

# Discrimination des différences d'activité cérébrale induites par des stimulations auditives de fréquence variable

Antoine Usseglio-Carleve<sup>1</sup>  
Guillaume Cottez<sup>2</sup>  
Chloé Audebert<sup>3</sup>

SEME 28/09/15 - 2/10/15

<sup>1</sup> *Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1*

<sup>2</sup> *Laboratoire Femto-ST et Laboratoire de Mathématiques de Besançon, Université de Franche-Comté*

<sup>3</sup> *Inria Paris-Rocquencourt, Sorbonne Universités UPMC Univ Paris 6*

Projet proposé par Damien Gabriel de l'INSERM CIC 1431 et encadré par Davit Varron du laboratoire de Mathématiques de Besançon.

## 1 Introduction

L'objectif d'un projet mené au CHU de Besançon, est d'évaluer si les patients peuvent entendre. Pour cela l'activité de leur cerveau est enregistrée alors qu'ils écoutent différents types de sons. La question est de savoir s'il est possible de mettre en évidence une activité cérébrale différente lors de l'écoute de chaque type de son, ce qui signifierait que le cerveau des patients est capable de les traiter spécifiquement, et non pas comme un ensemble sans signification.

Lors des tests, 63 électrodes sont placées sur la tête de volontaires sains. Afin d'éliminer les effets extérieurs, le même son est répété un grand nombre de fois (environ 200). Quatre sons dit "propres" à quatre fréquences différentes (250Hz, 500Hz, 1000Hz et 2000Hz) sont émis à l'oreille droite, à l'oreille gauche, puis aux deux oreilles à la fois. Il y a donc 12 types de son différents. Le but de cette étude est le suivant : à partir des signaux obtenus, peut-on retrouver les différents types de sons? Les données disponibles sont donc une soixantaine de signaux temporels, pour chacun des sons, pour chaque volontaire. Les données utilisées dans ce travail sont celles de 2 volontaires uniquement.

Dans un premier temps les données sont moyennées et la dimension est réduite afin de s'affranchir des phénomènes de bruit extérieur, ensuite une classification ascendante hiérarchique est utilisée. Enfin, différentes pistes pour mieux com-

prendre les différences/ressemblances entre les sujets et entre les sons chez un même sujet sont explorées.

## 2 Méthodologie

### 2.1 Traitement des données et réduction de dimension

Afin de supprimer le bruit, les nombreuses répétitions du signal sont utilisées pour obtenir un signal moyen. Ceci est effectué pour les différents sons de chaque volontaire. Une fois le signal moyen obtenu, les données se résument à un signal par son pour les deux volontaires. Lors de l'enregistrement, les électrodes sont en place sur la tête du volontaire, il y a environ 3 cm de différents tissus avant le cerveau et les neurones qui produisent l'activité électrique. La moyenne supprime les effets extérieurs, mais le signal reste bruité par la distance entre l'électrode et les neurones. Afin de réduire encore la dimension des données et de réduire le bruit restant, les signaux temporels sont décomposés en ondelettes.

### 2.2 Décomposition en ondelette discrète

L'idée de la décomposition en ondelettes est de concentrer l'information, on décompose une fonction dans une base bien choisie, qui donne une représentation creuse mais de bonne qualité. Ce qui suit est inspiré de [1] et [2].

La transformation en ondelettes discrète décompose le signal sur un ensemble discret d'ondelettes mutuellement orthogonales. Les fonctions ondelettes peuvent être construites à partir de fonctions d'échelle. Les fonctions d'échelle sont des fonctions vérifiant les propriétés suivantes :

Soit une suite  $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$  de sous espaces fermés de  $L^2(\mathbb{R})$ , vérifiant :

- (1)  $\forall j \in \mathbb{Z} \quad V_j \subset V_{j+1}$
- (2)  $f \in V_j$  si et seulement si  $f(2^{-j}) \in V_0$
- (3) La réunion des espaces  $V_j$  est dense dans  $L^2$  :  
 $\forall f \in L^2, \lim_{j \rightarrow +\infty} \|f - P_j^0 f\|_2 = 0,$   
 où  $P_j^0$  est la projection orthogonale sur  $V_j$ .
- (4) L'intersection des espaces  $V_j$  est l'espace nulle :  
 $\forall f \in L^2 \quad \lim_{j \rightarrow -\infty} \|P_j^0 f\|_2 = 0$
- (5) Il existe  $\phi \in V_0$  telle que la famille  $\{\phi(\cdot - k), k \in \mathbb{Z}\}$  est une base orthonormée de  $V_0$ .

Alors une base de  $V_j$  est  $\phi_{j,k}(x) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j x - k)$ ,  $j, k \in \mathbb{Z}$ , on les appelle fonctions d'échelle.

Soit  $W_0$  un complément de  $V_0$  dans  $V_1$ , ( $V_1 = V_0 \oplus W_0$ ), supposons qu'il existe une fonction  $\psi$  telle que  $\{\psi(\cdot - k), k \in \mathbb{Z}\}$  une base de Riesz de  $W_0$ . Les fonctions

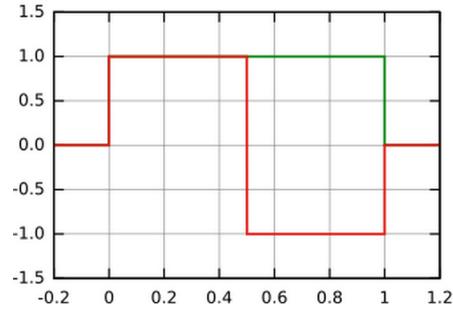


Figure 1: Ondelettes de Haar: fonction d'échelle(vert) et d'ondelette(rouge). Image issue de [2]

$\psi_{j,k}(x) = 2^{\frac{j}{2}}\psi(2^j x - k)$ ,  $j, k \in \mathbb{Z}$  sont appelées ondelettes.

La base formée des fonctions d'ondelettes est alors utilisée pour décomposer le signal.

### Exemples de fonctions d'ondelette

L'ondelette de Haar (figure 1), est l'une des plus simples, la fonction d'échelle est une fonction rectangle. La famille d'ondelettes de Daubechies est l'une des plus connues, deux exemples sont illustrés figure 2.

### Implémentation de la décomposition en ondelette

La fonction de décomposition discrète en ondelettes est faite avec le logiciel R [3] (wavelet package, DWT function). La décomposition est faite grâce à l'algorithme pyramide de Mallat (1989). La figure 3 représente la décomposition d'un des signaux moyens sur 8 niveaux avec les ondelettes de Haar, les premiers coefficients correspondent aux hautes fréquences puis, plus on avance dans les niveaux, plus on descend en fréquences.

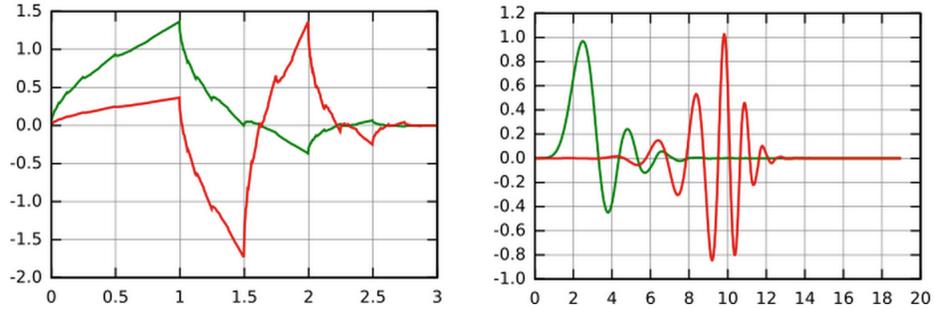


Figure 2: Ondelettes de Daubechies: fonction d'échelle (vert) et d'ondelette(rouge), Daubechies 2 à droite et Daubechies 10 à gauche. Image issue de [2]

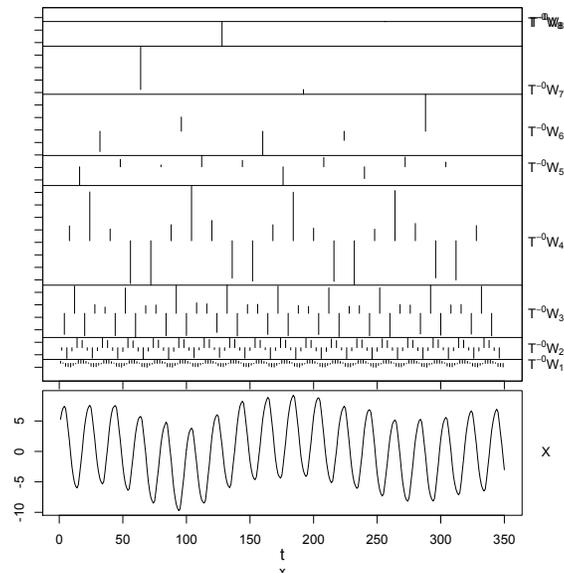


Figure 3: Décomposition en ondelette avec les ondelettes de Haar, grâce à la fonction de R [3]

### 2.3 Classification ascendante hiérarchique

On propose ici une méthode de classification sans apprentissage nommée Classification Ascendante Hiérarchique (CAH). Le principe est le suivant : on dispose de  $n$  éléments  $x_1, \dots, x_n$  d'un espace métrique  $(X; d)$ . On veut alors rassembler,

au fur et à mesure, les éléments entre eux grâce à leur proximité par rapport à la distance  $d$ , et ce jusqu'à la partition grossière  $\{x_1, \dots, x_n\}$ .

Exemple simple : Soient  $x, y, z, t, u \in X$ . On considère le tableau des distances suivant :

	x	y	z	t	u
x		<b>1</b>	3	2	2.5
y			5	2	4
z				6	1.5
t					7
u					

On voit que  $\{x\}$  et  $\{y\}$  sont les éléments les plus proches. On les rassemble donc dans la même classe  $\{x; y\}$ . Il reste alors à définir une distance entre la classe  $\{x; y\}$  et les autres éléments  $z, t$  et  $u$ . On prendra, dans cet exemple, la stratégie dite du *saut minimum*, i.e :

$$d(\{x; y\}; w) = \min\{d(x; w); d(y; w)\}$$

Avec ceci, on construit alors un nouveau tableau de distances :

	xy	z	t	u
xy		3	2	2.5
z			3	<b>1.5</b>
t				7
u				

Et ainsi de suite, jusqu'à ce que tous les éléments soient rassemblés :

	xy	zu	t	
xy		2.5	<b>2</b>	
zu			3	
t				

 $\Rightarrow$ 

	xyt	zu
xyt		<b>2.5</b>
zu		

La CAH obtenue est alors :

$$\{(\{x\}; \{y\}; \{z\}; \{t\}; \{u\}); (\{xy\}; \{z\}; \{t\}; \{u\}); (\{xy\}; \{zu\}; \{t\}); (\{xyt\}; \{zu\}); (\{xyzut\})\}$$

et peut-être représentée par un *dendrogramme* comme suit :

### Cluster Dendrogram

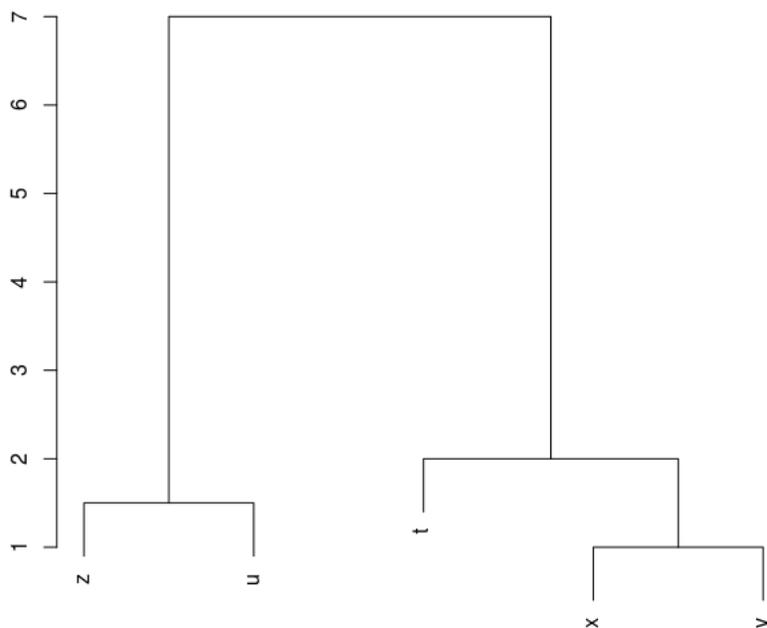


Figure 4: Dendrogramme de l'exemple

## 3 Classification

Dans notre étude, on disposait, pour un son émis, d'une matrice de 63 lignes (correspondant au nombre d'électrodes) et 400 colonnes (correspondant à l'intervalle de temps discrétisé). Une fois la décomposition en ondelettes effectuée (cf 2.), on se retrouve avec une matrice réduite de 63 lignes et 9 colonnes, correspondant au nombre de coefficients d'ondelettes considérés. La métrique que l'on utilisera sera donc tout simplement une distance issue d'une norme matricielle, i.e :

$$\forall X, Y \in \mathcal{M}, d(X, Y) = \|X - Y\|$$

On peut donc, avec ces hypothèses, commencer une classification ascendante hiérarchique. Plusieurs normes matricielles ont été essayées, les meilleurs résultats ont été obtenus avec la norme spectrale. Les résultats obtenus avec cette norme sont présentés ici. La norme spectrale est définie comme suit :

$$\|X\|_S = \rho(X^T X)$$

On obtient alors :

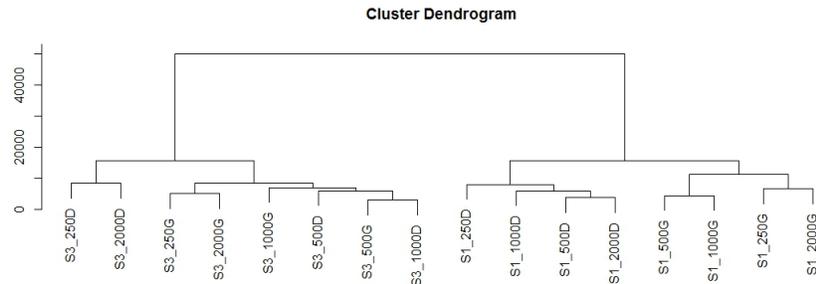


Figure 5: Dendrogramme de l'échantillon

De cette classification, on peut en déduire plusieurs remarques :

- Les deux individus sont radicalement séparés. Cela signifie que deux signaux totalement différents (en terme de fréquence et d'oreille) envoyés au même individu, sont plus proches que deux signaux identiques envoyés à deux individus différents.
- Les fréquences ne sont pas du tout regroupées comme on pouvait l'imaginer, à savoir les petites fréquences ensemble, de même pour les grandes.
- Pour l'individu 1, la droite et la gauche sont bien distinguées. Pour l'individu 3, on observe des erreurs.

Pour conclure, on voit que les phénomènes de réaction des individus face à un signal sonore sont extrêmement complexes, et on peut alors légitimement penser que toute classification séparera nettement chaque individu. Pour le reste, à savoir le côté (droite ou gauche) et la fréquence, on voit que notre classification n'est pas encore optimale, surtout pour les fréquences, mais la distance utilisée est assez grossière. Un choix de mesure de dissimilarité plus fine et plus adaptée peut, on le pense, améliorer significativement la classification.

## 4 Autres pistes

### 4.1 Amplitude maximale

Dans le but de mieux comprendre les similitudes entre les volontaires et entre les sons, l'amplitude maximal de chaque signal, pour chaque électrode, pour chaque son est calculée et placé dans une matrice. Pour chaque volontaire on obtient une matrice, les électrodes en colonne et les différents sons en ligne.

Les matrices d'amplitude des deux volontaires sont représentées figure 6. Cette représentation permet de mettre en évidence les différences importantes entre les sujets. D'autre part, toutes les électrodes ne semble pas être importantes pour chaque sons. Pour diminuer de nouveau la dimension de données, seules les électrodes les "plus actives" pourraient être utilisées pour la classification.

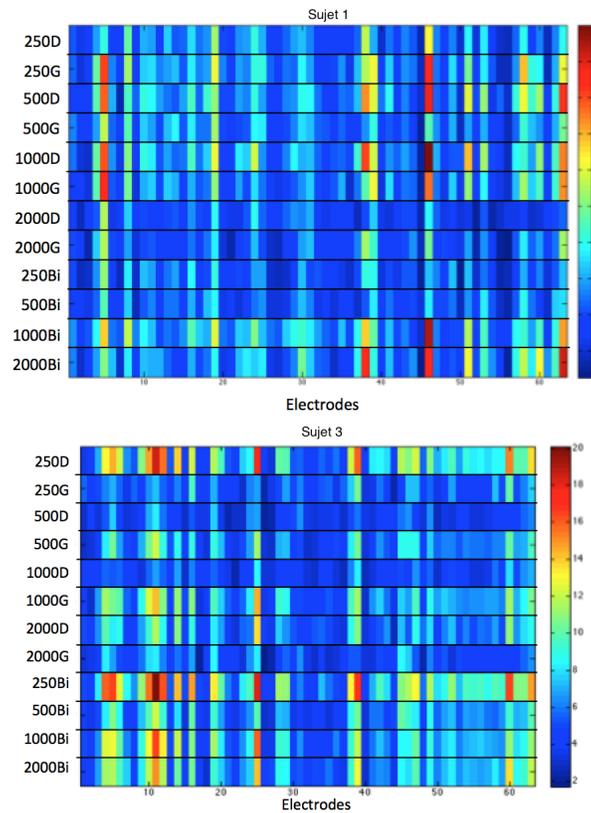


Figure 6: Représentation des amplitudes maximales des deux volontaires sains (haut S1, bas S3)

## 4.2 Comparaison originale des données

L'idée est de proposer une méthode originale d'organisation des données afin de les comparer. Nous allons comparer ici le signal de chaque électrode en fonction du son émis.

Pour cela, nous allons construire une grande matrice de la façon suivante :

- Pour un son donné, les signaux reçus par chacune des électrodes sont mis bout à bout dans un vecteur colonne

- Les vecteurs ainsi formés sont placés côte à côte dans une matrice

Nous obtenons ainsi une matrice de dimension  $22050 \times 12 (= 63 * 350 \times 12)$ .

Une colonne représente un son et une ligne représente la fréquence d'une électrode à un temps donné. Ainsi les 350 premières lignes représentent le signal reçu par l'électrode 1 pour chacun des 12 sons.

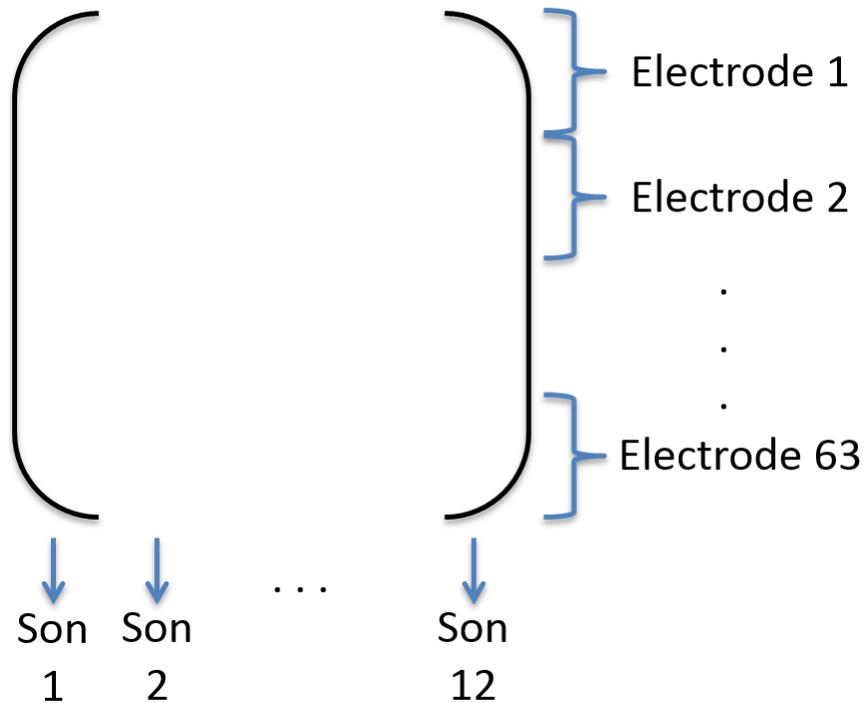


Figure 7: Représentation des données, en ligne les électrodes, en colonne les sons

Maintenant nous allons décomposer cette matrice  $X$  en la somme d'une matrice de rang faible  $L$  et d'une matrice sparse  $S$  :

$$X = L + S$$

Cette idée vient de l'algorithme GoDec [4] et l'intérêt d'une telle décomposition est de repérer quelles sont les électrodes les plus significatives. C'est-à-dire de pouvoir distinguer les électrodes réagissant toujours de la même façon de celles réagissant différemment pour un ou plusieurs sons.

Pour bien comprendre, nous pouvons regarder la vidéo suivante (figure 8) dans laquelle la décomposition GoDec a été appliquée à une vidéo surveillance.

Chaque image de la vidéo a été mise sous la forme d'un vecteur colonne ce qui permet de construire une grande matrice  $X$  dont chaque colonne correspond à une image et chaque ligne au même pixel de toutes les images. Ainsi nous obtenons la décomposition  $X = L + S$  où  $L$  correspond à tout ce qui ne bouge pas dans la vidéo (les murs, le plafond, ...) et  $S$  correspond à ce qui est en mouvement (les personnes qui se déplacent).



Figure 8: Application de GoDec : <https://www.youtube.com/watch?v=BTrbow8u4Cw>

Pour revenir à notre problématique, la matrice  $L$  permettra de retrouver les électrodes qui réagissent toujours de la même façon, quelque soit le son émis. Et la matrice  $S$  permettra de distinguer les électrodes qui réagissent de façon différente. Après quelques tests, les résultats n'ont pas été aussi flagrants que pour l'exemple de la vidéo surveillance, les signaux étant très bruités. Mais cette décomposition mériterait d'être effectuée de nouveau après un travail de lissage ou d'interpolation (une méthode de débruitage adaptée) appliqué sur les signaux.

### 4.3 Utilisation du signal avant émission du son

Cette idée est une proposition que nous n'avons pas eu le temps de tester. Le principe est d'exploiter le signal dans sa totalité, c'est-à-dire de garder les 50 premières millisecondes de chaque signal, avant que le son n'ait été émis. En comparant ces 50 millisecondes au reste du signal, nous pourrions peut-être voir si l'électrode a réagi ou non. L'idéal serait d'enregistrer le signal pendant 700 ms puis de comparer les 350 ms d'avant émission du son aux 350 ms d'après émission du son. Encore une fois, les signaux étant bruités, une opération de débruitage du signal est nécessaire avant de pouvoir comparer les enregistrements.

## 5 Conclusion

Sur ces trois jours de travail, nous avons donc pu proposer une méthodologie de classification sans apprentissage, la Classification Ascendante Hiérarchique sur les ensembles de signaux décomposés en ondelettes. Nous avons cependant utilisé pour cela une mesure de dissimilarité assez simple et probable-

ment pas adapté, à savoir une distance induite pas une norme matricielle. La DTW (Dynamic Time Warping), distance entre deux séries temporelles, peut éventuellement être une piste à explorer. De plus, pour cette semaine, nous disposons de données sur 2 patients uniquement. Avec un échantillon plus grand, nous nous serions probablement tournés vers une classification à apprentissage de type  $k$  plus proches voisins. Enfin, une connaissance plus fine des phénomènes neurologiques pourrait aider à sélectionner l'information "importante". Pour cela, nous avons proposé quelques pistes éventuelles (cf 3.).

## References

- [1] [http://math.univ-lyon1.fr/~gannaz/2010-01-19\\_ondelettes.pdf](http://math.univ-lyon1.fr/~gannaz/2010-01-19_ondelettes.pdf)
- [2] <http://gwyddion.net/documentation/user-guide-fr/wavelet-transform.html>
- [3] R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL: <http://www.R-project.org/>.
- [4] *GoDec: Randomized Low-Rank & Sparse Matrix Decomposition in Noisy Case*, Tianyi Zhou, Dacheng Tao