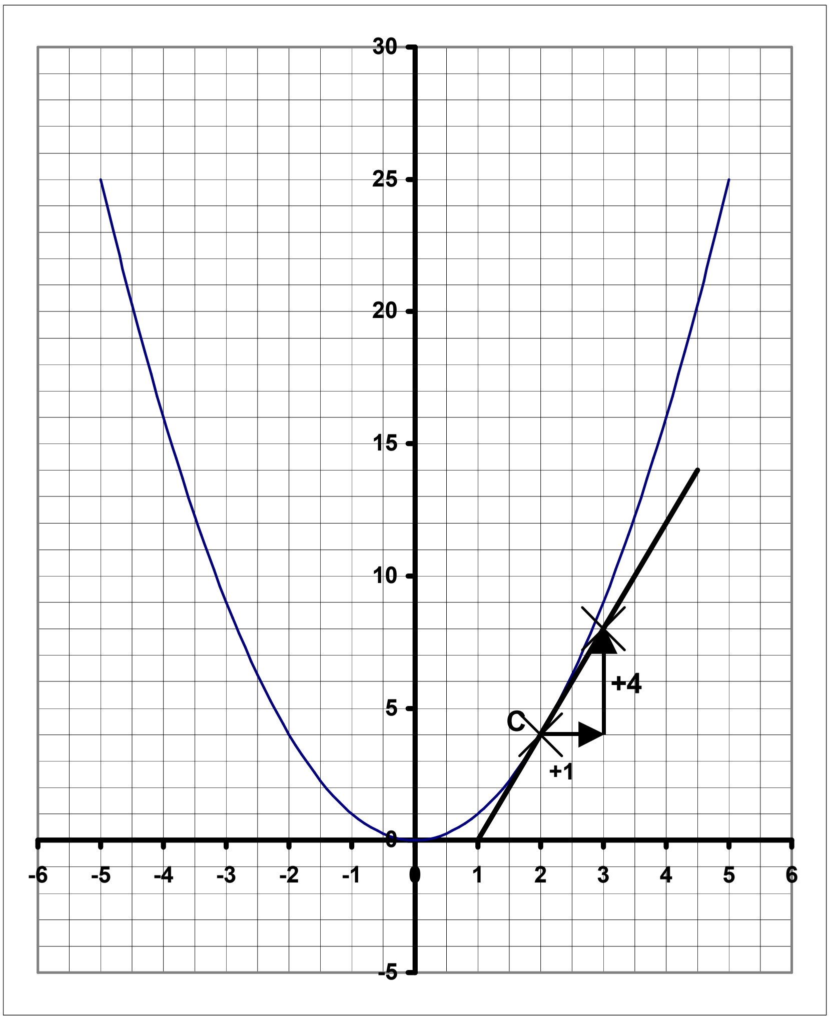
| Questionnaire | Travaux auto formatifs | |
|---|---|---|



# CORRECTIONS DES EXERCICES SUR LES NOMBRES DERIVES-FONCTIONS DERIVEES-UTILISATION

*Exercice n°1*

1°) D'après le formulaire : $f$"(x) = 2x. Ainsi $f$'(2) = 2×2 = 4
2°) 3°)




Le nombre dérivée correspond à la valeur du coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2 ( point de coordonnées ( 2 ; 4 ) sur la courbe.
Pour construire cette tangente, on se place au point C( 2; 4 ).
D'une manière générale, le coefficient directeur d'une droite signifie que lorsque l'abscisse d'un point situé sur la droite augmente de 1, alors son ordonnée augmente de la valeur du coefficient directeur.
Dans notre cas, la valeur du coefficient directeur de cette tangente est de $f$'(2)=4.
Pour tracer la tangente, il suffit de partir du point C de se déplacer de 1 unité vers la droite ( l'abscisse augmente de 1) et, pour trouver un autre point de la tangente il faut monter de 4 ( l'ordonnée augmente de 4 car 4 est positif). On utilise ainsi la propriété du coefficient directeur d'une droite pour la tracer rapidement.

*Exercice n°2*

En utilisant la propriété du coefficient directeur d'une droite, on va déterminer le coefficient directeur de chacune de ces tangentes.

**Graphique de Gauche**

Tangente en A : On se place en A, on se déplace de 1 vers la droite. Pour retrouver un autre point de la tangente il faut "monter" de 3 unités : le coefficient directeur de la tangente est 3.

Tangente en B : même raisonnement : A partir de B on se déplace de 1 vers la droite, pour retrouver u point il faut monter de 0,5 : Le coefficient directeur est 0,5.

Tangente en C : Etant donné la configuration du graphique, pour déterminer le coefficient directeur l faut ici partir du point de coordonnée (1;4) de la tangente. Pour retrouver un autre point après s'être déplacé de 1 vers la droite il faut "descendre de 4 : le coefficient | directeur est -4.

**Graphique de droite**

Tangente en A : Le coefficient directeur est : -2
Tangente en B : le coefficient directeur est : -0,7
Tangente en C : C'est une tangente horizontale donc son coefficient directeur est 0.

*Exercice n°3*

**Fonction $f(x) = 2x^2-8x-5$ sur [-5 ; 5 ]** $\quad$ $f'(x) = 4x - 8$

Etudions par exemple pour quelles valeurs de x, 4x - 8 > 0 il faut résoudre cette inéquation :

$$4x-8 \succ 0$$

$$4x \succ 8$$

$$x \succ \frac{8}{4} \Rightarrow x \succ 2$$

**Donc, pour x >2, 4x - 8 > 0 d'où $f'(x) > 0$. Il est évident que si x < 2 alors 4x-8 < 0 d'où $f'(x) < 0$ et que pour x = 2, 4x - 8 = 0 d'où $f'(x) = 0$.**

Le tableau de variation de $f$ est

| **Valeurs de x** | -5 | | 2 | | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Signe de $f'(x)$** | | **Négatif** | 0 | **Positif** | |
| **Variation de $f$** | $f(-5)$= 85 | ↘ | $f(2)$=-13 | ↗ | $f(5)$=5 |

**Fonction $-x^2+3x+5$ sur [-2 ; 2]** $\quad$ $f'(x)= -2x + 3$

Etudions par exemple pour quelles valeurs de x, -2x + 3 > 0 il faut résoudre cette inéquation :

Attention on divise par on nombre négatif, il faut changer le sens de l'inégalité !!!!!

$$-2x+3 \succ 0$$

$$-2x \succ -3$$

$$x \prec \frac{-3}{-2} \Rightarrow x \prec 1{,}5$$

**Donc, pour x <1,5, -2x+3 > 0 d'où $f'(x) > 0$. Il est évident que si x > 1,5 alors -2x+3 < 0 d'où $f'(x) < 0$ et que pour x = 1,5, -2x+3 = 0 d'où $f'(x) = 0$.**

Le tableau de variation de $f$ est

| **Valeurs de x** | -2 | | 1,5 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Signe de $f'(x)$** | | **Positif** | 0 | **Négatif** | |
| **Variation de $f$** | $f(-2)$= -5 | ↗ | $f(1,5)$=7,25 | ↘ | $f(2)$=7 |

**<u>Fonction $x^3$+x+1 sur [-1 ; 3 ]</u>** $f'(x) = 3x^2+1$

Il faut étudier le signe du polynôme du second degré $3x^2 + 1$.

Son discriminant est $\Delta = 0^2-4\times3\times1= -12$, il n'y a pas de racines donc le polynôme est du signe de 3 donc positif ( voir le signe d'un polynôme du second degré dans le cours correspondant )

On peut également raisonner de la manière suivante : $x^2$ est toujours positif donc $3x^2$ aussi alors $3x^2 + 1$ est positif.

Ainsi sur [ -1 ; 3 ] ( et pour n'importe quelles valeurs de x ) , $3x^2 +1 > 0$ donc $f'(x) > 0$

La fonction $x^3 + x +1$ est croissante sur [-1 ; 3]

| **Valeurs de x** | -1 | | 3 |
|---|---|---|---|
| **Signe de $f'(x)$** | | **Positif** | |
| **Variation de $f$** | $f(-1)= -1$ | $\nearrow$ | $f(3)=351$ |

*<u>Exercice n°4</u>*

1°) $f'(x) = 4x-10$
2°) il faut d'abord étudier le signe de $f'(x) = 4x - 10$. Résolvons l'inéquation $4x - 10 > 0$ ( par exemple )

$$\mathbf{4x-10 \succ 0}$$

Pour x > 2,5 on a $f'(x) > 0$ donc la fonction $f$ est croissante.
En conséquence pour x < 2,5 on a $f'(x) < 0$ donc la fonction $f$ est décroissante.

$$\mathbf{4x \succ 10}$$

$$\mathbf{x \succ \frac{10}{4} \text{ donc } x \succ 2.5}$$

Le tableau de variation est :

| **Valeurs de x** | 0 | | 2,5 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Signe de $f'(x)$** | | **Négatif** | 0 | **Positif** | |
| **Variation de $f$** | $f(0)= 3$ | $\searrow$ | $f(2,5) =-9,5$ | $\nearrow$ | $f(4)=-5$ |

3°) D'après le tableau de variation, on constate que $f$ admet un minimum pour x = 2,5 et que la valeur de ce minimum est -9,5.

*<u>Exercice n°5</u>*

1°) $(x+1)(2x-3) = x\times2x + x\times(-3) + 1\times2x + 1\times(-3) = 2x^2-3x+2x-3 = 2x^2-x-3$

2°) Puisque $(x+1)(2x-3) = 2x^2-x-3$ alors $f(x) = 2x^2-x-3$ donc $f'(x) = 4x-1$

*<u>Exercice n°6</u>*

1°) a) D'après le graphique le tableau de variation de $f$ est :

| **Valeurs de x** | -2 | | -1 | | 1 | | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Variation de $f$** | $f(-2)= -3$ | ↗ | $f(-1) =1$ | ↘ | $f(1)=-3$ | ↗ | $f(2,5)=7,125$ |

b) L'équation $f(x) = 0$ se résout graphiquement en allant lire la valeurs des abscisses des points de la courbe pour lesquels l'ordonnée vaut 0. Ces points ont pour abscisses -1,5 ; -0,3 ; 1,9.

2°) a) $f'(x) = 3x^2-3$.

Pour vérifier que $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$ on va développer cette expression.

$$f'(x) =3(x^2+x-x-1) =3(x^2-1) = 3x^2-3$$

b)

| **x** | -2 | | -1 | | 1 | | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Signe de x-1** | | | Négatif | | 0 | Positif | |
| **Signe de x+1** | | Négatif | 0 | Positif | | | |
| **Signe de $f'(x)$** | | Positif | 0 | Négatif | 0 | Positif | |

c) D'après le tableau de signe la dérivée $f'$ on en déduit que :

Sur [-2 ; -1 ] $f$ est croissante  Sur [-1 ; 1] $f$ est décroissante  Sur [1;2,5] $f$ est croissante

| **Valeurs de x** | -2 | | -1 | | 1 | | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Variation de $f$** | $f(-2)= -3$ | ↗ | $f(-1) =1$ | ↘ | $f(1)=-3$ | ↗ | $f(2,5)=7,125$ |

*<u>Exercice n°7</u>*

**<u>Partie A</u>**

1°) Il faut résoudre l'équation en x : $b(x) = 0$  $0,35x - 45 = 0$ d'où $x = 45/0,35 \approx 125,57$

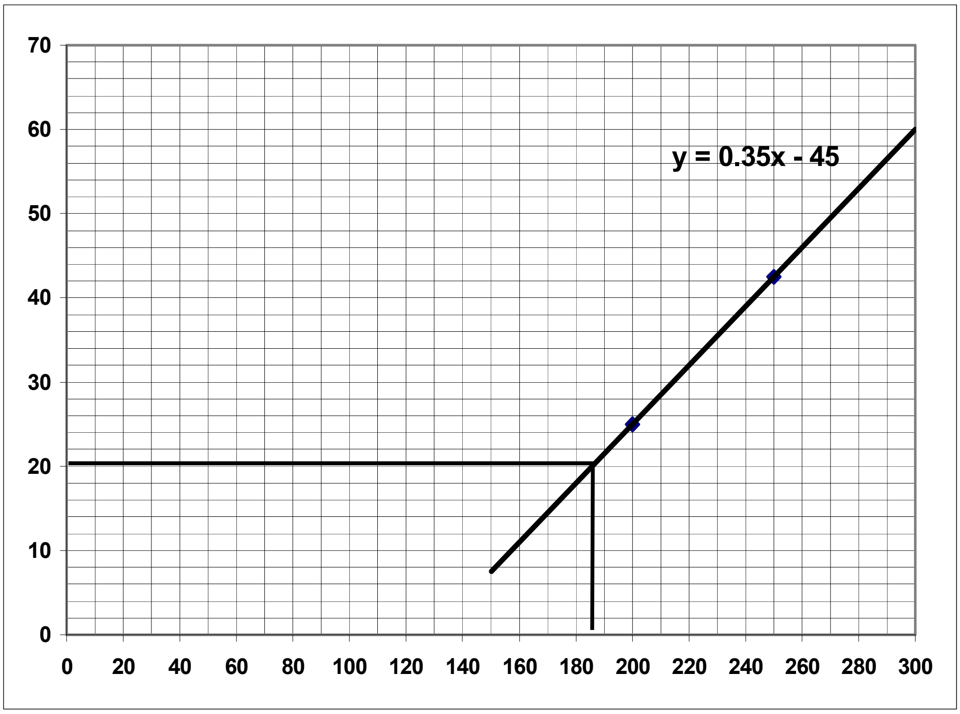
2°) Le bénéfice maximal est donc obtenu pour x = 300 il faut calculer $b(300) = 0,35 \times 300 -45 = 60$
Le bénéfice maximal est de 60 €

3°) Cette fonction est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite.

Pour la tracer il suffit d'avoir les coordonnées de deux de ses points pour des valeurs de x comprises entre [150;300].

Exemple pour : $x = 200$ : $f(200) = 0,35\times200-45 = 25$  pour $x = 250$ : $f(250) = 0,35\times250-45 = 42,5$

4°) Il faut aller lire l'abscisse du point de la droite dont l'ordonnée est 20




Cette abscisse est donc x =185.

**<u>Partie B</u>**

1°) On veut que b(300) = 60 soit $-0,005\times300^2+2,6\times300+c = 60$

$$330 + c = 60 \text{ alors } c = -270$$

Si on veut que cette condition soit remplie il faut que *b(x) = -0,005 x² + 2,6 x -270*

2°) a)

| **x** | 150 | 180 | 210 | 240 | 260 | 280 | 300 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **g(x)** | 7,5 | 36 | **55,5** | 66 | 68 | **66** | 60 |

$g(210) = -0,005 \times 210^2+2,6\times210 -270 = 55,5$ $g(280) = -0,005 \times 280^2+2,6\times280 -270 = 66$

b) $g'(x) = -0,005\times2x + 2,6 = -0,01 x +2,6$

c) Il faut résoudre l'équation $-0,01 x + 2,6 = 0$ donc $x = -2,6 / -0,01 = 260$. on a alors $x_0 = 260$
Cela signifie que g admet un maximum ou un minimum pour $x_0 = 260$ puisque la dérivée de g s'annule.

d) il faut donc calculer $b(x_0) = b(260) = -0,005\times260^2+2,6\times260 -270 = 68$.

Le bénéfice maximal est de 68 €