	Dépendance spatiale
A	k_ν	k_μ	k_λ	k_κ	2
B	k_ν	k_μ	$-k_\lambda$	$-k_\kappa$	$2 \cos 2(k_\nu - k_\mu)$
C	k_ν	$-k_\mu$	$-k_\lambda$	k_κ	$2 \cos 2(k_\nu - k_\kappa)$

De même que nous avons négligé $(k_\nu - k_\mu)v$ au second ordre, nous pouvons négliger $K_4 v$ au dénominateur de (II,93) et (II,94) : la formule (VII,15-b) est donc encore valable dans le cas de l'onde stationnaire à condition de prendre pour $a_{Q_2}^{k_2}$ et $b_{Q_2}^{k_2}$ les expressions complètes (II,70) et (II,77) et de poser (cf. (IV,8)) :

$$\mathcal{E}^\nu = \mathcal{E}^{\nu+} = -\mathcal{E}^{\nu-} = -\frac{i}{2} \mathcal{E}^\nu_{(st)} \quad (3)$$

Le cas A est identique au cas de l'onde progressive que nous avons étudié au chapitre précédent. Il correspond à l'interaction successive avec quatre ondes progressives se propageant dans le même sens.

Le cas B correspond à l'interaction avec deux ondes de même sens, suivie d'une interaction avec deux ondes se propageant dans le sens opposé. Les termes intermédiaires du second ordre n'ont donc qu'une modulation spatiale lente $(k_\nu - k_\mu)$. On peut donc, comme dans le cas A, utiliser pour $b_{Q_2}^{k_2}$ et $a_{Q_2}^{k_2}$ les expressions (II,79) et (II,81) des ondes progressives.

La seule différence avec le cas précédent vient de l'échange du signe de k_κ (note); il faut donc remplacer (VII,23) par :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\nu-\mu+Q_2\omega_b)} \int \frac{W_M(\nu) dv}{\Gamma'_{ab}-i(\delta_\nu-Q_3\omega_Z-k\nu)} \left[\frac{1}{\Gamma'_{ab}-i(\delta_\nu-q_1\omega_Z+k\nu)} + \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i(\delta_\mu+q_2\omega_Z+k\nu)} \right] \quad (4)$$

$$= \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\nu-\mu+Q_2\omega_b)} \left[\frac{W(\delta_\nu-q_1\omega_Z+i\Gamma'_{ab})+W(\delta_\kappa-Q_3\omega_Z+i\Gamma'_{ab})}{2\Gamma'_{ab}-i[\delta_\nu+\delta_\kappa-(q_1+Q_3)\omega_Z]} + \frac{W^*(\delta_\mu+q_2\omega_Z+i\Gamma'_{ab})-W(\delta_\kappa-Q_3\omega_Z+i\Gamma'_{ab})}{-i[\delta_\mu+\delta_\kappa+(q_2-Q_3)\omega_Z]} \right]$$

Nous avons, dès maintenant, supposé que toutes les cohérences optiques ont la même relaxation $G = \Gamma'_{ab} - i\Delta$ et nous avons utilisé une nouvelle définition de δ_ν :

$$\delta_\nu = \omega + \Delta - \omega_\nu \quad (5)$$

δ_ν est l'écart entre la fréquence du mode ν et le centre de la raie optique déplacé par collision, s'il y a lieu.

Comme au chapitre précédent, nous faisons l'approximation $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$. Nous pouvons donc donner aux fonctions W la valeur qu'elles prennent lorsque les dénominateurs sont résonnants : le premier terme est résonnant lorsque :

$$\delta_\nu - q_1\omega_{ZR} = -(\delta_\kappa - Q_3\omega_{ZR}) \quad (6)$$

donc :

$$W(\delta_\nu - q_1\omega_{ZR} + i\Gamma'_{ab}) + W(\delta_\kappa - Q_3\omega_{ZR} + i\Gamma'_{ab}) = W(\delta_\nu - q_1\omega_{ZR} + i\Gamma'_{ab}) + W[-(\delta_\nu - q_1\omega_{ZR}) + i\Gamma'_{ab}] = \frac{2}{\Delta\nu} X(\delta_\nu - q_1\omega_{ZR}) \quad (7)$$

$$= \frac{2}{\Delta\nu} X \left(\frac{Q_3\delta_\nu - q_1\delta_\kappa}{Q_3 + q_1} \right)$$

Quant au second terme de (4), nous pouvons le négliger car suivant la discussion de l'appendice F (§ 3-b), il est toujours de l'ordre de $(\Delta\nu)^{-2}$ même lorsque le dénominateur est résonnant. De même, comme pour l'expression (VII,23), les résultats de l'appendice F (§ 3-c) montrent que hors résonance $(\delta_\nu + \delta_\kappa \sim \delta_\mu + \delta_\kappa \sim \Delta\nu)$ l'expression (4) est de l'ordre de $\Gamma'_{ab} / (\Delta\nu)^3$. En conclusion, de même que nous avons pu remplacer (VII,23) par (VII,29, 30), nous pouvons remplacer (4) par :

(note) Dans le dénominateur provenant du 3e ordre, figurent en fait $K_3 = k_{\nu\epsilon_\nu} - k_{\mu\epsilon_\mu} + k_{\lambda\epsilon_\lambda}$ mais les relations (2) permettent de remplacer K_3 par $k_{\kappa\epsilon_\kappa}$

$$(4) = \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa - (q_1 + Q_3)\omega_z)} \frac{2}{\Delta\nu} X \left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa - (q_1 - Q_3)\omega_z}{2} \right) \quad (8)$$

Le facteur de résonance Zeeman est le même que dans le cas A (VII,29), mais le facteur de coïncidence optique est différent : nous en donnerons l'interprétation au paragraphe 2.

En ce qui concerne les atomes qui ont changé de vitesse, l'expression (VII,32) est valable aussi bien dans le cas B que dans le cas A. En effet, l'intégration sur ν se faisant séparément pour les dénominateurs du 1er et du 3e ordre, le signe relatif de $k_{\nu\epsilon_\nu}$ et de $k_{\kappa\epsilon_\kappa}$ n'a pas d'importance.

Le cas C provient des termes du second ordre modulés spatialement ($k_{\nu+} - k_{\nu-} \sim 2k_\nu$) du fait de l'interaction de deux ondes de sens opposé. Ce terme fait intervenir des intégrales du type :

$$\int \frac{W_M(\nu) d\nu}{\Gamma'_{ab} - i(\delta_\kappa + k\nu)} \cdot \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu - 2k\nu)} \left[\frac{1}{\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + k\nu)} + \frac{1}{\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - k\nu)} \right] \quad (9)$$

On peut vérifier que ces intégrales sont de l'ordre de $\Gamma'_{ab} / (\Delta\nu)^3$, nous pouvons donc négliger entièrement le cas C (la contribution des atomes qui ont changé de vitesse est de l'ordre de $\Gamma^2 / (\Delta\nu)^4$).

Physiquement, la disparition de ces termes se comprend aisément. En effet, au second ordre, nous avons montré (§ IV-2, remarque 2) que les termes à modulation spatiale rapide étaient négligeables dans l'approximation $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$ car le parcours moyen d'un atome pendant sa durée de vie est supérieur à la longueur d'onde de cette modulation ($\sim \lambda/2$). Il est donc normal que ces termes aient une répercussion négligeable sur le quatrième ordre.

En conclusion, parmi les cas envisagés dans le tableau VIII-1, seuls subsistent le cas A, qui correspond à l'interaction de quatre modes se propageant dans le même sens (cas de l'onde progressive étudié au chapitre VII) et le cas B, qui fait intervenir deux modes se propageant dans le même sens pour construire le second ordre de perturbation et deux modes se propageant dans l'autre sens pour construire le quatrième ordre. En regroupant les termes, on obtient, à la place de (VII,38) :

$$(4) \rho_0^{k_4} = \frac{4n |P_{ab}|^4}{\Delta v \Gamma_b(k_4)} \tag{10}$$

$$\sum_{\substack{\nu \mu \lambda \kappa q_1 \\ k_2 Q_2 k_3 Q_3}} (-)^{J_a + J_b + q_1} \frac{1}{(2k_2+1)(2k_3+1)\sqrt{2k_4+1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 q_2 - Q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 q_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ -q_4 q_4 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}$$

$$\left\{ \left[\frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, l, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \right.$$

$$\times \left[\frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa + (q_2 + q_4)\omega_z}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 - q_4)\omega_z]} + \frac{\cos 2(k_\nu - k_\mu)r X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa - (q_1 + q_4)\omega_z}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_\nu + \delta_\kappa - (q_1 - q_4)\omega_z]} \right] \Bigg\}$$

$$+ \left[\frac{\gamma'_b(k_2) \{bk_2, k_3\}}{[\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + Q_2 \omega_b)]} + \text{termes du niveau a} \right]$$

$$\times [1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r] \frac{[X(\delta_\nu - q_1 \omega_z) + X(\delta_\mu + q_2 \omega_z)] X(\delta_\kappa + q_4 \omega_z)}{2 \Delta v} \Bigg\} + cc$$

2) Interprétation physique des termes

Comme en onde progressive (expression (VII,38)), (10) comprend deux termes : le premier concerne les atomes qui n'ont pas subi de changement de vitesse et le second ceux dont la vitesse a changé.

a) La contribution des atomes qui ont changé de vitesse (dernier terme de (10), en facteur de $[1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r]$) est identique dans (VII,38) et dans (10). Ceci est normal puisqu'un atome qui a changé de vitesse au second ordre perd tout souvenir de sa vitesse initiale : sa vitesse finale a une égale probabilité d'être v_f ou $-v_f$. Il a donc une égale probabilité d'interagir au 3e et au 4e ordre avec les ondes $\mathcal{E}^{\lambda+}$ et $\mathcal{E}^{\kappa+}$ ou $\mathcal{E}^{\lambda-}$ et $\mathcal{E}^{\kappa-}$ quelles que soient les interactions subies au 1er et au 2e ordre (note). Le facteur $1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r = 2 \cos^2(k_\nu - k_\mu)r$ exprime simplement que les termes modulés

(note) Ceci serait faux avec un autre modèle de diffusion des vitesses. Dans le cas d'une onde progressive, il n'est pas difficile de comprendre intuitivement ce que donnerait un autre modèle (par exemple favoriser les termes de s petit dans le terme de "restitution" de (VII,38)), mais dans le cas d'une onde stationnaire le problème est plus compliqué.

au second ordre sont nuls en certains points du laser ^(note) (cf. IV-A-2) et que, par conséquent, ils ne peuvent produire de saturation au 4e ordre en ces points.

b) La contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse (premier terme de (10)) renferme un facteur de résonance Zeeman (dénominateurs de la forme $\Gamma_{\alpha}(k_2) + i(\delta_{\mu} - \delta_{\nu} + Q_2\omega_{\alpha})$) absolument identique à celui de (VII,38) dans le cas de l'onde progressive. Cette identité est compréhensible puisque ce facteur exprime la résonance des grandeurs du 2e ordre à la fréquence $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$ (interprété au § VII-5-a- α) et puisque les cas A et B du tableau VIII-1 ne diffèrent pas jusqu'au second ordre (2 ondes de même sens dans les deux cas).

Le second facteur de ce premier terme,

$$\frac{X(..)}{2\Gamma'_{ab} + i[\delta_{\mu} - \delta_{\kappa} + (q_2 - q_4)\omega_Z]} + \frac{\cos 2(k_{\nu} - k_{\mu})r X(..)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_{\nu} + \delta_{\kappa} - (q_1 - q_4)\omega_Z]} \quad (11)$$

correspond au facteur de coïncidence optique.

Le premier terme de (11) résonnant lorsque $\delta_{\mu} - \delta_{\kappa} + (q_2 - q_4)\omega_Z = 0$ provient du cas A. Il est identique au facteur de résonance optique de (VII,38) puisqu'il correspond à la saturation de la paire de modes ν, μ par la paire λ, κ se propageant dans le même sens. Ce terme que nous appellerons terme d'onde progressive est résonnant quand le mode $(\mu, -q_2)$ et le mode $(\kappa, -q_4)$ se propageant dans le même sens interagissent avec des atomes de même vitesse :

$$kv(\underline{\mu}, -q_2) = \omega_{\mu} - q_2\omega_Z - \omega = kv(\underline{\kappa}, -q_4) = \omega_{\kappa} - q_4\omega_Z - \omega \quad (12-a)$$

Les notations $\underline{\mu}$ et $\underline{\mu}$ expriment les ondes se propageant dans le sens positif et le sens négatif. La coïncidence (12-a) pour les ondes $\underline{\mu}$ et $\underline{\kappa}$ entraîne la coïncidence symétrique pour les ondes $\underline{\mu}$ et $\underline{\kappa}$:

$$(-k)v(\underline{\mu}, -q_2) = \omega_{\mu} - q_2\omega_Z - \omega = (-k)v(\underline{\kappa}, -q_4) = \omega_{\kappa} - q_4\omega_Z - \omega \quad (12-b)$$

Le second terme de (11), résonnant lorsque $\delta_{\nu} + \delta_{\kappa} - (q_1 - q_4)\omega_Z = 0$, provient du cas B et représente la saturation de la paire de modes ν, μ se propageant dans un sens par la paire de mode λ, κ se propageant dans l'autre sens. Nous appellerons ce terme le terme d'onde stationnaire. Le dénominateur est résonnant quand les modes ν et κ se propageant en sens inverse interagissent avec des atomes de même vitesse. Comme l'effet Doppler joue en sens inverse (les k sont de signe opposé), cette condition s'écrit :

(note) Cette propriété (au second ordre) est une propriété moyenne sur l'ensemble des vitesses : ceci explique que le facteur $[1 + \cos 2(k_{\nu} - k_{\mu})r]$ soit en facteur du 2e terme de (10) et non du premier qui, lui, fait intervenir chaque classe de vitesse séparément.

$$v(\nu, q_1) = \frac{\omega_\nu + q_1 \omega_Z - \omega}{k} = v(\kappa, -q_4) = \frac{\omega_\kappa - q_4 \omega_Z - \omega}{(-k)} \quad (13-a)$$

on a simultanément :

$$v(\nu, q_1) = \frac{\omega_\nu + q_1 \omega_Z - \omega}{(-k)} = v(\kappa, -q_4) = \frac{\omega_\kappa - q_4 \omega_Z - \omega}{k} \quad (13-b)$$

Dans le diagramme de fréquence, la distance du mode ν au centre de la composante Zeeman q_1 est alors de signe opposé à la distance de κ au centre de la composante $-q_4$. Ceci apparaîtra plus clairement dans l'exemple du prochain paragraphe (figure VIII-1). Pour l'instant, contentons-nous de remarquer que les résonances provenant du terme d'onde stationnaire dépendent de la fréquence absolue des modes. Lorsque les modes sont équidistants, on peut poser :

$$\omega_\nu = \omega_0 + n_\nu \Delta\omega = \omega_0 + n_\nu \quad \delta_\nu = \delta_0 - n_\nu \quad (14-a)$$

où ω_0 est la fréquence du mode le plus proche du centre de la raie atomique ($-\frac{\Delta\omega}{2} < \delta_0 \leq \frac{\Delta\omega}{2}$). On voit alors que les résonances du terme d'onde stationnaire se produisent lorsque :

$$(q_1 - q_4) \omega_Z = 2\delta_0 - (n_\nu + n_\kappa) \quad (14-b)$$

Lorsque δ_0 est fixe et que le champ magnétique varie, on obtient une succession de résonances équidistantes mais dont la position dépend de la valeur de δ_0 . Ce comportement est différent de celui du terme d'onde progressive dont les résonances restent symétriques autour du champ magnétique nul.

Si, au contraire, le champ magnétique est constant, on peut balayer les résonances du terme d'onde stationnaire en faisant varier δ_0 (variation de la longueur du laser). En particulier, en champ magnétique nul, la résonance se produit lorsque les modes ν et κ sont symétriques par rapport au centre de la raie atomique. Si $\nu \equiv \kappa$ la résonance a lieu lorsque le mode est au centre de la raie et interagit avec les atomes de vitesse nulle : c'est le phénomène de "Lamb dip". Il est possible de balayer ce "Lamb dip" soit en déplaçant la fréquence du mode, soit en balayant le champ magnétique.

L'influence de tous ces termes de saturation sur les caractéristiques du faisceau émis par un laser entièrement soumis à un champ magnétique a été étudiée en détail par M. SARGENT, W.E. LAMB et R.L. FORK (6). En effet, tous ces phénomènes apparaissent sur la polarisabilité optique du milieu, dès le troisième ordre de perturbation.

LE FLOCH (74) a nettement mis en évidence expérimentalement les deux types de saturations sur la puissance émise par un laser He-Ne multimodes soumis à un champ magnétique axial variable : il appelle "trous fixes" les saturations indépendantes de la fréquence des modes et "trous mobiles" celles qui en dépendent.

REMARQUE.

Comme dans le cas de l'onde progressive, la présence de ω_2 dans les équations prouve que ce formalisme est incorrect si $\omega_a - \omega_b \sim \Gamma'_{ab}$. Il n'y a aucune difficulté à utiliser une formule analogue à (VII,90) suivant le formalisme de l'appendice C : chaque résonance du facteur de coïncidence optique (11) se sépare alors en plusieurs. Cependant l'écriture sous la forme (10) est plus agréable et plus commode à discuter.

3) Etude détaillée dans le cas d'une excitation de polarisation σ rectiligne

Nous allons considérer successivement les trois combinaisons possibles pour la polarisation des modes, en nous limitant au cas des atomes qui ne changent pas de vitesse. Rappelons, dans le tableau VIII-2, les trois premières lignes du tableau VII -1 (les trois dernières s'obtenant par symétrie) :

TABLEAU VIII-2

	q_1	q_2	Q_2	q_3	q_4	$q_2 - q_4$	$q_1 - q_4$	$\mathcal{E}^{\nu*}$	\mathcal{E}^{μ}	$\mathcal{E}^{\lambda*}$	\mathcal{E}^{κ}
a	1	1	2	-1	-1	2	2	σ^-	σ^+	σ^+	σ^-
b	-1	1	0	1	-1	2	0	σ^+	σ^+	σ^-	σ^-
c	1	-1	0	1	-1	0	2	σ^-	σ^-	σ^-	σ^-

La figure VIII-1 illustre chacun des cas à résonance. Comme pour les figures VII-11 et 12, (en supposant $\omega_2 = \omega_b$), chaque cas est représenté par deux dessins : celui du haut représente, dans une échelle de fréquence, les composantes σ^+ et σ^- de la raie ainsi que la position des quatre modes considérés. Le dessin inférieur représente la courbe de répartition des vitesses atomiques. Dans l'approximation $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$, les courbes sont identiques (si l'on prend les échelles dans le rapport k).

Pour repérer, sur la courbe de distribution des vitesses, les atomes en interaction avec la composante σ^+ (ou σ^-) des ondes ν , μ , λ , κ , il suffit de translater la raie σ^+ (ou σ^-) d'une valeur égale à l'écart Zeeman, de façon à la superposer à la courbe de distribution (en suivant les flèches). Les atomes en interaction avec les composantes de ν , μ , λ , κ sont obtenus par symétrie, car ils ont des vitesses opposées à celles des atomes en interaction avec les composantes correspondantes de ν , μ , λ , κ . Sur la figure VIII-1, comme dans la suite de ce paragraphe, ν^+ et ν^- représentent les composantes σ^+ et σ^- du mode ν .

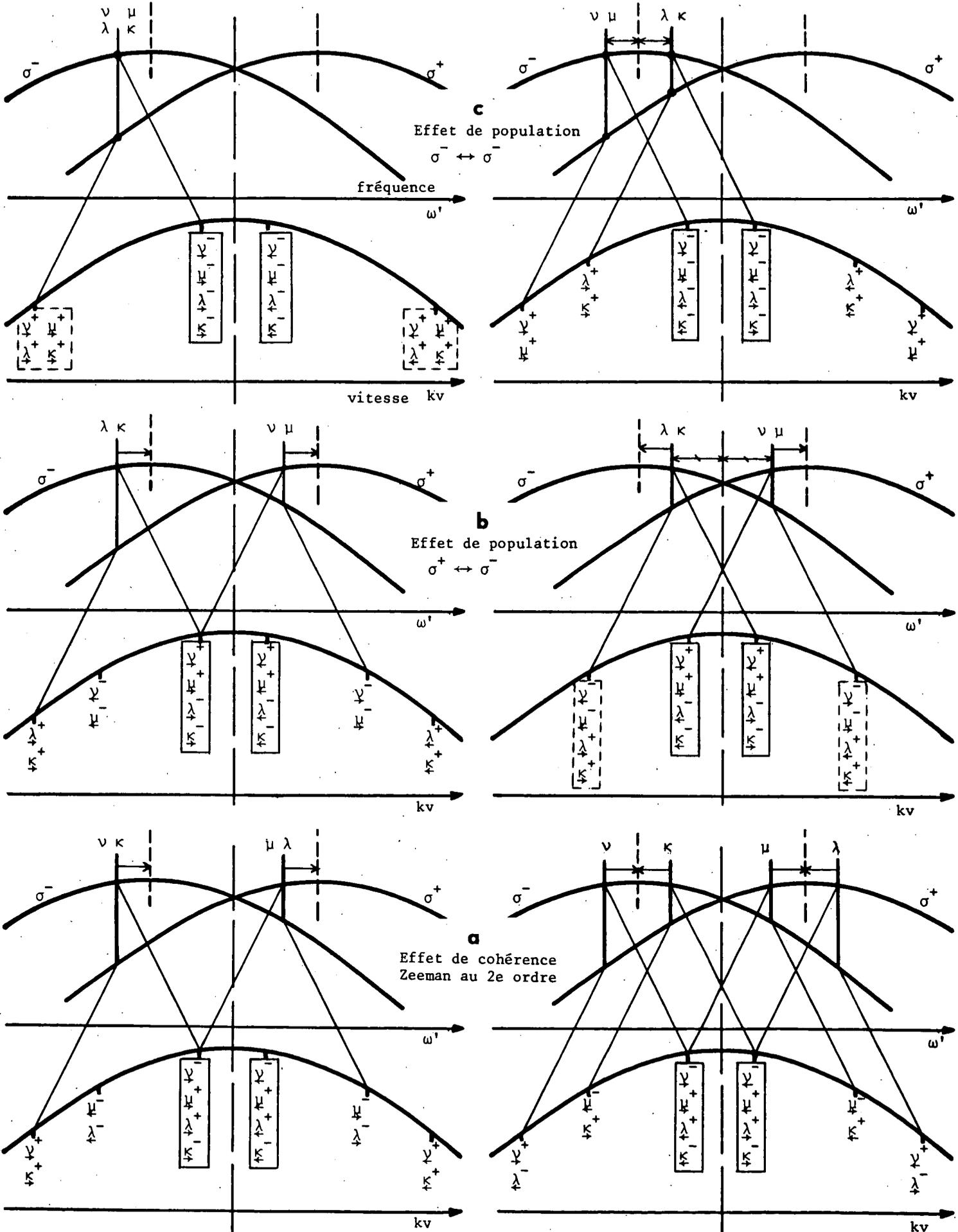
En règle générale, il y a résonance lorsque quatre ondes agissent sur les mêmes atomes, avec les conditions : $q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$; ν et μ de même sens; κ et λ de même sens (rappelons que \mathcal{E}_{-1} correspond à σ^+ , donc que ν et λ sont pris en σ^+ si q_1 et q_3 valent -1 tandis que μ et κ sont σ^+ si q_2 et q_4 valent +1).

Dans ce paragraphe, nous ne considérons que les termes exactement résonnants. Au paragraphe 4, nous étudierons la forme du signal en tenant compte du recouvrement des résonances et des

FIGURE VIII-1

Termes d'onde progressive

Termes d'onde stationnaire



termes légèrement hors résonance.

Cas c : $q_1 = q_3 = 1$, $q_2 = q_4 = -1$ donc $Q_2 = 0$, $q_2 - q_4 = 0$, $q_1 - q_4 = 2$

Il représente l'interaction des composantes σ^- des quatre modes. C'est un effet de population (cf. § VII-C-5-a- γ). Les termes obtenus sont de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu)} \left[\frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2} - \omega_Z\right)}{2\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - \delta_\kappa)} + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r \frac{X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa - 2\omega_Z)} \right] \quad (15)$$

Le terme d'onde progressive n'est résonnant que pour $\nu \equiv \mu \equiv \kappa \equiv \lambda$: c'est le terme de saturation de chaque mode par lui-même. Il ne dépend ni du champ magnétique, ni de la fréquence des modes, si ce n'est par la fonction X lentement variable.

Le terme d'onde stationnaire est résonnant lorsque $\nu \equiv \mu$ et $\lambda \equiv \kappa$ sont symétriques par rapport au centre de la raie σ^- (atome de vitesse opposée). Lorsqu'on balaye le champ magnétique, il y a résonance chaque fois que le centre de la raie σ^- est équidistant de deux modes.

Les résonances sont donc équidistantes mais leur position dépend de la position absolue des modes ("trous mobiles"). La grille des résonances σ^+ et σ^- ne coïncide pas, sauf si $\delta_0 = 0, \pm \Delta\omega/2$ (il y a alors une résonance en champ nul).

Ces résonances, qui proviennent d'effets de population, ont pour demi-largeur $2\Gamma'_{ab}$.

Cas b : $q_1 = q_4 = -1$, $q_2 = q_3 = 1$ donc $Q_2 = 0$, $q_2 - q_4 = 2$, $q_1 - q_4 = 0$

C'est la saturation réciproque des modes μ et ν en σ^+ et des modes κ et λ en σ^- . Cette saturation joue uniquement en terme de population des sous-niveaux Zeeman (cf. § VII-C-5-a- β). Ces termes sont de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu)} \left[\frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - \delta_\kappa + 2\omega_Z)} + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r \frac{X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa}{2} + \omega_Z\right)}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa)} \right] \quad (16)$$

Le terme d'onde progressive est résonnant si l'écart entre $\nu \equiv \mu$ et $\kappa \equiv \lambda$ est égal à l'écart Zeeman. Il produit en fonction du champ magnétique des résonances équidistantes et indépendantes de la fréquence des modes ("trous fixes"). Ce sont les résonances de population étudiées au chapitre VII. Leur demi-largeur est $2\Gamma'_{ab}$.

Le terme d'onde stationnaire ne présente pas de résonance en fonction du champ magnétique, mais seulement en fonction de la position des modes. Il y a résonance lorsque $\nu \equiv \mu$ et $\lambda \equiv \kappa$ sont symétriques par rapport au centre de la raie ω : alors, quel que soit le champ magnétique, on a forcément $v(\nu^+) = -v(\kappa^-)$ et $v(\nu^-) = v(\kappa^+)$.

Dans les 2 cas b et c, la contribution des atomes qui ont changé de vitesse n'a pas de résonance et nécessite seulement $\nu \equiv \mu$, $\kappa \equiv \lambda$.

Cas a : $q_1 = q_2 = 1$, $q_3 = q_4 = -1$ donc $Q_2 = 2$, $q_2 - q_4 = 2$, $q_1 - q_4 = 2$

C'est le terme de saturation provenant des cohérences $\Delta M = 2$ au second ordre, créées par $\nu(\sigma^-)$ et $\mu(\sigma^+)$ puis reprises par $\lambda(\sigma^+)$ et $\kappa(\sigma^-)$ (effet de cohérence Zeeman au second ordre) :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + 2\omega_b)} \left[\frac{X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} + i(\delta_\mu - \delta_\kappa + 2\omega_z)} + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r \frac{X\left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa}{2}\right)}{2\Gamma'_{ab} - i(\delta_\nu + \delta_\kappa - 2\omega_z)} \right] \quad (17)$$

Le terme d'onde progressive (cf. ch. VII, § B) a ses deux facteurs résonnants lorsque l'écart entre $\nu \equiv \kappa$ et $\mu \equiv \lambda$ est égal à l'écart Zeeman ($N-p$ termes résonnants). Il produit donc une seconde série de "trous fixes" superposés aux précédents. Ce sont les résonances de cohérence Zeeman étudiées au chapitre VII (plus particulièrement au § VII-C-5-a- δ). Nous les avons aussi appelées résonances fines car leur largeur est voisine de $\Gamma'_b(2)$ qui est généralement nettement inférieur à $2\Gamma'_{ab}$.

Les deux facteurs du terme d'onde stationnaire ne peuvent être simultanément résonnants que si $\delta_0 = 0$ ou $\pm\Delta\omega/2$. En effet, on doit avoir $2\omega_b = -p\Delta\omega = 2\delta_0 - (n_\nu + n_\kappa)\Delta\omega$. Cela signifie (voir figure) que l'écart Zeeman $-2\omega_b$ doit être égal à $\omega_\nu - \omega_\mu = \omega_\kappa - \omega_\lambda$ pour que les modes ν et μ puissent créer des grandeurs transversales au second ordre, et que, simultanément, la paire κ, λ doit interagir avec des atomes de même vitesse que la paire ν, μ , ce qui impose au centre de la raie σ^- d'être équidistant de ν et de κ .

Lorsque la condition $\delta_0 = 0$ ou $\pm\Delta\omega/2$ est réalisée, les résonances obtenues en fonction du champ magnétique sont identiques (note) à celles du terme d'onde progressive et il est possible de mettre en facteur $(1 + \cos 2(k_\nu - k_\mu)r)$ qui produit une modulation spatiale de l'amplitude de ces résonances de saturation (comme pour les termes de restitution par les processus de diffusion des vitesses).

Dans le cas général, lorsque les deux facteurs ne sont pas simultanément résonnants, la forme de courbe dépendra de façon critique des valeurs relatives de $\Gamma'_b(2)$, Γ'_{ab} et $\Delta\omega$. Le plus souvent le facteur de résonance Zeeman $[\Gamma'_b(2) + i(\delta_\mu - \delta_\nu + 2\omega_b)]^{-1}$ imposera la position de la résonance (si celle-ci n'est pas négligeable), car on a en général $2\Gamma'_{ab} \gg \Gamma'_b(2)$.

REMARQUE.

Pour ne pas alourdir l'exposé, nous n'écrivons pas l'expression générale analogue à (VII,39). Cependant, il faut faire deux remarques importantes :

- Pour les termes d'onde stationnaire, on peut aussi mettre en facteur $Re(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa)$ lorsque

(note)
à condition que les phases des modes soient synchronisées.

k_4 est pair . Ceci se montre en permutant $\nu \leftrightarrow \kappa$ et $\lambda \leftrightarrow \mu$.

- En regroupant les termes de q_i opposés, on peut toujours mettre en facteur les (3J), mais pour les trois cas, il faut garder la forme (comme pour le cas c de l'onde progressive, § VII-5-a-γ) :

$$\frac{X \left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa - (q_1 + q_4)\omega_Z}{2} \right)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_\nu + \delta_\kappa - (q_1 - q_4)\omega_Z]} + \frac{X \left(\frac{\delta_\nu - \delta_\kappa + (q_1 + q_4)\omega_Z}{2} \right)}{2\Gamma'_{ab} - i[\delta_\nu + \delta_\kappa + (q_1 - q_4)\omega_Z]} \quad (18)$$

4) Problème du recouvrement des résonances. Signal effectivement observable

Lorsque les modes sont très écartés les uns des autres ($\Delta\omega \gg \Gamma'_{ab}, \Gamma'_\alpha$), les résonances étudiées ci-dessus peuvent être résolues et sont toutes observables. De plus, les termes, dont l'un des facteurs est hors résonance, peuvent être négligés. C'est le cas des expériences de LE FLOCH (7⁴) (laser court , balayage rapide pour que les modes gardent une fréquence suffisamment constante). Dans ce cas aucun des termes, excepté le terme d'onde stationnaire du type a, ne dépend de la phase des modes.

Lorsque les modes sont rapprochés (ce qui est le cas dans nos conditions expérimentales), c'est-à-dire lorsque l'on a :

$$\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega \gg \Gamma'_\alpha(k) \quad , \quad (19)$$

on peut retrouver dans le cas d'une onde stationnaire tous les résultats obtenus dans le cas d'une onde progressive en ce qui concerne l'allure des résonances :

Les résonances du type b et c sont toutes de demi-largeur $2\Gamma'_{ab}$, elles se recouvrent donc pour former un fond continu; seules subsistent donc les résonances de type a qui sont nettement plus fines.

Lorsque les modes sont synchronisés, pour chaque résonance du facteur Zeeman ($\delta_\mu - \delta_\nu = p$), il faut tenir compte, dans (17), de plusieurs valeurs différentes de $\delta_\mu - \delta_\kappa = p - s$ (pour le terme d'onde progressive) et de plusieurs valeurs de $\delta_\nu + \delta_\kappa = 2\delta_\nu + s = 2\delta_0 - 2n_\nu + s$ (pour le terme d'onde progressive), car la largeur des résonances des facteurs de coïncidence optique ("trous") est supérieure à l'écart entre modes. Dans ces conditions, même si δ_0 est quelconque, les termes d'onde stationnaire ont une amplitude comparable à ceux d'onde progressive. On peut le montrer aisément à la limite des modes très rapprochés et très nombreux :

$$\Delta\nu \gg \Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega \gg \Gamma'_\alpha \quad ; \quad N\Delta\omega \sim \Delta\nu \quad (20)$$

On peut alors remplacer la sommation sur les modes par des intégrales, selon la méthode du § VII-D-4.

La somme de (17) sur ν et κ s'écrit ($\delta_\mu - \delta_\nu = p$; $\delta_\mu - \delta_\kappa = p - s$; $\delta_\nu + \delta_\kappa = 2\delta_\nu + s$) :

$$\text{Res}_{a_1, S}(p) = \int \frac{\sqrt{I(\delta_\nu) I(\delta_\nu + p)}}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \frac{d\delta_\nu}{\Delta\omega} \int \sqrt{I(\delta_\nu + s) I(\delta_\nu + s + p)} \left[\frac{X(\delta_\nu + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p - s + 2\omega_2)} + \frac{\cos(2\pi p \frac{r}{L}) X(\frac{s}{2})}{2\Gamma'_{ab} - i(2\delta_\nu + s - 2\omega_2)} \right] \frac{ds}{\Delta\omega} + cc \quad (21)$$

$$\approx \frac{2\pi}{\Delta\omega} \frac{\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} \left[1 + \cos(2\pi p \frac{r}{L}) \right] \int I(\delta) I(\delta + p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega}$$

Cette expression est l'équivalent de (VII,77). On peut voir qu'au facteur $\cos(2\pi p \frac{r}{L})$ près, le terme d'onde stationnaire est rigoureusement égal au terme d'onde progressive (si les conditions (20) sont satisfaites).

Lorsque les modes ne sont pas synchronisés, suivant les résultats du § VII-D-2, nous ne devons conserver que les termes ne faisant intervenir, au plus, que deux modes différents (pour que les phases relatives disparaissent). Pour la résonance centrale ($p = 0$, $\nu = \mu$, $\kappa = \lambda$), on peut conserver la sommation sur s et les résultats sont les mêmes qu'en modes synchronisés: (21) reste valable pour $p = 0$. Par contre, pour les résonances latérales ($p \neq 0$), seul le terme $s = 0$ subsiste. Lorsque les conditions (20) sont réalisées, la sommation de (17) sur ν se réduit à :

$$\text{Res}_{a_1, D.S}(p \neq 0) = \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \left[\frac{\int I(\delta) I(\delta + p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega}}{2\Gamma'_{ab} + i(p + 2\omega_2)} + \cos(2\pi p \frac{r}{L}) X(0) \int \frac{I(\delta) I(\delta + p)}{2\Gamma'_{ab} - i(2\delta - 2\omega_2)} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right] + cc \quad (22)$$

$$\approx \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \left[\frac{\int I(\delta) I(\delta + p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega}}{2\Gamma'_{ab} + i(p + 2\omega_2)} + \cos(2\pi p \frac{r}{L}) X(0) I^2(\frac{p}{2}) \frac{\pi}{2\Delta\omega} \right] + cc$$

A résonance (en supposant $\omega_b = \omega_2$ et p petit, le terme d'onde progressive de (22) est de l'ordre de

$$\frac{X(0)}{\Gamma'_b(2)\Gamma'_{ab}} (N-p) I_\nu^2, \text{ tandis que le terme d'onde stationnaire vaut } \frac{X(0)}{\Gamma'_b(2)\Gamma'_{ab}} \cos(2\pi p \frac{r}{L}) I_\nu^2 \frac{\pi\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}.$$

Ce dernier terme est donc négligeable puisque les conditions (20) entraînent $N\Delta\omega \sim \Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$. La signification physique de ceci est simple sur la figure VIII-1-a : pour le terme d'onde progressive, la condition $s = 0$ ($\nu = \kappa$; $\mu = \lambda$) imposée par la condition de phase assure automatiquement la résonance du facteur de coïncidence optique : toutes les $(N-p)$ paires de modes telles que $\omega_\nu - \omega_\mu = p$ sont simultanément résonnantes. Au contraire, pour le terme d'onde stationnaire, le facteur de coïncidence optique est résonnant si ν et κ sont symétriques (à Γ'_{ab} près) par rapport au centre de la raie σ^- , ce qui est contradictoire avec la condition $\nu = \kappa$ sauf si ν est au centre de la raie σ^- (à Γ'_{ab} près), ce qui est réalisé pour $\frac{\pi\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$ modes (= nombre de modes dans un trou de demi-largeur Γ'_{ab} . cf § VII-D-4).

Il résulte de la comparaison de (21) et de (22) que l'amplitude relative des résonances latérales en modes désynchronisés est deux fois plus faible pour une onde stationnaire que pour une onde progressive (dans le cas où $\cos(2\pi p \frac{r}{L}) \sim 1$) :

$$\frac{\text{Res}_{a_1, S}(p \neq 0)}{\text{Res}_{a_1, D.S}(p \neq 0)} \sim \frac{4\pi\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \quad (\sim 16 \text{ pour } \Gamma'_{ab} = 100 \text{ MHz et } \Delta\omega = 80 \text{ MHz}) \quad (23)$$

En conclusion, lorsque les modes sont rapprochés (condition (19)), les résonances de saturation ont le même comportement en onde stationnaire et en onde progressive. La différence principale vient du terme de modulation spatiale $\cos 2\pi p \frac{r}{L}$.

Les saturations observées sont fixes et ont la position prévue par la théorie en onde progressive. Leur largeur est déterminée essentiellement par les temps de relaxation atomiques. Enfin, lorsque les modes sont désynchronisés, on observe une forte atténuation des résonances en champ non nul : cette atténuation est environ deux fois plus forte en onde stationnaire qu'en onde progressive.

REMARQUES.

R 1

Les "trous mobiles" disparaissent d'autant mieux que nos expériences sont longues devant le temps de dérive des modes : tant qu'on ne stabilise pas la fréquence du laser, on ne peut observer qu'une valeur moyenne sans résonance.

R 2

Conformément aux résultats du § VII-D-2, lorsque (19) est réalisé, il n'est pas utile de compliquer les équations en utilisant le formalisme de l'appendice C ($\omega_{M_b M_a}$ à la place de ω_z) pour trouver la position des résonances : en effet, les résonances en ω_z , dont le calcul est incorrect, n'interviennent plus.

R 3

(21) montre que les résonances de saturation, en modes synchronisés, s'annulent en certains points de la cavité laser ($\frac{pL}{L} = n + \frac{1}{2}$). Notre cellule était placée trop près du miroir pour que ce phénomène soit observable. Il serait intéressant de le mettre en évidence sur la lumière de fluorescence émise par le tube laser lui-même.

Le facteur $(1 + \cos 2\pi p \frac{r}{L}) = 2 \cos^2 \pi p \frac{r}{L}$, permet d'expliquer le fait que les modes prennent spontanément la même phase (synchronisés) lorsque leurs fréquences sont parfaitement équidistantes (modes bloqués, cf. § IV-C-4). En effet, tous les termes de saturation qui dépendent de la phase des modes sont tels que $p \neq 0$. Parmi ces termes, les plus importants en champ magnétique nul (cas du tube laser) sont ceux pour lesquels $p = 1$, car le facteur Zeeman $[\Gamma'_b(k_2) + ip]^{-1}$ est moins hors résonance que pour $p > 1$. Il en résulte que la saturation provenant de ces termes est nulle au centre de la cavité lorsque les modes ont tous la même phase. Puisque le milieu amplificateur est dans la région centrale de la cavité, ce cas correspond à un minimum de saturation, et l'oscillation se fait spontanément avec cette phase particulière.

Ces résultats confirment les résultats théoriques et expérimentaux de SMITH (78) au sujet de l'influence de la position du milieu amplificateur dans la cavité, sur la synchronisation spontanée des modes. Le même raisonnement explique la synchronisation spontanée des modes par une cellule d'absorption placée dans la cavité (79) : celle-ci, au contraire du milieu amplificateur, doit être placée aux points où la saturation est maximum : près des miroirs pour la synchronisation telle que nous la définissons ici (impulsion périodique de fréquence $c/2L$). Si la cellule d'absorption est au centre du tube, la synchronisation se fait entre modes espacés de 2 intervalles ($\cos^2 \frac{\pi p}{2}$ vaut 0 pour $p = 1$, mais il vaut 1 pour $p = 2$) et le laser émet des impulsions deux fois plus rapprochées (fréquence $2c/2L$).

B - CAS D'UN LASER MONOMODE : OBSERVATION DU "LAMB DIP" SUR LA LUMIERE DE FLUORESCENCE

1) Formule générale (laser de polarisation σ rectiligne)

Dans le cas d'un laser monomode, les atomes qui ont changé de vitesse au 2e ordre ont très peu de chance d'interagir à nouveau avec le laser. Les termes de "restitution" sont donc négligeables (de l'ordre de $\Gamma'_{ab}/\Delta\nu$) et l'expression (10) s'écrit :

$$(4) \frac{k_4(\text{pair})}{b\rho_0} = - \frac{n(-)^{J_a+J_b} |P_{ab}|^4}{\Delta\nu \Gamma'_b(k_4)} + \frac{I^2 \sqrt{2k_4+1}}{\Gamma'_b(k_4)} \sum_{k_3} (2k_3+1) \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \quad (24)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{ligne 1} \\ \text{ligne 2} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 5 \begin{pmatrix} 11 & 2 \\ 11-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2-1-1 \end{pmatrix} \mathcal{R}e \left[\frac{\{b2, k_3\}}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} - (-)^{k_3} \frac{\{a2, k_3\}}{\Gamma'_a(2)+2i\omega_a} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \right) \right] \\ \left[\frac{2X(\delta)}{\Gamma'_{ab}+i\omega_Z} + \frac{X(0)}{\Gamma'_{ab}-i(\delta-\omega_Z)} + \frac{X(0)}{\Gamma'_{ab}+i(\delta+\omega_Z)} \right] \\ + \sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1k_2 \\ 1-10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1-1 \end{pmatrix} \left[\frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2)} - (-)^{k_3} \frac{\{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2)} \right) \right] \\ \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \left[X(\delta-\omega_Z) + X(\delta+\omega_Z) + X(0) \left(\mathcal{L} \left(\frac{\delta-\omega_Z}{\Gamma'_{ab}} \right) + \mathcal{L} \left(\frac{\delta+\omega_Z}{\Gamma'_{ab}} \right) \right) + 2(-)^{k_2} \left(X(\delta) \mathcal{L} \left(\frac{\omega_Z}{\Gamma'_{ab}} \right) + X(\omega_Z) \mathcal{L} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right) \right) \right] \end{array} \right]$$

Dans cette expression, on a posé $\mathcal{L}(x) = [1+x^2]^{-1}$ et

$$I \rightarrow |\mathcal{E}^V|^2 = \frac{1}{2} I_{ST} = \frac{1}{4} |\mathcal{E}_{ST}^V|^2 \quad (\text{cf. (IV, 8-a)}) \quad (25)$$

La ligne 1 contient l'effet des cohérences Zeeman (cas a) et la ligne 2 les effets de populations. Parmi ces derniers, le terme en facteur de $2(-)^{k_2}$ provient du cas b (saturation $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^-$) et les autres termes du dernier facteur proviennent du cas c (saturations $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^+$ et $\sigma^- \leftrightarrow \sigma^-$).

Dans chaque terme, on reconnaît la juxtaposition d'un terme d'onde progressive (la fréquence du mode, δ , intervient dans une fonction X et non dans un facteur résonnant) et d'un terme d'onde stationnaire (δ intervient dans un facteur résonnant et non dans X).

2) En champ magnétique nul ($\omega_a = \omega_b = \omega_z = 0$)

Dans les termes d'onde stationnaire, on peut remplacer $X(0) \mathcal{L}(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}})$ par $X(\delta) \mathcal{L}(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}})$ (car $\Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$), ce qui permet de mettre en facteur toute la dépendance de (24) par rapport à δ :

$${}^{(4)}\rho_{b0}^{k_4} \propto X(\delta) \left[1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] \quad (26)$$

Nous obtenons ainsi le "Lamb dip". Nous voyons qu'il est observable aussi bien sur la lumière de fluorescence que sur l'intensité du laser. Il correspond au fait que les saturations doublent lorsque la fréquence du mode passe par le centre du profil Doppler, c'est-à-dire lorsqu'il agit sur les atomes de vitesse nulle au lieu d'agir sur deux catégories d'atomes de vitesse opposée.

REMARQUE.

Lorsque Γ'_{ab} n'est pas totalement négligeable devant $\Delta\nu$, les atomes qui ont changé de vitesse apportent une contribution non résonnante, de telle sorte que, pour $\delta = 0$, le "Lamb dip" représente moins de la moitié de la saturation. Ce problème sera discuté au paragraphe C.

3) Effet du champ magnétique lorsque le mode est loin du centre de la raie

Lorsque $\delta \gg \Gamma'_{ab}$, (24) donne une résonance en champ nul et 2 résonances pour $\omega_z = \pm\delta$. Les résonances latérales (termes $\mathcal{L}(\frac{\delta \pm \omega_z}{\Gamma'_{ab}})$ de la ligne 2 de (24)) se produisent lorsque

le centre de la composante σ^+ (ou σ^-) a juste la même fréquence que le mode. Sur la figure VIII-2, ces résonances se produisent lorsque les points v^+ et v^+ (ou v^- et v^-) se croisent : la composante σ^+ (ou σ^-) est alors en interaction avec les atomes de vitesse nulle : c'est le vrai "Lamb dip" balayé magnétiquement. C'est uniquement un effet de population.

La résonance centrale s'interprète comme la saturation réciproque de la composante σ^+ et de la composante σ^- de chacune des deux ondes progressives associées au mode. Sur la figure VIII-2, elle se produit en champ nul, lorsque v^+ croise v^- et v^+ croise v^- . Cette résonance est identique à celle que l'on obtiendrait avec deux ondes progressives indépendantes : elle contient un effet de population ($\mathcal{L}(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}})$ dans la ligne 2 de (24)) et un effet de cohérence Zeeman qui provient

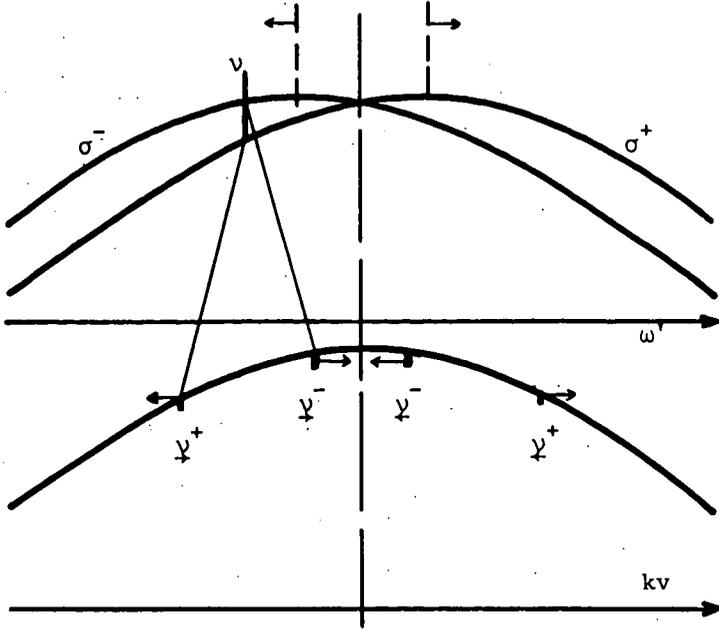


FIGURE VIII-2. Les flèches \rightarrow indiquent l'évolution quand le champ magnétique croît.

ici de l'effet Hanle du second ordre (termes de la forme $\text{Re}\left\{[\Gamma'_b(2)+2i\omega_b]^{-1}[\Gamma'_{ab}+i\omega_z]^{-1}\right\}$ de la ligne 1). En fait, au voisinage du champ nul, la saturation est deux fois plus faible qu'avec une onde progressive de même intensité (= mêmes effets linéaires) car en onde stationnaire, l'intensité se répartit sur deux fois plus d'atomes. En effet, en incluant les termes linéaires, on obtient l'expression de la lumière de fluorescence :

$$I_{b \rightarrow g}^{ST}(H \neq 0) = - \frac{n|P_{ab}|^2}{\Delta\nu} I_{ST} X(\delta) \left[A - |P_{ab}|^2 \frac{I_{ST}}{2} S(H) \right] \quad (27)$$

$$I_{b \rightarrow g}^{PR}(H \neq 0) = - \frac{n|P_{ab}|^2}{\Delta\nu} I_{PR} X(\delta) \left[A - |P_{ab}|^2 I_{PR} S(H) \right] \quad (28)$$

où PR représente le cas de l'onde progressive et ST le cas de l'onde stationnaire. I_{ST} est donné par (25) et l'on a posé :

$$S(H) = \frac{B}{\Gamma'_{ab}} + \frac{B'}{\Gamma'_{ab}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) + C_b \text{Re} \left[\frac{1}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \cdot \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i\omega_z} \right] + C_a \text{Re} \left[\frac{1}{\Gamma'_{ab}+i\omega_z} \cdot \frac{1}{\Gamma'_a(2)+2i\omega_a} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \right) \right] \quad (29)$$

$$A = \frac{2}{3} a(1)$$

$$B = \sum_{k_2} B(k_2) = \sum_{k_2 k_3} a(k_3) (2k_2+1) \left[\begin{array}{cc} 1 & 1k_2 \\ 1 & -10 \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} k_2 & 1k_3 \\ 0 & 1-1 \end{array} \right] \left[\frac{\left\{ \begin{array}{cc} 1 & 1k_2 \\ J_b J_b J_a \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{cc} k_2 & 1k_3 \\ J_a J_b J_b \end{array} \right\}}{\Gamma'_b(k_2)} - (-)^{k_3} \frac{\left\{ \begin{array}{cc} 1 & 1k_2 \\ J_a J_a J_b \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{cc} k_2 & 1k_3 \\ J_b J_a J_a \end{array} \right\}}{\Gamma'_a(k_2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,k_2)}{\Gamma'_b(k_2)} \right) \right] \quad (30)$$

$$B' = \sum_{k_2} (-)^{k_2} B(k_2)$$

$a(k)$, C_a et C_b ont été définis en (VII,84) et (VII,85-b). Lorsque $\omega_a - \omega_b \ll \Gamma'_a$, on peut poser (car $\omega_z = \omega_b$) :

$$\text{Re} \left[\frac{1}{\Gamma'_b(2)+2i\omega_b} \frac{1}{\Gamma'_{ab}+i\omega_z} \right] = \frac{1}{2\Gamma'_{ab}-\Gamma'_b(2)} \left[\frac{2}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] \quad (31)$$

Si l'on peut négliger le transfert par émission spontanée, on peut écrire la résonance en champ nul sous la forme :

$$S(H) \approx \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \left[B + \mathcal{L}\left(\frac{\omega_Z}{\Gamma'_{ab}}\right) \left(B' - \frac{C_b}{2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_b(2)} - \frac{C_a}{2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_a(2)} \right) \right] + \frac{2C_b}{\Gamma'_b(2) [2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_b(2)]} \mathcal{L}\left(\frac{2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) + \frac{2C_a}{\Gamma'_a(2) [2\Gamma'_{ab} - \Gamma'_a(2)]} \mathcal{L}\left(\frac{2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) \quad (32)$$

La résonance en champ nul apparaît comme la somme d'une Lorentzienne de largeur $2\Gamma'_{ab}$ et de deux Lorentziennes de largeur $\Gamma'_a(2)$ et $\Gamma'_b(2)$.

Si $\Gamma'_{ab} \gg \Gamma'_\alpha(2)$, ce qui est valable pour une pression de quelques Torr, les résonances fines ($\Gamma'_\alpha(2)$) se détachent bien sur les résonances larges ($2\Gamma'_{ab}$).

D'autre part, si la pression est très faible, les $\Gamma'_\alpha(k)$ ne dépendent plus de k et l'on peut utiliser la relation (A,14) qui donne (en l'absence de transfert) :

$$B' = \frac{C_a}{\Gamma'_b} + \frac{C_b}{\Gamma'_a} \quad (33)$$

Comme d'autre part on peut écrire, à très basse pression :

$$2\Gamma'_{ab} = \Gamma'_a + \Gamma'_b \quad (34)$$

on voit que la résonance de largeur $2\Gamma'_{ab}$ disparaît dans (32) (on obtient ainsi la formule que nous avons donnée dans la référence (21) pour le cas d'une onde progressive monomode).

Les deux cas extrêmes que nous venons d'envisager montrent qu'en laser monomode, aussi bien dans le cas d'une onde stationnaire ($\delta \gg \Gamma'_{ab}$) que dans le cas d'une onde progressive, la résonance en champ nul a une largeur déterminée par $\Gamma'_a(2)$ et $\Gamma'_b(2)$. En laser multimode (modes serrés), nous avons au contraire montré que la largeur dépendait plutôt de $\Gamma_a(2)$ et $\Gamma_b(2)$ (sans collisions de vitesse).

REMARQUE. R 1

LE FLOCH (74) a observé les 2 types de résonance sur la puissance du laser.

R 2

La formule (29) donne une forme de résonance en champ nul identique à celle de la formule (VII,51) lorsque le laser est multimode avec des modes très écartés. Dans ce cas, également, la largeur est déterminée par les $\Gamma'_\alpha(2)$.

4) Mode au centre de la raie

Lorsque $\delta = 0$, les trois résonances étudiées dans le cas $\delta \gg \Gamma'_{ab}$ coïncident en champ nul. Il n'est donc pas aisé de distinguer la résonance de saturation provenant du vrai "Lamb dip" (saturation \downarrow^+ par \downarrow^+ et \downarrow^- par \downarrow^- sur la figure VIII-3) de celle provenant de la saturation

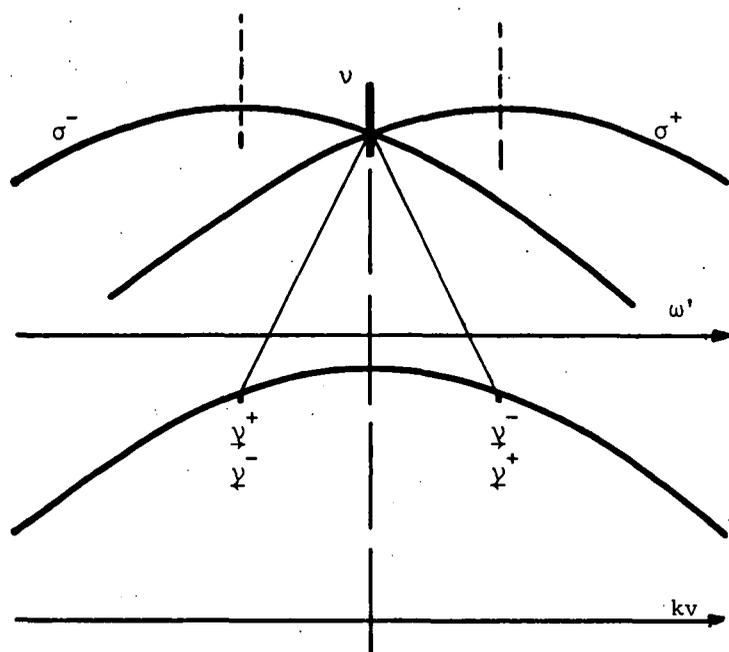


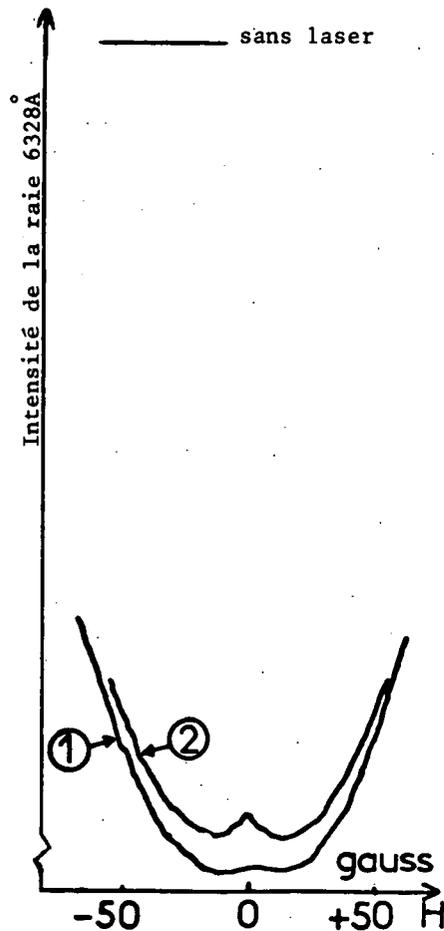
FIGURE VIII-3

réciproque $\sigma^+ - \sigma^-$ (ν_+^+ par ν_+^- et ν_+^- par ν_+^+). De plus, lorsque $\delta = 0$, on voit dans (24) que de nouveaux termes interviennent qui correspondent aux interactions ν_+^+, ν_+^- et ν_+^-, ν_+^+ : dans la ligne 1, les termes du type $X(0) [\Gamma'_\alpha(2) + 2i\omega_\alpha]^{-1} [\Gamma'_{ab} + i(\omega_Z \pm \delta)]^{-1}$ viennent doubler les effets de cohérence Zeeman. Le terme de population correspondant $(X(\omega_Z) \mathcal{L}(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}))$ dans la ligne 2) ne présente pas de résonance en fonction du champ magnétique car ν_+^+ et ν_+^- coïncident quel que soit le champ, de même que ν_+^+ et ν_+^- . Avec les mêmes notations que dans le paragraphe précédent, on obtient :

$$\mathcal{L}_{b \rightarrow g}^{ST}(\delta=0) = \frac{n |P_{ab}|^2}{\Delta \nu} I_{ST} X(\omega_Z) \left[A - |P_{ab}|^2 I_{ST} \left\{ \frac{B+B'}{2\Gamma'_{ab}} \left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\omega_Z}{\Gamma'_{ab}}\right) \right) + C_b \operatorname{Re} \left(\frac{1}{\Gamma'_{ab} + i\omega_Z} \cdot \frac{1}{\Gamma'_b(2) + 2i\omega_b} \right) + C_a \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\Gamma'_{ab} + i\omega_Z} \cdot \frac{1}{\Gamma'_a(2) + 2i\omega_a} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2) + 2i\omega_b} \right) \right] \right\} \right] \quad (35)$$

Lorsque le transfert est négligeable, (35) est équivalent à la formule de la référence (31) (ceci se voit en appliquant (31) : on a $\alpha = \frac{|P_{ab}|^2}{\Gamma'_{ab}} \frac{B+B'}{2A}$).

En champ magnétique nul, (35) et (28) prennent la même valeur. En effet, lorsque le mode interagit avec les atomes de vitesse nulle, il n'y a pas de différence entre une onde stationnaire et une onde progressive de même intensité. Cependant, on peut montrer que la profondeur du creux de saturation est plus grande en onde stationnaire car la saturation décroît plus vite quand le champ augmente (cf. Appendice L). Ceci signifie que la saturation en champ fort est plus forte lorsqu'une catégorie d'atomes est soumise à une seule onde progressive ν_+^+ que lorsqu'elle est soumise simultanément aux deux ondes ν_+^+ et ν_+^- de même intensité totale (ceci est un effet de population pur).



Expérimentalement ⁽²¹⁾, nous avons pu mettre en évidence ce phénomène à l'aide de la raie laser 3,39 μ (figure VIII-4) : en effet (cf. § VII-F-6), la raie 3,39 oscille spontanément sur un seul mode centré, du fait du très fort gain de cette raie et de la faible surtension de la cavité. D'autre part, on peut obtenir une onde progressive en supprimant le miroir du côté de la cellule : le gain est suffisant pour assurer une émission stimulée très intense sur un seul aller et retour (oscillation super-radiante).

FIGURE VIII-4 : Laser 3,39 μ monomode centré :

- (1) onde progressive
- (2) onde stationnaire d'intensité comparable

C - PUISSANCE EMISE PAR UN LASER MONOMODE EN CHAMP NUL ("LAMB DIP")

Notre but n'est pas d'étudier la théorie du laser; il est cependant intéressant de voir que le formalisme développé au chapitre II peut être utilisé à cet effet. Nous nous limitons ici au cas d'un laser monomode, de polarisation rectiligne, en l'absence de champ magnétique. Nous chercherons principalement à voir l'effet sur le "Lamb dip" du modèle utilisé pour les collisions et la diffusion multiple de façon à le comparer aux théories déjà existantes ⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽⁸⁸⁾⁽⁴⁷⁾.

1) Rappel de la théorie de LAMB

La théorie de LAMB ⁽⁴⁾ de l'oscillation laser consiste à supposer les atomes soumis à un champ électrique (onde stationnaire de polarisation rectiligne) :

$$E(r,t) = E \cos(\omega t + \phi) \sin(k r) \quad (41)$$

Nous restreignons la théorie de LAMB au régime stationnaire : E et ϕ sont donc fixes. A partir de E, on déduit par la mécanique quantique la polarisation du milieu (celui-ci étant isotrope, \vec{P} et \vec{E} sont

colinéaires et la théorie est simplement scalaire) :

$$P = [C \cos(\omega t + \phi) + S \sin(\omega t + \phi)] \sin kr \quad (42)$$

Les équations de Maxwell permettent alors de retrouver E à partir de P. Le calcul est "self consistent" si l'on obtient le champ E dont on est parti. Ceci donne deux équations, l'une pour la fréquence, l'autre pour l'amplitude (LAMB, réf. (4), formules (13) et (14)).

En régime stationnaire, elles s'écrivent :

$$(\omega_V - \Omega)E = -\frac{1}{2} \frac{\omega_V}{\epsilon_0} C \quad (43)$$

$$\frac{E}{Q} = -\frac{S}{\epsilon_0} \quad (44)$$

où Ω est la fréquence de résonance de la cavité, Q sa surtension pour ce mode (exprime les pertes) et ϵ_0 la permittivité du vide. Nous ne nous intéressons ici qu'à l'amplitude, c'est-à-dire à l'équation (44).

Si l'on prend uniquement l'expression de P au 1er ordre ($S^{(1)} = n s^{(1)}(\delta) E$), l'équation (44) donne le seuil d'oscillation. Nous appellerons inversion de population au seuil l'inversion de population n_T permettant le démarrage de l'oscillation laser lorsque le mode est au centre de la raie atomique ($\omega = \Omega = \omega_V$). (44) donne :

$$\frac{1}{Q} = -\frac{s^{(1)}(0)}{\epsilon_0} n_T \quad (45)$$

En tenant compte des termes du 3e ordre, on obtient $S^{(3)} = n s^{(3)}(\delta) E^3$ et l'équation (44) s'écrit :

$$\frac{E}{Q} = -\frac{n}{\epsilon_0} [s^{(1)}(\delta) E + s^{(3)}(\delta) E^3] \quad (46)$$

d'où l'on déduit l'amplitude d'oscillation :

$$E^2 = -\frac{\frac{1}{Q} + \frac{n}{\epsilon_0} s^{(1)}(\delta)}{\frac{n}{\epsilon_0} s^{(3)}(\delta)} = \frac{n_T s^{(1)}(0) - n s^{(1)}(\delta)}{n s^{(3)}(\delta)} \quad (47)$$

2) Utilisation du formalisme du chapitre II pour le calcul de la polarisation du milieu

Nous choisissons l'axe de quantification suivant la direction de polarisation de la lumière : nous n'avons donc que des composantes $q = 0$. Comme dans la théorie de LAMB, le champ est donc traité comme un scalaire, mais ici nous tenons compte de la structure Zeeman des niveaux et des collisions agissant à l'intérieur de cette structure.

En utilisant les formules (IV,7) et (IV,8), on peut écrire (en choisissant, pour simplifier, \mathcal{E}_{ST} réel et $\phi = -\pi/2$) :

$$E \equiv E_0 = (\mathcal{E}_{ST} e^{-i(\omega t - \frac{\pi}{2})} + \mathcal{E}_{ST} e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}) \sin kr \quad (48-a)$$

$$= (\mathcal{E}^+ e^{-i(\omega t - kr)} + \mathcal{E}^- e^{-i(\omega t + kr)}) + cc$$

avec

$$\mathcal{E}^+ = -\mathcal{E}^- = \frac{1}{2} \mathcal{E}_{ST} = \frac{E}{4} \quad (48-b)$$

Si l'on ne conserve dans $\bar{\rho}_{ab}(r,t)$ que les composantes modulées par $e^{i(\omega t \pm ikr)}$ (à l'exclusion des harmoniques spatiales et temporelles que nous pouvons négliger), (III,2) nous permet d'écrire :

$$P \equiv P_0 = \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^*(r,t) + \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(r,t) = \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} (ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) e^{-i(\omega t - kr)} + ab\bar{\rho}_0^1(\omega_-) e^{-i(\omega t + kr)}) + cc \quad (49-a)$$

$$= (\mathcal{P}_0^+ e^{-i(\omega t - kr)} + \mathcal{P}_0^- e^{-i(\omega t + kr)}) + cc = (\mathcal{P}_{ST} e^{-i(\omega t - \frac{\pi}{2})} + \mathcal{P}_{ST}^* e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}) \sin kr$$

avec :

$$\frac{1}{2} \mathcal{P}_{ST} = -\mathcal{P}_0^- = \mathcal{P}_0^+ = \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) = -\frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(\omega_-) \quad (49-b)$$

Cette dernière égalité se démontre aisément à partir de (48-b), en raison de la symétrie des expressions de $ab\bar{\rho}_0^1(\omega_{\pm})$ par échange du signe de tous les vecteurs d'onde.

On voit donc, en comparant (48) et (49) à (41) et (42) que

$$C = 2 \operatorname{Re}(\mathcal{P}_{ST}) \quad \text{et} \quad S = 2 \operatorname{Im}(\mathcal{P}_{ST}) \quad (50)$$

On peut montrer à tous les ordres (ou ordre par ordre à partir de (II,64) et (II,89) pour les ordres 2 et 4) que la partie non modulée de la variation de population s'écrit

$$\Delta_b \bar{\rho}_0^0 = \frac{i}{\Gamma_b(0) \sqrt{2J_b+1}} \frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} \left[ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) \mathcal{E}^+ + ab\bar{\rho}_0^1(\omega_-) \mathcal{E}^- \right] + cc \quad (51)$$

$$= \frac{4 \mathcal{E}^+}{\Gamma_b(0) \sqrt{2J_b+1}} \operatorname{Im} \left[\frac{P_{ab}}{\sqrt{3}} ab\bar{\rho}_0^1(\omega_+) \right] = \frac{\mathcal{E}^+}{\Gamma_b(0) \sqrt{2J_b+1}} S$$

Cette équation relie la modification de population du niveau b aux grandeurs électriques macroscopiques.

En utilisant (41), (42) et (48-b), on peut écrire :

$$\Delta n_b = \sqrt{2J_b+1} \Delta_b \bar{\rho}_0^0 = \frac{1}{\Gamma_b(0)} \frac{ES}{4} = \frac{1}{\Gamma_b(0)} \frac{1}{\omega} \left(E \frac{dP}{dt} \right) \quad (52)$$

En régime stationnaire, la modification de population est égale au débit d'arrivée divisé par le débit de départ $\Gamma_b(0)$. On voit donc que (52) exprime la conservation de l'énergie, car le nombre d'atomes portés dans le niveau b par unité de temps (débit d'arrivée) est égal à l'énergie moyenne perdue par le

faisceau laser, $(E \frac{dP}{dt})$, divisée par l'énergie ω d'un photon ($\hbar = 1$).

L'expression (51) montre qu'il n'est pas utile de recalculer $\rho_{ab}^{(1)-1}$ et $\rho_{ab}^{(3)-1}$ pour obtenir S : il suffit de reprendre les calculs déjà effectués de $\rho_{ab}^{(2)0}$ (ch. IV) et $\rho_{ab}^{(4)0}$ (ch. VII). Cependant, contrairement à ce que nous avons fait au chapitre VII, nous conservons ici tous les termes du premier ordre en $\Gamma/\Delta v$.

(VI,13) nous donne la contribution linéaire (= 2 ondes progressives) :

$$S^{(1)} = -4n \frac{|P_{ab}|^2}{3} \mathcal{E} \operatorname{Re} \left(\frac{W(\delta+i\Gamma'_{ab})}{1-gW(\delta+i\Gamma'_{ab})} \right) \quad (53)$$

avec les notations :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^+, \quad G_{ab}(1) = \Gamma'_{ab} - i\Delta, \quad \delta = \omega - \omega_v + \Delta, \quad g = g_{ab}(1) = \gamma' - i\Delta' \quad (54)$$

Pour obtenir $S^{(3)}$, nous ne pouvons utiliser directement (10), car dans cette expression, les termes en $\Gamma/\Delta v$ ont été négligés. Pour obtenir une expression valable au 1er ordre en $\Gamma/\Delta v$, nous devons :

- conserver le terme de "restitution" par la diffusion des vitesses (terme en $\gamma'_\alpha(k)$ dans (10));
- conserver les facteurs $[1-gW(\delta+i\Gamma'_{ab})]^{-1}$ dans (VII,15-b) et (VII,17). Nous pourrions cependant les négliger lorsqu'ils sont en facteur de termes eux-mêmes de l'ordre de $\Gamma/\Delta v$. C'est en particulier le cas du terme de "restitution" (provenant de (VII,18));
- conserver les expressions complètes (VII,23) et (4) correspondant aux cas A ($\mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+$) et B ($\mathcal{E}^+ \mathcal{E}^+ \mathcal{E}^- \mathcal{E}^-$) du tableau VIII-1. Par contre, le cas C ($\mathcal{E}^+ \mathcal{E}^- \mathcal{E}^- \mathcal{E}^+$) peut toujours être négligé car il ne donne que des contributions du second ordre en $\Gamma/\Delta v$.

Dans ces conditions, on obtient :

$$S^{(3)} = 4n \frac{|P_{ab}|^4}{3} \mathcal{E}^3 \operatorname{Re} \left\{ \frac{[1]}{1-gW} \left[\frac{-iW'}{1-gW} + \frac{\operatorname{Re}(W)}{\Gamma'_{ab}(1-g^*W^*)} + \frac{W}{(\Gamma'_{ab}-i\delta)(1-gW)} + \frac{\mathcal{I}_m(W)}{\delta(1-g^*W^*)} \right] + 4 [2] \left[\frac{x}{\Delta v} \right]^2 \right\} \quad (55)$$

avec

$$[1] = \frac{1}{3(2J_b+1)\Gamma'_b(0)} + \frac{1}{3(2J_a+1)\Gamma'_a(0)} \left[1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)} \right] + \frac{2}{\Gamma'_b(2)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}^2 + \frac{2}{\Gamma'_a(2)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}^2 \left[1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \right] \quad (56)$$

$$\begin{aligned}
[2] = & \frac{\gamma'_b(0)}{3(2J_b+1)\Gamma'_b(0)\Gamma'_b(0)} + \frac{1}{3(2J_a+1)} \left[\frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) \right] + \frac{2\gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)\Gamma'_b(2)} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}^2 \\
& + 2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}^2 \left[\frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(1,2)}{\Gamma'_b(2)}\right) \right]
\end{aligned} \quad (57)$$

Pour développer $S^{(3)}$ en conservant les termes du premier ordre en $\Gamma'_{ab}/\Delta v$, on utilise (F,11) :

$$W(\delta+i\Gamma'_{ab}) \approx \frac{1}{\Delta v} \left[x(\frac{\delta}{\Delta v}) + iy(\frac{\delta}{\Delta v}) \right] + \frac{i\Gamma'_{ab}}{(\Delta v)^2} \left[x'(\frac{\delta}{\Delta v}) + iy'(\frac{\delta}{\Delta v}) \right] \quad (58)$$

$$W'(\delta+i\Gamma'_{ab}) \approx \frac{1}{(\Delta v)^2} \left[x'(\frac{\delta}{\Delta v}) + iy'(\frac{\delta}{\Delta v}) \right] \quad (59)$$

$$\left[1-gW(\delta+i\Gamma'_{ab}) \right]^{-1} \approx 1+gW(\delta) = 1 + \frac{\gamma' - i\Delta'}{\Delta v} \left[x(\frac{\delta}{\Delta v}) + iy(\frac{\delta}{\Delta v}) \right] \quad (60)$$

Dans (55), on a alors :

$$\mathcal{R}_e \left[\frac{1}{1-gW} \left(\frac{-iW'}{1-gW} + \frac{\mathcal{R}_e(W)}{\Gamma'_{ab}(1-gW^*)} \right) \right] \approx \frac{y'}{(\Delta v)^2} + \frac{x}{\Gamma'_{ab} \Delta v} \left[1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x + \frac{2\Delta'}{\Delta v} y \right] - \frac{y'}{(\Delta v)^2} \quad (61)$$

$$\mathcal{R}_e \left[\frac{1}{1-gW} \left(\frac{W}{(\Gamma'_{ab}-i\delta)(1-gW)} + \frac{\mathcal{I}_m(W)}{\delta(1-gW^*)} \right) \right] \approx \frac{\Gamma'_{ab} \mathcal{R}_e(W+2gW^2) - \delta \mathcal{I}_m(W+2gW^2)}{\Gamma'^2_{ab} + \delta^2} + \frac{y}{\delta \Delta v} \quad (62)$$

Dans (62), on a utilisé le fait que $\frac{1}{\delta} y(\frac{\delta}{\Delta v})$ est de l'ordre de $1/\Delta v$ car y est impair. Au voisinage de la résonance $\delta = 0$, on peut écrire (car x' est également impair) :

$$\Gamma'_{ab} \mathcal{R}_e(W+2gW^2) \approx \Gamma'_{ab} \frac{x}{\Delta v} \left(1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x \right) - \frac{\Gamma'^2_{ab}}{\Delta v^2} y'$$

$$\delta \mathcal{I}_m(W+2gW^2) \approx \delta \frac{y}{\Delta v} - \frac{2\Delta'}{\Delta v} \delta x^2$$

(62) s'écrit alors (en posant $x \left[1+x^2 \right]^{-1} = \mathcal{D}(x)$) :

$$\frac{x}{\Gamma'_{ab} \Delta v} \left(1 + \frac{2\gamma' x}{\Delta v} \right) \mathcal{L} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right) + 2 \frac{\Delta'}{\Delta v} \frac{x^2}{\Gamma'_{ab}} \mathcal{D} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right)$$

On obtient alors :

$$S^{(3)} = \frac{4n}{\Delta v \Gamma'_{ab}} \frac{|P_{ab}|^4}{3} \mathcal{E}^3 x(\frac{\delta}{\Delta v}) \left([1] \left[\left(1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v}) \right) \left(1 + \mathcal{L} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right) \right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(y(\frac{\delta}{\Delta v}) + x(\frac{\delta}{\Delta v}) \mathcal{D} \left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}} \right) \right) \right] + \frac{4\Gamma'_{ab}}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v}) [2] \right) \quad (63)$$

$$S^{(1)} = - \frac{4n}{\Delta v} \frac{|P_{ab}|^2}{3} \mathcal{E} \mathcal{R}_e \left(\frac{W}{1-gW} \right) \approx - \frac{4n}{\Delta v} \frac{|P_{ab}|^2}{3} \mathcal{E} \left[x - \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} y' + \frac{\gamma'}{\Delta v} (x^2 - y^2) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} xy \right] \quad (64)$$

La formule (47) donne alors l'intensité du laser :

$$\frac{E^2}{16} = \mathcal{E}^2 = \frac{\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \frac{x(\frac{\delta}{\Delta v}) - \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} y'(\frac{\delta}{\Delta v}) + \frac{\gamma'}{\Delta v} [x^2(\frac{\delta}{\Delta v}) - y^2(\frac{\delta}{\Delta v})] + \frac{2\Delta'}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v}) y(\frac{\delta}{\Delta v}) - \frac{n_T}{n} [x(0) - \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} y'(0) + \frac{\gamma'}{\Delta v} x^2(0)]}{x(\frac{\delta}{\Delta v}) \left\{ [1] \left[\left(1 + \frac{2\gamma'}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v})\right) \left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(y(\frac{\delta}{\Delta v}) + x(\frac{\delta}{\Delta v}) \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + \frac{4\Gamma'_{ab}}{\Delta v} x(\frac{\delta}{\Delta v}) [2] \right\}} \quad (65)$$

3) Discussion du résultat. Comparaison avec la bibliographie

Avant de comparer (65) aux formules obtenues par différents auteurs, donnons une expression approximative valable lorsque δ est petit (premiers termes négligés : $\frac{\Gamma\delta^2}{(\Delta v)^3}$). En prenant les valeurs $x(x) = \sqrt{\pi} e^{-x^2}$ et $y'(0) = 2$, on a :

$$E^2 = \frac{16\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \frac{\left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} + \sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v} \right] \left[1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)^2} + 4 \frac{\Delta' \delta}{(\Delta v)^2} \right]}{[1] \left[\left(1 + 2\sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v}\right) \left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(\frac{2\delta}{\Delta v} + \sqrt{\pi} \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} [2]} \quad (66)$$

$$= \frac{16\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v} \right] \frac{1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)^2} + 4 \frac{\Delta' \delta}{\Delta v^2}}{[1] \left[\left(1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) + \frac{2\Delta'}{\Delta v} \left(\frac{2\delta}{\Delta v} + \sqrt{\pi} \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)\right) \right] + 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} [2]}$$

que l'on peut encore écrire approximativement :

$$E^2 = \frac{16\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta v} \right] \frac{1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta - 2\Delta'}{\Delta v}\right)^2}}{[1] \left[1 + \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) + 2\sqrt{\pi} \frac{\Delta'}{\Delta v} \mathcal{D}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] + 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} [2]} \quad (67)$$

REMARQUE.

Il est intéressant de constater que la probabilité de restitution du dipôle optique après une collision de vitesse, c'est-à-dire γ' , n'intervient pas dans la forme (67) du Lamb dip (elle n'intervient que dans un facteur non mesurable). En fait, c'est uniquement les $\gamma'_\alpha(k)$ (probabilité de restitution des grandeurs atomiques) qui interviennent par le facteur [2].

a) Comparaison avec les résultats de RAUTIAN (10)

On peut voir que le numérateur de (65) (qui provient de $S^{(1)}$) et n'est autre que la forme de raie classique (III,6)) est une courbe dissymétrique et que le sommet de cette courbe est déplacé de la quantité :

$$\delta_{\text{Max}} = -2\Delta' \frac{X(0)Y'(0)}{X''(0)} = 2\Delta' \quad (+ \text{ termes en } \frac{\Delta'}{\Delta v}) \quad (68)$$

$$\omega_{\text{Max}} = \omega + \Delta - 2\Delta' \quad (69)$$

Ces résultats ont été démontrés par RAUTIAN et SOBEL'MAN (9). Ils proviennent des collisions qui changent simultanément la vitesse des atomes et la phase de leur dipôle optique, ce qui est exprimé dans notre formalisme par la partie imaginaire de $g' = \gamma' - i\Delta'$. Au contraire, comme on peut le voir sur (53), les collisions qui déphasent sans changer la vitesse déplacent simplement la raie sans la déformer (Δ dans (54) et (69)) tandis que les collisions qui changent la vitesse sans déphaser (si g est réel) modifient la forme Doppler sans la déplacer ni la dissymétriser. En comparant nos définitions (II,24-b) et (II,25-b) aux définitions (2,4) et (2,5) de RAUTIAN (10), on peut établir la correspondance de notation $\Delta \rightarrow \Delta_1$ et $\Delta' \rightarrow -\Delta_2$ ce qui montre que le déplacement (69) est identique à celui calculé par RAUTIAN ((3,14) de (10)).

Le dénominateur de (65) présente une résonance étroite (responsable du "Lamb dip") et déplacée de la quantité :

$$\delta = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma' ab}{\Delta v} \Delta' \quad (70)$$

Cette quantité est négligeable, ce qui est normal car le déphasage lié à Δ' est accompagné d'un changement de vitesse des atomes : mis à part une petite proportion d'entre eux (de l'ordre $\frac{\Gamma' ab}{\Delta v}$), ces atomes sont perdus pour les phénomènes de saturation responsables du "Lamb dip". Δ' ne peut donc déplacer celui-ci. Par contre, le déphasage sans changement de vitesse provenant de Δ (incorporé dans la définition de δ) déplace de la même façon le numérateur et le dénominateur de (65).

Comme le numérateur et le dénominateur de (65) ne sont pas maximum pour la même valeur de δ , le "Lamb dip" est dissymétrique. Nous retrouvons exactement le résultat démontré par RAUTIAN, ce qui est normal puisque nous avons utilisé le même modèle de collisions (collisions fortes accompagnées d'un déphasage). Il faut cependant remarquer que RAUTIAN (formule (3,16), réf. (10)) néglige tous les termes de l'ordre de $\gamma/\Delta v$ ou $\Delta'/\Delta v$ à l'exception de celui qui produit la dissymétrie du numérateur : il est préférable pour la rigueur de garder tous les termes du même ordre de grandeur, en particulier pour vérifier que le déplacement du maximum du dénominateur est négligeable.

De plus, notre calcul tient compte de la structure Zeeman des niveaux.

b) Comparaison avec la théorie de GYORFFY, BORENSTEIN et LAMB (8)

Nous n'avons pas tenu compte des interactions à longue portée (interaction moyenne avec tous les autres atomes supposés immobiles) auxquelles GYORFFY attribue la dissymétrie du "Lamb dip"; nous devons donc comparer (65) à la formule (118) de la réf. (8), à condition d'y supprimer l'effet de ces interactions (en posant $P(\Delta\omega) = \delta(\Delta\omega)$). On voit alors que la formule (118) de la réf. (8) s'écrit

dans notre formalisme (attention à l'erreur d'impression dans la formule (119), réf. (8)) :

$$\frac{E^2}{16} = \frac{\Gamma'_{ab}}{|P_{ab}|^2} \frac{1}{(1+2\sqrt{\pi} \frac{\gamma'}{\Delta\nu})} \frac{1}{1 - \frac{n_T}{n} e^{(\frac{\delta}{\Delta\nu})^2}} \frac{1}{\left[\frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \left[1 - \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] + 2\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \left[\frac{\gamma'}{\Gamma'_a \Gamma'_a} + \frac{\gamma'}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \right]} \quad (71)$$

avec la correspondance de notation :

$$\bar{\gamma}'_{ab} \rightarrow \Gamma'_{ab} ; \quad \gamma'_\alpha \rightarrow \Gamma'_\alpha ; \quad \gamma'_{ab} \rightarrow \frac{\Gamma'_a + \Gamma'_b}{2} ; \quad \gamma_\alpha \rightarrow \Gamma_\alpha \quad (72)$$

$$\gamma_{ab} \rightarrow \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{2} ; \quad Ku \rightarrow \Delta\nu ; \quad \epsilon = \frac{1}{TKu} \rightarrow \frac{\gamma'}{\Delta\nu} ; \quad \Delta \rightarrow \Delta$$

$$\omega - \nu + \Delta \rightarrow \delta$$

(71) est très voisin de notre expression (66). Les différences sont de deux natures :

α) Les différences provenant des hypothèses

- La formule de GYORFFY ne contient pas de terme en Δ' car il ne tient pas compte des corrélations entre le changement de vitesse et le déphasage du dipôle optique dans les collisions : ceci revient à prendre g réel dans notre formalisme (donc $\Delta' = 0$).
- Les crochets [1] et [2] de (66) (définis en (56) et (57)) sont plus généraux que les facteurs correspondants de (71). Pour obtenir ces derniers, il faut faire les hypothèses suivantes :

- 1) les $\Gamma_\alpha(k)$ et les $\Gamma'_\alpha(k)$ ne dépendent pas de k ;
- 2) $\gamma'_a(k) = \gamma'_b(k) = \gamma'$, car GYORFFY n'introduit pas de corrélation entre le changement de vitesse et la destruction des variables internes, pendant les collisions;
- 3) il n'y a pas de transfert par émission spontanée; avec ces trois hypothèses, on obtient :

$$[1] = \alpha \left[\frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b} \right] \quad \text{et} \quad [2] = \alpha \left[\frac{\gamma'}{\Gamma'_a \Gamma'_a} + \frac{\gamma'}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \right] \quad (73)$$

$$\alpha = 3 \sum_k (2k+1) \begin{pmatrix} 11k \\ 000 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}^2 = 3 \sum_k (2k+1) \begin{pmatrix} 11k \\ 000 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix}^2 \quad \text{d'après (A,13)}$$

On peut aisément comprendre que la théorie de GYORFFY et LAMB est correcte dans le cas d'un laser polarisé rectilignement (π) lorsqu'il n'y a qu'un seul temps de relaxation pour chaque niveau atomique. En effet, il n'y a pas, dans ce cas, de transfert de population d'un sous-niveau Zeeman

$M_b = -1$ ● $\overset{0}{\bullet}$ $\overset{1}{\bullet}$ à l'autre : dans le cas d'une raie $J=1 \leftrightarrow J=0$, on peut restreindre le problème à un problème à 2 niveaux ($M_a = 0, M_b = 0$) et le champ se réduit simplement au champ scalaire de la théorie de LAMB. Dans les autres cas (J quelconque),



le problème est une superposition d'un certain nombre de problèmes à 2 niveaux, indépendants les uns des autres.

β) Les différences "algébriques"

• Dans le premier facteur, les termes correctifs de l'ordre de $\Gamma/\Delta\nu$ ne sont pas identiques car GYORFFY a omis ceux qui proviennent du numérateur. Cette différence est sans importance car il s'agit d'un facteur non mesurable.

• Le terme provenant de la diffusion de la vitesse au numérateur de (71) est pondéré par $2\sqrt{\pi}$ au lieu de $4\sqrt{\pi}$ dans notre formule (66) (notre facteur 4 est confirmé par les formules des auteurs russes ci-dessous). Cette différence est très importante pour la forme de "Lamb-dip".

Il apparaît que GYORFFY a oublié la moitié des termes que nous appelons "termes de restitution", car il a utilisé au départ de son calcul (formule (10") de la réf. (8)) une expression de LAMB (4) où l'approximation des grandes largeurs Doppler était déjà faite. En effet, dans la mesure où il est possible de comparer point pour point les deux calculs, on voit que cette approximation fait disparaître un terme sur deux lors de l'intégration sur les vitesses des termes "sans changement de vitesse" (passage de (VII,23) à (VII,29) et traitement analogue de (VIII,4)). Par contre, elle ne fait disparaître aucun des termes de "restitution" (VII,31). Il n'est donc pas correct de prendre les formules sans changement de vitesse, après l'approximation et de les modifier pour inclure la diffusion de la vitesse. On peut d'ailleurs vérifier, en utilisant la formule de LAMB avant l'approximation $ku \gg \Gamma$ (formule (71) de la réf. (4) avant intégration sur v), qu'il s'introduit dans la formule (10") de GYORFFY (8) un terme (note) de la forme $\cos \left[K \int_{t'}^t dt \hat{v}(t) + K \int_{t''}^{t'''} dt \hat{v}(t) \right]$ qui a pour effet de doubler le terme de "restitution" et de redonner la formule exacte (66).

c) BETEROV, MATYUGIN et CHEBOTAIEV (88) considèrent que seule la diffusion multiple est responsable de la diffusion de la vitesse des atomes excités. Avec cette hypothèse, ils donnent une formule pour le "Lamb dip" à l'aide d'une théorie purement scalaire (comme celle de LAMB). Notre formule (66) se réduit exactement à la leur (formule (14) de la réf. (88)) si l'on fait les mêmes hypothèses qu'eux ($\Gamma'_a = \Gamma_a$, $\Gamma'_b = \Gamma_b(0) = \Gamma_b - \gamma_b'(0)$). De plus, ces auteurs montrent expérimentalement l'importance de la diffusion multiple (voir § 4).

En collaboration avec RAUTIAN (89), ces mêmes auteurs ont récemment repris leur calcul en tenant compte de la structure Zeeman de la raie et des collisions. Dans le même article, ils montrent que la vitesse des atomes est pratiquement thermalisée après deux processus d'émission et de réabsorption de la raie de résonance, c'est-à-dire que le noyau de l'intégrale exprimant la diffusion des vitesses (cf. (II,21)) tend très vite vers la forme $W_M(v)$ utilisée ici.

(note)

Il y a encore d'autres termes qui sont effectivement négligeables.

d) D'YAKONOV et PEREL (⁴⁸) ont abordé le même problème que les auteurs précédents. Ils donnent une théorie tenant compte de la structure Zeeman des niveaux, mais ne tenant pas compte des collisions (théorie à très basse pression). Pour représenter les changements de vitesse accompagnant la diffusion multiple, ils utilisent un noyau (fonction α de (II,21) et (II,22)) plus réaliste que le nôtre, mais progressivement au cours du calcul, ils utilisent des approximations qui reviennent à faire le remplacement (II,22) (pour la population seule), c'est-à-dire à admettre que la diffusion multiple thermalise complètement la vitesse des atomes. Par contre, D'YAKONOV et PEREL négligent la diffusion de l'alignement dans le profil Doppler, car celui-ci est détruit au bout d'un petit nombre d'émissions et de réabsorption. Il est vraisemblable que la réalité soit intermédiaire entre leur approximation et la nôtre : l'alignement diffuse certainement de façon importante dans le profil Doppler mais peut-être pas suffisamment pour que les vitesses des atomes alignés atteignent la distribution de Maxwell. De toute façon, dans le cas que nous étudierons au prochain paragraphe (raie $J_b=2 \rightarrow J_a=1$), l'alignement est négligeable dans le niveau b seul affecté de façon importante par la diffusion multiple.

En ne gardant que l'effet de la diffusion multiple sur la population du niveau b et en négligeant les collisions, nous pouvons écrire (66) sous la forme :

$$E^2 \propto \frac{1 - \frac{n_T}{n} e^{\left(\frac{\delta}{\Delta\nu}\right)^2}}{\mathcal{L} + 1 + \frac{4\sqrt{\pi} \Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \frac{\gamma'_b(0)}{\Gamma'_b(0)} \beta \left(\frac{1}{\Gamma'_a} + \frac{1}{\Gamma'_b}\right)^{-1}} \quad (74)$$

avec :

$$\beta = \frac{1}{3(2J_b+1)} \left[\frac{1}{3(2J_a+1)} + 2 \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\}^2 \right]^{-1} \quad (\text{en utilisant (73)})$$

(74) se réduit exactement à l'expression (21) de D'YAKONOV et PEREL, à condition de supposer comme eux que la probabilité de transition de la raie de résonance est beaucoup plus grande que celle de toutes les autres raies, c'est-à-dire $\gamma'_b(0) = \gamma_{res.} \approx \Gamma'_b \gg \Gamma_b$ (et donc $\frac{\gamma'_b(0)}{\Gamma'_b(0)} \approx \frac{1}{\Gamma_b(0)}$).

En conclusion, notre formalisme apparaît comme une généralisation des théories présentées dans les différentes références que nous venons d'énumérer. Les formules (65) à (67) permettent d'obtenir la forme du "Lamb dip" dans le cas général d'une transition entre deux niveaux quelconques, en présence de collision désorientante, de collision de vitesse, de diffusion multiple des raies de résonance et de transfert par émission spontanée (note). En négligeant certains termes, ou en faisant

(note)
Seules les interactions à longue distance introduites par GYORFFY ne sont pas comprises dans notre formalisme.

certaines approximations, on retrouve la formule donnée par l'un ou l'autre des auteurs ci-dessus.

Notre formalisme ne permet évidemment pas, à lui seul, de trancher entre différentes interprétations physiques, en particulier pour les deux questions importantes :

- La diffusion des vitesses atomiques vient-elle des collisions ou de la réabsorption des raies de résonance (ou des deux) ?
- La dissymétrie du Lamb dip provient-elle de la corrélation entre le déphasage du dipôle et les modifications de vitesse (théorie de RAUTIAN) ou vient-elle des interactions à longue portée (théorie de GYORFFY) ?

Seule l'expérience peut répondre à ces questions. C'est pourquoi, comme l'ont fait GYORFFY et al et BETEROV et al, nous allons essayer d'interpréter les mesures de CORDOVER à l'aide de notre formule théorique. Ceci est d'autant plus intéressant que nous disposons de valeurs expérimentales nettement plus précises pour les temps de relaxation du néon.

4) Application numérique à partir des résultats de CORDOVER et BONCZYK (49)

Ces auteurs ont étudié la forme du "Lamb dip" en fonction de la pression dans deux mélanges d'hélium et de néon. Pour interpréter la forme de leurs courbes, ces auteurs ajustent les paramètres A, B, C, D et E de l'expression :

$$I(x) = \frac{A [1 - B e^{x^2}]}{1 - \frac{2C}{\sqrt{\pi}} + D(1 + \frac{2C}{\sqrt{\pi}}) \mathcal{L}(\frac{x-E}{C})} \quad (75)$$

En comparant à la forme (67) dans laquelle on a supprimé le terme de dispersion du dénominateur (les valeurs numériques de Δ' le justifient), on voit que l'on peut établir les correspondances

$$C = \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} \quad E = \frac{2\Delta'}{\Delta v}$$

$$\frac{1 - \frac{2C}{\sqrt{\pi}}}{D(1 + \frac{2C}{\sqrt{\pi}})} = 4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v} \frac{[2]}{[1]} + 1 \quad (76)$$

La formule (75) de CORDOVER provient d'une extension au 1er ordre en $\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v}$ de la formule semi-empirique de SZÖKE et JAVAN (92) :

$$I = A \frac{1 - B e^{\left(\frac{\delta}{\Delta v}\right)^2}}{1 + D \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\Gamma'_{ab}}\right)} \quad (77)$$

Dans (75) comme dans (77), le facteur d'atténuation du "Lamb dip", D, est interprété comme le rapport

$$D = \frac{\gamma}{\Gamma'_{ab}} \quad (78)$$

de deux temps de relaxation provenant de deux types de collision (appelées collisions douces et collisions fortes). En fait, nous pouvons voir, comme l'ont également fait remarquer plusieurs des auteurs cités au paragraphe précédent, que γ n'a pas un sens physique simple et que c'est une fonction compliquée des différents temps de relaxation.

A partir des paramètres C et D obtenus expérimentalement à l'aide de (75), CORDOVER déduit les quantités Γ'_{ab} (γ' dans sa notation) et γ en admettant une largeur Doppler $\Delta\nu=900$ MHz. Il obtient les points expérimentaux que nous avons reportés sur les figures VIII-5 et VIII-6.

En utilisant les valeurs expérimentales de CORDOVER pour Γ'_{ab} , il nous est possible de calculer γ à l'aide de (76) et (78) :

$$\gamma = \frac{\Gamma'_{ab} [2]}{4\sqrt{\pi} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} [1] + 1} \cdot \frac{1 - \frac{2\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu\sqrt{\pi}}}{1 + \frac{2\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu\sqrt{\pi}}} \quad (79)$$

Dans le cas $J_b=1, J_a=2$, on a :

$$[1] = \frac{1}{9\Gamma'_b(0)} + \frac{1}{450\Gamma'_b(2)} + \frac{1}{15\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) + \frac{7}{150\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{10\Gamma'_b(2)}\right) \quad (80)$$

$$[2] = \frac{\gamma'_b(0)}{9\Gamma'_b(0)\Gamma'_b(0)} + \frac{\gamma'_b(2)}{450\Gamma'_b(2)\Gamma'_b(2)} + \frac{1}{15} \left[\frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma'_b(0)}\right) \right] \\ + \frac{7}{150} \left[\frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{10\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{1}{\Gamma'_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{10\Gamma'_b(2)}\right) \right]$$

Sur les figures VIII-5 et VIII-6, nous avons tracé les courbes $\gamma = f(P)$ obtenues en supposant qu'il n'y a pas de collisions de vitesse et que seule la diffusion multiple du niveau $3s_2$ (note) est responsable de l'atténuation du "Lamb dip". Nous avons utilisé les valeurs des temps de relaxation données dans le tableau VI-1.

(note) L'introduction d'un léger effet de diffusion multiple sur le niveau $2p_4$ (~ 1 MHz d'après DECOMPS) n'a pratiquement pas d'effet.

$$\Gamma_a(0) = \Gamma'_a(0) = 9,35 + 0,53 P_{\text{He}} + 0,62 P_{\text{Ne}} \quad (\text{MHz})$$

$$\Gamma_a(2) = \Gamma'_a(2) = 9,35 + 5,42 P_{\text{He}} + 3,36 P_{\text{Ne}} \quad (\text{MHz})$$

$$\Gamma'_b(0) = \Gamma_b(0) + 5,9 = 8,35 + 0,317 P_{\text{He}} + 0,935 P_{\text{Ne}}$$

$$\Gamma'_b(2) = \Gamma_b(2) + 4,125 = 8,35 + 1,51 P_{\text{He}} + 2,36 P_{\text{Ne}}$$

Pour Γ'_{ab} , nous avons corrigé légèrement les valeurs de CORDOVER pour que la valeur extrapolée à pression nulle soit $\frac{1}{2}(\gamma_a + \gamma_b) = 8,85$ MHz.

On voit que l'accord est excellent sur la figure VIII-5 pour le mélange 5,5/1 d'hélium et de néon, par contre il n'est pas si bon pour le mélange 8/1 (fig. VIII-6). L'introduction de collisions de vitesse ne peut qu'aggraver le désaccord car elles atténueraient encore plus le "Lamb dip", c'est-à-dire qu'elles diminueraient encore les valeurs calculées de γ .

On peut donc conclure, en accord avec BETEROV et al, que la diffusion multiple suffit pour expliquer l'atténuation du "Lamb dip". Il semble donc que les collisions changeant la vitesse sans affecter l'état interne des atomes sont négligeables dans ce cas particulier.

En ce qui concerne le désaccord de la figure VIII-6, il n'y a pas lieu de s'étonner : en effet, les mesures de "Lamb dip" sont très délicates et très imprécises. Il suffit pour s'en convaincre de lire les nombreuses publications dans lesquelles on donne l'élargissement de Γ'_{ab} avec la pression. Les valeurs mesurées varient quelquefois par un facteur 2, d'un auteur à l'autre. Une des difficultés est expérimentale : il n'est pas aisé de faire varier la pression dans de grandes proportions sans détruire l'oscillation du laser. Une autre difficulté vient des saturations d'ordres supérieurs, c'est-à-dire de l'élargissement de Γ'_{ab} en fonction de la puissance du laser. CORDOVER prétend ne pas voir l'effet (note), mais d'autres auteurs l'ont nettement mis en évidence (HANSCH et TOSCHEK (17)). Enfin, ces mesures nécessitent la connaissance de la largeur Doppler, ce qui est encore une cause d'imprécision.

REMARQUE. Nous avons également essayé d'interpréter de la même façon les résultats expérimentaux de BETEROV et al sur la raie 1,15 μ , à l'aide de nos mesures des temps de relaxation du niveau $2s_2$. Nous ne trouvons aucun accord possible et nous ne comprenons pas comment ces auteurs estiment l'accord satisfaisant avec nos résultats.

(note)

CORDOVER fait varier la puissance du laser en modifiant la décharge, donc la température et la largeur Doppler. Il se peut alors que le rapport $C = \Gamma'_{ab} / \Delta\nu$ varie peu.

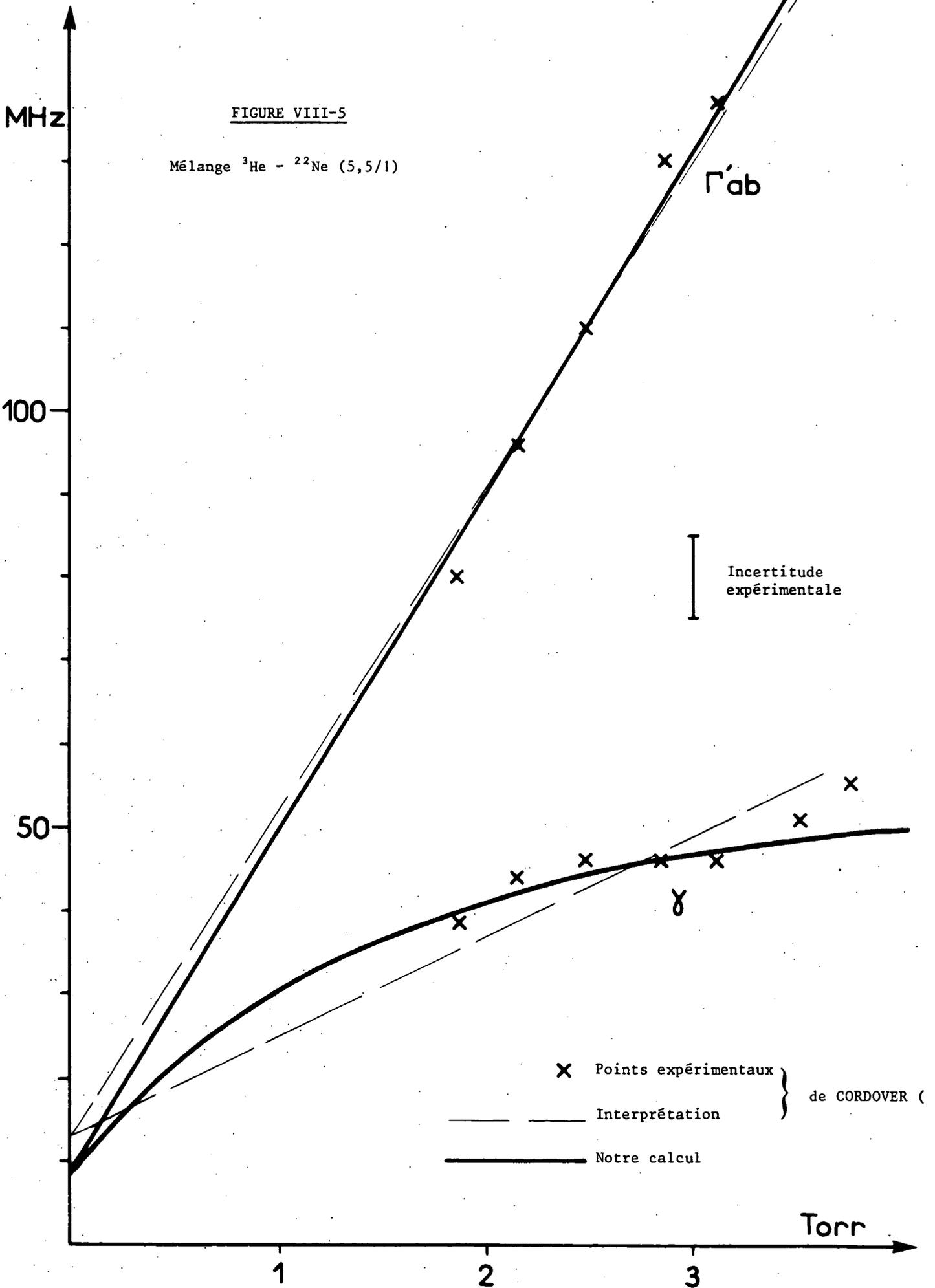


FIGURE VIII-6

Mélange $^3\text{He} - ^{20}\text{Ne}$ (8/1)

