

Table des matières



Objectifs	4
Avant-propos	5
Introduction générale	6
I - Élément utiles de mécanique des fluides	7
1. Propriétés des fluides	7
1.1. Notion de fluide	7
1.2. Notion de pression	9
1.3. Notions de débits	10
1.4. Notions de masse volumique & densité	12
1.5. Notion de viscosité	13
1.6. Notions de tension de surface et de mouillabilité	13
2. Analyse Dimensionnelle	15
2.1. Notions de dimensions	16
2.2. Analyse Dimensionnelle	17
2.3. Exercice : Exercices d'Analyse Dimensionnelle	19
2.4. Exercice : Analyse Dimensionnelle sur un vortex	20
3. Statique des fluides	21
3.1. Notion de particule fluide	22
3.2. Principe fondamental de l'hydrostatique	23
3.3. Exercice : Calculs de hauteurs de liquides	26
3.4. Exercice : Montre de plongée	26
3.5. Exercice : Pression à la base d'un réservoir et hauteur de mercure équivalente	27
3.6. Exercice : Facteurs de conversion d'unités	27
3.7. Conséquences de la loi fondamentale de la statique des fluides	27
3.8. Exercice : Micromanomètre	30
4. Écoulement stationnaire des fluides parfaits incompressibles	31
4.1. Conservation de la masse	32
4.2. Exercice : Évolution de la vitesse lors d'un changement de section de conduite	32
4.3. Conservation de la quantité de mouvement	33
4.4. Conservation de l'énergie	33
4.5. Diverses formes de l'équation de BERNOULLI & conversion d'énergies	33
4.6. Applications de l'équation de BERNOULLI	35
4.7. Exercice : Temps de vidange d'un réservoir	37
4.8. Exercice : Débitmètre Venturi	37
5. Ce qui change avec les fluides réels	39
5.1. Viscosité	39
5.2. Notions de rhéologie	42
5.3. Nombre de Reynolds	43
5.4. Des profils de vitesse à la notion de couche limite	46
II - Pertes de charge	52
1. Pertes de charge régulières	53
1.1. Calcul des pertes de charge régulières en régime laminaire	54
1.2. Calcul des pertes de charge régulières en régime turbulent	54

1.3. Exercice : Pertes de charge dans des conduites diverses	60
1.4. Exercice : Pertes de charge dans une conduite vieillissante	60
2. Pertes de charge singulières	60
2.1. Pertes de charge dues aux variations de section de conduite	61
2.2. Pertes de charge dues aux variations de direction de conduite	63
2.3. Pertes de charge dans les accessoires	65
2.4. Notion de longueur équivalente	71
3. Travaux pratiques	72
3.1. Travaux Pratiques : mesure de débit à l'aide d'appareils déprimogènes	72
3.2. Travaux Pratiques : mesures de la pertes de charge régulières et singulières	72
4. Calcul de conduites et réseaux	73
4.1. Associations de conduites	73
4.2. Exercice : Répartition de débits	74
III - Pompes	76
1. Vocabulaire général concernant les pompes	76
2. Technologie des pompes	78
2.1. Pompes volumétriques	78
2.2. Pompes centrifuges	87
3. Dimensionnement des pompes centrifuges	92
3.1. Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge	93
3.2. Courbe du réseau et point de fonctionnement	98
3.3. Exercice : Dimensionnement d'une pompe centrifuge alimentant un décanteur depuis un cristalliseur	99
3.4. Exercice : Choix d'une pompe centrifuge & dimensionnement complet de la pompe	99
3.5. Association de pompes	100
4. Cas des pompes à vide	101
4.1. Des pompes pour faire le vide	101
Conclusion	112
À retenir	114
Glossaire	115
Abréviations	117
Nomenclature	118
Références	122
Bibliographie	123
Crédits des ressources	124

Objectifs



Il s'agit dans ce module d'apprendre à calculer des pertes de charge, choisir et dimensionner une pompe pour circuit hydraulique dans un atelier de production.

Nous serons pour cela amenés à aborder les notions de pression, débits, masse volumique, viscosité, nombre de Reynolds, couche limite, principe fondamental de l'hydrostatique, équation de Bernoulli, ainsi que les technologies de vannes et de pompes.

Navigateurs recommandés pour la consultation du module en ligne :

- Firefox sous Windows et Linux
- Safari sous Mac OS

Vous pouvez cliquer sur les images (et certains tableaux) pour les voir en grand.



Avant-propos



logo d'Unit

Ce module a été préparé, dans le cadre du projet Unit 2014-6, par :

Marie DEBACQ (auteur et chef de projet), François DELASTRE (animations), Clément HAUSTANT (dessins et support), Astrid ROSSO (enregistrements vidéo) et Marie VARICHON (infographies et habillage) - le Cnam

Jean-Christophe BUVAT (auteur), Gwendoline DRECOURT (montage des vidéos), Christine LEGEMBLE (montage des vidéos) et Corine LACOUR (auteur) et Maxime REYNET (tournage des vidéos) - Insa de Rouen

Johanne BONNIN (auteur) - IUT d'Orléans

Xavier COSSON (auteur) - IUT Lyon 1

Hélène DESMORIEUX (auteur) - Université Claude Bernard (Lyon 1)

le cnam INSA

INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES
APPLIQUÉES
ROUEN



Introduction générale



VIDÉO : <https://youtu.be/3lt65DqRYpo>

Rappelons tout d'abord la définition de l'expression *génie des procédés* avant d'aborder les apports de la mécanique des fluides dans cette discipline.



Le *génie des procédés* est l'ensemble des connaissances nécessaires à la conception, la mise en œuvre et l'optimisation de l'appareillage dans lequel on réalise la transformation physico-chimique et biologique des matières premières en produits fonctionnels à l'échelle industrielle.



Parmi les *appareillages* mentionnés dans cette définition, on trouve ceux permettant d'amener les fluides vers un appareil donné, sous une certaine pression, avec un certain débit : les circuits et les pompes (pour le cas des liquides) ou bien les compresseurs (dans le cas des gaz).

Examinons maintenant la définition de *mécanique des fluides* pour comprendre son intérêt en *génie des procédés*.



La *mécanique des fluides* a pour objet l'étude de l'action des forces s'exerçant sur les fluides ; par conséquent d'une part l'étude des comportements statique et dynamique des fluides, d'autre part l'étude des interactions entre fluides et solides.



La *statique des fluides* correspond à l'étude des fluides au repos : les applications en *génie des procédés* sont le stockage et la mesure de pression. La *dynamique des fluides* correspond à l'étude des fluides en mouvement : en *génie des procédés*, on s'intéressera au transport des fluides dans les appareils de liaison (c'est l'*hydraulique*), mais aussi dans les appareillages dédiés aux opérations unitaires (c'est l'*hydrodynamique*).



Éléments utiles de mécanique des fluides



Il s'agit uniquement ici de présenter les éléments de mécanique des fluides nécessaires à l'étude de l'hydraulique en génie des procédés. Ce n'est donc pas un cours de mécanique des fluides.

1. Propriétés des fluides

Objectifs

Nous rappelons ici les définitions et unités des grandeurs souvent rencontrées en mécanique des fluides. Les techniques de mesure associées ne seront pas abordées dans le cadre de ce module.

Avant de pouvoir aborder le comportement des fluides au repos, puis en mouvement, il est bon de (re)préciser la définition d'un certain nombre de leurs propriétés.

1.1. Notion de fluide

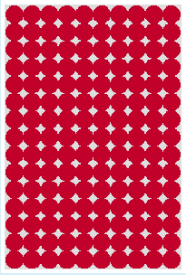
On regroupe sous le terme *fluide* les gaz et les liquides. En outre, la mobilité des molécules, et par conséquent le caractère *fluide*, dépend de l'intensité respective des forces d'interaction entre elles : agitation thermique contre forces de cohésion (Van der Waals notamment). Avant de définir le mot *fluide*, il convient donc de faire la distinction entre solide, liquide et gaz.

Un fluide apparaît donc comme un *milieu continu* (lorsqu'il est observé à l'échelle macroscopique) et *sans rigidité* (il peut facilement se déformer, même sous l'action de forces faibles).

1.1.1. Solide / liquide / gaz

Si l'on cherche à distinguer ces trois mots, on fait intuitivement la différence entre un rocher (solide), l'eau de mer (liquide) et la brise marine (gaz). Mais que dire du sable ? c'est un "solide"... pourtant il "coule". Il nous faut donc définir ces trois termes.

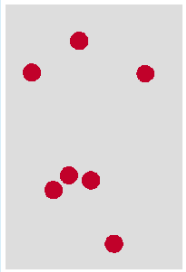
🔑 Définition : Solide



Dans un solide, les forces liées à l'agitation thermique sont beaucoup plus faibles que les forces de liaison interatomique : les atomes vibrent autour d'une position moyenne sans se déplacer les uns par rapport aux autres. Un solide se caractérise donc par une certaine "rigidité" ; son état est compact et ordonné.

*représentation
schématique
d'un solide*

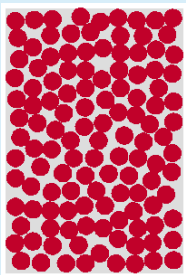
🔑 Définition : Gaz



Dans un gaz, les forces d'attraction intermoléculaire sont faibles (nulles dans le cas d'un gaz parfait). Un gaz va par conséquent occuper tout le volume qui lui est offert : il n'existe pas de surface de séparation entre deux gaz de natures différentes mis en contact.

*représentation
schématique
d'un gaz*

🔑 Définition : Liquide



Dans un liquide, les molécules sont soumises à des forces d'attraction et de répulsion du même ordre de grandeur. Les forces d'attraction intermoléculaire sont suffisamment fortes pour maintenir les molécules très proches les unes des autres, mais cette proximité est limitée par les forces de répulsion qui s'opposent à l'interpénétration des nuages électroniques. Ainsi un liquide occupe un volume bien déterminé, limité par une surface libre, toutefois il y a glissement des molécules les unes par rapport aux autres et donc pas de forme prédéterminée.

*représentation
schématique
d'un liquide*

1.1.2. Notion de fluide

Définition : Fluide

Le mot "fluide" est généralement défini comme suit : "milieu continu, déformable et qui peut s'écouler". Tout d'abord, cette définition convient bien aux liquides et aux gaz. Ensuite il nous faut revenir pas à pas sur cette définition. Le terme "continu" devrait être précisé par "à l'échelle macroscopique", ce qui signifie que le nombre de molécules contenues dans un volume élémentaire doit être suffisamment grand pour que l'on puisse négliger toute fluctuation de ce nombre. Le mot "déformable" implique que les distances entre molécules sont variables : lors d'une déformation, les molécules changent de voisines ; il n'y a pas de "rigidité" et un fluide peut subir de grandes déformations non élastiques. Enfin l'expression "qui peut s'écouler" signifie que l'effort à fournir pour déformer un fluide est très faible par rapport à celui qu'il faudrait fournir pour déformer de la même façon un solide. Pour résumer, un fluide épouse la forme du récipient qui le contient.

Remarque : Limites de cette définition

On peut toutefois relever quelques faiblesses de cette définition. Tout d'abord, il n'y est pas fait mention de la rapidité ou de l'instantanéité de l'écoulement. Ainsi des pâtes ou des gels peuvent-ils être considérés comme des fluides "épais" ? Certains ont d'ailleurs tendance à se "fluidifier" avec le temps ou sous contrainte (cf. rhéologie). D'autre part, peut-on affirmer que tout ce qui n'est pas solide est fluide ? Que dire alors des solides divisés ? Ils sont constitués de particules solides, ne sont donc pas des milieux continus, mais de façon macroscopique, ils pourraient s'apparenter à des fluides, puisqu'ils s'écoulent sous faible effort.

Pour aller plus loin : À propos des propriétés des liquides et des gaz

Si les gaz et les liquides sont désignés sous le terme générique de "fluide", et font tout deux l'objet de la mécanique des fluides, ils n'en sont pas moins très différents de part certaines de leurs propriétés :

- leurs densités moléculaires sont très différentes : un volume de liquide contient environ 10^3 fois plus de molécules que le même volume de gaz ;
- leurs distances intermoléculaires sont de l'ordre de grandeur de la dimension de la molécule pour les liquides, et environ 10 fois plus grandes pour les gaz ;
- le coefficient de compressibilité d'un liquide est de l'ordre de 10^{-10} Pa^{-1} et celui d'un gaz de l'ordre de 10^{-5} Pa^{-1} .

Rappelons que le coefficient de compressibilité χ est défini par :
$$\chi = -\frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

1.2. Notion de pression

Les molécules qui constituent un fluide sont en permanence agitées, du fait du mouvement brownien. Elles s'entrechoquent, et heurtent aussi les parois du récipient qui les contient, de sorte que ces chocs "appuient" sur ces parois (celles-ci étant physiques ou fictives).

Définition : Pression

La pression P est le rapport de la force avec laquelle un fluide "appuie" sur une surface par cette surface. C'est aussi le rapport entre l'énergie de pression et le volume concerné.

La force de pression s'exerce perpendiculairement et uniformément sur toute la surface.

Q Remarque : Unité de la pression

La pression a pour équation aux dimensions $M L^{-1} T^{-2}$. Son unité SI est le Pascal (Pa), mais elle est généralement plutôt exprimée en bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$) ou en atmosphère ($1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$) ou encore en mètre de colonne d'eau ($1 \text{ mCE} = 9807 \text{ Pa}$) ou éventuellement en millimètres de mercure ($760 \text{ mm Hg} = 1 \text{ atm}$).

Puisque la pression peut être définie comme le rapport entre l'énergie de pression et le volume concerné, *l'unité de pression est équivalente à une énergie par unité de volume.*

? Exemple : Ordres de grandeur

La pression atmosphérique P_{atm} est en moyenne de $1,01325 \text{ bar} = 1 \text{ atm}$; celle de l'eau de ville est de 2 à 5 bar ; celle du sang de l'ordre de 0,02 bar ; celle d'une bouteille de gaz d'une centaine de bars ; celle des pneus d'une voiture de 1,5 à 2,5 bar ; enfin celle qui doit régner dans les procédés tels qu'un réacteur ou une colonne, peut être très variable.

💡 Notion fondamentale : Isotropie de la pression

La pression dans un fluide est *isotrope*, c'est-à-dire qu'en un point quelconque de ce fluide, elle est la même dans toutes les directions.

⚠ Attention : Pressions relative et absolue

On exprime la valeur de la pression :

- soit en *pression relative* P_{rel} par rapport à une référence, qui est souvent la pression atmosphérique P_{atm} ;
- soit en *pression absolue* P .

Ces deux pressions sont reliées simplement : $P_{rel} = P - P_{atm}$.

1.3. Notions de débits

Q Définition : Débit volumique

Le débit volumique Q_v est le quotient du volume V écoulé pendant un certain temps t par ce temps. C'est aussi le produit de la vitesse u du fluide par sa section de passage S . Dans le cas d'une conduite circulaire, cette section de passage n'est autre que $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ où D est le diamètre de la conduite cylindrique.

$$Q_v = \frac{V}{t} = u \cdot S$$

Q Remarque : Unité du débit volumique

Le débit volumique a pour équation aux dimensions $L^3 T^{-1}$ et est généralement exprimé en $m^3 s^{-1}$.

Définition : Débit massique

Le débit massique Q_m est le quotient de la masse m écoulee pendant un certain temps t par ce temps. C'est aussi le produit de la vitesse u du fluide par sa section de passage S et par sa masse volumique ρ .

$$Q_m = \frac{m}{t} = \rho \cdot u \cdot S$$

Remarque : Unité du débit massique

Le débit massique a pour équation aux dimensions $M T^{-1}$ et est généralement exprimé en kg s^{-1} .

1.4. Notions de masse volumique & densité

1.4.1. Notion de masse volumique

Définition : Masse volumique

La masse volumique ρ est le rapport d'une masse de matière m par le volume V occupé par cette masse :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Remarque : Unité de la masse volumique

Elle a pour équation aux dimensions $M L^{-3}$ et est généralement exprimée en $kg m^{-3}$.

Exemple : Ordres de grandeur de la masse volumique

La masse volumique des liquides est de l'ordre de $10^3 kg m^{-3}$ alors que celle des gaz est de l'ordre de $1 kg m^{-3}$.

Retenons que dans les conditions ordinaires, la masse volumique est la suivante :

eau (4°C, 1 atm)	1000 $kg m^{-3}$
mercure	13 546 $kg m^{-3}$
air (20°C, 1 bar)	1,3 $kg m^{-3}$

Notion fondamentale : Fluide incompressible

Les liquides sont pratiquement incompressibles (masse volumique indépendante de la pression P) et peu dilatables (masse volumique peu dépendante de la température T) ;

alors que les gaz sont compressibles et dilatables : $\rho = f(P, T)$.

Dans le cadre de ce module, on s'intéressera essentiellement aux fluides incompressibles, par conséquent aux liquides.

1.4.2. Notion de densité

Définition : Densité

La densité d est le rapport entre la masse volumique du fluide étudié et celle d'un corps de référence.

Ce corps de référence peut être :

- l'eau dans le cas où le fluide étudié est un liquide ;
- l'air si le fluide étudié est un gaz ($\rho_{air} = 1,205 kg m^{-3}$ à 20°C sous 1 atm ; $\rho_{air} = 1,293 kg m^{-3}$ à 0°C sous 1 atm).

Remarque : Unité de la densité

Compte tenu de sa définition, la densité est évidemment une grandeur sans dimension.

Notion fondamentale : Cas des gaz parfaits

Dans le cas d'un gaz parfait, l'utilisation de la densité est très pratique, car la densité d'un gaz parfait n'est autre que le rapport des masses molaires de ce gaz et de l'air.

1.5. Notion de viscosité

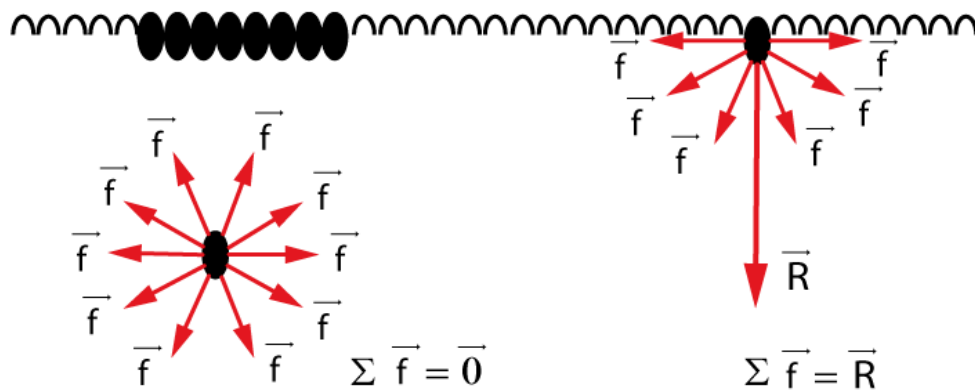
La notion de viscosité sera détaillée ultérieurement.

1.6. Notions de tension de surface et de mouillabilité

Cette partie est proposée pour ceux qui voudraient aller plus loin ; elle n'est pas indispensable à la suite de ce module.

Tension de surface

La tension de surface (ou tension superficielle) caractérise le contact entre deux fluides, généralement un liquide et un gaz. Une molécule dans un liquide immobile est soumise aux forces d'attraction de ses proches voisines. Si cette molécule est située au sein du liquide, la résultante de ces forces est nulle. Mais si cette molécule est située en surface du liquide, la résultante est une force dirigée vers l'intérieur du liquide.



mise en évidence de la tension de surface

Définition : Coefficient de tension superficielle

Ceci explique pourquoi les liquides ont tendance à minimiser leur surface ; ainsi les gouttes sont sphériques, car la sphère présente le plus faible rapport surface / volume. Le travail dW nécessaire pour une augmentation dS de la surface libre du liquide est tel que $dW = \sigma \cdot dS$. Le coefficient de proportionnalité σ est appelé coefficient de tension superficielle, ou simplement tension superficielle ou encore tension de surface. C'est aussi le coefficient de proportionnalité entre l'énergie dépensée pour créer de la surface et la surface créée.

La tension de surface a pour équation aux dimensions $M T^{-2}$, et est généralement exprimé en $N m^{-1}$.

? Exemple : Ordres de grandeur de la tension de surface

On peut donner quelques ordres de grandeur de tension de surface à 20 °C : 0,07 $N m^{-1}$ pour le système air-eau ; 0,03 $N m^{-1}$ pour le système air-benzène ; 0,5 $N m^{-1}$ pour le système air-mercure ; 0,04 $N m^{-1}$ pour le système eau-benzène ; 0,4 $N m^{-1}$ pour le système eau-mercure.

💡 Notion fondamentale : Surpression dans une goutte

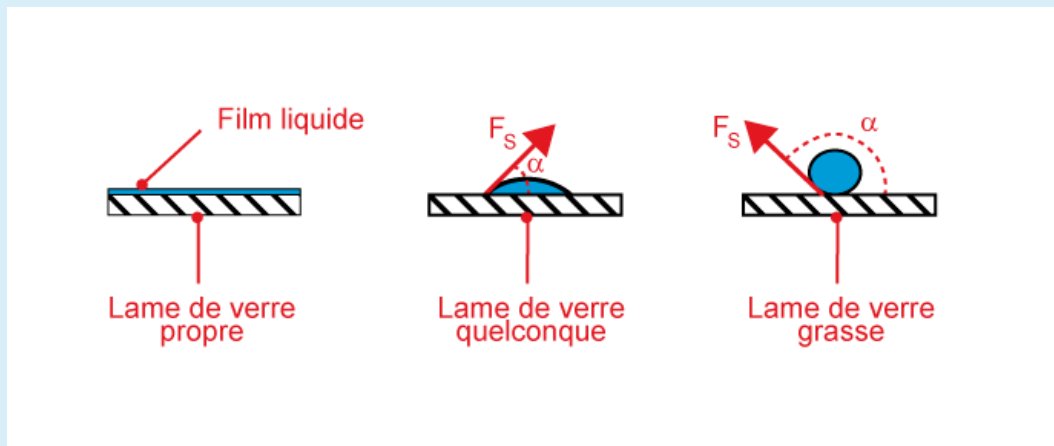
À l'intérieur d'une goutte, il règne une surpression telle que $P_{interne} = P_{externe} + 2 \cdot \frac{\sigma}{R}$, où R est le rayon de courbure de la goutte. À l'équilibre, cette surpression est compensée par la tension superficielle.

Ainsi dans une goutte d'eau de 1 cm de diamètre, la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la goutte est de 14 Pa ; ce qui est plus de 7000 fois moins que la pression atmosphérique ordinaire (101325 Pa).

Dans la pratique, cette surpression est donc complètement négligeable dans la plupart des cas.

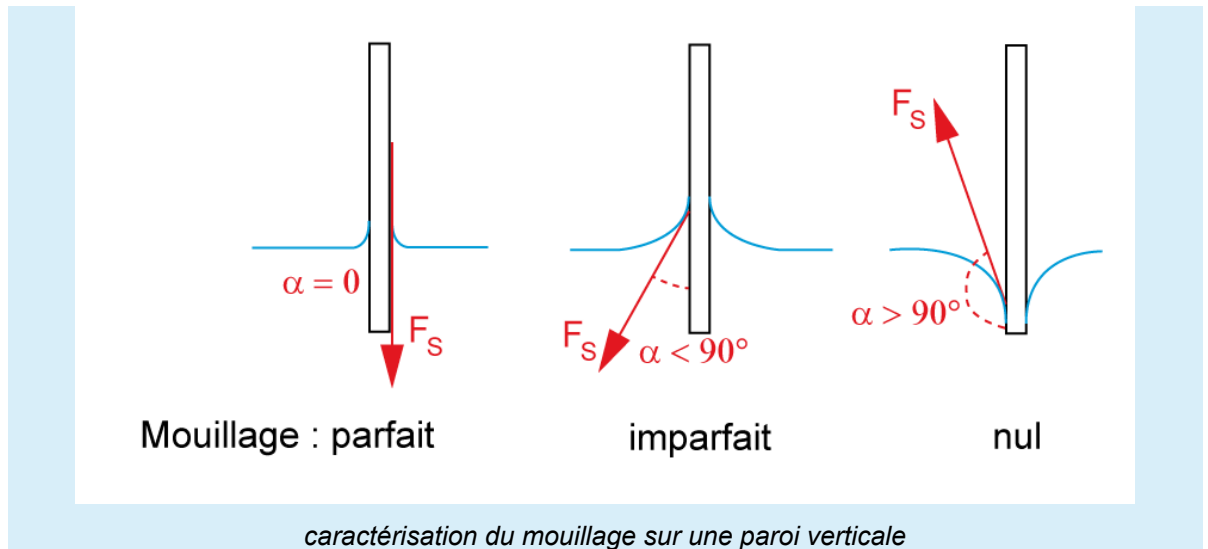
🔑 Définition : Angle de raccordement et mouillabilité

Si l'on dépose une goutte d'eau sur une lame de verre, cette goutte s'étale plus ou moins selon l'état de propreté de la lame, comme illustré ici. On appelle angle de raccordement, l'angle α formé entre la surface solide et la force de tension superficielle (qui est perpendiculaire à la ligne de contact entre le liquide et le solide et tangente à la surface liquide).



mise en évidence de l'angle de raccordement

Cet angle de raccordement caractérise la propriété de mouillabilité du solide par le liquide : plus α est petit, plus on dit que le liquide "mouille bien" le solide, comme le montre l'illustration ci-contre.



Ascension capillaire

Lorsqu'un tube vertical de petit diamètre plonge dans un liquide qui mouille le matériau du tube ($\alpha < 90^\circ$), on observe une ascension du liquide dans le tube, due au phénomène de capillarité. La hauteur d'ascension h est donnée par la relation : $\rho \cdot g \cdot h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha}{r}$ où r est le rayon du tube.

💡 Notion fondamentale : Importance (ou non) des phénomènes capillaires

Les phénomènes capillaires ne deviennent importants que dans certains cas particuliers, tels que l'étude de la formation des gouttes et des bulles, ou encore de la mouillabilité des surfaces. Ils peuvent être négligés dans la plupart des problèmes d'écoulement de fluide, dès lors que l'on ne s'intéresse pas aux phénomènes de surface.

* *
*

Les notions de pression, débit et masse volumique ayant été rappelées, on peut aborder le comportement des fluides au repos, puis en mouvement.

2. Analyse Dimensionnelle

Objectifs

Nous présentons ici les différentes méthodes d'analyse dimensionnelle, ainsi que leur intérêt.

Les phénomènes physiques ont une complexité telle qu'il est difficile de les décrire par des équations mathématiques résolubles de par le grand nombre de paramètres. On cherche alors à utiliser l'analyse dimensionnelle qui regroupe les différents paramètres en nombres adimensionnels dont on peut ensuite comparer l'influence sur le phénomène afin de simplifier le problème.

L'expérience prouve que certains de ces nombres peuvent rester constants lors d'un changement d'échelle, on peut donc extrapoler les grandeurs d'une installation industrielle à partir d'essais en laboratoire, on parle alors de similitude.

Avant de présenter les deux principales méthodes d'analyse dimensionnelle, nous reviendrons sur la notion de dimension. Ensuite nous verrons les nombres adimensionnels essentiels à la mécanique des fluides.

2.1. Notions de dimensions

Notion fondamentale : Systèmes d'unités

Pour toute grandeur physique, les unités interviennent : elles sont essentielles à la quantification de cette grandeur.

Un système d'unités est un ensemble d'unités cohérentes entre elles afin de définir l'ensemble des grandeurs observées. On compte plusieurs systèmes d'unités, principalement le système métrique et le système impérial (encore très présent dans les pays anglo-saxons) mais pas seulement : dans le système métrique, les physiciens utilisent le système MKS (pour Mètre - Kilogramme - Seconde) et les chimistes le système CGS (pour Centimètre - Gramme - Seconde).

Même si cela peut paraître simple, les conversions entre unités ou les transformations de relations empiriques demande une certaine rigueur pour leur traitement. Dans ces cas là, les *handbooks* proposent des tables de conversion conséquentes qui peuvent s'avérer utiles.

Définition : Dimension

On appelle dimension, le rapport entre l'unité de la grandeur et les sept unités de base du système international, à savoir :

Dimension	Symbole de la dimension	Unité S.I.
Masse	M	kilogramme
Temps	T	seconde
Longueur	L	mètre
Température	θ	Kelvin
Intensité électrique	I	Ampère
Quantité de matière	n	mole
Intensité lumineuse	J	Candela

Pour les sept dimensions de ce tableau on parle de grandeurs fondamentales, pour toutes les autres on parlera de grandeurs secondaires, car elles sont obtenues par composition des sept fondamentales.

Exemple : Exemples de dimensions secondaires

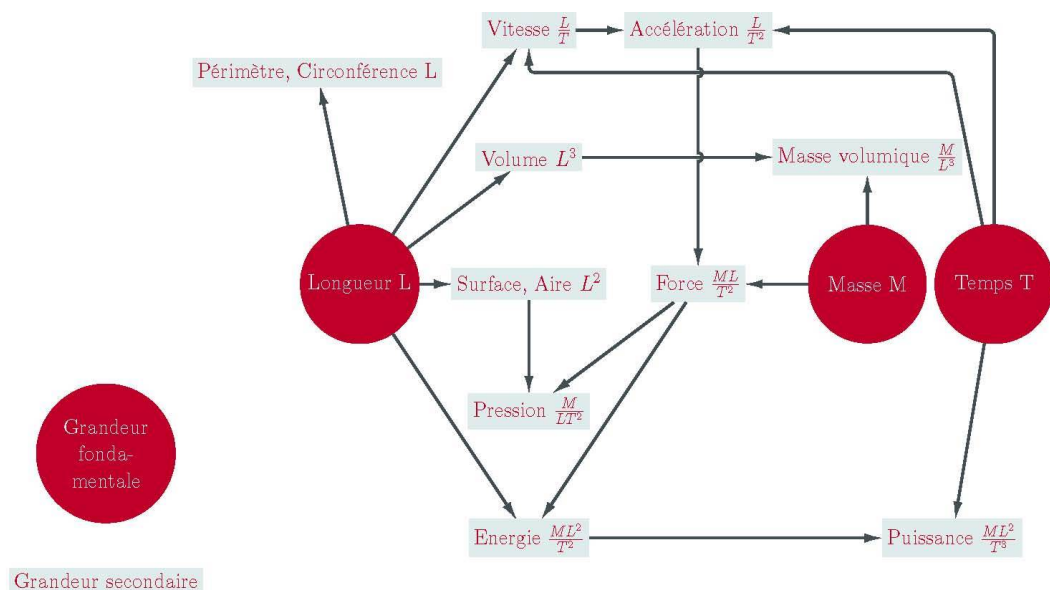
On calcule l'aire d'une surface S comme le produit de deux longueurs, donc : $[S] = L^2$

On calcule une vitesse u comme la longueur parcourue au cours d'un temps donnée, donc :

$$[u] = L.T^{-1}$$

On calcule une masse volumique ρ comme le entre une masse et un volume, donc :

$$[\rho] = M.L^{-3}$$



grandeurs fondamentales et grandeurs secondaires

2.2. Analyse Dimensionnelle

Il existe deux principales méthodes pour effectuer une analyse dimensionnelle, l'une peut paraître plus physique (Rayleigh) et l'autre plus mathématique (Vashy-Buckingham). Nous allons voir rapidement la méthode pour appliquer les deux.

L'objectif pour les deux est de faire apparaître les nombres adimensionnels qui régissent le problème.

2.2.1. Méthode de Rayleigh

✂ Méthode

- Recenser les variables du problème ;
- Former une équation hypothétique (en général, un polynôme) ;
- Appliquer à cette relation le principe d'homogénéité (même dimension de chaque côté de l'égalité) ;
- Résoudre le système d'équations proposé par les exposants des dimensions fondamentales.

? Exemple : Calcul d'une charge d'explosifs

Un explosif qui explose sous l'eau est converti presque instantanément en gaz. La pression initiale P_0 de l'onde engendrée dépend uniquement de la nature de l'explosif. Pour du TNT :

$$P_0 = 12,8 \cdot 10^9 N.m^{-2}$$

L'explosion cause une onde de choc sphérique transmise sous forme d'un front d'amplitude P fonction à chaque instant de :

- la pression initiale P_0 ,

- la masse M d'explosif,
- du rayon du front sphérique R ,
- la masse volumique ρ du liquide,
- du coefficient de compressibilité :

$$\chi_L = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T$$

On cherche les nombres adimensionnels qui régissent le problème :

On écrit maintenant le polynôme suivant (la somme montre juste que le problème est plus complexe qu'une simple égalité) :

$$P = \sum_i P_0^{a_i} M^{b_i} R^{c_i} \rho^{d_i} \chi_L^{e_i}$$

On effectue maintenant un calcul d'homogénéité dimensionnelle :

$$[P] = [P_0]^{a_i} [M]^{b_i} [R]^{c_i} [\rho]^{d_i} [\chi_L]^{e_i}$$

$$M.L^{-1}.T^{-1} = (M.L^{-1}.T^{-1})^{a_i} M^{b_i} L^{c_i} (M.L^{-3})^{d_i} (L.T.M^{-1})^{e_i}$$

$$\begin{cases} 1 = a_i + b_i + d_i - e_i \\ -1 = -a_i + c_i - 3d_i + e_i \\ -1 = -a_i + e_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_i = e_i + 1 \\ b_i = -d_i \\ c_i = 3d_i \end{cases}$$

$$P = \sum_i P_0^{e_i+1} M^{-d_i} R^{3d_i} \rho^{d_i} \chi_L^{e_i}$$

$$P = P_0 \sum \left(\frac{\rho R^3}{M} \right)^{d_i} (P_0 \chi_L)^{e_i} \frac{P}{P_0} = \sum \left(\frac{\rho R^3}{M} \right)^{d_i} (P_0 \chi_L)^{e_i}$$

On a bien la présence de trois nombres adimensionnels pour régir le problème.

2.2.2. Théorème de Vaschy-Buckingham

Notion fondamentale : Théorème

Voici l'énoncé du théorème π de Vaschy-Buckingham :

Étant donnée une suite $\{x_i\}$ de p variables reliant un phénomène physique et qui font intervenir q grandeurs fondamentales, alors, si l'équation $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ est dimensionnellement homogène, elle peut être mise sous la forme :

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{p-q}) = 0$$

où les paramètres π_i sont des groupement adimensionnels indépendants des p variables initiales.

Méthode

- Classer les variables de manière à faire apparaître les grandeurs fondamentales en premier, puis sélectionner parmi les variables un représentant pour chaque grandeur.

- Pour toutes les variables non retenues, écrire le rapport de cette variable par le produit des représentants avec des exposants indéterminés :

$$\pi_i = \frac{x_i}{x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_q^{a_q}}$$

- Faire le bilan dimensionnel pour obtenir les π_i adimensionnels

Conseil : Vérification

Ces résultats sont corrects, si :

- il y a bien $p - q$ nombres adimensionnels ;
- ces nombres font intervenir toutes les variables ;
- ils sont indépendants.

? Exemple

On reprend l'exemple précédent :

On sélectionne les trois premières variables comme représentantes des grandeurs fondamentales et on écrit les rapports :

$$\pi_1 = \frac{\rho}{P_0^{a_1} M^{a_2} R^{a_3}}$$

$$\pi_2 = \frac{\chi_L}{P_0^{b_1} M^{b_2} R^{b_3}}$$

$$\pi_3 = \frac{P}{P_0^{c_1} M^{c_2} R^{c_3}}$$

On calcule maintenant les exposants afin d'avoir des nombres adimensionnels :

$$\pi_1 = \frac{\rho R^3}{M}$$

$$\pi_2 = \chi_L P_0$$

$$\pi_3 = \frac{P}{P_0}$$

De même, on fait apparaître trois nombres adimensionnels.

On peut alors se poser la question : en test, 0,5kg de TNT ont provoqué une onde de choc d'intensité P à une distance $R=2,5\text{m}$ du lieu de l'explosion ; de combien sera la distance pour une même intensité mais avec 500kg de TNT ?

Le deuxième nombre adimensionnel va rester constant, si M est multiplié par 1000, il faut donc compenser avec R qui est au cube, R est donc multiplié par 10, on ressent donc la même onde de choc à 25m.

2.3. Exercice : Exercices d'Analyse Dimensionnelle

Exercice : Dimension d'une tension

Donner la dimension de la tension électrique.

- M.L².T⁻²
- M.L².T⁻³
- M.L.T⁻¹.I⁻¹
- M.L².T⁻³.I⁻¹

Exercice : Conversion entre systèmes d'unités

On trouve dans d'anciens articles, la notion de vitesse économique et des relation du type :

$$U = 5,6D^{0,304}$$

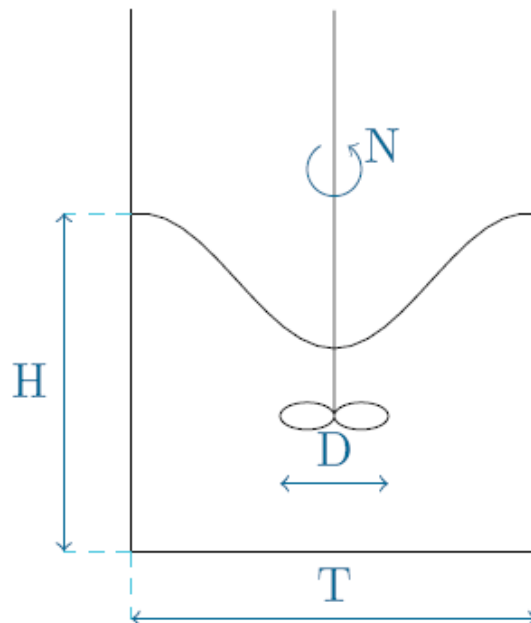
où U est la vitesse économique exprimée en pied par seconde (ft/s) et D le diamètre de tuyauterie en inch.

On donne 1ft=30,5cm et 1inch=25,4mm.

Quelle est la valeur de la constante, si on passe cette relation en unités S.I. ?

2.4. Exercice : Analyse Dimensionnelle sur un vortex

On désire déterminer la hauteur de remontée H du liquide le long de la paroi au cours de la formation d'un vortex dans une cuve de dissolution de pigments de peinture. Pour ce faire on désire utiliser une maquette de petite taille. Les variables du problème sont les grandeurs géométriques H , D et T , auxquelles s'ajoutent N , la vitesse de rotation de l'agitateur, les propriétés du fluide ρ (masse volumique) et μ (viscosité dynamique), ainsi que l'accélération de la pesanteur g qui intervient dans ce genre de problème.



Question

On utilisera la méthode de Buckingham pour faire apparaître le nombre de Reynolds d'agitation et le nombre de Froude.

$$Re_A = \frac{\rho ND^2}{\mu}$$

$$Fr = \frac{N^2 D}{g}$$

Indice

Bien lister les grandeurs et donner leur dimension.

Indice 2

S'inspirer des nombres adimensionnels présentés pour choisir le représentant de chaque dimension.

* *
*

Cette rapide présentation a permis de mettre en avant quelques nombres adimensionnels, certains ont une grande importance dans ce module, comme le nombre de Reynolds, d'autres prendront plus de poids dans d'autres domaines du génie des procédés, comme les transferts d'énergie et de matière.

Cependant la notion de similitude a de multiples applications, on notera l'historique publication de Taylor qui donna l'énergie de la bombe nucléaire d'Hiroshima, en analysant la vitesse de croissance du champignon atomique. Dans notre étude nous la verrons surtout dans l'étude des pompes centrifuges.

3. Statique des fluides

Objectifs

Il s'agit de montrer d'où vient le principe fondamental de l'hydrostatique et d'illustrer ses conséquences par quelques exemples familiers.

On s'intéresse ici au cas de fluides immobiles et à l'évolution de la pression en leur sein.

3.1. Notion de particule fluide

Définition : Particule fluide

Une particule fluide est un "petit élément de fluide", suffisamment petit pour que l'on puisse considérer que *ses propriétés sont homogènes* (pression, masse volumique, vitesse... identiques en tout point de la particule fluide), mais elle contient un nombre suffisamment grand de molécules pour que l'on puisse oublier leur individualité.

Remarque : La particule fluide est déformable !

Comme tous les "volumes élémentaires" classiques (terme ici abusif, car le volume d'une particule fluide peut varier), elle subit des mouvements de translation et rotation. Mais puisqu'elle est "fluide", *elle est en outre susceptible de se déformer*. Par conséquent, sa masse est constante, mais son volume et sa forme peuvent éventuellement varier le long de l'écoulement et/ou en fonction du temps.

Rappel : Forces agissant sur une particule fluide

On distingue deux types de forces agissant sur une particule fluide :

- les *forces volumiques*, qui agissent sur le centre d'inertie (barycentre) de la particule fluide. On peut citer comme exemple le poids de la particule fluide dans le champ de pesanteur, la force électrique agissant sur une particule fluide chargée dans un champ électrique, la force magnétique dans un champ ou encore la force d'inertie dans un repère non galiléen (tournant par exemple) ;
- les *forces surfaciques (ou forces de contact)* s'exercent sur la surface de la particule fluide. En mécanique des fluides, on rencontre essentiellement :
 - la force de pression, perpendiculaire à la surface, est toujours présente, que le fluide soit au repos ou non ;
 - la contrainte visqueuse, liée aux frottements lors d'un mouvement, est tangentielle à ce mouvement.

Notion fondamentale : Lois de conservation

Les lois fondamentales de la mécanique des fluides sont les mêmes que celles de la mécanique classique : conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

3.2. Principe fondamental de l'hydrostatique

3.2.1. Vers la loi fondamentale de la statique des fluides

On sait par expérience que lors d'une plongée en haute mer par exemple, plus le plongeur descend profond dans l'eau, plus la pression qu'il subit augmente. Pour le comprendre, on peut imaginer que le plongeur subit une force correspondant au poids d'eau au-dessus de lui : plus il descend profond, plus le poids d'eau au-dessus de lui est important. Il semble donc que *la pression augmente avec la profondeur*.

Réciproquement, on sait également par expérience que *la pression diminue avec l'altitude*. Ainsi l'opercule relativement souple d'un pot de yaourt acheté dans la vallée, "gonfle" quand le yaourt est emporté en haute montagne. On peut également citer la nécessité de pressuriser les cabines d'avion ou encore le mal d'altitude.

On se propose de démontrer approximativement ce principe.

Raisonnement : "Démonstration" du principe fondamental de l'hydrostatique

Cette vidéo démontre comment on en arrive au principe fondamental de l'hydrostatique dans le champ de pesanteur seul.

Compte tenu des observations précédentes, on va supposer que la pression varie uniquement dans la direction verticale z^{\circledast} .

VIDÉO : <https://youtu.be/EJ6bayuuHXM>

3.2.2. Expression générale de la loi fondamentale de la statique des fluides

On désignera par x^{\circledast} et y^{\circledast} les coordonnées dans le plan horizontal et z^{\circledast} la coordonnée verticale (ou côte).

Notion fondamentale : Principe fondamental de l'hydrostatique dans le cas général

Dans un champ \vec{G}^{\circledast} quelconque, l'expression générale du principe fondamental de l'hydrostatique est la suivante : $\vec{\text{grad}} P = \rho \cdot \vec{G}^{\circledast}$.

En décomposant les vecteurs, on peut également écrire cette relation :

$$\begin{aligned} - & \text{ en coordonnées cartésiennes : } \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix} = \rho \cdot \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{pmatrix}; \\ - & \text{ en coordonnées cylindriques : } \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial r} \\ \frac{\partial P}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{pmatrix} = \rho \cdot \begin{pmatrix} G_r \\ G_\theta \\ G_z \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Remarque : Surfaces isobares

Les surfaces isobares $P(x, y, z) = cste$ sont perpendiculaires au champ \vec{G}^{\circledast} .

3.2.3. Expression de la loi fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur seul

Dans le champ de pesanteur seul, $\frac{dP}{dz} = -\rho \cdot g$, où g est l'accélération de la pesanteur.

Notion fondamentale : Principe fondamental de l'hydrostatique

Dans le cas particulier d'un fluide incompressible (ρ étant constante) dans le champ de pesanteur seul, on peut intégrer simplement la relation précédente et on obtient :

$$P + \rho \cdot g \cdot z = cste$$

C'est le principe fondamental de l'hydrostatique, qui exprime la *conservation de la pression motrice** dans un fluide immobile et incompressible dans le champ de pesanteur seul.

La condition limite (ou référence) pourra par exemple être la pression atmosphérique en surface d'un liquide ou toute autre pression connue à une cote donnée.

Attention : Le fluide doit être incompressible !

Cette relation n'est valable qu'au sein d'un même fluide ($\rho = cst$)

Rappel : Accélération de la pesanteur à la surface de la Terre

L'accélération de la pesanteur vaut $g = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$. On peut en prendre une valeur approchée $g \approx 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

Exemple : Ordres de grandeurs

pour de l'eau ($\rho_{eau} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$) :

- $\Delta P = 9,81 \text{ Pa} \approx 10^{-4} \cdot P_{atm}$ pour $\Delta z = 1 \text{ mm}$
- $\Delta P = 9810 \text{ Pa} \approx 10^{-1} \cdot P_{atm}$ pour $\Delta z = 1 \text{ m}$
- $\Delta P = 98100 \text{ Pa} \approx P_{atm}$ pour $\Delta z = 10 \text{ m}$

pour du mercure ($\rho_{Hg} = 13\,546 \text{ kg m}^{-3}$) :

- $\Delta P = 133 \text{ Pa} \approx 10^{-3} \cdot P_{atm}$ pour $\Delta z = 1 \text{ mm}$
- $\Delta P = 133000 \text{ Pa} \approx P_{atm}$ pour $\Delta z = 1 \text{ m}$
- $\Delta P = 1,33 \cdot 10^6 \text{ Pa} \approx 10 \cdot P_{atm}$ pour $\Delta z = 10 \text{ m}$

pour l'air sec ($\rho_{air} = 1,205 \text{ kg m}^{-3}$) (attention, l'air est compressible) :

- $\Delta P = 118 \text{ Pa} \approx 10^{-3} \cdot P_{atm}$ pour $\Delta z = 10 \text{ m}$

On pourra donc, en pratique, négliger les variations de pression dans l'eau sur de petites différences de profondeur (de l'ordre du mm). De même, la pression peut être considérée constante dans les gaz sur des hauteurs modestes (de l'ordre du m).

La comparaison des résultats précédents entre l'eau et le mercure (un peu plus d'un facteur 10) sera à l'origine du choix du fluide barométrique utilisé pour les manomètres à liquide pendant de nombreuses années. Aujourd'hui la toxicité du mercure et le développement d'autres technologies pour la mesure de pression conduit à l'abandon de son utilisation.

Principe de Pascal

La différence de pression entre deux points A et B est obtenue en intégrant l'équation différentielle entre ces deux points : $P_A - P_B = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$

Ceci peut s'énoncer par le *principe de Pascal* : « La différence de pression entre 2 niveaux d'un fluide homogène au repos, est égale au poids de la colonne de fluide de section unitaire et de hauteur correspondant à la différence de cote des 2 niveaux. »

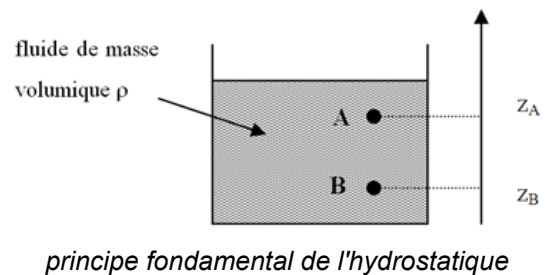
On peut remarquer que le principe fondamental de l'hydrostatique est vérifié quelle que soit la valeur de la pression aux points A et B.

Ainsi, si une surpression $\Delta P'$ est appliquée au point B, la nouvelle pression en B est $P'_B = P_B + \Delta P'$.

La différence de pression ΔP restant la même entre A et B, la nouvelle pression en A sera $P'_A = P'_B - \Delta P = P'_B - P_B + P_A = P_A + \Delta P'$.

La surpression a été transmise du point B au point A.

NB : le même raisonnement peut être mené en inversant les rôles des points A et B.



Le *principe de Pascal* peut donc s'énoncer ainsi : « Les fluides incompressibles transmettent les variations de pression. »

On peut signaler également la *fameuse expérience du tonneau de Pascal* illustrant la transmission des surpressions par un fluide. Un tonneau intégralement rempli d'eau est surmonté par un très long tube rigide de faible diamètre communiquant avec l'intérieur du tonneau. On remplit alors le tube avec de l'eau jusqu'à une hauteur h suffisamment importante pour que la pression régnant à l'intérieur du tonneau fasse éclater ce dernier.

En effet, $P_{int} = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$.

http://www.dailymotion.com/video/x1h5k09_le-tonneau-de-pascal_tech

Remarque : Principe fondamental de l'hydrostatique et observations quotidiennes

Le principe fondamental de l'hydrostatique est cohérent avec les observations rappelées en préambule :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

- si z_2 est inférieur à z_1 (le point 2 est plus profond que le point 1), le principe fondamental de l'hydrostatique montre que $P_2 > P_1$: la pression augmente avec la profondeur ;
- si z_2 est supérieur à z_1 (le point 2 est à une altitude plus élevée que le point 1), le principe fondamental de l'hydrostatique montre que $P_2 < P_1$: la pression diminue avec l'altitude.

À partir de l'équation $P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$, on peut souligner quatre points :

1. dans un fluide incompressible en équilibre, les variations de pression se transmettent intégralement en tout point du fluide (c'est-à-dire que si la pression au point 1 augmente par exemple de 5 bar, la pression au point 2 augmentera également de 5 bar) ;
2. dans un fluide en équilibre, soumis seulement à la force de gravitation, la pression est uniforme en tout point d'un plan horizontal dans un même fluide (c'est-à-dire que si les points 1 et 2 sont situés à la même cote, il y régnera la même pression) ;
3. pour un fluide en équilibre statique isotherme, la différence de pression entre deux niveaux est égale au poids de la colonne de fluide entre ces deux niveaux ;
4. plus la masse volumique du fluide est grande et plus la pression est élevée (c'est-à-dire que pour une même pression P_1 au point de cote z_1 , si on remplaçait le fluide par un autre, de masse volumique supérieure, la pression au point 2 -situé en dessous du point 1- sera supérieure à celle qui y régnait avec le fluide initial).

3.3. Exercice : Calculs de hauteurs de liquides

L'objet de cette série de courts exercices est de vous exercer à calculer des hauteurs de liquides à l'aide du principe fondamental de l'hydrostatique.

Exercice : Hauteur d'huile de pétrole

La densité de l'huile de pétrole est de 0,75.

Quelle hauteur d'huile de pétrole produit une pression de $2,7 \cdot 10^5$ Pa ?
donner la réponse en m

Exercice : Hauteur d'eau équivalente à la hauteur d'huile de pétrole

Dans l'exercice précédent, vous avez calculé la hauteur d'huile de pétrole qui produit une pression de $2,7 \cdot 10^5$ Pa, la densité de l'huile de pétrole étant de 0,75. Cette hauteur est de 36,7 m.

Quelle hauteur d'eau produirait la même pression ? donner la réponse en m

Exercice : Hauteurs équivalentes 1

Convertir une hauteur de 5 m d'eau en hauteur d'huile (de densité 0,75).
donner la réponse en m

Exercice : Hauteurs équivalentes 2

Convertir une hauteur de 60 cm de mercure (masse volumique $13\,570 \text{ kg m}^{-3}$) en hauteur d'huile de pétrole (densité 0,75). donner la réponse en m

3.4. Exercice : Montre de plongée

Une montre est étanche à 3 atm (relatives).

Question

Quelle profondeur est-il possible d'atteindre en plongée sous-marine, sans détériorer la montre ?

Indice

Écrivez le principe fondamental de l'hydrostatique entre la surface de l'eau (où la pression est connue) et la profondeur maximum de plongée (la montre supportant maximum 3 atm relatives).

Indice 2

Soyez vigilant sur les unités.

3.5. Exercice : Pression à la base d'un réservoir et hauteur de mercure équivalente

Exercice : Pression au fond d'un réservoir

Quelle est la pression relative à la base d'un réservoir de 20 m de hauteur rempli d'un liquide de densité 0,793 ?

- 155 587 bar
- 156 Pa
- 1,56 bar
- 1 556 Pa
- 256 912 Pa

Exercice : Hauteur de mercure équivalente

Dans l'exercice précédent, vous avez calculé la pression relative à la base d'un réservoir de 20 m de hauteur rempli d'un liquide de densité 0,793. Cette pression est de 155 587 Pas, soit 1,56 bar.

La densité du mercure étant 13,57, quelle serait la hauteur de mercure équilibrant cette pression ? donner la réponse en mmHg

3.6. Exercice : Facteurs de conversion d'unités

1 mCE* = 9807 Pa ; 1 atm = 10,33 mCE

Question

Redémontrer ces facteurs de conversion.

3.7. Conséquences de la loi fondamentale de la statique des fluides

On se limitera désormais au cas des fluides incompressibles dans le champ de pesanteur seul.

VIDÉO : <https://youtu.be/4v-bGcuWFAk>

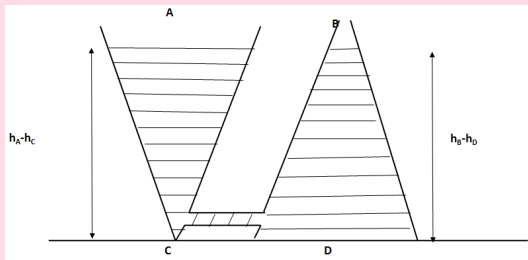
3.7.1. Principe des vases communicants



Notion fondamentale : Vases communicants à un seul fluide

VIDÉO : https://youtu.be/XdXjhNoQ_bA

La pression au fond de 2 récipients de formes quelconques remplis sur la même hauteur et reliés par le bas à l'aide d'un tube est la même : $P_C = P_D$



vases communicants

En effet, les deux récipients étant remplis sur la même hauteur, on a : $h_A - h_C = h_B - h_D = \Delta h$

Dans le récipient de gauche :

$$P_C = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot \Delta h.$$

Dans le récipient de droite :

$$P_D = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot \Delta h.$$

Par conséquent $P_C = P_D$.

Réciproquement, si le liquide est versé par exemple dans le récipient de droite, le niveau s'équilibrera entre les 2 récipients de sorte que la hauteur de liquide soit la même des deux côtés : $h_A = h_B$.

? Exemple : Cas de deux liquides superposés

Les fluides 1 et 2 (parfaitement immiscibles) sont placés dans un tube en U selon le schéma de droite.

$$P_O = P_A + \rho_1 \cdot g \cdot h = P_B + \rho_1 \cdot g \cdot h \text{ donc } P_A = P_B$$

$$\text{or } P_A = P_{atm} + \rho_2 \cdot g \cdot H_2 \text{ et } P_B = P_{atm} + \rho_1 \cdot g \cdot H_1$$

$$\text{d'où } \rho_1 \cdot H_1 = \rho_2 \cdot H_2.$$

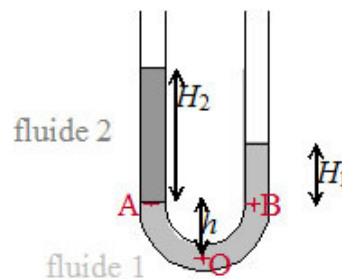


illustration du principe des vases communicants à deux fluides

Ce dispositif peut être utilisé pour mesurer la masse volumique de l'un des deux fluides, si l'on connaît celle de l'autre fluide.

? Exemple : Baromètre à mercure

VIDÉO : <https://youtu.be/lx8BQL40HyQ>

Dans un baromètre à mercure, la différence de niveau H entre les deux branches donne la pression atmosphérique.

En effet, le principe fondamental de l'hydrostatique fournit : $P_O = P_{vide} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot (h + H) = P_{atm} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$.

On obtient ainsi la relation qui relie directement la différence de niveau H entre les deux branches donne la pression atmosphérique : $P_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot H$.

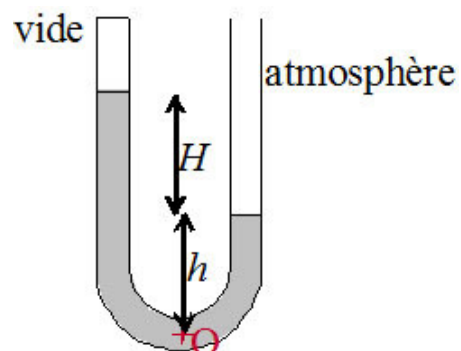


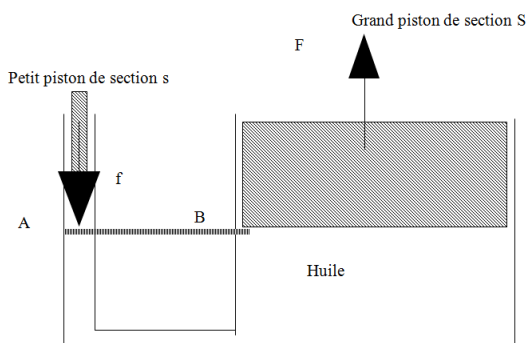
illustration du principe du baromètre à mercure

La plupart des baromètres à mercure sont conçus avec un réservoir dans la branche de droite, dans laquelle le niveau est par conséquent quasiment constant ; on lit alors la pression atmosphérique directement avec la hauteur de mercure dans la branche de gauche, qui peut être graduée en mmHg ou en "véritable" unité de pression.

3.7.2. Autres exemples d'applications

? Exemple : Presse hydraulique

VIDÉO : <https://youtu.be/jWBEhC7a1b0>



principe de la presse hydraulique

La presse hydraulique est un moyen simple de démultiplier les forces.

Le principe des vases communicants impose que la pression soit la même aux points A et B (tant que l'huile est immobile ou quasiment).

Or la force f exercée sur le petit piston est telle que $P_A = \frac{f}{s}$.

La force F transmise au grand piston est quant à elle telle que $P_B = \frac{F}{S}$ et comme $P_A = P_B$, on a finalement :

$$F = f \cdot \frac{S}{s}$$

Ainsi la force transmise au grand piston est d'autant plus grande que le rapport des sections des pistons est grand : ce principe donne la possibilité de soulever de lourdes charges en B en appliquant une force f relativement petite en A.

? Exemple : Barrage

VIDÉO : <https://youtu.be/cfcjTILv7hA>

? Exemple : Crève-tonneau de Pascal

VIDÉO : <https://youtu.be/S0zNTH3YjpE>

3.7.3. Poussée d'Archimède

Si on plonge un objet dans de l'eau, la pression de l'eau au bas de l'objet est plus grande que la pression en haut de l'objet d'après ce qu'on vient de voir. En effet, le bas de l'objet est plus profond, donc là où la pression est plus grande. Au final, l'objet subit donc une force dirigée vers le haut, exercée par l'eau. Cette force provient de la différence de pression entre le haut et le bas de l'objet. On l'appelle poussée d'Archimède.

Si cette force est plus grande que le poids de l'objet, il est poussé vers le haut, et reste à la surface : il flotte (c'est le cas d'un morceau de bois). Si cette force est plus petite que le poids de l'objet, c'est le poids qui l'emporte, et l'objet coule (exemple du caillou).

Imaginons un instant qu'à la place de notre objet, on ait de l'eau. L'eau à la place de l'objet n'aurait aucune raison de flotter ou de couler ; elle resterait sur place : son poids compenserait exactement la poussée d'Archimède. En résumé, l'objet subit exactement la même poussée d'Archimède que l'eau qu'on imaginait à sa place. Autrement dit : l'objet subit une poussée d'Archimède égale au poids de l'eau correspondant au volume occupé par l'objet, mais dirigée vers le haut.

On énonce généralement ceci sous la forme du principe d'Archimède : « *tout corps plongé dans un liquide subit une poussée dirigée vers le haut égale au poids du liquide déplacé* ». En fait, ceci est vrai dans tout fluide (donc également dans les gaz).

VIDÉO : <https://youtu.be/PCyy7y0hyqM>

⚠ Attention : La poussée d'Archimède n'est pas une nouvelle force !

Comme on l'a vu, cette poussée d'Archimède n'est autre que la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le corps. Il ne faut donc en aucun cas, lorsque l'on effectue un bilan de forces, vouloir prendre en compte à la fois la poussée d'Archimède et la résultante des forces de pression (on compterait deux fois la même force !).

? Exemple : Densimètre

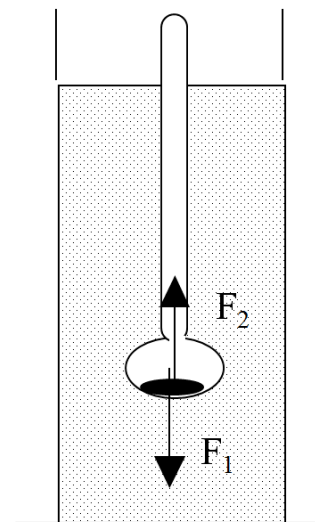
Si l'on reprend le bilan des forces qui s'exercent sur ce densimètre :

- force de pesanteur $F_1 = m \cdot g$
- poussée d'Archimède $F_2 = \rho_{liq} \cdot g \cdot V_{immerg}$

où m est la masse constante du densimètre et V_{immerg} son volume immergé (variable selon la position du densimètre).

À l'équilibre, $F_1 = F_2$, ce qui donne $\rho_{liq} = \frac{m}{V_{immerg}}$.

Plus ρ_{liq} est grande, moins le volume immergé V_{immerg} est grand et plus le densimètre s'élève.



principe du densimètre

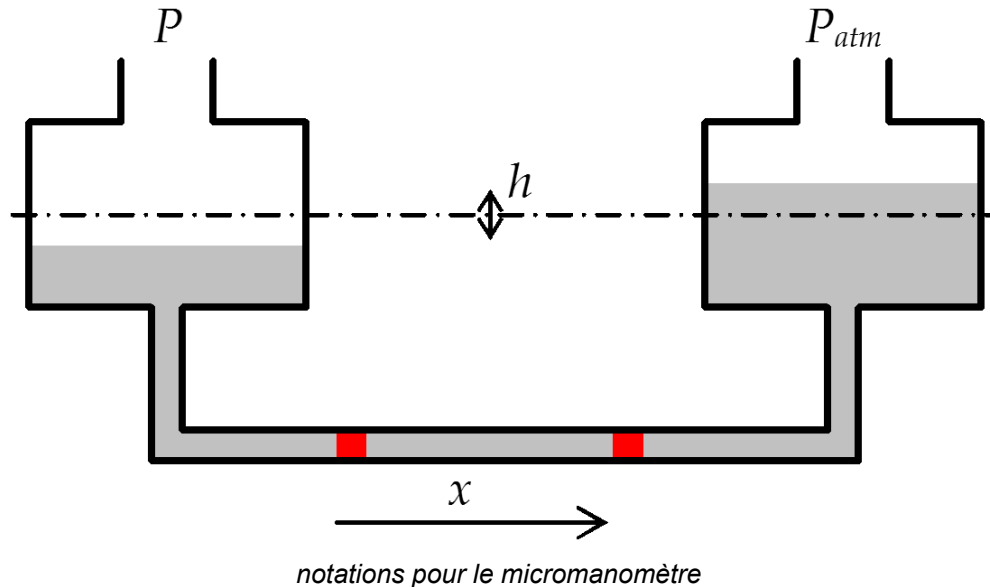
On peut effectuer une lecture directe de la densité du liquide sur la tige graduée surmontant le réservoir à l'interface liquide/air.

3.7.4. Conclusion

VIDÉO : <https://youtu.be/iO0lgXakfrc>

3.8. Exercice : Micromanomètre

Initialement, les deux réservoirs représentés sur le schéma suivant étaient à la pression atmosphérique. Les réservoirs ont un diamètre de 2 cm, le tube inférieur a un diamètre de 0,5 mm. Ils contiennent de l'eau. On applique une pression P au réservoir de gauche ($P - P_{atm} = 1 \text{ Pa}$).

**Question**

De quelle distance x l'index se déplace-t-il ?

Indice

Exprimez le volume d'eau déplacée en fonction de h et en fonction de x .

Indice 2

Attention à la définition de h sur le dessin par rapport au niveau de liquide initial (lorsque la pression appliquée est identique pour les deux réservoirs).

* *
*

Nous avons vu que le principe fondamental de l'hydrostatique permet d'expliquer certaines observations quotidiennes. Dans le cas particulier d'un fluide incompressible (ce qui sera généralement le cas des liquides dans les problèmes courants de génie des procédés), ce principe s'écrit :

$$P + \rho \cdot g \cdot z = cste$$

Retenons dans le cadre du génie des procédés que dans les fluides immobiles, la pression est directement reliée à la profondeur ou l'altitude.

Ce principe permet d'ailleurs de concevoir des capteurs de niveau basés sur une mesure de pression et réciproquement des manomètres à niveau de liquide.

Retenez bien le principe fondamental de l'hydrostatique pour deux points 1 et 2 situés dans un même fluide immobile et incompressible dans le champ de pesanteur seul :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

4. Écoulement stationnaire des fluides parfaits incompressibles

Objectifs

L'objet de cette partie est de rappeler les lois de conservation applicables aux écoulements stationnaires des fluides, en particulier l'équation de Bernoulli.

On s'intéresse ici au cas de fluides parfaits* incompressibles* en mouvement et aux lois de conservation qui les régissent. On se limitera aux écoulements stationnaires, c'est-à-dire en régime permanent*.

4.1. Conservation de la masse

💡 Notion fondamentale : Conservation de la masse en régime stationnaire

En régime permanent* (donc sans accumulation) et en l'absence de production/consommation de matière (donc pas de terme source dans le bilan de matière), le débit massique d'un fluide est conservé :

$$Q_m = cste$$

ou encore $\rho \cdot u \cdot S = cste$

S étant la section de passage, c'est-à-dire la surface perpendiculaire à l'écoulement.

Conservation de la masse en régime stationnaire pour un fluide incompressible

Si de plus, le fluide est incompressible*, on a :

$$u \cdot S = cste$$

ou encore :

$$Q_v = cste$$

⚠ Attention : Conservation du débit volumique...

Ainsi le débit volumique est conservé, mais uniquement en régime permanent, en l'absence de production de matière et pour un fluide incompressible.

4.2. Exercice : Évolution de la vitesse lors d'un changement de section de conduite

Le diamètre d'une conduite circulaire est divisé par deux. Le liquide qui s'écoule à l'intérieur est incompressible.

Comment varie la vitesse du fluide en régime permanent ?

- Elle est multipliée par quatre.
- Elle est multipliée par deux.
- Elle reste constante.
- Elle est divisée par deux.

- Elle est divisée par quatre.

4.3. Conservation de la quantité de mouvement

Une particule fluide de masse m et de vitesse \vec{u} possède une quantité de mouvement $m \cdot \vec{u}$.

💡 Notion fondamentale : Loi de conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la quantité de mouvement en régime permanent* s'écrit selon :

$$\frac{d(m \cdot \vec{u})}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

$\sum \vec{F}_{ext}$ étant la somme des forces extérieures qui s'exercent sur la particule fluide.

🔍 Remarque : Cas d'un fluide incompressible

Pour un fluide incompressible*, cette relation devient : $m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$

4.4. Conservation de l'énergie

⚙️ Raisonnement : "Démonstration" de l'équation de Bernoulli

On se propose de démontrer l'équation de Bernoulli à partir du principe de conservation de l'énergie.

VIDÉO : <https://youtu.be/HN3BmUDdwJ8>

💡 Notion fondamentale : Équation de Bernoulli

La loi de conservation de l'énergie s'exprime donc comme suit :

$$P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2} = cste$$

⚠️ Attention : Conditions d'application de l'équation de Bernoulli

Les conditions d'application de l'équation de Bernoulli sont les suivantes : le fluide doit être parfait* et incompressible* ; l'écoulement doit être permanent* et irrotationnel*.

4.5. Diverses formes de l'équation de BERNOULLI & conversion d'énergies

VIDÉO : https://youtu.be/yj_6YdSEpeQ

🔍 Remarque : Énergie par unité de volume

Une pression n'est autre qu'une énergie par unité de volume.

L'équation de BERNOULLI fait apparaître trois formes d'énergie :

- P est l'énergie de pression proprement dite (par unité de volume) ;

- $\rho \cdot g \cdot z$ est l'énergie potentielle (par unité de volume) ;
- $\frac{\rho \cdot u^2}{2}$ est l'énergie cinétique (par unité de volume).

💡 Notion fondamentale : Conversion des différentes formes d'énergie

On peut convertir chacune de ces formes d'énergie en une autre, comme le montre l'expérience des feuilles.

VIDÉO : https://youtu.be/JXWL_eID2ls

Ceci est également illustré sur le diagramme manométrique de la figure ci-contre, dans le cas de l'écoulement d'un fluide parfait dans une conduite dont l'altitude diminue et le diamètre augmente.

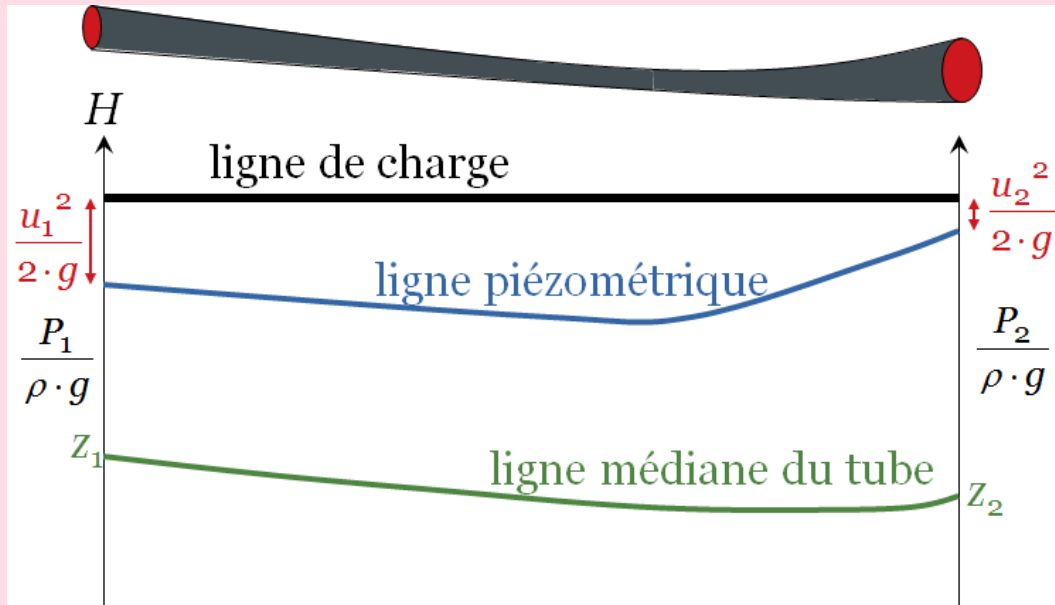


diagramme manométrique pour un fluide parfait

✂ Méthode : L'équation de Bernoulli sous toutes ses formes

L'équation de Bernoulli peut être écrite :

- en pression (énergie par unité de volume) : $P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2} = cste$;
- en hauteur (énergie par unité de poids) : $\frac{P}{\rho \cdot g} + z + \frac{u^2}{2 \cdot g} = cste$;
- en charge (énergie par unité de masse) : $\frac{P}{\rho} + g \cdot z + \frac{u^2}{2} = cste$.

§ Expérience : Les différentes pressions

On donne des noms particuliers à différents groupes d'énergie :

- P : pression statique* ;
- $\rho \cdot g \cdot z$: pression hydrostatique* ;
-

- $\frac{\rho \cdot u^2}{2}$: pression dynamique* ;
- $P + \rho \cdot g \cdot z$: pression motrice (ou piézométrique)* ;
- $P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2}$: pression totale* .

! Attention : Il y a pression totale et pression totale !

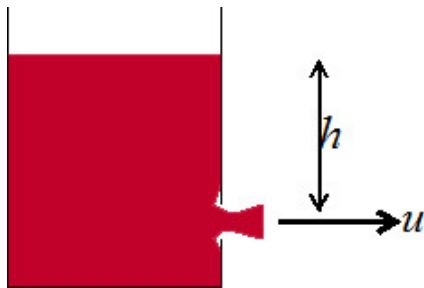
Il ne faut pas confondre la pression totale au sens de la somme des pressions partielles de différentes espèces et la pression totale définie en hydrodynamique ou en hydraulique comme la somme des énergies (de pression, potentielle et cinétique) par unité de volume.

4.6. Applications de l'équation de BERNOULLI

Voyons à présent quelques applications classiques de l'équation de BERNOULLI.

VIDÉO : <https://youtu.be/cmxZRTJJ5AQ>

4.6.1. Formule de Torricelli



Il s'agit d'étudier l'écoulement d'un liquide à travers un orifice percé en bas d'un réservoir dont la paroi est mince (voir figure ci-contre).

*écoulement d'un liquide à travers
un orifice percé en bas d'un
réservoir*

⚙ Raisonnement : Démonstration du théorème de Torricelli

VIDÉO : <https://youtu.be/YwO8FJvX5K4>

La vitesse d'écoulement à travers l'orifice est donc : $u = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

🔍 Pour aller plus loin : Facteur correctif

La contraction de la veine fluide nécessite l'utilisation d'un facteur correctif κ pour le calcul du débit s'écoulant à travers l'orifice : $Q_v = \kappa \cdot S \cdot u$, où S est la section ouverte de l'orifice.

Généralement, $0,5 < \kappa < 0,7$; pour un orifice circulaire proprement percé (c'est-à-dire sans bavure ou déformation due au perçage) dans une paroi mince, $\kappa = 0,62$.

? Exemple : Illustration de la formule de Torricelli



photographie d'un tonneau percé en train de se vidanger

VIDÉO : <https://youtu.be/9V3-XeDSm0U>

? Exemple : Temps de vidange d'un réservoir

L'exercice qui suivra sur la vidange d'un réservoir permettra de mettre en application la formule de Torricelli.

4.6.2. Tube de Pitot

La sonde de Pitot (figure ci-contre) est un instrument de mesure de la vitesse d'un fluide.

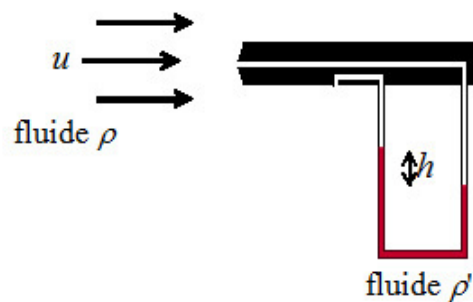


schéma de principe d'une sonde de Pitot

⚙️ Raisonnement : Démonstration de la formule pour le tube de Pitot

VIDÉO : <https://youtu.be/FKNpCILZnyc>

La vitesse de l'écoulement u mesurée à l'aide du tube de Pitot est donc reliée à la différence de hauteur h dans le tube manométrique selon : $u = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) \cdot g \cdot h}$, ρ' étant la masse volumique du liquide manométrique et ρ celle du fluide dont on mesure la vitesse d'écoulement.

4.6.3. Débitmètre Venturi

Le débitmètre Venturi repose sur la mesure de différence de pression générée par un rétrécissement de conduite comme illustré sur la figure ci-contre.

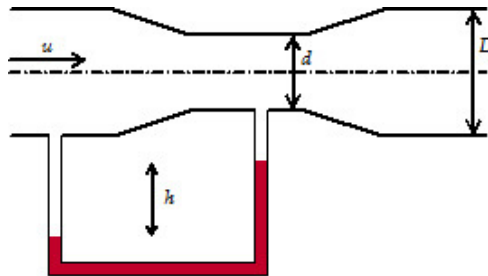


schéma de principe d'un débitmètre Venturi

Un exercice suivant fera l'objet de la démonstration de la relation entre la différence de hauteur h dans le tube manométrique et le débit Q_v :

$$Q_v = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) \cdot g \cdot h}{\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1}}$$

§ Expérience : Quelques exemples d'expériences mettant en œuvre l'effet Venturi

VIDÉO : <https://youtu.be/13eoSasj4hw>

4.7. Exercice : Temps de vidange d'un réservoir

Un réservoir a une section horizontale de 4 m^2 , il est rempli d'eau sur 20 m de haut. L'orifice en bas du réservoir a une section de 4 cm^2 .

Question

À partir du théorème de Toricelli, calculer le temps nécessaire pour vidanger le réservoir.

Indice

Écrivez de deux façons le volume vidangé pendant un temps dt .

Indice 2

Écrivez de deux façons le volume vidangé pendant un temps dt : d'une part en fonction du débit Q_v et d'autre part en fonction de la baisse de niveau dh dans le réservoir pendant ce temps dt .

4.8. Exercice : Débitmètre Venturi

De l'eau (masse volumique ρ) circule dans la conduite schématisée ci-dessous. Le liquide manométrique a une masse volumique $\rho' > \rho$.

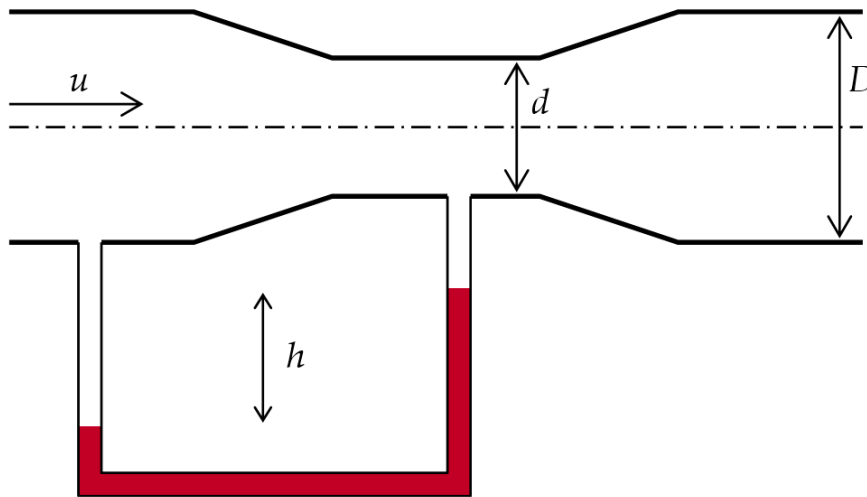


schéma de principe d'un débitmètre Venturi

Question

Donner l'expression reliant la vitesse d'écoulement à la mesure du tube manométrique et permettant de calculer le débit.

Indice

Écrivez :

- l'équation de Bernoulli dans la conduite ;
- le principe fondamental de l'hydrostatique dans le tube manométrique ;
- la conservation de la masse dans la conduite.

Indice 2

En première approximation, on peut supposer que les deux prises de pression du tube manométrique sont situées à la même altitude.

Si on réalise le calcul détaillé, cette petite différence d'altitude s'annulera et on obtiendra strictement le même résultat qu'avec l'approximation.

* *
*

Nous avons vu que, dans le cas particulier d'un fluide parfait* incompressible* en écoulement stationnaire* irrotationnel*, l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2} = cste$$

Cette équation a de nombreuses applications dans le domaine du génie des procédés, mais nous allons voir qu'elle doit d'abord être complétée pour pouvoir être appliquée aux cas courants en hydraulique : des liquides, incompressibles, mais non parfaits.

La loi de conservation de la matière (débit massique conservé, voire -dans le cas des fluides incompressibles- débit volumique conservé) est également très importante dans le domaine de l'hydraulique pour le génie des procédés.

Retenez bien l'équation de Bernouilli entre deux points 1 et 2 situés dans l'écoulement stationnaire et irrotationnel d'un fluide parfait et incompressible :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2}$$

5. Ce qui change avec les fluides réels

Objectifs

En plus du principe fondamental de l'hydrostatique et des lois de conservation, pour étudier l'hydraulique en génie des procédés, nous avons besoin de définir :

- la viscosité ;
- un nombre adimensionnel très important en génie des procédés : le *nombre de Reynolds*.

Au niveau bac+3, on étudiera également quelques notions de rhéologie et on approfondira la notion de couche limite.

Ceci conduira finalement à la notion de profil de vitesse et éventuellement de couche limite, également très importants en génie des procédé, notamment pour tous les phénomènes de transfert.

Les fluides parfait n'existent pas ; même les gaz, y compris sous pression modérée, ont une viscosité non nulle.

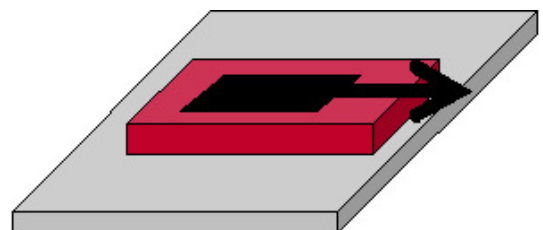
De surcroît les fluides incompressibles, hypothèse nécessaire pour la plupart des lois utilisées en hydraulique, sont en pratique uniquement les liquides. Ceux-ci ont moins encore de chance de s'approcher des fluides parfaits que les gaz.

La manipulation de fluides réels nécessite donc d'aborder de nouvelles notions : viscosité, rhéologie, nombre de Reynolds, profil de vitesse et éventuellement couche limite.

5.1. Viscosité

§ Expérience : Mise en évidence des frottements dans les fluides

Pour mettre en évidence l'existence de frottements dans les fluides, on réalise une expérience, illustrée par la figure ci-contre : on dépose une feuille de papier aluminium (en noir sur la figure) sur une couche de miel (en rouge), le tout reposant sur un support rigide fixe (en gris).



expérience de mise en évidence des frottements dans les fluides

Les grandeurs caractéristiques du problème sont :

- la force F appliquée pour tirer la feuille de papier aluminium ;

- la vitesse u de déplacement de la feuille, qui augmente avec la force de traction ;
- l'épaisseur e de la couche de miel : il faut exercer une force bien supérieure pour obtenir la même vitesse si la couche de miel est plus mince ;
- la surface S de la feuille : la force nécessaire pour obtenir la même vitesse de déplacement est d'autant plus faible que la surface de la feuille est faible.

On en déduit la forme de la force exercée : $F \propto S \cdot \frac{u}{e}$.

L'épaisseur e étant faible, $\frac{u}{e}$ est en fait un gradient de vitesse $\frac{du}{de}$.

5.1.1. Viscosité dynamique

Définition : Viscosité dynamique

On appelle viscosité dynamique, et on note μ , le coefficient de proportionnalité caractérisant la force à exercer pour déplacer les particules fluides les unes par rapport aux autres, d'où l'expression de la force de frottement : $F = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dz}$ (formule de Newton).

Remarque : Unité de la viscosité dynamique

La viscosité dynamique a pour équation aux dimensions $M L^{-1} T^{-1}$ et est généralement exprimée en Pa s (éventuellement en poise : 1 Po = 0,1 Pa s).

Exemple : Ordres de grandeur

Cette *vidéo* montre l'effet de la viscosité sur un cas d'étude : la chute d'une boule dans des liquides de viscosité croissante.

Les ordres de grandeur de viscosité dynamique sont les suivants dans les conditions ambiantes :

- air : $2 \cdot 10^{-5}$ Pa s ;
- eau : 10^{-3} Pa s = 1 cPo (centipoise) ;
- miel : 6 Pa s ;
- gels : 1 à 100 Pa s ;
- peintures : 10 à 1000 Pa s ;
- goudrons : 100 à 10^5 Pa s ;
- glace : 10^{13} Pa s ;
- granit : 10^{20} Pa s.

Voici quelques valeurs de viscosité dynamique de liquides à 20°C :

Acétone	$0,33 \cdot 10^{-3}$ Pa s
Eau	10^{-3} Pa s
Éthanol	$1,20 \cdot 10^{-3}$ Pa s
Mercure	$1,55 \cdot 10^{-3}$ Pa s
Huile d'olive	$84 \cdot 10^{-3}$ Pa s
Glycérine	$1499 \cdot 10^{-3}$ Pa s

Voici quelques valeurs de viscosité dynamique de gaz à 20°C :

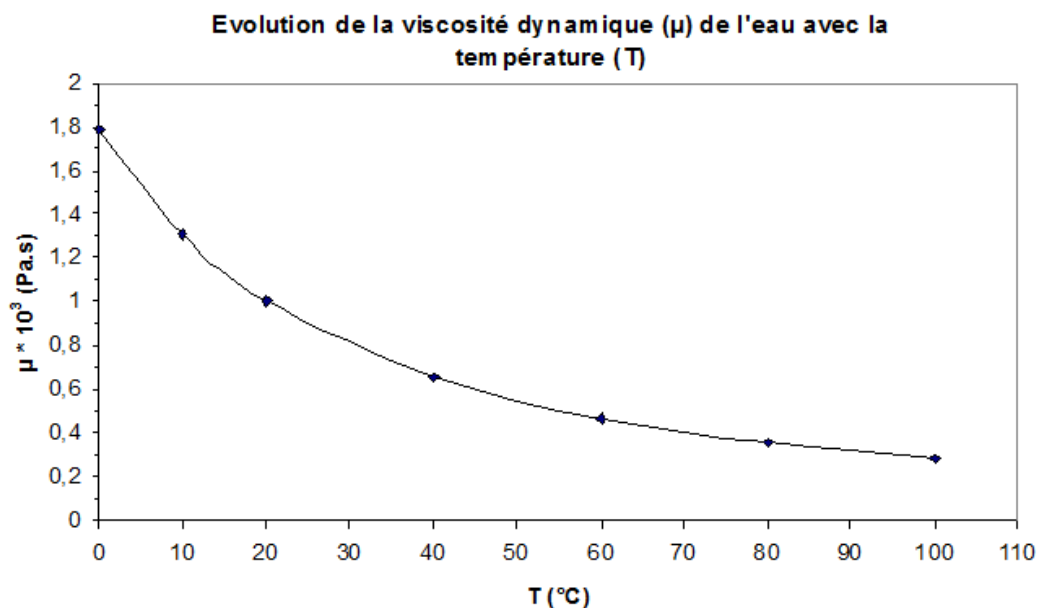
Air	$1,85 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$
CO ₂	$1,48 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$
H ₂	$0,89 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$
Vapeur d'eau	$10,5 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$

Remarque : Effets de la pression et la température

Pour les liquides, la viscosité dynamique diminue avec la température. En effet, lorsque la température augmente, les distances intermoléculaires augmentent (dilatation), il y a donc moins de frottements, et la viscosité diminue. En revanche la viscosité dynamique des liquides est peu sensible à la pression.

Pour les gaz, la viscosité dynamique augmente avec la pression et la température. En effet, lorsque la pression augmente, les frottements augmentent, et donc la viscosité aussi ; lorsque la température augmente, la vitesse des molécules augmente et leur taux de collision également, par conséquent la viscosité augmente.

On peut voir sur le graphique ci-dessous l'effet de la température sur la viscosité dynamique de l'eau.



effet de la température sur la viscosité dynamique de l'eau

5.1.2. Viscosité cinématique

Définition : Viscosité cinématique

La viscosité cinématique ν est le rapport de la viscosité dynamique et de la masse volumique.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

🔍 Remarque : Unité de la viscosité cinématique

Elle a pour équation aux dimensions $L^2 T^{-1}$ et est exprimée en $m^2 s^{-1}$ dans le système international d'unités.

On l'exprime parfois en Stokes (St) : $1 m^2 s^{-1} = 10^4 cm^2 s^{-1} = 10^4 St$.

? Exemple : Ordre de grandeur de la viscosité cinématique

La viscosité cinématique de l'eau à $20^\circ C$ est de $10^{-6} m^2 s^{-1} = 1 cSt$ (centi-Stokes).

📄 Pour aller plus loin : Diffusivité

L'unité de la viscosité cinématique laisse apparaître qu'elle est une diffusivité : il s'agit de la diffusivité de la quantité de mouvement, tout comme le coefficient de diffusion est la diffusivité de la matière et la conductivité thermique est la diffusivité de l'énergie thermique.

5.1.3. Viscosité, contrainte et déformation

🔍 Définition : Viscosité

On peut relier la contrainte visqueuse τ_{xy} et dérivée par rapport au temps de la déformation γ_{xy} (que l'on nomme vitesse de déformation $\dot{\gamma}_{xy}$) par la viscosité μ .

📄 Pour aller plus loin : Quelques détails sur les notions de viscosité, contrainte et déformation

VIDÉO : <https://youtu.be/TAkJ0V7LqYE>

5.2. Notions de rhéologie

Les fluides peuvent avoir des comportements très hétéroclites. Il s'agit ici simplement de mentionner ces comportements ; ce n'est nullement un cours de rhéologie.

VIDÉO : https://youtu.be/EFr_0mhOtJI

💡 Notion fondamentale : Contrainte de déformation

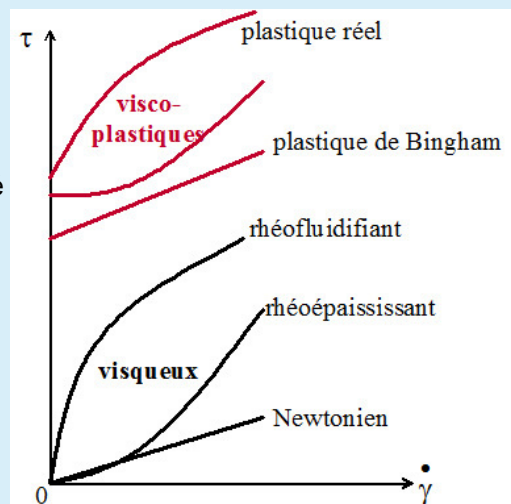
Pour classer les fluides, on se base généralement sur l'expression suivante, qui relie la contrainte τ (force par unité de surface) à la déformation $\dot{\gamma} = \frac{du}{dz}$ que cette contrainte occasionne :

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dz}$$

🔑 Définition : Fluides Newtonien

Dans le cas des fluides parfaits, c'est-à-dire sans frottements, la viscosité dynamique est nulle. Pour les fluides réels (c'est-à-dire non-parfaits), on distingue plusieurs cas :

- les fluides Newtonien, pour lesquels la viscosité dynamique est constante ;
- les fluides non-Newtonien dont le comportement est indépendants du temps, qui peuvent être visqueux (sans contrainte seuil) ou plastiques (avec contrainte seuil, c'est-à-dire qu'il faut leur appliquer une contrainte minimale pour réussir à les mettre en mouvement) ;
- les fluides thixotropes, dont le comportement est dépendant du temps.



rhéogramme des différents types de fluides (non-thixotropes)

🔑 Remarque : Lois rhéologiques

Les lois rhéologiques les plus usuelles sont les suivantes :

- loi d'Oswald : $\tau = \mu_0 \cdot (\dot{\gamma})^n$
- loi de Bingham : $\tau = \tau_0 + \mu_B \cdot \dot{\gamma}$
- loi d'Herschell-Bulkley : $\tau = \tau_0 + K_B \cdot (\dot{\gamma})^{n_B}$
- loi de Casson : $\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu_C \cdot \dot{\gamma}}$

? Exemple : Fluide rhéoépaississant

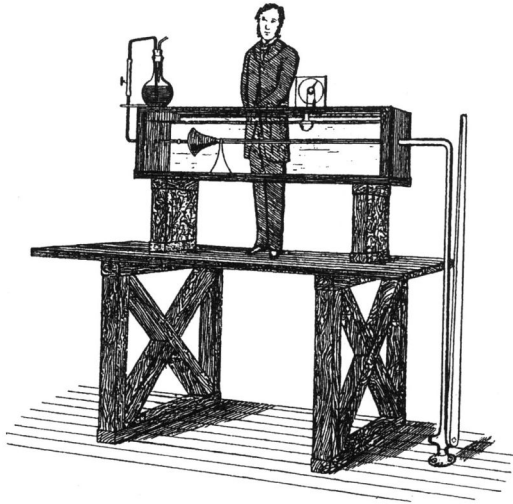
VIDÉO : https://youtu.be/DhzKA__fkoE

5.3. Nombre de Reynolds

VIDÉO : <https://youtu.be/z3Jqzjox5R0>

Expérience historique de Reynolds

L'expérience historique d'Osborne REYNOLDS* consiste à faire s'écouler dans un tube transparent un filet coloré du même liquide que celui qui circule dans le tube et à la même vitesse.



*expérience historique d'Osborne
REYNOLDS*

Cette expérience peut être reproduite de nos jours, comme l'ont fait des enseignants de l'Académie de Nancy-Metz* qui ont réalisé les clichés suivants.

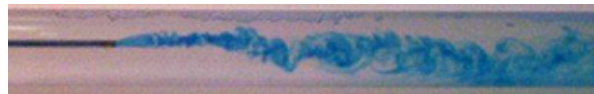
Il est essentiel, pour que l'expérience soit représentative, que le colorant soit injecté précisément à la même vitesse que le fluide qui circule dans la conduite.

Lorsque la vitesse commune du filet coloré et du liquide principal est faible, le liquide coloré suit une trajectoire rectiligne, parallèle à l'axe du tube. En fait chaque élément de fluide se déplace en ligne droite, parallèlement aux parois solides qui le guident, on l'appelle parfois écoulement en filets parallèles. Ce type d'écoulement est appelé laminaire.



écoulement laminaire dans un tube

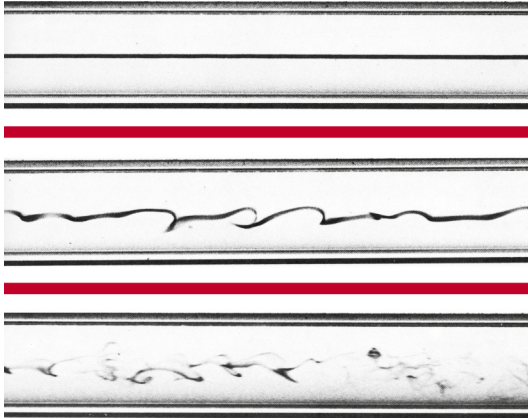
Lorsque la vitesse commune du filet coloré et du liquide principal est élevée, le mouvement du liquide coloré devient beaucoup plus complexe, dans toutes les directions et variant dans le temps et dans l'espace, en direction et en intensité ; pourtant leurs moyennes dans le temps et radiale ou angulaire dans l'espace sont nulles et on observe un moment global macroscopique dans l'axe du tube et à la vitesse imposée en entrée. De plus le liquide coloré perd son identité : il est dispersé dans le liquide transparent. Ce type d'écoulement complexe, avec des fluctuations dans le temps et l'espace, est appelé turbulent.



écoulement turbulent dans un tube

On peut tenter d'identifier les paramètres qui peuvent induire le passage d'un type d'écoulement à un autre :

- la vitesse du fluide u : comme l'a montré l'expérience, plus elle est grande plus on aura tendance à observer le régime turbulent ;



résultats de l'expérience historique de Reynolds

- la viscosité du fluide μ : plus elle est grande, plus on aura tendance à observer le régime laminaire, car les frottements gêneront la formation des tourbillons ;
- le diamètre de la conduite D : plus il est petit, plus on aura tendance à observer le régime laminaire, car les tourbillons seront plus difficile à obtenir dans une géométrie étroite.

Dans le cas de l'écoulement d'un liquide dans une conduite, le régime intermédiaire (photographie au centre de l'illustration de gauche) est obtenu pour $2000 < Re < 3000$.

VIDÉO : <https://youtu.be/xiX5Pffxms>

🔍 Remarque : Les gaz aussi peuvent présenter les régimes laminaire et turbulent

Il se produit exactement les mêmes phénomènes dans les gaz.

💡 Notion fondamentale : Nombre de Reynolds

La transition entre régime laminaire et régime turbulent est naturelle et inévitable dès lors que l'on augmente la vitesse d'écoulement d'un fluide donné dans un tube de diamètre donné, mais elle peut également se produire sous l'effet des propriétés du fluide (masse volumique et viscosité) ou selon le diamètre du tube. On construit ainsi le nombre adimensionnel dit nombre de Reynolds Re :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, μ sa viscosité dynamique et ν sa viscosité cinématique, D le diamètre du tube et u la vitesse d'écoulement du fluide.

⚠️ Attention : Transition entre régimes laminaire et turbulent

Dans les conduites, la transition entre régime laminaire et régime turbulent se produit pour des valeurs de nombre de Reynolds autour de 2000-3000.

Dans d'autres configurations, la valeur du nombre de Reynolds de transition peut être nettement différente.

🔗 Pour aller plus loin : Une illustration spectaculaire de la réversibilité en régime laminaire

VIDÉO : <https://youtu.be/1wNmtle6qkE?t=2m15s>

✚ Pour aller plus loin : Signification du nombre de Reynolds

Le nombre de REYNOLDS est le rapport des contraintes inertielles $\rho \cdot u^2$ et visqueuses $\mu \cdot \frac{u}{D}$; c'est aussi le rapport des temps caractéristiques de transport de quantité de mouvement par diffusion $\frac{D}{\mu}$ et par convection $\frac{D^2}{\nu}$.

✚ Méthode : Cas des conduites non-circulaire

Dans le cas où la conduite n'est pas circulaire, on définit ce que l'on appelle le diamètre hydraulique D_h :

$$D_h = 4 \cdot \frac{\text{section droite de la conduite}}{\text{périmètre mouillé}}$$

VIDÉO : <https://youtu.be/ux1a5UHphNU>

On peut également définir le rayon hydraulique R_h en correspondance avec le rayon de la conduite r :

$$R_h = \frac{\text{section droite occupée par le fluide}}{\text{périmètre mouillé}}$$

- dans le cas d'une conduite circulaire de diamètre D , on retrouve $D_h = D$.
- dans le cas d'une conduite carrée, le diamètre hydraulique n'est autre que le côté du carré.
- pour un fluide circulant dans un espace annulaire, on peut montrer que $D_h = 2 \cdot e = D_{ext} - D_{int}$, où e est l'épaisseur de l'espace annulaire.

5.4. Des profils de vitesse à la notion de couche limite

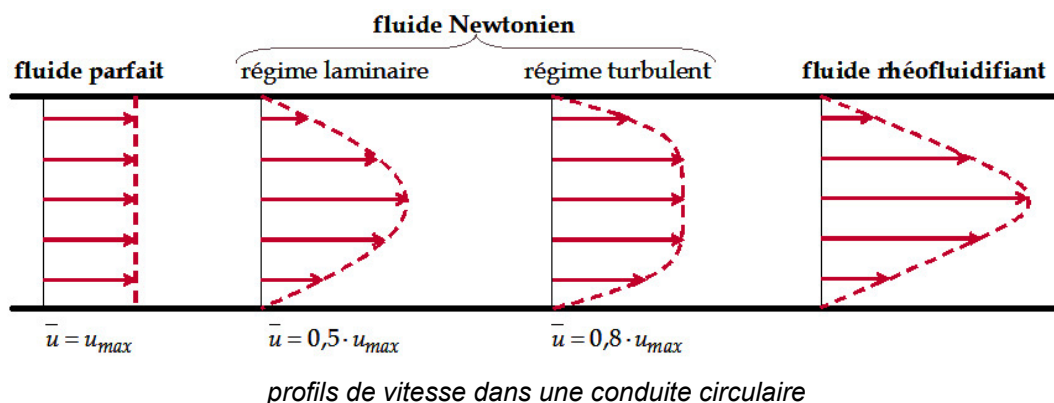
Le vidéo suivante introduit les notions de profils de vitesse et de couche limite.

VIDÉO : https://youtu.be/iNCHUyG_U3Y

La viscosité engendre un gradient de vitesse dans une section droite de conduite :

- à la paroi, la vitesse du fluide est nulle (c'est la condition d'adhérence) ;
- la vitesse est maximale au centre de la conduite.

La figure ci-dessous montre les différents types de profils rencontrés en fonction du type de fluide et du régime d'écoulement.



5.4.1. Vitesse moyenne

Définition : Vitesse moyenne

Du fait qu'il existe un gradient de vitesse au sein des fluides qui s'écoulent dans la conduite, on définit la vitesse moyenne d'écoulement \bar{u} .

Cette vitesse est directement reliée au débit volumique. Ainsi dans une conduite circulaire de diamètre D , la vitesse moyenne d'écoulement est telle que $Q_v = \bar{u} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$.

Pour aller plus loin : Conséquences sur l'équation de Bernoulli

L'existence de ces profils de vitesse, induit une modification du terme d'énergie cinétique dans l'équation de Bernoulli, qui, rappelons-le, n'est théoriquement valide que pour les fluides parfaits. On écrit ce terme d'énergie cinétique comme suit :

$$\beta \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2}$$

Le facteur correctif β vaut :

- 1 en écoulement piston (cas d'un fluide parfait) ;
- 2 en écoulement laminaire ;
- 1,04 à 1,12 en écoulement turbulent.

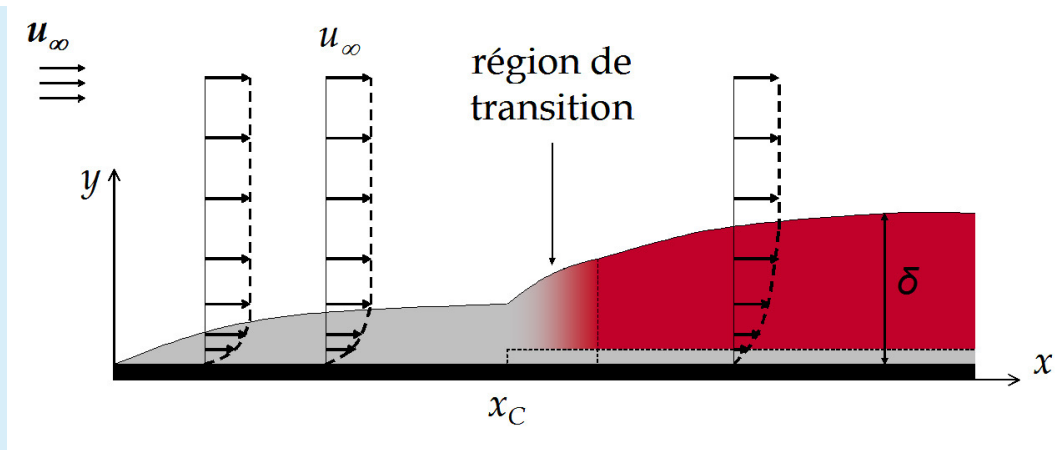
Dans la pratique, on prend $\beta \approx 1$ en régime turbulent, mais également en régime laminaire (l'erreur commise est minimale dans la mesure où le terme $\frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2}$ est négligeable en régime laminaire).

5.4.2. Notion de couche limite

La notion de couche limite est très importante en génie des procédés, car c'est dans cette couche que se trouvent généralement les plus importantes résistances aux transferts de matière et de chaleur. Cette partie a pour but de lister quelques corrélations utiles pour évaluer les dimensions de cette couche.

Définition : Couche limite

Considérons un fluide qui s'écoule le long d'une surface solide plane placée dans le sens de l'écoulement. La vitesse du fluide est nulle à la paroi, et, du fait des frottements, croît progressivement à travers le fluide quand on s'éloigne de la paroi jusqu'à atteindre la vitesse u_∞ loin de la paroi. Cet effet est considéré comme confiné dans une épaisseur de fluide appelée *couche limite*, voisine de la paroi solide.



représentation schématique d'une couche limite

On appelle $\delta_{0.99}$ l'épaisseur de la couche limite, elle correspond à la définition $u_{\delta} = 0,99 \cdot u_{\infty}$

Dans le cas d'une plaque plane, l'écoulement dans la couche limite est laminaire (en gris sur la figure) aux faibles distances x du bord d'attaque de la plaque, puis il est turbulent (en rouge sur la figure ci-contre) pour de grandes longueurs. Entre ces deux zones, existe une région de transition, située à une distance x_c du bord d'attaque, telle que :

$$3 \cdot 10^5 < Re_c = \frac{\rho \cdot u_{\infty} \cdot x_c}{\mu} < 3 \cdot 10^6$$

Entre la paroi et la couche limite turbulente, persiste une sous-couche limite laminaire, de faible épaisseur.

Cette théorie de la couche limite est très importante pour l'étude poussée des pompes centrifuges, des coques de bateau, des fuselages...

En génie des procédés, cette couche limite joue un rôle crucial pour les transferts de matière et de chaleur.

+ Pour aller plus loin : Des couches limites...

La couche limite décrite ici est appelée couche limite dynamique, on définit également une couche limite dite thermique.

a) Couche limite sur une plaque plane

Pour une plaque plane de longueur L , on dispose des corrélations qui suivent.

* Méthode : Couche limite laminaire

L'épaisseur de la couche limite est donnée par la relation :

$$\frac{\delta}{x} = 4,64 \cdot Re_x^{-1/2}$$

Le coefficient de frottement (qui n'est autre que le rapport de la contrainte à la paroi par le terme d'énergie cinétique $\frac{\rho \cdot u_{\infty}^2}{2}$), est le suivant (avec $Re_x = \frac{\rho \cdot u \cdot x}{\mu}$; $Re = \frac{\rho \cdot u \cdot L}{\mu}$) :

$$\text{localement : } f/2_x = 0,353 \cdot Re_x^{-1/2} ; \text{ globalement : } f/2 = 0,646 \cdot Re^{-1/2}$$

Ceci permet de calculer la contrainte au niveau de la paroi.

✂ Méthode : Couche limite modérément turbulente

Pour $10^5 < Re < 10^7$, l'épaisseur de la couche limite est donnée par la relation :

$$\frac{\delta}{x} = 0,376 \cdot Re_x^{-0,2}$$

L'épaisseur de la sous-couche limite laminaire est la suivante :

$$\frac{\delta}{x} = 72,4 \cdot Re_x^{-0,9}$$

Les coefficients de frottement local et global sont les suivants :

$$f/2x = 0,0293 \cdot Re_x^{-0,2}; f/2 = 0,0366 \cdot Re^{-0,2}$$

✂ Méthode : Couche limite turbulente

Pour $10^7 < Re$, l'épaisseur de la couche limite et le coefficient de frottement global sont donnés par les expressions de Schoenherr :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta}{x} = 0,54 \cdot \sqrt{f/2} \\ \frac{0,171}{\sqrt{f/2}} = \log(2 \cdot Re \cdot f/2) \end{array} \right.$$

✂ Méthode : Couche limite fortement turbulente

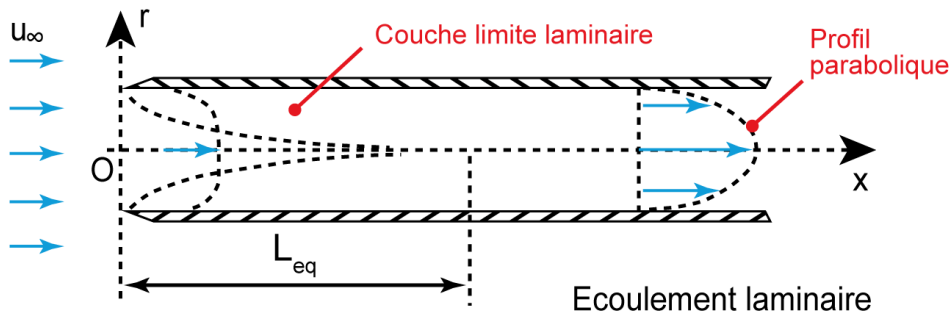
Pour $10^7 < Re < 10^9$, on donne l'approximation suivante, sous forme explicite (Van Karman & Schlichting) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta}{x} = 0,22 \cdot Re_x^{1/6} \\ f/2 = 0,456 \cdot (\log Re)^{-2,58} \end{array} \right.$$

b) Couche limite dans une conduite

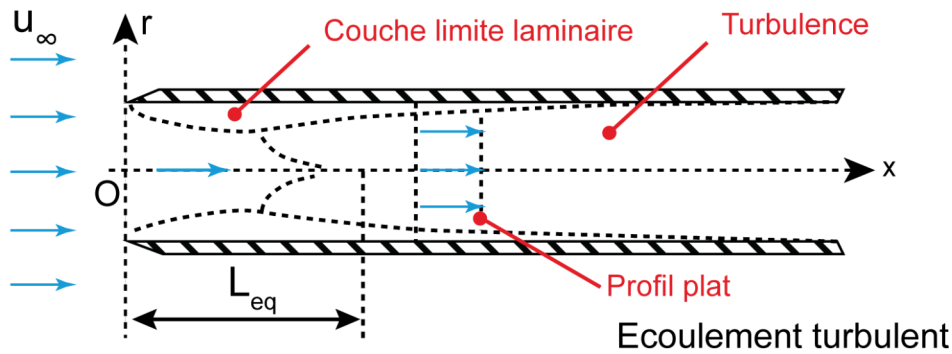
À l'intérieur d'une conduite, on observe également le développement d'une couche limite, comme le montre les figures suivantes. Toutefois, dans cette géométrie confinée, au bout d'une distance suffisamment longue par rapport à l'entrée dans la conduite, la couche limite envahit toute la conduite.

Ainsi, si la couche limite envahit toute la conduite alors que la couche limite n'était encore que laminaire, l'écoulement dans la conduite sera laminaire (figure de gauche), on comprend que ceci se produira en particulier si la conduite a un faible diamètre.



couche limite laminaire dans une conduite circulaire

Si au contraire, la couche limite turbulente a pu se développer avant que la couche limite n'envahisse toute la conduite, l'écoulement sera turbulent (figure de droite).



couche limite turbulente dans une conduite circulaire

L'épaisseur de la sous-couche limite laminaire dans une conduite circulaire est globalement proportionnelle à l'inverse de la vitesse moyenne, et est donnée par l'expression :

$$\frac{\delta}{D} = 60 \cdot Re^{-7/8}$$

Définition : Longueur d'établissement

La longueur d'établissement L_e du régime d'écoulement correspond à la distance entre l'entrée dans la conduite et la position à partir de laquelle la couche limite a envahi toute la conduite. Elle est corrélée selon la valeur du nombre de Reynolds comme suit :

$$\frac{L_e}{D} = \begin{cases} 0,6 & \text{pour } Re < 100 \\ (0,03 \text{ à } 0,06) \cdot Re & \text{pour } 100 < Re < 2000 \\ (0,6 \text{ à } 0,8) \cdot Re^{1/4} & \text{pour } Re > 2000 \end{cases}$$

* *

*

Nous avons vu comment les lois fondamentales de l'hydraulique peuvent être adaptées aux cas des fluides réels. Nous allons maintenant pouvoir aborder des situations industrielles concrètes.

Retenez bien l'expression du nombre de REYNOLDS :

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu}$$

* *
*

Nous avons rappelé ou défini un certain nombre de notions et de principes de mécanique des fluides utiles pour le génie des procédés :

- notions de fluide, de pression, de débit, de masse volumique, de viscosité et éventuellement de tension de surface ;
- principe fondamental de l'hydrostatique ;
- lois de conservation, notamment l'équation de Bernoulli et quelques unes de ses conséquences importantes en génie des procédés ;
- viscosité, nombre de Reynolds, profils de vitesse et couche limite.

Nous avons également vu ou revu les notions d'unités, de dimensions et l'analyse dimensionnelle.

Nous pouvons maintenant aborder l'étude de l'hydraulique en génie des procédés.

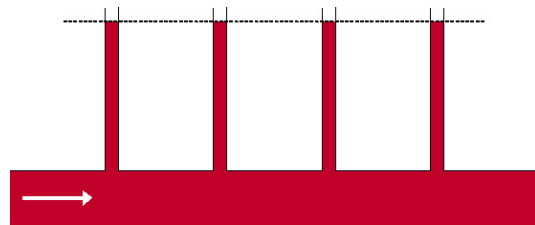
Pertes de charge



Cette partie est consacrée à l'étude des pertes de charge dans les conduites, en régime permanent. On se limitera au cas des fluides newtoniens, circulant dans des conduites circulaires.

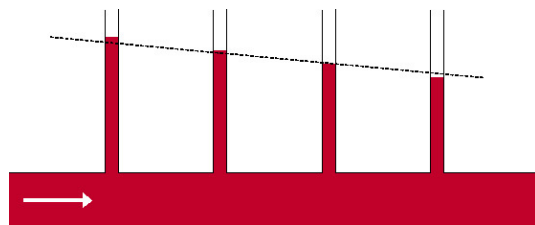
VIDÉO : <https://youtu.be/HuBugnFR1qg>

La figure ci-contre montre le cas de l'écoulement d'un fluide parfait dans une conduite horizontale et de section constante, munie de tubes manométriques. La pression reste constante tout au long de la conduite.



écoulement d'un fluide parfait dans une conduite

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide réel dans la même configuration, il y a une dissipation irréversible d'énergie du fait des frottements, et donc une perte de charge : la pression décroît tout au long de la conduite. Cette perte de charge (ou perte de pression) est notée $\Delta P_{f\oplus}$.



écoulement d'un fluide réel dans une conduite

Ceci est également illustré sur le diagramme manométrique ci-dessous, pour le cas d'une conduite non-horizontale et de section variable.

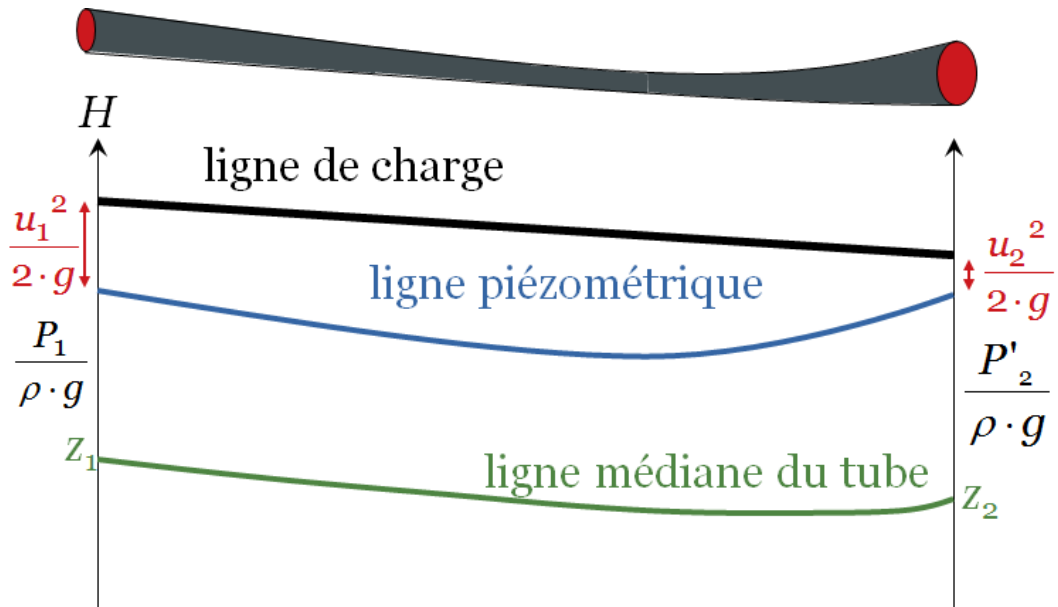


diagramme manométrique pour un fluide réel

Dans le cas des fluides réels, on écrira donc l'équation de Bernouilli avec pertes de charge :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \Delta P_f$$

Les pertes de charge dans les conduites peuvent être de deux types :

- les pertes de charge régulières ΔP_{fr} , qui ont lieu sans variation brusque de vitesse (ni en norme ni en direction) et sont dues uniquement aux frottements visqueux au sein du fluide et contre la paroi ;
- les pertes de charge singulières ΔP_{fs} , qui ont lieu lors de variations brusques de vitesse (norme et/ou direction) et sont dues essentiellement à la variation soudaine de la vitesse d'écoulement (et dans une moindre mesure aux frottements visqueux).

1. Pertes de charge régulières

Objectifs

L'objet de cette partie est d'apprendre à calculer les pertes de charge régulières dans une conduite dont les caractéristiques sont connues.

Expérimentalement, on constate que les pertes de charge régulières dépendent : de la longueur L de la canalisation, de la viscosité μ du fluide, du diamètre interne D de la conduite et de la vitesse moyenne du fluide \bar{u} (moyenne sur une section droite de conduite). La forme générale est donnée par l'expression :

$$\Delta P_{fr} = f/2 \cdot (4 \cdot \rho \cdot \bar{u}^2) \cdot \frac{L}{D}$$

Le rapport $f/2$ est appelé facteur de frottements. Il dépend notamment du régime d'écoulement dans la conduite.

La vitesse moyenne \bar{u} est obtenue en divisant le débit volumique Q_v par la section de passage S .

On rencontre parfois également la notion de coefficient de frottement λ , tel que :

$$\Delta P_{fr} = \lambda \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2} \cdot \frac{L}{D}$$

La vidéo suivante présente la manière de calculer les pertes de charge régulières dans les différents régimes.

VIDÉO : <https://youtu.be/512XpKHpG4M>

1.1. Calcul des pertes de charge régulières en régime laminaire

On peut montrer que la relation de Hagen-Poiseuille s'applique en régime laminaire.

$$Q_v = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \mu} \cdot \frac{\Delta P_{fr}}{L} = \frac{\pi \cdot D^4}{128 \cdot \mu} \cdot \frac{\Delta P_{fr}}{L}$$

Par conséquent, en régime laminaire, pour un fluide Newtonien, le facteur de frottements vaut :

$$f/2 = \frac{8}{Re}$$

et le coefficient de frottement vaut : $\lambda = \frac{64}{Re}$

En régime laminaire, on peut donc écrire : $\Delta P_{fr} = 32 \cdot \frac{\mu \cdot \bar{u} \cdot L}{D^2}$. On sait donc que : ΔP_{fr} est proportionnel à la longueur L de la conduite ; ΔP_{fr} augmente avec la viscosité μ et augmente énormément si le diamètre D décroît ; enfin ΔP_{fr} augmente avec la vitesse moyenne \bar{u} (ou encore avec le débit volumique Q_v).

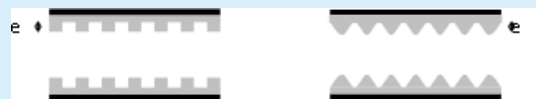
1.2. Calcul des pertes de charge régulières en régime turbulent

Contrairement au régime laminaire, en régime turbulent les pertes de charge régulières peuvent dépendre de l'état de surface de la conduite. Nikuradse a mesuré les pertes de charge régulières en fonction du nombre de Reynolds en rendant artificiellement des conduites rugueuses en collant sur la surface interne des grains de sable de taille calibrée. Il distingue deux régimes, l'un est dit hydrauliquement lisse (le facteur de frottement est indépendant de la rugosité), et l'autre est dit hydrauliquement rugueux ($f/2$ dépend de la rugosité de la conduite).

1.2.1. Rugosité

Définition

La rugosité e désigne la hauteur moyenne des aspérités, comme illustré sur la figure ci-contre.



rugosité d'une conduite

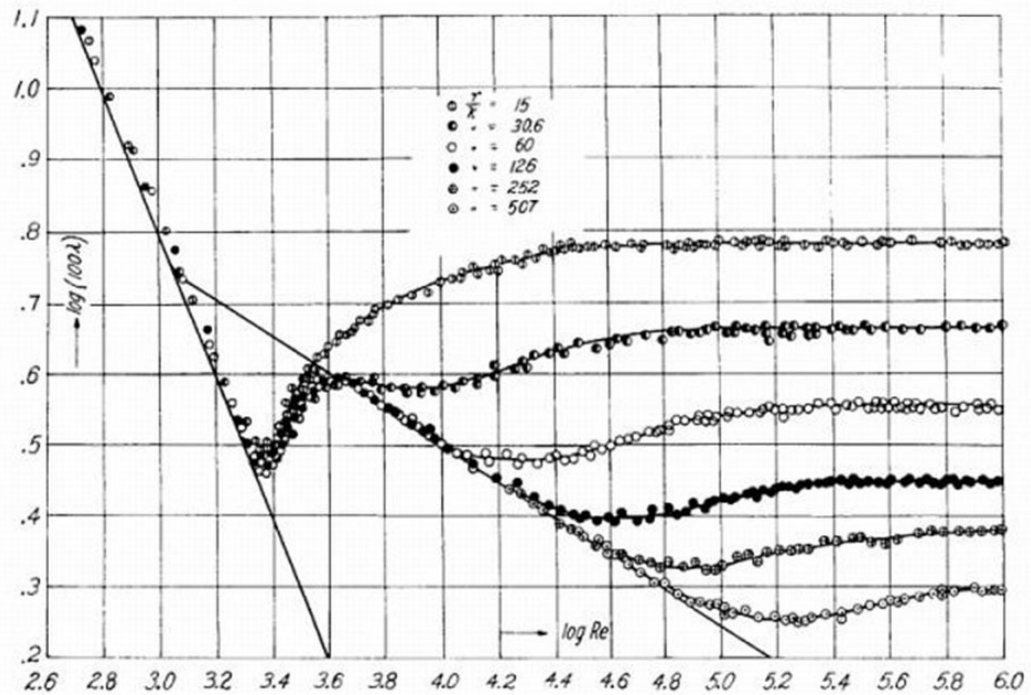
Exemple

On peut donner quelques ordres de grandeur de rugosité des matériaux couramment utilisés pour les conduites dans les procédés :

- tube étiré (verre, cuivre, laiton) : $e < 0,001$ mm ;
- tube acier : neuf : $e = 0,05$ mm ; rouillé : $e = 0,15$ à $0,25$ mm ; encrassé : $e = 1,5$ à 3 mm ;
- tube fonte neuf : $e = 0,25$ mm ; rouillé : $e = 1$ à $1,5$ mm ;
- tube ciment : $e = 0,3$ à 3 mm ;
- pierre de taille : $e = 3$ à 15 mm.

1.2.2. Diagramme de Moody

Nikuradse a réalisé des expériences dans des tubes de rugosité variable. Les résultats sont montrés sur le diagramme suivant.



courbes de Nikuradse

💡 Notion fondamentale

Le diagramme de Moody regroupe des relations rapportées dans la littérature pour calculer le facteur de frottement selon les valeurs de nombre de Reynolds Re et la rugosité réduite $\frac{e}{R}$.

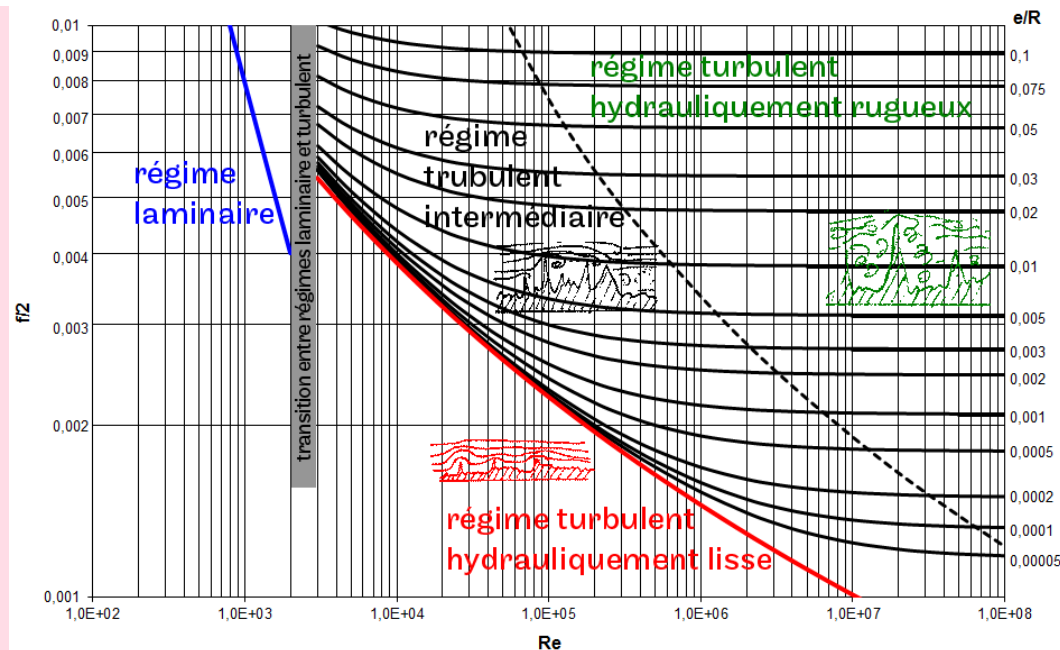


diagramme de MOODY avec illustration des différents régimes

⚠ Attention : Courbes iso-roughness relatives

e/R n'est pas sur l'axe vertical, les valeurs se rapportent aux courbes, qui sont donc des "iso-roughness relatives".

💡 Notion fondamentale

Le diagramme de Moody met en évidence trois sous-régimes d'écoulement en régime turbulent :

régime hydrauliquement lisse



régime intermédiaire



régime hydrauliquement rugueux



Le régime hydrauliquement lisse comporte deux zones, la première étant représentée par la droite de Blasius.

Si la rugosité croît, le facteur de frottement également, donc les pertes de charge augmentent. On note que, en régime intermédiaire, si le nombre de Reynolds croît, le facteur de frottement décroît ; par conséquent, en augmentant (par exemple) la vitesse d'écoulement, le facteur de frottement décroît. MAIS ATTENTION, cela ne signifie pas que les pertes de charge diminuent, bien au contraire !

🔍 Remarque : Diagramme de Moody en coefficient de perte de charge

Le diagramme de Moody suivant montre le coefficient de frottement λ selon les valeurs de nombre de Reynolds Re et la rugosité relative $\frac{e}{D}$.

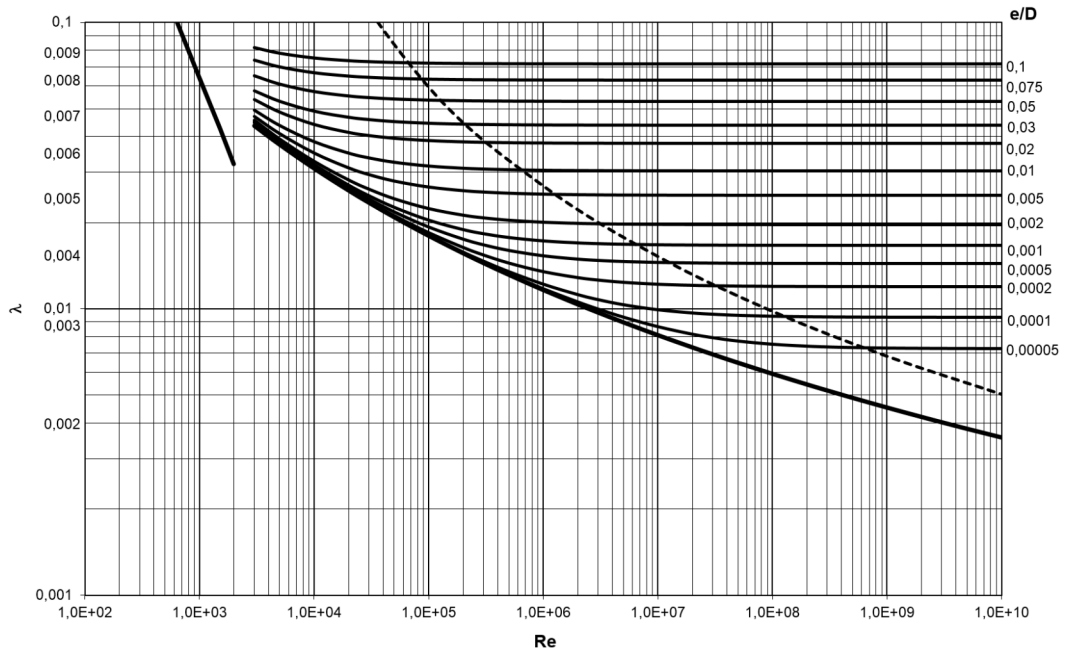


diagramme de Moody (en coefficient de perte de charge)

1.2.3. Expressions permettant le calcul du facteur de frottement

💡 Notion fondamentale

On calcule le facteur de frottement à partir de nombre de Reynolds Re et la rugosité réduite $\frac{e}{R}$ (ou $\frac{e}{D}$), selon le régime d'écoulement :

- régime hydrauliquement lisse :

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2,46 \cdot \ln \left(Re \cdot \sqrt{f/2} \right) + 0,29 \quad \text{1e relation de Nikuradzé (c'est une expression implicite*)}$$

- droite de Blasius, utilisable dans la zone linéaire, soit pour des nombres de Reynolds compris entre 3000 et 10^5 :

$$f/2 = 0,0395 \cdot Re^{-0,25} \quad \text{ou encore } \lambda = \frac{0,316}{Re^{-0,25}}$$

- relation de Karman-Nikuradzé, utilisable pour des nombres de Reynolds compris entre 10^5 et 10^8 :

$$\lambda = 0,0032 + \frac{0,221}{Re^{0,237}} \text{ soit } f/2 = 0,0004 + \frac{0,0276}{Re^{0,237}}$$

- régime intermédiaire :

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2,457 \cdot \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \cdot \frac{e}{D} \right]^{-1} \text{ relation de Churchill}$$

- régime hydrauliquement rugueux :

$$\frac{1}{\sqrt{f/2}} = 2,46 \cdot \ln \left(\frac{R}{e} \right) + 4,92 \text{ relation de Nikuradse}$$

Relation de Colbrook

On peut également citer la relation de Colbrook, valable pour tout le régime turbulent, mais qui a l'inconvénient d'être implicite* :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{e}{3,7 \cdot D} \right)$$

Méthode

En général, on utilise le diagramme de Moody pour déterminer le régime d'écoulement et l'ordre de grandeur du facteur de frottement ; puis on utilise la corrélation appropriée ci-dessus pour faire un calcul plus précis.

Remarque

À l'aide du diagramme de Moody, on peut :

- calculer la perte de charge dans des conditions opératoires données ;
- évaluer la rugosité d'une conduite (à partir d'une mesure de perte de pression en régime hydrauliquement rugueux) ;
- calculer le débit susceptible de s'écouler dans une conduite pour une perte de charge et une rugosité données ;
- etc.

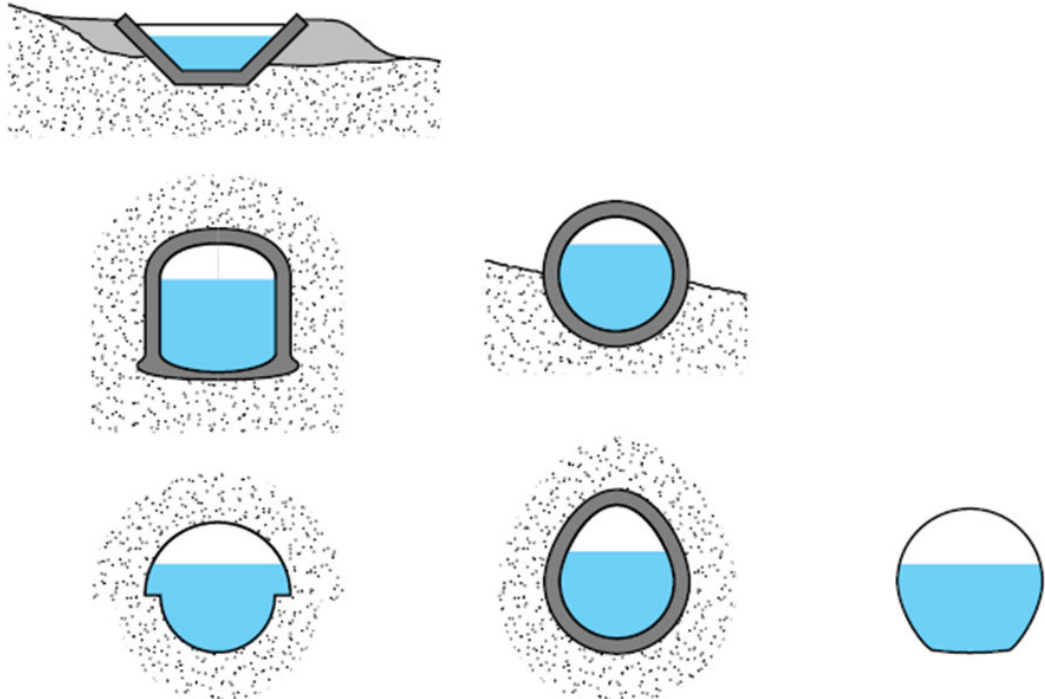
Ces différentes possibilités feront l'objet d'exercices dans la suite de ce module.

1.2.4. Cas des conduites non-circulaires

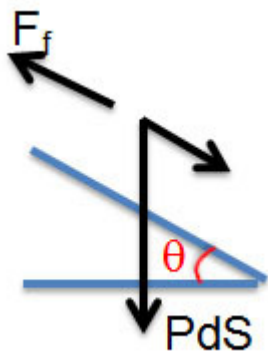
Remarque

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, dans le cas de conduites non-circulaires, on calcule le diamètre hydraulique D_h . Puis on applique les mêmes relations que précédemment.

1.2.5. Cas des canaux ouverts



exemples de configurations de canaux ouverts



Dans le cas d'un canal ouvert de faible pente ($l = \sin\theta$), le bilan des forces en régime stationnaire fera apparaître :

- le poids : $m \cdot g \cdot \sin\theta$
- la force de frottement = contrainte \times surface frottement, où la surface frottement dépend du périmètre mouillé et où la contrainte est fournie par $f/2 \cdot \rho \cdot u^2$

bilan des forces dans un canal ouvert

Le facteur de frottement en régime laminaire valant $f/2 = \frac{8}{Re}$, la relation de Chézy fournit la vitesse du fluide :

$$C \cdot \sqrt{R_H \cdot \sin\theta}$$

Ainsi le débit volumique dans le canal est : $Q_v = C \cdot S \cdot \sqrt{R_H \cdot l}$

Le coefficient de Chézy est donné par la formule de Bazin : $C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R_H}}}$

1.2.6. Cas des fluides non-Newtonniens

Pour aller plus loin

Il existe des expressions adaptées au cas des fluides non-Newtonniens, telles que celle de Reiner-Buckingham (avec le diagramme d'Hedström) pour les fluides à seuil de Bingham.

1.3. Exercice : Pertes de charge dans des conduites diverses

On s'intéresse à des écoulements d'eau à la vitesse moyenne de 1 m/s dans des conduites circulaires.

Question 1

Calculer la perte de charge engendrée par mètre linéaire dans une conduite en fonte de 20 cm de diamètre.

Question 2

Même question pour une conduite en acier neuve de 1 cm de diamètre.

1.4. Exercice : Pertes de charge dans une conduite vieillissante

On s'intéresse à un écoulement d'eau dans une conduite de diamètre 50 mm, à la vitesse moyenne de 2 m/s.

Question

Calculer la perte de charge engendrée par mètre linéaire de conduite pour une conduite neuve ($e = 0,05$ mm), une conduite rouillée ($e = 0,2$ mm) et une conduite encrassée ($e = 2$ mm).

* *
*

Sur la base des lois et méthodes qui ont été présentées, on sait désormais calculer les pertes de charge régulières dans un circuit quelconque.

Retenez bien la manière de calculer les pertes de charge régulières :

- détermination du régime d'écoulement (et de l'ordre de grandeur du facteur de frottement) en calculant le nombre de Reynolds et la rugosité relative et en plaçant le point correspondant sur le diagramme de Moody ;
- calcul plus précis du facteur de frottement avec la relation correspondant à ce régime ;
- calcul de la pertes de charge régulières selon la relation : $\Delta P_{fr} = 8 \cdot f/2 \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2} \cdot \frac{L}{D}$

2. Pertes de charge singulières

Objectifs

Les circuits hydrauliques ne comportent pas que des tuyauteries. On y trouve aussi des embranchements, des coudes et divers accessoires. L'objet de cette partie est de voir comment prendre en compte l'effet de ces singularités pour le calcul des pertes de charge totales d'un circuit.

Les pertes de charge singulières ΔP_{fs} sont dues essentiellement aux variations de vitesse (l'influence des frottements étant dans la plupart des cas négligeable). La forme générale est donnée par l'expression :

$$\Delta P_{fs} = k \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2}$$

k est souvent appelé coefficient de perte de charge (ou coefficient de singularité).

On appelle singularité tout équipement installé sur une conduite et responsable d'une "variation brusque de vitesse", en norme et/ou en direction. Ce seront donc des changements de section de conduite, des coudes, des embranchements, des vannes, des débitmètres, ... (sauf les pompes). Chaque singularité est caractérisée par une valeur de k donnée. Le calcul rigoureux de k est le plus souvent impossible, les coefficients sont donc déterminés expérimentalement pour chaque type de singularité. k dépend de la géométrie locale, du nombre de Reynolds et de la rugosité de la paroi.

La vidéo suivante présente la notion de perte de charge singulière et s'attarde sur les exemples de l'élargissement et du rétrécissement.

VIDÉO : https://youtu.be/wUg_VfzTPMM

2.1. Pertes de charge dues aux variations de section de conduite

Dans ce paragraphe, on présente les expressions du coefficient de perte de charge, en expliquant l'origine de ces pertes de charge.

Notion fondamentale : Élargissements de section

Dans le cas d'un élargissement brusque, on observe ce que l'on appelle un décollement de la veine fluide, avec développement de zones de recirculation, comme le montre l'animation suivante.

L'animation suivante montre comment ces zones de turbulence se créent.

ANIMATION SILENCIEUSE : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/elargissement/elargissement.html>

VERSION SONORISÉE : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/elargissement/ANIMATIONelargissement.mp4>

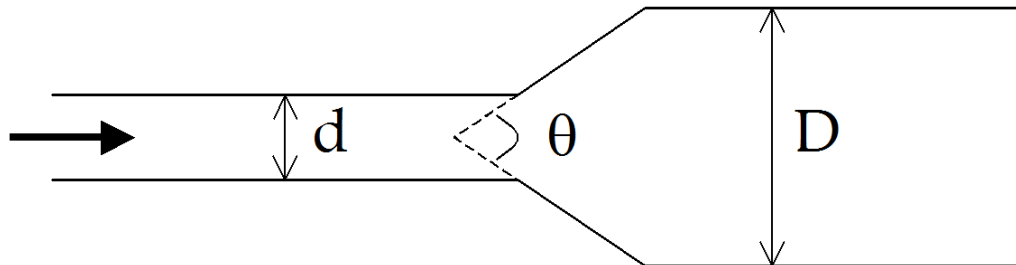
Ce phénomène est responsable des pertes de charge dans un élargissement brusque.

Le coefficient de singularité peut alors être calculé à partir de la relation : $k = \left(1 - \frac{s}{S}\right)^2$, où s est la section de passage de la conduite de plus faible diamètre et S celle de la conduite de plus grand diamètre.

À l'entrée dans un réservoir, on peut considérer que $k \approx 1$.

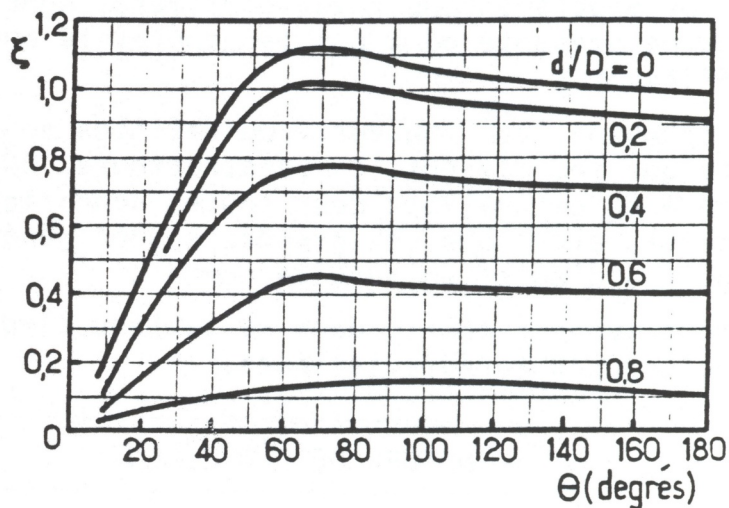
Pour limiter les pertes de charge lors d'un élargissement de section, on peut utiliser un *divergent* (ou *diffuseur*), c'est-à-dire un élargissement progressif, tel que celui de la figure ci-contre, qui "accompagne" la veine fluide. Le coefficient de singularité peut alors être estimé selon :

$$k = 0,46 \cdot \text{Re}^{-0,06} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)^{0,5} = 0,46 \cdot \text{Re}^{-0,06} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right)^{0,5}$$



divergent - diffuseur - élargissement progressif

On peut également utiliser l'abaque ci-dessous.



abaque pour la détermination du coefficient de singularité d'un élargissement progressif

La vitesse moyenne \bar{u} utilisée pour calculer le nombre de Reynolds, ainsi que les pertes de charge singulières $\left(\Delta P_{fs} = k \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2}\right)$, est celle dans la conduite de plus faible diamètre, c'est-à-dire en amont.

Notion fondamentale : Rétrécissements de section

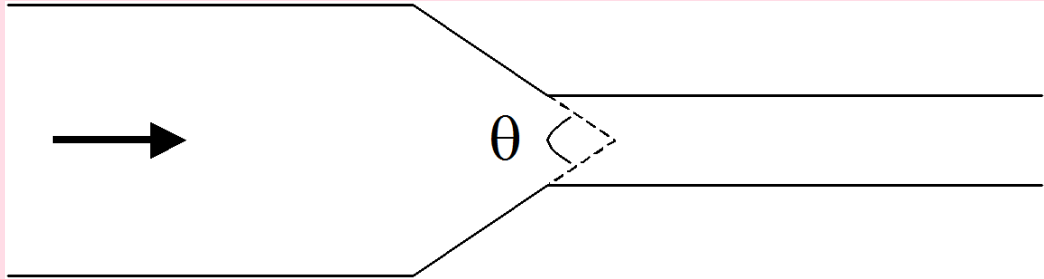
Dans le cas d'un rétrécissement brusque, on observe non seulement un décollement de la veine fluide et des zones de recirculation, mais aussi une contraction de la veine fluide au-delà du rétrécissement. Le coefficient de singularité correspondant peut être calculé à partir de la relation :

$$k = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2, \text{ où } C_c \approx 0,59 + 0,41 \cdot \left(\frac{s}{S}\right)^3$$

Comme précédemment, pour limiter les pertes de charge lors d'un rétrécissement de section, on peut utiliser un convergent, c'est-à-dire un rétrécissement progressif, tel que celui de la figure ci-contre.

Le coefficient de singularité peut alors être estimé selon :

$$k = \begin{cases} \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \cdot \sin \theta & \text{si } \theta < 90^\circ \\ \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 & \text{si } \theta > 90^\circ \end{cases}$$



convergent - rétrécissement progressif

La vitesse moyenne \bar{u} utilisée pour calculer le nombre de Reynolds, ainsi que les pertes de charge singulières $\left(\Delta P_{fs} = k \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2}\right)$, est ici aussi celle dans la conduite de plus faible diamètre, c'est-à-dire en aval.

À la sortie dans un réservoir, on peut considérer que $k \approx 0,5$.

2.2. Pertes de charge dues aux variations de direction de conduite

On liste ici quelques corrélations issues de la littérature.

2.2.1. Coudes



Notion fondamentale

Le passage dans un coude peut générer beaucoup de pertes de charge.

Voici deux exemples illustrés par des animations :

- coude brusque
- coude arrondi

Observez les animations pour comprendre comment le changement de direction génère des turbulences et donc des pertes de charge.

ANIMATION SILENCIEUSE : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/coudeBrusque/coudeBrusque.html>

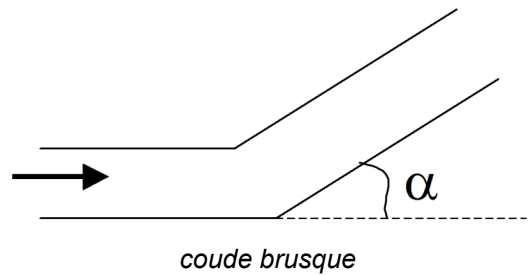
VERSION SONORISÉE : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/coudeBrusque/ANIMATIONcoudeBrusque.mp4>

ANIMATION SILENCIEUSE : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/coudeArrondi/coudeArrondi.html>

VERSION SONORISÉE : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/coudeArrondi/ANIMATIONcoudeArrondi.mp4>

Corrélations

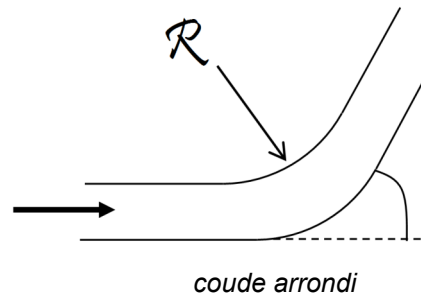
Dans le cas d'un coude brusque (c'est-à-dire à angles vifs, comme le montre la figure ci-contre), le coefficient de singularité peut alors être estimé selon : $k = 1,3 \cdot (1 - \cos \alpha)$.



Si le coude est arrondi, on a :

$$k = \begin{cases} \left[0,13 + 1,85 \cdot \left(\frac{D}{2 \cdot \mathcal{R}} \right)^{3,5} \right] \cdot \frac{\alpha}{90} & \text{en régime hydrauliquement lisse} \\ 0,42 \cdot \left(\frac{D}{\mathcal{R}} \right)^{0,5} & \text{en régime hydrauliquement rugueux} \end{cases}$$

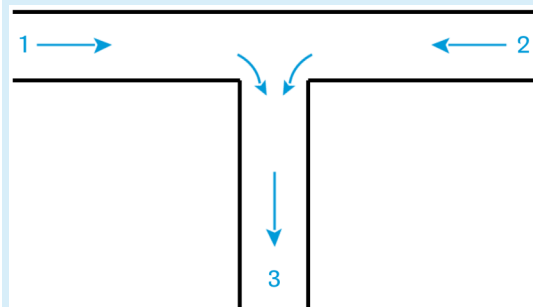
où \mathcal{R} est le rayon de courbure du coude et α l'angle du coude (en °).



2.2.2. Jonctions de conduites

✂ Méthode

Les relations utiles pour le calcul des coefficients de singularité pour les jonctions de conduites sont données sur la figure ci-dessous.



Pour une jonction à confluent symétrique, les coefficients de singularité sont :

$$k_{13} = 2 + 3 \cdot \left[\left(\frac{Q_{v1}}{Q_{v3}} \right)^2 - \frac{Q_{v1}}{Q_{v3}} \right]$$

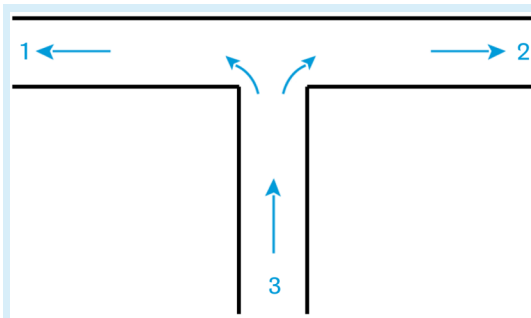
$$k_{23} = 2 + 3 \cdot \left[\left(\frac{Q_{v2}}{Q_{v3}} \right)^2 - \frac{Q_{v2}}{Q_{v3}} \right]$$

avec la perte de charge à calculer selon :

$$\Delta P_{f_{i3}} = k_{i3} \cdot \frac{\rho \cdot u_3^2}{2}$$

Pour une jonction à séparation symétrique, les coefficients de singularité sont :

$$k_{31} = 1 + 0,3 \cdot \left(\frac{Q_{v1}}{Q_{v3}} \right)^2$$

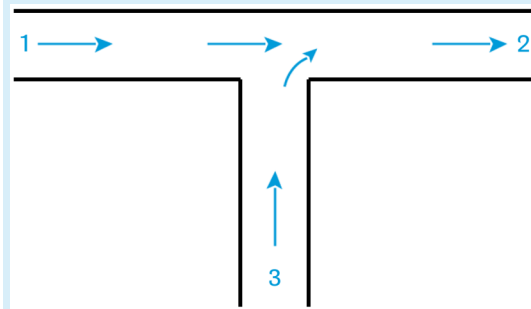


jonction à séparation symétrique

$$k_{32} = 1 + 0,3 \cdot \left(\frac{Q_{v2}}{Q_{v3}} \right)^2$$

avec la perte de charge à calculer selon :

$$\Delta P_{f3i} = k_{3i} \cdot \frac{\rho \cdot u_3^2}{2}$$



jonction à confluent latéral

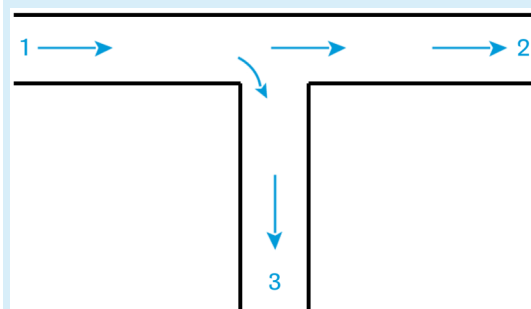
Pour une jonction à confluent latéral, les coefficients de singularité sont :

$$k_{12} = 2 \cdot \frac{Q_{v3}}{Q_{v2}} - \left(\frac{Q_{v3}}{Q_{v2}} \right)^2$$

$$k_{32} = 0,6 \cdot \left[-1 + 5 \cdot \frac{Q_{v3}}{Q_{v2}} - 2 \cdot \left(\frac{Q_{v3}}{Q_{v2}} \right)^2 \right]$$

avec la perte de charge à calculer selon :

$$\Delta P_{fi2} = k_{i2} \cdot \frac{\rho \cdot u_2^2}{2}$$



jonction à séparation latérale

Pour une jonction à séparation latérale, les coefficients de singularité sont :

$$k_{13} = 1 + \left(\frac{Q_{v3}}{Q_{v1}} \right)^2$$

$$k_{12} = 0,4 \cdot \left(\frac{Q_{v3}}{Q_{v1}} \right)^2$$

avec la perte de charge à calculer selon :

$$\Delta P_{f1i} = k_{1i} \cdot \frac{\rho \cdot u_1^2}{2}$$

2.3. Pertes de charge dans les accessoires

On entend par accessoire :

- les vannes et robinets (le coefficient de singularité dépend alors non seulement du type de vanne et de sa technologie, mais aussi de l'ouverture de la vanne) ;
- les organes de sécurité et de mesure (clapets, soupapes, débitmètres, ...) ;
- les obstacles (grilles, chicanes, filtres, garnissages, ...).

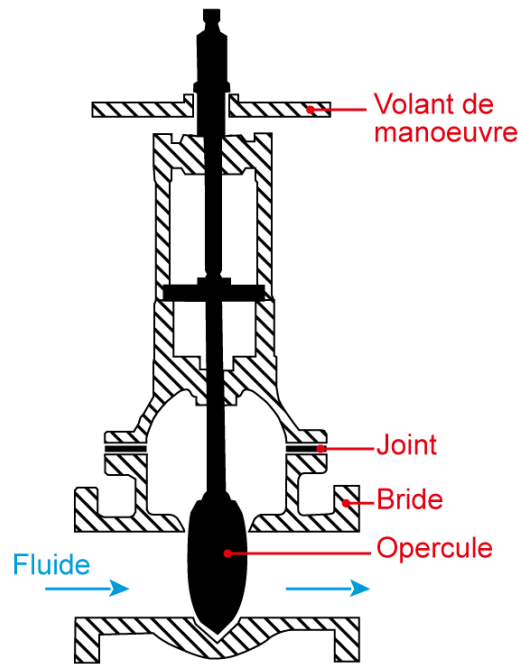
Le mieux est alors de se reporter aux données du fournisseur de l'accessoire. On pourra également utiliser le "Mémento des pertes de charge" IDEL'CIK.

On donne ici quelques exemples, avant tout pour présenter les principaux types d'accessoires que l'on est susceptible de trouver sur une conduite.

2.3.1. Vannes à translation

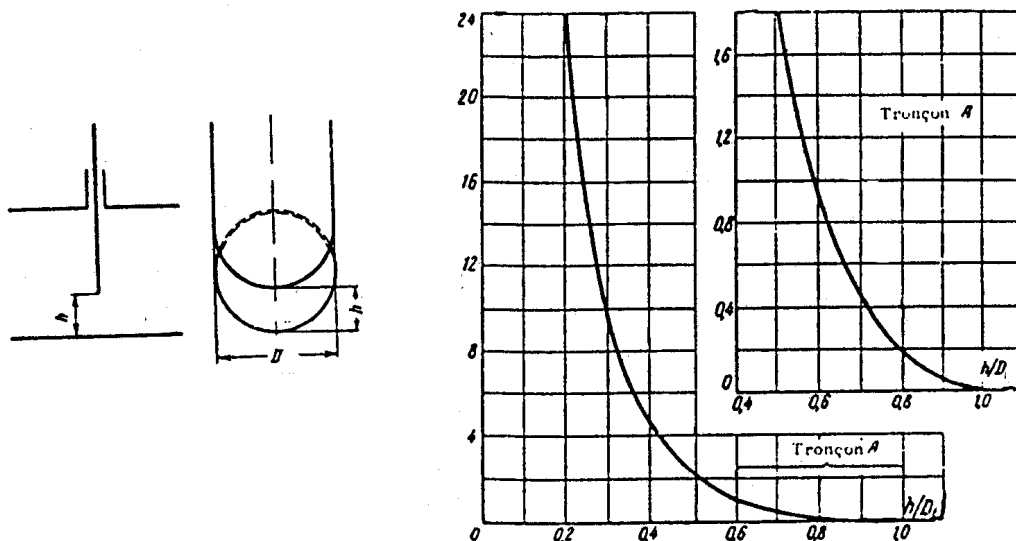
? Exemple : Vannes guillotine

La plus simple des vannes à translation est la vanne guillotine.



vanne à opercule (ou vanne guillotine)

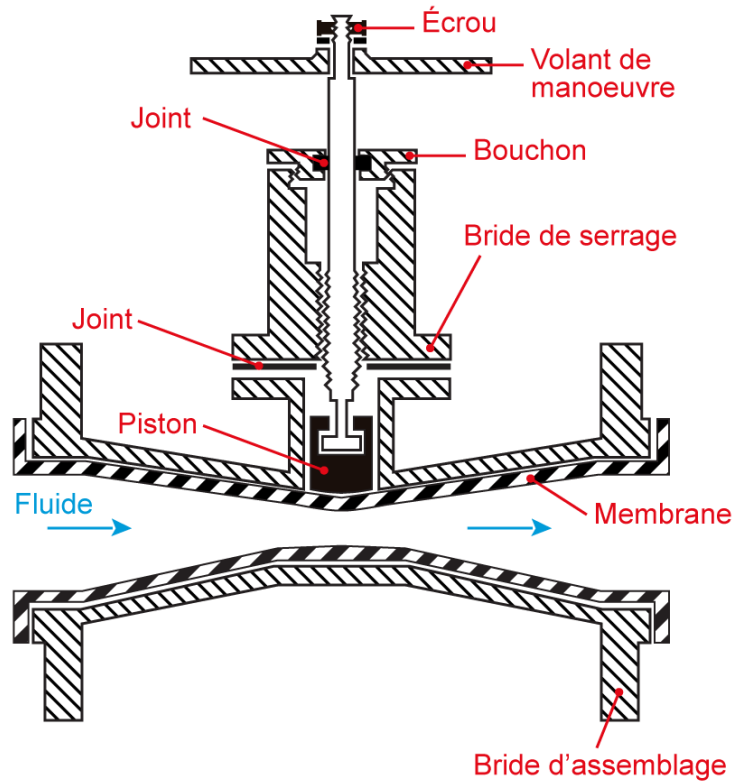
L'abaque ci-dessous permet de déterminer -en ordonnée- le coefficient de perte de charge singulière pour une vanne guillotine en fonction -en abscisse- de son degré d'ouverture. Celui-ci est exprimé comme le rapport entre la hauteur h au maximum de l'espace laissé libre pour l'écoulement du fluide (voir schéma à gauche) et le diamètre D de l'opercule.



coefficient de perte de charge pour une vanne guillotine

? Exemple : Vannes à membrane

Lorsque le liquide transporté est chargé ou corrosif, on pourra préférer utiliser une vanne à membrane (également appelée vanne à pincement).



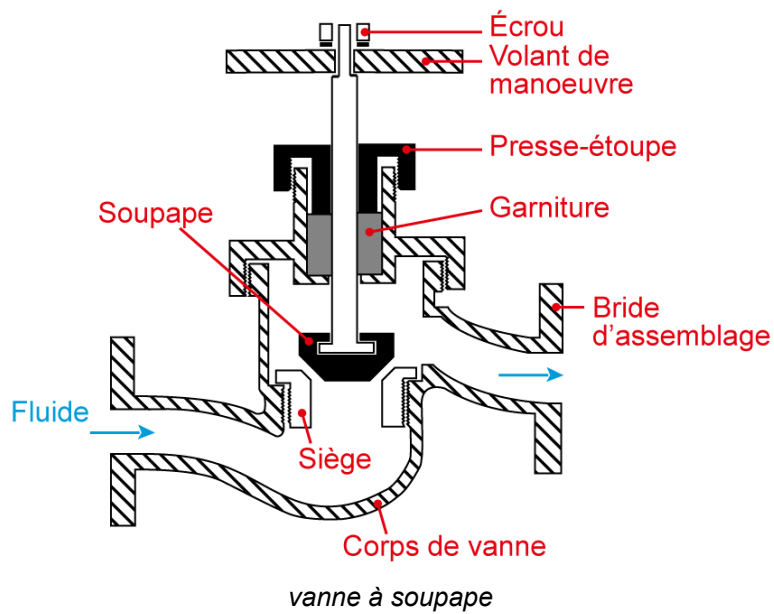
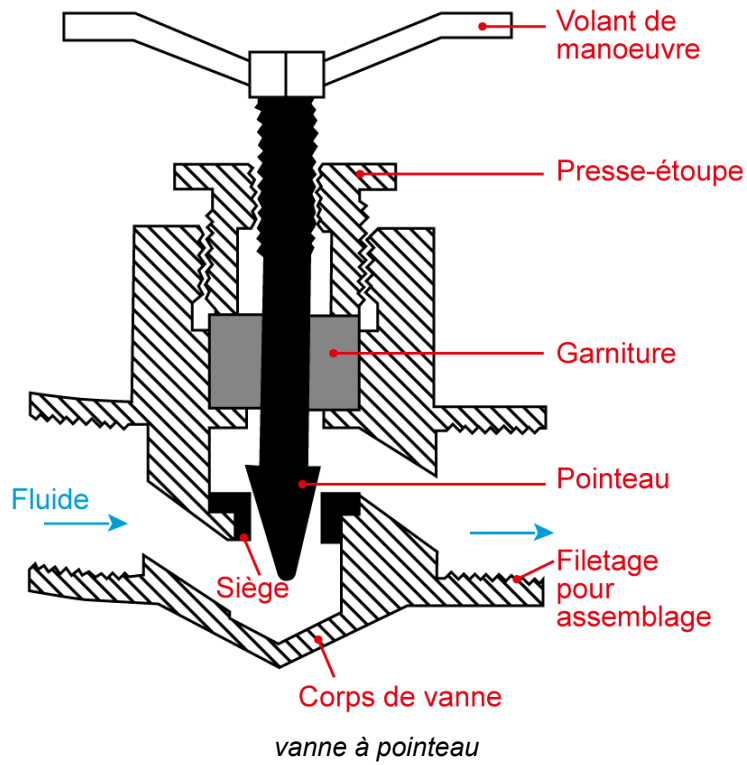
vanne à membrane

Le coefficient de perte de charge d'une vanne à membrane est :

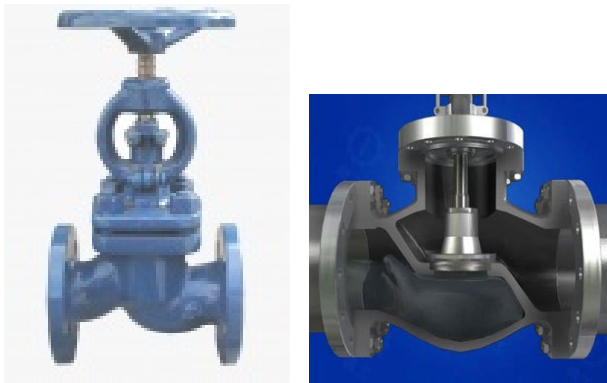
$$k = \begin{cases} 2,3 & \text{complètement ouverte} \\ 2,6 & \text{ouverte aux } 3/4 \\ 4,3 & \text{1/2 ouverte} \\ 21 & \text{1/4 ouverte} \end{cases}$$

? Exemple : Vannes à soupape et à pointeau

Pour terminer avec les vannes à translation voici la vanne à soupape et la vanne à pointeau, dont le principe est similaire. La partie conique de la vanne étant simplement plus effilée dans le cas d'un pointeau que pour une soupape.



photographies de vannes à soupape



On trouve dans la littérature, les ordres de grandeur suivants pour le coefficient de perte de charge :

$$\begin{array}{l}
 - \text{ vanne à soupape : } k = \begin{cases} 6,4 & - \text{ complètement ouverte} \\ 9,5 & - \text{ à demi ouverte} \end{cases} \\
 - \text{ vanne à pointeau : } k = \begin{cases} 9 & - \text{ complètement ouverte} \\ 13 & - \text{ ouverte aux } 3/4 \\ 36 & - \text{ } 1/2 \text{ ouverte} \\ 112 & - \text{ } 1/4 \text{ ouverte} \end{cases}
 \end{array}$$

🔍 Remarque : Vannes de régulation

Pour les vannes de régulation, k est fonction (souvent exponentielle) du débit.

2.3.2. Vannes à rotation

? Exemple : Vanne à boisseau sphérique

La vanne à boisseau sphérique est une vanne quart de tour. Elle est utilisée pour autoriser ou non la circulation du fluide dans une portion de conduite (vanne tout ou rien).

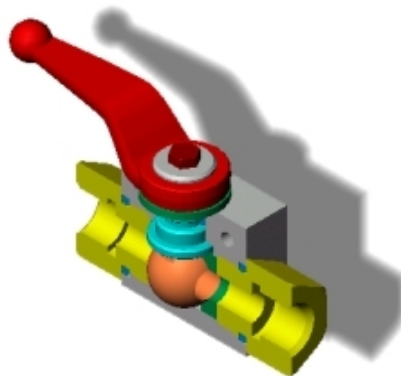


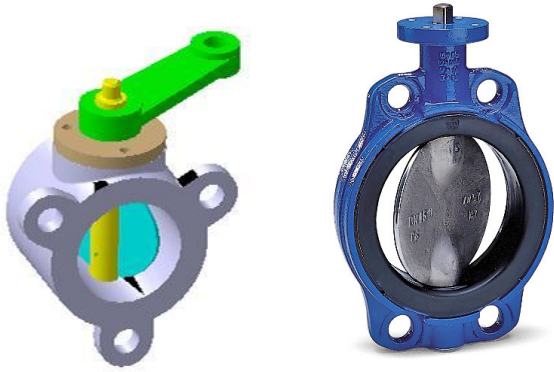
schéma interne d'une vanne à boisseau sphérique

Les vannes à boisseau sphérique peuvent poser des problèmes de blocage lorsque le fluide transporté est chargé.

? Exemple : Vanne papillon

La vanne papillon est elle-aussi une vanne quart de tour (tout ou rien).

vanne papillon



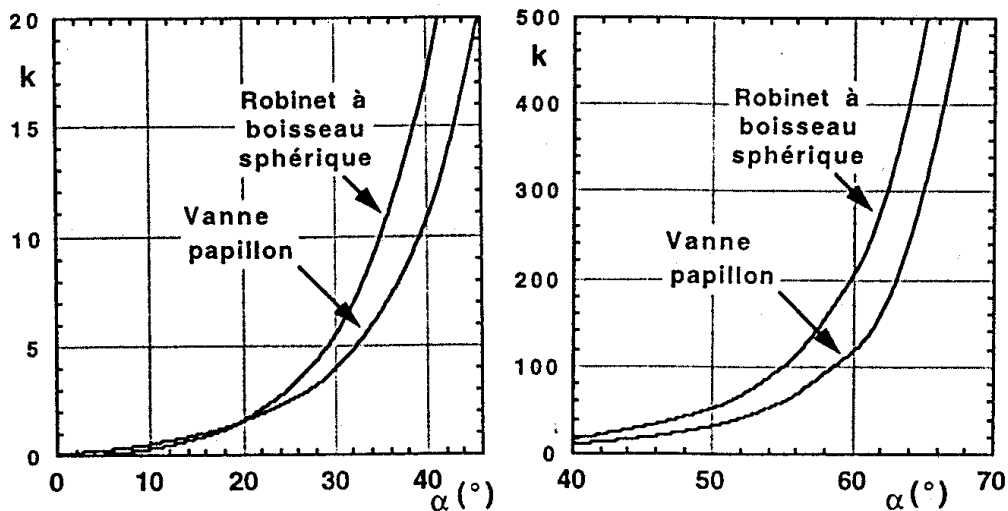
L'inconvénient majeur des vannes papillon est qu'elles sont tendance à devenir "fuillardes". En effet lorsque la vanne est fermée, l'étanchéité est assurée uniquement par le contact entre le volet et la conduite le long du périmètre de ce volet, alors que dans le cas d'une vanne à boisseau sphérique l'étanchéité est assurée par une surface de contact bien plus grande entre le corps de vanne et la sphère.

L'autre inconvénient de ces vannes est que même ouverte complètement elles occasionnent une perte de charge non nulle due au contournement du volet. Au contraire, pour une vanne à boisseau sphérique complètement ouverte, l'écoulement du fluide n'est pratiquement pas perturbée.

Le coefficient de perte de charge pour la vanne papillon peut être calculé comme suit :

$$k = \frac{3,2 \cdot 10^7}{(90 - \alpha[^\circ])^4}$$

On trouve également des abaques telles que celles ci-dessous.

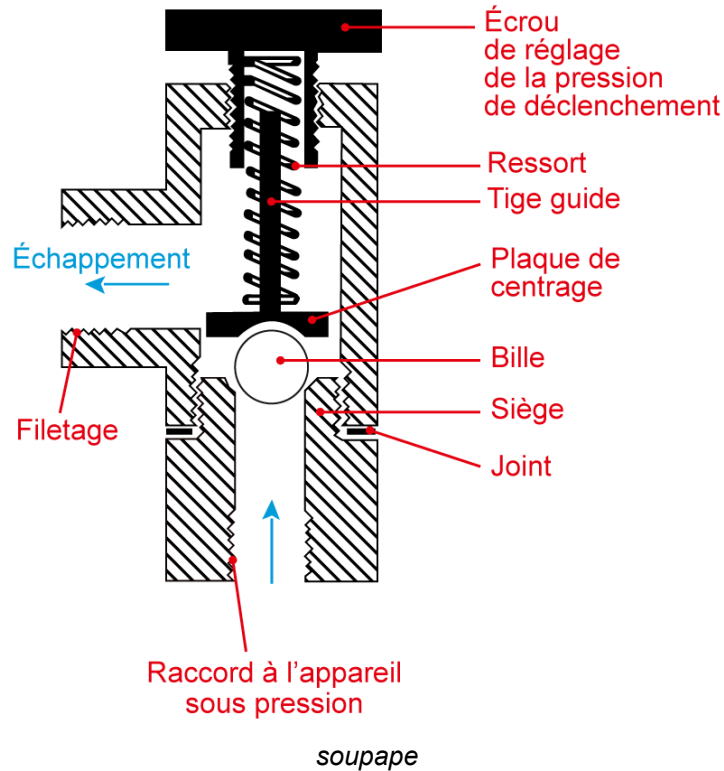


abaques de coefficient de perte de charge pour la vanne papillon et la vanne à boisseau

2.3.3. Systèmes de sécurité

? Exemple

Pour les clapets anti-retour et les soupapes de sécurité (figures ci-dessous), on peut considérer en toute première approche que $k \approx 2,5$.



2.3.4. Débitmètres

? Exemple

Pour un débitmètre Venturi, $k = 0,25 \cdot \left[\left(\frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]$.

Pour un débitmètre à diaphragme, $k = \left[1 + 0,707 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2} - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^2 \cdot \left(\frac{D}{d} \right)^4$.

2.4. Notion de longueur équivalente

Dans un souci de simplification, on cherche à faire le lien entre pertes de charge régulières et pertes de charge singulières en utilisant la notion de longueur L_{eq} équivalente à une singularité.

La longueur équivalente d'une singularité correspond à la longueur de canalisation droite (de même diamètre nominal que celui de la singularité) qui engendrerait la même perte de charge que la singularité étudiée, pour un même débit. Ainsi, en rapprochant les deux formules :

$$\Delta P_{fs} = f/2 \cdot (4 \cdot \rho \cdot \bar{u}^2) \cdot \frac{L_{eq}}{D}$$

Divers tableaux et abaques permettent de déterminer la longueur équivalente d'une singularité.

? Exemple

Pour une sortie de réservoir, on prend généralement $L_{eq} = 20 \cdot D$

* *

*

Grâce aux relations, souvent empiriques, vues ici, on sait maintenant calculer les pertes de charge générées par les différentes singularités présentes sur un circuit hydraulique.

Retenez bien la manière de calculer les pertes de charge singulières :

1. détermination du coefficient de perte de charge k caractéristique de la singularité (dans certains cas il faut au préalable déterminer le régime d'écoulement) ;
2. calcul de la pertes de charge singulières correspondante à l'aide de la relation :

$$\Delta P_{fs} = k \cdot \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2}$$

3. Travaux pratiques

Objectifs

L'objectif de cette partie de vous faire appréhender quelques aspects expérimentaux de l'hydraulique. Cette partie est fournie à titre documentaire.

3.1. Travaux Pratiques : mesure de débit à l'aide d'appareils déprimogènes

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP1/Intro.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP1/A01.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP1/TA01.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP1/A02.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP1/A03.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP1/TA02.mp4>

✚ Pour aller plus loin

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/Bonus/TB01.mp4>

3.2. Travaux Pratiques : mesures de la pertes de charge régulières et singulières

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/Intro.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/B01.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/B02.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/TB02.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/B03.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/TB03.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/B04.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/B05.mp4>

VIDÉO : <http://coursenligne.insa-rouen.fr/UNIT-Hydraulique-GP/videos/TP2/B06.mp4>

4. Calcul de conduites et réseaux

Objectifs

Il s'agit dans cette partie de voir comment en combinant les méthodes de calcul des pertes de charges régulières et singulières, on peut calculer les pertes de charge dans n'importe quel circuit ou réseau hydraulique. Mais on verra également comment ces pertes de charge déterminent la façon dont le fluide se répartit entre les différentes branches d'un réseau.

Avant d'aborder le calcul des réseaux complexes, il faut déjà voir comment les pertes de charge se combinent pour des portions de circuit en série ou en parallèle.

4.1. Associations de conduites

💡 Notion fondamentale : Additivité des pertes de charge

Pour calculer la perte de charge totale d'un circuit, on utilise l'additivité des pertes de charge :

$$\Delta P_f = \Delta P_{fr} + \sum \Delta P_{fs} = \frac{\rho \cdot \bar{u}^2}{2} \cdot \left(\frac{8 \cdot f / 2 \cdot L}{D} + \sum k \right)$$

Il faut toutefois souligner que l'additivité des pertes de charge singulières n'est strictement vraie que si les singularités sont suffisamment éloignées les unes des autres pour que la perturbation de l'écoulement due à une singularité soit estompée avant que le fluide n'arrive à la singularité suivante. On préconise généralement une distance de 5 à 10 fois le diamètre de la conduite entre les singularités pour que ceci soit vrai.

Cependant en pratique, comme il n'est pas possible (sauf par le biais de calculs de mécanique des fluides numériques assez poussés) de faire un autre calcul des pertes de charge lorsque les singularités sont proches les unes des autres, on utilise malgré tout l'additivité précédente, tout en sachant qu'il s'agit d'une approximation.

Association de conduites en série



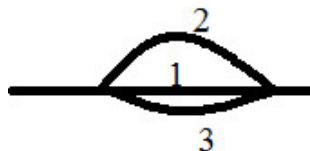
Pour une association de conduites en série, on a :

$$\begin{cases} Q_v = Q_{v1} = Q_{v2} = Q_{v3} \\ \Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 \end{cases}$$

Q_{v1} , Q_{v2} et Q_{v3} étant les débits dans chaque portion du circuit et ΔP_1 , ΔP_2 et ΔP_3 les variations de pression sur chaque tronçon,

Q_v et ΔP respectivement le débit total et la variation de pression sur le circuit.

Association de conduites en parallèle



Pour une association de conduites en parallèle, on a :

$$\begin{cases} Q_v = Q_{v1} + Q_{v2} + Q_{v3} \\ \Delta P = \Delta P_1 = \Delta P_2 = \Delta P_3 \end{cases}$$

conduites associées en parallèle

4.2. Exercice : Répartition de débits

Un circuit d'huile est composé de deux conduites parallèles : la première de 200 m de longueur et de 100 mm de diamètre ; la seconde de 250 m de longueur et de 150 mm de diamètre. Le débit total est de 25 L/s. La masse volumique de l'huile est de 1000 kg m^{-3} et sa viscosité de 10^{-1} Pa s .

On supposera que le régime est laminaire dans tout le circuit, et on vérifiera cette hypothèse *a posteriori*.

Question

Calculer les débits dans les deux conduites.

Indice

Écrire la conservation du débit total d'une part et l'égalité des pertes de charge dans chacune des deux branches d'autre part. Ceci fournira deux équations dont les inconnues sont les débits dans les deux conduites.

Indice 2

Ne pas oublier de calculer ensuite les nombres de Reynolds dans chaque branche pour vérifier l'hypothèse du régime laminaire.

* *
*

On sait désormais calculer les pertes de charge ou la répartition du débit dans n'importe quel circuit hydraulique, y compris en réseau.

Retenez bien la manière de calculer la perte de charge totale d'un circuit :

1. calculer les pertes de charge régulières sur tous les tronçons du circuit
2. calculer les pertes de charge générées par chaque singularité
3. lorsque le circuit est en série, additionner ces pertes de charge (sous réserve que les singularités soient suffisamment éloignées les unes des autres) : $\Delta P_f = \Delta P_{fr} + \sum \Delta P_{fs}$;
pour les tronçons de circuit en parallèle, la perte de charge est la même dans chaque tronçon parallèle.

* *

*

On dispose maintenant de tous les éléments pour calculer les pertes de charge sur n'importe quel circuit ou réseau de conduites.



Pompes



VIDÉO : <https://youtu.be/fupjlsxeuKI>

Pour faire circuler un fluide, on peut utiliser la gravité ou le vide, mais c'est souvent insuffisant dans la pratique, et on est amené à mettre en œuvre des pompes.

Pour représenter l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite, on utilisera donc l'équation de Bernoulli généralisée :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} + \Delta P_{pompe} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \Delta P_f$$

Une pompe apporte de l'énergie (terme ΔP_{pompe}) qui permet de :

- vaincre les pertes de charge régulières et singulières ;
- augmenter la pression du fluide ;
- élever le fluide ;
- augmenter son énergie cinétique (sa vitesse ou son débit).

L'énergie requise pour faire fonctionner une pompe dépend :

- des propriétés du fluide pompé (masse volumique, viscosité, compressibilité) ;
- de l'installation (longueur, diamètre et rugosité des conduites, singularités) ;
- de l'écoulement (vitesse, débit, élévation, pression).

1. Vocabulaire général concernant les pompes

Il est important de préciser le vocabulaire utilisé pour l'étude des pompes.

Définition : Hauteur manométrique totale

On parle volontiers de hauteur manométrique totale HMT , telle que $\Delta P_{pompe} = \rho \cdot g \cdot HMT$, et est généralement exprimée en mètre de colonne d'eau (mCE).

Méthode : Schématisation

On représente une pompe par l'un des schémas ci-dessous.



schématisation d'une pompe



schématisation d'une pompe (ancienne norme)

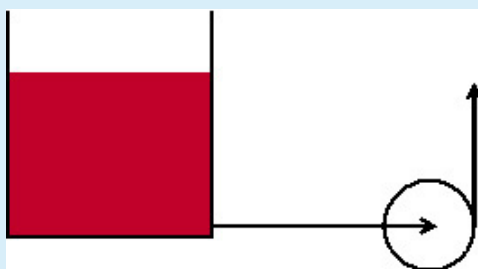
🔍 Définition : Aspiration / Refoulement

Tout ce qui se trouve en amont de la pompe est qualifié d'aspiration (asp*), tandis que ce qui se trouve en aval est nommé refoulement (ref*). "Tout ce qui" peut désigner une pression, une vitesse, un circuit, ...

✂ Méthode : Aspiration / Charge

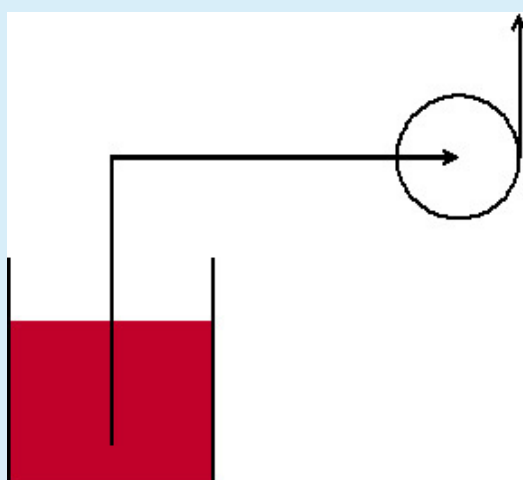
On dit qu'une pompe fonctionne :

- en aspiration, si le fluide qu'elle pompe est situé à une altitude plus basse que la pompe elle-même,



pompe en charge

- en charge, s'il est situé à une altitude plus haute.



pompe en aspiration

Définition : Rendement

Une pompe réalise une transformation d'une puissance consommée, le plus souvent électrique, en puissance mécanique, elle est donc caractérisée par un rendement η , qui n'est autre que le rapport entre la puissance hydraulique \mathcal{W}_{hydrau} fournie au fluide et la puissance absorbée par la pompe \mathcal{W}_{abs} .

2. Technologie des pompes

Les applications et les objectifs sont variés. On peut utiliser une pompe pour augmenter le débit et /ou la pression du fluide dans la conduite ; on peut travailler avec un fluide visqueux ou non, chargé (en solide) ou non. Il existe par conséquent plusieurs types de pompes, répondant chacun à une application ou un objectif spécifique.

Dans cette partie nous allons découvrir quelques éléments essentiels sur la technologie des pompes.

On a l'habitude de classer les pompes pour liquides en deux grandes familles :

- les pompes volumétriques, pour lesquelles la variation du volume du corps de pompe fait circuler le fluide ;
- les pompes hydrodynamiques, pour lesquelles l'énergie est fournie au fluide par variation de la vitesse.

2.1. Pompes volumétriques

L'objet de cette partie est de présenter les principales technologies de pompes volumétriques, afin de comprendre leur fonctionnement et d'identifier des critères de choix selon l'application visée.

Il existe des pompes volumétriques alternatives et des pompes volumétriques rotatives.

2.1.1. Pompes volumétriques alternatives

Parmi les pompes volumétriques alternatives, on trouve les pompes à piston et les pompes à diaphragme.

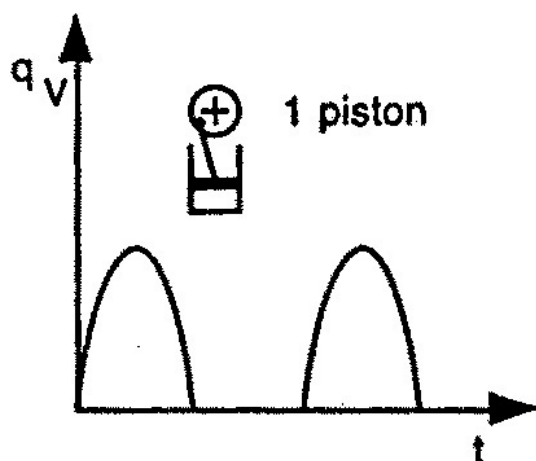
a) Pompe à piston(s)

Notion fondamentale

Le mouvement alternatif du piston fait varier le volume du corps de la pompe, le fluide progresse ainsi de l'aspiration vers le refoulement. Notons que le fonctionnement d'une pompe à piston nécessite la présence de deux valves ou clapets anti-retour : à l'admission (ou aspiration) et au refoulement.

VIDEO : <https://youtu.be/5ScVnFW9gDI>

Remarque : Débit fourni par une pompe à piston(s)



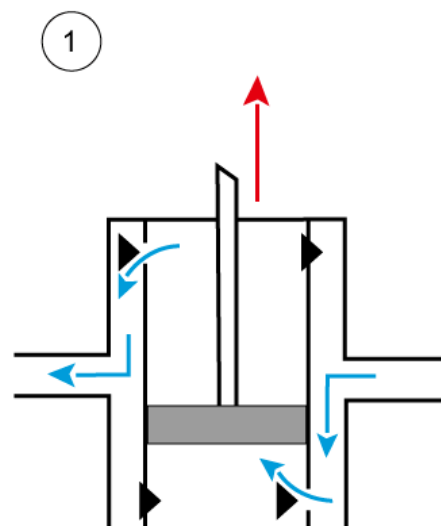
L'inconvénient majeur de la pompe à piston est l'irrégularité du débit qu'elle fournit, comme illustré sur la figure ci-contre.

débit fourni par une pompe à piston

Pour améliorer cela, on peut avoir recours au piston à double effet schématisé ci-dessous.

Pendant la phase 1, le piston monte, ce qui provoque :

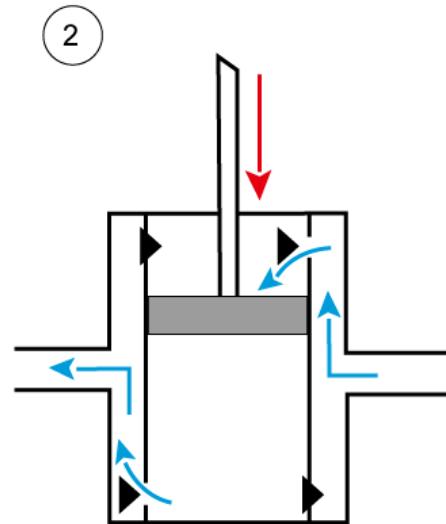
- une dépression dans le compartiment inférieur du corps de pompe ; ceci ouvre le clapet inférieur côté aspiration et ferme le clapet inférieur côté refoulement : le compartiment inférieur se remplit ;
- une surpression dans le compartiment supérieur du corps de pompe ; ceci ouvre le clapet supérieur côté refoulement et ferme le clapet supérieur côté aspiration : le compartiment supérieur se vide.



principe de fonctionnement d'une pompe à piston double (phase 1)

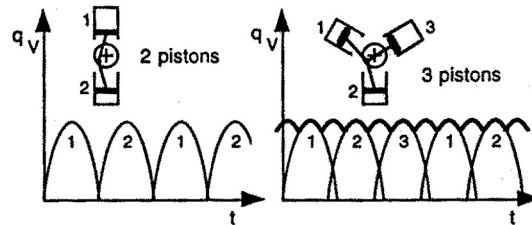
Pendant la phase 2, le piston descend, ce qui provoque :

- une dépression dans le compartiment supérieur du corps de pompe ; ceci ouvre le clapet supérieur côté aspiration et ferme le clapet supérieur côté refoulement : le compartiment inférieur se remplit ;
- un surpression dans le compartiment inférieur du corps de pompe ; ceci ouvre le clapet inférieur côté refoulement et ferme le clapet inférieur côté aspiration : le compartiment supérieur se vide.



principe de fonctionnement d'une pompe à piston double (phase 1)

On peut également associer plusieurs pistons.



débit fourni par une pompe à plusieurs pistons

b) Pompe à diaphragme

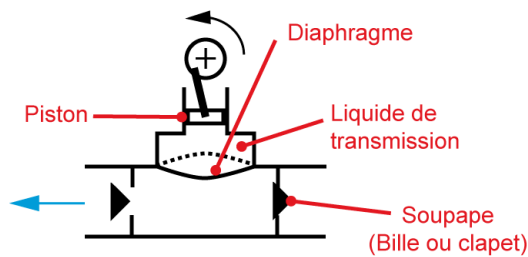


schéma de principe d'une pompe à diaphragme

Les pompes à diaphragme possèdent elles-aussi un piston, mais celui-ci n'est pas directement en contact avec le fluide pompé : il plonge dans un liquide de transmission, lui-même séparé du fluide pompé par une membrane (ou diaphragme), comme le montre la figure ci-contre.

La figure ci-dessous présente le schéma de fonctionnement d'une pompe doseuse, qui n'est autre qu'une pompe à diaphragme.

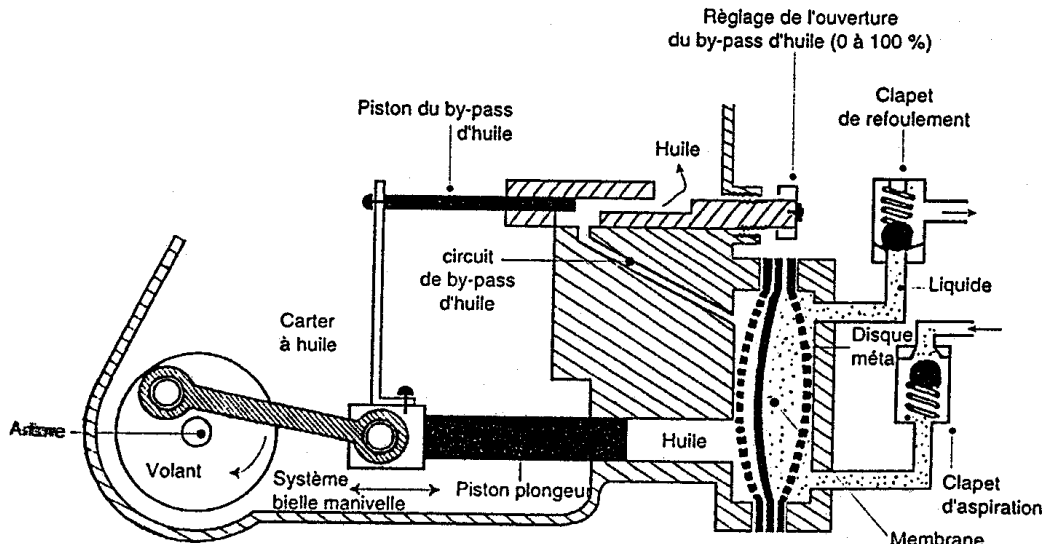


schéma de fonctionnement d'une pompe doseuse

* *

*

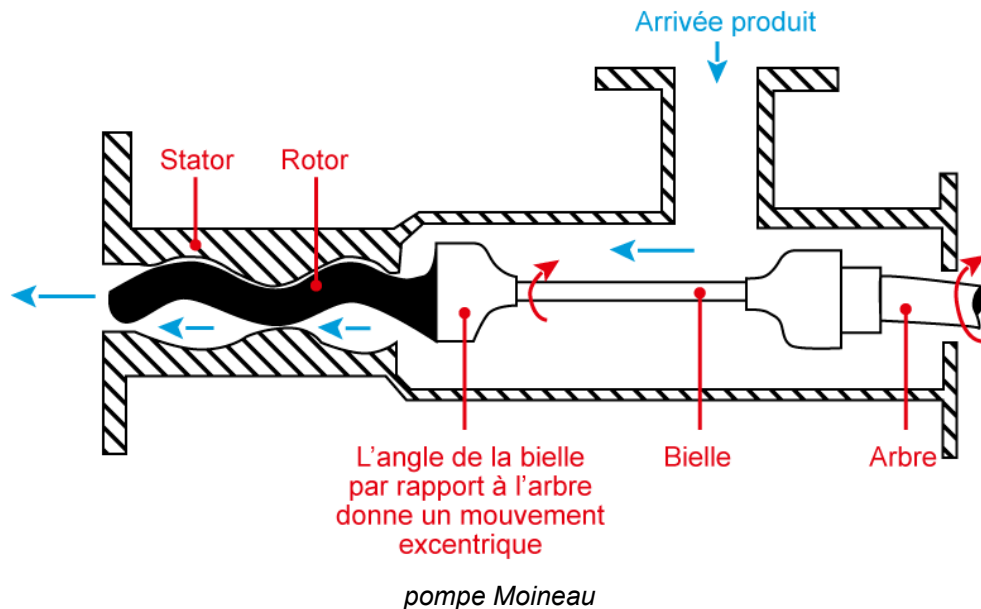
Pour régler le débit fourni par une pompe volumétrique alternative, on peut jouer à la fois sur la course du piston et sur sa fréquence.

2.1.2. Pompes volumétriques rotatives

Parmi les pompes volumétriques rotatives, on trouve essentiellement les pompes à rotor hélicoïdal excentré, les pompes péristaltiques, les pompes à engrenages et les pompes à palettes.

a) Pompe à rotor hélicoïdal excentré

La pompe à rotor hélicoïdal excentré (également appelée pompe Moineau ou encore queue de cochon) fonctionne -comme son nom l'indique- grâce à une vis sans fin dont l'axe de rotation est décalé par rapport au corps de pompe.



L'animation ci-dessous montre la circulation du fluide (en rouge) à l'intérieur du corps de pompe :



fonctionnement d'une pompe Moineau

b) Pompe péristaltique

💡 Notion fondamentale

Une pompe péristaltique fonctionne grâce à l'écrasement d'un tube souple par des galets. La rotation de ces galets conduit le fluide, emprisonné dans le tube entre deux galets, de l'aspiration vers le refoulement, comme le montre les schémas ci-dessous.

ANIMATION : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/pompePeristaltique/pompePeristaltiqueHTML5/pompePeristaltiqueHTML5.html>

Cf. "animation : principe de fonctionnement d'une pompe péristaltique"

🔗 Pour aller plus loin

Voici quelques autres illustrations sur les pompes péristaltiques industrielles :

- *Albin pump*
- *autres exemples de pompes industrielles*

c) Pompe à lobes

💡 Notion fondamentale

Les lobes présentent des formes très variés et l'on a parfois des pompes à engrenages. Ce type de pompe est également appelé birotor synchrone ou *roots*.

Elles permettent d'atteindre des débits-volumes élevés et sont robustes. Elles ont l'avantage d'être des pompes sèches (pas de film d'huile) ce qui limite la contamination ; bien que la contamination par arrachement de poussières de métal soit possible.

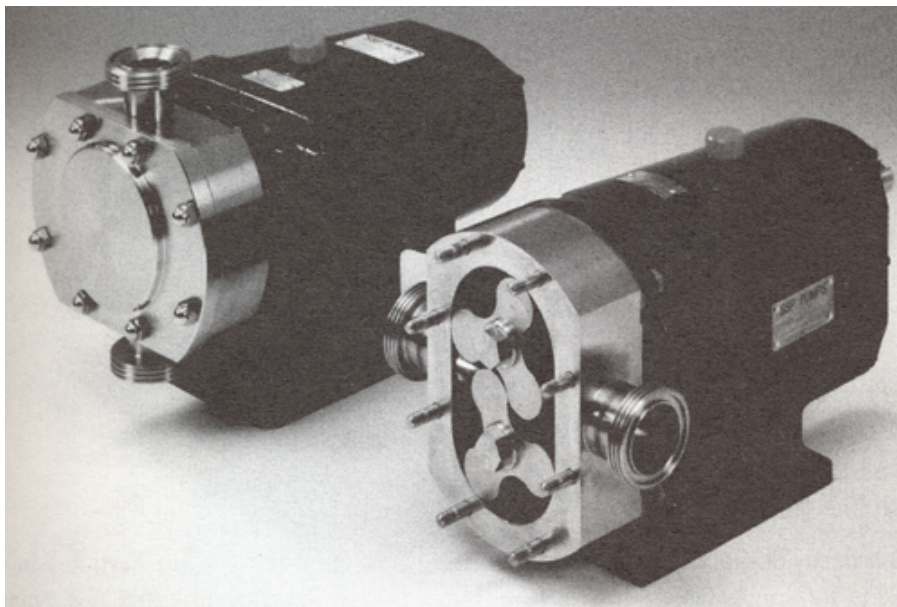
Dans les usages pour le vide, elles permettent d'atteindre des pressions jusqu'à 10^{-4} mbar et sont parfois couplées à une pompe primaire.

Les schémas ci-dessous présentent le principe de fonctionnement des pompes à lobes.

ANIMATION : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/pompeLobes/pompeLobesHTML5/pompeLobes.html>

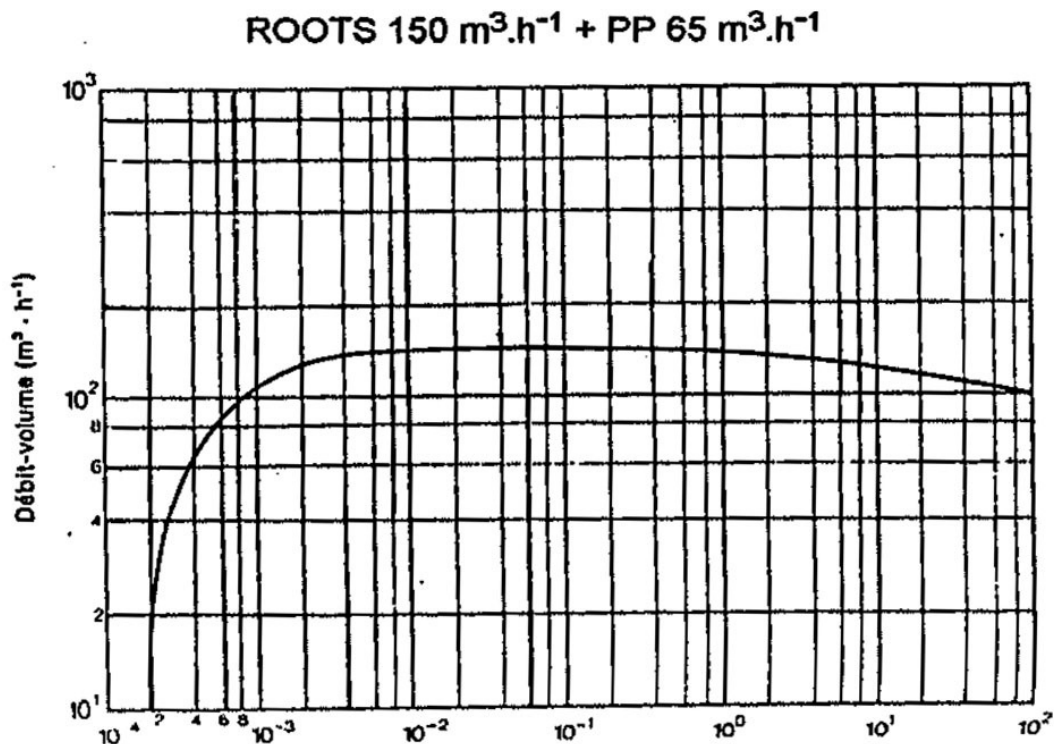
Cf. "animation : principe de fonctionnement d'une pompe à lobes"

? Exemple



photographie d'une pompe à lobes

Le graphique suivant présente un exemple de courbe caractéristique d'une pompe à lobes.



courbe caractéristique d'une pompe à lobes

Pour aller plus loin

Voici quelques autres vidéos et animations permettant de comprendre le fonctionnement d'une pompe à lobes :

- *vidéo présentant une pompe à engrenages*
- *animation pompe à lobes (32")*
- *animation pompe à engrenages (38")*
- *animation Alfa Laval (5'30) intéressante surtout autour de 3'10*

d) Pompe à palettes

Notion fondamentale

Le principe de fonctionnement d'une pompe à palettes classique est illustré sur les schémas et l'animation ci-dessous.

Le support des palettes est en rotation autour d'un axe décalé par rapport à celui du corps de la pompe ; de plus, les encoches dans lesquelles sont introduites les palettes sont munies de ressorts pour assurer en permanence le contact entre l'extrémité des palettes et le corps de pompe.

Elles sont essentiellement utilisées pour faire le vite et permettent d'obtenir des pression jusqu'à 10^{-4} mbar.

Il faut noter la présence d'huile (joint dynamique, lubrifiant) et la nécessité d'un refroidissement dans certains cas.

Ces pompes sont fiables, de faible coût, compactes et silencieuses. En revanche la présence d'huile peut poser des problèmes de contamination pour certaines applications.

ANIMATION : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/pompePalettes/pompePalettesHTML5.html>

Cf. "animation : principe de fonctionnement d'une pompe à palettes"

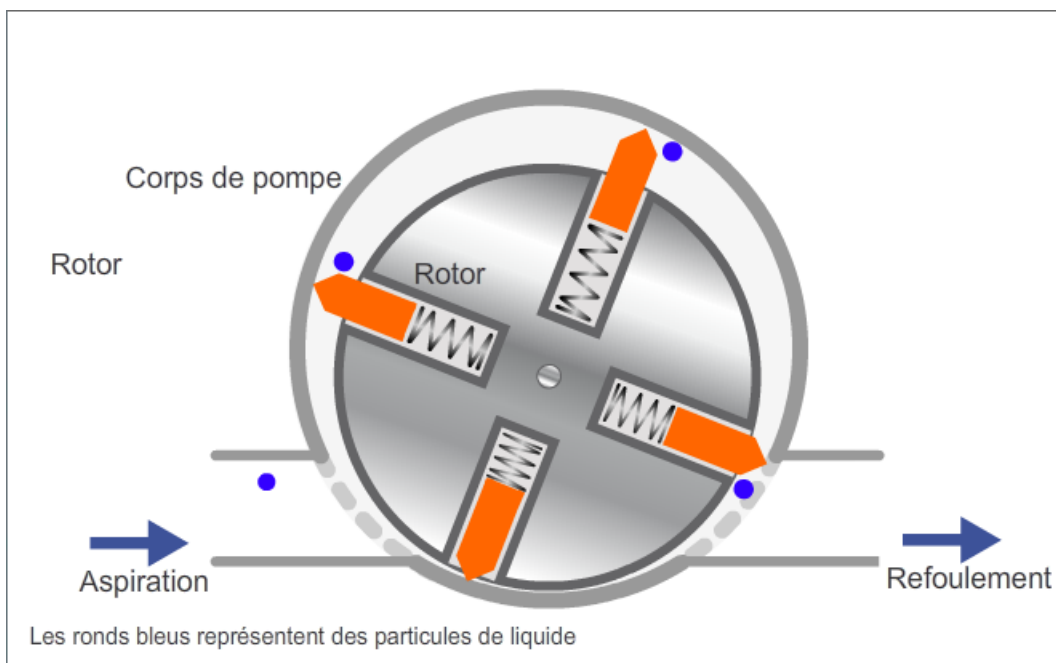
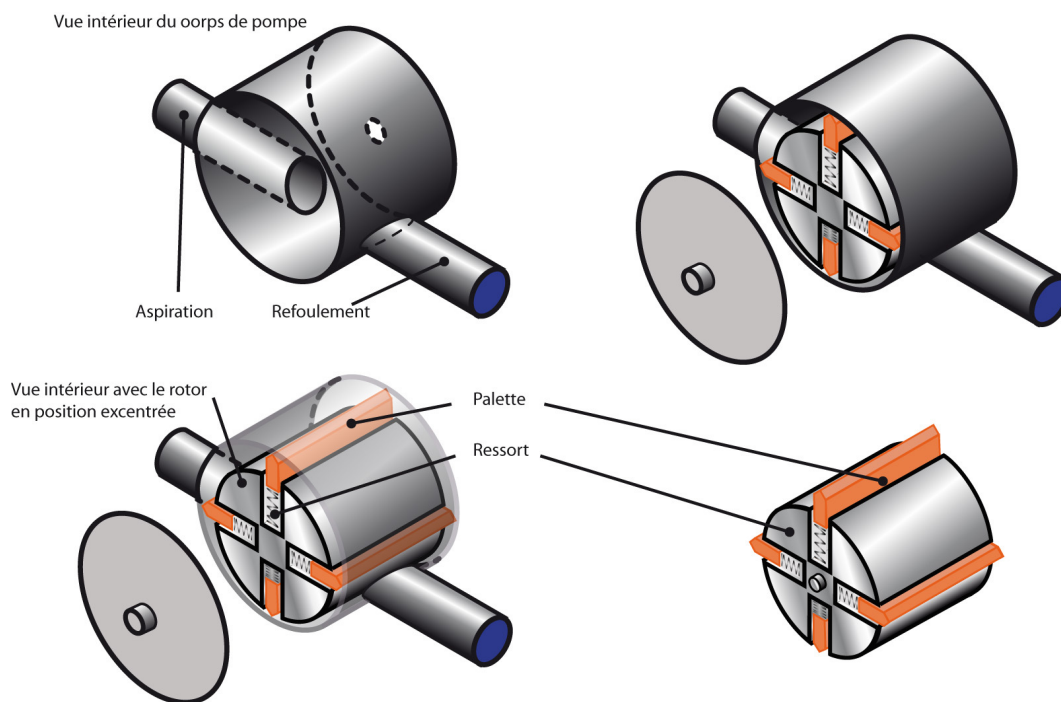


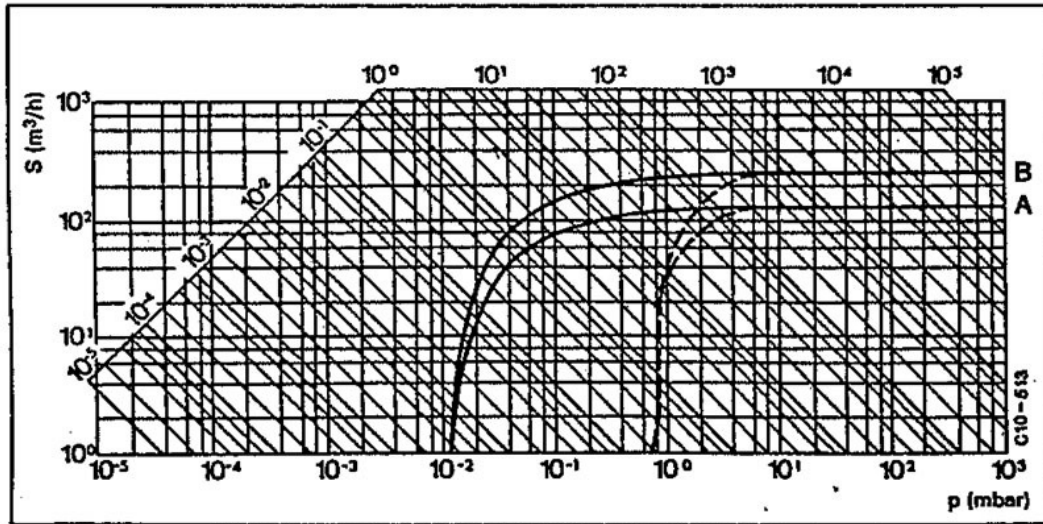
schéma de principe d'une pompe à palettes



pompe à palettes excentrées : vues écorchées

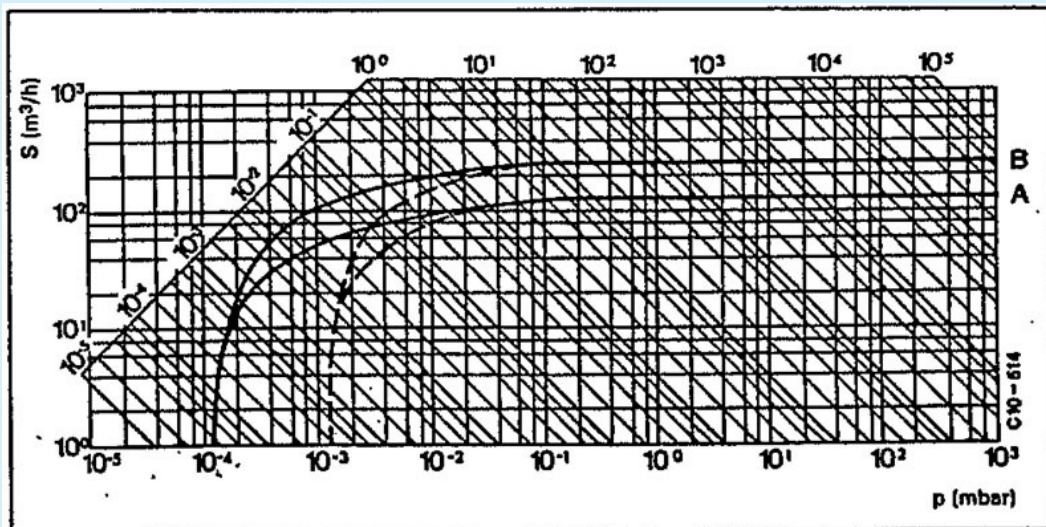
Méthode

Les graphiques suivants présentent des exemples de courbes caractéristiques des pompes à palettes.



Débit – puissance d'aspiration
Pompes à un étage
 — sans lest d'air
 - - - avec lest d'air

courbe caractéristique d'une pompe à palettes



Débit – puissance d'aspiration
Pompes à deux étages
 — sans lest d'air
 - - - avec lest d'air

courbe caractéristique d'une pompe à palettes à deux étages

✚ Pour aller plus loin

La figure ci-contre présente un principe de fonctionnement un peu différent, où les palettes sont souples et ne couissent plus sous l'effet d'un ressort comme précédemment, et où l'axe de rotation du support des palettes se trouve dans l'axe du corps de pompe.

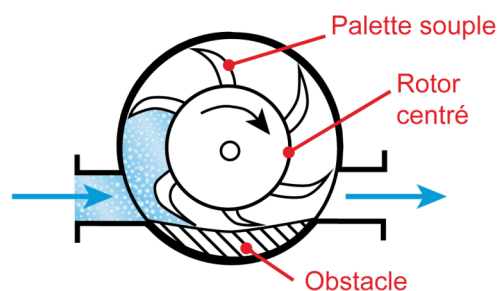


schéma de principe d'une pompe à palettes souples

* *
*

Dans le cas d'une pompe volumétrique rotative, c'est uniquement la vitesse de rotation qui permet de régler le débit fourni par la pompe.

* *
*

Le débit fourni par une pompe volumétrique est indépendant du circuit sur lequel est placée la pompe, c'est-à-dire des pertes de charge que ce circuit génère. Ce type de pompe permet d'atteindre des pressions élevées au refoulement, avec un bon rendement (de l'ordre de 90%). Les pompes volumétriques sont généralement auto-amorçantes, c'est-à-dire qu'elles peuvent démarrer, même si le circuit d'aspiration est rempli d'air (ce qui se produit notamment lors de la première mise en fonctionnement).

Pour éviter tout risque d'explosion, *il ne faut jamais fermer le circuit de refoulement d'une pompe volumétrique*, c'est pourquoi on évite de placer une vanne sur le circuit de refoulement.

2.2. Pompes centrifuges

Un terme plus général parfois usité est *pompes hydrodynamiques*. Cependant on ne rencontre dans la pratique industrielle que les pompes centrifuges ; nous nous limiterons donc à celles-ci.

2.2.1. Pompe centrifuge

💡 Notion fondamentale

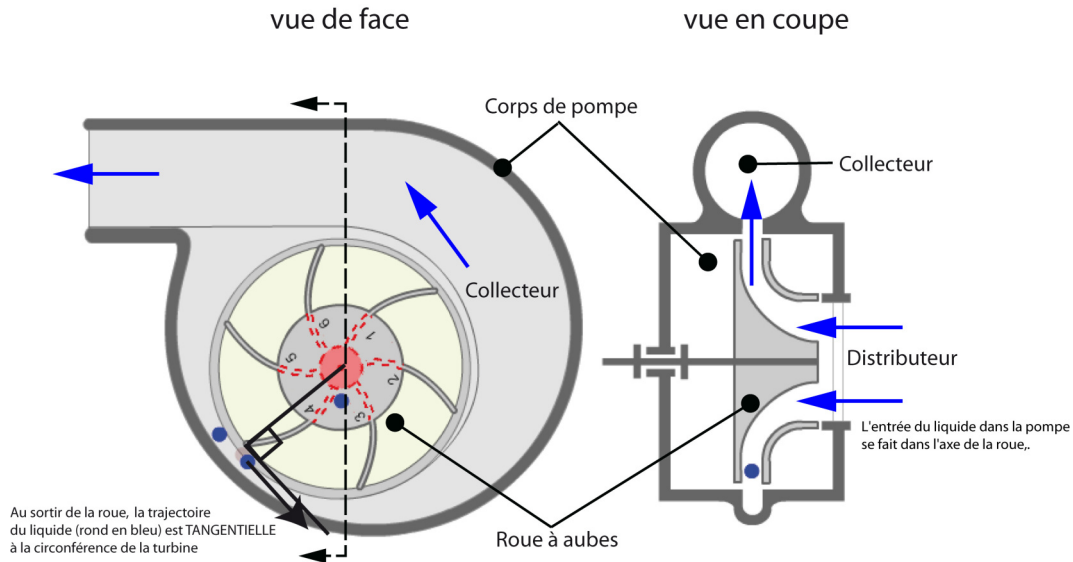
Les trois éléments essentiels d'une pompe centrifuge sont :

- la roue à aubes, partie tournante de la pompe ;
- le distributeur, toujours axial (débouchant au centre de la roue à aubes) ;

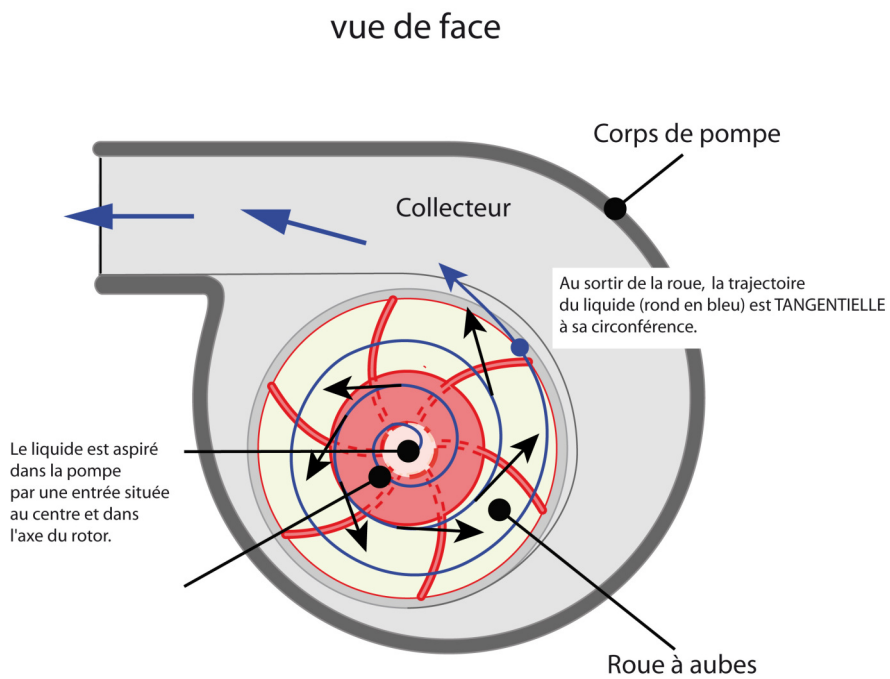
- le collecteur, toujours tangentiel et de section croissante, pour transformer l'énergie cinétique en énergie de pression.

ANIMATION : <http://gpip.cnam.fr/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/animations/pompeCentrifuge/pompeCentrifugeHTML5/pompeCentrifuge.html>

Cf. "animation : principe de fonctionnement d'une pompe centrifuge"



pompe centrifuge : vues de face et en coupe

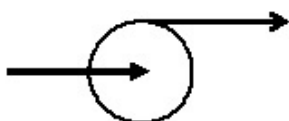


pompe centrifuge : vue de face avec diagramme des forces

Remarque



photographie de l'intérieur d'une pompe centrifuge



schématisation d'une pompe centrifuge

Il existe même une schématisation spécifique pour les pompes centrifuges qui représente cette particularité.

Pour aller plus loin

Voici quelques autres vidéos et animations permettant de comprendre le fonctionnement d'une pompe centrifuge :

- animation (28")
- animation détaillant les différentes parties de la pompe
- vidéo détaillée (9') « Pour ceux qui ne parlent pas espagnol, les images sont quand même intéressantes... »
- vidéo sur la cavitation et le NPSH (5') « Toujours en espagnol, mais toujours très visuel... »
- animation (4') en anglais - intéressante surtout autour de 45"

Le débit fourni par une pompe centrifuge dépend du circuit de refoulement, c'est-à-dire des pertes de charge qu'il génère. Le réglage du débit se fait donc le plus souvent en jouant sur l'ouverture d'une vanne sur le circuit de refoulement, ou éventuellement par la vitesse de rotation de la pompe (fréquence du moteur électrique).

Les pompes centrifuges permettent d'obtenir des débits de refoulement élevés, mais des pressions modérées. Contrairement aux pompes volumétriques, elles nécessitent un amorçage, elles ne peuvent donc pas démarrer lorsque le circuit d'aspiration est rempli d'air, il faut prévoir un système d'amorçage lors de la mise en service d'une telle pompe. En outre, elles ont un rendement plus faible (60-70%) que les pompes volumétriques. Les pompes centrifuges sont compactes et de construction assez simple, elles sont donc d'un coût plus faible que les pompes volumétriques. De plus, les pompes centrifuges peuvent convenir aux fluides chargés, mais pas aux fluides fragiles ou très visqueux.

Enfin, il n'y a aucun danger d'éclatement en cas de fermeture du circuit aval.

🔑 Définition : Cavitation

Par contre, les pompes centrifuges sont sujettes à ce que l'on appelle la cavitation. Ce phénomène survient lors de la vaporisation du liquide dans le corps de pompe, si sa pression devient localement inférieure à la pression de vapeur saturante, à la température considérée. L'éclatement des bulles par la suite, provoque du bruit, l'érosion des matériaux et des vibrations, ce qui conduit à une chute des performances et à la détérioration de la pompe.

cavitation



* *
*

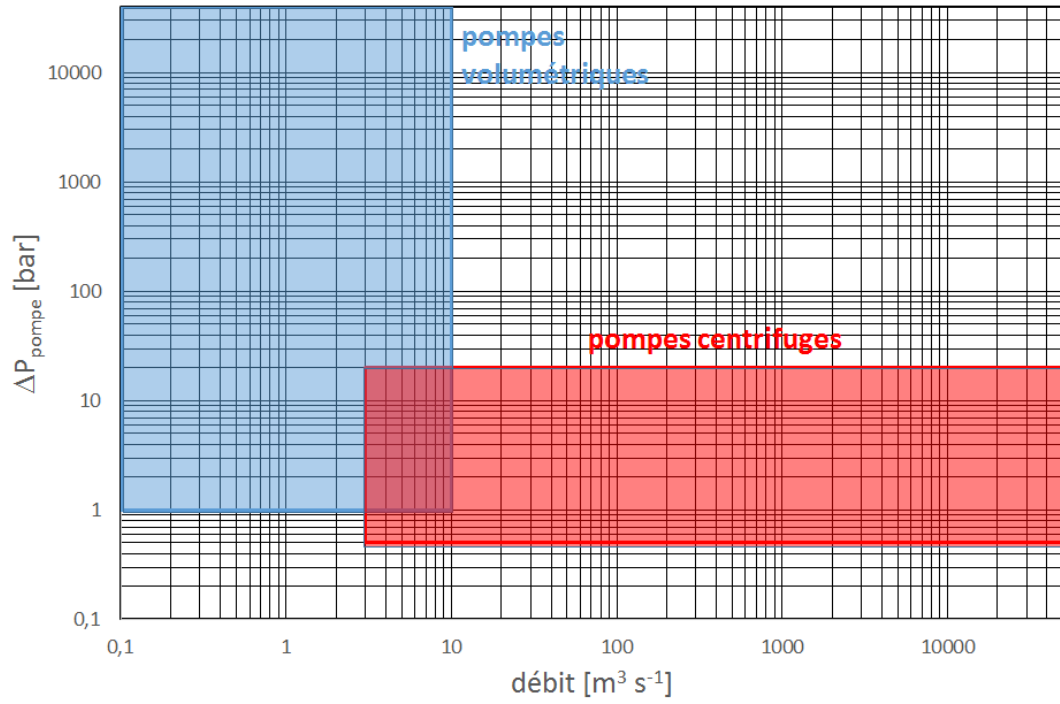
Les pompes centrifuges sont très fréquentes dans l'industrie chimique au sens large du fait de leur faible coût. Elles sont toutefois sujettes à la cavitation et nécessitent un amorçage.

* *
*

En résumé, les pompes centrifuges permettent d'obtenir des débits élevés, pour un faible coût, avec un rendement moyen. Elles nécessitent un amorçage et il faut éviter de placer une vanne sur le circuit d'aspiration. Elles sont très utilisées en production.

Les pompes volumétriques permettent d'atteindre des pressions de sortie élevées, elles sont plus coûteuses que les pompes centrifuges, mais ont un bon rendement et sont auto-amorçantes. Il faut éviter de placer une vanne sur le circuit de refoulement. Elles sont utilisées en laboratoire, ou pour des applications spécifiques (pression de refoulement très élevée ou fluides très visqueux par exemple).

La figure ci-dessous présente les domaines d'utilisation respectifs de ces pompes.



domaines d'utilisation des pompes volumétriques et centrifuges

Le tableau ci-dessous propose un comparatif de quelques types de pompes.

Type de pompe	Centrifuge	Piston	Membrane	Lobe	Péristaltique
Utilisations	Pour des hauts débits avec des pressions en sortie raisonnables.	Approvisionnement en produits chimiques (acides, base, solvants...) à moyenne ou haute pression.	Drainage et autres utilisations de fortes suspensions.		Usage médicaux, fluides chargés.
Avantages	A une limite de pression en sortie : pas de risque de surpression.		Simple à mettre en œuvre. Très bonne étanchéité des pièces mécaniques. Pas de détérioration si fonctionne à vide. Longue durée de vie. Légère et silencieuse.	Débit associé à la vitesse de rotation. Système de cartouches de pompage compatibles pour une même série de pompe : permet des changements de système à la volée.	Débit associé à la vitesse de rotation. Très bonne étanchéité des pièces mécaniques. Pas de détérioration si fonctionne à vide.
Inconvénients	La pompe a besoin d'être amorcée (plusieurs solutions existe comme une pompe autoamorçante d'appoint). Risque de cavitation. La courbure des aubes est optimisée pour une seule fréquence de rotation.	Discontinuité de débit.	Discontinuité de débit.	Risque de surpression en aval.	Cesse de fonctionner en cas de blocage au refoulement.
Matériaux	Fonte. Polymères (polypropylène, noryl).				
Aménagements possibles	Possibilité de différents revêtements (polypropylène, noryl), en fonction du produit pompé. Existe en simple étage ou multiétage pour augmenter la HMT.	Montage de 3 à 8 chambres à piston commandée en rotation pour assurer une continuité du flux. Amélioration du principe : piston creux avec deux chambres d'admission.	Commande à air comprimé.	Plusieurs types de jointage rotor/stator : ressorts, compétition force centrifuge/pression hydraulique, lames souples. Combinaison de deux pompes sur un même axe (hi-low : première pompe large basse pression, deuxième plus petite haute pression). Compensateur de pression intégré dans le stator pour limiter les risques de surpression dans les canalisations en aval.	La HMT dépend uniquement du tube utilisé et de ses capacités. L'usure de ce tube est uniquement dû aux frottements des galets sur sa paroi extérieure, c'est pourquoi on recommande l'utilisation du nombre minimal de galets (2).

tableau comparatif des différents types de pompes

3. Dimensionnement des pompes centrifuges

Objectifs

Cette partie a pour objet le dimensionnement des pompes centrifuges, c'est-à-dire le calcul de la hauteur manométrique totale qu'elles doivent fournir pour réaliser une opération donnée et de la puissance consommée pour ce faire.

Les pompes centrifuges sont les plus courantes dans l'industrie chimique au sens large, du fait de leur simplicité de conception, de leur coût généralement moindre qu'une pompe volumétrique équivalente et de leur aptitude à transporter des liquides même chargés (de particules solides).

3.1. Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge

Pour caractériser une pompe centrifuge, on s'appuie sur trois courbes caractéristiques.

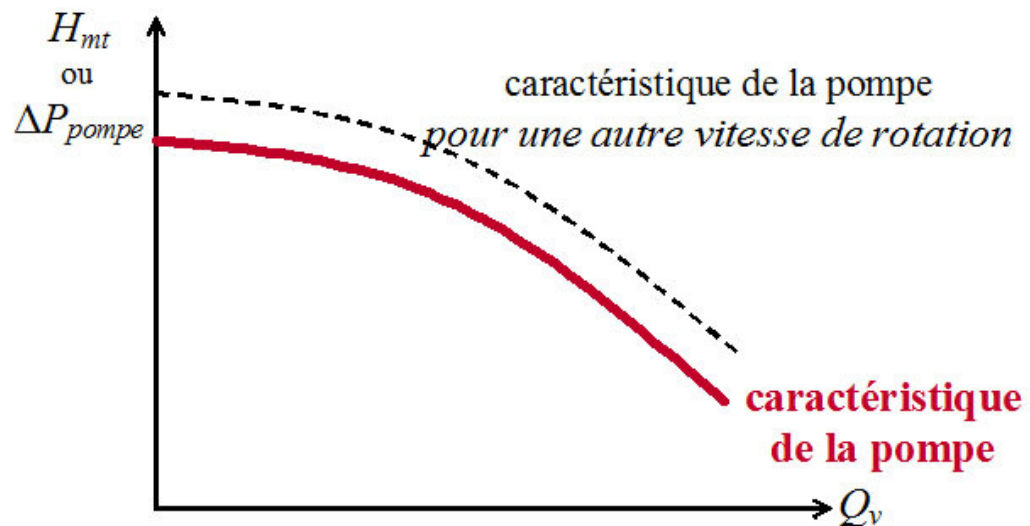
VIDÉO : <https://youtu.be/l4IPEgPb1gs>

3.1.1. Caractéristique

Selon l'équation de Bernoulli généralisée (utilisée ici un peu abusivement car l'écoulement dans une pompe centrifuge n'a rien d'irrotationnel, mais ceci permet de comprendre le principe), si les conduites d'aspiration et de refoulement d'une pompe ont le même diamètre, on peut écrire :

$$P_{ref} - P_{asp} = \rho \cdot g \cdot H_{mt}^{theorique} - \Delta P_f^{pompe} = \rho \cdot g \cdot H_{mt}$$

On en déduit que la hauteur manométrique totale (vraie) décroît avec le débit, du fait des pertes par frottement dans la pompe. La courbe donnant cette hauteur manométrique totale en fonction du débit est appelée caractéristique de la pompe et a l'allure représentée sur la figure ci-dessous.



courbe caractéristique d'une pompe centrifuge

✚ Pour aller plus loin

Connaissant la caractéristique d'une pompe pour une vitesse de rotation N donnée, on peut calculer celle pour une autre vitesse N' à partir des relations suivantes :

$$\frac{Q'_v}{Q_v} \propto \frac{N'}{N}; \frac{H'_{mt}}{H_{mt}} \propto \left(\frac{N'}{N}\right)^2; \frac{P'}{P} \propto \left(\frac{N'}{N}\right)^3$$

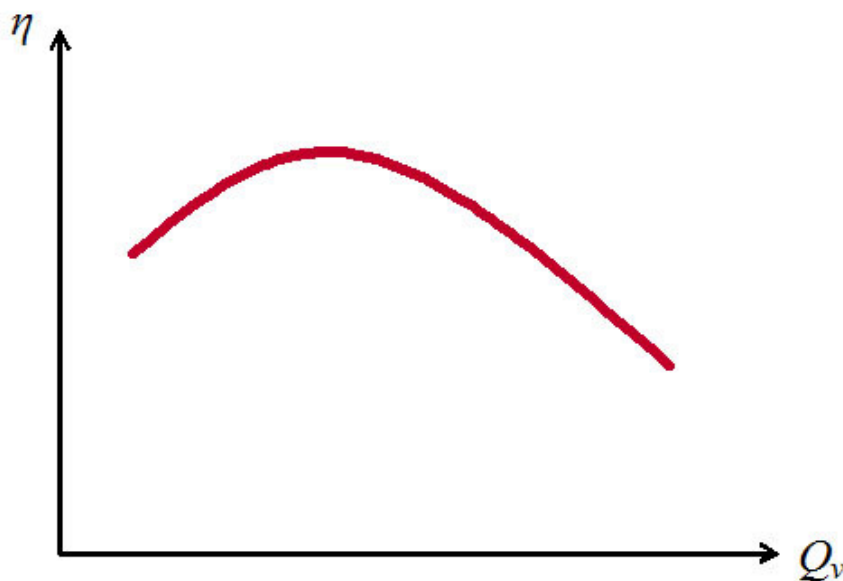
3.1.2. Rendement

🔑 Définition

Le rendement η d'une pompe est défini comme le rapport de la puissance fournie au fluide \mathcal{P}_{hydro} et de la puissance absorbée par la pompe \mathcal{P}_{abs} : $\eta = \frac{\mathcal{P}_{hydro}}{\mathcal{P}_{abs}}$

La puissance fournie au fluide étant la suivante : $\mathcal{P}_{hydro} = Q_v \cdot \rho \cdot g \cdot H_{mt} = Q_v \cdot \Delta P_{pompe}$.

Puisque la hauteur manométrique totale H_{mt} décroît avec le débit Q_v , la courbe η vs Q_v présente un maximum, comme illustré sur la figure ci-dessous.



rendement d'une pompe centrifuge

3.1.3. NPSH

🔑 Définition : NPSH

Si l'on appelle Δ la dépression locale maximale qui peut avoir lieu dans la pompe, pour éviter le phénomène de cavitation, il faut que la pression d'aspiration P_{asp} soit telle que $P_{asp} - \Delta > P_{vap}$ (où P_{vap} est la pression de vapeur saturante, à la température considérée). On définit le $NPSH$ (net positive suction head) selon :

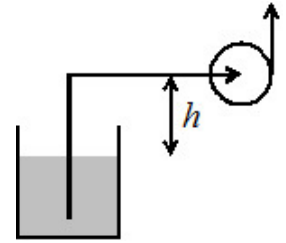
$$NPSH = \frac{P_{asp}}{\rho \cdot g} - \frac{P_{vap}}{\rho \cdot g}$$

Considérons le circuit représenté ci-contre, pour lequel on suppose que la surface du réservoir est à la pression atmosphérique et que le niveau dans le réservoir est à peu près constant (donc vitesse nulle à la surface libre). L'équation de Bernoulli pour un fluide réel fournit :

$$\frac{P_{atm}}{\rho \cdot g} + \frac{0^2}{2 \cdot g} = \frac{P_{asp}}{\rho \cdot g} + h + \frac{u_{asp}^2}{2 \cdot g} + \frac{\Delta P_f^{asp}}{\rho \cdot g}$$

ΔP_f^{asp} étant ici la perte de charge totale sur le circuit d'aspiration.

$$\text{Ainsi } \frac{P_{asp}}{\rho \cdot g} = \frac{P_{atm}}{\rho \cdot g} - h - \frac{u_{asp}^2}{2 \cdot g} - \frac{\Delta P_f^{asp}}{\rho \cdot g}$$



notation pour le calcul du NPSH disponible

La condition précédente $P_{asp} - \Delta > P_{vap}$ devient alors :

$$\frac{P_{atm}}{\rho \cdot g} - h - \frac{u_{asp}^2}{2 \cdot g} - \frac{\Delta P_f^{asp}}{\rho \cdot g} - \frac{\Delta}{\rho \cdot g} > \frac{P_{vap}}{\rho \cdot g}$$

$$\text{Ou encore : } \frac{P_{atm}}{\rho \cdot g} - h - \frac{u_{asp}^2}{2 \cdot g} - \frac{\Delta P_f^{asp}}{\rho \cdot g} - \frac{P_{vap}}{\rho \cdot g} > \frac{\Delta}{\rho \cdot g}$$

🔍 Définition

On nomme $NPSH_{disponible}$ le terme de gauche et $NPSH_{requis}$ celui de droite.

En pratique le $NPSH_{requis}$ est donné par le fournisseur de la pompe parce qu'il la caractérise.

Alors que le $NPSH_{disponible} = \frac{P_{asp}}{\rho \cdot g} - \frac{P_{vap}}{\rho \cdot g}$ caractérise le circuit sur lequel est installée la pompe (le circuit d'aspiration en l'occurrence) et doit donc être calculé par l'utilisateur.

🔍 Remarque

On peut rencontrer une définition du NPSH disponible, où on considère que l'énergie cinétique disponible à l'aspiration peut être convertie en énergie de pression pour éviter la vaporisation.

$$NPSH_{dispo} = \frac{P_{asp}}{\rho \cdot g} + \frac{u_{asp}^2}{2 \cdot g} - \frac{P_{vap}}{\rho \cdot g}$$

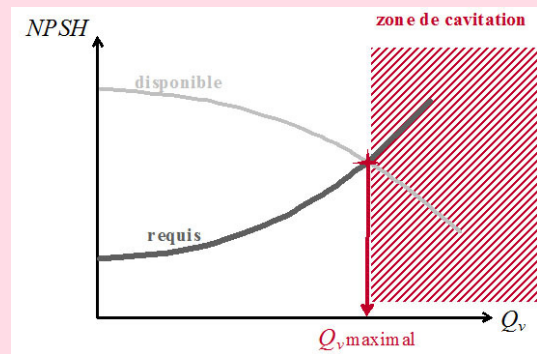
📋 Conseil

Pour éviter la cavitation, il faut par conséquent de préférence :

- monter la pompe en charge (pour que la hauteur h soit négative et de valeur absolue maximale) ;
- travailler à basse température (où la pression de vapeur saturante P_{vap} est plus faible) ;
- limiter les pertes de charge ΔP_f^{asp} sur le circuit d'aspiration (et notamment éviter d'y placer une vanne).

Notion fondamentale

Le $NPSH_{disponible}$ dépend du circuit d'aspiration et du débit, tandis que le $NPSH_{requis}$ dépend de la pompe et du débit. Pour un circuit d'aspiration et une pompe donnés, il existe un débit maximum admissible, comme le montre la figure ci-contre.

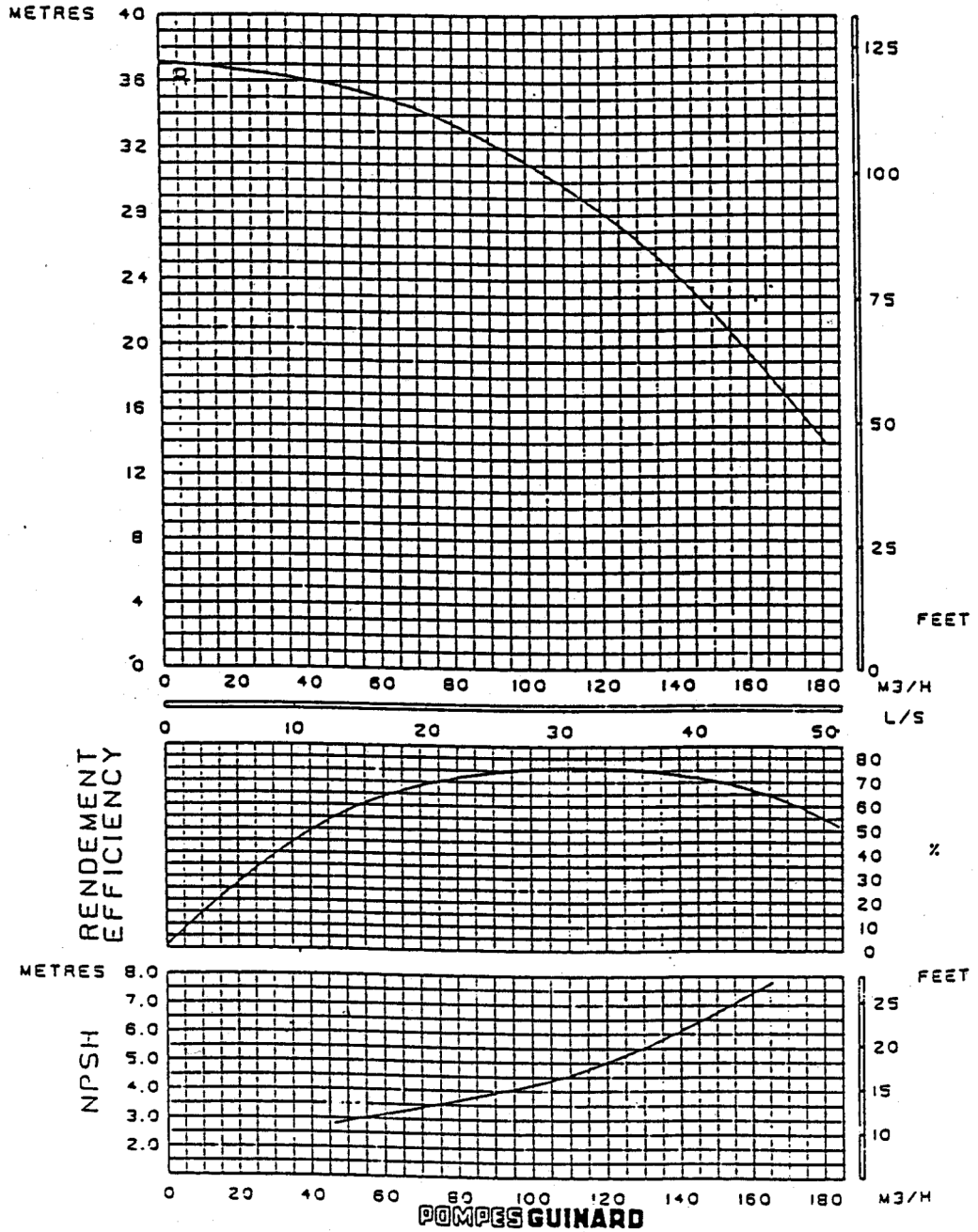


NPSH requis et disponible

3.1.4. Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge

Le fabricant d'une pompe doit donc fournir des séries de courbes telles que celles présentées sur la figure ci-dessous. En effet, une caractéristique, une courbe η vs Q_v , ou une courbe $NPSH_{requis}$ vs Q_v , sont valables pour une pompe donnée, fonctionnant à une vitesse de rotation donnée, mais aussi pour un fluide donné (masse volumique et viscosité).

POMPE CENTRIFUGE CENTRIFUGAL PUMP		NORBLOC 6x16-15 MBX 6x16 RI-15			
Densité: 1 Viscosité: 100	TOLERANCE ISO 2548 CLASSE C	Moteur 2 Poles	ROGNAGE-TRIMMING RI:166	ASP: .80 SUC REF: .85 DEL	50HZ

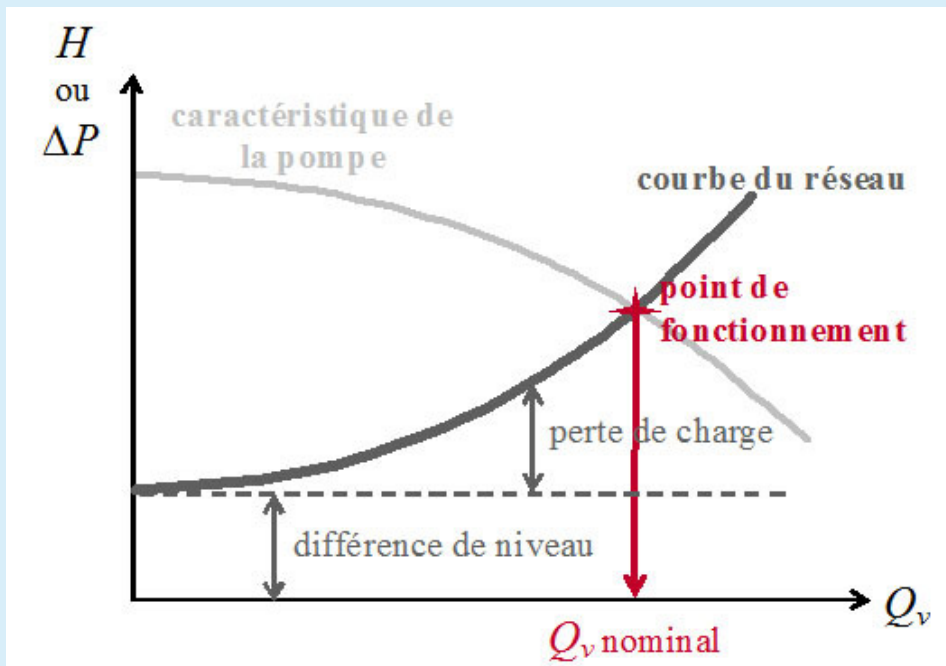


courbes caractéristiques fournies par le constructeur d'une pompe centrifuge

3.2. Courbe du réseau et point de fonctionnement

🔑 Définition

La courbe du réseau (également appelée caractéristique du circuit) représente l'énergie par unité de poids H ou encore l'énergie par unité de volume ΔP à fournir au fluide pour le faire circuler avec un débit Q_v . Elle tient donc compte de l'élévation éventuelle du fluide, et des pertes de charge dans le circuit de refoulement, comme illustré sur la figure ci-dessous. L'intersection de la courbe du réseau et de la caractéristique de la pompe définit le point de fonctionnement et donc le débit nominal.



point de fonctionnement d'un circuit muni d'une pompe centrifuge

💡 Notion fondamentale

Ainsi une pompe donnée mise en place sur un circuit donné ne peut fournir qu'un et un seul débit.

🔍 Remarque

Dans la pratique, on choisit la pompe (et sa vitesse de rotation) en fonction de la gamme de débit souhaitée. Pour régler le débit, on fait varier les pertes de charge sur le circuit de refoulement à l'aide d'une vanne. Si une variation importante du débit s'avérait nécessaire (suite à une modification importante de l'installation ou de ses conditions de fonctionnement par exemple), on pourra également être amené à changer la vitesse de rotation de la pompe ; il pourra même être nécessaire de changer de pompe.

3.3. Exercice : Dimensionnement d'une pompe centrifuge alimentant un décanteur depuis un cristalliseur

Un décanteur est alimenté depuis un cristalliseur *via* une pompe centrifuge avec un débit de $300 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$. Le niveau (constant) de solvant dans le cristalliseur est 2 m au-dessus de celui dans le décanteur (également à niveau constant). La pression dans le ciel du cristalliseur est de 1,2 bar. Pour un bon fonctionnement du décanteur, la pression à son entrée doit être de 1,5 bar.

La canalisation entre le cristalliseur et la pompe mesure 1,5 m de long et a un diamètre interne 15 cm. Elle est en acier, de rugosité 0,1 mm. Elle comporte une vanne de fond de cuve (dont le coefficient de perte de charge vaut 12) et un coude arrondi (dont le coefficient de perte de charge vaut 0,7).

La canalisation entre la pompe et le décanteur est identique à celle côté aspiration, mais mesure 7 m de long. Elle ne comporte pas de singularité.

La pompe a un rendement de 57%.

On assimile les propriétés de la suspension produite par le cristalliseur à celles du solvant, soit une masse volumique de 875 kg m^{-3} et une viscosité de $5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$.

Question

Calculer la hauteur manométrique totale (en mètre de colonne d'eau) et la puissance de la pompe nécessaire.

Indice

Commencez par faire un schéma de l'installation et portez-y les différentes données de l'énoncé.

Indice 2

Écrire l'équation de Bernouilli généralisée entre la surface (immobile) du liquide dans le cristalliseur et l'entrée dans le décanteur.

Puis évaluer les pertes de charge régulières et singulières sur l'ensemble du circuit entre le cristalliseur et le décanteur.

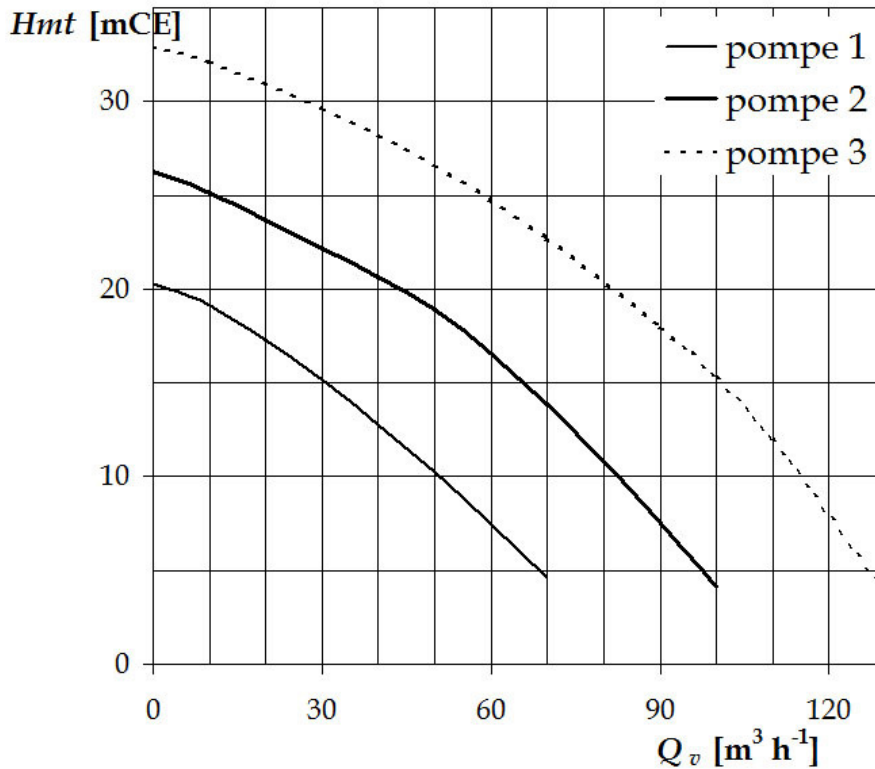
En déduire la hauteur manométrique totale puis la puissance de la pompe nécessaire.

3.4. Exercice : Choix d'une pompe centrifuge & dimensionnement complet de la pompe

On souhaite remplir une cuve de stockage au moyen d'une pompe centrifuge qui débiterait $50 \text{ m}^3/\text{h}$ à travers le circuit suivant :

- en amont de la pompe, 20 m de conduite rectiligne horizontale de diamètre 100 mm, en acier inoxydable de rugosité 0,02 mm, branchée directement en partie basse de la paroi du bac d'alimentation : rétrécissement brusque ($k = 0,5$) & clapet anti-retour ($k = 0,5$). Le niveau supérieur du bac d'alimentation est à 2 m au-dessus de l'axe de la pompe.
- en aval, 35 m de conduite identique (même diamètre, même rugosité), comprenant deux coudes de coefficient $k = 0,25$. Le liquide qui sort en jet horizontal à 17 m au-dessus du niveau supérieur du bac d'alimentation est recueilli dans la cuve de stockage.

Le liquide pompé a les caractéristiques suivantes : masse volumique de 1000 kg m^{-3} ; viscosité de $1,14 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$; pression de vapeur de 5500 Pa.



caractéristiques des pompes disponibles

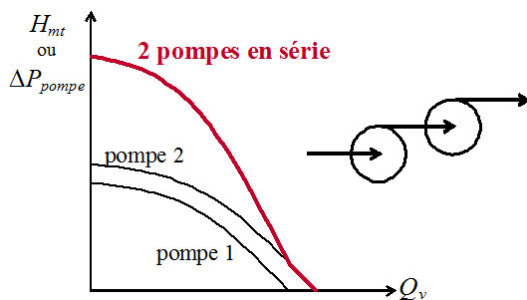
Question

Déterminer la caractéristique du circuit. Parmi les trois pompes pour lesquelles vous disposez de courbes caractéristiques, laquelle est adaptée à votre besoin ? Quelle sera la puissance fournie au fluide et la puissance absorbée (rendement = 62%) ? Le NPSH requis de la pompe choisie étant de 0,4 bar, calculer le NPSH disponible et vérifier le bon fonctionnement de la pompe.

3.5. Association de pompes

VIDÉO : <https://youtu.be/vdfDdvbThV0>

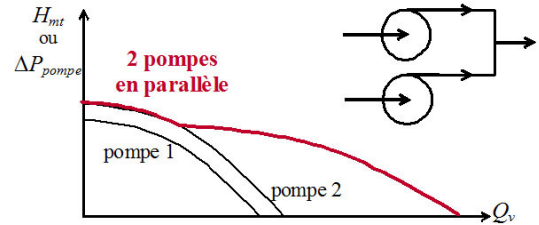
On peut associer les pompes centrifuges :



en série pour augmenter la pression de sortie ; pour un débit donné, la pression (ou la hauteur manométrique totale) fournie par l'ensemble des deux pompes est la somme des pressions (ou des hauteurs manométriques) que fournirait chacune d'elle si elle était seule : $\Delta P_{pompes} = \Delta P_{pompe_1} + \Delta P_{pompe_2}$, comme illustré sur la figure de gauche ;

association de pompes centrifuges en série

en *parallèle* pour augmenter le débit ; pour une pression (ou une hauteur manométrique totale) donnée, le débit fourni par l'ensemble des deux pompes est la somme des débits que fournirait chacune d'elle seule : $Q_v = Q_{v1} + Q_{v2}$, comme le montre la figure de droite.



association de pompes centrifuges en parallèle

* *
*

On dispose maintenant de tous les outils et concepts pour dimensionner ou choisir la pompe permettant de faire circuler avec un débit souhaité un liquide dans un circuit donné.

Le principe du calcul d'une pompe centrifuge est toujours le même : écrire l'équation de Bernoulli généralisée entre deux points parfaitement caractérisés du circuit (généralement l'entrée et la sortie), puis évaluer (plus ou moins précisément selon les besoins) les pertes de charge (régulières et singulières) et enfin calculer le ΔP_{pompe} ou la HMT (également notée H_{mt}).

Lorsque le rendement de la pompe choisie est connu, on peut alors calculer la puissance électrique consommée.

Enfin si le NPSH requis est donné par le fournisseur, on peut vérifier s'il y a un risque de cavitation de la pompe ou non.

4. Cas des pompes à vide

Objectifs

Il s'agit ici d'une brève introduction à la problématique du vide industriel : définitions, premiers éléments de dimensionnement et aspects technologiques.

Le vide correspond à l'absence de matière. Il n'est jamais rencontré quel que soit le lieu ou le cas de figure.

En génie des procédés, la notion de vide correspondra en fait à une pression réduite, c'est-à-dire inférieure à la pression atmosphérique.

Il est en effet nécessaire de faire le vide pour réaliser un certain nombre d'opérations industrielles, notamment des distillations ou cristallisations.

4.1. Des pompes pour faire le vide

Définition : Classification des domaines de vide

On a l'habitude de classer les niveaux de vide comme suit.

Vide grossier ou vide industriel (10^5 Pa à 10^2 Pa) :

- débits volumiques de pompage très grands (plusieurs centaines de m³ par heure),
- applications : grosses installations, distillation sous vide, métallurgie, procédés chimique ;

Vide primaire (jusqu'à 1 Pa) :

- obtenu par la première pompe du système de pompage (pompe volumétrique),
- permet d'évacuer 99% des gaz en volume voire plus ;

Vide moyen (10² Pa à 10⁻² Pa) :

- obtenu par pompe de type *roots*,
- but : favoriser le fonctionnement de la pompe secondaire ;

Vide poussé (10⁻¹ Pa à 10⁻⁵ Pa) ou vide secondaire :

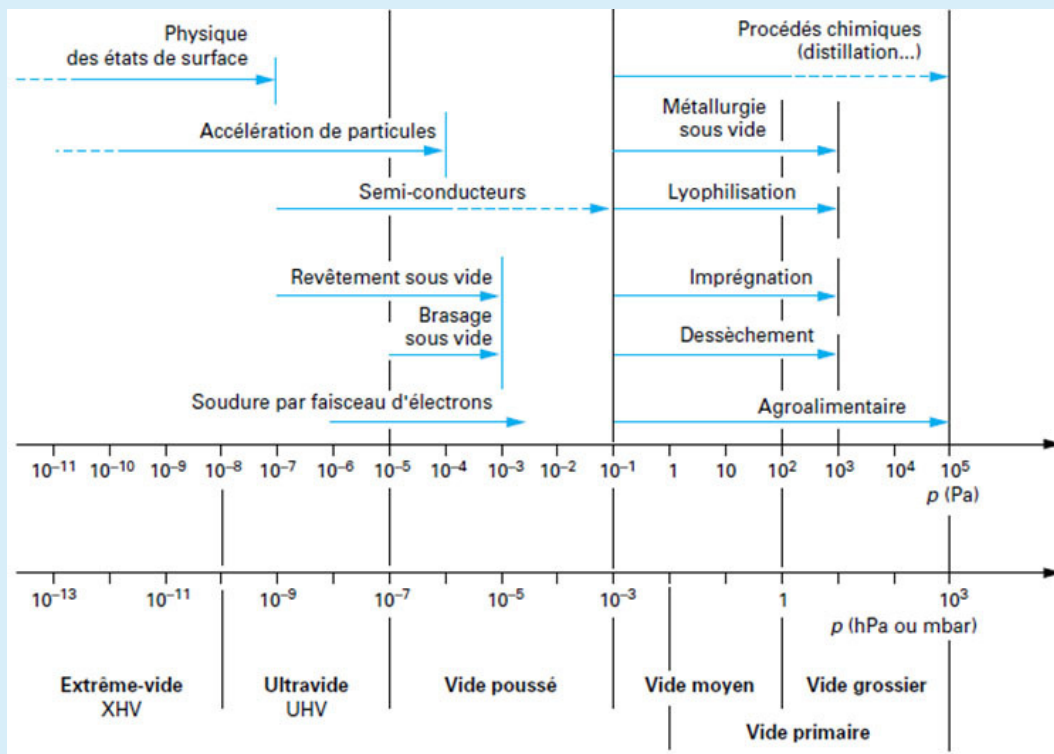
- obtenu par pompe secondaire (pompe à diffusion ou turbomoléculaires),
- l'état du gaz est raréfié (vide moléculaire) ;

Ultravide (10⁻⁵ Pa à 10⁻⁸ Pa) :

- applications : fabrications de tubes électroniques, simulation spatiale, satellites ;

Extrême vide (au-delà de 10⁻⁸ Pa) :

- les problèmes de mesures et de validité commencent ,
- applications : étude de la structure de la matière (accélérateurs de particules, etc.).



les différents domaines du vide

4.1.1. Dimensionnement des pompes à vide

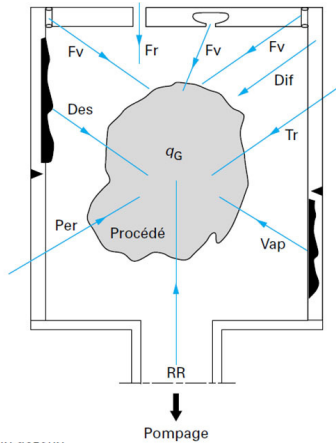
Charge de gaz à évacuer

Pour faire le vide, il faut évacuer les gaz présents.

Afin de dimensionner une installation, il faut définir la charge de gaz à évacuer ou le flux de pompage dans une enceinte qui contient du gaz à $P > 1 \text{ atm}$.

Plusieurs types de gaz doivent être évacués :

- les gaz initialement dans le volume ;
- mais aussi les gaz issus de :
 - la vaporisation,
 - la désorption,
 - la perméation,
 - la transporisation,
 - la rétrodiffusion.



q_G	flux gazeux	Per	perméation
Des	désorption	RR	rétrodiffusion-rétromigration
Dif	diffusion	Tr	transporisation
Fr	fuites réelles	Vap	vaporisation
Fv	fuites virtuelles		

charge de gaz à évacuer

Vaporisation : les molécules à la surface d'un matériau se transforment en gaz (pour les pompes mécaniques, la compression tend à recondenser ces vapeurs ce qui peut dégrader la pompe).

Désorption de particules gazeuses adsorbées ou absorbées.

Perméation : les gaz passent au travers des solides même si la paroi ne présente aucun trou.

Transporisation : passage de gaz au travers de canaux capillaires.

Rétrodiffusion : molécules du fluide moteur.

✂ Méthode : Temps de pompage

On cherche à évaluer le temps t nécessaire à l'obtention d'une pression donnée P à partir de la pression initiale P_i dans l'enceinte.

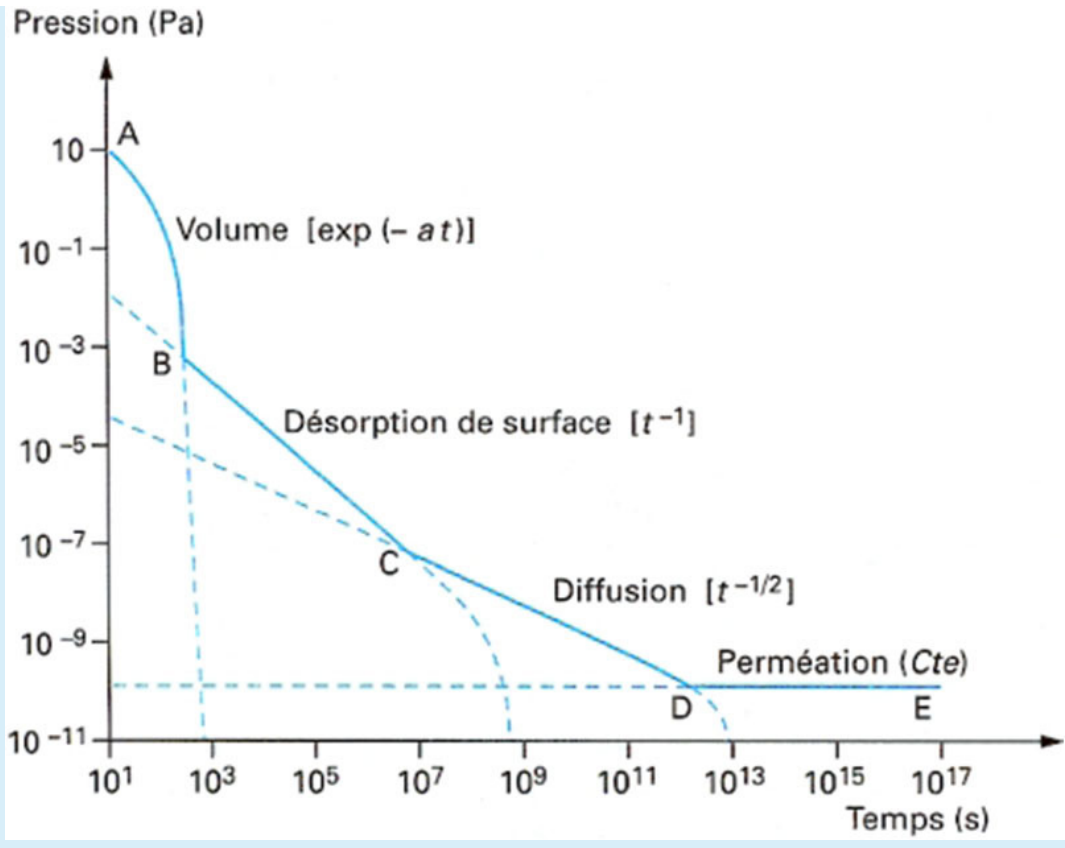
hypothèses :

- On néglige les débits de fuites (fuites réelles, transporisation...).
- Pas de flux de traitement (apport de gaz extérieur)
- Pas de désorption parois (dégazage solvant)

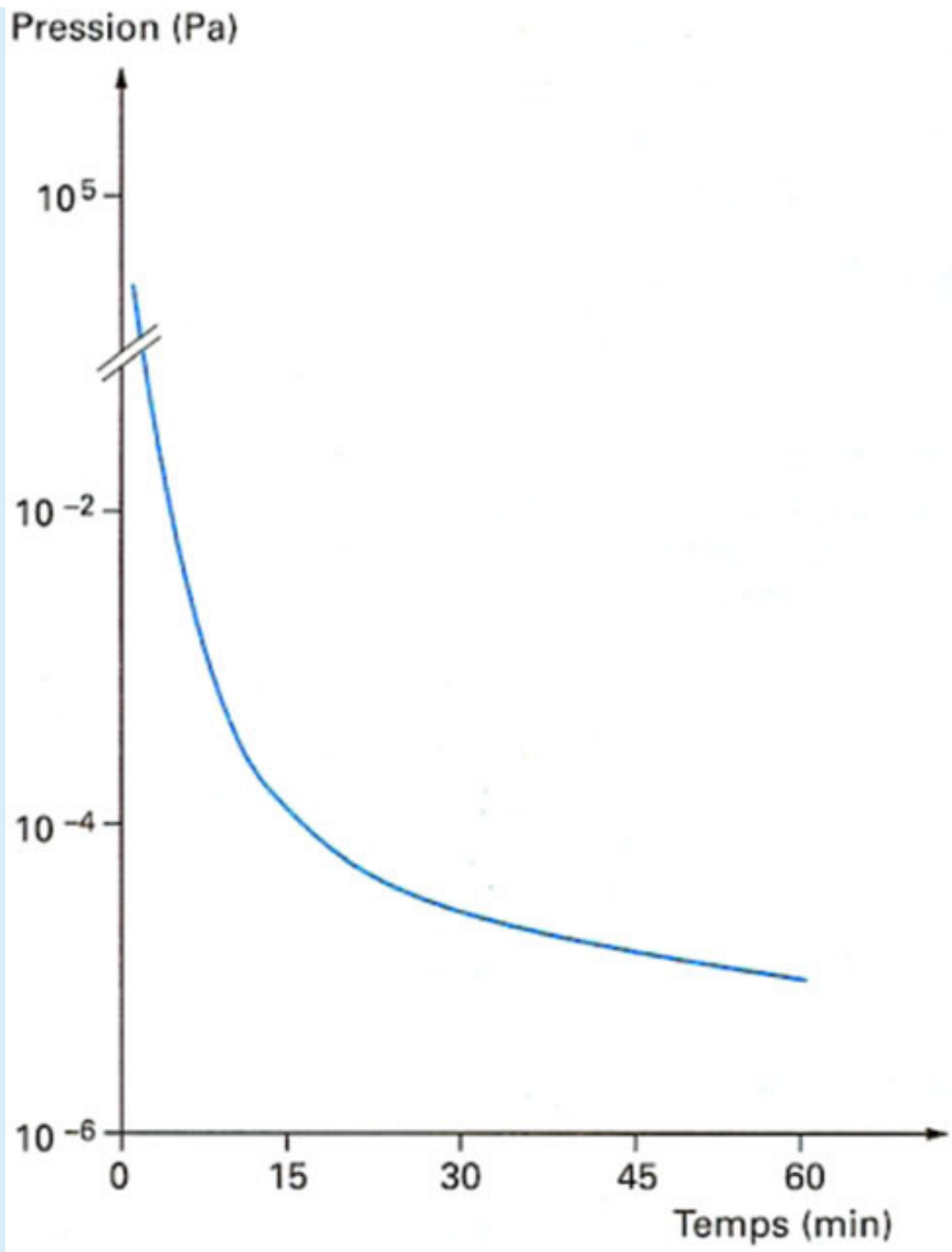
On montre que dans ces conditions :

$$t = \frac{V}{Q_{v_i}} \cdot \ln \frac{P_i}{P}$$

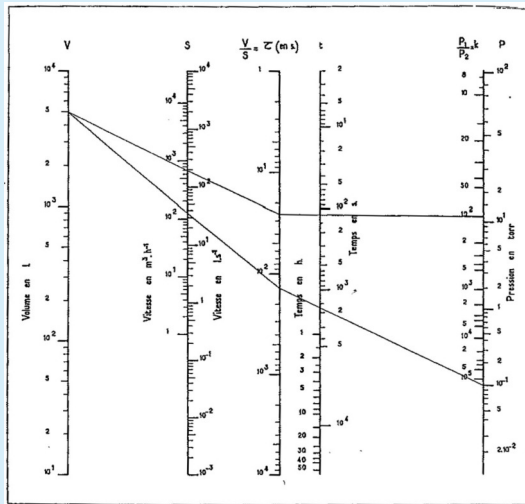
où V est le volume de l'enceinte, Q_{v_i} le débit de pompage moyen entre P_i et P .



évolution de la pression en fonction du temps



évolution de la pression en fonction du temps (en minutes)



L'abaque à points alignés ci-contre permet la détermination des temps de pompage en fonction de la pression finale désirée P_2 et de la pression de départ P_1 (pour P_1 et $P_2 > 10^{-2}$ mbar) compte tenu de la diminution de la vitesse de pompage des pompes primaires aux basses pressions.

abaque pour l'évaluation du temps nécessaire pour obtenir un certain niveau de vide

4.1.2. Quelques éléments technologiques

Une pompe à vide permet de réduire le nombre de molécules (pompes volumétriques ou cinétiques) ou de réduire leur vitesse et donc d'abaisser la température (pompe à fixation).

Machines

- Machines primaires (mécaniques) : P_{atm} -> vide grossier à moyen
- Machine secondaire (hydrodynamique ou fixation) : vide moyen -> ultra vide

Pompes mécaniques

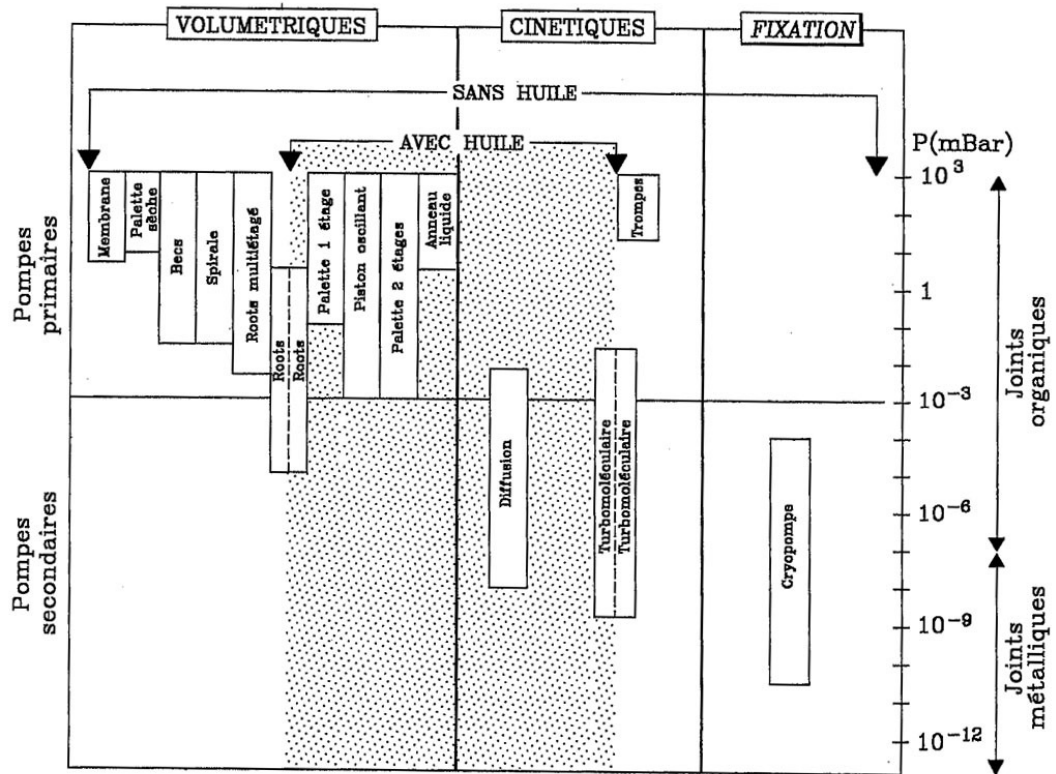
- Pompes à piston : 10^3 Pa à 10^5 Pa
- Pompes à palette (joint d'huile) : 10^{-2} Pa à 10^5 Pa
- Pompes de *roots* (dépresseurs), pompes à lobes : 10^{-3} Pa à 10^5 Pa

Pompes hydrodynamique utilisant un fluide auxiliaire

- Pompe à eau (Venturi), éjecteurs à vapeur : 1 Pa à 10^5 Pa

Fixation : On vaporise un corps (métal) que l'on condense sur une paroi froide, la vapeur du gaz crypte le gaz pompé.

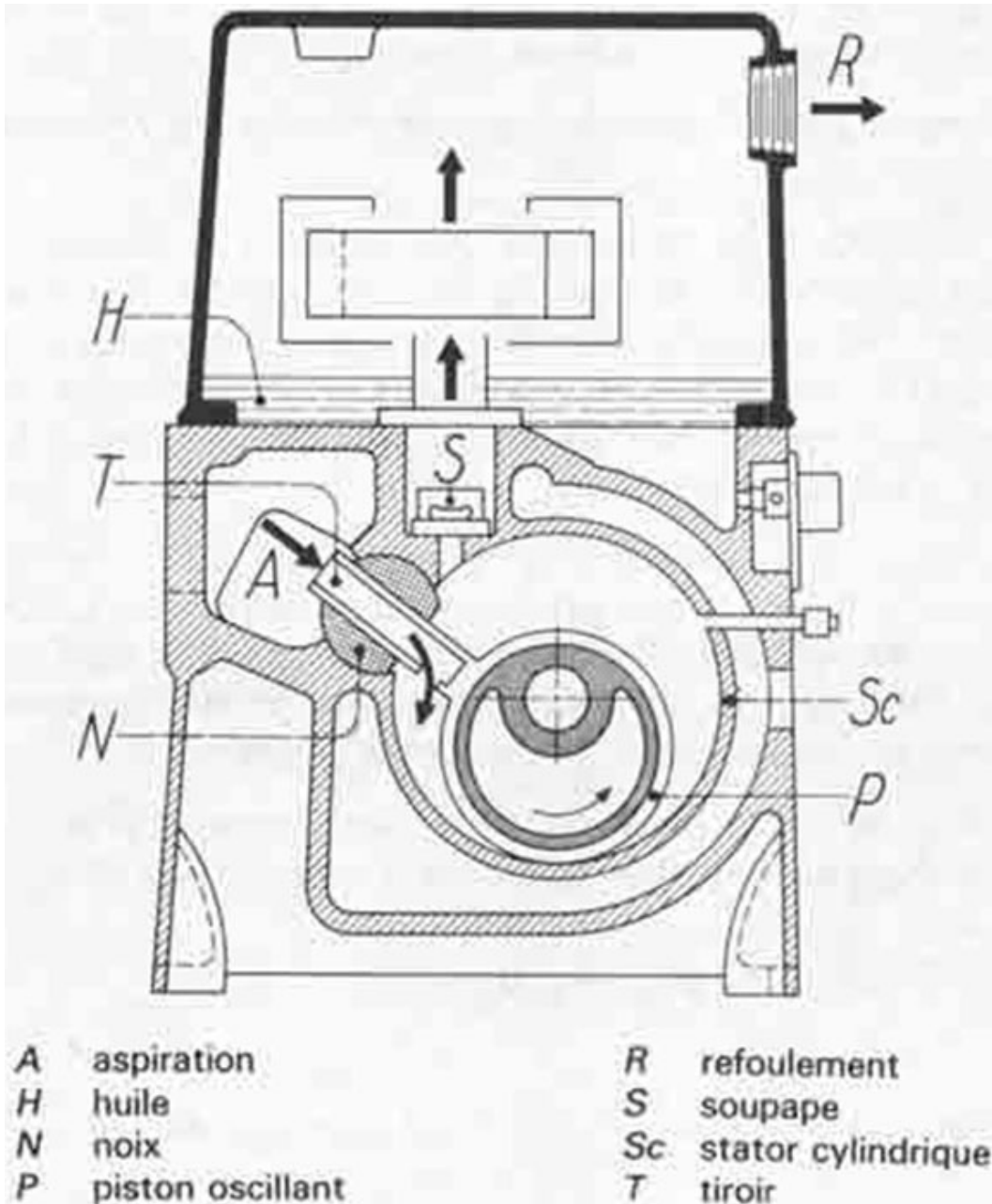
- Pompe à diffusion moléculaire : 10^{-5} Pa à 10^{-1} Pa
- Pompe ionique, cryogénique



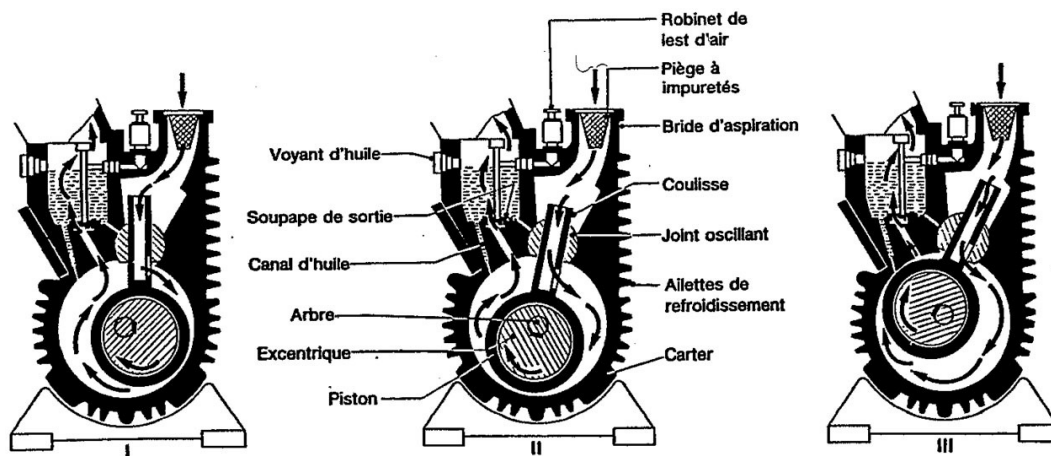
choix des principes de fonctionnement des pompes pour le vide

Pompe à piston oscillant

Il s'agit d'une pompe volumétrique rotative. Elle permet d'atteindre des pressions jusqu'à 10^{-4} mbar. Ces pompes sont fiables, de faible coût, compactes et robustes. En revanche il y a présence d'huile, susceptible de causer de la contamination.

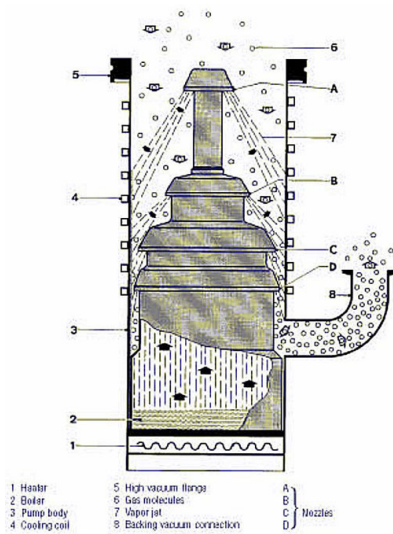


pompe à piston oscillant



principe de fonctionnement d'une pompe à piston oscillant

Pompe à diffusion



pompe à diffusion

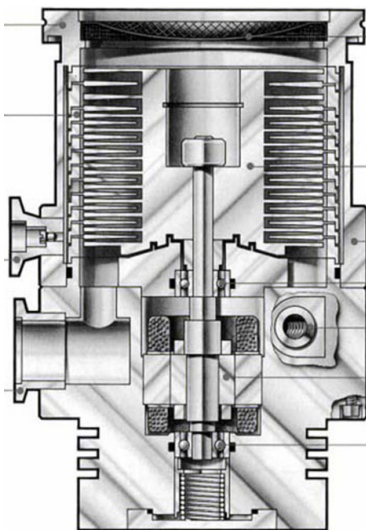
Le principe de fonctionnement de ces pompes est basé sur un jet supersonique de molécules lourdes avec : collision avec le gaz et direction privilégiée du gaz vers la zone haute pression.

Ce type de pompe permet d'atteindre des pressions jusqu'à 10^{-5} Pa.

Elles sont utilisées comme pompes secondaires.

Elles sont robustes et ont un faible coût de maintenance. Il y a en revanche un risque de pollution par retrodiffusion.

Pompe turbomoléculaire



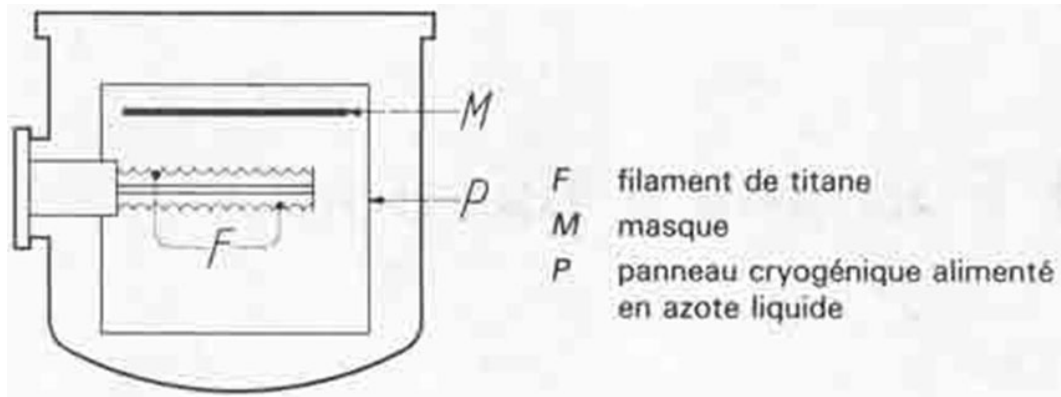
pompe turbomoléculaire

Ce sont des pompes pour l'ultravide, avec un pompage propre (magnétique) à transfert de flux.

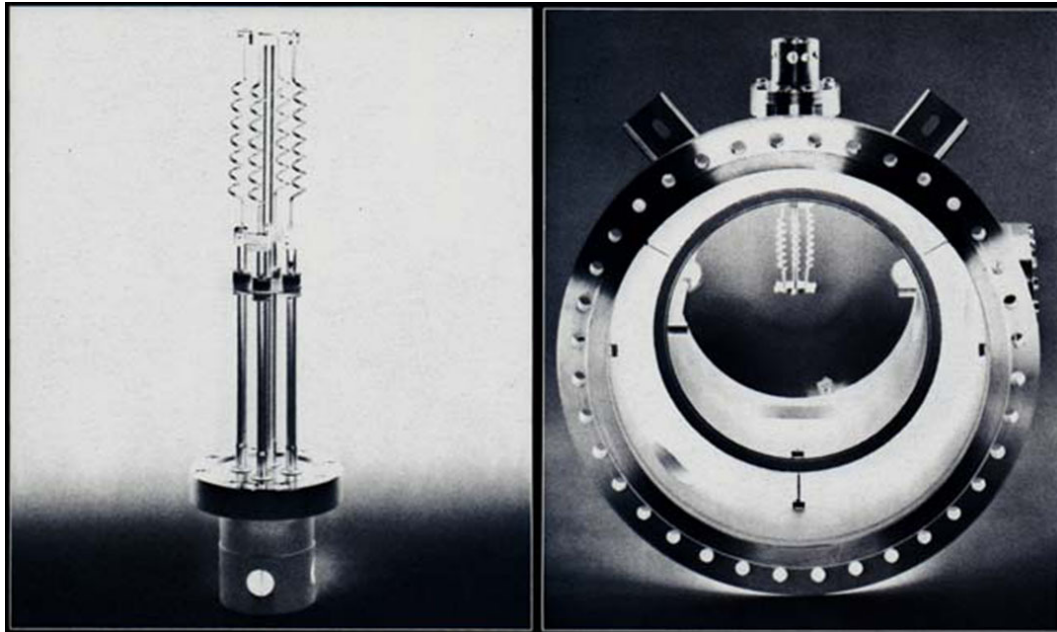
Pompe ionique

Un film de titane sublimé est déposé sur une paroi et capture par chimisorption les particules gazeuses (formation d'un composé chimique).

Les illustrations ci-dessous montrent le principe de fonctionnement de ce type de pompe.



pompe ionique

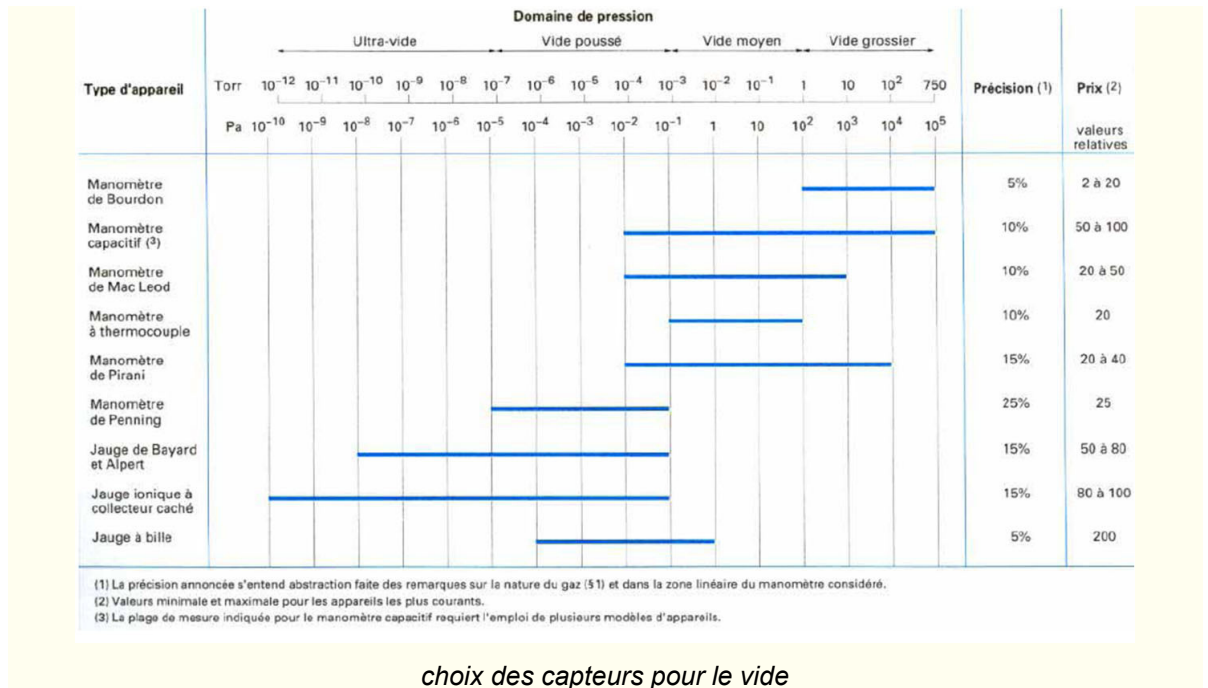


photographie d'une pompe ionique avec détail

Pour aller plus loin : Capteurs

Le vide couvre un large domaine de pression, de 10^5 à 10^{-12} Pa. D'où la nécessité d'utiliser plusieurs appareils de mesure de pression :

- à membrane (type Bourdon) pour le vide grossier
- à déplacement liquide (tube en U) pour le vide grossier à moyen
- à signal électrique du vide poussé à l'ultravide ; ils fonctionnent par modification des propriétés électriques ou diélectriques en fonction de la concentration moléculaire.



choix des capteurs pour le vide

* *

*

On sait maintenant comment choisir et dimensionner une pompe (ou une combinaison de pompes) pour faire le vide dans une installation industrielle.

* *

*

On a pu aborder dans cette partie à la fois la technologie des pompes, mais aussi le dimensionnement des pompes centrifuges et enfin le cas particulier des pompes à vide.

Conclusion

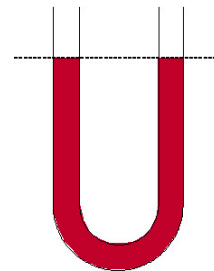


VIDÉO : <https://youtu.be/JuERYyEapo>

En régime permanent, pour un fluide incompressible dans le champ de pesanteur seul, on a donc :

Au repos, le *principe fondamental de l'hydrostatique* :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2$$

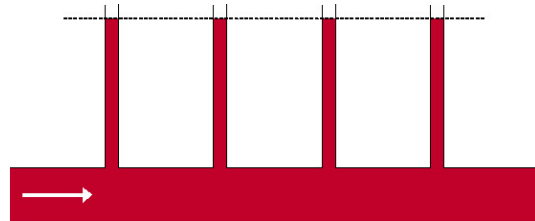


fluide au repos

Pour un fluide parfait* en écoulement, l'*équation de Bernoulli* :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2}$$

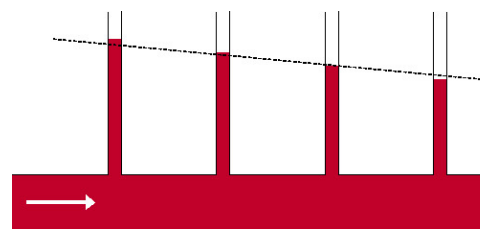
Cette équation correspond au principe fondamental de l'hydrostatique auquel on aurait ajouté les termes d'énergie cinétique liés au mouvement.



écoulement d'un fluide parfait dans une conduite

Pour un fluide réel en écoulement, l'*équation de Bernoulli* comporte un terme de plus ΔP_{fr} traduisant les *pertes de charge* régulières dues aux frottements au sein du fluide non-parfait et contre les parois :

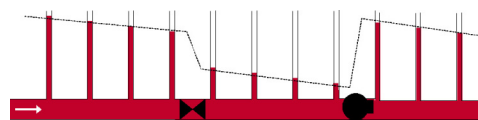
$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \Delta P_{fr}$$



écoulement d'un fluide réel dans une conduite

Pour un fluide réel, en présence de singularités et d'une pompe, l'*équation de Bernoulli généralisée* :

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} + \Delta P_{pompe} = P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \Delta P_f$$



C'est l'équation de Bernoulli avec un terme source d'énergie lié à la pompe (dans le membre de gauche) et un terme de dissipation d'énergie dues aux frottements du fluide réel et aux singularités (dans le membre de droite).

Ce terme de perte de charge est détaillé sous la forme :

$$\Delta P_f = \Delta P_{fr} + \sum \Delta P_{fs} = \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \left(8 \cdot f/2 \cdot \frac{L}{D} + \sum k \right)$$

À retenir



savoirs

- maîtriser les grandeurs essentielles : pression, débits, masse volumique, viscosité
- connaître la notion de tension de surface ; avoir des notions de rhéologie [pour les niveaux bac+3]
- connaître la définition du nombre de REYNOLDS
- connaître la notion de couche limite
- connaître (y compris les équations) :
 - le principe fondamental de l'hydrostatique
 - la conservation de la masse
 - l'équation de BENOULLI généralisée
- connaître le principe des différents types de vannes
- connaître le vocabulaire concernant les pompes
- connaître le principe de fonctionnement des différents types de pompes, leurs caractéristiques
- connaître la forme d'une courbe caractéristique de pompe centrifuge, la définition du rendement, le phénomène de cavitation et l'utilisation du NPSH

savoir-faire

- savoir calculer les pertes de charge régulières et singulières (si on vous donne les équations, corrélations et le diagramme de MOODY)
- savoir déterminer le point de fonctionnement d'un circuit
- savoir dimensionner une pompe pour un circuit donné (sélectionner la pompe adéquate parmi un choix de plusieurs et calculer sa puissance)

Glossaire

écoulement irrotationnel

Un écoulement est qualifié d'irrotationnel lorsque les particules fluides ne subissent pas de rotation pure.

Plus précisément, un champ vectoriel (ici le champ de vitesse) est irrotationnel si son rotationnel est nul. Le rotationnel d'un champ vectoriel est un opérateur (au même titre que le gradient ou le divergence) ; il exprime la tendance qu'ont les lignes de champ d'un champ vectoriel à tourner autour d'un point.

Dans un écoulement irrotationnel, les lignes de courant n'ont pas tendance à tourner autour d'un ou plusieurs points.

expression implicite

Se dit d'une expression mathématique, par rapport à une des grandeurs qu'elle contient, quand qui n'est pas possible d'isoler analytiquement cette grandeur. Il est nécessaire de passer par une résolution numérique pour obtenir la valeur de cette grandeur.

fluide incompressible

Un fluide incompressible est un fluide dont la masse volumique est indépendante de la pression. Dans la pratique, il ne pourra s'agir que de liquides.

fluide parfait

Un fluide parfait est un fluide dont la viscosité est nulle, il n'offre donc aucune résistance à l'écoulement ou encore à un changement de forme. Les fluides réels ne sont jamais parfaits ; même les gaz ont une viscosité non-nulle.

pression dynamique

C'est le terme d'énergie cinétique par unité de volume : $\frac{\rho \cdot u^2}{2}$, qui a la dimension d'une pression, mais n'est pas la pression "vraie" (cette dernière étant appelée pression statique).

pression hydrostatique

C'est le terme d'énergie potentielle par unité de volume ($\rho \cdot g \cdot z$), qui a la dimension d'une pression, mais n'est pas la pression "vraie" (cette dernière étant appelée pression statique).

pression motrice

Somme de la pression statique et de la pression hydrostatique, ou encore somme de l'énergie de pression par unité de volume et de l'énergie potentielle par unité de volume : $P + \rho \cdot g \cdot z$.

On l'appelle également pression piézométrique.

pression statique

C'est la pression vraie, issue de la force de pression.

pression totale

Somme de la pression statique, de la pression hydrostatique et de la pression dynamique, ou encore somme de l'énergie de pression par unité de volume, de l'énergie potentielle par unité de volume et de l'énergie cinétique par unité de volume : $P + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2}$.

À *ne pas confondre* avec la pression totale au sens somme des pressions partielles des constituants d'un gaz.

régime permanent

En régime permanent (ou stationnaire), toutes les variables qui caractérisent le procédé (débits, températures, concentrations, etc.) sont constantes en fonction du temps.

Cela n'implique en aucune manière qu'elles soient uniformes, c'est-à-dire identiques en tout point.

Abréviations



asp : aspiration : "à l'aspiration" ou "côté aspiration"

mCE : mètre(s) de colonne d'eau

ref : refoulement : "au refoulement" ou "côté refoulement"

Nomenclature



- d • densité • *Rapport entre la masse volumique du fluide étudié et celle d'un corps de référence. Celui-ci est habituellement l'eau pour un liquide et l'air pour un gaz.* • Équation associée : $d_{liq} = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{eau}}$ • -
 $d_{gaz} = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}}$ • -
- D_h • diamètre hydraulique • *Diamètre équivalent à une conduite circulaire pour une conduite d'une autre forme.* • Équation associée : $D_h = 4 \cdot \frac{\text{section droite de la conduite}}{\text{périmètre mouillé}}$ • m
- D ou d • diamètre • *Diamètre d'une canalisation.* • m
- e • rugosité • *Profondeur moyenne des aspérités de surface de la conduite.* • m
- $f/2$ • facteur de frottement • *Facteur rendant compte de l'effet de la rugosité des conduites et/ou du nombre de Reynolds sur les pertes de charges régulières.* • Équation associée : $\Delta P_{fr} = 8 \cdot f/2 \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \cdot \frac{L}{D}$ • -
- F ou f • force • *C'est par exemple le produit d'une pression par la surface sur laquelle elle s'applique.* • N
- g • accélération de la pesanteur • *Champ caractéristique de la pesanteur.* • $9,80665 \text{ m s}^{-2}$
- \vec{G} • champ • *Grandeur permettant de modéliser les perturbations des propriétés d'un espace par une force. Par exemple champ magnétique, électrique ou d'accélération.* • La norme du vecteur \vec{G} est en m s^{-2} .
- HMT ou H_{mt} • hauteur manométrique totale • *Permet de quantifier l'énergie fournie au fluide par une pompe.* • m (souvent mCE)
- h ou H • hauteur • *Hauteur de fluide.* • m ou mCE
- k ou K • coefficient de perte de charge • *Coefficient permettant d'accéder à la perte de charge générée par une singularité.* • Équation associée : $\Delta P_{fs} = k \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2}$ • -
- L • longueur • *Longueur d'une canalisation.* • m
- L_{eq} • longueur équivalente • *Longueur de canalisation équivalente à une singularité.* • Équation associée : $\Delta P_{fs} = f/2 \cdot (4 \cdot \rho \cdot \bar{u}^2) \cdot \frac{L_{eq}}{D}$ • m

- m • masse • *Depuis Einstein, réunion des concepts de masse inertielle (capacité d'un corps à résister aux modifications de son mouvement sous une contrainte) et de la masse gravitationnelle ou pesante (qui définit la force d'attraction vers le sol et l'énergie potentielle de pesanteur).* • kg
- $NPSH$ • net positive suction head • *Permet de quantifier le risque de cavitation des pompes centrifuges.* • m (souvent mCE)
- N • vitesse de rotation • *Abus de langage, il s'agit en réalité d'une fréquence de rotation, soit le nombre de tour effectué par unité de temps.* • s^{-1}
- P • pression ou pression statique • *C'est la pression ordinaire. Au contraire de la pression dynamique par exemple, qui correspond à l'énergie cinétique par unité de volume. La pression est une énergie par unité de volume, ou encore une force par unité de surface.* • Pa
- P_{atm} • pression atmosphérique • *Pression régnant en moyenne à la surface de la Terre, au niveau de la mer et dans les conditions normales de température.* • 101 325 Pa
- P_{rel} • pression relative • *Pression ordinaire (ou pression absolue) diminuée de la pression atmosphérique. C'est la pression mesurée par bon nombre d'instruments de mesure.* • Équation associée : $P_{rel} = P - P_{atm}$ • Pa
- P_{vap} • pression de vapeur saturante • *Pression à laquelle une phase gazeuse d'une substance est en équilibre avec sa phase liquide ou solide à une température donnée.* • Pa
- Q_m • débit massique • *Rapport de la masse écoulee pendant un certain temps, par ce temps.* • Équation associée : $Q_m = \frac{m}{t}$ • $kg\ s^{-1}$
- Q_v • débit volumique • *Rapport du volume écoulee pendant un certain temps, par ce temps. C'est aussi le produit de la vitesse moyenne du fluide circulant dans une conduite par la section de cette conduite.* • Équation associée : $Q_v = \frac{V}{t} = \bar{u} \cdot S$ • m^3
- R ou r • rayon • *Rayon d'une canalisation.* • Équation associée : $R = \frac{D}{2}$ • m
- \mathcal{R} • rayon de courbure • *Rayon de courbure d'une canalisation.* • m
- Re • nombre de REYNOLDS • *Nombre adimensionnel caractérisant le régime d'écoulement. C'est le rapport des contraintes inertielles et visqueuses ; c'est aussi le rapport des temps caractéristiques de transport de quantité de mouvement par diffusion et par convection. La longueur caractéristique L du problème pourra par exemple être le diamètre de la conduite lorsque l'on étudie les pertes de charge dans cette conduite ou bien la taille des particules d_p dans un réacteur catalytique.* • Équation associée : $Re = \frac{\rho \cdot u \cdot L}{\mu}$ • -

- s ou S • section • Surface. Dans le cas d'une canalisation, c'est la surface perpendiculaire à l'écoulement. • m^2
- t • temps • Dans ce contexte, on parle du temps instantané de la mécanique classique. Il s'agit alors du paramètre d'évolution. • s
- T • température • Mesure de l'agitation des molécules. • K
- \bar{u} • vitesse moyenne • Vitesse moyennée sur la section d'une conduite, pour un fluide réel présentant un profil de vitesse. C'est aussi le rapport entre le débit volumique circulant dans une conduite et la section de cette conduite. • $m s^{-1}$
Équation associée : $\bar{u} = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot D^2}$ pour une conduite circulaire de diamètre D
- u ou v • vitesse • Rapport de la longueur d'un déplacement sur sa durée. • $m s^{-1}$
- V • volume • Grandeur physique qui mesure l'extension d'un objet ou d'une partie de l'espace. • m^3
- W_{elec} ou W_{abs} • puissance absorbée par la pompe • Puissance (le plus souvent électrique) consommée par la pompe. • W
- W_{hydrau} • puissance hydraulique • Puissance reçue par le fluide. • W
Équation associée : $W_{hydro} = Q_v \cdot \Delta P_{pompe} = Q_v \cdot \rho \cdot g \cdot H_{mt}$
- x • abscisse • Repère de position sur l'axe des abscisses (dans le plan horizontal). • m
- y • ordonnée • Repère de position sur l'axe des ordonnées (dans le plan horizontal). • m
- z • cote ou position dans l'espace unidimensionnel • Repère de position (éventuellement verticale : altitude ou profondeur). • m
- α • angle de raccordement • Angle formé entre la surface solide et la force de tension superficielle (qui est perpendiculaire à la ligne de contact entre le liquide et le solide et tangente à la surface liquide). • rad
- ΔP_f • perte de charge • Différence de pression liée à la dissipation irréversible d'énergie du fait des frottements. • Pa
- ΔP_{fr} • pertes de charge régulières • Pertes de charge liées aux frottements au sein du fluide et contre les parois. • Pa
- ΔP_{fs} ou ΔP_s • perte de charge singulière • Pertes de charge liées aux changements de vitesse, en norme et/ou en direction. • Pa
- ΔP_{pompe} • différence de pression entre refoulement et aspiration d'une pompe • Énergie par unité de volume fournie par la pompe. • Pa
- δ • épaisseur de couche limite • Distance entre la paroi et la zone de vitesse uniforme. On fixe habituellement la limite à 99% de la vitesse loin de la paroi. • m
- γ • déformation • Variation de dimension relative d'une pièce ou d'une portion de la matière. • m
- $\dot{\gamma}$ • vitesse de déformation • C'est la dérivée par rapport au temps de la déformation γ . • $m s^{-1}$

rendement

Équation associée :

η	d'une pompe	• Rapport entre la puissance hydraulique (reçue par le fluide) et la puissance absorbée par la pompe.	• $\eta = \frac{W_{hydro}}{W_{abs}}$	• -
λ	coefficient de frottements	• Autre paramètre pour rendre compte de l'effet de la rugosité des conduites et/ou du nombre de Reynolds sur les pertes de charges régulières.	Équation associée : • $\lambda = 8 \cdot f/2$ où $f/2$ est le facteur de frottements	• -
μ	viscosité dynamique	• Pente de la courbe contrainte vs déformation. Résistance à l'écoulement d'un fluide.		• Pa s
ν	viscosité cinématique	• Rapport entre la viscosité dynamique et la masse volumique du fluide. C'est le coefficient de diffusion de la quantité de mouvement.	Équation associée : • $\nu = \frac{\mu}{\rho}$	• m ²
ρ	masse volumique	• Rapport d'une masse de matière par le volume occupé par cette masse.		• kg m ⁻³
σ	tension superficielle	• Énergie nécessaire pour d'une unité de surface par division du fluide.		• N m ⁻¹ ou J m
τ	contrainte visqueuse	• Force tangentielle à l'écoulement divisée par la surface de contact.		• N m ⁻²

Références



NANCY-METZ *cours de mécanique des fluides de l'académie de Metz-Nancy*

Osborne REYNOLDS *article de la version anglaise de Wikipedia*

Bibliographie



Henri FAUDUET "*Mécanique des fluides & des solides appliquée à la chimie*", Ed. Tec&Doc Lavoisier, Paris, 2011

Régis JOULIÉ "*Mécanique des fluides appliquée*", Ed. Ellipses, Paris, 1998

Noël MIDOUX "*Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique*", Ed. Tec&Doc Lavoisier, Paris, 1985

Crédits des ressources



représentation schématique d'un solide p. 8

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

représentation schématique d'un gaz p. 8

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

représentation schématique d'un liquide p. 8

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

mise en évidence de la tension de surface p. 13

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

mise en évidence de l'angle de raccordement p. 14

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

caractérisation du mouillage sur une paroi verticale p. 14

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

grandeurs fondamentales et grandeurs secondaires p. 17

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Xavier COSSON

p. 20

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Xavier COSSON

principe fondamental de l'hydrostatique p. 25

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Jean-Christophe BUVAT

vases communicants p. 27

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Johanne BONNIN

illustration du principe des vases communicants à deux fluides p. 28

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

illustration du principe du baromètre à mercure p. 28

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

principe de la presse hydraulique p. 29



<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Johanne BONNIN

principe du densimètre p. 30

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Johanne BONNIN

notations pour le micromanomètre p. 30

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

diagramme manométrique pour un fluide parfait p. 34

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

écoulement d'un liquide à travers un orifice percé en bas d'un réservoir p. 35

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

photographie d'un tonneau percé en train de se vidanger p. 35

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/fr/>, WIKIPEDIA - Severino666~commonswiki

schéma de principe d'une sonde de Pitot p. 36

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

schéma de principe d'un débitmètre Venturi p. 37

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

schéma de principe d'un débitmètre Venturi p. 38

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

expérience de mise en évidence des frottements dans les fluides p. 39

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

effet de la température sur la viscosité dynamique de l'eau p. 41

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Johanne BONNIN

rhéogramme des différents types de fluides (non-thixotropes) p. 43

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

écoulement laminaire dans un tube p. 44

<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/physique/tp-phys/term/Reynolds/Reynolds3.htm> cours de mécanique des fluides sur le site de l'académie de Nancy-Metz

écoulement turbulent dans un tube p. 44

<http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/physique/tp-phys/term/Reynolds/Reynolds3.htm> cours de mécanique des fluides sur le site de l'académie de Nancy-Metz

expérience historique d'Osborne REYNOLDS p. 43

image issue des documents d'Osborne REYNOLDS, datée du 15 mars 1883 ; reproduite dans l'http://en.wikipedia.org/wiki/File:Reynolds_fluid_turbulence_experiment_1883.jpg article concernant Osborne REYNOLDS dans la version anglaise de Wikipedia

résultats de l'expérience historique de Reynolds p. 44

Milton VAN DYKE "An Album of Fluid Motion" Ed. The Parabolic Press, Stanford, 1982

profils de vitesse dans une conduite circulaire p. 46

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

représentation schématique d'une couche limite p. 47

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

couche limite laminaire dans une conduite circulaire p. 49

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

couche limite turbulente dans une conduite circulaire p. 50

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

diagramme manométrique pour un fluide réel p. 52

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

écoulement d'un fluide parfait dans une conduite p. 52, 112

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

écoulement d'un fluide réel dans une conduite p. 52, 112

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

rugosité d'une conduite p. 54

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

diagramme de MOODY avec illustration des différents régimes p. 55

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

diagramme de Moody (en coefficient de perte de charge) p. 57

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

bilan des forces dans un canal ouvert p. 59

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Corine LACOUR

divergent - diffuseur - élargissement progressif p. 62

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

convergent - rétrécissement progressif p. 63

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

coude brusque p. 64

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

coude arrondi p. 64

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

jonction à confluent symétrique p. 64

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ



jonction à séparation symétrique p. 64

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

jonction à confluent latéral p. 65

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

jonction à séparation latérale p. 65

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

vanne à opercule (ou vanne guillotine) p. 66

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Paul ANGLARET "Technologie Génie Chimique - tomes 1 & 2", Centre Régional de Documentation Pédagogique de l'Académie d'Amiens, 1999)

vanne à membrane p. 67

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Paul ANGLARET "Technologie Génie Chimique - tomes 1 & 2", Centre Régional de Documentation Pédagogique de l'Académie d'Amiens, 1999)

vanne à pointeau p. 67

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Paul ANGLARET "Technologie Génie Chimique - tomes 1 & 2", Centre Régional de Documentation Pédagogique de l'Académie d'Amiens, 1999)

vanne à soupape p. 68

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Paul ANGLARET "Technologie Génie Chimique - tomes 1 & 2", Centre Régional de Documentation Pédagogique de l'Académie d'Amiens, 1999)

schéma interne d'une vanne à boisseau sphérique p. 69

mecaflux

abaques de coefficient de perte de charge pour la vanne papillon et la vanne à boisseau p. 70

Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998

soupape p. 71

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT

conduites associées en série p. 73

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

conduites associées en parallèle p. 74

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

schématisation d'une pompe p. 76

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

schématisation d'une pompe (ancienne norme) p. 77

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

pompe en charge p. 77

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

pompe en aspiration p. 77

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

débit fourni par une pompe à piston p. 79

Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998

principe de fonctionnement d'une pompe à piston double (phase 1) p. 79

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

principe de fonctionnement d'une pompe à piston double (phase 1) p. 79

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

débit fourni par une pompe à plusieurs pistons p. 80

Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998

schéma de fonctionnement d'une pompe doseuse p. 80

Paul ANGLARET "Technologie Génie Chimique - tomes 1 & 2", Centre Régional de Documentation Pédagogique de l'Académie d'Amiens, 1999

schéma de principe d'une pompe à diaphragme p. 80

Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

pompe Moineau p. 81

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT

fonctionnement d'une pompe Moineau p. 82

Axflow

schéma de principe d'une pompe à palettes p. 84

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, François DELASTRE

pompe à palettes excentrées : vues écorchées p. 85

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, François DELASTRE

schéma de principe d'une pompe à palettes souples p. 87

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Clément HAUSTANT (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)

pompe centrifuge : vues de face et en coupe p. 88

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, François DELASTRE

pompe centrifuge : vue de face avec diagramme des forces p. 88

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, François DELASTRE

- schématisation d'une pompe centrifuge** p. 89
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- domaines d'utilisation des pompes volumétriques et centrifuges** p. 90
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ (d'après Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998)
- tableau comparatif des différents types de pompes** p. 91
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Xavier COSSON
- courbe caractéristique d'une pompe centrifuge** p. 93
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- rendement d'une pompe centrifuge** p. 94
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- notation pour le calcul du NPSH disponible** p. 94
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- NPSH requis et disponible** p. 96
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- courbes caractéristiques fournies par le constructeur d'une pompe centrifuge** p. 96
 Régis JOULIÉ "Mécanique des fluides appliquée", Ed. Ellipses, Paris, 1998
- point de fonctionnement d'un circuit muni d'une pompe centrifuge** p. 98
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- caractéristiques des pompes disponibles** p. 100
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- association de pompes centrifuges en série** p. 100
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- association de pompes centrifuges en parallèle** p. 100
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ
- les différents domaines du vide** p. 102
Techniques de l'ingénieur
- charge de gaz à évacuer** p. 103
Techniques de l'ingénieur
- évolution de la pression en fonction du temps** p. 103
Techniques de l'ingénieur
- évolution de la pression en fonction du temps (en minutes)** p. 104
Techniques de l'ingénieur
- choix des capteurs pour le vide** p. 110

Techniques de l'ingénieur

fluide au repos p. 112

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ

écoulement d'un fluide réel dans une conduite avec singularité et pompe p. 112

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/fr/>, Marie DEBACQ