

Troisième Partie

Effets de Saturation

CHAPITRE VII

ETUDE EXPERIMENTALE ET THEORIQUE
DES EFFETS NON LINEAIRES (SATURATION)

A - MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DES EFFETS NON LINEAIRES

L'étude de la réponse linéaire des atomes, c'est-à-dire le 2ème ordre de perturbation, nous a permis de déterminer les grandeurs atomiques créées par un faisceau laser extrêmement faible. Nous avons montré que les résultats de la théorie linéaire ne sont pas fondamentalement différents de ceux obtenus avec une source de pompage classique (à l'exception des modulations aux fréquences de battement entre modes). Nous avons pu vérifier expérimentalement ces résultats et en déduire des mesures de temps de relaxation (chapitre VI), mais toutes ces mesures ont nécessité une extrapolation des résultats expérimentaux à intensités de laser nulles.

En principe, l'étude des ordres de perturbation supérieurs à deux doit nous permettre de calculer les corrections à apporter à la réponse linéaire lorsque l'intensité du laser n'est pas très faible. Cependant, comme toutes les méthodes de perturbation, le calcul effectif des ordres élevés se heurte à une très grande difficulté algébrique : les termes du quatrième ordre que nous allons calculer dans les prochains paragraphes sont déjà d'une grande complexité et pourtant, ils sont nettement insuffisants. Ceci est prouvé par de nombreuses constatations expérimentales que nous ne pouvons pas exposer pour le moment. Enfin, il n'est même pas évident que le développement de perturbation soit mathématiquement convergent quand le laser est très intense (⁷⁶).

Nous ne chercherons donc pas à calculer les formes de courbes, en particulier celle de l'effet Hanle, pour une intensité laser quelconque. En effet, pour le faire, il est nécessaire d'envisager de nouvelles méthodes de calcul qui permettront, au prix d'une certaine restriction des hypothèses de départ, d'éviter la méthode de perturbation et de rendre compte plus correctement de l'effet d'un

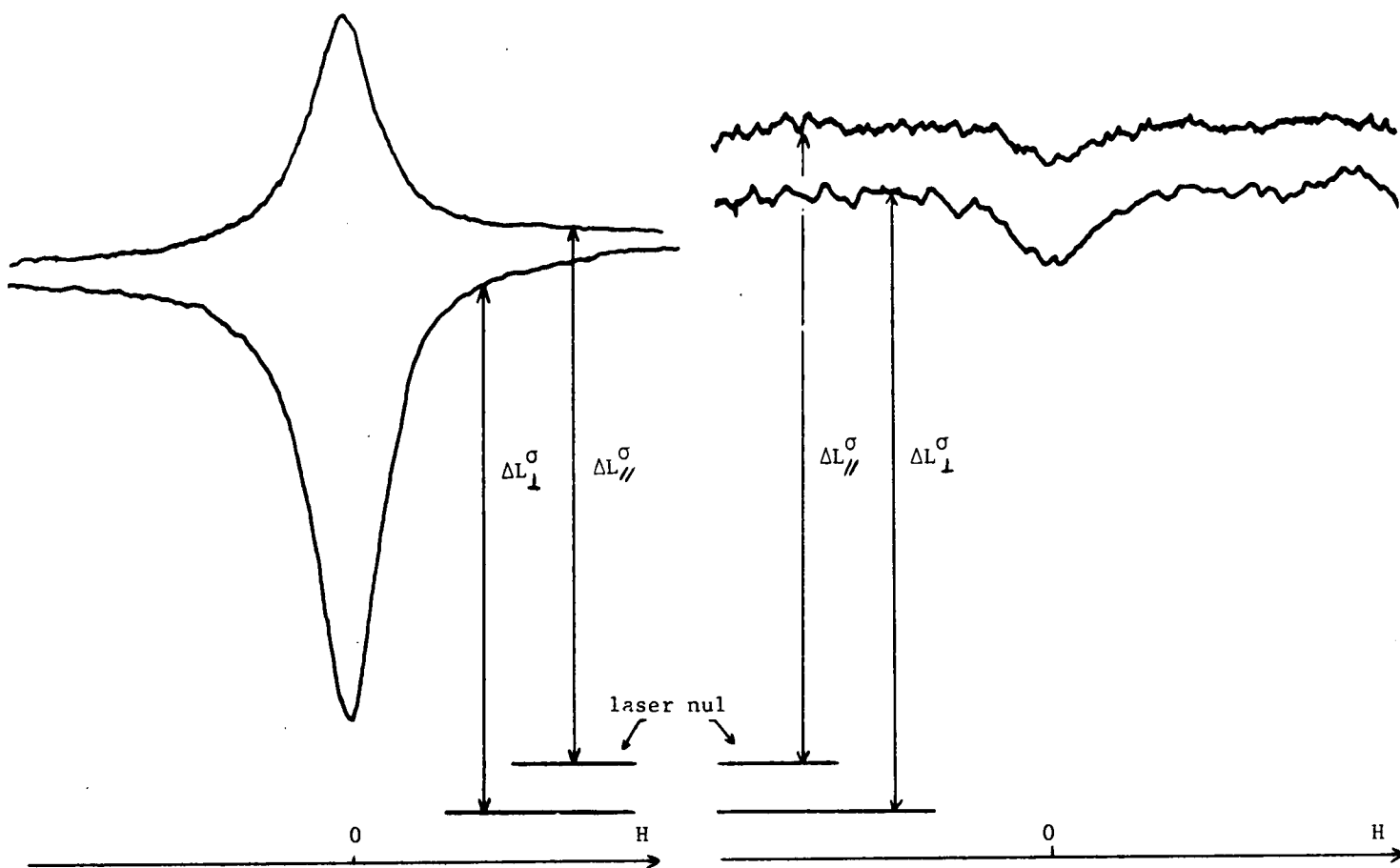


FIGURE VII-1 : Observation simultanée de l'effet Hanle dans les deux directions $\phi = 0$ et $\phi = \pi/2$ (détection σ)

VII-1-a : Laser : $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$ ($3s_2 \rightarrow 2p_1$), fluorescence : $\lambda = 5.944 \text{ \AA}$ ($2p_4 \rightarrow 1s_5$)

VII-1-b : Laser : $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$ ($3s_2 \rightarrow 2p_4$), fluorescence : $\lambda = 5.434 \text{ \AA}$ ($3s_2 \rightarrow 2p_{10}$).

Dans ce cas, l'effet Hanle du niveau $3s_2$ est plus faible que l'effet de saturation : on observe un creux dans les deux directions.

pompage laser intense. Des recherches dans ce sens ont été entreprises par M. DUCLOY (⁷⁶).

Cependant, il existe un certain nombre de phénomènes physiques, observés expérimentalement, qui ne peuvent être expliqués que par des effets non linéaires. Ce sont ces phénomènes, spécifiques du pompage optique laser, qui justifient une étude des termes du 4^{ème} ordre; c'est pourquoi avant d'entreprendre l'étude théorique, il semble préférable de commencer par décrire les observations expérimentales inexplicables par la théorie linéaire.

Ces observations ont toutes été faites sur les montages du type I (ch. VI, § A).

1) Résonance de saturation en champ magnétique nul.

Avec un laser de polarisation rectiligne σ , lorsqu'on observe l'effet Hanle dans les deux directions $\phi = 0$ et $\phi = \pi/2$, la théorie linéaire prévoit des effets égaux et de signe contraire, car la partie anisotrope (liée à ρ_2^2) change de signe tandis que la partie isotrope (liée aux grandeurs lon-

gitudinales \vec{p}_0^k) est inchangée (cf. § V-2-a, formule (V,19)). Or expérimentalement, on observe que l'effet Hanle semble toujours plus important dans la direction d'observation où il se présente sous la forme d'un creux, que dans la direction où il se présente sous la forme d'une bosse. (en prenant comme sens positif le sens de variation de la lumière de fluorescence sous l'effet du laser). On peut en voir un exemple sur la figure VII-1-a. Dans certains cas, où l'effet Hanle est très faible (niveau $3s_2$ par exemple), on obtient même un creux dans les deux directions (figure VII-1-b).

Ceci ne peut être interprété que par une variation avec le champ magnétique de la partie isotrope de la lumière de fluorescence, c'est-à-dire des grandeurs longitudinales $Q = 0$ (figure VII-3). Cette interprétation est confirmée par l'étude de la lumière de fluorescence en polarisation π : la théorie linéaire ne prévoit aucune variation avec le champ magnétique puisque l'on n'est sensible qu'aux grandeurs longitudinales. Or expérimentalement, on observe toujours, en champ magnétique nul, un minimum de la modification de la lumière de fluorescence quelle que soit la direction d'observation (note).

Dans tous les cas, on interprète ces phénomènes comme une augmentation de la saturation en champ magnétique nul. En effet, les phénomènes de saturation (ou effets non linéaires) ont forcément pour effet de diminuer la réponse linéaire.

a) Interprétation phénoménologique

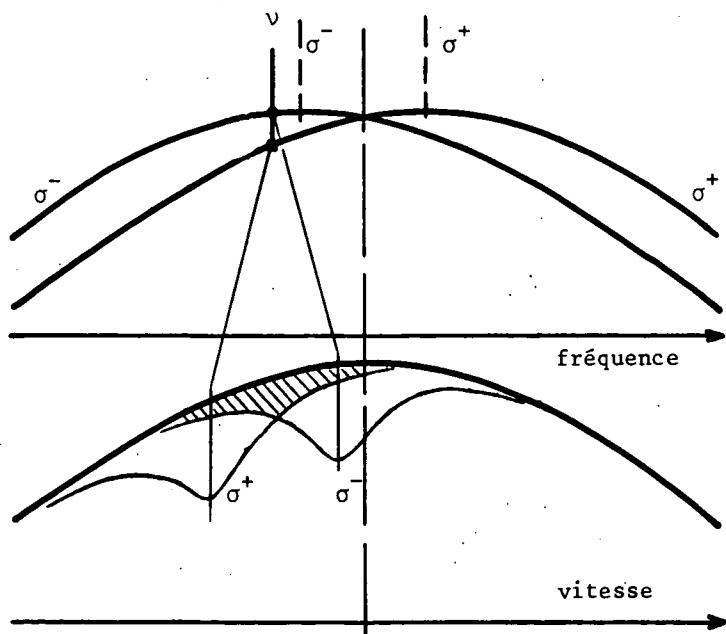


FIGURE VII-2

Considérons un mode donné. En champ nul, ses composantes σ^+ et σ^- interagissent avec les mêmes atomes (atomes de même vitesse) tandis qu'en présence d'un champ magnétique, elles interagissent avec deux paquets de vitesse différents. La saturation, qui est un effet non linéaire est donc plus importante en champ nul (en effet $(I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-})^2 > I_{\sigma^+}^2 + I_{\sigma^-}^2$). En champ magnétique fort, chacune des composantes σ_+ et σ_- produit un "trou" (cf. BENNETT (52)) dans la distribution de la différence de population en fonction de la vitesse. La saturation augmente dès que le champ magnétique est assez faible pour que les trous se recouvrent partiellement,

(note) Nous avons trouvé une exception à cette loi pour la raie de fluorescence ($5.944 \text{ \AA } 2p_4 \rightarrow 1s_5$) lorsque le niveau $2p_4$ est pompé par la raie $1,15 \mu$. Nous reviendrons plus tard sur ce cas particulier.

c'est-à-dire lorsque l'écart Zeeman est de l'ordre de leur largeur. A l'aide des formules (II,69, 79 et 68), on peut démontrer que la demi-largeur des trous est Γ'_{ab} si le laser est assez faible pour que les formules de second ordre soient approximativement valables (Γ'_{ab} = coefficient de relaxation des cohérences optiques). On peut donc prévoir, quand on balaye le champ magnétique, que la courbe de saturation provenant de cet effet a une demi-largeur de l'ordre de $2\Gamma'_{ab}$.

D'autre part, on peut prévoir que cette interprétation uniquement en termes de population et d'intensité des composantes σ^+ et σ^- est insuffisante. Le fait que la polarisation de l'excitation soit σ cohérente a un rôle à jouer : à l'ordre 2, l'interaction simultanée de σ^+ et σ^- produit l'effet Hanle linéaire, provenant de $\binom{2}{\alpha} \rho_0^2$. Par une nouvelle interaction avec les composantes σ^+ et σ^- , cette quantité réagit sur les grandeurs longitudinales à l'ordre quatre, $\binom{4}{\alpha} \rho_0^k$, et leur donne une dépendance par rapport au champ magnétique. On peut donc prévoir que la largeur des termes de saturation provenant de cet effet est reliée aux largeurs $\Gamma_a(2)$ et $\Gamma_b(2)$ des courbes d'effet Hanle (coefficients de relaxation des cohérences Zeeman).

Seul un calcul complet du 4e ordre peut déterminer l'importance relative de ces deux effets que nous appellerons respectivement "effet de population" et "effet de cohérence Zeeman à l'ordre deux".

b) Taux d'anisotropie R' . Grandeur F'

Au chapitre V, nous avons défini le taux d'anisotropie en champ nul R' (V,26) comme le rapport de la partie anisotrope (provenant des grandeurs transversales) à la partie isotrope (grandeurs longitudinales) de la lumière de fluorescence σ , mesurée en champ nul. D'autre part, nous avons défini F à partir des grandeurs longitudinales (cf. V,23).

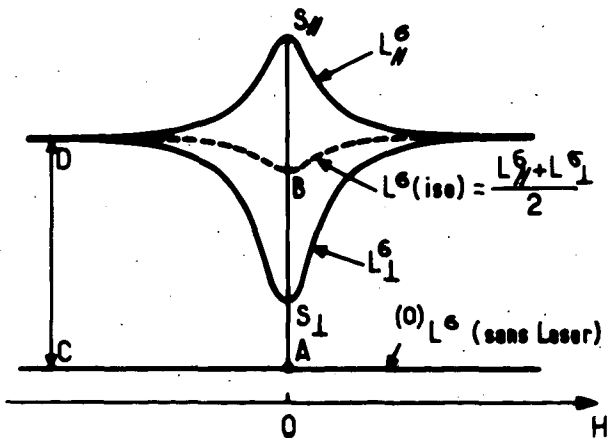


FIGURE VII-3 : Modification, sous l'effet du laser, de la lumière de fluorescence observée dans les directions $\phi=0$ (L_{\perp}) et $\phi=\pi/2$ (L_{\parallel}) (cf. fig. VI-1). On peut définir les rapports :

$$R_{\parallel} = \frac{AS_{\parallel} - CD}{CD} ; \quad R_{\perp} = \frac{AS_{\perp} - CD}{CD}$$

$$R = \frac{AS_{\parallel} - AS_{\perp}}{2CD} = \frac{BS_{\parallel}}{CD} = \frac{S_{\perp} B}{CD} = \frac{R_{\parallel} - R_{\perp}}{2}$$

$$R' = \frac{AS_{\parallel} - AS_{\perp}}{AS_{\parallel} + AS_{\perp}} = \frac{BS_{\parallel}}{AB}$$

Pour la théorie linéaire, il est indifférent de choisir de mesurer les grandeurs longitudinales en champ nul ou en champ fort, puisque ces quantités sont indépendantes du champ magnétique, mais le problème se pose du fait de la saturation. En observant la figure 3 (les notations sont les mêmes que celles de la réf. (24) et de la thèse de DECOMPS (33)), on voit quatre façons différentes de définir expérimentalement la grandeur R , qui seraient toutes équivalentes si les grandeurs longitudinales ne dépendaient pas du champ magnétique ($AB = CD$), c'est-à-dire si la partie isotrope de la lumière de fluorescence ($L^{\sigma}(\text{iso})$) ne présen-

tait pas un creux en champ nul du fait de la saturation. Les deux grandeurs les plus accessibles expérimentalement sont la profondeur relative du creux R_{\perp} et la hauteur relative de la bosse $R_{//}$ (suivant les raies utilisées, il faut échanger // et \perp). La moyenne de leur valeur absolue est :

$$R = \frac{BS_{//}}{CD} = \frac{L(\text{aniso})(H=0)}{\Delta L(\text{iso})(H \text{ grand})}$$

tandis que

$$R' = \frac{BS_{//}}{AB} = \frac{L(\text{aniso})(H=0)}{\Delta L(\text{iso})(H=0)}$$

est le taux d'anisotropie en champ nul défini au paragraphe V (V,26).

Le problème expérimental était donc de choisir entre ces différentes grandeurs. L'expérience a montré (thèse B. DECOMPS (³³), figure 7-IV) :

- que ces quatre grandeurs convergent vers la même valeur quand l'intensité laser tend vers zéro. Ceci prouve bien que la différence entre ces grandeurs vient d'un phénomène de saturation;
- que $R_{//}$ et R_{\perp} (ce qui est évident), mais aussi R, varient dans tous les cas avec l'intensité laser, ce qui rend difficile la mesure de la valeur limite;
- que R' est indépendant de l'intensité laser dans de nombreux cas :
 - niveau $2p_4$ ($J_a=2$) étudié à l'aide des raies 6.328 \AA ou $1,15 \mu$ ($J_b=1 \leftrightarrow J_a=2$)
 - niveau $3s_2$ ($J_b=1$) étudié avec les raies 7.305 \AA ($J_b=1 \leftrightarrow J_a=0$) et 6.401 \AA ($J_b=1 \leftrightarrow J_a=1$)
 - niveau $2s_2$ ($J_b=1$) étudié avec la raie $1,52 \mu$ ($J_b=1 \leftrightarrow J_a=0$)
- que R' varie aussi avec l'intensité laser dans le cas du niveau $3s_2$ ($J_b=1$) étudié à l'aide de la raie 6.328 \AA ($J_b=1 \leftrightarrow J_a=2$).

Des constatations identiques ont été faites sur la grandeur F : les valeurs F' de F, déterminées en champ nul, sont indépendantes de l'intensité laser chaque fois que R' l'est, tandis que les valeurs déterminées en champ fort varient (sauf pour les raies laser $1 \leftrightarrow 0$).

Cette invariance de R' et F' dans de nombreux cas facilite les mesures de temps de relaxation puisqu'il n'est plus nécessaire d'extrapoler à intensité laser nulle pour pouvoir utiliser les formules du 2e ordre. Il est donc du plus grand intérêt de comprendre théoriquement l'origine de ce phénomène. Chronologiquement, c'est d'ailleurs l'étude théorique qui nous a permis de mettre en évidence la variation de R' dans le cas du niveau $3s_2$ étudié avec la raie 6.328 \AA . Le mauvais rapport signal sur bruit dans ce cas nous avait d'abord caché la variation de R' et une généralisation hâtive des résultats des autres niveaux nous avait conduit à des mesures erronées.

2) Résonances de saturation en champ non nul

Sur le montage de type I (laser de polarisation rectiligne σ , cf. fig. VI-1), lorsqu'on balaye le champ magnétique assez largement en dehors de la zone d'effet Hanle, on observe, dans certains cas, une succession de résonances sur l'enregistrement de la lumière de fluorescence. Ces résonances sont réparties à intervalles réguliers, symétriquement de part et d'autre du champ nul. Elles sont toujours en creux, si l'on choisit comme sens positif le sens de variation de la lumière de fluorescence sous l'effet du laser (figures VII-5 et 6) : ce sont toujours des diminutions de la modification de la lumière émise.

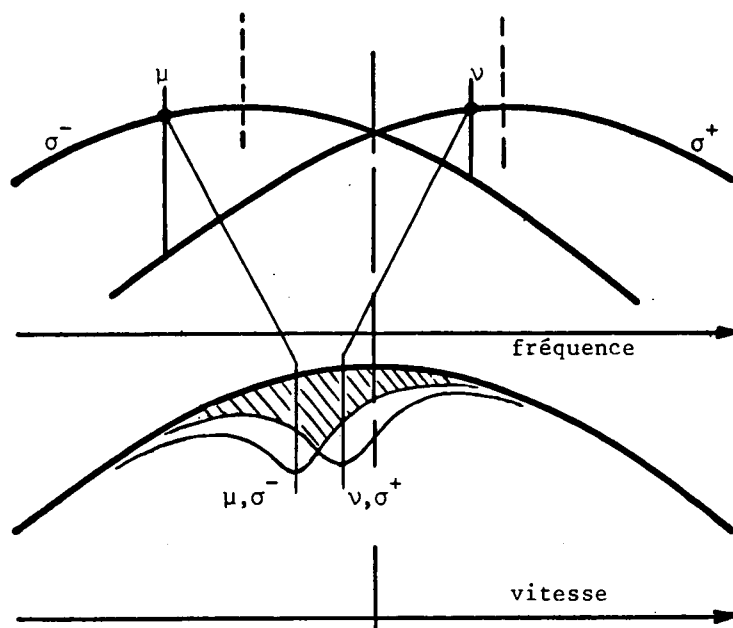


FIGURE VII-4

L'interprétation peut se faire de façon analogue à celle de la saturation en champ nul : il y a un maximum de saturation chaque fois que la composante σ^+ d'un mode et la composante σ^- d'un autre interagissent avec les mêmes atomes, c'est-à-dire lorsque l'écart Zeeman est égal à l'écart de fréquence entre les modes. Là encore, deux phénomènes peuvent intervenir simultanément :

- un "effet de population" qui augmente la saturation lorsque le trou créé dans la distribution des vitesses par la composante σ^+ du mode ν recouvre le trou créé par la composante σ^- du mode μ (figure VII-4)
- un effet de "cohérence Zeeman au second ordre" : à l'ordre 2, l'interaction de la composante

$e^{i\omega_\nu t}$ du mode (ν, σ^+) et de la composante $e^{-i\omega_\mu t}$ du mode (μ, σ^-) crée un terme de cohérence Zeeman, $(2)_{\alpha l-2}^2$, modulé à la fréquence $\omega_\nu - \omega_\mu$ et résonnant lorsque l'écart Zeeman $2\omega_\alpha$ est égal à $\omega_\nu - \omega_\mu$ (cf. chapitre IV, § C). Une nouvelle interaction avec la composante $e^{-i\omega_\nu t}$ du mode (ν, σ^+) et la composante $e^{i\omega_\mu t}$ du mode (μ, σ^-) permet de "démoduler" ce terme de cohérence Zeeman et de produire au quatrième ordre des grandeurs longitudinales indépendantes du temps. Les termes ainsi obtenus $(\binom{4}{\alpha l_0^k})$ reflètent donc la résonance de $(2)_{\alpha l-2}^2(\omega_\nu - \omega_\mu)$ lorsque l'on balaye le champ magnétique.

Comme pour la résonance en champ nul, un calcul complet est nécessaire pour déterminer l'importance relative de ces deux effets. D'autre part, deux autres questions se posent :

a) Position des résonances : mesure des facteurs de Landé

L'interprétation phénoménologique ci-dessus permet d'espérer qu'il est possible d'utiliser ces résonances pour la mesure du facteur de Landé des niveaux. En effet, il est très facile de mesurer avec beaucoup de précision la fréquence de battement entre modes à l'aide d'une photodiode et d'un

FIG. 5-a : modes synchronisés

FIG. 5-b : modes désynchronisés

FIG. 5-c : apparition de résonances dues aux modes obliques

FIGURE VII-5 : Laser 6.328 Å (3s₂→2p₄)
Résonances de saturation observée en polarisation π sur la raie de fluorescence 6.096 Å (2p₄→1s₄)
Remarque: La sensibilité du détecteur n'est pas réglée de la même façon pour les trois enregistrements.

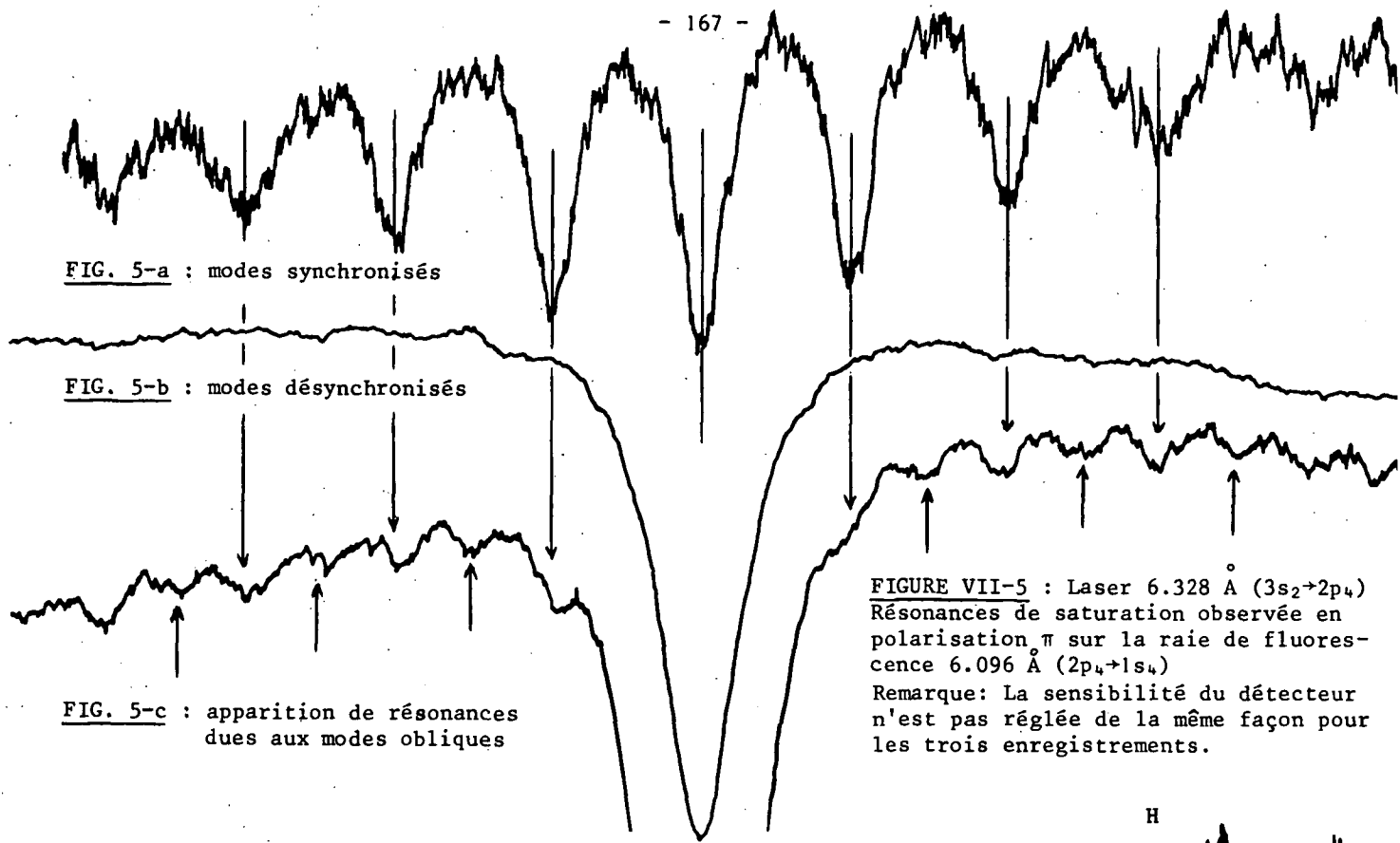
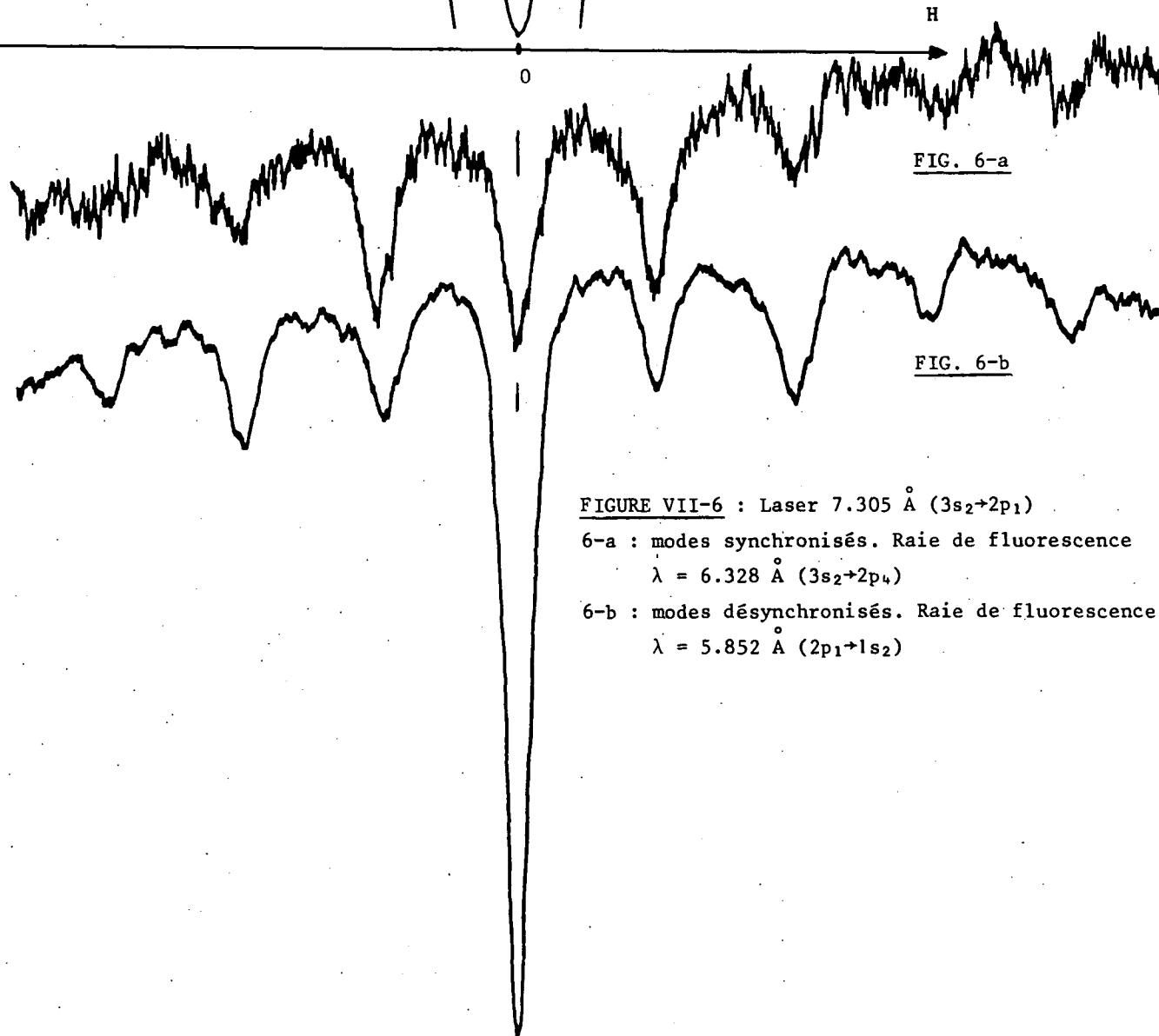


FIG. 6-a

FIG. 6-b

FIGURE VII-6 : Laser 7.305 Å (3s₂→2p₁)
6-a : modes synchronisés. Raie de fluorescence λ = 6.328 Å (3s₂→2p₄)
6-b : modes désynchronisés. Raie de fluorescence λ = 5.852 Å (2p₁→1s₂)



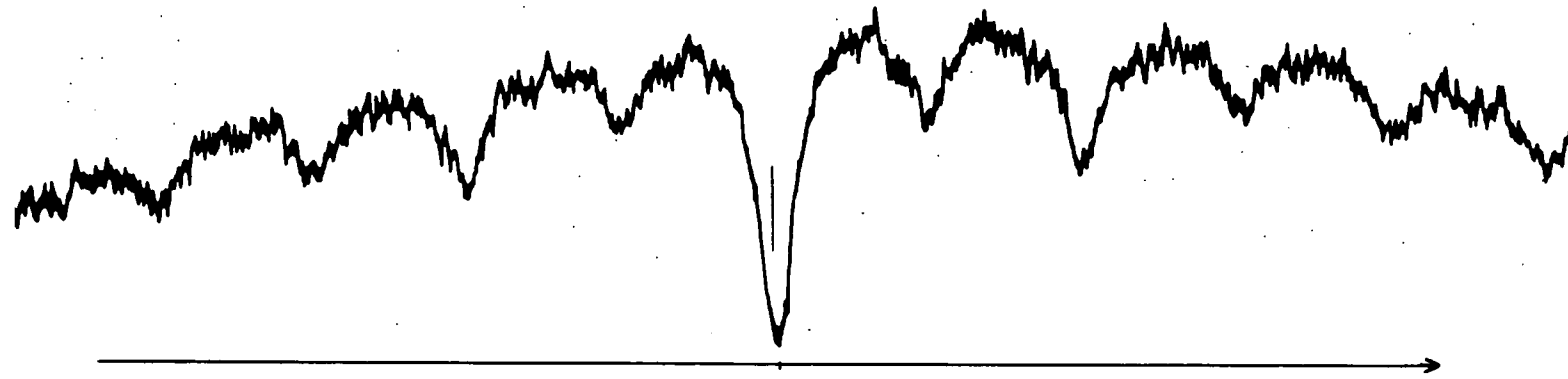


FIGURE VII-7 : Laser $\lambda = 6.401 \text{ \AA}$ ($3s_2 \rightarrow 2p_2$). Fluorescence $\lambda = 6.351 \text{ \AA}$ ($3s_2 \rightarrow 2p_3$). Modes désynchronisés.
On observe que la résonance de saturation d'ordre 1 est plus faible que celle d'ordre 2.

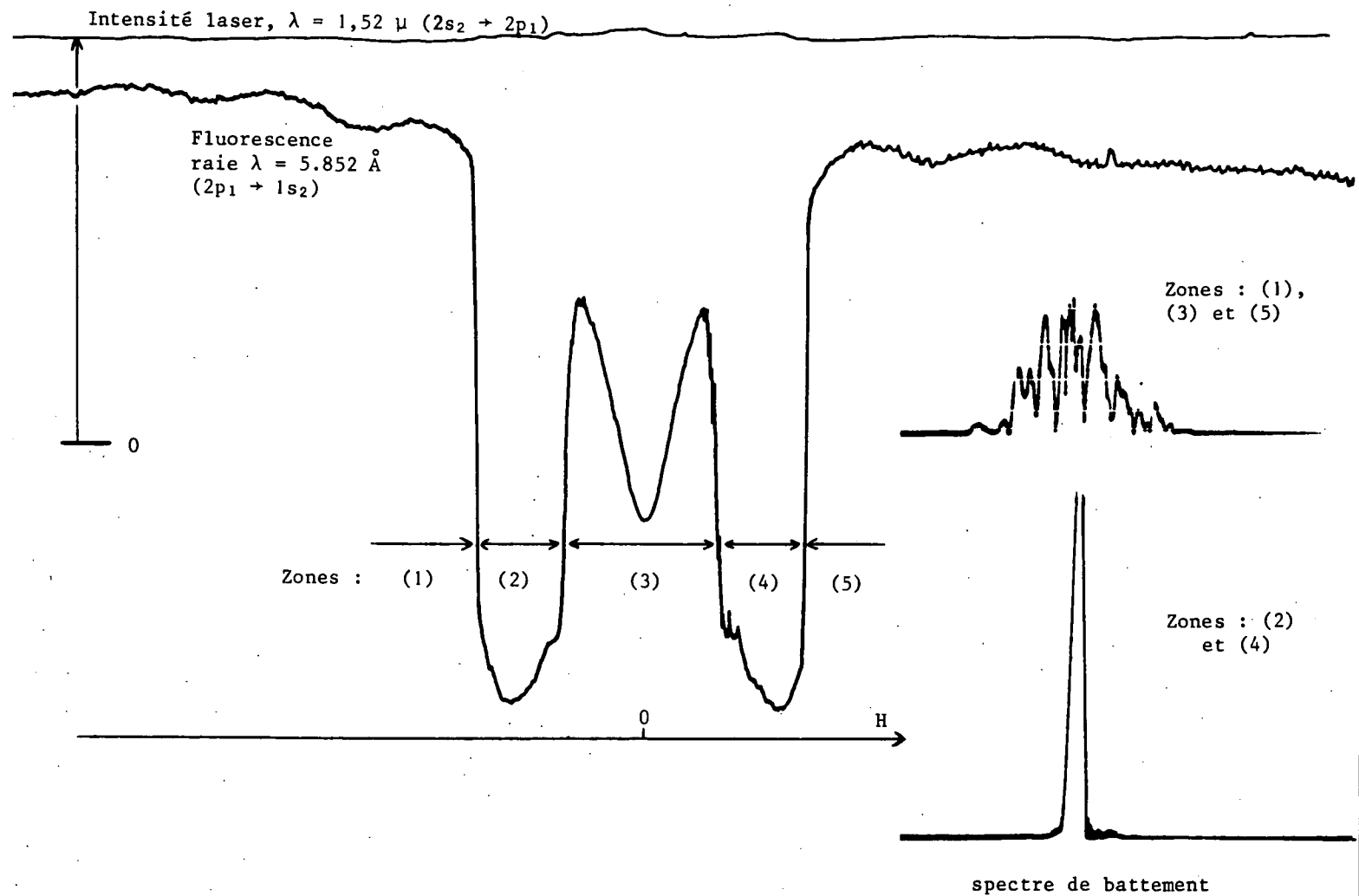


FIGURE VII-8 : La saturation est nettement plus forte dans les zones (2) et (4) où les modes sont synchronisés que dans les zones (1), (3) et (5) où ils sont désynchronisés. On voit cependant que l'intensité du laser varie très peu. Les 2 courbes de droite représentent le battement entre modes ($\sim 82 \text{ MHz}$) étudié avec l'analyseur de spectre.

analyseur de spectres (ch. VI, § C). Si l'on mesure simultanément le champ pour lequel se produisent les résonances, on obtient directement le facteur de Landé des niveaux.

En fait, cette méthode de mesure n'est simple que pour une transition laser $J=1 \leftrightarrow J=0$. Dans ce cas, un seul niveau a une structure Zeeman et le facteur de Landé mesuré peut lui être attribué sans ambiguïté.

Dans le cas général (J_a et $J_b \neq 0$) la structure Zeeman de la raie laser est complexe. Il y a $(J_a + J_b)$ composantes σ^+ et $(J_a + J_b)$ composantes σ^- , donc a priori le simple raisonnement en population donne $(2J_a + 2J_b - 1)$ résonances pour une seule paire de modes. Si les facteurs de Landé des niveaux sont voisins, ces résonances ne sont pas résolues. Dans ces conditions, le facteur de Landé mesuré n'a guère de sens et ne peut être attribué a priori à un niveau plus qu'à l'autre.

Seul un calcul détaillé de la position des résonances et de leur amplitude relative permettra de savoir si la mesure des facteurs de Landé est possible à partir de ces expériences.

b) Amplitude relative de la résonance centrale et des résonances latérales

On constate expérimentalement que l'amplitude relative de la résonance centrale et des résonances latérales peut varier de façon considérable suivant les conditions expérimentales.

Lorsque les modes sont synchronisés, suivant la description faite au paragraphe VI-C-2-b, la profondeur des résonances latérales est du même ordre de grandeur que celle de la résonance centrale. Cette amplitude décroît régulièrement depuis le centre vers les bords (champ fort) comme on peut s'y attendre en remarquant qu'en champ nul, il y a N coïncidences simultanées (chaque mode avec lui-même), tandis que pour la $p^{\text{ème}}$ résonance, il n'y a que $N-p$ coïncidences du type $(\nu, \sigma^+) \leftrightarrow (\nu-p, \sigma^-)$. Lorsque le nombre de modes est grand (pour la raie 6.328 \AA , $N \sim 10$ - fig. VII-5-a), la décroissance de l'amplitude des résonances est lente, tandis qu'elle est plus rapide lorsque le nombre des modes est plus faible (pour les raies $1,52 \mu$ ou 7.305 \AA , $N \sim 5$ - fig. VII-6-a). Lorsque les modes sont synchronisés, le comportement des résonances de saturation est donc tout à fait compréhensible avec l'interprétation phénoménologique donnée au début du § 2.

Par contre, dès que les modes sont désynchronisés, les résonances latérales deviennent beaucoup plus petites que la résonance centrale. Le phénomène est, semble-t-il, beaucoup plus marqué avec les raies 6.328 \AA et $1,15 \mu$ (fig. VII-5-b) qui possèdent un grand nombre de modes, qu'avec les raies de plus faible intensité, telles que $1,52 \mu$, 7.305 \AA et 6.401 \AA (fig. VII-6-B et 7). Il apparaît donc que les résonances latérales sont très sensibles à la synchronisation de la phase des modes. C'est un point que nous allons chercher à comprendre aux § C et D. En plus de l'effet possible de la phase des modes, d'autres explications peuvent être proposées pour interpréter ce phénomène, mais nous allons voir qu'elles sont insuffisantes :

- Lorsque l'intensité laser est forte, deux modes voisins sont en général d'intensité assez différente du fait de la forte compétition entre eux (cf. VI-C-2-a). Il en résulte alors que ΣI_{ν}^2 (qui

détermine l'amplitude de la résonance centrale) est plus grand que $\sum I_{\nu} I_{\nu-1}$ (qui détermine la résonance latérale d'ordre 1). Cependant, si l'on effectue le calcul avec les intensités des modes de la figure VI-7 (en admettant le balayage du Fabry-Perot assez rapide pour qu'une telle mesure ait un sens), on trouve une différence inférieure à 20% entre ces deux quantités. Ce phénomène semble donc ne pouvoir expliquer que de petites variations entre la profondeur de la résonance centrale et celle des résonances latérales. C'est sans doute ce genre de raisonnement qui explique que la résonance d'ordre 2 est, dans certains cas, légèrement plus profonde que la résonance d'ordre 1 ($\sum I_{\nu} I_{\nu+2} > \sum I_{\nu} I_{\nu+1}$) : la figure VII-7 donne un exemple d'enregistrement présentant cet effet.

- La présence de modes obliques peut produire des résonances intermédiaires qui ont pour effet de tout brouiller (sur la figure VII-5-c, ces résonances intermédiaires se devinent). Ce phénomène peut expliquer la disparition totale des résonances latérales lorsque l'intensité du laser est très grande, mais il ne peut absolument pas expliquer que la résonance centrale subsiste. D'autre part, il existe de nombreux cas de fonctionnement sans modes obliques, pour lesquels la résonance centrale est 20 ou 30 fois plus grande que les résonances latérales du fait de la désynchronisation des modes (cet ordre de grandeur est valable pour $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$ et $1,15\mu$; dans les autres cas, le rapport est plus faible).
- De même, on peut penser que les résonances latérales s'estompent car elles ne sont pas résolues du fait de leur largeur (à forte pression, par exemple), mais, à moins de montrer que la résonance centrale est plus fine, ce qui semble contraire aux interprétations phénoménologiques présentées ci-dessus, il n'est pas possible de comprendre la prédominance de cette résonance centrale.

Parmi les trois explications que nous venons d'envisager, la première semble insuffisante, tandis que les deux dernières peuvent accentuer la différence entre la résonance centrale et les résonances latérales, si cette différence existe déjà, mais elles ne peuvent en aucun cas la créer.

L'étude théorique détaillée de l'amplitude des résonances de saturation est donc nécessaire.

REMARQUE.

Parmi tous les enregistrements présentés ici, celui de la figure VII-8 illustre de façon frappante l'influence de la synchronisation des modes. Cet enregistrement a été réalisé avec un laser $1,52 \mu$. La cellule était remplie de néon pur très absorbant pour cette raie. Il en résulte que la perturbation de la cellule sur le fonctionnement du laser est très important et provoque une synchronisation spontanée des modes lors du passage sur certaines résonances latérales (habituellement, nous évitons au maximum ces conditions). Cette synchronisation est mise directement en évidence par l'observation du battement entre modes, comme on peut le voir sur les deux photos de la figure VII-8. On observe, sur l'enregistrement de la lumière de fluorescence, un accroissement considérable de la saturation

(diminution de la modification, par le laser, de la lumière de fluorescence) dans les zones où les modes sont synchronisés, alors que l'intensité du laser varie très peu.

3) Problèmes posés par l'interprétation des effets non linéaires

Les observations expérimentales posent un certain nombre de questions :

- a) Pourquoi R' et F' sont-ils indépendants de la puissance du laser dans certains cas ?
- b) Quelle est l'origine physique des résonances de saturation (effet d'intensité ou de cohérence Zeeman ? Rôle de la cohérence optique ?) ?
- c) Pourquoi la synchronisation des modes a-t-elle un effet sur le rapport d'amplitude entre les résonances latérales et la résonance centrale ?
- d) Quelle est la position exacte des résonances ? Permettent-elles de mesurer des facteurs de Landé ?

Le but du calcul des paragraphes suivants est de montrer que notre méthode de perturbation poussée au 4e ordre nous permet de répondre au moins qualitativement à ces questions. Dans certains cas, nous calculerons des formes de courbes de saturation à l'aide des formules du 4e ordre : il est important de garder en mémoire que ces formes de courbes (comme celles d'effet Hanle au 2e ordre) ne sont variables qu'à la limite des faibles lasers. En effet, lorsque le laser est intense, il n'y a pas de raison de s'arrêter au calcul de l'ordre 4.

Au paragraphe B, nous étudierons le problème posé par R' et par F' (ce paragraphe est indépendant des autres). Au paragraphe C, nous donnerons les formules générales qui permettent de calculer les résonances de saturation dans le cas d'une onde progressive, et avec l'approximation des grandes largeurs Doppler ($\Delta\nu \gg$ tous les Γ). Nous obtiendrons une réponse à la question b) sur l'origine des résonances, sans toutefois déterminer l'ordre de grandeur relatif des différents termes. L'étude de ces ordres de grandeur fera l'objet du paragraphe D où nous déterminerons l'amplitude des résonances suivant les conditions expérimentales (réponse à la question c)).

Enfin, le paragraphe E traitera théoriquement de la position des résonances (question d)) et servira de base pour le paragraphe expérimental F où nous exposerons la mesure du facteur de Landé de certains niveaux du néon.

B - EFFET DE L'INTENSITE LASER SUR R' (TAUX D'ANISOTROPIE) ET F'

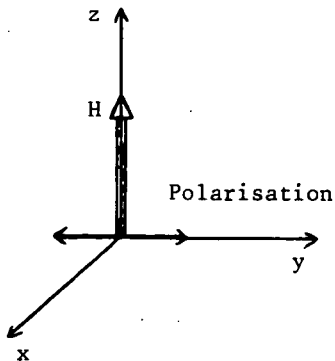
Nous nous proposons ici de démontrer théoriquement les résultats énoncés au § A-1-b concernant R' et F'. Le fait que R' et F' soient indépendants de l'intensité laser dans le cas d'une raie $J=1 \leftrightarrow J=0$ ou $J=1 \leftrightarrow J=1$ a également été démontré par M. DUCLOY (34) à l'aide de raisonnement de symétrie.

Les quantités R' et F' s'expriment en fonction de l'alignement et de la modification de population produits par un faisceau laser de polarisation rectiligne "σ cohérente". Rappelons, sans exprimer les coefficients, les formules (V,23) et (V,26), valables quelle que soit l'intensité du laser :

$$F'(b, g, g') = \left(\begin{array}{c} 1 + \alpha \frac{\Delta_b \bar{\rho}_0^2}{\Delta_b \bar{\rho}_0^0} \\ 1 + \alpha' \frac{\Delta_b \bar{\rho}_0^2}{\Delta_b \bar{\rho}_0^0} \end{array} \right)_{H=0} \quad (1)$$

$$R' = \left(\begin{array}{c} \frac{\Delta_b \bar{\rho}_2^2}{\beta \Delta_b \bar{\rho}_0^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Delta_b \bar{\rho}_0^2} \end{array} \right)_{H=0} \quad (2)$$

Les composantes de la matrice densité figurant dans (1) et (2) sont calculées par rapport à l'axe du champ magnétique (Oz) qui est perpendiculaire à la polarisation du laser (Oy). Nous avons choisi ici les quantités R' et F' (cf. § A-1-b) pour lesquelles toutes les grandeurs longitudinales et transversales sont déterminées en champ magnétique nul. Dans ces conditions, il n'y a aucun intérêt à prendre l'axe de quantification suivant l'axe du champ. Si l'on choisit comme axe de quantification la direction de polarisation du laser, celle-ci est alors une polarisation π ($e_{+1} = e_{-1} = 0, e_0 = 1$). On voit alors que, par rapport à cet axe, on ne crée que des grandeurs longitudinales $Q = 0$, ce qui simplifie beaucoup le problème.



La matrice densité $\bar{\rho}$ exprimée par rapport à l'axe du champ s'obtient à partir de la matrice densité $\bar{\sigma}$ exprimée par rapport à l'axe de la polarisation, par rotation des axes de $\pi/2$, par rapport à Ox. Cette rotation est définie par les angles d'EULER $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \frac{\pi}{2}, \gamma = -\frac{\pi}{2}$ (cf. MESSIAH (43), et App. A). En utilisant la formule (A,9), on a :

$$\bar{\rho}_Q^k = R_{Q0}^k \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right) \bar{\sigma}_0^k$$

d'où :

$$\bar{\rho}_0^0 = \bar{\sigma}_0^0 ; \quad \bar{\rho}_0^2 = -\frac{1}{2} \bar{\sigma}_0^2 ; \quad \bar{\rho}_{\pm 2}^2 = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \bar{\sigma}_0^2 \quad (3)$$

FIGURE VII-9

En champ magnétique nul, R' et F' ne dépendent donc que du rapport $\frac{\Delta_{b\sigma_0}^{-2}}{\Delta_{b\sigma_0}^{-0}}$. Nous allons

montrer que, dans certaines conditions, ce rapport est indépendant de la puissance du laser. Pour cela, il faut et il suffit que le rapport $\frac{(2n)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2n)_{b\sigma_0}^{-0}}$ soit constant et indépendant de l'ordre de perturbation (2n) : on aura alors :

$$\frac{\Delta_{b\sigma_0}^{-2}}{\Delta_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} (2n)_{b\sigma_0}^{-2}}{\sum_{n=1}^{\infty} (2n)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{(2)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2)_{b\sigma_0}^{-0}}$$

Il est possible d'exprimer $(2n)_{b\sigma_0}^{-2}/(2n)_{b\sigma_0}^{-0}$ à partir des résultats du paragraphe II-B-6-d.

Comme nous n'observons que les termes non modulés, ni temporellement, ni spatialement, nous pouvons poser $\Omega_{2n} = \omega_{\kappa} - \omega_{\lambda}$ et $K_{2n} = k_{\kappa} - k_{\lambda}$ dans les formules (II,99) et (II,100) (on a changé 2n en 2n-2). Comme le laser est de polarisation π , tous les q et les Q figurant dans les (3J) de (II,100) sont nuls. En isolant dans chaque terme les facteurs indépendants de $k_{2n} (\equiv k)$, on peut écrire :

$$\frac{(2n)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2n)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \sqrt{5} \frac{\sum_{k'} \begin{Bmatrix} k' & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} k' & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} f(k')}{\begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} f(1)} = (-)^{J_a+J_b} 3\sqrt{5} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \sum_{k'} \begin{Bmatrix} k' & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} k' & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{f(k')}{f(1)} \quad (4)$$

avec :

$$f(k') = \frac{1}{\sqrt{2k'+1}} \sum_{\kappa\lambda k} (-)^{J_a+J_b} \frac{\mathcal{G}_0^{\lambda*} \mathcal{G}_0^{\kappa} \begin{pmatrix} k_{2n-2} & 1 & k' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \int \frac{n(k_{2n-2}, 0, k'; v; \omega_{\kappa} - \omega_{\lambda})}{G_{ab}(k') - i(\omega - \omega_{\kappa} + k_{\kappa} v)} dv}{1 - g'_{ab}(k') \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k') - i(\omega - \omega_{\kappa} + k_{\kappa} v)}} + c.c. \quad (5)$$

On voit, dans la formule (4), que k' ($k' \equiv k_{2n-1}$ vient de l'ordre $2n-1$) est forcément impair car $\begin{pmatrix} k' & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est nul si $2+1+k'$ est impair. De même, en utilisant ce système d'axe, on montre facilement par récurrence (si k_0 est pair) qu'une polarisation rectiligne ne peut créer, en champ magnétique nul, (ou parallèle à la polarisation), que des ordres tensoriels pairs aux ordres de perturbation pairs et des ordres tensoriels impairs aux ordres de perturbation impairs. M. DUCLOY (34) a montré cette propriété par des raisonnements de symétrie très généraux.

Pour que le rapport (4) soit indépendant de l'intensité laser et de l'ordre de perturbation, il suffit que la seule valeur possible de k' soit 1 : dans ces conditions, $f(k')/f(1)$ disparaît. Cette condition est réalisée dans les 2 cas, $J_a=0, J_b=1$ et $J_a=J_b=1$:

Dans le cas $J_a=0, J_b=1$, k' ne peut prendre que la valeur 1 car J_a, J_b et k' doivent vérifier les inégalités triangulaires, pour que $\begin{Bmatrix} k' & 1 & k_{2n} \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix}$ soit différent de zéro. On trouve :

$$\frac{\Delta_{b\sigma_0^2}}{\Delta_{b\sigma_0^0}} = \frac{(2n)_{b\sigma_0^2}}{(2n)_{b\sigma_0^0}} = -\sqrt{2} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (6)$$

ce qui donne :

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_0^2}}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_{\pm 2}^2}}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (7)$$

De plus, dans ce cas, $\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_0^2}}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}}$ est indépendant de l'intensité laser quel que soit le champ magnétique. Ceci se montre en écrivant le rapport $\frac{(2n)_{b\bar{\rho}_0^2}}{(2n)_{b\bar{\rho}_0^0}}$ (par rapport à l'axe Oz, on a $e_1 = -e_{-1}^*$ et $e_0 = 0$) et en remarquant que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ pour k pair. On obtient ainsi la relation (7) quel que soit H. Il en résulte que F peut être mesuré pour n'importe quel champ : il est toujours égal à F' et indépendant de l'intensité laser (cf. DUCLOY (34)).

Dans le cas $J_a=1, J_b=1$, les inégalités triangulaires entre J_a, J_b et k' , donnent $k' = 0, 1$ ou 2 . Comme en champ magnétique nul, k' doit être impair (ordre de perturbation impair), il est forcément égal à 1 , ce qui entraîne la constance du rapport (4). On trouve :

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_0^2}(H=0)}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}(H=0)} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (9)$$

$$\frac{\Delta_{b\bar{\rho}_{\pm 2}^2}(H=0)}{\Delta_{b\bar{\rho}_0^0}(H=0)} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \quad (10)$$

Dans ce cas, la propriété (9) ne se conserve pas en champ non nul, car la valeur $k' = 2$ est alors possible et ne permet pas la disparition de $f(k')_{H \neq 0}$.

Pour toutes les autres valeurs de J_a et J_b , il est possible (en champ nul) d'avoir $k' = 1$ ou 3 , R' et F' ne sont donc pas indépendants de l'intensité laser.

Dans le cas $J_b=2, J_a=1$, on peut cependant montrer que la contribution de $k' = 3$ est très faible dans le terme du 4e ordre du niveau b. Ceci entraîne une très faible variation de R' et F' avec l'intensité laser. Montrons-le en omettant les collisions de vitesse et le transfert. En utilisant (II,96, 97, 86, 70, 77 et 68), on obtient :

$$\frac{(4)_{b\sigma_0}^{-2}}{(4)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{\Gamma_b(0)\sqrt{5} \sum_{\substack{\nu\mu\kappa\lambda \\ k_2k_3}} (2k_3+1)(2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \left[\frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{pmatrix}}{\Gamma_b(k_2)+i(\nu-\mu)} + \frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & a \end{pmatrix}}{\Gamma_a(k_2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_{k_3} dv}{\Gamma_b(2) \sum_{\substack{\nu\mu\kappa\lambda \\ k_2}} 3(2k_2+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \left[\frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & 1 \\ J_a & J_b & J_b \end{pmatrix}}{\Gamma_b(k_2)+i(\nu-\mu)} + \frac{\begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & 1 \\ J_b & J_a & a \end{pmatrix}}{\Gamma_a(k_2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv} \quad (11)$$

avec :

$$f'_{k_3} = \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\kappa} \mathcal{E}^{\lambda*} W_M(\nu) \left[\frac{1}{G_{ab}(k_3)-i(\omega-\kappa)} + \frac{1}{G_{ab}^*(k_3)+i(\omega-\lambda)} \right] \left[\frac{1}{G_{ab}(1)-i(\omega-\nu)} + \frac{1}{G_{ab}^*(1)+i(\omega-\mu)} \right]$$

En faisant le calcul des coefficients pour $J_a = 1, J_b = 2$, on trouve :

$$\frac{(4)_{b\sigma_0}^{-2}}{(4)_{b\sigma_0}^{-0}} = - \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)}$$

$$\frac{175}{25\sqrt{70}} \Sigma \int \left[\frac{7/150}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/150}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/15}{\Gamma_b(0)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/9}{\Gamma_a(0)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv + \Sigma \int \left[\frac{1}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_3 dv$$

$$25\sqrt{70} \Sigma \int \left[\frac{7/150}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/150}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/15}{\Gamma_b(0)+i(\nu-\mu)} + \frac{1/9}{\Gamma_a(0)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv$$

Puisque $\Gamma_\alpha(0) < \Gamma_\alpha(2)$, on majore sûrement l'effet relatif du terme provenant de $k_3 = 3$ en remplaçant $\Gamma_\alpha(0)$ par $\Gamma_\alpha(2)$. Le terme du numérateur contenant f'_1 s'écrit alors :

$$\frac{7 \times 17}{6} \Sigma \int \left[\frac{1}{\Gamma_b(2)+i(\nu-\mu)} + \frac{1}{\Gamma_a(2)+i(\nu-\mu)} \right] f'_1 dv$$

Comme f'_1 et f'_3 sont très voisins ($G_{ab}(1) \sim G_{ab}(3)$), on voit que le terme provenant de $k_3 = 3$ est nettement plus petit que celui provenant de $k_3 = 1$: le rapport des deux termes est : $\frac{6}{7 \cdot 17} \sim \frac{1}{20}$. Donc, pour le niveau b d'une raie laser $J_b = 2 \leftrightarrow J_a = 1$, on a :

$$\frac{(4)_{b\sigma_0}^{-2}}{(4)_{b\sigma_0}^{-0}} = \frac{(2)_{b\sigma_0}^{-2}}{(2)_{b\sigma_0}^{-0}} = - \sqrt{\frac{7}{10}} \frac{\Gamma_b(0)}{\Gamma_b(2)} \text{ à } 5\% \text{ près.} \quad (13)$$

Ceci explique que R' et F' varient très peu avec le laser dans le cas du niveau $2p_4$ ($J = 2$) pompé par les raies $\lambda = 6.328 \text{ \AA}$ ou $\lambda = 1,15 \mu$.

Par contre, pour le niveau $J = 1$ d'une transition $2 \leftrightarrow 1$, l'explicitation de la formule (11) montre que le rapport du terme provenant de $k_3 = 3$ et de celui provenant de $k_3 = 1$ est de l'ordre de 1 (on trouve 18/17). Ceci explique la variation rapide de R' et F' , avec l'intensité du laser, observée par DECOMPS sur le niveau $3s_2$ ($J = 1$) pompé par la raie 6.328 \AA .

En conclusion : cette étude théorique confirme bien les observations expérimentales relatées au § A-2-b : R' et F' sont indépendants de l'intensité laser pour les transitions $J = 0 \leftrightarrow J = 1$ et $J = 1 \leftrightarrow J = 1$ (rigoureusement) et pour le niveau $J = 2$ d'une transition $J = 1 \leftrightarrow J = 2$ (approximativement dans ce cas).

C - ETUDE THEORIQUE DES RESONANCES DE SATURATION (CAS D'UNE ONDE PROGRESSIVE)

Ce paragraphe a pour but d'interpréter théoriquement les observations expérimentales concernant les résonances de saturation. Ces résonances proviennent uniquement des grandeurs longitudinales $\left(\begin{smallmatrix} (4) \\ \alpha \end{smallmatrix} \rho_{Q_4}^{k_4} \right.$ avec $Q_4 = 0$); nous ne développerons donc pas les formules du 4e ordre pour les grandeurs transversales ($Q_4 \neq 0$) qui nous donneraient une correction à l'effet Hanle (déformation et élargissement des courbes).

Un des problèmes à résoudre concerne la position des résonances en fonction du champ magnétique : pour cela, notre formalisme présente une ambiguïté puisqu'il contient une certaine valeur moyenne ω_Z de l'écart Zeeman qui n'a pas de sens physique précis. Pour trouver de façon précise la position des résonances, il faudra utiliser le formalisme de l'appendice C. Cependant, nous ne le ferons qu'au paragraphe E. En effet, le problème de l'intensité des résonances peut très bien être traité dans notre formalisme habituel (qui est rigoureux si l'un des J est nul ou si $\omega_a = \omega_b$). D'autre part, nous montrerons que, dans le cas où les modes sont très rapprochés, ce formalisme peut suffire pour déterminer la position des résonances.

Dans tout ce chapitre, nous supposons que les atomes sont excités par une onde progressive. Au chapitre VIII, nous étudierons les problèmes posés par l'utilisation d'une onde laser stationnaire. Nous démontrerons, dans le cas des lasers multimodes effectivement utilisés, que les conclusions pratiques sont qualitativement les mêmes que pour une onde progressive. Ceci justifie l'interprétation des résultats expérimentaux, que nous donnons ici sans tenir compte du caractère stationnaire du faisceau laser.

1) Rappel des formules du 4e ordre

Dans le cas d'une onde progressive agissant sur un gaz excité de façon isotrope par la décharge, le terme non modulé du 4e ordre s'écrit (formule (II,96-b)) :

$${}^{(4)}_{b|Q_4} \overline{\rho}^{k_4} = n |P_{ab}|^4 \sum_{\substack{k_3 q_1 q_2 q_3 q_4 \\ \nu - \mu + \lambda - \kappa = 0}} \frac{\left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}}{\Gamma_b(k_4) + i Q_4 \omega_b} \int \left[\begin{matrix} 0 & \nu & \mu & \lambda & \kappa & 1 \\ 0 & q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & k_3 \end{matrix} \right]_{Q_4}^{k_4} dv \quad (14)$$

L'intégrale $\int \left[\begin{matrix} | & | & | & | \\ | & | & | & | \end{matrix} \right]_{Q_4}^{k_4} dv$ est donnée en (II,97). Pour la suite du calcul, il est plus commode de faire apparaître deux termes complexes conjugués l'un de l'autre, suivant le formalisme défini en (II,95). En reportant (II,86-a et b) dans (II,97), on obtient (le premier terme de (II,97) sert à construire $\overline{F}(k_4, Q_4)$ et le second donne $\overline{F}^*(k_4, -Q_4)$) :

$${}^{(4)}_{b|Q_4} \overline{\rho}^{k_4} = {}_b \overline{F}(k_4, Q_4) + (-)^{Q_4} {}_b \overline{F}^*(k_4, -Q_4) \quad (15-a)$$

$${}_b \overline{F}(k_4, Q_4) = \frac{-n |P_{ab}|^4}{\Gamma_b(k_4) + i Q_4 \omega_b} \sum_{\substack{k_2 Q_2 k_3 Q_3 \\ q_1 q_2 q_3 q_4 \\ \nu - \mu + \lambda - \kappa = 0}} \frac{\mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}}{1 - g_{ab}(k_3) \left[\frac{W_M(\nu) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \right]} \sqrt{2k_2+1} \sqrt{2k_4+1} \left[\begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 - Q_3 \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ Q_3 q_4 - Q_4 \end{matrix} \right]$$

$$\int \frac{dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} \left[\frac{\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{matrix} \right\} b^{k_2}(v; \nu - \mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i[\nu - \mu + Q_2 \omega_b]} - (-)^{k_3} \frac{\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_a & J_a & J_b \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{matrix} \right\} a^{k_2}(v; \nu - \mu)}{\Gamma'_a(k_2) + i[\nu - \mu + Q_2 \omega_a]} \right] \quad (15-b)$$

On reconnaît dans cette expression :

- Le produit de quatre composantes du champ électrique de l'onde laser : $\mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^{\mu} \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^{\kappa}$
- L'inversion de population n (cf. (II,58-b))
- L'élément de matrice réduit, P_{ab} , de l'opérateur dipole électrique. ($|P_{ab}|^2$ est proportionnel à la probabilité de la transition $b \rightarrow a$)
- Les coefficients $\{ 6J \}$ et $\{ 3J \}$ qui expriment les relations angulaires lors de chaque passage d'un ordre de perturbation au suivant. Les $\{ 3J \}$ permettent en particulier de tenir compte de la polarisation de la lumière par les indices q_i qui caractérisent les composantes du champ électrique. Certains de ces coefficients sont encore inclus dans $a_{Q_2}^{k_2}$ et $b_{Q_2}^{k_2}$
- Les indices k_n et Q_n qui indiquent la grandeur $T_{Q_n}^{k_n}$ par laquelle le développement de perturbation est passé à l'ordre n et qui permettent de reconnaître aisément l'origine des différents dénominateurs résonnants :

- Le dénominateur $\Gamma_b(k_4) + i Q_4 \omega_b$ exprime l'évolution au 4e ordre de la grandeur ${}^{(4)}_{b|Q_4} \overline{\rho}^{k_4}$. Cette quantité étant moyennée sur les vitesses, elle fait intervenir le coefficient de relaxation global $\Gamma_b(k_4)$ insensible aux changements de vitesse
- Le dénominateur $G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)$ exprime l'évolution, au 3e ordre, de la

grandeur de cohérence optique ${}^{(3)}\rho_{ab}(v, \mu - \nu + \lambda)$. Rappelons que ν, μ etc... sont pour $\omega_\nu - k_\nu \nu, \omega_\mu - k_\mu \mu$ etc... et que $G_{ab}(k) = \Gamma'_{ab}(k) - i\Delta(k)$. Remarquons aussi que ${}^{(3)}\rho_{ba}$ n'intervient pas dans (15-b) (pas de dénominateur en $G_{ba} = G_{ab}^*$) : en fait, ces termes interviennent dans le complexe conjugué de ${}_b\bar{F}$ figurant dans (15-a). On voit donc que la décomposition de ${}^{(4)}\bar{\rho}_{bl}$ suivant (15-a) revient à ne considérer qu'un diagramme sur deux parmi ceux de la figure II-6 (page 53). Plus précisément, nous ne conservons que les diagrammes des colonnes 1 et 4 qui passent par ${}^{(3)}\rho_{ab}$. Les diagrammes symétriques sont obtenus par conjugaison complexe et changement du signe de Q_4 . On comprend pourquoi la forme (15-a) simplifie le calcul.

- Le dénominateur $1 - g_{ab}(k_3) \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3 \omega_Z - \nu + \mu - \lambda)} = 1 - g_{ab}(k_3) W(\omega - Q_3 \omega_Z - \omega_\nu + \omega_\mu - \omega_\lambda + iG_{ab}(k_3))$ représente la restitution d'une partie de la "cohérence optique" ${}^{(3)}\rho_{ab}^{k_3}$ par les collisions changeant la vitesse ($W_M(v)$ distribution de Maxwell; $W(\Omega + iG)$ défini en (II,61) et appendice F);
- Les termes $\frac{{}_b k_2^{k_2}(v, \nu - \mu)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)}$ et $\frac{{}_a k_2^{k_2}(v, \nu - \mu)}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)}$ qui représentent la contribution de la composante modulée à la fréquence $\omega_\nu - \omega_\mu$ des grandeurs tensorielles ${}^{(2)}\rho_{bQ_2}^{k_2}$ et ${}^{(2)}\rho_{aQ_2}^{k_2}$, dans les niveaux b et a, à l'ordre 2. Les dénominateurs, qui expriment l'évolution dans les niveaux a ou b, font intervenir le coefficient de relaxation $\Gamma'_\alpha(k_2)$ (probabilité de disparition de la grandeur αT_Q^k d'un paquet de vitesse donné, soit par destruction, soit par changement de vitesse de l'atome) car, à l'ordre 2, on ne moyenne pas sur les vitesses avant de passer à l'ordre 3.

Puisque nous considérons le cas d'une onde stationnaire ${}_b k_2^{k_2}$ et ${}_a k_2^{k_2}$ sont donnés par (II,79) et (II,81). En utilisant la relation $\Gamma'_\alpha(k) = \Gamma'_\alpha(k) - \gamma'_\alpha(k)$ ($\gamma'_\alpha(k)$ est la probabilité de changement de vitesse sans destruction de la grandeur αT_Q^k - cf. définitions (II,23) à (II,26)), on obtient :

$$\frac{{}_b k_2^{k_2}}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} = \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \left[\left[\begin{array}{c|c} 0 & \nu \quad \mu \\ \hline 0 & q_1 \quad q_2 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} + \gamma'_b(k_2) \frac{W_M(v) \int \left[\begin{array}{c|c} 0 & \nu \quad \mu \\ \hline 0 & q_1 \quad q_2 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right] \quad (16-b)$$

$$= \frac{\left[\begin{array}{c|c} | & | \\ \hline | & | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} - W_M(v) \int \left[\begin{array}{c|c} | & | \\ \hline | & | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} + \frac{W_M(v) \int \left[\begin{array}{c|c} | & | \\ \hline | & | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)}$$

$$\frac{{}_a k_2^{k_2}}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} = \frac{\left[\begin{array}{c|c} | & | \\ \hline | & | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} - W_M(v) \int \left[\begin{array}{c|c} | & | \\ \hline | & | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, l, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right\} \quad (16-a)$$

$$+ \frac{W_M(v) \int \left[\begin{array}{c|c} | & | \\ \hline | & | \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} dv'}{\Gamma'_a(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_a)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, l, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2 \omega_b)} \right\}$$

En écrivant (II,68) et (II,83) dans le cas d'une excitation isotrope ($k_0=Q_0=0$), on a :

$$\left[\begin{array}{c|c|c} 0 & \nu & \mu \\ \hline 0 & q_1 & q_2 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} = (-)^{J_a+J_b+1+q_1} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1}} W_M(\nu) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \left[\frac{1}{[G_{ab}(1)-i(\omega-q_1\omega_Z-\nu)] [1-g_{ab}(1)W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))]} + \frac{1}{[G_{ab}^*(1)+i(\omega+q_2\omega_Z-\mu)] [1-g_{ab}^*(1)W^*(\omega+q_2\omega_Z-\omega_\mu+iG_{ab}(1))]} \right] \quad (17)$$

$$\int \left[\begin{array}{c|c|c} 0 & \nu & \mu \\ \hline 0 & q_1 & q_2 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} d\nu = (-)^{J_a+J_b+1+q_1} \frac{1}{\sqrt{2k_2+1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \left[\frac{W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))}{[1-g_{ab}(1)W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))]} + \frac{W^*(\omega+q_2\omega_Z-\omega_\mu+iG_{ab}(1))}{[1-g_{ab}^*(1)W^*(\omega+q_2\omega_Z-\omega_\mu+iG_{ab}(1))]} \right] \quad (18)$$

Dans (17), les dénominateurs $G_{ab}(1) - i(\omega-q_1\omega_Z-\nu)$ et $G_{ab}^* + i(\omega+q_2\omega_Z-\mu)$ expriment l'évolution des cohérences optiques ${}_{ab}^{(1)}\rho_{q_1}^1$ et ${}_{ba}^{(1)}\rho_{q_2}^1$, à l'ordre 1, tandis que les dénominateurs du type $1 - g_{ab}(1)W(\omega-q_1\omega_Z-\omega_\nu+iG_{ab}(1))$ expriment la restitution de ces cohérences optiques par les collisions changeant la vitesse (comme les termes analogues à l'ordre 3 dans l'expression (15-b)). De même, dans (16-b) et (16-a) les termes de la forme $W_M(\nu) \int \left[\begin{array}{c|c|c} 1 \\ \hline 1 \end{array} \right]_{Q_2}^{k_2} d\nu$ expriment la restitution à l'ordre 2 des grandeurs atomiques ${}_a T_{Q_2}^{k_2}$ et ${}_b T_{Q_2}^{k_2}$ après un processus de diffusion de vitesse (collision ou diffusion multiple des raies optiques). Ils proviennent des "termes d'arrivée" de l'équation d'évolution de chaque paquet de vitesse ((II,45) avec la définition (II,23)) cependant, d'un point de vue global, nous préférons les appeler maintenant "termes de restitution" par les processus de diffusion des vitesses atomiques, de façon à mieux exprimer l'idée d'une conservation partielle des grandeurs atomiques après un ou plusieurs changements de vitesse de l'atome excité.

2) Intégration sur les vitesses. Approximation des grandes largeurs Doppler

Pour simplifier l'expression (15), nous faisons l'approximation (quel que soit l'ordre tensoriel k) :

$$\Gamma'_\alpha, \Gamma'_{ab}, \Gamma'_\alpha, \gamma'_{ab}, \Delta, \Delta' \ll \Delta\nu \quad (19)$$

c'est-à-dire que nous supposons la largeur Doppler très grande devant la largeur des niveaux ainsi que devant l'élargissement et le déplacement des raies optiques par les collisions. Nous cherchons donc à développer (15) en puissances de $\Gamma/\Delta\nu$ pour ne garder que les termes de l'ordre le plus faible.

Si (19) n'est pas bien vérifié, il est toujours possible de garder des ordres supérieurs en $\Gamma/\Delta\nu$ ou même de conserver l'expression (15) totale, mais ceci n'a pas d'intérêt ici, car notre but n'est pas d'obtenir une forme de courbe exacte, ce qui serait illusoire, pour les raisons que nous avons déjà exposées (4e ordre insuffisant; théorie grossière des collisions de vitesses; ...).

L'approximation (19) permet immédiatement de négliger, devant 1, les termes de la forme $g_{ab}(k) \int \frac{W_M(\nu) d\nu}{G_{ab}(k)-i(\omega-Q\omega_Z-\kappa)} = g_{ab}(k)W(\omega-Q\omega_Z-\omega_\kappa+iG_{ab}(k))$ qui figurent au dénominateur de (15),

de (17) et de (18). En effet, ces termes sont de l'ordre de $\frac{|g_{ab}|}{\Delta v} \approx \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta v}$ (puisque $W \sim \frac{1}{\Delta v}$, cf. appendice F, formule (F,1)). Cette approximation permet également de simplifier la fonction W (1er terme du développement (F,11)) :

$$W(\Omega + iG_{ab}(k)) = \frac{1}{\Delta v} [X(\Omega) + iY(\Omega)] \quad (20)$$

avec la définition (F,8) (note) :

$$X(\Omega) = x\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right) = \sqrt{\pi} e^{-\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right)^2} \quad \text{et} \quad Y(\Omega) = y\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right) = \frac{2}{\Delta v} \int_0^{\Omega} e^{-\frac{t^2 - \Omega^2}{\Delta v^2}} dt \quad (21)$$

Avant d'étudier les différents termes de (15), introduisons la notation :

$$\delta_\nu = \omega - \omega_\nu \quad (22)$$

et rappelons que lorsqu'il n'est pas un indice de sommation, $\nu = \omega_\nu - k_\nu v$, et que $\nu - \mu \approx \omega_\nu - \omega_\mu = \delta_\mu - \delta_\nu$ dans le cas d'une onde progressive.

a) Termes existant en l'absence de diffusion des vitesses atomiques

Ce sont les termes de (15) provenant de (17) par l'intermédiaire de (16-a et b).

Pour ne pas alourdir la présentation, nous ne discuterons que les termes provenant de $\rho_{bl}^{(2)}$ (16-b) et nous n'écrirons que les facteurs résonnants importants (d'ordre 1, 2 et 3). Ces termes sont de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + kv)} \left[\frac{1}{G_{ab}(1) - i(\delta_\nu - q_1\omega_Z + kv)} + \frac{1}{G_{ab}^*(1) + i(\delta_\mu + q_2\omega_Z + kv)} \right] \quad (23)$$

$$= \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \left[\frac{W(\delta_\nu - q_1\omega_Z + iG_{ab}(1)) - W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}(k_3) - G_{ab}(1) + i[\delta_\nu - \delta_\kappa + (Q_3 - q_1)\omega_Z]} + \frac{W^*(\delta_\mu + q_2\omega_Z + iG_{ab}(1)) + W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}^*(1) + G_{ab}(k_3) + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \right]$$

L'intégration de (23) a été effectuée suivant la méthode exposée au § 3 de l'appendice F. Nous avons remplacé $\nu - \mu + \lambda$ par κ puisque dans (15), nous ne gardons que des termes non modulés.

Le premier facteur de (23) est résonnant quand $\omega_\nu - \omega_\mu = -Q_2\omega_b \approx -(q_1 + q_2)\omega_Z$. En effet $Q_2 = q_1 + q_2$ en raison de la présence du facteur (3J) de (17) et $\omega_b \sim \omega_Z$ suivant l'approximation faite pour résoudre les équations (II,45). L'expression (23) n'a donc une valeur importante que si

$$\delta_\nu - q_1\omega_Z \sim \delta_\mu + q_2\omega_Z \quad (\text{à quelque } \Gamma'_b(k_2) \text{ près}) \quad (24)$$

(note)
Nous utilisons les notations $X(\Omega)$ et $Y(\Omega)$, au lieu de $x\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right)$ et $y\left(\frac{\Omega}{\Delta v}\right)$, pour simplifier l'écriture des formules. X et Y avaient été précédemment définis comme la partie réelle et la partie imaginaire de la forme de raie F (cf. (IV,16-b) et (F,14)). Ceci n'est pas contradictoire avec la définition (20) car l'approximation (19) entraîne une identification des fonctions W et $F/\Delta v$, comme on peut le voir en comparant (F,11) et (F,16).

Le deuxième facteur de (23) est composé de deux termes que nous pouvons évaluer dans le cadre de l'approximation (19), à l'aide des résultats de l'appendice F (§ 3) :

α) le dernier terme

$$\frac{W^*(\delta_\mu + q_2\omega_Z + iG_{ab}(1)) + W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}^*(1) + G_{ab}(k_3) + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \quad (25)$$

a la forme de l'expression (F,19). Si l'on suppose, pour simplifier, que $\Delta(1) = \Delta(k_3)$ (s'il n'en est pas ainsi, la résonance est déplacée. Rappelons que $G_{ab} = \Gamma'_{ab}(k) - i\Delta(k)$), ce terme présente une résonance de largeur $\Gamma'_{ab}(1) + \Gamma'_{ab}(k)$ lorsque :

$$\delta_\mu + q_2\omega_Z = \delta_\kappa - Q_3\omega_Z$$

Dans la région de la résonance, W varie peu (en raison de (19)) et le terme (25) peut s'écrire :

$$(25) \approx \frac{2}{\Delta\nu} \frac{X(\delta_\mu + q_2\omega_Z)}{\Gamma'_{ab}(1) + \Gamma'_{ab}(k_3) + i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \quad (26)$$

A résonance, ce terme est de l'ordre de $\frac{1}{\Gamma'_{ab} \Delta\nu}$

β) le premier terme

$$\frac{W(\delta_\nu - q_1\omega_Z + iG_{ab}(1)) - W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3))}{G_{ab}(k_3) - G_{ab}(k_1) + i[\delta_\nu - \delta_\kappa + (Q_3 - q_1)\omega_Z]} \quad (27)$$

est de la forme de l'expression (F,23). Comme (F,23), ce terme est toujours de l'ordre $1/(\Delta\nu)^2$, il est donc toujours négligeable devant la valeur de (25) à résonance (ordre de grandeur relatif : $\Gamma'_{ab}/\Delta\nu$).

γ) Si (25) est hors résonance ($\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z \sim \Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$), les deux termes sont du même ordre de grandeur ($1/(\Delta\nu)^2$) et sont négligeables. Cependant, au paragraphe 2-c, nous aurons besoin de connaître leur forme pour discuter l'ordre de grandeur des termes négligés. Si nous supposons le premier facteur résonnant (si les deux facteurs sont hors résonance, (23) est de l'ordre de $1/(\Delta\nu)^3$), la condition (24) permet de remplacer $\delta_\nu - q_1\omega_Z$ par $\delta_\mu + q_2\omega_Z$ dans le terme (27), de telle façon que (25) + (27) se met sous la forme (F,27). Lorsque (25) est hors résonance, on peut donc utiliser l'approximation (F,28) :

$$(23) \approx \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \frac{2}{\Delta\nu} \frac{X(\delta_\mu + q_2\omega_Z)}{i[\delta_\mu - \delta_\kappa + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \sim \frac{-i}{(\Delta\nu)^2} \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \quad (28)$$

Il est remarquable que cette expression asymptotique a une forme identique à celle que l'on obtiendrait avec l'expression (26), valable à résonance.

En conclusion, si l'on néglige tous les termes de l'ordre de $1/(\Delta v)^2$, on peut remplacer (23) par :

$$(23) \approx \frac{1}{\Delta v} \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} \frac{2X(\delta_\mu + q_2\omega_{ZR})}{\Gamma_{ab}(1) + \Gamma_{ab}(k_3) + i[\kappa - \mu + (q_2 + Q_3)\omega_Z]} \quad (29)$$

où ω_{ZR} est la valeur prise par ω_Z à résonance. Si les deux facteurs ne sont pas résonnants pour la même valeur du champ magnétique, il y a une ambiguïté sur la définition de ω_{ZR} . En général, le choix est sans importance (à $\Gamma/\Delta v$ près) car (29) est négligeable si les résonances des deux facteurs sont trop éloignées. Chaque fois qu'il y a une ambiguïté, il est préférable (en revenant à la forme (25)) de remplacer $2X(\delta_\mu + q_2\omega_{ZR})$ par l'une des formes :

$$X(\delta_\mu + q_2\omega_Z) + X(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z) \approx 2X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa + (q_2 - Q_3)\omega_Z}{2}\right) \quad (30)$$

En particulier, c'est la seule méthode pour obtenir la dépendance par rapport au champ magnétique lorsque aucun des deux dénominateurs n'en dépend (c'est-à-dire si Q_2 et $q_2 + Q_3$ sont nuls). Des termes de ce genre ne seront évidemment importants que si ω_ν , ω_μ , ω_λ et ω_κ sont assez proches pour que les dénominateurs ne soient pas trop loin de la résonance.

REMARQUE.

Dans l'approximation (29), on n'a gardé que la moitié des termes de (23) : les termes négligés sont ceux qui font intervenir ab^0 à l'ordre 1 et à l'ordre 3. On voit, sur la figure II-6 (page 53) que tous les diagrammes de la colonne 1 sont négligeables après intégration sur les vitesses. En raison de la symétrie remarquée au § C-1, les diagrammes de la 2e colonne qui passent par ba^0 et ba^0 sont également négligeables. Dans la suite du calcul, seuls les diagrammes des colonnes 3 et 4 sont importants. De plus, la relation de symétrie, provenant de la forme (15-a), nous permet de ne considérer que les diagrammes de la 4ème colonne.

b) Termes de "restitution" par les processus de diffusion de vitesse

Dans (15-b), ce sont les termes provenant de (18). Comme au paragraphe précédent, pour simplifier, nous ne discuterons que les termes provenant de $ba^0_{Q_2}$ et n'écrirons que les facteurs importants comparables à ceux de (23) (en omettant exactement les mêmes facteurs de façon à obtenir une expression homogène à (23)). En reportant (18) dans (16-b), puis dans (15-b), on voit que le terme de "restitution" s'écrit :

$$\left[\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} - \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2)\omega_b} \right] \left[W(\delta_\nu - q_1\omega_Z + iG_{ab}(1)) + W^*(\delta_\mu + q_2\omega_Z + iG_{ab}(1)) \right] \int \frac{W_M(v) dv}{G_{ab}(k_3) - i(\omega - Q_3\omega_Z - \kappa)} \quad (31)$$

Le premier facteur, comme celui de (23), présente une résonance étroite lorsque $\omega_\nu + q_1\omega_b = \omega_\mu - q_2\omega_b$, ce qui permet de remplacer $\delta_\mu + q_2\omega_Z$ par $\delta_\nu - q_1\omega_Z$ dans les fonctions W (ou encore par leur moyenne suivant un raisonnement analogue à celui fait pour (30)). On obtient alors :

$$(31) = \left[\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} - \frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(\nu - \mu + Q_2\omega_b)} \right] \frac{2X(\delta_\nu - q_1\omega_Z)}{\Delta\nu} W(\delta_\kappa - Q_3\omega_Z + iG_{ab}(k_3)) \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \frac{1}{(\Delta\nu)^2} \quad (32)$$

Ici, il n'apparaît pas de dénominateur en Γ'_{ab} car du fait de la thermalisation des vitesses à l'ordre 2, on a intégré séparément, sur les vitesses, le facteur d'ordre 1 et le facteur d'ordre 3. Par contre, ceci donne deux facteurs du type W au lieu d'un seul dans (29).

Chacun des termes (32) est petit devant la valeur prise à résonance par les termes principaux (29); cependant nous ne les négligerons pas, car ils peuvent être nombreux. En effet, pour chaque paire de modes ν, μ fixée, il faut sommer sur les $N - |\nu - \mu|$ valeurs possibles de κ (puisque $\nu - \mu = \kappa - \lambda$) : il y a donc $N - |\nu - \mu|$ termes d'importance comparable, car κ ne figure que dans une fonction W lentement variable et non dans un dénominateur résonnant comme c'est le cas pour l'expression (29). Si les N modes du laser couvrent tout le profil Doppler ($N\Delta\omega \sim \Delta\nu$, où $\Delta\omega$ est l'écart entre modes), la somme de tous les termes du type (32), correspondant à une valeur déterminée de ν et de μ , est de l'ordre de

$$\frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b \Gamma'_b} \frac{N}{(\Delta\nu)^2} \quad (\text{si } \nu - \mu \ll N).$$

Au contraire, pour les mêmes valeurs de ν et de μ , (29) ne prend une valeur importante ($\sim \frac{1}{\Gamma'_b \Gamma'_{ab} \Delta\nu}$) que pour une seule valeur de κ si $\Gamma'_{ab} < \Delta\omega$, et pour $n = \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$ valeurs de κ si $\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$. Le rapport de la somme des termes (32) à la somme des termes résonnants de (29) est donc (ν et μ fixés) :

$$\frac{\sum_{\kappa} (32)}{\sum_{\kappa} (29)_{res}} \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \frac{N \Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \quad \text{si } \Gamma'_{ab} < \Delta\omega \quad (33)$$

$$\sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \frac{N \Gamma'_{ab}}{n \Delta\nu} \sim \frac{\gamma'_b}{\Gamma'_b} \quad \text{si } \Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$$

L'interprétation de cette formule sera donnée au § 5-b.

REMARQUE.

Pour les termes de "restitution", il n'y a pas disparition d'un diagramme sur deux parmi ceux de la figure II-6.

c) Discussion de l'ordre de grandeur des termes négligés

Il peut paraître surprenant de ne pas conserver les termes hors résonance (28) qui sont du même ordre de grandeur que les termes (32) et aussi nombreux. En fait, nous allons montrer que les termes (28) disparaissent pour les grandeurs tensorielles k_4 paires dans le cas d'une excitation cohérente ($q_i = \pm 1, |e_1| = |e_{-1}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$), c'est-à-dire dans le cas expérimentalement utilisé. Il en

résulte que l'on peut complètement ignorer les termes hors résonance de (23) puisqu'ils sont en fait de l'ordre de grandeur des termes négligés lors du passage de (23) à (28), c'est-à-dire de l'ordre de $\Gamma'_{ab}/(\Delta\nu)^3$.

Comme nous allons le voir dans la démonstration qui suit, la disparition des termes (28) provient de ce qu'ils sont imaginaires purs (à résonance). Le même raisonnement appliqué à (32) permet de négliger la partie imaginaire de $W(\delta_{\kappa}-Q_3\omega_Z+iG_{ab}(k))$. On peut alors remplacer (32) par :

$$\left[\frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+Q_2\omega_b)} - \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+Q_2\omega_b)} \right] \frac{2}{(\Delta\nu)^2} X(\delta_{\nu}-q_1\omega_Z) X(\delta_{\kappa}-Q_3\omega_Z) \quad (34)$$

Démonstration : pour $Q_4 = 0$, le terme provenant de (28) est proportionnel à :

$$\frac{\xi^{\nu*} \xi^{\mu} \xi^{\lambda*} \xi^{\kappa}}{\Gamma'_b(k_2)+i(\nu-\mu+Q_2\omega_b)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 & q_2 & -Q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 & q_3 & q_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ -q_4 & q_4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{|e_1|^4}{\Delta\nu} \cdot \frac{i X(\delta_{\nu}-q_1\omega_Z)}{\delta_{\nu}-\delta_{\kappa}-(q_1+q_4)\omega_Z} \quad (35)$$

Dans la sommation sur $\nu, \mu, \lambda, \kappa, Q_2$ et les q_i , il existe un terme obtenu à partir de (35) par les permutations $\nu \leftrightarrow \mu$ et $\kappa \leftrightarrow \lambda$ et, dans le cas où $q_1 = q_2$ ($Q_2 = q_1 + q_2 = \pm 2, q_1 + q_4 = 0$), par le changement de signe de tous les q_i et de Q_2 (rappelons que nous avons choisi k_4 paire et $q_i = \pm 1$). Ces permutations ne changent pas les coefficients (3J) de (35) ni le dernier facteur (puisque $\delta_{\nu} - q_1\omega_Z \approx \delta_{\mu} + q_2\omega_Z$ et $\delta_{\nu} - \delta_{\kappa} = \delta_{\mu} - \delta_{\lambda}$), par contre le premier facteur est transformé en son complexe conjugué. Il en résulte que la somme de (35) et du terme obtenu par permutation est imaginaire pur et disparaît car $\frac{(4)}{\rho_0^{k_4}} = \overline{F}(k_4, 0) + F^*(k_4, 0)$.

Pour $Q_4 = 2$, le même raisonnement est valable car $\rho_2^{k_4}$ n'est important qu'en champ faible. On peut donc négliger $(Q_3-q_1)\omega_Z$ devant $\delta_{\nu} - \delta_{\kappa} \sim \Delta\nu$ au dénominateur de (28). Il n'est donc pas nécessaire de modifier les q_i pour appliquer la symétrie utilisée ici. Pour la même raison, on peut appliquer ce raisonnement à une polarisation rectiligne autre que σ , mais en champ faible seulement ($\omega_Z \ll \Delta\nu$).

3) Expression générale des résonances de saturation

A l'aide des résultats du paragraphe précédent, en ce qui concerne l'intégration sur les vitesses, nous allons écrire de façon explicite l'expression (15). Puisque nous ne nous intéressons ici qu'à la partie isotrope de la lumière de fluorescence, nous ne développerons les formules du 4e ordre que pour les grandeurs longitudinales ($Q_4 = 0$).

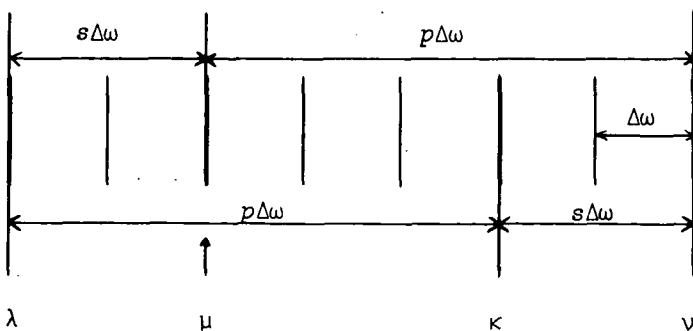


FIGURE VII-10

Nous supposons les modes parfaitement équidistants et nous posons (figure VII-10) :

$$\omega_{\nu}-\omega_{\mu} = \omega_{\kappa}-\omega_{\lambda} = p\Delta\omega = p \quad (36-a)$$

$$\omega_{\nu}-\omega_{\kappa} = \omega_{\mu}-\omega_{\lambda} = s\Delta\omega = s \quad (36-b)$$

où p et s sont des entiers.

De plus, pour simplifier l'écriture, nous poserons :

$$\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_\beta & J_\beta & J_\alpha \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ J_\alpha & J_\beta & J_\beta \end{matrix} \right\} = \{ \beta \ k_2, \ k_3 \} \quad (37)$$

En utilisant les approximations du paragraphe précédent, (15) peut alors s'écrire ($Q_4 = 0$ entraîne $Q_3 = -q_4$)

$$(4) \frac{-k_4}{b \rho_0} = \frac{n}{\Delta v} \frac{|P_{ab}|^4}{\Gamma_b(k_4)} \quad (38)$$

$$\sum_{\substack{v p s q_i \\ Q_2 k_2 k_3}} (-)^{J_a + J_b + q_1} (2k_2 + 1) (2k_3 + 1) \sqrt{2k_4 + 1} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 q_2 - Q_2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_2 & 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 q_4 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ -q_4 q_4 0 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\} \mathcal{E}_{q_1}^{v*} \mathcal{E}_{-q_2}^{v-p} \mathcal{E}_{q_3}^{v-p-s*} \mathcal{E}_{-q_4}^{v-s}$$

$$\begin{aligned} \text{ligne 1} \rightarrow & \left\{ \left[\frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(p + Q_2 \omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \frac{[X(\delta_\mu + q_2 \omega_Z) + X(\delta_\kappa + q_4 \omega_Z)]}{2\Gamma'_{ab} + i[p - s + (q_2 - q_4) \omega_Z]} \right. \\ & + \left. \left[\frac{\gamma'_b(k_2) \{bk_2, k_3\}}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)]} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(p + Q_2 \omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \right. \\ \text{ligne 2} & \left. \left. + \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2) + i(p + Q_2 \omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma'_b(k_2) + i(p + Q_2 \omega_b)} \right) \right] \frac{[X(\delta_\nu - q_1 \omega_Z) + X(\delta_\mu + q_2 \omega_Z)] X(\delta_\kappa + q_4 \omega_Z)}{\Delta v} \right\} + cc \end{aligned}$$

Pour simplifier, nous avons posé (note) : $G_{ab}(k_3) = G_{ab}(1) = \Gamma'_{ab} - i\Delta$. D'autre part, pour éviter les ambiguïtés avec les termes sans résonances ($Q_2 = 0, q_2 - q_4 = 0$), nous avons laissé les fonctions X sous la première forme définie en (30) et non sous la forme de (29) ou de (34).

La ligne 1 provient des atomes qui n'ont pas subi de diffusion de leur vitesse tandis que la ligne 2 représente les atomes "restitués" après un changement de vitesse. Dans chacune de ces deux lignes, on distingue nettement un premier facteur exprimant l'évolution à l'ordre 2 (dénominateurs dépendant de $\Gamma_\alpha(k_2)$ ou $\Gamma'_\alpha(k_2)$) des termes modulés à la fréquence $p = \omega_\nu - \omega_\mu$. Dans le terme de "restitution" (ligne 2), nous avons utilisé la première forme de l'expression (16-b) de façon à faire apparaître $\gamma'_b(k)$: cette forme, plus agréable pour le niveau b, n'est pas commodément utilisable pour le niveau a du fait du transfert.

Pour obtenir $(4) \frac{-k_4}{a \rho_0}$ à partir de (38), il suffit de remplacer $\frac{\left\{ \begin{matrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{matrix} \right\}}{\Gamma_b(k_4)}$ par

(note) Comme nous l'avons déjà dit, si les parties imaginaires de $G_{ab}(k_3)$ et de $G_{ab}(1)$ sont différentes, il en résulte un déplacement des résonances $p - s = (q_4 - q_2) \omega_Z$.

$$(-)^{k_3+k_4} \frac{\begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_a & J_a & J_b \\ \Gamma_a(k_4) \end{Bmatrix}}{\Gamma_a(k_4)} \left[1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, k_3, k_4)}{\Gamma_b(k_4)} \right].$$

Nous pouvons tout de suite remarquer que l'expression (38) fait intervenir un facteur résonnant dépendant de l'écart Zeeman moyen ω_z . La remarque faite dans l'introduction de ce paragraphe apparaît maintenant de façon évidente : notre formalisme n'est pas correct dans le cas général pour déterminer la position des résonances. Comme nous le verrons au paragraphe E-1, le facteur en ω_z est, en réalité, une somme de termes faisant intervenir différentes combinaisons linéaires de ω_a et ω_b . La formule (36) n'est rigoureuse que si $\omega_a = \omega_b = \omega_z$ ou si $J_a = 0$ (ou $J_b = 0$), car on a alors $\omega_z = \omega_b$ (ou $\omega_z = \omega_a$).

4) Formule développée dans le cas d'une excitation rectiligne σ

L'excitation de polarisation rectiligne σ est la plus facile à réaliser (cellule dans la cavité) : c'est le seul cas que nous ayons effectivement utilisé pour l'étude expérimentale des saturations. De plus, sur le plan théorique, ce cas est assez simple à écrire et à interpréter, bien qu'il contienne tous les types d'effets de saturation existant dans le cas général. C'est pourquoi, avant de voir l'interprétation physique de l'expression générale (38), nous allons l'expliciter dans ce cas particulier. De plus, nous nous limiterons aux ordres tensoriels pairs, $k_4 = 0$ ou 2, seuls accessibles par une détection optique de polarisation rectiligne.

Nous développons donc (38) en posant $\mathcal{E}_q^\nu = \mathcal{E}^\nu e_q$ avec $e_0 = 0$ et $|e_1| = |e_{-1}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Les valeurs possibles des q_1 et de Q_2 sont données dans le tableau VII-1 avec les polarisations correspondantes des modes ν , μ , λ et κ figurant dans (38) (rappelons que $Q_4 = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$)

Cas	q_1	q_2	Q_2	q_3	q_4	$q_2 - q_4$	$\mathcal{E}_{q_1}^\nu$	$\mathcal{E}_{-q_2}^\mu$	$\begin{matrix} (2) \\ \alpha^{Q_2} \end{matrix} \rho^{k_2}$ (ordre 2)	$\mathcal{E}_{q_3}^\lambda$	$\mathcal{E}_{-q_4}^\kappa$
a	1	1	2	-1	-1	2	σ^-	σ^+	Alignement transversal	σ^+	σ^-
b	-1	1	0	1	-1	2	σ^+	σ^+	grandeurs longitudinales	σ^-	σ^-
c	1	-1	0	1	-1	0	σ^-	σ^-		σ^-	σ^-
a'	-1	-1	-2	1	1	-2	σ^+	σ^-	Alignement transversal	σ^-	σ^+
b'	1	-1	0	-1	1	-2	σ^-	σ^-	grandeurs longitudinales	σ^+	σ^+
c'	-1	1	0	1	-1	0	σ^+	σ^+		σ^+	σ^+

TABLEAU VII-1

Les cas a', b' et c' sont obtenus à partir des cas a, b et c par changement de tous les signes. Dans le calcul, ces termes se recombineront toujours en raison de leur symétrie.

On vérifie aisément que l'on peut toujours écrire $\mathcal{E}_{q_1}^{\nu*} \mathcal{E}_{-q_2}^\mu \mathcal{E}_{q_3}^{\lambda*} \mathcal{E}_{-q_4}^\kappa = |e_1|^4 \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa = \frac{1}{4} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa$.

(38) s'écrit alors (k_4 pair) :

$$(4) \rho_{b10}^{k_4} = - \frac{n |P_{ab}|^4}{\Delta \nu \Gamma_b(k_4)} (-)^{J_a + J_b} \sqrt{2k_4 + 1} \sum_{k_3 \nu \rho s} (2k_3 + 1) \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \text{Re} \left[\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s} \right] \quad (39)$$

$$\begin{array}{l} \text{ligne 1} \\ \text{ligne 2} \\ \text{ligne 3} \\ \text{ligne 4} \end{array} \left[\text{Re} \left\{ \begin{array}{l} 10 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \frac{\{b2, k_3\}}{\Gamma_b'(2) + i(p+2\omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{a2, k_3\}}{\Gamma_a'(2) + i(p+2\omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, 2)}{\Gamma_b'(2) + i(p+2\omega_b)} \right) \right\} \frac{X(\delta_\nu + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma_{ab}' + i(p-s+2\omega_2)} \\ + \left[\frac{\gamma_b'(k_2) \{b2, k_3\}}{[\Gamma_b'(2) + i(p+2\omega_b)] [\Gamma_b(2) + i(p+2\omega_b)]} + \text{termes du niveau a} \right] \frac{1}{\Delta \nu} X(\delta_\nu + \frac{p}{2}) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2}) \\ + \sum_{k_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} (2k_2 + 1) \left\{ \frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma_b'(k_2) + ip} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma_a'(k_2) + ip} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(b, a, 1, k_2)}{\Gamma_b'(k_2) + ip} \right) \right\} \\ \times \left[(-)^{k_2} \frac{2X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2})}{2\Gamma_{ab}' + i(p-s+2\omega_2)} + \frac{X(\delta_\nu + p - \omega_2) + X(\delta_\nu + p + \omega_2)}{2\Gamma_{ab}' + i(p-s)} \right] \\ + \left[\frac{\gamma_b'(k_2) \{bk_2, k_3\}}{[\Gamma_b'(k_2) + ip] [\Gamma_b(k_2) + ip]} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma_a(k_2) + ip} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(\)}{\Gamma_b(k_2) + ip} \right) + \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma_a'(k_2) + ip} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(\)}{\Gamma_b'(k_2) + ip} \right) \right] \\ \times \frac{1}{\Delta \nu} \left[2(-)^{k_2} X(\delta_\nu + \frac{p}{2} + \omega_2) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2} - \omega_2) + X(\delta_\nu + \frac{p}{2} - \omega_2) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2} - \omega_2) + X(\delta_\nu + \frac{p}{2} + \omega_2) X(\delta_\nu + s + \frac{p}{2} + \omega_2) \right] \end{array} \right\} \end{array}$$

Les lignes 1 et 2 de (39) viennent respectivement des lignes 1 et 2 de (38) dans les cas a et a' (cohérence $\rho_{\pm 2}^2$ à l'ordre 2). Les lignes 3 et 4 de (39) viennent des lignes 1 et 2 dans les cas b+b' (interaction $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^-$ par l'intermédiaire des populations à l'ordre 2 et dans les cas c+c' (interaction $\sigma^+ \leftrightarrow \sigma^+$ et $\sigma^- \leftrightarrow \sigma^-$).

La mise en facteur de $\text{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa)$ et la présentation utilisée pour les fonctions X ont été obtenues par application des propriétés de symétrie de la sommation sur les modes et sur les indices q_i . En raison de la complexité de ce calcul, nous ne donnerons que l'exemple de quelques termes.

Ligne 1 de (38) dans le cas a+a' : le cas a' se déduit du cas a par changement du signe des q_i et de Q_2 . Ceci ne change pas la valeur des (3J) puisque k_4 est paire. Si dans le cas a' on fait l'échange des indices $\nu \leftrightarrow \lambda$ et $\mu \leftrightarrow \kappa$, on ne change pas les facteurs $\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa$, par contre tous les dénominateurs de a' deviennent complexes conjugués de ceux de a car p et s changent de signe (cf. définitions (36)). En mettant en facteur les coefficients identiques et en n'écrivant que la contribution de $(2) \rho_{b10}^2$, la contribution des cas a et a' à la ligne 1 de (38) s'écrit :

$$\sum_{\nu \rho s} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa \left[\frac{X(\delta_\mu + \omega_2) + X(\delta_\kappa - \omega_2)}{[\Gamma_b'(2) + i(p+2\omega_b)] [2\Gamma_{ab}' + i(p-s+2\omega_2)]} + \frac{X(\delta_\kappa - \omega_2) + X(\delta_\mu + \omega_2)}{[\Gamma_b'(2) - i(p+2\omega_b)] [2\Gamma_{ab}' - i(p-s+2\omega_2)]} \right] + cc \quad (40-a)$$

On voit que les cas a et a' donnent les mêmes fonctions X qui se mettent en facteur. On voit alors que (40-a) est le produit de deux parties réelles

$$4 X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \operatorname{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa) \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{1}{[\Gamma'_b(2)+i(p+2\omega_b)] [2\Gamma'_{ab}+i(p-s+2\omega_2)]} \right] \quad (40-b)$$

En dernier lieu, on a modifié les fonctions X en remarquant que le deuxième facteur résonnant n'est important que si $\delta_\mu - \delta_\kappa = p-s \sim -2\omega_2$, c'est-à-dire si $\delta_\mu + \omega_2 \sim \delta_\kappa - \omega_2$ (à quelque Γ'_{ab} près). Dans cette région, on peut remplacer la somme des X suivant la relation (30) :

$$X(\delta_\mu + \omega_2) + X(\delta_\kappa - \omega_2) \approx 2X(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}) = 2X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) (+\text{termes} \sim (\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu})^2) \quad (41)$$

Pour tous les termes présentant un dénominateur résonnant en fonction de ω_α ou ω_2 (c'est-à-dire la contribution des cas b et b' à la ligne 1 de (38) et la contribution de a et a' à la ligne 2), le raisonnement est le même. Pour les termes ne présentant pas de résonance en fonction du champ magnétique (contribution de b et b' à la ligne 2 de (38), contribution de c et c' aux lignes 1 et 2), il faut conserver la dépendance en ω_2 dans les fonctions X. Pour la ligne 2, les permutations d'indice sont plus complexes.

Donnons encore l'exemple de la contribution du cas c à la ligne 1 de (38) (ici c' se traite séparément). En faisant les permutations $\nu \leftrightarrow \lambda$ et $\mu \leftrightarrow \kappa$ pour le terme $X(\delta_\kappa - \omega_2)$ seul, on peut écrire :

$$\sum_{\nu\mu\lambda\kappa} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa \frac{X(\delta_\mu - \omega_2) + X(\delta_\kappa - \omega_2)}{(\Gamma'_b(k_2)+ip) [2\Gamma'_{ab}+i(p-s)]} = \sum_{\nu\mu\lambda\kappa} \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa X(\delta_\mu - \omega_2) \left[\frac{1}{(\Gamma'_b(k_2)+ip) [2\Gamma'_{ab}+i(p-s)]} + cc \right] \quad (42)$$

Quand on ajoute à (42) son complexe conjugué, on trouve bien encore le produit de deux parties réelles et l'on justifie la présence de $X(\delta_\nu + p - \omega_2)$ dans la ligne 3 de (39). Dans la même ligne $X(\delta_\nu + p + \omega_2)$ vient du cas c'.

REMARQUE. Tous ces raisonnements ne sont valables que pour k_4 paire. Pour k_4 impaire, les (3J) changent de signe quand on change le signe des q_i . Il en résulte que l'on trouve le produit de partie imaginaire dans les cas a et b et des termes de la forme $X(\delta_\nu + p - \omega_2) - X(\delta_\nu + p + \omega_2)$ dans le cas c. Si les modes ont tous la même phase (synchronisée), alors les parties imaginaires s'annulent : il n'y a pas alors de résonance pour k_4 impaire.

5) Signification physique des différents termes et des approximations

a) Contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse à l'ordre 2 (ligne 1 de (38) ou lignes 1 et 3 de (39)) :

α) Cas général (formule (38)) :

Si l'on omet le terme de transfert, la ligne 1 de (38) est formée de termes de la forme :

$$\frac{1}{\Gamma'_\alpha(k_2)+i(p+Q_2\omega_\alpha)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(p-s+(q_2-q_4)\omega_2)} [X(\delta_\mu + q_2\omega_2) + X(\delta_\kappa + q_4\omega_2)] \quad (43)$$

Le premier facteur, $[\Gamma'_\alpha(k_2)+i(p+Q_2\omega_\alpha)]^{-1}$, exprime l'aptitude des modes ν et μ à produire, à l'ordre 2, la grandeur tensorielle $T_{Q_2}^{k_2}$ modulée à la fréquence $p = \omega_\nu - \omega_\mu$. Ce facteur est comparable à celui que

nous avons trouvé au chapitre IV (§ C) pour les termes modulés de la réponse linéaire. Il est résonnant lorsque l'écart Zeeman $-Q_2\omega_a$ ou $-Q_2\omega_b$ est égal à la fréquence de battement p . Il faut cependant remarquer qu'au chapitre IV, la largeur des résonances était $\Gamma'_\alpha(k_2)$ car nous observions globalement tous les atomes quelle que soit leur vitesse. Ici, au contraire, la largeur est $\Gamma'_\alpha(k_2)$, car un éventuel changement de vitesse (collision ou diffusion multiple) modifie l'interaction avec le laser pour le passage aux ordres supérieurs : nous ne considérons dans ce terme que les atomes qui n'ont pas changé de vitesse.

Le second facteur, $\frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(q_2-q_4)\omega_Z)}$ est résonnant lorsque $\omega_\mu - q_2\omega_Z = \omega_\kappa - q_4\omega_Z$ (car $p-s = \omega_\kappa - \omega_\mu$),

c'est-à-dire quand la composante de polarisation $-q_2$ du mode μ et la composante de polarisation $-q_4$ du mode κ interagissent avec des atomes de même vitesse. Alors que le premier facteur exprime la résonance Zeeman au deuxième ordre, le second facteur exprime la nécessité d'une coïncidence optique, pour une classe de vitesse déterminée, entre la première paire de modes qui construit l'ordre 2, et la seconde paire qui fait passer à l'ordre 4. En réalité, le facteur de coïncidence optique ne fait intervenir qu'un mode de la première paire et un mode de la seconde (μ et κ). Ceci est cependant suffisant pour assurer la coïncidence des quatre modes, car la condition $\omega_\nu - \omega_\mu + \omega_\lambda - \omega_\kappa = 0$ impose automatiquement à la seconde paire (λ, κ) d'avoir la bonne différence de fréquence pour démoduler $\rho_{Q_2}^{k_2}(\omega_\nu - \omega_\mu)$. D'autre part, la condition $q_3 + q_4 = -Q_2 = -(q_1 + q_2)$, provenant des (3J) impose le choix des polarisations de cette seconde paire, de telle sorte qu'elle donne au 4e ordre la grandeur $\rho_0^{k_4}$ (non modulée).

Nous comprendrons mieux la signification physique du second facteur en examinant les différents termes de l'expression développée (39) dans le cas d'une excitation rectiligne σ . Pour simplifier la discussion, nous considérerons ici uniquement le cas $J_a=0, J_b=1$ ($\omega_Z=\omega_b$), mais nous laisserons ω_Z dans les formules pour que l'on puisse les utiliser dans le cas général.

β) Effet de population (résonnant) : cas (b+b') du tableau VII-1

Le cas b ($q_1=q_4=-1, q_2=q_3=1, Q_2=0, q_1-q_4=2$) et le cas b' (tous les signes inverses), dans lequel on a fait les permutations d'indices $\nu \leftrightarrow \lambda$ et $\mu \leftrightarrow \kappa$ (suivant la discussion donnée à la fin du § 4), correspondent tous deux à l'interaction des modes (ν, σ^+) , (μ, σ^+) , (λ, σ^-) et (κ, σ^-) : on peut le voir sur le tableau VII-1. Dans le cas b, on utilise les composantes σ^+ pour former le 2e ordre, puis les composantes σ^- pour former le quatrième. Dans le cas b', l'ordre est inversé. Les cas b et b', ainsi symétrisés, interviennent dans la ligne 3 de (39) par des termes de la forme :

$$\text{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^\kappa) \text{Re} \left[\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_Z)} \right] \times (\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \quad (44)$$

Dans ce cas ($Q_2=0$), le premier facteur ne dépend pas du champ magnétique et il n'est résonnant que si $p=0$ ($\nu \equiv \mu$ et $\lambda \equiv \kappa$). En général $\Gamma'_b(k_2)$ est assez petit devant l'écart entre modes et nous pouvons négliger, pour l'instant, les termes non résonnants $p \neq 0$, c'est-à-dire les termes provenant de grandeurs modulées à l'ordre 2. Avec $p = 0$, (44) s'écrit :

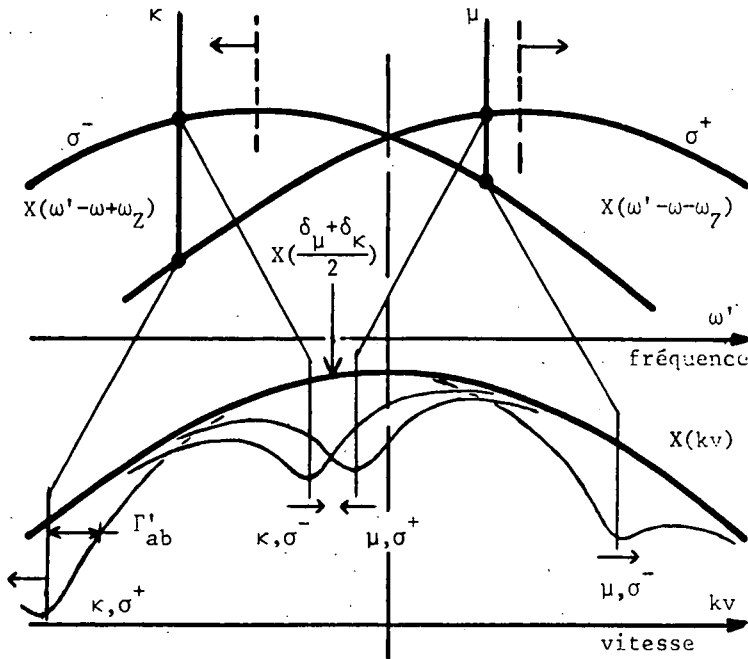


FIGURE VII-11 : Interprétation des termes de saturation par "effet de population" (au 2e ordre). Les flèches indiquent le sens d'évolution des trous quand le champ magnétique croît. Les "trous" représentent l'effet de chaque mode s'il était seul : la surface de recouvrement de deux trous donne une idée de l'importance de l'interaction mais ne doit pas être confondu avec l'effet de saturation qui est donné en fait par un produit de convolution.

$$|\mathcal{E}^\mu|^2 |\mathcal{E}^\kappa|^2 X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right) \frac{1}{\Gamma'_b(k_2)} \frac{2\Gamma'_{ab}}{(4\Gamma'_{ab}) + (\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)^2} \tag{45}$$

Ce terme est résonnant quand la composante σ^+ du mode μ et la composante σ^- du mode κ interagissent avec des atomes de même vitesse (figure VII-11) : on peut dire qu'il y a un maximum de saturation car le mode κ interagit avec un paquet d'atomes pour lequel la différence de population est déjà diminuée par le mode μ . Ce terme correspond à l'effet de population défini lors de l'interprétation des paragraphes A-1-a et A-2. Conformément à cette interprétation phénoménologique, on vérifie que la largeur de la résonance est égale à deux fois la largeur Γ'_{ab} des trous créé par chaque mode dans la distribution de vitesse (cf. BENNETT (52)). Comme nous nous limitons au 4e ordre de perturbation, la largeur Γ'_{ab} qui intervient ici est la largeur des trous pour une intensité laser très faible (trous calculés au 2e ordre avec (II,68) et (II,69)).

Le balayage de la résonance en fonction du champ magnétique correspond au croisement des deux trous (μ, σ^+) et (κ, σ^-) sur la figure VII-11. Cette figure permet également d'interpréter le facteur $X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right)$: il exprime le fait que (45) est pondéré par le nombre d'atomes ayant la vitesse v_R pour laquelle se produit la résonance (note, p. 191). Ceci est valable car l'approximation (19) permet de négliger la variation de X sur toute la largeur $2\Gamma'_{ab}$ du trou.

γ) Effets de population (non résonnants) : cas c

C'est le terme

$$\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + ip} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s)} X(\delta_\nu + p - \omega_z) \tag{46}$$

de la ligne 3 de (39). Comme le terme précédent, il correspond à un effet de population au second ordre ($Q_2 = 0$) et le premier facteur est résonnant pour $p = 0$. Le second facteur ne dépend pas non plus du champ magnétique, car ce terme correspond, sur la figure VII-11, à l'interaction des trous (μ, σ^-) et de (κ, σ^-) qui ne se croisent jamais puisqu'ils se déplacent dans le même sens quand le champ varie. Le recouvrement des deux trous est constant et il est faible si $p-s \gg 2\Gamma'_{ab}$. Si $p = s = 0$, (46) est important quel que soit le champ : ce terme correspond alors à la saturation du mode (μ, σ^-) par lui-même. Seule la fonction $X(\delta_{\mu} - \omega_Z)$ assure une dépendance lente par rapport au champ magnétique. Le cas c' est symétrique du cas c : il correspond à la saturation des composantes σ^+ les unes par les autres.

δ) Effet de "cohérence Zeeman" au second ordre : cas (a+a') du tableau VII-1

Comme les cas b et b', les cas a et a' ont été symétrisés par les permutations $\nu \leftrightarrow \lambda$ et $\mu \leftrightarrow \kappa$ effectuées sur a'. Ils correspondent à la première ligne de l'expression (39), c'est-à-dire aux termes de la forme :

$$\begin{aligned} & \text{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}) X(\delta_{\nu} + \frac{s+p}{2}) \left[\frac{1}{\Gamma'_b(2)+i(p+2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(p-s+2\omega_Z)} + cc \right] \\ & = \text{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}) X(\frac{\delta_{\mu} + \delta_{\kappa}}{2}) \left[\frac{1}{\Gamma'_b(2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(\omega_{\kappa}-\omega_{\mu}+2\omega_Z)} + \frac{1}{\Gamma'_b(2)-i(\omega_{\kappa}-\omega_{\lambda}+2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}-i(\omega_{\kappa}-\omega_{\mu}+2\omega_Z)} \right] \end{aligned} \quad (47)$$

Le premier terme du dernier facteur correspond au cas a. Comme l'exprime le dénominateur $\Gamma'_b(2)+i(\omega_{\nu}-\omega_{\mu}+2\omega_b)$, ce terme provient de l'alignement transversal $\frac{(2)}{b|} \rho^2$ modulé à la fréquence $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$ par l'action, aux deux premiers ordres de perturbation des composantes $\mathcal{E}_{\sigma^-}^{\nu*} e^{i\omega_{\nu}t}$ et $\mathcal{E}_{\sigma^+}^{\mu} e^{-i\omega_{\mu}t}$ des modes ν et μ . On passe ensuite aux termes de saturation du 4e ordre par action des composantes $\mathcal{E}_{\sigma^+}^{\lambda*} e^{i\omega_{\lambda}t}$ et $\mathcal{E}_{\sigma^-}^{\kappa} e^{-i\omega_{\kappa}t}$ qui "démodulent" le terme du second ordre puisque $\omega_{\nu} - \omega_{\mu} - \omega_{\lambda} + \omega_{\kappa} = 0$.

Le deuxième terme correspond au cas a' (après les permutations $\nu \leftrightarrow \lambda$ et $\kappa \leftrightarrow \mu$), il provient de la grandeur du second ordre $\frac{(2)}{b|} \rho^2$ modulée à la fréquence $\omega_{\lambda} - \omega_{\kappa} = -(\omega_{\nu}-\omega_{\mu})$. Dans ce deuxième terme

(note)

On peut aisément trouver l'amplitude à résonance des termes du 4e ordre par un raisonnement analogue à celui de la note du § IV-C-3 (page 94). Pour un atome pour lequel toutes les conditions de résonance sont satisfaites, l'amplitude du terme du 4e ordre (donné par (15-b) sans intégration

sur ν) est de la forme $\frac{|P_{ab}|^4 \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}}{\Gamma'_b(k_4) \Gamma'_b(k_2) (\Gamma'_{ab})^2}$ (le 1er ordre $\frac{(1)}{b|} \rho$ introduit $\mathcal{E}^{\mu} P_{ab}^*/\Gamma'_{ab}$; le 2e ordre : $\mathcal{E}^{\nu*} P_{ab}/\Gamma'_b(k_2)$; le 3e ordre $\frac{(3)}{ab|} \rho$: $\mathcal{E}^{\lambda*} P_{ab}/\Gamma'_{ab}$; le 4e ordre $\mathcal{E}^{\kappa} P_{ab}^*/\Gamma'_b(k_4)$). Pour obtenir l'amplitude des résonances du 4e ordre, il faut multiplier par le nombre d'atomes pour

lesquels il y a résonance : $n \frac{ab}{\Delta\nu} X(\delta_{\nu}-q_1\omega_{ZR})$ (largeur du trou, Γ'_{ab} , multipliée par la densité d'atomes par unité de fréquence). On retrouve bien ainsi l'ordre de grandeur $\frac{n|P_{ab}|^4 \mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\mu} \mathcal{E}^{\lambda*} \mathcal{E}^{\kappa}}{\Gamma'_b(k_4) \Gamma'_b(k_2) \Delta\nu \Gamma'_{ab}} X$

(λ, σ^+) et (κ, σ^-) créent la modulation aux deux premiers ordres de perturbation, tandis que (ν, σ^-) et (μ, σ^+) interviennent aux 3e et 4e ordres pour "démoduler". Cependant, les deux termes font intervenir les mêmes composantes des mêmes modes et sont simultanément résonnants lorsque $\omega_\nu - \omega_\mu = -2\omega_b$ (pour le facteur de résonance Zeeman) et $\omega_\mu - \omega_\kappa = 2\omega_z$ (pour le facteur de coïncidence optique). On comprend donc la raison du regroupement de ces termes.

On voit que les cas a et a' correspondent à l'effet de cohérence Zeeman au second ordre introduit aux § A-1-a et A-2. Le premier facteur résonnant (facteur de résonance Zeeman) a déjà été interprété dans le cas général et il ne présente aucune difficulté dans ce cas particulier. Par contre, le facteur de résonance optique, $[2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)]^{-1}$, qui exprime la possibilité de la seconde paire de mode d'interagir avec les mêmes atomes (même vitesse) que la première paire, est un peu plus délicat à interpréter graphiquement. Il faut remplacer la notion de trou, créé dans la distribution de vitesse de la différence de population entre les deux niveaux, par la notion de distribution de vitesse des atomes sur lesquels l'action des modes μ et ν a créé la grandeur tensorielle $^{(2)}\rho_{Q_2}^{k_2}$, modulée à la fréquence $\omega_\nu - \omega_\mu$.

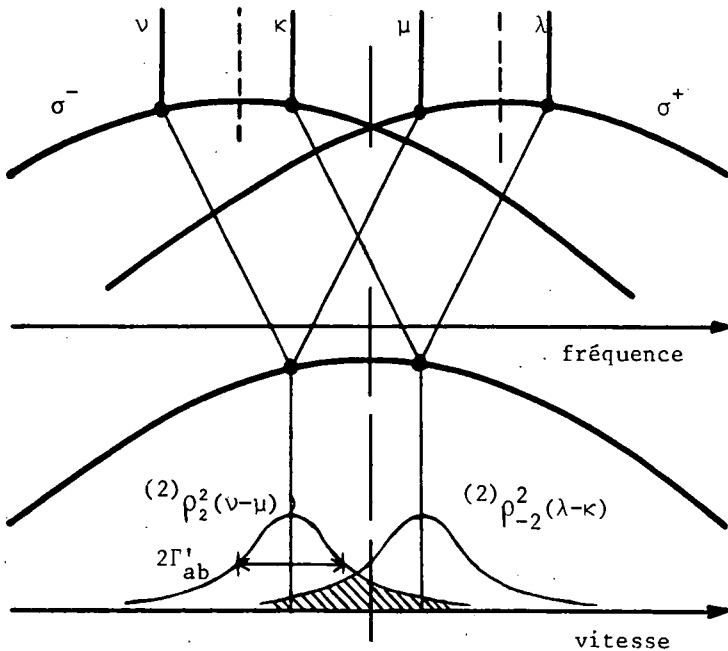


FIGURE VII-12 : Interprétation des termes de saturation par effet de cohérence Zeeman à l'ordre 2

Lorsque le premier facteur est rigoureusement résonnant ($\omega_\nu - \omega_\mu = -2\omega_b = -2\omega_z$), cette distribution de vitesse a exactement la même forme que les trous de population (cf. (II,68) et (II,69)). On interprète alors simplement le facteur résonnant de coïncidence optique, en disant qu'il traduit le recouvrement de la distribution de vitesse de $^{(2)}\rho_{Q_2}^2(\omega_\nu - \omega_\mu)$ et de $^{(2)}\rho_{Q_2}^2(\omega_\lambda - \omega_\kappa)$ (avec $\omega_\lambda - \omega_\kappa = -(\omega_\nu - \omega_\mu)$). Nous avons schématisé ce recouvrement sur la figure VII-20. Avec ce raisonnement, comme sur la forme algébrique, on voit que (47) a une résonance maximum si $\nu \equiv \kappa$ et $\mu \equiv \lambda$ ($s=0$) et reste toujours très faible si $s \gg 2\Gamma'_{ab}$ car les 2 facteurs ne sont pas simultanément résonnants dans ce dernier cas.

Enfin, on voit aussi sur le schéma que le facteur $X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) = X(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2})$ a pour rôle de pondérer (47) par le nombre d'atomes ayant une vitesse telle qu'ils se trouvent au centre de gravité des quatre modes.

REMARQUE.

Lorsque le facteur Zeeman n'est pas rigoureusement résonnant ($\omega_\nu + \omega_b$ légèrement différent de $\omega_\mu - \omega_b$), la distribution de vitesse des atomes possédant la grandeur $\binom{2}{b} \rho_{Q_2}^{k_2}$ est moins simple et n'est pas facile à représenter graphiquement. De plus, dans ce cas, le facteur de coïncidence optique $[2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)]$ fait apparaître une dissymétrie entre les modes μ et κ d'une part et les modes ν et λ d'autre part. En fait, cette dissymétrie n'est qu'apparente, car dans la sommation sur ν, μ, λ et κ , tout terme a un symétrique que l'on peut faire apparaître dans (47) en faisant la demi-somme de cette expression et de celle obtenue par les permutations d'indice $\nu \leftrightarrow \kappa$ et $\lambda \leftrightarrow \mu$:

$$\begin{aligned} & \sum_{\nu-\mu+\lambda-\kappa=0} \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right) \left[\frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + 2\omega_b)} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)} + \text{cc} \right] \quad (48) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\nu-\mu+\lambda-\kappa=0} \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) X\left(\frac{\delta_\mu + \delta_\kappa}{2}\right) \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(\omega_\nu - \omega_\mu + 2\omega_b)} \left[\frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + 2\omega_z)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\nu - \omega_\lambda + 2\omega_z)} \right] + \text{cc} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\nu, p, s} \operatorname{Re}(\mathcal{E}^\nu \mathcal{E}^\mu \mathcal{E}^\lambda \mathcal{E}^\kappa) X\left(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}\right) \frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \left[\frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p+s+2\omega_z)} \right] + \text{cc} \end{aligned}$$

b) Contribution des atomes qui ont changé de vitesse à l'ordre 2 (ligne 2 de (38) ou lignes 2 et 4 de (39))

Cette contribution est de la forme (en n'écrivant que les termes provenant du niveau b à l'ordre 2) :

$$\frac{\gamma'_b(k_2)}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]} \frac{2}{\Delta\nu} X\left(\frac{\delta_\nu + \delta_\mu + (q_2 - q_1)\omega_z}{2}\right) X(\delta_\kappa + q_4\omega_z) \quad (49)$$

Ces termes, comme ceux du paragraphe précédent (du type (43)), contiennent un facteur reflétant les résonances des grandeurs atomiques du second ordre, mais il faut remplacer $\frac{1}{\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)}$ par

$\frac{\gamma'_b(k_2)}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)] [\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]}$. Le dénominateur $[\Gamma_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]$ représente l'évolution, avant le dernier changement de vitesse, de la quantité $\binom{2}{b} \rho_{Q_2}^{k_2}(\omega_\nu - \omega_\mu)$ provenant de n'importe quelle vitesse initiale : la largeur est $\Gamma_b(k_2)$ puisque la vitesse n'intervient pas (il peut en particulier y avoir plusieurs changements de vitesse successifs). $\gamma'_b(k_2)$ est la probabilité pour que le dernier processus, qui a changé la vitesse, laisse l'atome avec la vitesse finale considérée. Le dénominateur $[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]$ exprime l'évolution après ce dernier processus (donc sans changement de vitesse, d'où la présence de $\Gamma'_b(k_2)$), jusqu'à la nouvelle interaction avec le faisceau laser. Pour l'évolution dans le niveau a, l'expression est plus compliquée du fait du transfert qui peut intervenir avant ou après le dernier processus de diffusion de vitesse.

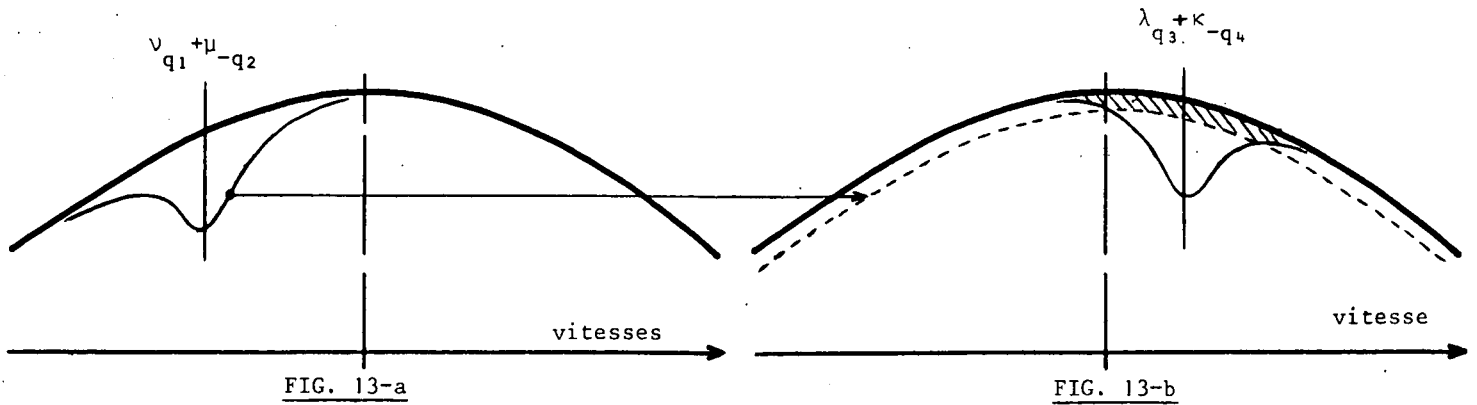


FIGURE VII-13 : Interprétation de la contribution aux saturations des atomes qui ont subi un changement de vitesse au second ordre (dans le cas où le facteur Zeeman est résonnant : $\omega_{\nu+q_1\omega_b} = \omega_{\mu-q_2\omega_b}$) : après diffusion des vitesses, la diminution de population initialement localisée dans un intervalle $2\Gamma'_{ab}$ (fig. 13-a) est répartie sur tout le profil Doppler (trait pointillé de la figure 13-b). La partie hachurée représente la proportion de ces atomes en interaction avec la deuxième paire de mode aux 3e et 4e ordres.

Contrairement aux termes du paragraphe précédent, la contribution (49) des atomes qui ont changé de vitesse ne contient pas de facteur résonnant en Γ'_{ab} . Celui-ci est remplacé par un facteur X supplémentaire. Ceci provient du modèle utilisé pour la diffusion des vitesses : comme l'atome perd tout souvenir de sa vitesse initiale, il n'y a aucune nécessité à ce que les modes κ et λ interagissent avec la même classe de vitesse que les modes μ et ν . Si le premier facteur est résonnant, les modes ν_{q_1} et μ_{-q_2} interagissent avec les mêmes atomes dont le nombre est $n \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} X(\delta_{\nu-q_1\omega_z})$. Les collisions (ou la diffusion multiple) modifient les vitesses de certains de ces atomes et les répartissent aléatoirement suivant la distribution de Maxwell correspondant à la température d'équilibre (modèle des collisions fortes). La proportion de ces atomes qui ont acquis une vitesse finale leur permettant d'interagir aux 3e et 4e ordres avec les modes λ_{q_3} et κ_{-q_4} est donc $\frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} X(\delta_{\kappa+q_4\omega_z})$ (si $\omega_{\nu+q_1\omega_b} = \omega_{\mu-q_2\omega_b}$, on a forcément $\omega_{\lambda+q_3\omega_b} = \omega_{\kappa-q_4\omega_b}$). La figure VII-13 illustre cette discussion.

On comprend donc par ce raisonnement la forme de l'expression (49) et la raison pour laquelle le rapport de son amplitude à celle de l'expression (43), à résonance, est égal au rapport entre la largeur naturelle (ou largeur des "trous") et la largeur Doppler de la raie. Il est en particulier intéressant de comparer ce raisonnement à celui de la note du paragraphe précédent (page 191).

Lorsque les modes sont assez nombreux et assez rapprochés ($\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$) pour couvrir tout le profil Doppler, le raisonnement ci-dessus permet également de comprendre que la sommation sur tous les modes de la contribution des atomes qui ont changé de vitesse est du même ordre de grandeur que celle des atomes qui n'ont pas changé de vitesse : un atome qui change de vitesse après avoir interagi une première fois avec les modes μ et ν est sûr, quelle que soit sa vitesse initiale de se trouver dans

la zone d'influence d'un autre couple de modes, λ et κ , pour une nouvelle interaction. Après sommation sur tous les modes, le rapport des deux types de contributions ne dépend plus que de l'importance relative $\gamma'_\alpha / \Gamma_\alpha$ du processus de diffusion de la vitesse (formule (33)).

c) Signification physique et validité des approximations

α) Ecart Zeeman moyen ω_z

Toute la discussion du paragraphe 5-a a été faite dans le cas $\omega_z = \omega_b$ (en pratique dans le cas $J_a = 0, J_b = 1$). Lorsque ω_a et ω_b sont assez différents, ω_z n'a pas de sens précis. Comme le montre clairement son origine, le facteur résonnant de coïncidence optique, $|2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(q_2-q_4)\omega_z)|^{-1}$, doit être remplacé par des sommes de plusieurs termes : en effet, dans ce cas, la structure Zeeman de la raie optique est complexe et les diagrammes des figures VII-11 et VII-12 doivent être remplacés par des diagrammes plus compliqués tel que celui de la figure IV-3. Chaque coïncidence de notre formalisme simplifié (par exemple $(\mu, \sigma^+) \leftrightarrow (\kappa, \sigma^-)$ sur la figure VII-11) doit être remplacée par plusieurs coïncidences se produisant pour des champs magnétiques différents (chaque composante (μ, σ_n^+) avec chaque composante (κ, σ_n^-) sur la figure IV-3). Au second ordre, ceci n'était pas très grave car ω_z n'intervenait que dans la forme de raie X qui varie très lentement. Dans le cas présent, ω_z intervient dans un facteur résonnant beaucoup plus étroit ($\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$) : ceci justifie l'étude détaillée de ce problème, que nous ferons au § E.

β) Termes hors résonance

Au paragraphe 2-c, nous avons montré que les termes dont le facteur de coïncidence optique est hors résonance sont négligeables, car ils sont de l'ordre de $(\Gamma'_{ab}/\Delta\nu)^2$ par rapport aux termes résonnants. Avec l'interprétation du § 5-a, cette approximation signifie que l'on néglige le recouvrement des trous lorsqu'ils sont assez éloignés (écart $\sim \Delta\nu \gg \Gamma'_{ab}$). Les trous ayant une forme Lorentzienne, on comprend aisément que les termes négligés sont de l'ordre de $(\Gamma'_{ab}/\Delta\nu)^2 (1/(1+x^2))$ décroît comme x^{-2} quand x est grand). On comprend que la contribution de ces termes est plus faibles que celle des termes de "restitution" traités au paragraphe précédent.

γ) Pour établir (38), nous avons négligé la restitution des cohérences optiques par les collisions changeant la vitesse (terme g_{ab} W des expressions (15) et (17)). En dehors du fait que ces termes sont petits

($\frac{g_{ab}}{\Delta\nu} \lesssim \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu}$), on peut voir que ces termes modifient seulement les facteurs de forme de raie, $X(\delta_\nu - q_1\omega_z)$ et non les dénominateurs résonnants. Comme pour la réponse linéaire, ces facteurs varient lentement avec le champ magnétique et ils n'ont pratiquement pas d'influence sur la forme des résonances.

D - AMPLITUDE RELATIVE DES RESONANCES. INFLUENCE DE LA PHASE DES MODES

1) Cas des modes très écartés ($\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$)

Considérons d'abord le cas extrême où l'écart entre modes est très grand devant la largeur des résonances :

$$\Gamma'_\alpha, \Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega \quad (50)$$

Dans ces conditions, chaque terme de (39) n'est important que si les facteurs qui le composent sont résonnants simultanément. Dans la ligne 1 (cas a+a' du tableau VII-1), on ne doit donc garder que les termes $s = 0$, ce qui entraîne $\nu = \kappa$ et $\mu = \lambda$ (on suppose toujours $\omega_a \approx \omega_b \approx \omega_z$) : ceci signifie, sur la figure VII-12, que la largeur des distributions de vitesse est trop faible pour que celles-ci se recouvrent si $\mu \neq \lambda$. De même, dans la ligne 3 de (39), seuls subsistent les termes $p = 0$ ($\mu = \nu$, $\kappa = \lambda$) parmi ceux qui proviennent des cas b et b' (effets de population ($\mu, \sigma^+ \leftrightarrow \kappa, \sigma^-$)) et les termes $p = s = 0$ ($\mu = \nu = \kappa = \lambda$) parmi ceux provenant des cas c et c' (saturation σ^+ par lui-même et σ^- par lui-même).

De plus, la relation (33) montre que la contribution des atomes qui ont changé de vitesse (lignes 2 et 4 de (39)) est négligeable si (50) est réalisé, à condition que $\gamma'_\alpha / \Gamma'_\alpha$ ne soit pas trop grand. Ceci signifie qu'un atome qui change de vitesse a peu de chance d'interagir avec un autre mode, car ceux-ci sont trop espacés pour couvrir tout le profil Doppler. Dans ces conditions (39) se simplifie :

$$(4) \rho_{b0}^{k_4} = - \frac{n |P_{ab}|^4}{\Delta\nu \Gamma'_b(k_4)} (-)^{J_a + J_b} \sum_{k_3} (2k_3 + 1) \sqrt{2k_4 + 1} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 & 1 & k_4 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \quad (51)$$

$$\left[\begin{aligned} & 10 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{Bmatrix} \\ & \sum_{\nu p} |\mathcal{E}^\nu|^2 |\mathcal{E}^{\nu-p}|^2 X(\delta_\nu + \frac{p}{2}) \mathcal{R}e \left\{ \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_z)} \left[\frac{\{b2, k_3\}}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} - \frac{(-)^{k_3} \{a2, k_3\}}{\Gamma'_a(2) + i(p+2\omega_a)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}(2, k_3)}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \right\} \right] \right\} \\ & + \sum_{k_2} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k_2 & 1 & k_3 \\ 0 & 1 & -1 \end{Bmatrix} (2k_2 + 1) \left[\frac{\{bk_2, k_3\}}{\Gamma'_b(k_2)} - \frac{(-)^{k_3} \{ak_2, k_3\}}{\Gamma'_a(k_2)} \left\{ 1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}}{\Gamma'_b(k_2)} \right\} \right] \\ & \left[\sum_{\nu} |\mathcal{E}^\nu|^4 \frac{X(\delta_\nu - \omega_z) + X(\delta_\nu + \omega_z)}{2\Gamma'_{ab}} + \sum_{\nu s} (-)^{k_2} |\mathcal{E}^\nu|^2 |\mathcal{E}^{\nu-s}|^2 X(\delta_\nu + \frac{s}{2}) \frac{4\Gamma'_{ab}}{4\Gamma'^2_{ab} + (2\omega_z - s)^2} \right] \end{aligned} \right]$$

On constate sur cette expression :

- que la résonance de rang $(r\Delta\omega = \omega_b \sim \omega_z)$ est composée
 - d'un terme Lorentzien de largeur $2\Gamma'_{ab}$ qui provient des effets de population seuls (cas b et b' du tableau VII-1) et s'interprète par la figure VII-11.
 - de deux termes résonnants de forme plus complexe et de largeur proche de $\Gamma'_a(2)$ et $\Gamma'_b(2)$ (en supposant $\Gamma'_a(2) < \Gamma'_{ab}$) qui proviennent de l'effet des cohérences Zeeman du second ordre (cas a et a').
- qu'il n'y a pas de différence d'amplitude importante entre la résonance centrale ($\text{Res}_{r=0} \sim \sum_{\nu} I_{\nu}^2$) et les résonances latérales ($\text{Res}_{r \neq 0} \sim \sum_{\nu} I_{\nu} I_{\nu-r}$).
- que l'expression (51) (et par conséquent la propriété ci-dessus) ne dépend que de l'intensité des modes. La phase relative des modes n'a aucune influence et il n'est même pas nécessaire que ceux-ci soient équidistants : il suffit que les écarts de fréquence $\omega_{\nu} - \omega_{\mu}$ (avec $\nu - \mu = r$) ne diffèrent les uns des autres que par des quantités petites devant Γ'_{α} et Γ'_{ab} , ce qui est toujours le cas expérimentalement. Ceci provient de ce que la condition (50), qui impose aux deux dénominateurs de chaque terme d'être simultanément résonnant, ne laisse subsister que des termes faisant intervenir au plus deux modes : deux interactions successives avec le même mode éliminent sa phase (car on ne cherche que les composantes non modulées de $(\rho)_b^{(4)}$).

On voit donc que (51) ne peut pas expliquer le comportement des résonances latérales lorsque les modes se désynchronisent (cf. § A-2-b). En fait, ceci n'est pas tellement surprenant car la condition (50) utilisée pour obtenir (51) n'est pas correctement vérifiée dans nos cas expérimentaux.

Les ordres de grandeur sont :

$$\Delta\omega \sim 80 \text{ MHz}; \quad \Gamma'_{\alpha}(k) \sim 10 \text{ à } 20 \text{ MHz}; \quad \Gamma'_{ab} \sim 100 \text{ MHz (réf. (49)(87))} \quad (52)$$

2) Importance de la phase des modes lorsque ceux-ci sont rapprochés ($\Delta\omega \sim \Gamma'_{ab}$)

Conformément aux ordres de grandeur ci-dessus, nous envisageons le cas :

$$\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega \quad (53-a)$$

$$\Gamma'_{\alpha}(k) < \Delta\omega \quad (53-b)$$

La condition (53-a) nous oblige à tenir compte de termes pour lesquels les deux facteurs $[\Gamma'_b(k_a) + i(p+Q_2\omega_b)]^{-1}$ et $[2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(q_2-q_4)\omega_z)]^{-1}$ ne sont pas simultanément résonnants. De plus cette condition donne de l'importance à la contribution des atomes qui ont changé de vitesse (cf. formule (33) et § C-5-b).

Dans ce paragraphe, nous proposons de prendre successivement les différents termes résonnants de l'expression (39) pour montrer l'origine physique de l'influence de la phase des modes (nous ignorerons les termes ne présentant pas de résonance comme les cas c et c' du tableau VII-1). Au prochain paragraphe (D-3), nous justifierons les résultats par un calcul numérique et au paragraphe

(D-4), nous développerons (de façon approximative) une expression analytique des termes résonnants.

Comme dans la discussion du § C-5, nous n'écrirons, pour simplifier, que les termes provenant du niveau b au 2e ordre. Les termes en $\Gamma'_a(2)$ sont analogues et le transfert par émission spontanée complique la forme sans modifier les conclusions de cette discussion. De même, nous omettons ici les facteurs (3J) et {6J}.

a) Effet de cohérence Zeeman au second ordre (cas a+a' du tableau VII-1, page ...)

α) Atomes qui n'ont pas changé de vitesse

Ces termes, qui figurent dans la ligne 1 de (39) ont été interprétés au § C-5-a-δ.

Nous avons montré qu'ils s'écrivaient sous la forme symétrisée (48). La résonance de rang p s'écrit :

$$\sum_{\nu, s} \frac{1}{2} X(\delta_{\nu} + \frac{p+s}{2}) \frac{\text{Re}(\mathcal{E}^{\nu} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s} \mathcal{E}^{\nu-s})}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} \left[\frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p+s+2\omega_z)} \right] + cc \quad (54)$$

En plus des termes $s = 0$ déjà obtenus dans (51), il faut tenir compte des termes pour lesquels s vaut quelques unités. Si $\omega_b = \omega_z$, on voit aisément que (54) est symétrique autour du centre de la résonance $\omega_b = -\frac{p}{2} = -\frac{p}{2} \Delta\omega$. Pour cette valeur du champ magnétique, l'amplitude des facteurs résonnants est (pour s fixe) :

$$\frac{1}{\Gamma'_b(2)} \frac{4\Gamma'_{ab}}{4\Gamma'^2_{ab} + s^2} \quad (55)$$

Il suffit que $2\Gamma'_{ab} = \Delta\omega$, pour que la somme des contributions des deux termes $s = \pm 1$ soit égale à celle du terme principal $s = 0$ $\left(\frac{1}{\Gamma'_b(2)} \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \right)$. On comprend donc, avec les ordres de grandeurs donnés en (52), que les termes $s \neq 0$ ont une grande importance.

Résonance en champ nul ($p = 0$) :

Les termes correspondants de (54) ne font intervenir, au plus, deux modes différents. Ils ne dépendent donc pas de la phase relative de ces modes et s'écrivent :

$$\sum_{\nu, s} X(\delta_{\nu} + \frac{s}{2}) I_{\nu} I_{\nu-s} \text{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma'_b(2) + 2i\omega_b} \left(\frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(2\omega_z - s)} + \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(2\omega_z + s)} \right) \right\} \quad (56)$$

Si l'on suppose que tous les modes ont une intensité comparable, le décompte des termes de la sommation sur les N modes permet d'obtenir un ordre de grandeur de la résonance en champ nul :

$$\text{Res}_{a_1}(p=0) \sim \sqrt{\pi} I_{\nu}^2 \sum \frac{(N-s)}{\Gamma'_b(2)} \frac{4\Gamma'_{ab}}{4\Gamma'^2_{ab} + s^2} = \frac{I_{\nu}^2}{\Gamma'_b(2) \Gamma'_{ab}} \left[N + \sum_{s>0} \frac{2(N-s)}{1 + \left(\frac{s\Delta\omega}{2\Gamma'_{ab}}\right)^2} \right] \quad (57)$$

L'indice a_1 signifie : cas (a+a') du tableau VII-1; ligne 1 de (39). Cette expression ne dépend pas de la synchronisation des modes.

Résonances en champ non nul ($p \neq 0$) :

A l'exception des termes $s = 0$, ces résonances font intervenir plus de deux modes (4 en général; 3 si $p + s = 0$, c'est-à-dire $\nu = \lambda$). Il en résulte que la phase relative des modes a une grande importance. En effet :

$$\operatorname{Re}(E^{\nu*} E^{\nu-p} E^{\nu-p-s*} E^{\nu-s}) = \sqrt{\frac{I_{\nu} I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}}{I_{\nu} I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}}} \cos(\phi_{\nu} - \phi_{\nu-p} + \phi_{\nu-p-s} - \phi_{\nu-s}) \quad (58)$$

On peut reprendre ici la discussion faite au § IV-C-4 au sujet de la modulation des grandeurs atomiques : ceci est normal puisque les termes de saturation que nous étudions ici proviennent des termes modulés du 2e ordre.

Lorsque les modes sont désynchronisés, leurs phases sont aléatoires et le cosinus s'annule en moyenne lorsque p et s sont différents de zéro (moyenne temporelle et moyenne lors de la sommation sur ν).

Lorsque les modes sont synchronisés, le cosinus est égal à 1 quels que soient s et p et tous les termes de la sommation (54) subsistent. Rappelons que, suivant la définition donnée au § IV-C-4, nous disons que le laser a des "modes synchronisés" lorsque ceux-ci sont rigoureusement équidistants (modes bloqués) et que, de plus, ils sont tous en phase à intervalle de temps régulier, de façon à produire une modulation de l'intensité du laser en impulsions brèves et périodiques (fréquence $\Delta\omega/2\pi$). Il suffit alors de choisir correctement l'origine des temps pour que toutes les phases soient égales et que le cosinus soit égal à 1.

Lorsque les modes sont synchronisés, tous les termes de (54) subsistent et l'amplitude de la résonance de rang p est de l'ordre de :

$$\operatorname{Res}_{a_1, S} (p \neq 0) \sim \sqrt{\pi} \frac{I_{\nu}^2}{\Gamma_b'(2) \Gamma_{ab}'} \left[N-p + \sum_{s>0} \frac{2(N-p-s)}{1 + \left(\frac{s\Delta\omega}{2\Gamma_{ab}}\right)^2} \right] \quad (59)$$

Au contraire, lorsque les modes sont désynchronisés, tous les termes $s \neq 0$ disparaissent. L'amplitude de la résonance est alors :

$$\operatorname{Res}_{a_1, D.S} (p \neq 0) \sim \sqrt{\pi} \frac{I_{\nu}^2}{\Gamma_b'(2) \Gamma_{ab}'} (N-p) \quad (60)$$

En comparant (57), (59) et (60), on voit (si p n'est pas trop grand) que les résonances latérales sont du même ordre de grandeur que la résonance centrale, lorsque les modes sont synchronisés, tandis qu'elles sont nettement plus faibles si les modes sont désynchronisés (nous évaluerons plus précisément les ordres de grandeur au § D-4).

Remarquons enfin que la largeur des résonances est de l'ordre de $\Gamma_b'(2)$: elles sont donc bien séparées les unes des autres si la condition (53-b) est satisfaite ($\Gamma_{\alpha}'(k_2) < \Delta\omega$).

β) Contribution des atomes qui ont changé de vitesse (à l'ordre 2).

Ce sont les termes de la ligne 2 de (39). Nous avons discuté leur signification physique au paragraphe C-5-b. Les termes résonnants, pour $2\omega_b = -p\Delta\omega$, sont de la forme :

$$\frac{1}{\Delta\nu} \sum_{\nu, s} \frac{\gamma'_b(2) \mathcal{R}e(\mathcal{E}^{\nu} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s} \mathcal{E}^{\nu-s})}{[\Gamma'_b(2)+i(p+2\omega_b)] [\Gamma_b(2)+i(p+2\omega_b)]} X(\delta_{\nu} + \frac{p}{2}) X(\delta_{\nu+s} + \frac{p}{2}) + cc \quad (61)$$

Les facteurs omis dans cette expression sont les mêmes que ceux omis dans (54). Pour les raisons que nous avons vues au § C-5-b, il n'y a pas de facteur résonnant dépendant de s dans (61) : en raison de la thermalisation des vitesses, les atomes qui ont interagi avec une première paire de modes ($\omega_{\nu} - \omega_{\mu} = p$) ont (au facteur $X(\delta_{\nu+s} + \frac{p}{2})$ près) une chance pratiquement égale d'interagir ensuite avec n'importe quelle autre paire de modes telle que $\omega_{\kappa} - \omega_{\lambda} = p$. On comprend donc que, pour ce terme aussi, le problème de la phase est fondamental si $\nu \neq \mu$ ($p \neq 0$). Comme pour les termes du paragraphe précédent, la désynchronisation des modes provoque l'effondrement des résonances en champ non nul. Le décompte des termes permet, ici aussi, d'estimer l'ordre de grandeur de l'amplitude des résonances des différents types (en supposant tous les modes de même intensité) :

$$\text{Res}_{a_2} (p = 0) \sim 2\pi I_{\nu}^2 \frac{\gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2) \Gamma'_b(2)} \frac{N^2}{\Delta\nu} \quad (62)$$

$$\text{Res}_{a_2 S.} (p \neq 0) \sim 2\pi I_{\nu}^2 \frac{\gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2) \Gamma'_b(2)} \frac{(N-p)^2}{\Delta\nu} \quad (\text{modes synchronisés}) \quad (63)$$

$$\text{Res}_{a_2, D.S.} (p \neq 0) \sim 2\pi I_{\nu}^2 \frac{\gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2) \Gamma'_b(2)} \frac{N-p}{\Delta\nu} \quad (\text{modes désynchronisés, donc } s=0) \quad (64)$$

Lorsque les modes sont synchronisés, les résonances latérales (63) sont du même ordre de grandeur que la résonance centrale (62). De plus, si les modes sont assez nombreux pour couvrir tout le profil Doppler ($N\Delta\omega \sim \Delta\nu$), la condition (53-a), ($\Gamma_{ab} \sim \Delta\omega$), entraîne $\frac{N}{\Delta\nu} \sim \frac{1}{\Gamma_{ab}}$: il en résulte que les résonances de type (62) et (63) sont d'un ordre de grandeur comparable aux résonances (57) et (59) provenant des atomes qui n'ont pas changé de vitesse.

Lorsque les modes sont désynchronisés, les résonances latérales (64) sont négligeables (de l'ordre de $\frac{2\sqrt{\pi} \gamma'_b(2)}{\Gamma_b(2)} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu}$ par rapport aux résonances (60) elles-mêmes faibles). Ceci se comprend aisément si l'on se souvient que les termes, provenant des atomes ayant changé de vitesse, sont tous petits individuellement mais que leur importance vient de la sommation sur s : en modes désynchronisés, cette sommation n'existe pas.

b) Effet de population (cas b+b')

Nous ne parlerons ici que des atomes qui n'ont pas changé de vitesse, puisque dans ce cas, ce sont les seuls qui donnent une contribution résonnante en fonction du champ magnétique. Nous

avons étudié la signification de ces termes au § C-5-a-β (cf. figure 11). Dans l'expression (39), ils figurent dans la ligne 3. Selon (47), on peut écrire la résonance de rang r ($r\Delta\omega = -2\omega_z$) :

$$\sum_{\nu, p-s=r} X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \operatorname{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s}) \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\Gamma'_b(k_2)+ip} \frac{1}{2\Gamma'_{ab}+i(p-s+2\omega_z)}\right] \quad (65)$$

$$= \sum_{\nu, p-s=r} X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \frac{\operatorname{Re}(\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s})}{\Gamma'_b(k_2)^2 + (p\Delta\omega)^2} \frac{2\Gamma'_{ab} \Gamma'_b(k_2) - p\Delta\omega [(p-s)\Delta\omega + 2\omega_z]}{4\Gamma'^2_{ab} + [(p-s)\Delta\omega + 2\omega_z]^2}$$

On constate que cette expression est assez compliquée, car elle fait intervenir simultanément des formes de Lorentz et des formes de dispersion. Cependant, on peut voir que les termes prépondérants sont obtenus pour $p = 0$ (car $\Gamma'_b(k_2) < \Delta\omega$) : ils correspondent à l'effet de population discuté au paragraphe C-5-a-β et ils font simplement intervenir une forme de Lorentz. De plus, ils ne dépendent pas de la phase des modes puisque seulement deux modes différents (ν et $\nu-s$) interviennent. Ceci est d'ailleurs bien compréhensible pour un effet de population.

L'amplitude de toutes ces résonances est comparable (lente décroissance du centre vers les bords comme $N-s$) et leur demi-largeur, $2\Gamma'_{ab}$, est de l'ordre de grandeur de leur écartement en raison de la condition (53-a). Il en résulte que ces résonances ne sont pas résolues et se confondent en un fond continu.

Les termes $p \neq 0$ donnent une contribution qui dépend de la phase des modes (ces termes proviennent de la petite modulation des grandeurs longitudinales, ou populations, existant à l'ordre 2 - cf. § IV-C-2). On peut montrer que toutes les courbes de Lorentz de (65), provenant de ces termes, se fondent, mais que les courbes de dispersion font apparaître, en champ nul, une résonance négative de largeur voisine de $2\Gamma'_{ab}$, lorsque les modes sont désynchronisés. Nous le verrons sur l'exemple numérique où nous verrons également que les termes $p \neq 0$ ont de toute façon une influence négligeable.

c) Conclusion

Lorsque la condition $\Gamma'_\alpha(k_2) \ll \Delta\omega \sim \Gamma'_{ab}$ est réalisée, les résonances de saturation observées proviennent uniquement de l'effet des cohérences Zeeman au second ordre (cas a et a' du tableau VII-1, p. 186). De plus, cet effet permet d'expliquer les observations expérimentales : lorsque les modes sont désynchronisés, les résonances latérales sont nettement plus faibles que lorsque les modes sont synchronisés. Par contre, la résonance centrale n'est pas affectée. Nous avons vu que cela provient des termes faisant intervenir simultanément plus de deux modes (3 ou 4) et que ces termes n'existent que s'il y a une interaction entre modes voisins (note), soit parce que la "zone d'influence" de chaque mode, dans

(note) Nous parlons ici de l'interaction entre composantes de même polarisation, c'est-à-dire dont les "trous" se déplacent dans le même sens sur les figures VII-11 ou 12. Il ne s'agit pas du phénomène de croisement de trous qui existe dans tous les cas.

le profil Doppler recouvre partiellement celle de ses voisins ($\Gamma'_{ab} \sim \Delta\omega$), soit parce que la vitesse des atomes est thermalisée sans destruction de leur état interne, ce qui leur permet d'interagir successivement avec deux paires de modes différentes. C'est pour ces raisons que l'influence de la phase n'est sensible que si les modes sont assez rapprochés.

Il reste à prouver que l'ordre de grandeur de ces phénomènes est compatible avec les expériences. Avant de le montrer mathématiquement, montrons-le par un calcul numérique.

3) Justification des résultats par un calcul numérique (cas $J_a=0, J_b=1$)

Nous avons choisi le cas $J_a = 0, J_b = 1$ car les facteurs numériques sont très simples, mais surtout parce que seul le niveau b présente une structure Zeeman. On a alors $\omega_b = \omega_Z$ et les difficultés provenant de la présence des trois grandeurs ω_a, ω_b et ω_Z disparaissent, ce qui permettra de voir plus clairement l'influence de la phase des modes. Enfin, dans ce cas particulier, toutes les grandeurs longitudinales sont proportionnelles : il en résulte que la forme de courbe sera la même quelle que soit la raie de fluorescence utilisée pour la détection (en π).

Dans ce cas, la formule (39) donne :

$$\sqrt{6} \Gamma_b(2) \rho_{bf_0}^{(4)} = \sqrt{3} \Gamma_b(0) \rho_{bf_0}^{(4)} = \Gamma_a(0) \left[1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right]^{-1} \rho_{af_0}^{(4)} \quad (66)$$

$$= \frac{2n |P_{ab}|^2}{9\Delta\nu} \sum_{sp} \cos(\phi_\nu - \phi_{\nu-p} + \phi_{\nu-p-s} - \phi_{\nu-s}) [A(p,s) + B(p,s)]$$

où l'effet des cohérences Zeeman du second ordre est représenté par :

$$A(p,s) = \sum_{\nu} \sqrt{I_\nu I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}} \quad (67)$$

$$\text{Re} \left\{ \frac{1}{\Gamma_b'(2) + i(p\Delta\omega + 2\omega_b)} \left[\frac{X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}\Delta\omega)}{2\Gamma_{ab}' + i[(p-s)\Delta\omega + 2\omega_b]} + \frac{\gamma_b'(2)}{\Delta\nu} \frac{X(\delta_\nu + \frac{p\Delta\omega}{2})X(\delta_\nu + (s + \frac{p}{2})\Delta\omega)}{\Gamma_b(2) + i(p\Delta\omega + 2\omega_b)} \right] \right\}$$

et l'effet de population par :

$$B(p,s) = \sum_{\nu} \sqrt{I_\nu I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}} \text{Re} \left[f(p) \frac{X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}\Delta\omega)}{2\Gamma_{ab}' + i[(p-s)\Delta\omega + 2\omega_b]} \right] \quad (68)$$

avec (en posant $p = p\Delta\omega$) :

$$f(p) = \frac{1}{\Gamma_a'(0) + ip} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b'(0) + ip} \right) + \frac{1/3}{\Gamma_b'(0) + ip} - \frac{1/2}{\Gamma_b'(1) + ip} + \frac{1/6}{\Gamma_b'(2) + ip} \quad (69)$$

Conformément aux résultats du paragraphe précédent, si les modes sont synchronisés, tous les termes de la sommation interviennent avec $\cos(\phi_\nu - \phi_{\nu-p} + \phi_{\nu-p-s} - \phi_{\nu-s}) = 1$; par contre si les modes sont désynchronisés,

le cosinus annule tous les termes $p \neq 0$ et $s \neq 0$, qui font intervenir plus de deux modes différents.

Pour l'application numérique, nous prendrons les valeurs suivantes :

Largeur Doppler $\Delta\nu = 800$ MHz ; Ecart entre modes $\Delta\omega = 80$ MHz

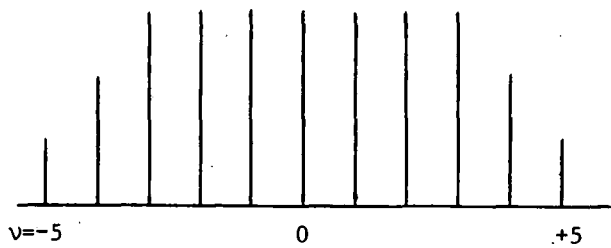
$$\begin{aligned} \Gamma'_{ab} &= 100 \text{ MHz} ; & \Gamma'_a(0) &= 15 \text{ MHz} ; & \gamma_{ba} &= 0,5 \text{ MHz} \\ \Gamma'_b(0) &= 9,6 \text{ MHz} ; & \Gamma'_b(1) &= 11 \text{ MHz} ; & \Gamma'_b(2) &= 11,5 \text{ MHz} \\ \Gamma'_b(2) &= 7,5 \text{ MHz} ; & \gamma'_b(2) &= \Gamma'_b(2) - \Gamma_b(2) = 4 \text{ MHz} \end{aligned} \quad (70)$$

Ces valeurs correspondent approximativement au cas de la raie laser 7.305 \AA

($3s_2 \rightarrow 2p_1$) pour une pression d'environ 1,5 Torr de néon pur. Les valeurs des $\Gamma'_b(k)$ sont celles mesurées pour le niveau $3s_2$ et l'on a admis que les changements des vitesses atomiques (responsables de la différence $\gamma'_b(2) = \Gamma'_b(2) - \Gamma_b(2)$) provenaient uniquement de la diffusion multiple de la raie de résonance $3s_2 \rightarrow 1p_0$ (qui a été étudiée par DECOMPS). La valeur de $\Gamma'_a(0)$ est assez mal connue, car le niveau $2p_1$ de $J = 0$ ne peut être étudié par les méthodes d'effet Hanle : la valeur donnée est un ordre de grandeur vraisemblable. La valeur de Γ'_{ab} est un ordre de grandeur estimé par analogie avec les résultats de CORDOVER (⁴⁹) pour la raie 6.328 \AA . Pour la forme Doppler de la raie, nous prendrons, comme dans tout ce chapitre $X(y) = \sqrt{\pi} e^{-(y/\Delta\nu)^2}$.

Enfin, nous avons supposé que le laser comportait

11 modes tels que (figure VII-14) :



$$\begin{aligned} I_\nu &= 3 & \text{pour } -3 \leq \nu \leq 3 \\ I_\nu &= 2 & \text{pour } \nu = \pm 4 \\ I_\nu &= 1 & \text{pour } \nu = \pm 5 \end{aligned}$$

FIGURE VII-14 : spectre de modes utilisé

Termes provenant des cohérences Zeeman ($A(p,s)$)

La résonance en champ nul ($p = 0$) est indépendante de la synchronisation des modes et s'écrit :

$$\text{Res}_a(p=0) = \sum_s A(0,s) \quad (71)$$

tandis que les résonances en champ non nul sont données par :

$$\text{Res}_{a,S}(p \neq 0) = \sum_s A(p,s) \quad \text{en modes synchronisés} \quad (72)$$

$$\text{Res}_{a,D.S.}(p \neq 0) = A(p,0) \quad \text{en modes désynchronisés} \quad (73)$$

Sur la figure VII-15-a, nous avons reproduit le tracé (réalisé par un ordinateur et une table traçante Benson) de la résonance centrale (71) et de la résonance latérale $p = 1$ (73) lorsque les modes sont dé-

FIG. 15-a

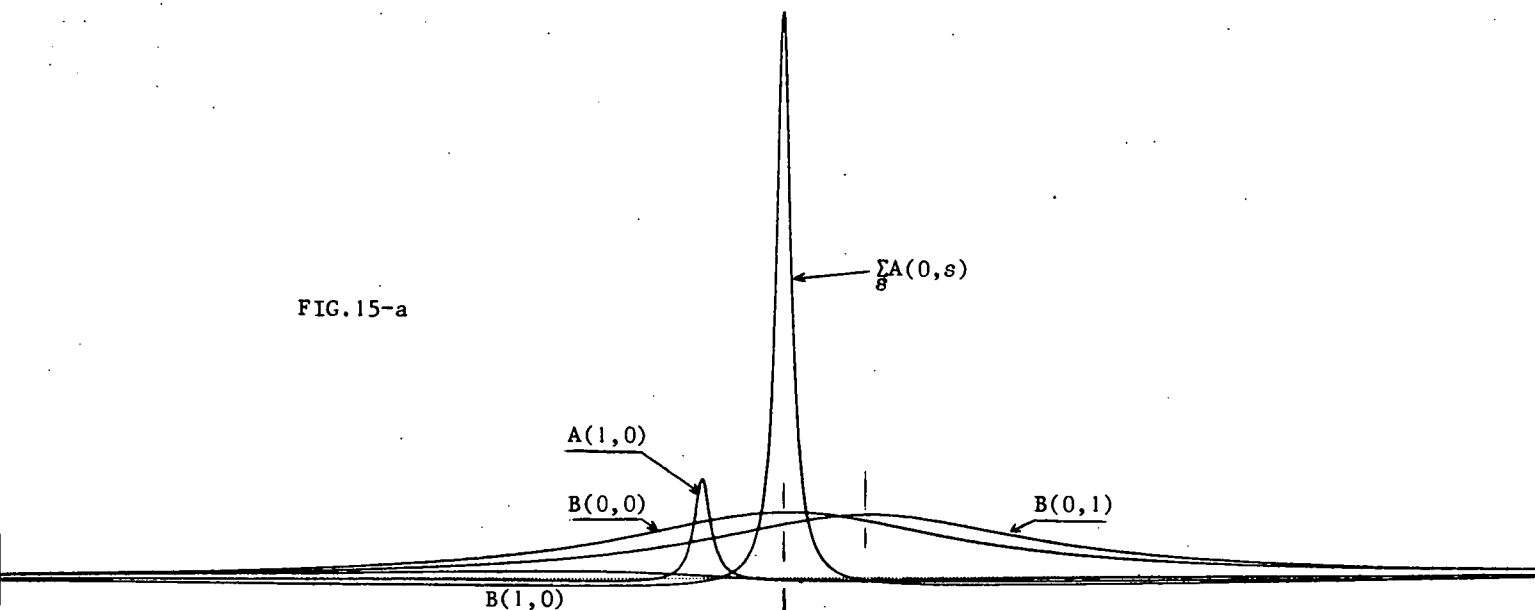


FIG. 15-b

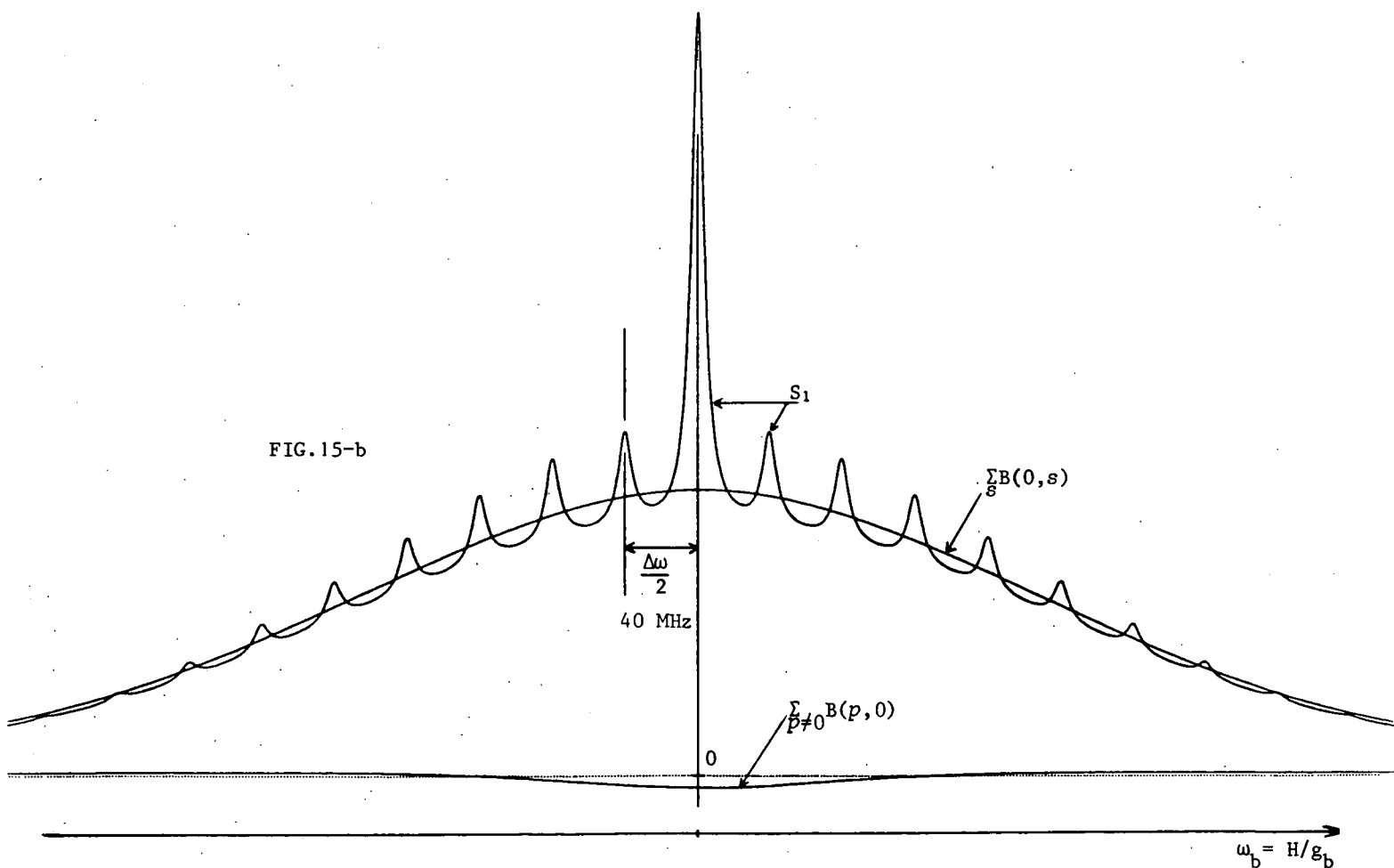


FIGURE VII-15 : Calcul de la forme des résonances de saturation dans le cas où les modes sont désynchronisés. Les termes du type $A(p,s)$ proviennent de l'effet des cohérences Zeeman à l'ordre 2 (cf. (67)) et les termes du type $B(p,s)$ proviennent de l'effet de population (cf. (68)). S_1 représente le rassemblement de tous les termes. Les valeurs numériques utilisées sont (en MHz) : $\Delta\nu = 800$; $\Delta\omega = 80$; $\Gamma'_{ab} = 100$; $\Gamma'_a(0) = 15$; $\Gamma'_b(0) = 9,6$; $\Gamma'_b(1) = 11$; $\Gamma'_b(2) = 11,5$; $\Gamma_b(2) = 7,5$; $\gamma_{ba} = 0,5$. 11 modes

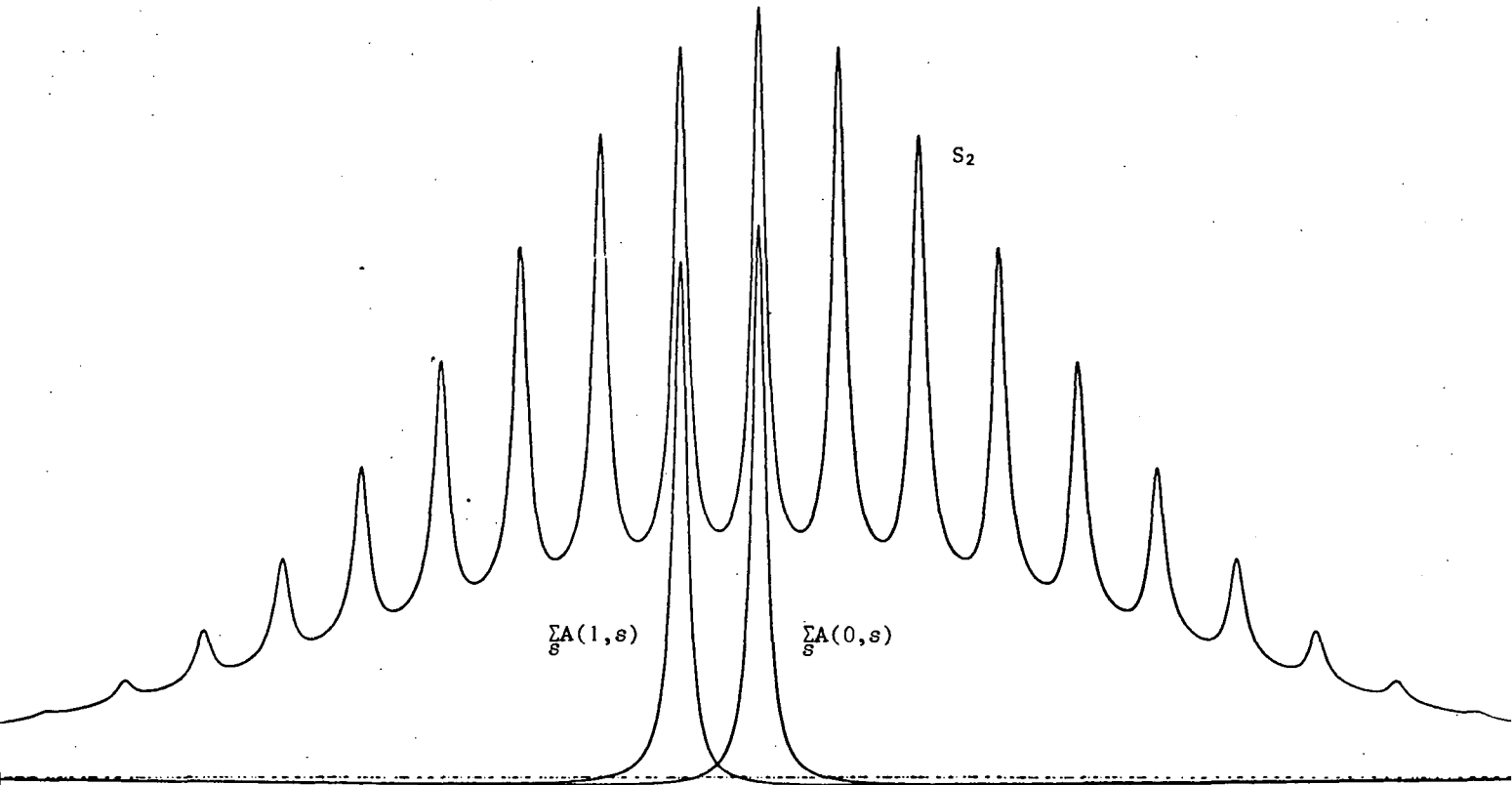


FIGURE VII-16 : Résonances de saturations lorsque les modes sont synchronisés (les valeurs numériques sont les mêmes que pour la figure VII-15).

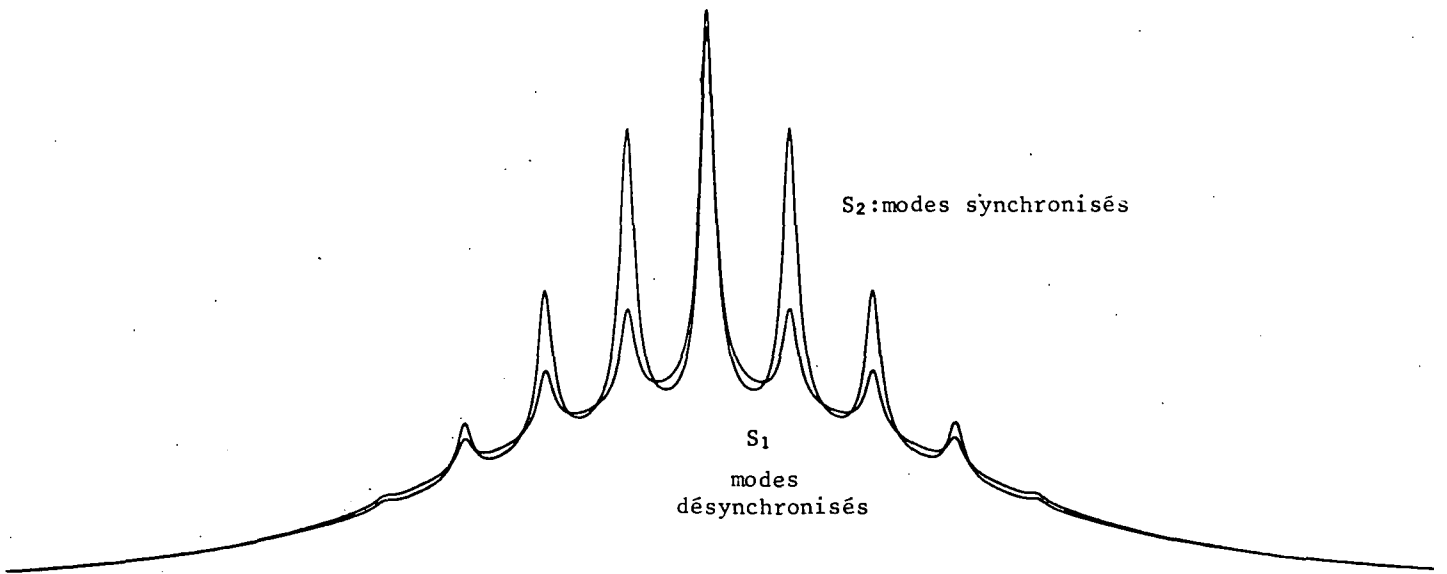


FIGURE VII-17 : Résonances de saturations en présence de 5 modes. Toutes les autres valeurs numériques sont les mêmes que sur les figures 15 et 16.

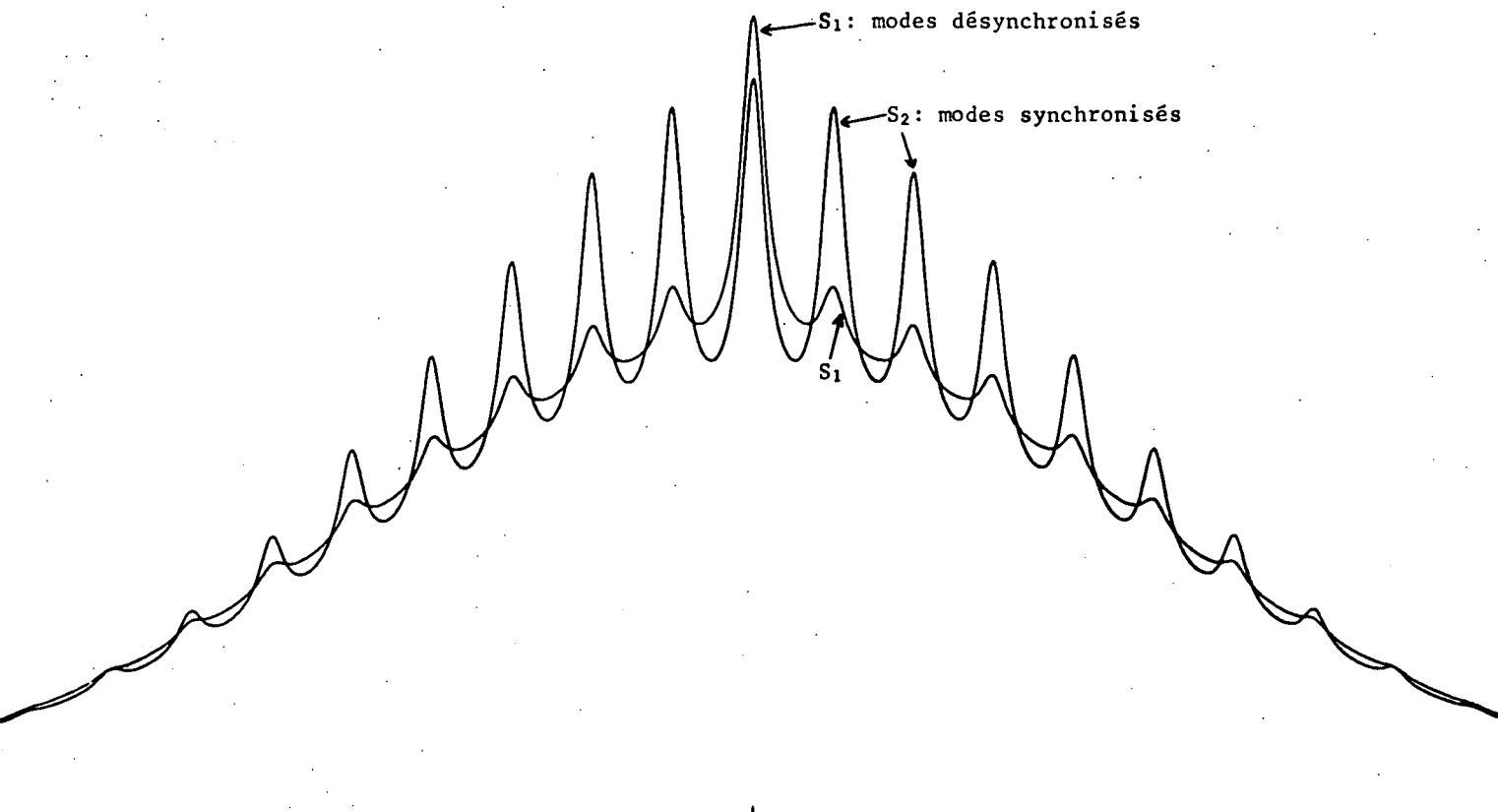


FIGURE VII-18 : Résonances de saturations calculées avec les valeurs numériques (en MHz) : $\Delta\nu = 800$; $\Delta\omega = 80$; $\Gamma'_{ab} = 100$; $\Gamma'_a(0) = 10$; $\Gamma'_b(0) = 10,3$; $\Gamma'_b(1) = 12,5$; $\Gamma'_b(2) = \Gamma_b(2) = 14,5$ MHz (pas de diffusion des vitesses atomiques) ; $\gamma_{ba} = 0$; 11 modes

synchronisés. Sur la figure VII-16, nous avons reproduit le même tracé lorsque les modes sont synchronisés ((71) et (72)). On voit d'une part que l'effet de la désynchronisation est très important sur la résonance $p = 1$, et d'autre part que les résonances $p = 0$ et $p = 1$ sont bien résolues.

Termes de population $B(p,s)$

Sur la figure VII-15-a, nous avons tracé deux des termes principaux (indépendants de la synchronisation des modes) $B(0,0)$ et $B(0,1)$; on voit que ces courbes de Lorentz se recouvrent très largement et la somme $\sum_s B(0,s)$ (portée sur la figure VII-15-b) produit une courbe sans résonance analogue à la forme de raie Doppler X.

Sur la figure VII-15-a, nous avons également porté $B(1,0)$; on voit que cette fonction est toujours de très faible valeur. De même $\sum_{p \neq 0} B(p,0)$, qui a été représenté sur la figure VII-15-b reste très faible (il présente un creux très large en champ nul). Lorsque les modes sont synchronisés les seuls termes nouveaux (p et $s \neq 0$) sont de l'ordre de grandeur de ces deux fonctions, donc très faibles.

Rassemblement des termes

Sur la figure 15-b, nous avons rassemblé les termes dans le cas des modes désynchronisés :

modes synchronisés

$$(1)+(2) = \sum_s A(1,s)$$

(1)

(2)

modes désynchronisés

$$(1)+(2) = A(1,0)$$

(1)

(2)

FIGURE VII-19 : Résonance de "cohérence Zeeman" d'ordre $p = 1$: comparaison de la contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse (1) et de celle des atomes qui ont changé de vitesse (2). Les valeurs numériques sont celles des figures 15 et 16. L'échelle est deux fois plus grande.

$$S_1 = \sum_s [A(0,s)+B(0,s)] + \sum_{p \neq 0} [A(p,0)+B(p,0)]$$

et sur la figure 16, nous avons représenté le cas des modes synchronisés

$$S_2 = \sum_{p,s} [A(p,s)+B(p,s)]$$

La comparaison des deux types de courbe aux courbes expérimentales du début de ce chapitre apporte la preuve de la validité du raisonnement du précédent paragraphe (note)

La figure 17 représente S_1 et S_2 dans le cas où il n'y a que 5 modes. Ces courbes sont plus comparables à celles de la figure VII-6, pour laquelle la raie 7.305 Å oscillait sur peu de modes.

La figure 18 est faite dans le cas de 11 modes mais avec des valeurs numériques différentes (qui sont plus proches de celle réalisée lors de l'étude du niveau $2p_4$ avec la raie 6.328 Å, bien que cette raie ne soit pas $J=0 \leftrightarrow J=1$). On peut voir qu'une valeur plus grande de $\Gamma'_b(2)$ produit des résonances plus faibles et moins bien résolues.

REMARQUES.

R 1

Seul le contraste des résonances a un sens, car le fond courbé provenant des termes $B(p,s)$ s'ajoute à celui provenant des termes non résonnants de type c et c' (de la forme $X(\delta_{\nu} \pm \omega_b)$) et se retranche du fond courbé (par la même forme de raie $X(\delta_{\nu} \pm \omega_b)$) provenant des termes linéaires (cf.(IV-23))

R 2

Sur la figure 19, nous avons tracé séparément, pour la résonance de cohérence Zeeman d'ordre $p = 1$ (72 et 73), la contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse (terme en $2\Gamma'_{ab} + i[(p-s)\Delta\omega + 2\omega_b]$ dans l'expression (67) de $A(p,s)$) et la contribution des termes de "restitution" par la diffusion multiple (qui est ici le seul processus de diffusion de la vitesse et qui intervient dans $A(p,s)$ par le terme en $\gamma'_b(2)$). En modes synchronisés, on voit que le terme de "restitution" produit un net affinement de la résonance : nous discuterons ce phénomène au prochain paragraphe. En modes désynchronisés, le terme de restitution est très petit, conformément à la discussion du § 2-a-β, mais contrairement à ce que nous avons dit, il n'apparaît pas comme totalement négligeable devant le terme principal (de la même résonance $p = 1$). Ceci provient du fait que la condition $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$ n'est pas bien satisfaite ($\Delta\nu = 8\Gamma'_{ab}$). Le rapport des deux termes, estimé à partir de (60) et de (64), est $\frac{2\sqrt{\pi} \gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)} \frac{\Gamma'_{ab}}{\Delta\nu} = 0,23$, ce qui est en parfait accord avec les résultats de la figure VII-19-b.

(note) De plus, au chapitre VIII, nous montrerons que le contraste entre la résonance centrale et les résonances latérales, en modes désynchronisés, est doublée dans le cas d'une onde stationnaire.

4) Expression analytique approximative pour la forme des résonances, lorsque les modes sont très rapprochés ($\Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega$)

En général, la forme des courbes de résonance n'est pas simple et il faut, dans chaque cas, faire un tracé numérique sur ordinateur, comme nous l'avons fait au paragraphe précédent. Cependant, il est souvent agréable d'avoir une forme analytique approchée. Ce calcul permettra

- d'évaluer simplement l'amplitude relative des différentes résonances, ce qui sera très utile au paragraphe E pour la recherche des cas où la mesure des facteurs de Landé est possible;
- de montrer la tendance des résonances à devenir de simples courbes de Lorentz;
- de dégager plus clairement quelques idées physiques simples, en particulier au sujet de l'influence de la diffusion des vitesses sur la largeur des résonances.

Cependant, il ne faut pas oublier que les formes de courbes calculées ici ne sont valables qu'à très faible intensité laser, puisqu'il s'agit d'un développement de perturbation.

Nous cherchons ce développement analytique dans le cas extrême :

$$\Gamma'_\alpha(k) \ll \Delta\omega \ll \Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu \tag{74}$$

a) Forme des termes résonnants

La condition (74) permet de remplacer certaines sommes sur les modes par des intégrales. Pour cela, on considère l'intensité des modes comme une fonction continue de la fréquence en prenant $\delta = \omega - \omega_\nu$ comme variable (de façon à unifier les notations). On fait alors les remplacements :

$$I_{\nu-p-s} \longrightarrow I(\delta+p+s) \quad \text{avec} \quad I(\omega - \omega_\nu + (p+s)\Delta\omega) = I_{\nu-p-s} \tag{75}$$

$$\sum_\nu \longrightarrow \int \frac{d\delta}{\Delta\omega} ; \quad \sum_s \longrightarrow \int \frac{ds}{\Delta\omega}$$

α) Termes de cohérence Zeeman au 2e ordre

Voyons d'abord les termes correspondant aux atomes qui n'ont pas changé de vitesse (ligne 1 de (39) ou expression (47)) pour une valeur de $p = p\Delta\omega$ fixée. Lorsque les modes sont synchronisés (et dans tous les cas pour la résonance centrale $p = 0$), il faut sommer sur ν et sur s :

$$\text{Res}_{a1,S}(p) = \sum_\nu \sqrt{I_\nu I_{\nu-p} I_{\nu-p-s} I_{\nu-s}} \frac{X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2})}{\Gamma'_b(2+i(p+2\omega_b))} \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} + cc \tag{76}$$

$$= \int \frac{\sqrt{I(\delta)I(\delta+p)}}{\Gamma'_b(2+i(p+2\omega_b))} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \int \frac{X(\delta + \frac{p+s}{2}) \sqrt{I(\delta+s)I(\delta+p+s)}}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_z)} \frac{ds}{\Delta\omega} + cc$$

Si la fonction $I(\delta)$ est une fonction paire lentement variable sur un intervalle de l'ordre de Γ'_{ab} , c'est-à-dire une fonction du même genre que $X(\delta)$, on peut montrer que la partie imaginaire de l'intégrale

sur s est négligeable (elle donne une fonction impaire de δ qui disparaît lors de la seconde intégration). Pour calculer la partie réelle de cette intégrale on peut considérer que X et I varient peu dans la région où le facteur résonnant est important : on sort ces deux fonctions de l'intégration sur s en leur donnant la valeur qu'elles prennent au maximum de la résonance ($s = p + 2\omega_z \sim 0$ en raison du premier facteur). On obtient alors :

$$\text{Res}_{a_1, S}(p) = \left(\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \right) \frac{\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \int I(\delta) I(\delta+p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (77)$$

Ces résonances prennent la forme particulièrement simple de courbes de Lorentz. Il est ici indifférent de garder la somme sur ν ou de la remplacer par l'intégrale sur s , par contre la somme sur p doit être conservée car les différentes résonances de largeur $\Gamma'_b(2)$ sont bien résolues.

Lorsque les modes ne sont pas synchronisés, seule la valeur $s = 0$ est possible pour les résonances latérales. Comme il n'y a pas de sommation sur s la forme de courbe ne se simplifie pas :

$$\text{Res}_{a_1, D, S}(p \neq 0) \approx \frac{1}{\Gamma'_{ab}} \text{Re} \left[\frac{1}{\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)} \frac{2\Gamma'_{ab}}{2\Gamma'_{ab} + i(p + 2\omega_z)} \right] \int I(\delta) I(\delta+p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (78)$$

Nous avons mis (77) et (78) sous une forme qui montre aisément que le rapport entre l'amplitude de la résonance p en modes synchronisés et en modes désynchronisés est $\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$ (si $\omega_b \sim \omega_z$). Ceci confirme les résultats des paragraphes précédents (puisque $\Gamma'_{ab} > \Delta\omega$) et précise l'ordre de grandeur de l'effet : dans les cas expérimentaux courants, $\Delta\omega \sim 80$ MHz, $\Gamma'_{ab} \sim 100$ MHz donc $\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} \sim 8$ (au chapitre VIII, nous montrerons qu'en onde stationnaire, il faut multiplier cette quantité par 2).

Dans (77), le facteur $\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega}$ peut être considéré comme le nombre de modes voisin avec lesquels un mode donné a des interactions de saturation importante (nombre de modes dans le même "trou"). Lorsque les modes sont très espacés, cette quantité est égale à 1, mais alors la forme (77) n'est plus valable et doit être remplacée par (78) même en modes synchronisés. On obtient alors les termes correspondants de (51).

Comme nous l'avons expliqué au § 2-a- β , les termes provenant des atomes qui ont changé de vitesse (ligne 2 de (39) ou expression (61)) ne sont importants qu'en modes synchronisés pour les résonances latérales (et dans tous les cas pour $p = 0$). La sommation sur ν et s est très simple :

$$\begin{aligned} \text{Res}_{a_2, S}(p) &= \frac{1}{\Delta\nu} \left[\frac{\Gamma'_b(2)}{[\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)] [\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)]} + \text{cc} \right] \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \int \sqrt{I(\delta+s+p) I(\delta+s)} X(\delta+s + \frac{p}{2}) \frac{ds}{\Delta\omega} \\ &= \frac{1}{\Delta\nu} \left[\frac{2\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} - \frac{2\Gamma'_b(2)}{\Gamma'_b(2)^2 + (p + 2\omega_b)^2} \right] \left[\int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right]^2 \end{aligned} \quad (79)$$

B) Termes de population

Nous ne citons ces termes que pour mémoire, car nous avons déjà montré qu'ils ne fournissent pas de résonance appréciable. Lorsque les modes sont synchronisés, leur expression (65) se déduit de (76) par simple omission de $2\omega_b$ au dénominateur Zeeman. On peut faire le même calcul que ci-dessus. Seul le terme $p = 0$ est important et l'on obtient :

$$\frac{2\pi}{\Delta\omega\Gamma'_b(k_2)} \int I(\delta) I(\delta+2\omega_z) X(\delta+\omega_z) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (80-a)$$

qui ne présente pas de résonance. Lorsque les modes sont désynchronisés, on peut montrer l'apparition d'une résonance Lorentzienne très faible en champ nul (de largeur $2\Gamma'_{ab}$) qui est l'approximation de la courbe $\sum_{p \neq 0} B(p,0)$ de la figure VII-17. Nous ne ferons pas le calcul ici; on trouve en plus du terme ci-dessus (avec $\mathcal{L}(x) = [1+x^2]^{-1}$) :

$$-\frac{1}{2\Gamma'_{ab}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) \left[\frac{2\pi \Gamma'_{ab}}{\Delta\omega} + 1 - 2 \mathcal{L}\left(\frac{\omega_z}{\Gamma'_{ab}}\right) \right] \int I^2(\delta) X(\delta) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (80-b)$$

b) Forme de courbe pour une détection π ou σ

Pour obtenir la forme des courbes effectivement observables sur la lumière de fluorescence détectée en π ou en σ , on utilise la formule (V,15-b) qui s'écrit :

$$I_b + I_g = \frac{1}{3 \sqrt{2J_b+1}} I_b^0 + \alpha \sqrt{\frac{2}{3}} (-)^{J_b+J_g} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ J_g & J_b & J_b \end{Bmatrix} I_b^0 \quad (81)$$

avec $\alpha = 1$ pour une détection π et $\alpha = -\frac{1}{2}$ pour la partie isotrope de la détection " σ cohérent".

En modes synchronisés, on reporte les expressions (77) et (79) dans les lignes 1 et 2 de l'expression (39) que l'on reporte elle-même dans (81), avec les valeurs $k_4 = 0$ et $k_4 = 2$. En ignorant tous les termes non résonnants et en regroupant les coefficients numériques, on obtient (pour p quelconque) :

$$\Delta^{(4)} I_{\alpha \rightarrow g}^{(p)} = 2n |P_{ab}|^4 \left[\left\{ \frac{C_b}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) + \frac{C_a}{\Gamma'_a(2)} \left[\mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{H}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) \right] \right\} \frac{\pi}{\Delta\omega} I(\delta) I(\delta+p) \frac{X(\delta+\frac{p}{2})}{\Delta\nu} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{C_b}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) - \frac{C_b}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) + \frac{C_a}{\Gamma'_a(2)} \left[\mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{H}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) \right] \right\} \right. \\ \left. - \frac{C_a}{\Gamma'_a(2)} \left[\mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}\right) - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{H}(1,2)}{\Gamma'_b(2)} \mathcal{L}\left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma'_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma'_b(2)}\right) \right] \right] \left| \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} \frac{X(\delta+\frac{p}{2})}{\Delta\nu} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right|^2 \quad (82)$$

La première ligne vient de (77) et la seconde de (79). Dans cette expression, on a posé :

$$\mathcal{L}\left(\frac{x}{Y}\right) = \frac{Y^2}{Y^2 + x^2}; \quad \mathcal{E}\left(\frac{x_a}{Y_a}, \frac{x_b}{Y_b}\right) = \operatorname{Re}\left[\frac{Y_a}{Y_a + ix_a} \cdot \frac{Y_b}{Y_b + ix_b}\right] \quad (83)$$

$$C_b = \sum_{k_3} a(k_3) \sqrt{5} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ J_a & J_b & J_b \end{Bmatrix} \quad (84)$$

$$C_a = -\sum_{k_3} (-)^{k_3} a(k_3) \sqrt{5} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ 2 & -1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 2 & 1 & k_3 \\ J_b & J_a & J_a \end{Bmatrix}$$

Si l'on détecte la raie $b \rightarrow g$, $a(k)$ est donné par :

$$a_b(k) = \frac{\delta_{1,k}}{3\Gamma_b(0)(2J_b+1)} - \frac{\alpha}{\Gamma_b(2)} \sqrt{\frac{10}{3}} (2k+1)(-)^{2J_b+J_a+J_g} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_b & J_b & J_g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \quad (85-b)$$

et si l'on détecte la raie $a \rightarrow g$ par

$$a_a(k) = -\frac{\delta_{1,k}}{3\Gamma_a(0)(2J_a+1)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) - \frac{\alpha}{\Gamma_a(2)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{E}(k,2)}{\Gamma_b(2)}\right) \sqrt{\frac{10}{3}} (2k+1)(-)^{k+2J_a+J_b+J_g} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_a & J_a & J_g \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{Bmatrix} \quad (85-a)$$

$\alpha = 1$ pour une détection π et $\alpha = -1/2$ pour la partie isotrope d'une détection σ .

En modes désynchronisés, la résonance centrale ($p = 0$) est encore donnée par (82). En effet, nous pouvons négliger la résonance (80-b) provenant des termes de population car, d'une part elle est faible ($\sim 8\%$ avec $\Gamma_{ab} = 100$ MHz, $\Delta\omega = 80$ MHz et $\Gamma'_\alpha(2) = 16$ MHz) et, d'autre part, elle est très large et ne joue pas sur le contraste des résonances fines (il y a plusieurs résonances fines dans sa largeur : cf fig. VII-17). Par contre, les résonances latérales s'écrivent :

$$\Delta^{(4)}_{\alpha \rightarrow g} \mathcal{L}(p \neq 0) = 2n |P_{ab}|^4 \frac{1}{2\Gamma'_{ab}} \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{C_b}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)} + \frac{C_a}{\Gamma'_a(2) + i(p+2\omega_a)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba} \mathcal{E}(1,2)}{\Gamma'_b(2) + i(p+2\omega_b)}\right) \right] \frac{2\Gamma'_{ab}}{2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_z)} \right\} \int I(\delta) I(\delta+p) \frac{X(\delta + \frac{p}{2})}{\Delta\nu} \frac{d\delta}{\Delta\omega} \quad (86)$$

Malgré l'ambiguïté de ω_z , cette formule permet d'évaluer le rapport entre l'amplitude de la résonance $p = 0$ et celle des autres résonances lorsque $\omega_a - \omega_b$ n'est pas trop grand ($\ll \Gamma'_\alpha(2)$).

REMARQUES.

R 1

La condition (74) est, en général, assez bien remplie dans les conditions expérimentales courantes, d'autant plus qu'elle n'est pas très critique pour la validité de la méthode de ce paragraphe. Par contre, la validité de la méthode est plus souvent compromise par le trop petit nombre de modes. On peut voir, pour cette raison, que les formules sont d'autant plus mauvaises que l'ordre p de la résonance est grand : pour $p \sim N$ l'intégrale de (77) par exemple n'a plus de sens.

R 2Si $I(\delta) = I_V$ est constant sur tout le profil Doppler, on a :

$$\frac{1}{\Delta v} \int I(\delta) I(\delta+p) X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} = I_V^2 \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = I_V^2 \left(\frac{\pi}{\Delta\omega} \right) \quad (87)$$

$$\left[\frac{1}{\Delta v} \int \sqrt{I(\delta) I(\delta+p)} X(\delta + \frac{p}{2}) \frac{d\delta}{\Delta\omega} \right]^2 = I_V^2 \left(\frac{\pi}{\Delta\omega} \right)^2$$

On peut alors regrouper les termes de (82) qui s'écrit :

$$\Delta^{(4)} \chi^s(p) = 2n \left(\frac{\pi}{\Delta\omega} \right)^2 |P_{ab}|^4 I_V^2 \left[\frac{C_b}{\Gamma_b(2)} \mathcal{L} \left(\frac{p+2\omega_b}{\Gamma_b(2)} \right) + \frac{C_a}{\Gamma_a(2)} \left\{ \mathcal{L} \left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma_a(2)} \right) - \gamma_{ba} \frac{\mathcal{A}(1,2)}{\Gamma_b(2)} \mathcal{E} \left(\frac{p+2\omega_a}{\Gamma_a(2)}, \frac{p+2\omega_b}{\Gamma_b(2)} \right) \right\} \right] \quad (88)$$

On voit que les résonances latérales (si les modes sont synchronisés) et la résonance centrale (dans tous les cas) sont formées de deux termes qui ont respectivement la forme de l'effet Hanle du niveau supérieur et du niveau inférieur de la transition laser. Les largeurs $\Gamma_a(2)$ et $\Gamma_b(2)$ qui interviennent sont alors les largeurs insensibles aux changements de vitesses. Ceci se comprend facilement : lorsque le profil Doppler est complètement recouvert par des modes très serrés ($\Delta\omega \ll \Gamma'_{ab}$) et d'intensité égale (= excitation "broad line"), un atome qui change de vitesse après une première interaction avec un mode donné est sûr de trouver un autre mode avec lequel il peut interagir une nouvelle fois. S'il ne se pose pas de problème de phase, c'est-à-dire dans le cas de la résonance centrale ($p = 0$) ou des résonances latérales en modes synchronisés, la saturation a lieu exactement comme si l'atome n'avait pas changé de vitesse.

Dans le cas simple d'une raie $J_b=1, J_a=0$, M. DUCLOY (77) a pu montrer théoriquement et vérifier expérimentalement que ce résultat est valable à tous les ordres de perturbation (dans le cas $p = 0$, modes désynchronisés) : il faut alors prendre, à la place de $\Gamma_b(2)$, la largeur effective de l'effet Hanle en présence du laser.

Lorsque les modes ne sont pas tous de même intensité et ne couvrent pas totalement le profil Doppler, la compensation des termes de (82) n'est pas totale et la largeur des résonances est comprise entre $\Gamma'_\alpha(2)$ et $\Gamma_\alpha(2)$. Pour la résonance centrale, lorsque le laser est monomode (note) (cf. (51)) et pour les résonances latérales lorsque les modes sont désynchronisés (cf. (86)), la saturation ne récupère pas les atomes qui ont changé de vitesse : si Γ'_{ab} est assez grand pour que le facteur de résonance optique varie très lentement devant le facteur Zeeman, on voit sur (86) que la largeur des résonances est déterminée par $\Gamma'_a(2)$ et $\Gamma'_b(2)$, c'est-à-dire par les probabilités de disparition de l'alignement d'un

(note) En laser monomode, on peut obtenir la résonance centrale à partir de (86) en posant $p = 0$ et $I(\omega) = I_\delta(\omega - \omega_V)$. Nous reviendrons sur ce cas au § VIII-B-3.

paquet de vitesses donné, soit par destruction, soit par changement de vitesse de l'atome.

Le calcul numérique du paragraphe précédent (§ D-3) ne donne pas des résonances rigoureusement Lorentziennes (nombre de modes limité), mais on peut cependant, par une analyse détaillée des résultats, voir que les résonances latérales sont un peu plus fines en modes synchronisés ($\sum_s A(p,s)$) qu'en modes désynchronisés ($A(p,0)$), bien que le terme de "restitution" ne soit pas négligeable dans ce dernier cas.

5) Récapitulation des résultats sur l'amplitude des résonances

Nous avons montré longuement au paragraphe précédent que l'amplitude des résonances dépend d'une part de la phase des modes et d'autre part des valeurs relatives de $\Gamma'_\alpha(2)$, Γ'_{ab} et $\Delta\omega$. En plus des cas étudiés précédemment, on peut envisager le cas où $\Gamma'_\alpha(2)$ est de l'ordre de $\Delta\omega$: dans ce cas, on comprend aisément que même les résonances fines (cohérence Zeeman) ne sont plus résolues et disparaissent si elles sont toutes du même ordre de grandeur (modes synchronisés), à moins que l'une d'entre elles n'ait une plus grande amplitude (résonance centrale en modes désynchronisés).

TABLEAU VII-2 : Récapitulation des résultats

Cas	Modes synchronisés	Modes désynchronisés
$\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$ $\Gamma'_\alpha(2) \ll \Delta\omega$	<ul style="list-style-type: none"> - Pas de particularité pour la résonance en champ nul - Deux types de résonances : <ul style="list-style-type: none"> • Résonances "de population" de largeur $2\Gamma'_{ab} : [2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_Z)]^{-1}$ • Résonances "de cohérence Zeeman" de largeur $\lesssim \Gamma'_\alpha(2) : [2\Gamma'_{ab} + i(p+2\omega_Z)]^{-1} [\Gamma'_\alpha(2) + i(p+2\omega_\alpha)]^{-1}$ 	
$\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ $\Gamma'_\alpha(2) < \Delta\omega$	<ul style="list-style-type: none"> - Résonances "de population" non résolues - Résonances "de cohérence Zeeman" seules observables - Résonances latérales du même ordre que la résonance centrale - Tendance de la forme des résonances vers des formes de Lorentz de largeur $\Gamma'_\alpha(2)$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Résonances latérales beaucoup plus faibles que la résonance centrale - Résonance centrale : comme en modes synchronisés
$\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ $\Gamma'_\alpha(2) \gtrsim \Delta\omega$	<ul style="list-style-type: none"> - Plus aucune résonance n'est résolue 	<ul style="list-style-type: none"> - Plus aucune résonance latérale n'est résolue - Seule subsiste la résonance centrale "de cohérence Zeeman"

E - POSITION DES RESONANCES

Nous venons de voir que notre formalisme nous permet de comprendre le comportement des résonances de saturation en ce qui concerne leur amplitude. Il nous reste à lever l'ambiguïté provenant de la présence de ω_z de façon à déterminer précisément la position des résonances. Ce problème est important car il conditionne la possibilité de mesurer le facteur de Landé des niveaux en mesurant l'écart entre les résonances de saturation.

Le formalisme utilisé jusqu'ici (base T_Q^k pour les opérateurs) ne donne rigoureusement la position des résonances que dans le cas où l'un des niveaux n'a pas de structure Zeeman : si $J_a = 0$ (par exemple), on a $\omega_z = \omega_b$ et quelles que soient les observables détectées, les résonances se produisent pour $2\omega_b = p\Delta\omega$. On obtient dans ce cas les formules simples qui nous ont servi pour l'analyse numérique du paragraphe D-3.

Dans le cas général (J_a et $J_b \neq 0$), nous avons défini $\omega_z = \frac{\omega_a + \omega_b}{2}$, mais il s'agit là d'une approximation de calcul qui n'a pas de sens physique précis. Dans le cas de la réponse linéaire (cf. § IV-C-3), ω_z n'intervenait que dans le facteur de forme de raie très lentement variable, mais pour les saturations, ω_z apparaît dans un facteur résonnant : l'ambiguïté est beaucoup plus grave car l'approximation faite peut modifier la position des résonances.

Pour résoudre cette difficulté, il faut utiliser le formalisme de l'appendice C (base αT_Q^k à l'intérieur de chaque niveau, base $|JM\rangle$ pour exprimer les cohérences optiques). Ce formalisme, qui suppose que tous les termes de cohérence optique ont le même temps de relaxation, permet en effet de tenir compte rigoureusement de toutes les composantes Zeeman de la raie optique.

1) Expression générale

Nous utilisons donc les formules (C,18) et (C,19) dans lesquelles nous faisons, comme précédemment, l'approximation $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\nu$. Toute la discussion du paragraphe C,2 reste valable. En particulier, nous obtenons des termes de la forme (cf. Appendice F) :

$$\int \frac{W_M(\nu) d\nu}{[G - i(\omega_{M_b M_a} - \kappa)] [G^* + i(\omega_{m_b m_a} - \mu)]} = \frac{W(\omega_{M_b M_a} - \omega_\kappa + iG) + W^*(\omega_{m_b m_a} - \omega_\mu + iG)}{2\Gamma'_{ab} + i(\omega_\kappa - \omega_\mu + \omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a})} \approx \frac{1}{\Delta\nu} \frac{X(M_b M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{2\Gamma'_{ab} + i[\omega_\kappa - \omega_\mu + (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} \quad (89)$$

où l'on remplacera, s'il y a lieu, les fonctions X par leurs valeurs à résonance. A la place de la formule (38), on trouve :

$$(4) \rho_{b_0}^{k_4} = n \frac{|P_{ab}|^4 \sqrt{2k_4+1}}{\Delta\nu \Gamma_b(k_4)} \sum_{\substack{vpsq_1 k_2 Q_2 \\ M_a M_b m_a m_b}} (-)^{J_b - M_b} (2k_2+1) \mathcal{E}_{q_1}^{v-p} \mathcal{E}_{-q_2}^{v-p} \mathcal{E}_{q_3}^{v-p-s} \mathcal{E}_{-q_4}^{v-s} \begin{pmatrix} J_b & k_4 & J_b \\ -M_b & 0 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & -q_2 & m_b \end{pmatrix}$$

$$\left[\sum_{M_a' M_b'} (-)^{M_b' - m_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a' & q_3 & M_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M_b' & Q_2 & M_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -m_b' & -Q_2 & m_b \end{pmatrix} \frac{1}{\Gamma_b'(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)} \right. \\ \left. \left[\frac{X(M_b' M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{2\Gamma_{ab}' + i[p+s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} + \frac{\gamma_b' X(M_b' M_a - \kappa) [X(m_b' m_a - \nu) + X(m_b m_a - \mu)]}{\Delta\nu [\Gamma_b'(k_2) + (p+Q_2\omega_b)]} \right] \right. \\ \left. + \sum_{M_a'} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -M_a' & Q_2 & M_a' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a' & q_3 & M_b \end{pmatrix} \frac{1}{\Gamma_a'(k_2) + i(p+Q_2\omega_a)} \right. \\ \left. \left[\sum_{M_a'} (-)^{M_a' - m_a} \begin{pmatrix} J_a & k_2 & J_a \\ -m_a - Q_2 & m_a' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a' & q_1 & m_b \end{pmatrix} \left[\frac{X(M_b' M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{2\Gamma_{ab}' + i[p-s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} + \frac{\gamma_a' X(M_b' M_a - \kappa) [X(m_b m_a' - \nu) + X(m_b m_a - \mu)]}{[\Gamma_a'(k_2) + i(p+Q_2\omega_a)] \Delta\nu} \right] \right. \right. \\ \left. - \Theta(b, a, k_2) \sum_{m_b'} (-)^{J_a + J_b - M_a' - m_b} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m_b' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -m_b' & -Q_2 & m_b \end{pmatrix} \left[\frac{X(M_b' M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu)}{\{2\Gamma_{ab}' + i[p-s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]\} \{\Gamma_b'(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)\}} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{X(M_b' M_a - \kappa) [X(m_b' m_a - \nu) + X(m_b m_a - \mu)]}{\Delta\nu [\Gamma_b'(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)]} \left(\frac{\gamma_a'(k_2)}{\Gamma_a'(k_2) + i(p+Q_2\omega_a)} + \frac{\gamma_b'(k_2)}{\Gamma_b'(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)} \right) \right] \right]$$

+ cc

(90)

On reconnaît dans cette expression :

- la contribution des atomes qui n'ont pas changé de vitesse : chaque terme fait intervenir un dénominateur de résonance Zeeman $\Gamma_\alpha'(k_2) + i(p+Q_2\omega_\alpha)$ et un dénominateur de résonance optique $2\Gamma_{ab}' + i[p-s+(m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]$
- la contribution des atomes qui ont changé de vitesse (ou termes de "restitution") : ces termes contiennent $\gamma_\alpha'(k_2) [\Gamma_\alpha'(k_2) + i(p+Q_2\omega_\alpha)]^{-1}$, de plus le facteur résonnant optique est remplacé par un second facteur de forme de raie X (selon l'interprétation du § C-5-b)
- les termes de transfert par émission spontanée qui sont précédés du facteur $\Theta(b, a, k_2)$ (défini en (II, 19)).

Les facteurs de résonance Zeeman, du type $[\Gamma_\alpha'(k_2) + i(p+Q_2\omega_\alpha)]^{-1}$, sont identiques à ceux qui figurent dans (38). Comme nous l'avons expliqué au § C-5-a- α , ces facteurs expriment l'aptitude des modes (ν, q_1) et $(\mu, -q_2)$ à créer au second ordre la grandeur $T_{Q_2}^{k_2}$ modulée à la fréquence $\omega_\nu - \omega_\mu$. Lorsque $k_2 = 2$ et $Q_2 = 2$, on obtient l'effet des "cohérences Zeeman" longuement discuté précédemment. Le

fait que ce facteur soit le même dans les deux formalismes se comprend si l'on se reporte à la discussion du § IV-C-3 : ce facteur exprime qu'il y a résonance (au second ordre) si $\omega_\nu - \omega_\mu$ est égal à l'écart entre deux sous-niveaux Zeeman d'un même niveau, mais il ne préjuge pas de la classe de vitesse pour laquelle ν et μ sont optiquement résonnants. Il n'est donc pas sensible à la complexité de la structure Zeeman de la raie optique.

Par contre, les facteurs résonnants de coïncidence optique, qui faisaient intervenir ω_z dans l'expression (38), se décomposent ici en plusieurs termes de la forme $[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + (m_b - M_b)\omega_b + (m_a - M_a)\omega_a)]^{-1}$. Nous avons déjà prévu ce comportement au § C-5-c- α : il y a une résonance de saturation, chaque fois qu'il existe une classe d'atomes pour lesquels, simultanément, le mode μ est résonnant pour la composante Zeeman $m_b \leftrightarrow m_a$ et le mode κ pour la composante $M_b \leftrightarrow M_a$. Pour cela, il suffit que $\omega_\kappa - \omega_\mu$ soit égal à la différence de fréquence $\omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a}$ des deux composantes Zeeman (à condition, comme le montrent les (3J), que le mode μ ait une composante de polarisation $q_2 = m_b - m_a$ et le mode κ une composante de polarisation $q_4 = M_b - M_a$). Comme on a :

$$\begin{aligned} \omega_{m_b m_a} - \omega_{M_b M_a} &= (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a = (q_2 - q_4)\omega_b + (m_a - M_a)(\omega_b - \omega_a) \\ &= (q_2 - q_4)\omega_a + (m_b - M_b)(\omega_b - \omega_a) \end{aligned}$$

Chaque résonance déterminée par $(q_2 - q_4)\omega_z$ dans le formalisme précédent est remplacée par autant de résonances qu'il y a de valeurs possibles de $m_a - M_a$ (ou $m_b - M_b$).

Enfin, on remarque que les termes de "restitution", par les processus de diffusion des vitesses, ont la même forme que dans (38) du fait qu'ils ne contiennent pas de facteur de coïncidence optique. La seule différence provient des fonctions X qui varient assez lentement pour que de petites variations de leur argument soient négligeables. De plus, on pourra montrer, pour ces termes, que même les coefficients angulaires de (38) et de (90) sont identiques dans tous les cas.

En conclusion, dans le cas général, si $\omega_a \neq \omega_b$, les résonances sont multiples et se recouvrent partiellement : la forme de courbe est compliquée. Cependant, on voit que les facteurs de résonance Zeeman sont inchangés et que la différence la plus importante vient des facteurs de coïncidence optique. En fait, nous avons vu dans le précédent formalisme que seules les résonances de "cohérences" Zeeman étaient responsables des résonances de saturation observées expérimentalement lorsque $\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$. On peut s'attendre à ce qu'il en soit de même ici et que, dans ce cas, il n'y ait pas de différence avec les résultats des paragraphes précédents. Nous allons le montrer.

2) Cas $\Gamma'_{ab} \gg \Delta\omega$. Modes synchronisés

On peut appliquer la même technique qu'au § D-4 (remplacement des sommes par des intégrales). On obtient :

$$\sum_s \frac{\mathcal{E}^{\nu*} \mathcal{E}^{\nu-p} \mathcal{E}^{\nu-p-s*} \mathcal{E}^{\nu-s} X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2})}{[\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)] [2\Gamma'_{ab} + i(p-s+(m_b-M_b)\omega_b - (m_a-M_a)\omega_a)]} = \frac{\pi I_\nu I_{\nu-p}}{\Gamma'_b(k_2) + i(p+Q_2\omega_b)} \frac{X(\delta_\nu + \frac{p}{2})}{\Delta\omega} \quad (91)$$

Dans (91), on a implicitement supposé que $\omega_a - \omega_b$ est toujours suffisamment petit devant $\Delta\nu$ pour que l'on puisse écrire :

$$X(M_b M_a - \kappa) + X(m_b m_a - \mu) \approx X(\delta_\kappa + q_4 \omega_z) + X(\delta_\mu + q_2 \omega_z) \approx 2X(\delta_\nu + \frac{p+s}{2}) \quad (92)$$

Dans ces conditions, on voit, dans (90), que les M_α et les m_α n'interviennent plus que dans les (3J). On peut donc effectuer la sommation sur ces quantités. En appliquant les relations (A,13) et (C,34) de MESSIAH (43), on voit que :

$$\sum_{M_a M_b M'_b} (-)^{M'_b - M_b} \begin{pmatrix} J_b k_4 J_b \\ -M_b 0 M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b 1 J_a \\ -M_b q_4 M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a 1 J_b \\ -M_a q_3 M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b k_2 J_b \\ -M'_b Q_2 M_b \end{pmatrix} = \sum_{k_3 Q_3} (2k_3 + 1) \begin{pmatrix} k_2 1 & k_3 \\ Q_2 q_3 - Q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 1 & k_4 \\ Q_3 q_4 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 1 & k_3 \\ J_a J_b J_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_3 1 & k_4 \\ J_b J_b J_a \end{pmatrix} \quad (93)$$

$$\sum_{m_a m_b m'_b} (-)^{J_b - m_b} \begin{pmatrix} J_b 1 J_a \\ -m_b q_4 m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a 1 J_b \\ -m_a q_1 m'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b k_2 J_b \\ -m'_b - Q_2 m_b \end{pmatrix} = (-)^{J_a + J_b + q_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ q_1 q_2 - Q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k_2 \\ J_b J_b J_a \end{pmatrix}$$

On retrouve exactement les coefficients de la formule (38) de notre formalisme habituel : dans le cas envisagé ici, la formule (82) est valable aussi pour la position des résonances, ce qui était prévisible puisqu'elle ne contient pas ω_z . Si le transfert par émission spontanée est négligeable, il n'y a donc que deux types de résonances, $\Delta\omega = -2\omega_a$ et $\Delta\omega = -2\omega_b$. La hauteur respective de ces résonances est $\frac{C_a}{\Gamma'_a(2)}$ et $\frac{C_b}{\Gamma'_b(2)}$ (en supposant (87) réalisé). Donc si $C_b \gg C_a$, on pourra mesurer le facteur de Landé du niveau b et si $C_a \gg C_b$ et $\frac{\gamma_{ba} \mathcal{A}_b(b,a,1,2)}{\Gamma'_b(2)} \ll 1$, on mesurera le facteur de Landé du niveau inférieur a.

Les résultats ci-dessus sont valables lorsque les modes sont synchronisés. Lorsque ce n'est pas le cas, les facteurs de coïncidence optique ne s'éliminent pas; cependant leur influence sera faible si leur largeur est très grande ($\Gamma'_{ab} \gg \Gamma'_\alpha(2)$).

La condition $\Gamma'_{ab} \gtrsim \Delta\omega$ utilisée dans ce paragraphe est facilement réalisée pour une pression de quelques torr. Montrons qu'il existe un autre cas, réalisable à très faible pression, pour lequel les conclusions sont les mêmes.

3) Cas où les Γ'_α ne dépendent pas de l'ordre tensoriel k_2

A très faible pression (typiquement $\lesssim 0,1$ torr dans le cas du néon), Γ'_{ab} devient nettement plus faible que l'écart entre modes et l'on ne peut plus appliquer le calcul du précédent paragraphe. Par contre, dans ce cas, une autre simplification intervient : les collisions ont un effet né-

gligeable sur les grandeurs atomiques et tous les $\Gamma'_\alpha(k)$ sont égaux à $\gamma_\alpha = \frac{1}{\tau_\alpha}$. Il se peut cependant que la réabsorption des raies de résonance soit encore suffisante pour que les coefficients de relaxation globale, $\Gamma'_\alpha(k)$, soient différents, mais alors cette différence provient uniquement de $\gamma'_\alpha(k) = \Gamma'_\alpha - \Gamma_\alpha(k)$.

Si, de plus, nous supposons que le transfert par émission spontanée est négligeable, k_2 n'intervient plus que dans les coefficients (3J) de (90) et dans les termes de "restitution" par la diffusion multiple qui dépendent de $\gamma'_\alpha(k_2)$. Ces derniers (qui ne présentent pas de facteur résonnant optique) peuvent toujours être traités comme dans le cas précédent, c'est-à-dire que l'on peut retrouver les coefficients angulaires habituels en appliquant les sommations (93).

Pour les termes de (90), autres que les termes de "restitution", la sommation sur k_2 peut être effectuée. Dans la première partie de (90) (celle avec le facteur $[\Gamma'_b + i(p + Q_2\omega_b)]^{-1}$), la relation d'orthogonalité des (3J) montre que les seuls termes non nuls sont ceux pour lesquels $M_b = m'_b$ et $M'_b = m_b$:

$$\sum_{k_2} (2k_2+1) \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & k_2 & J_b \\ -m'_b & -Q_2 & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 & m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m'_b \end{pmatrix} \quad (94)$$

$$= \delta_{M_b m'_b} \delta_{M'_b m_b} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & M'_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M'_b & Q_2 & M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & m'_b \end{pmatrix}$$

Dans la première partie de (90), on a donc :

$$\omega_{Zb} = (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a = Q_2\omega_b + (q_3 + q_2)\omega_a \quad (95-b)$$

et de même dans la deuxième partie (en Γ'_a), on trouve :

$$\omega_{Za} = Q_2\omega_a + (q_3 + q_2)\omega_b \quad (95-a)$$

Prenons successivement les trois premiers cas du tableau VII-1 (page 186) et cherchons quelle est la forme des termes non nuls :

cas a ($q_1=q_2=1, q_3=q_4=-1$) $\rightarrow \frac{1}{\Gamma'_b + i(p+2\omega_b)} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_b)}$ et $\frac{1}{\Gamma'_a + i(p+2\omega_a)} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_a)}$

cas b ($q_1=q_4=-1, q_2=q_3=1$) $\frac{1}{\Gamma'_b + ip} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_a)}$ et $\frac{1}{\Gamma'_a + ip} \cdot \frac{1}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_b)}$

cas c ($q_1=q_3=1, q_2=q_4=-1$) pas de résonance

Nous constatons que dans ce cas également, seules interviennent les résonances $p\Delta\omega = -2\omega_a$ et $p\Delta\omega = -2\omega_b$. Pour calculer leur amplitude relative, nous tirons parti du fait que ω_{Zb} et ω_{Za} (95) ne dépendent plus des M_α ni des m_α . On peut donc effectuer dans (90) les sommations (93) qui permettent de retrouver les coefficients angulaires du formalisme habituel (en T_Q^k). Enfin,

utilisant la relation (A,14) pour regrouper les résonances du cas a et du cas b, on obtient (note) :

$$\Delta_{\alpha \rightarrow g}^{(4)} = 2n |P_{ab}|^4 \sum_{v,s,p} \operatorname{Re} (\mathcal{E}^{v*} \mathcal{E}^{v-p} \mathcal{E}^{v-p-s*} \mathcal{E}^{v-s}) \quad (96)$$

$$\operatorname{Re} \left[\begin{aligned} & C_b \left\{ \frac{X(\delta_v + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_b)} \left[\frac{1}{\Gamma'_b + i(p+2\omega_b)} + \frac{1}{\Gamma'_a + ip} \right] + \frac{Y'_b(2)}{\Delta v} \frac{X(\delta_v + \frac{p}{2}) X(\delta_v + \frac{p}{2} + s)}{[\Gamma'_b + i(p+2\omega_b)] [\Gamma_b(2) + i(p+2\omega_b)]} \right\} \\ & + C_a \left\{ \frac{X(\delta_v + \frac{s+p}{2})}{2\Gamma'_{ab} + i(p-s+2\omega_a)} \left[\frac{1}{\Gamma'_a + i(p+2\omega_a)} + \frac{1}{\Gamma'_b + ip} \right] + \frac{Y'_a(2)}{\Delta v} \frac{X(\delta_v + \frac{p}{2}) X(\delta_v + \frac{p}{2} + s)}{[\Gamma'_a + i(p+2\omega_a)] [\Gamma_a(2) + i(p+2\omega_a)]} \right\} \end{aligned} \right]$$

En général, on peut négliger $[\Gamma'_\alpha + ip]^{-1}$ pour $p \neq 0$. En effet, lorsque la pression est telle que ces termes ne sont pas négligeables, Γ'_{ab} est, en général, très grand ce qui redonne le cas précédent et la formule (82) (si les modes sont synchronisés). Remarquons que (96) peut s'appliquer même lorsque les modes sont désynchronisés (les termes p et $s \neq 0$ s'éliminent).

Dans le cas étudié ici, les résonances de "populations" subsistent à côté des résonances de "cohérence Zeeman" (puisque $\Gamma'_{ab} \ll \Delta\omega$); cependant l'indépendance de Γ'_α par rapport à l'ordre tensoriel k_2 nous a permis de regrouper les termes de telle façon que C_a et C_b (définis en (84)) sont encore les coefficients qui caractérisent la hauteur relative des résonances dépendant de ω_a et de celle dépendant de ω_b .

4) Etude de deux cas particuliers

En vue de l'application pratique à la mesure des facteurs de Landé, nous allons expliciter les coefficients C_a et C_b dans deux cas expérimentaux importants.

a) Cas $J_a = J_b = 1$

En appliquant les formules (84),(85) et (II,75), on obtient :

$$C_b(b \rightarrow g) = \frac{1}{324} \left(\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right) \quad C_a(b \rightarrow g) = \frac{1}{324} \left(\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{2\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right) \quad (97)$$

$$C_b(a \rightarrow g) = \frac{-1}{324} \left[\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) + \frac{2\alpha\beta}{\Gamma_a(2)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)} \right) \right] \quad C_a(a \rightarrow g) = \frac{-1}{324} \left[\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) - \frac{\alpha\beta}{\Gamma_a(2)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)} \right) \right]$$

où $\beta = 1, -1/2$ ou $1/10$ selon que $J_g = 0, 1$ ou 2 ,

$\alpha = 1$ ou $-1/2$, selon que la détection est π ou σ (partie isotrope).

(note) A l'appendice J, on donne des formules plus complètes incluant le transfert dans les cas $J_a = J_b = 1$ et $J_a = 2, J_b = 1$. On voit sur ces formules que, dans le cas $J_a = J_b = 1$, les termes contenant simultanément ω_a et ω_b ne dépendent que de C_a (comme dans (82)).

Les formules (97) sont développées dans le tableau VII-3.

TABEAU VII-3 : $J_a = J_b = 1$

Raie de fluorescence	Polarisation π		Polarisation σ	
	324 C_b	324 C_a	324 C_b	324 C_a
$b \rightarrow g (J_g=0)$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{2}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2} \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}$
$a \rightarrow g (J_g=0)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) - \frac{2}{\Gamma_a(2)} \left(1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{2\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$
$b \rightarrow g (J_g=1)$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{4} \frac{1}{\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_a(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}$
$a \rightarrow g (J_g=1)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{2\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{2\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{4\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$
$b \rightarrow g (J_g=2)$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{10\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{5\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{20\Gamma_b(2)}$	$\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{10\Gamma_b(2)}$
$a \rightarrow g (J_g=2)$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{5\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{10\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] + \frac{1}{10\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{4\Gamma_b(2)}\right]$	$-\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right] - \frac{1}{20\Gamma_a(2)} \left[1 - \frac{Y_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right]$

Il est intéressant de remarquer qu'à la limite où $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$, certaines des cases encadrées du tableau VII-3 donnent une valeur nulle (de plus, il faut, dans certains cas, que le transfert soit négligeable). Dans les conditions de pression usuelle, cette condition n'est pas réalisée, mais on peut prévoir que les cas encadrés correspondent à un coefficient C_a (ou C_b) nettement plus petit que C_b (ou C_a). On obtient ainsi, a priori, une indication sur les cas expérimentalement intéressants pour la mesure des facteurs de Landé. Au § 5, nous montrerons que ces cas peuvent être prévus par des diagrammes très simples.

b) Cas $J_a=2, J_b=1$

Le développement des formules (84) donne :

$$\begin{aligned}
C_b(b \rightarrow g) &= \frac{1}{3.2700} \left[\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right] & C_a(b \rightarrow g) &= \frac{1}{2700} \left[\frac{7}{\Gamma_b(0)} + \frac{2\alpha\beta}{\Gamma_b(2)} \right] \\
C_b(a \rightarrow g) &= \frac{-1}{3.4500} \left[\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) + \frac{\alpha\beta'}{\Gamma_a(2)} \left(1 + \frac{7\gamma_{ba}}{20\Gamma_b(2)} \right) \right] & C_a(a \rightarrow g) &= \frac{-1}{4500} \left[\frac{7}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)} \right) + \frac{\alpha\beta'}{\Gamma_a(2)} \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10} \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)} \right) \right]
\end{aligned}
\tag{98}$$

α et β sont les mêmes que dans (97). Pour les raies du type $a \rightarrow g$ on a $\beta' = 1, -1, \frac{2}{7}$ si $J_g = 1, 2$ ou 3 .

On voit que $C_b(b \rightarrow g)$ est nul si $\Gamma_b(0) = \Gamma_b(2)$ lorsque l'on détecte la composante π d'une raie $J_b=1 \rightarrow J_g=0$ ($\alpha=1, \beta=1$). De même, $C_b(a \rightarrow g)$ est nul si $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$ et si le transfert est négligeable, dans le cas d'une raie $J_a=2 \rightarrow J_g=2$ détectée en π ($\alpha=1, \beta'=-1$).

On voit d'autre part que, de façon générale, C_b est toujours plus petit que C_a (par un facteur de l'ordre de 21 quand le terme en $\Gamma_\alpha(0)$ est prépondérant).

REMARQUE.

On peut voir à l'appendice J que les termes de transfert par émission spontanée qui couplent ω_a et ω_b sont négligeables dans le cas $J_a=2, J_b=1$.

5) Interprétation des résultats à l'aide de diagrammes

Les cas pour lesquels C_a ou C_b s'annulent lorsque $\Gamma_\alpha(0) = \Gamma_\alpha(2)$ (et que de plus le transfert est négligeable) peuvent être facilement prévus à l'aide des formules obtenues à l'appendice C, § 3. En effet, après intégration sur les vitesses, la formule (C,20) s'écrit :

$$(4) \frac{\rho_{M_b M_b}}{\Gamma_b} = \frac{n |P_{ab}|^4}{\Gamma_b} \sum_{\substack{q_1 q_2 q_3 q_4 \\ M_a \ m_a \ m_b \\ v \ p \ s}} \xi_{q_1}^{v*} \xi_{-q_2}^{v-p} \xi_{q_3}^{v-p-s*} \xi_{-q_4}^{v-s} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -M_b & q_4 & M_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -M_a & q_3 & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_b & 1 & J_a \\ -m_b & q_2 & m_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_a & 1 & J_b \\ -m_a & q_1 & M_b \end{pmatrix} \tag{99}$$

$$\frac{2X(\omega_{M_b M_a} - \omega_v + p\Delta\omega)}{2\Gamma'_{ab} + i[p-s + (m_b - M_b)\omega_b - (m_a - M_a)\omega_a]} \left[\frac{1}{\Gamma'_b + i[p + (m_b - M_b)\omega_b]} + \frac{1}{\Gamma'_a + i[-s + (M_a - m_a)\omega_a]} \right] + cc$$

On voit sur cette expression que l'on obtiendra uniquement des résonances provenant du niveau b si, pour toute valeur de M_b détectable, tous les termes non nuls sont tels que $m_a = M_a$. Réciproquement, si tous les termes détectables sont tels que $m_b = M_b$, on n'observera que des résonances provenant du niveau a et il sera possible de mesurer le facteur de Landé de ce niveau seul.

Pour chercher les cas où l'une ou l'autre de ces situations se produit, nous utilisons les diagrammes du type de la figure C-2 (Appendice C) en nous limitant au cas d'une excitation " σ cohérente" ($q_i = \pm 1$) et en utilisant une détection de polarisation incohérente, π, σ^+ ou σ^- pure (de toute façon, en champ fort, il ne reste plus de cohérences Zeeman statiques et une éventuelle cohérence de la polarisation détectée est sans effet). Les résultats sont présentés dans le tableau VII-4, dans lequel nous n'avons pas

fait figurer les cas évidents $J_a=0$ ou $J_b=0$. Nous avons uniquement représenté les transitions $b \rightarrow g$: pour les transitions $a \rightarrow g$, il suffit d'échanger partout a et b.

TABLEAU VII-4

	J_a	J_b	J_g	Polarisation détectée	Facteur de Landé mesurable
	1	1	0	σ	g_b
	1 ou 2	1	0	π	g_a
	1	1	1	π	g_b
	1	2	2	π	g_b

On voit que les diagrammes du tableau VII-4 permettent de retrouver facilement, et de comprendre, les cas pour lesquels il est possible de mesurer séparément le facteur de Landé de l'un des niveaux lorsque $\Gamma_\alpha(0) = \Gamma_\alpha(2)$ (faible pression). Lorsque cette condition n'est pas réalisée, ou qu'il y a une émission spontanée importante de b vers a, on peut également comprendre à l'aide de diagramme que les résultats ci-dessus ne sont plus valables : on utilise les diagrammes de la figure C-3 qui explicitent les termes de (90). Dans le tableau VII-5, nous représentons quelques-uns de ces diagrammes pour le cas $J_a=J_b=1$.

(note) La transition $M_b=0 \rightarrow M_g=0$ est interdite si $J_b = J_g$

TABLEAU VII-5

diagrammes

Ordre 2

Résonances

(a) termes normaux de (99)		<p>niveau b $Q_2 = 0$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s - 2\omega_a)] [\Gamma'_b(k_2) + ip]$
		<p>niveau a $Q_2 = 2$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s - 2\omega_a)] [\Gamma'_a(2) + i(p - 2\omega_a)]$
(b) collisions au 2e ordre		<p>niveau b, $Q_2=0$ collisions $m_b \rightarrow M_b$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_b + \omega_a)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$
		<p>ou niveau a, $Q_2=0$ collisions $m_a \rightarrow M_a$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_a - \omega_b)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$
(c) émission spontanée		<p>transfert de cohérence $Q_2 = 2$ de b à a</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_a + \omega_b)] [\Gamma'_a(2) + i(p + 2\omega_a)]$ $\times [\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)]$
		<p>transfert de population $m_b \rightarrow M_a$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + \omega_a + \omega_b)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$ $\times [\Gamma'_b(k_2) + ip]$
(d) collisions au 4e ordre		<p>niveau b $Q_2 = 2$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + 2\omega_b)] [\Gamma'_b(2) + i(p + 2\omega_b)]$
		<p>+</p> <p>niveau a $Q_2 = 0$</p>	$[2\Gamma'_{ab} + i(p-s + 2\omega_b)] [\Gamma'_a(k_2) + ip]$

○ = niveau observé (fluorescence $\pi J_b=1 \rightarrow J_g=0$)

En conclusion, le tableau VII-4 peut guider le choix de la raie de fluorescence à étudier et de sa polarisation, mais il ne dispense pas du calcul précis tenant compte des valeurs effectives des différents temps de relaxation.

F - MESURE DU FACTEUR DE LANDE DE PLUSIEURS NIVEAUX DU NEON

Les calculs des paragraphes précédents nous permettent d'aborder maintenant la mesure du facteur de Landé d'un certain nombre de niveaux. Nous avons réalisé cette étude à l'aide des raies laser suivantes :

TABLEAU VII-6

Raie laser	Niveau supérieur		Niveau inférieur	
		J_b		J_a
6.328 Å	3s ₂	1	2p ₄	2
6.401 Å	3s ₂	1	2p ₂	1
7.305 Å	3s ₂	1	2p ₁	0
1,15 μ	2s ₂	1	2p ₄	2
1,52 μ	2s ₂	1	2p ₁	0
3,39 μ	3s ₂	1	3p ₄	2

Par anticipation sur la discussion des § 3 et 4, nous avons encadré les niveaux dont il est possible, dans chaque cas, de mesurer le facteur de Landé.

Les facteurs de Landé de tous ces niveaux, à l'exception de celui du niveau 2s₂, avaient déjà été mesurés par d'autres méthodes (80). L'étude de ces niveaux constitue donc plutôt une vérification de la validité de notre méthode pour mesurer des facteurs de Landé. Le facteur de Landé du niveau 2s₂ a récemment été remesuré par CARROLL (81) : comme nous le verrons, sa mesure confirme la nôtre (22).

1) Méthode expérimentale

Il s'agit de mesurer simultanément l'écart (en champ magnétique) entre les résonances de saturation et l'écart de fréquence entre les modes du laser.

Pour cela, nous avons utilisé le montage du type n° I (ch. VI, § A), les raies de fluorescence étant détectées en π. L'écart de fréquence entre les modes était mesuré par la méthode exposée au paragraphe VI-C-1, c'est-à-dire par la mesure de la fréquence de battement entre modes, détectée à l'aide d'une photodiode rapide et d'un analyseur de spectre. Dans chaque cas, l'écran de l'analyseur de spectre était étalonné à l'aide d'un générateur haute fréquence dont la fréquence était elle-même mesurée par un fréquencemètre numérique.

L'observation constante du battement avait également pour rôle de contrôler la synchronisation des modes. En effet, pour les raisons exposées au paragraphe A-2, il était souvent obligatoire et toujours utile de régler le laser en modes synchronisés.

Sur la figure VII-20, nous montrons la méthode de mesure de l'écart entre les résonances de saturation : la position de chaque résonance est mesurée par la moyenne des centres d'un certain nombre de diamètres tracés à différentes hauteurs. Ensuite, on reporte sur un graphique la position $x(n)$ des résonances en fonction de leur numéro et on trace la droite passant au mieux par ces points. En général, les points s'alignent très bien et il est aisé d'éliminer une résonance trop déplacée par le bruit. La pente de la droite donne l'écart moyen entre résonances.

Le dernier problème est l'étalonnage de l'enregistreur par rapport au champ magnétique. Cet étalonnage a été réalisé à l'aide d'un gaussmètre Bell, à effet Hall, avec une précision de $7 \cdot 10^{-3}$ (la mauvaise homogénéité et la faible valeur du champ interdisent l'emploi d'une résonance de protons). Cet étalonnage nous a permis de faire quelques mesures en valeur absolue, mais il est apparu que la stabilité à long terme du système d'enregistrement n'était pas suffisante : la même mesure d'écart entre résonances réalisée à quelques mois d'intervalle a montré une dérive d'environ 10^{-2} . Nous avons donc pris pour principe de faire des mesures relatives, par rapport au facteur de Landé du niveau $2p_4$ obtenu à l'aide de la raie 6.328 \AA . En effet, cette raie est la plus facile à obtenir et celle qui donne le plus grand nombre de modes, donc de résonances. Si l'on admet la valeur des tables ⁽⁸⁰⁾ pour le facteur de Landé du niveau $2p_4$ (cette valeur, $1,301 \pm 0,003$, a été mesurée par BACK en 1925 ⁽⁸²⁾), on obtient, dans les bons cas, un étalonnage du champ avec une précision de $5 \cdot 10^{-3}$.

L'étude de la raie $3,39 \mu$ pose des problèmes beaucoup plus délicats que celle des autres raies. Pour ne pas alourdir l'exposé, nous discuterons ce cas en fin de chapitre (§ 6).

2) Interprétation des mesures

Dans le cas des raies 7.305 \AA et $1,52 \mu$, qui sont des transitions $J_b=1, J_a=0$, il n'y a aucune ambiguïté et l'on obtient directement le facteur de Landé du niveau supérieur ($3s_2$ et $2s_2$ respectivement).

Dans tous les autres cas, coexistent des résonances provenant de chacun des deux niveaux. Nous avons vu, au § E, le moyen de calculer l'amplitude relative de ces deux types de résonances. Le calcul nous permet en particulier de choisir les cas intéressants où l'un des types est prépondérant. Avant d'envisager chaque cas particulier, étudions l'erreur introduite dans la mesure du facteur de Landé d'un niveau lorsque existent des résonances, plus faibles, provenant de l'autre niveau.

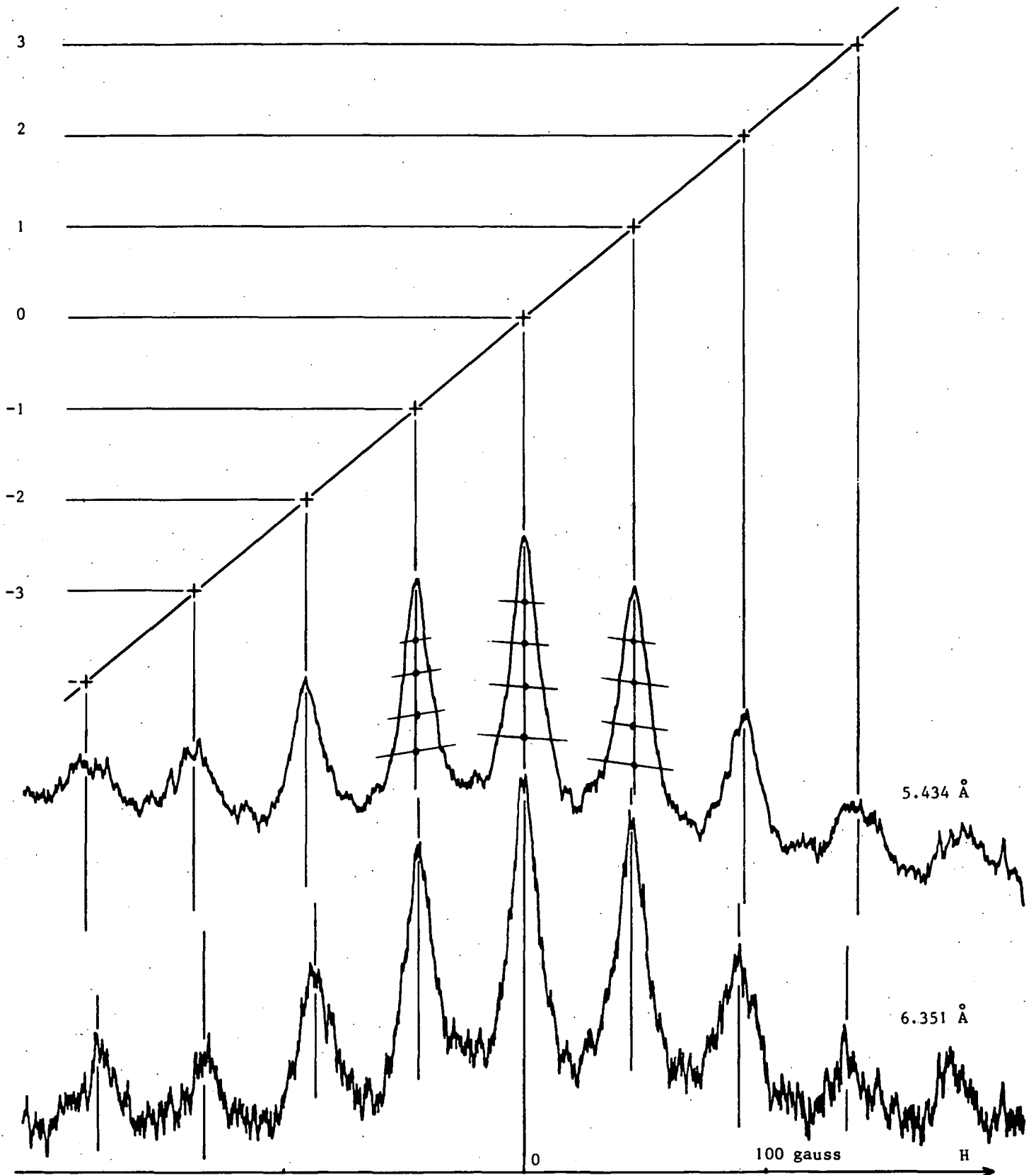


FIGURE VII-20 : Enregistrement simultané des saturations sur la raie 5.434 Å ($3s_2, J=1 \rightarrow 2P_{10}, J=1$) et sur la raie 6.351 Å ($3s_2, J=1 \rightarrow 2p_3, J=0$) en présence d'une oscillation laser à 6.401 Å ($3s_2, J=1 \rightarrow 2p_3, J=1$) en modes synchronisés. L'écartement des résonances est déterminé principalement par le facteur de Landé du niveau $2p_2$, pour la raie 6.351 Å et par celui du niveau $3s_2$ pour la raie 5.434 Å. Malheureusement, un certain mélange subsiste dans ce cas particulier.

De plus, nous donnons ici un exemple de la méthode de dépouillement des courbes.

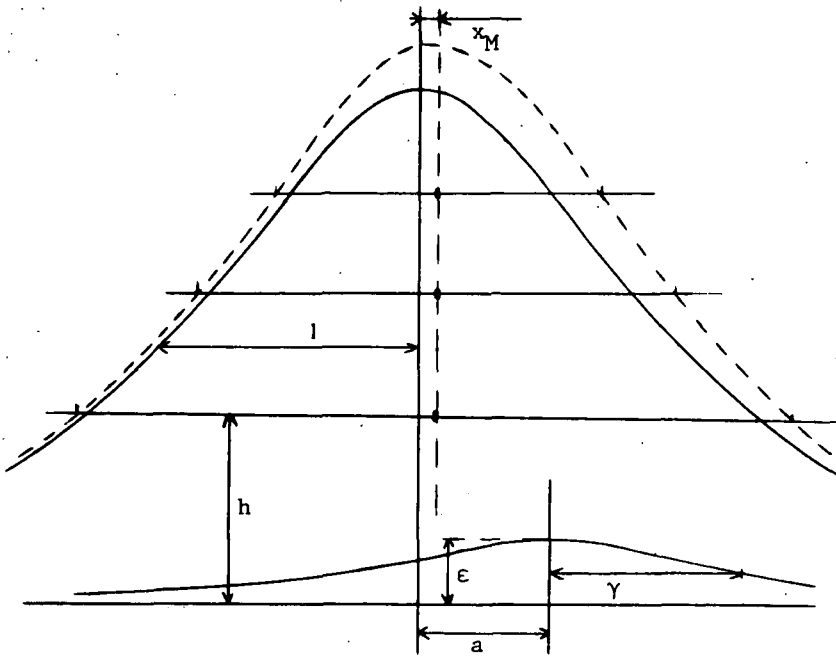


FIGURE VII-21

Dans tous les cas expérimentaux utilisés, l'écart entre le facteur de Landé des deux niveaux est faible et les deux types de résonances ne sont jamais résolues. Le problème se réduit toujours à celui de la figure VII-21 : il s'agit de déterminer l'erreur sur la mesure de la position d'une courbe de Lorentz (de hauteur et de largeur normalisées à 1) lorsque se superpose une seconde courbe de Lorentz de largeur γ et de hauteur ϵ située à une distance a du centre de la première. Le centre des différents diamètres de la courbe résultante est déplacé d'une quantité $x(h)$ qui dépend

de la hauteur h à laquelle est tracé le diamètre. Cette déformation de la courbe est, en général, complètement masquée par le bruit qui produit des fluctuations importantes de $x(h)$; il n'est donc pas question de la mettre en évidence expérimentalement. Seule la valeur moyenne $x_M = \overline{x(h)}$ a un sens pratique et permet de chiffrer l'erreur systématique (h étant pris entre certaines limites en fonction de la méthode de dépouillement).

Nous avons donc calculé, en fonction des paramètres ϵ , γ et a , la valeur de x_M obtenue en prenant la moyenne de $x(h)$ pour $h = 0,4; 0,5; 0,6; 0,7$ et $0,8$. Plus précisément, nous avons tracé, à partir d'un calcul sur ordinateur, les valeurs de x_M/a en fonction de a pour différentes valeurs de γ et ϵ (les courbes sont données en appendice K). Cette quantité a l'avantage de varier peu en fonction de a (pour a assez petit) et de donner facilement la correction sur le facteur de Landé.

Considérons, en effet, la résonance d'ordre n : elle est de largeur Γ_1 et se produit pour le champ $H_1 = n\Delta H_1 = \frac{n\Delta\omega}{g_1\beta}$. La résonance parasite se produit pour $H_2 = n\Delta H_2 = \frac{n\Delta\omega}{g_2\beta}$.

On a donc :

$$a = n(\Delta H_2 - \Delta H_1) / \Gamma_1 \quad (100)$$

$$\delta H_1 = x_M \Gamma_1 = n(\Delta H_2 - \Delta H_1) \frac{x_M}{a}$$

Dans la mesure où x_M/a dépend peu de a , on voit que l'erreur est proportionnelle à l'ordre n de la résonance. Celle-ci reste équidistante et l'on peut voir (si $g_2 - g_1 \ll g_1$) que l'erreur sur la mesure de g_1 est :

$$\delta g_1 = (g_2 - g_1) \frac{x_M}{a} \quad (101)$$

3) Raie laser 6.328 Å et 1,15 μ. Niveau 2p₄

a) Calcul de l'ordre de grandeur de l'erreur produite par les résonances provenant du niveau supérieur (3s₂ et 2s₂)

Les deux raies laser 6.328 Å et 1,15 μ sont des transitions J_b=1 ↔ J_a=2 : les formules (98) montrent que, dans tous les cas, les résonances définies par le facteur de Landé du niveau inférieur (2p₄, J_a=2) sont prépondérantes. On peut donc s'attendre à obtenir, par notre méthode, une mesure des facteurs de Landé du niveau 2p₄. Le problème est d'évaluer l'erreur systématique introduite par les résonances parasites provenant du niveau supérieur : pour cela, il faut calculer leur amplitude relative ε. Nous le ferons approximativement en supposant : 1) que l'intensité laser est assez faible pour que les formules de 4e ordre soient valables (cette hypothèse est très sujette à caution, nous en reparlerons dans la remarque à la fin de ce paragraphe). 2) que le nombre de modes est assez grand pour que l'on puisse appliquer les résultats de la remarque 2 du § D-4, c'est-à-dire admettre que les résonances de saturation sont des Lorentziennes de largeur Γ_α(2) (formule (88) au lieu de (82)). 3) que le transfert d'alignement est négligeable, ce qui est toujours le cas pour une raie laser J_b=1, J_a=2 (cf.(IV,26-b)). On a alors :

$$\varepsilon = \frac{C_b}{C_a} \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_b(2)} \quad (102)$$

Raie 6.328 Å

Les expériences ont toujours été réalisées en modes synchronisés et avec les conditions de pression et de mélange convenant le mieux pour la raie de fluorescence choisie, c'est-à-dire les conditions pour lesquelles la variation relative d'intensité sous l'effet du laser est maximum. Prenons deux cas typiques :

- 1 Torr de mélange 5% Ne-95% He. Courant faible. Raie de fluorescence λ_F = 6.096 Å (J_a=2+J_g=1)

Les mesures de DECOMPS (Tableau VI-1) permettent de poser :

$$\Gamma_a(0) = 9,8 \text{ MHz}; \quad \Gamma_a(2) = 14,5 \text{ MHz (2p}_4\text{)}; \quad \gamma_{ba} = 0,5 \text{ MHz}$$

$$\Gamma_b(0) = 3,7 \text{ MHz}; \quad \Gamma_b(2) = 6,4 \text{ MHz (pour le niveau 3s}_2\text{, on a tenu compte de la diffusion multiple partielle)}$$

En reportant (98) dans (102), on obtient :

$$\varepsilon_{6.096} = \frac{\Gamma_a(2)}{3\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left(1 + \frac{7}{20} \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right)}{\frac{7}{\Gamma_a(0)} \left(1 - \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(0)}\right) + \frac{1}{\Gamma_a(2)} \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10} \frac{\gamma_{ba}}{\Gamma_b(2)}\right)} = 0,17 \quad (103)$$

Ce cas n'est pas très favorable : il correspond, pour a petit, à x_M/a = 0,13 (Appendice K). Cependant, en raison de la faible différence entre le facteur de Landé des niveaux 2p₄ et 3s₂ (Δg ~ 0,006), l'erreur

sur la mesure de g_{2p_4} , est très inférieure à la précision expérimentale ($\sim 7 \cdot 10^{-3}$)

$$\left(\frac{\delta g}{g}\right)_{2p_4} \approx - \frac{6 \cdot 10^{-3} \times 0,13}{1,3} \approx - 6 \cdot 10^{-4}$$

• 1,5 Torr de néon pur. Raie de fluorescence 6.351 ($J_b=1 \rightarrow J_g=0$) et 5.434 Å ($J_b=1 \rightarrow J_g=1$)

On a : $\Gamma_b(0) = 3,9$ MHz ; $\Gamma_b(2) = 7,75$ MHz ; $\Gamma_a(2) = 14$ MHz

$$\epsilon_{6.351} = \frac{\Gamma_a(2)}{3\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}}{\frac{7}{\Gamma_b(0)} + \frac{2}{\Gamma_b(2)}} = 0,038 \rightarrow \frac{\delta g}{g} = 1,6 \cdot 10^{-4} \quad (104)$$

$$\epsilon_{5.434} = \frac{\Gamma_a(2)}{3\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}}{\frac{7}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}} = 0,12 \rightarrow \frac{\delta g}{g} = 4,5 \cdot 10^{-4} \quad (105)$$

La raie 6.351 est la plus favorable, ce qui est normal, puisque ϵ serait nul si $\Gamma_b(0)$ et $\Gamma_b(2)$ étaient égaux (cf. tableau VII-4).

Raie laser 1,15 μ

Nous avons juste effectué une série de mesures avec la raie de fluorescence 6.096 Å dans du néon pur à 1,5 Torr. En prenant les valeurs :

$$\begin{array}{lll} \Gamma_a(0) = 10 \text{ MHz} & \Gamma_a(2) = 14 \text{ MHz} & \Gamma_b(0) = 4,5 \text{ MHz} \\ \Gamma_b(2) = 14 \text{ MHz} & \gamma_{ba} = 1,5 \text{ MHz} & \end{array}$$

on obtient, en utilisant la formule (103) :

$$\epsilon = 0,083$$

En utilisant la mesure de facteur de Landé du niveau $2s_2$ (1,228), obtenue à l'aide de la raie laser 1,52 μ et la valeur x_M/a donnée par les graphiques de l'appendice K (note), on obtient :

$$\left(\frac{\delta g}{g}\right)_{2p_4} \approx \frac{(1,228 - 1,301) \cdot 0,07}{1,301} \approx - 4 \cdot 10^{-3} \quad (106)$$

b) Cas particulier de la raie de fluorescence 5.944 Å ($2p_4 \rightarrow 1s_5$). Mise en évidence des limites du calcul au 4e ordre

Nous avons cherché à mesurer le facteur de Landé du niveau $2p_4$ en utilisant la raie

(note) Ici, a est de l'ordre de 1 pour $n = 3$ ou 4 . On a donc pris une valeur moyenne de x_M/a pour a entre 0 et 1.

de fluorescence 5.944 \AA ($2p_u \rightarrow 1s_s$) qui est une raie $J_a=2, J_g=2$ et qui devrait donc être très favorable suivant le tableau VII-4 ($C_b = 0$ si $\Gamma_a(0) = \Gamma_a(2)$). Effectivement, le calcul de $\epsilon_{5.944}$ donne 0,018 dans les conditions où $\epsilon_{6.096}$ vaut 0,19 (équation (103)). Malheureusement, avec la raie laser 6.328 \AA et la raie de fluorescence 5.944 \AA (en polarisation π), nous avons toujours obtenu des résonances de saturation extrêmement faibles et tout à fait inutilisables. Quand elles sont observables, ces résonances sont 10 à 20 fois plus faibles qu'avec la raie de fluorescence 6.096 \AA ($2p_u \rightarrow 1s_u, J_a=2, J_g=1$). Ceci n'est pas explicable avec les ordres de grandeur du calcul au 4e ordre. En effet (en négligeant C_b), on peut calculer le rapport $C_a(5.944) / C_a(6.096)$ qui détermine la profondeur relative des résonances de saturation sur les deux raies de fluorescence : en polarisation π , ce rapport n'est jamais inférieur à 1/2 (en utilisant les valeurs expérimentales des différents coefficients de relaxation).

Si l'on utilise la raie laser $1,15 \mu$, les résultats expérimentaux sont encore plus surprenants : dans certaines conditions, les résonances de saturation de la raie 5.944 \AA changent de signe (minima de saturation au lieu de maxima !).

Ces phénomènes, longtemps incompris, viennent d'être interprétés par M. DUCLOY (76) à l'aide d'un calcul valable à tous les ordres de perturbation : il a pu montrer que la profondeur de la résonance en champ magnétique nul (son calcul ne permet pas, pour le moment, de trouver les résonances latérales) observée en π , sur une raie $J_a=2, J_g=2$, s'écarte extrêmement vite des résultats du 4e ordre lorsque l'intensité laser croît, et que la résonance change de signe pour une intensité laser de l'ordre de grandeur des intensités expérimentalement réalisées. Pour les raies $J_a=2 \rightarrow J_g=1$, les résultats du calcul correct s'écartent beaucoup moins vite de ceux du calcul de perturbation au 4e ordre, ce qui permet d'avoir une certaine confiance dans les estimations numériques du paragraphe a, pour la raie 6.096 \AA .

REMARQUES.

R 1 : Le développement en série des résultats de DUCLOY permet de confirmer nos résultats au 4e ordre comme "tangente à l'origine" des courbes donnant la saturation en fonction de l'intensité laser.

R 2 : Le rapport entre l'ordre de grandeur des résonances de saturation sur les raies 6.096 et 5.944 est inversé si l'on détecte en σ au lieu de détecter en π .

R 3 : L'observation du comportement anormal des saturations sur la raie 5.944 \AA avait conduit FORK (64) à attribuer, de façon erronée, toutes les résonances au seul niveau supérieur (y compris les résonances observées sur la raie 6.096 \AA). Son raisonnement, basé sur le fait que C_b s'annule pour la raie 5.944 \AA lorsqu'on se contente de l'interprétation simple des diagrammes du tableau VII-4, ignore, pour des raisons incompréhensibles, les résonances provenant du niveau inférieur.

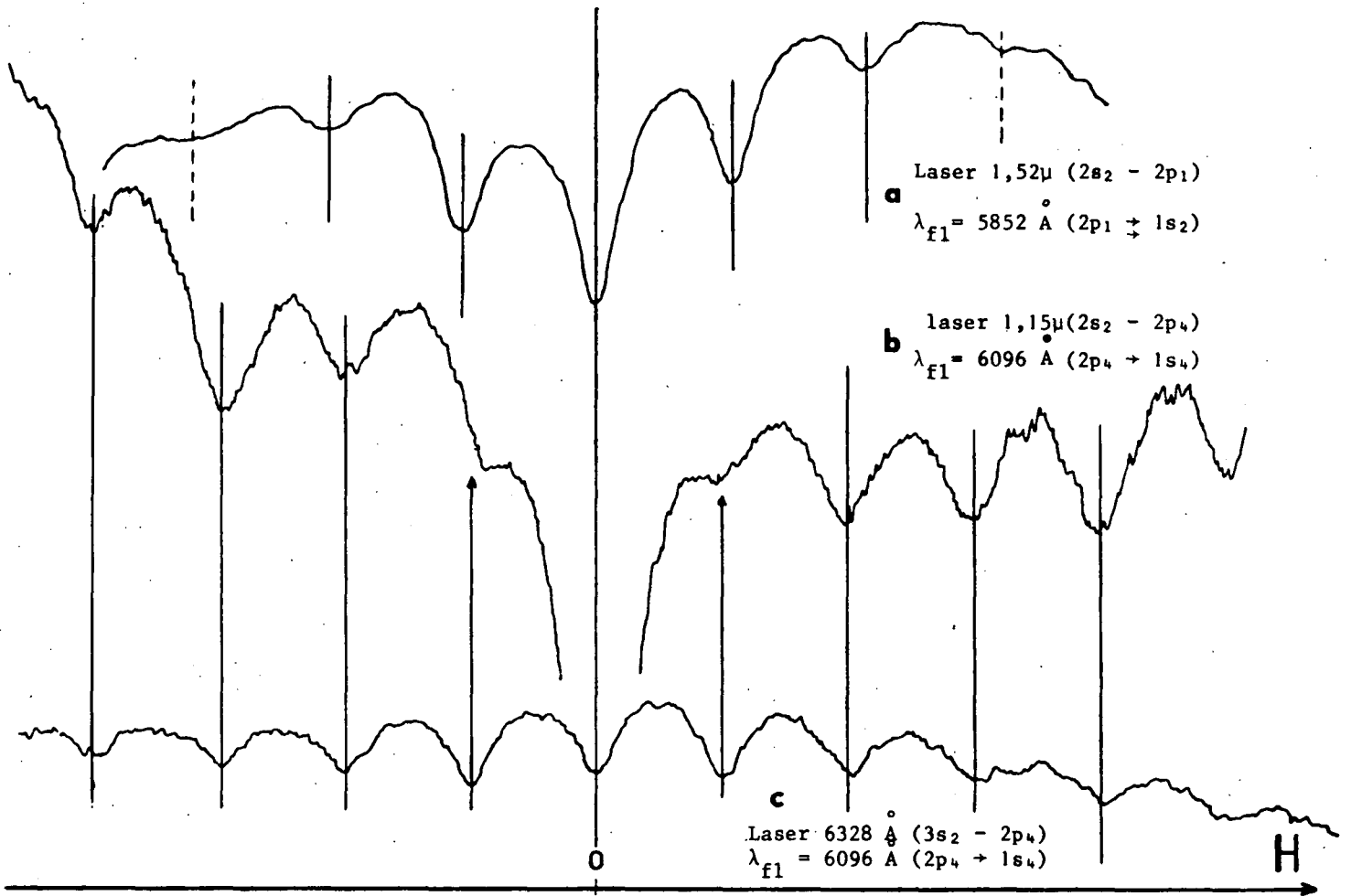


FIGURE VII-22 : La comparaison des enregistrements b et c montre l'excellent accord entre les raies laser 6.328 Å (3s₂ → 2p₄) et 1,15 μ (2s₂ → 2p₄) en ce qui concerne la position des résonances : elles donnent toutes les deux le facteur de Landé du niveau 2p₄. Pourtant, le niveau supérieur de la raie 1,15 μ, le niveau 2s₂, a un facteur de Landé nettement différent, comme le montre la position des résonances obtenues avec la raie laser 1,52 μ (2s₂, J=1 → 2p₁, J=0).

4) Résultats expérimentaux pour les raies laser J=1 → J=0 et J=1 → J=2

Nous avons réalisé deux séries d'expériences. L'étalonnage absolu du champ magnétique n'a été fait que pour la première : nous ne donnerons donc des résultats absolus que pour cette série. Pour la seconde série, nous ne donnons que des rapports de facteurs de Landé (il apparaît que pour des raisons inconnues, l'étalonnage a changé d'environ 1% entre la 1ère et la 2ème série). En raison de la bonne reproductibilité des résultats, il est raisonnable d'admettre que l'étalonnage n'a pas changé à l'intérieur de chaque série. Les résultats des deux séries sont rassemblés dans les tableaux VII-7 et 8. La figure VII-22 donne un exemple d'enregistrement.

Conformément aux prévisions théoriques du paragraphe précédent avec la raie 6.328 Å on obtient une excellente compatibilité des mesures du facteur de Landé du niveau 2p₄ quelle que soit la

raie de fluorescence utilisée (tableau VII-8). L'imprécision sur les mesures effectuées avec la raie laser 1,15 μ (tableau VII-7) ne permet pas de mettre en évidence le déplacement (106). De toute façon, l'excellente concordance des mesures des écarts entre résonances, obtenues avec les raies 6.328 Å et 1,15 μ dont les niveaux supérieurs ont des facteurs de Landé différents, est une très bonne vérification des calculs effectués ici. Cette bonne concordance nous permet d'avoir confiance dans la mesure du facteur de Landé du niveau 2p₄ effectué par cette méthode.

Il est d'autre part remarquable que les mesures du facteur de Landé du niveau 3s₂ à l'aide de la raie 7.305 Å soient systématiquement différentes des mesures du facteur de Landé du niveau 2p₄, bien que la différence soit de l'ordre de l'incertitude expérimentale. La valeur du rapport g_{2p_4}/g_{3s_2} est en très bon accord avec la valeur donnée dans les tables (80).

TABLEAU VII-7 : Série (1) : Etalonnage de l'enregistreur : 10 mm = 6,905 \pm 0,050 gauss

Raie laser (J _b → J _a)	Raie de fluoresc. (J _α → J _g)	Niveau	$\Delta\omega$ MHz ($\pm 0,01$)	Ecart moyen ΔH en mm	g_{absolu}	Mesuré g/g_{2p_4} (6.328)	g_{relatif}	g-Bibliographie
6.328 Å (1 → 2)	6.096 Å (2 → 1)	2p ₄	82,71	33,03 ± 0,1	1,296 ± 0,013			} 1,298 ± 0,004 (PINNINGTON (86)) 1,301 ± 0,003 (BACK (82)) (cette mesure sert d'étalon pour déterminer g_{relatif})
1,15 μ	6.096 Å	2p ₄	82,71	32,9 ± 0,25	1,300 ± 0,020	1,004 ± 0,01		
1,52 μ (1 → 0)	5.852 Å (0 → 1)	2s ₂	82,70	34,98 ± 0,13	1,223 ± 0,013	0,9442 ± 0,0063	1,228 ± 0,011	1,224 ± 0,005 (CARROLL (81))
3,39 μ (1 → 2)	6.328 Å (1 → 2) 6.351 Å (1 → 0)	3p ₄	voir § 5		1,179 ± 0,018		1,185 ± 0,015	1,184 (GREEN et PEOPLES (83))

TABLEAU VII-8 : Série (2) (Pas d'étalonnage absolu)

Raie laser	Raie de fluorescence	Niveau	$\Delta\omega$ MHz	Ecart mm	g/g_{2p_4}	g_{rel}	g-bibliographie	Observations
7.305 (1 → 0)	5.852 (0 → 1)	3s ₂	82,75	33,46 ± 0,09	} 0,9965 ± 0,0060	1,296 ± 0,010	1,295 ± 0,005 JACQUINOT (84)	} $\frac{g_{3s_2}}{g_{2p_4}} = 0,9954 \pm 0,0060$
6.328 (1 → 2)	6.096 (2 → 1)	2p ₄	82,73	33,33 ± 0,11 (= 33,47 à 83,07 MHz)		réf.	1,301 ± 0,003 BACK (82)	
6.328	6.351 (1 → 0) 5.434 (1 → 1) 6.096 (2 → 1) 5.944 (2 → 2) Moyenne	2p ₄	83,07	33,40 ± 0,20 33,51 ± 0,10 33,39 ± 0,15 33,38 ± 0,45 33,41 ± 0,09	} 0,9930 ± 0,0050			Ne pur ~ 1,5 Torr 15mA 5% Ne 1 Torr 5 mA
7.305	6.328 5.434 5.852	3s ₂	83,1	33,66 ± 0,08		1,292 ± 0,009		

Conclusion sur les mesures de facteurs de Landé (raies $1 \leftrightarrow 0$ et $1 \leftrightarrow 1$)

Avec des raies laser $1 \leftrightarrow 0$ et $1 \leftrightarrow 2$, nous avons pu obtenir des mesures de facteur de Landé avec une précision de 1%. La plus grande partie de l'imprécision vient de l'étalonnage du champ magnétique, car le montage n'avait pas été prévu pour cet usage. Avec un bon champ magnétique, l'imprécision serait ramenée à $3 \cdot 10^{-3}$ environ, c'est-à-dire à une précision du même ordre que celle des mesures optiques citées en référence. Enfin l'utilisation d'un modulateur dans la cavité laser (de façon à synchroniser les modes, même à forte puissance du laser) devrait permettre une amélioration du rapport signal sur bruit. On peut donc espérer une précision meilleure que 10^{-3} avec cette méthode. En fait, la précision ultime devrait être identique à celle des méthodes de double résonance.

5) Raie laser 6.401 Å : Niveaux $3s_2$ et $2p_2$

Cette raie laser est une raie $J_a=1, J_b=1$. Le tableau VII-4 nous montre que si $\Gamma_\alpha(0) = \Gamma_\alpha(2)$, les résonances observées sur une raie $J_\alpha = 1 \rightarrow J_g = 1$ (en π) donnent le facteur de Landé du niveau α d'où part la raie de fluorescence étudiée, tandis que les résonances observées sur une raie $J_\alpha=1 \rightarrow J_g=0$ donne le facteur de Landé de l'autre niveau de la transition laser.

C'est cette constatation qui nous a fait choisir les raies de fluorescence 5.434 Å ($3s_2, J_b=1 \rightarrow 2p_{10}, J_g=1$) et 6.351 Å ($3s_2, J_b=1 \rightarrow 2p_3, J_g=0$) pour mesurer respectivement le facteur de Landé des niveaux $3s_2$ et $2p_2$ en présence d'une oscillation laser $\lambda = 6.401$ Å ($3s_2 - 2p_2$). Cette mesure a été effectuée au cours de la série (2) du tableau VII-8. Sur la figure VII-20, nous avons reproduit un exemple d'enregistrement simultané sur les deux raies de fluorescence : le décalage des deux séries de résonances est très net.

Nous donnons les résultats numériques dans le tableau VII-9. On voit que, d'une part

laser	Fluoresc.	Niveau	Ecart	g(relatif au $2p_4$)	Rapport*	Bibliographie g	Rapport	
7.305 Å ($1 \leftrightarrow 0$)		$3s_2$	$33,56 \pm 0,1$	$1,294 \pm 0,010$	} $1,0285 \pm 0,0018$	1,295 $\pm 0,005$	} $1,0348 \pm 0,006$	} erreur $\sim (1,2 \pm 0,5)\%$
6.401 Å ($1 \leftrightarrow 1$)	5.944	$3s_2 ?$	$33,15 \pm 0,07$	$1,310 \pm 0,009$		réf. (⁸⁴)		
	6.351	$2p_2 ?$	$32,23 \pm 0,08$	$1,347 \pm 0,010$		1,340 $\pm 0,003$ réf. (⁸⁶)		

* Il s'agit de la moyenne des rapports de chaque enregistrement (plus précis que le rapport des écarts moyens).

le rapport g_{2p_2} / g_{3s_2} n'est pas en parfait accord avec les mesures données dans les tables et que, d'autre part, la mesure de g_{3s_2} n'est pas en accord avec les mesures faites avec la raie 7.305 Å. En fait, nous avons fait ces mesures avant d'avoir complètement terminé le calcul des § D et E et, d'autre part, nous

n'avions pas encore mesuré les temps de relaxation des niveaux $3s_2$ et $2p_2$. Maintenant, grâce aux résultats des paragraphes précédents, nous pouvons parfaitement comprendre ce désaccord. En effet, nous pouvons calculer (au 4e ordre) la hauteur relative ϵ de la résonance parasite dans chaque cas. Les mesures ont été faites dans le néon pur à environ 1,5 Torr; nous prendrons donc les valeurs :

$$\Gamma_b(0) = 3,85 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_b(2) = 7,75 \text{ MHz} \quad (3s_2)$$

$$\Gamma_a(0) = 9,45 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_a(2) = 11 \text{ MHz} \quad (2p_2)$$

et nous négligeons le transfert. On obtient (tableau VII-3) :

$$\epsilon_{6.351} = \frac{\Gamma_a(2) C_b(b \rightarrow J_g=0)}{\Gamma_b(2) C_a(b \rightarrow J_g=0)} = \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_b(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}}{\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{\Gamma_b(2)}} = 0,358 \quad (107)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 0,25 \quad \rightarrow \quad \delta g_{2p_2} \approx (1,295 - 1,340) \cdot 0,25 = -0,011$$

$$\epsilon_{5.944} = \frac{\Gamma_b(2) C_a(b \rightarrow J_g=1)}{\Gamma_a(2) C_b(b \rightarrow J_g=1)} = \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_a(2)} \frac{\frac{1}{\Gamma_b(0)} - \frac{1}{\Gamma_b(2)}}{\frac{1}{\Gamma_b(0)} + \frac{1}{2\Gamma_b(2)}} = 0,284 \quad (108)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 0,22 \quad \rightarrow \quad \delta g_{3s_2} \approx (1,340 - 1,295) \cdot 0,22 = 0,010$$

On voit donc que l'évaluation théorique de l'erreur est tout à fait compatible avec le désaccord expérimental sur la mesure de g_{3s_2} . Au contraire, pour le niveau $2p_2$, l'erreur calculée (107) ne permet pas d'obtenir un meilleur accord avec les mesures antérieures. De toute façon, l'évaluation théorique de l'erreur doit être considérée au plus comme un ordre de grandeur, surtout lorsque l'erreur est aussi importante. En effet, l'utilisation des coefficients de relaxation $\Gamma_\alpha(k)$ obtenus à faible intensité laser, et l'utilisation des expressions de C_a et C_b déterminées au 4e ordre de perturbation constituent des approximations assez grossières (cf § 3-b).

En conclusion, on voit que les expériences dont les résultats sont rapportés dans le tableau VII-9 ne donnent pas correctement le facteur de Landé des niveaux $3s_2$ et $2p_2$. Ceci provient de ce que $\Gamma_b(0)$ et $\Gamma_b(2)$ sont très différents (cf. (107) et (108)) du fait de la pression et de la diffusion multiple de la raie de résonance issue du niveau $3s_2$.

Pour éviter ces difficultés, nous avons repris les mesures à l'aide des raies 6.163 Å ($2p_2, J_a=1 \rightarrow 1s_3, J_g=0$) et 6.599 Å ($2p_2, J_a=1 \rightarrow 1s_2, J_g=1$). En effet, comme $\Gamma_a(0)$ et $\Gamma_a(2)$ ne sont pas très différents (à pression assez faible), on peut espérer obtenir effectivement les facteurs de Landé des niveaux $3s_2$ (avec la raie 6.163 Å) et $2p_2$ (avec la raie 6.599 Å). Evaluons approximativement l'erreur pour un mélange 10% Ne - 90% He à la pression de 1 Torr (en utilisant les expressions de C_a et C_b du tableau VII-3) :

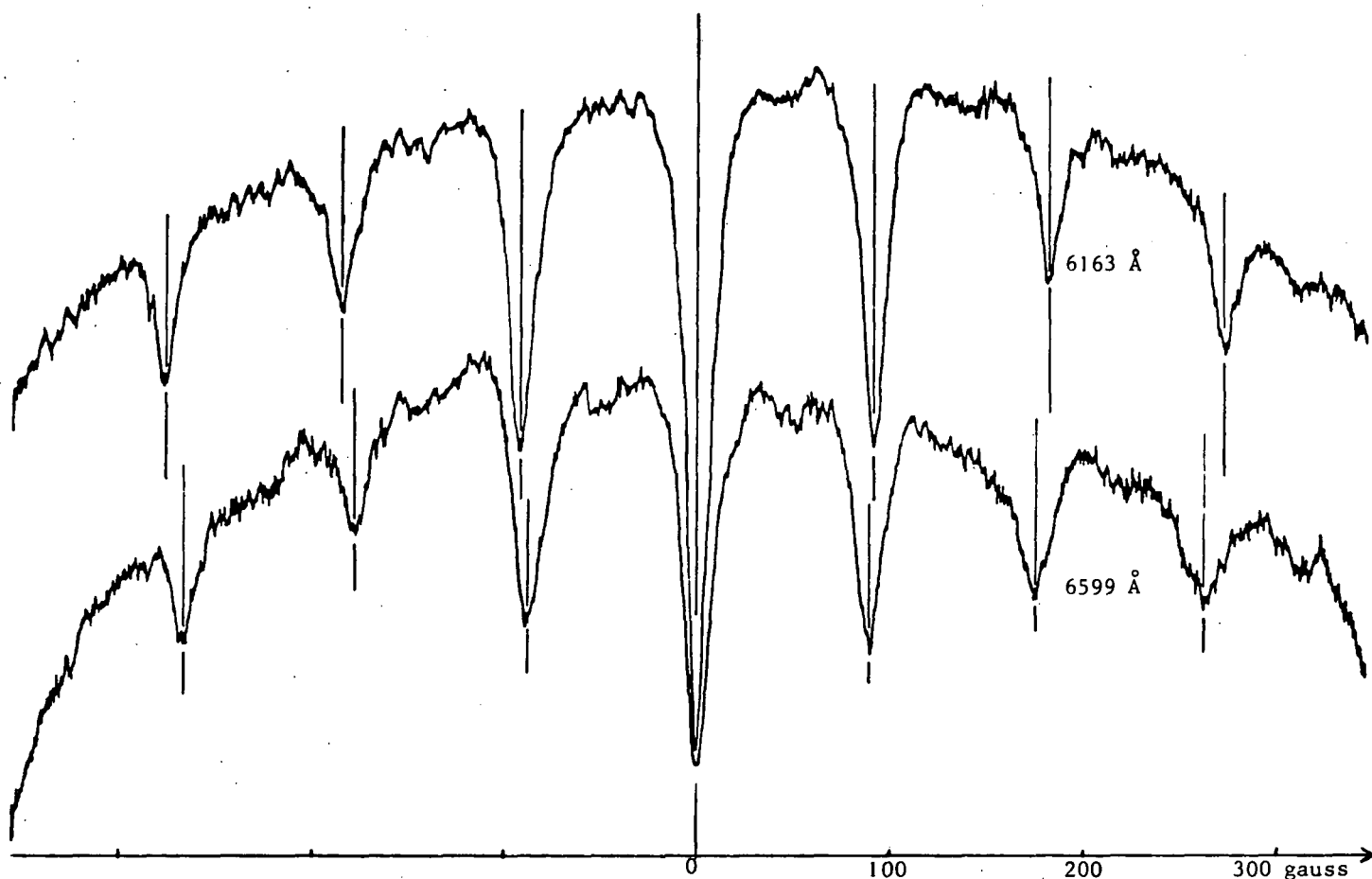


FIGURE VII-23 : Laser 6.401 Å ($3s_2, J=1 \rightarrow 2p_2, J=1$). Enregistrement simultané des raies 6.163 Å ($2p_2, J=1 \rightarrow 1s_3, J=0$) et 6.599 Å ($2p_2, J=1 \rightarrow 1s_2, J=1$). La première donne le facteur de Landé du niveau $3s_2$ et la seconde celui du niveau $2p_2$. Dans ce cas particulier, le laser fonctionne en modes synchronisés, mais seulement un mode sur deux oscille : l'écart entre modes est donc de 166 MHz. Comme le champ magnétique est balayé très largement, on voit nettement une courbure due à la forme Doppler de la raie laser.

$$\Gamma_b(0) = 3,2 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_b(2) = 6,1 \text{ MHz} ; \quad \gamma_{ba} = 0,2 \text{ MHz}$$

$$\Gamma_a(0) = 9,45 \text{ MHz} ; \quad \Gamma_a(2) = 10,6 \text{ MHz}$$

$$\epsilon_{6.163} = \frac{\Gamma_b(2)}{\Gamma_a(2)} \frac{C_a(a+J_g=0)}{C_b(a+J_g=0)} \approx 0,016 \quad (109)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 0,9\% \quad \rightarrow \quad \delta g_{3s} \approx 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_{6.599} = \frac{\Gamma_a(2)}{\Gamma_b(2)} \frac{C_b(a+J_g=1)}{C_a(a+J_g=1)} \approx 0,067 \quad (110)$$

$$\frac{x_M}{a} \approx 5\% \quad \rightarrow \quad \delta g_{2p} \approx -2,5 \cdot 10^{-3}$$

On voit que les erreurs systématiques estimées sont très faibles dans ce cas. Les mesures réalisées dans ces conditions (figure VII-23) ont donné :

$$\frac{g_{2p_2}}{g_{3s_2}} = 1,0357 \pm 0,0016$$

On voit que ce rapport est en parfait accord avec le rapport des valeurs antérieures ($1,0348 \pm 0,006$). Cette série de mesures est très précise en ce qui concerne la mesure des écarts entre résonances : il est malheureux qu'elle n'ait pu être réalisée que sur un montage que nous n'avons pas encore eu la possibilité d'étalonner précisément. Avec cet étalonnage imprécis, nous obtenons :

$$g_{3s_2} = 1,290 \pm 0,014$$

$$g_{2p_2} = 1,336 \pm 0,016$$

Cette série d'expériences confirme les résultats théoriques : il est possible de mesurer les facteurs de Landé des deux niveaux d'une transition laser $J_a = 1 \rightarrow J_b = 1$, si le niveau α d'où partent les raies de fluorescence étudiées est tel que $\Gamma_\alpha(0)$ et $\Gamma_\alpha(2)$ sont très peu différents (et si l'on choisit des raies $J_\alpha=1 \rightarrow J_g=0$ et $J_\alpha=1 \rightarrow J_g=1$).

6) Cas particulier de la raie 3,39 μ . Niveau 3p₄

Cette raie est aussi une raie $J_b=1(3s_2)$, $J_a=2(3p_4)$. On mesure donc le facteur de Landé du niveau 3p₄ ($J=2$). Nous ne connaissons pas assez les caractéristiques du niveau 3p₄ pour évaluer ϵ , mais nous pouvons admettre que la correction est négligeable à la précision très médiocre des expériences sur cette raie.

La raie 3,39 μ pose des problèmes théoriques et expérimentaux très différents de ceux des autres raies. Les raisons en sont :

- La faible largeur Doppler (5,4 fois plus faible que pour la raie 6.328 Å, soit 170 à 200 MHz)
- Le gain énorme de cette raie dans les conditions usuelles, c'est-à-dire 1 à 2 Torr de mélange contenant 10 à 20% de Ne (gain d'environ $10^4/m$ au lieu de quelques % en 6.328 Å (⁸⁵))
- La mauvaise qualité, à cette longueur d'onde, des miroirs que nous utilisons et les pertes importantes par diffraction produisent une mauvaise surtension de la cavité laser.

Il en résulte que, dans les conditions normales, cette raie oscille le plus souvent en mode super-radiant, c'est-à-dire sur une seule fréquence déterminée par le centre de la raie atomique et non par la longueur de la cavité. En particulier, l'émission stimulée se produit de façon très intense même lorsque l'on retire l'un des miroirs. Pour obtenir une structure de mode sur la raie 3,39 μ , il est donc nécessaire de diminuer considérablement le gain (très faible, ou très forte proportion de Ne dans le mélange du laser) de façon que la construction de l'oscillation laser nécessite plusieurs aller et retour de la lumière : ainsi la condition d'interférence entre les différentes ondes impose à l'oscilla-

tion les fréquences de résonance de la cavité. Pour la même raison, il y a avantage à choisir de bons miroirs.

De toute façon, en raison de la faible largeur Doppler, le nombre de modes est très petit (nous avons obtenu au maximum 3 modes). D'autre part, la dispersion anormale déplace fortement la fréquence de battement entre modes par rapport à la valeur habituelle $\Delta\omega = C/2L$. Comme l'a montré BENNETT (52), ce déplacement ("mode pulling") comprend un terme constant (déplacement au seuil d'oscillation) et un terme d'interaction entre les modes qui dépend de la puissance du laser. Le déplacement constant est en valeur relative de l'ordre de $\Delta\nu_c/\Delta\nu$ ($\Delta\nu_c$ largeur de la résonance de la cavité reliée à la finesse du Fabry-Perot; $\Delta\nu$ largeur Doppler) : si l'on admet qu'à 6.328 Å la finesse de la cavité est d'environ 80 (cet ordre de grandeur est raisonnable) et qu'elle est de 8 pour 3,39 μ (ceci est une supposition), on obtient :

$$\text{Pulling (6.328)} \approx \frac{\Delta\nu_c}{\Delta\nu} \cdot \Delta\omega = \frac{\Delta\omega^2}{2f \Delta\nu} \approx \frac{(83)^2}{2.80.900} \sim 0,05 \text{ MHz}$$

$$\text{Pulling (3,39)} \approx \frac{(83)^2}{2.8.(900/5)} \sim 2,5 \text{ MHz}$$

Le déplacement de la fréquence de battement en fonction de la puissance du laser est également plus important en 3,39 μ . Expérimentalement, nous avons trouvé une fréquence de battement variant entre 79,5 et 81,3 MHz alors que la même cavité donnait, pour la raie 6.328, un battement à 82,71 MHz avec seulement quelques dizaines de KHz de fluctuation.

Il est donc nécessaire de contrôler avec beaucoup de soin la fréquence de battement entre modes. Pour cela, nous avons utilisé une photodiode Sb-In refroidie à l'azote liquide (prêt de la S.A.T.).

Enfin, en raison de la grande instabilité du laser dans ces conditions de fonctionnement, il a été nécessaire d'utiliser un analyseur multicanaux ("Enhancetron") pour extraire le signal du bruit. Pour cela, le champ magnétique était balayé en dents de scie avec une période de quelques secondes. Le balayage des canaux de l'analyseur, linéaire en fonction du temps, était synchronisé sur celui du champ magnétique. Cette technique, en faisant la moyenne d'un très grand nombre de courbes améliore considérablement le rapport signal sur bruit (fig. VII-24), mais nécessite un plus grand soin dans le contrôle de la fréquence du battement qui doit rester stable pendant un temps très long. Ainsi, nous avons dû éliminer tous les enregistrements pour lesquels la fréquence n'avait pas été constamment contrôlée et réajustée en cours d'expérience (par réglage du miroir). Les résultats obtenus étaient en effet beaucoup plus dispersés et systématiquement déplacés.

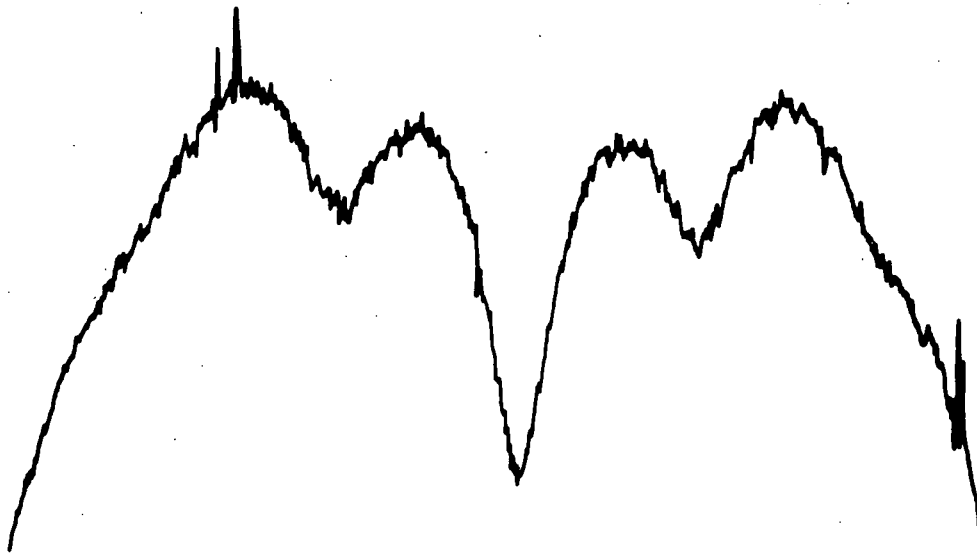


FIGURE VII-24 : Laser $3,39 \mu$ ($3s_2 \rightarrow 3p_4$). Observation de saturations latérales sur la raie de fluorescence 6.328 \AA . Le signal a été extrait du bruit à l'aide d'un analyseur multicanaux (intégration pendant une heure environ).