

## Exercices sur les réseaux électriques en régime triphasé

Ce document est une compilation d'exercices posés en devoirs surveillés d'électricité au département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l'IUT de Nantes. Ces devoirs se sont déroulés généralement sans documents, sans calculette et *sans téléphone portable...*

Les devoirs d'une durée de 80 min sont notés sur 20 points. Donc chaque point proposé au barème correspond approximativement à une activité de 4 min.

Ces exercices correspondent aux chapitres 11 et 12 de la ressource [Baselecpro](#) sur le site [IUTenligne](#).

Un corrigé avec barème de correction est remis aux étudiants en sortie du devoir (C'est souvent le seul moment où ils vont réfléchir à ce qu'ils ont su (ou pas su) faire dans ce devoir)

Personnellement, je me refuse à bricoler le barème d'un devoir lors de la correction dans le but d'obtenir une moyenne présentable. (*ni trop ni trop peu...*)

La moyenne d'un devoir doit refléter l'adéquation entre les objectifs de l'enseignant et les résultats des étudiants.

Les documents proposés ici sont délivrés dans un format qui permet tout assemblage/désassemblage ou modification à la convenance de l'utilisateur. Les dessins et les équations ont été réalisés avec Word97.

Nos étudiants disposent d'une masse considérable d'informations sur internet. Les enseignants sont maintenant soucieux de leur apprendre à utiliser intelligemment cet immense champ de connaissance. Ils leur apprennent notamment à citer les sources...

Ressource [ExercicElecPro](#) proposée sur le site Internet 

### Copyright : droits et obligations des utilisateurs

L'auteur ne renonce pas à sa qualité d'auteur et aux droits moraux qui s'y rapportent du fait de la publication de son document.

Les utilisateurs sont autorisés à faire un usage non commercial, personnel ou collectif, de ce document notamment dans les activités d'enseignement, de formation ou de loisirs. Toute ou partie de cette ressource ne doit pas faire l'objet d'une vente - en tout état de cause, une copie ne peut pas être facturée à un montant supérieur à celui de son support.

Pour tout extrait de ce document, l'utilisateur doit maintenir de façon lisible le nom de l'auteur *Michel Piou* et la référence au site Internet *IUT en ligne*. La diffusion de toute ou partie de cette ressource sur un site internet autre que le site IUT en ligne est interdite.

Une version de Baselecpro est disponible sous forme d'un livre aux éditions *Ellipses* dans la collection *Technosup* sous le titre

[ÉLECTRICITÉ GÉNÉRALE – Les lois de l'électricité](#)

Michel PIOU - Agrégé de génie électrique – IUT de Nantes – France

## Table des matières

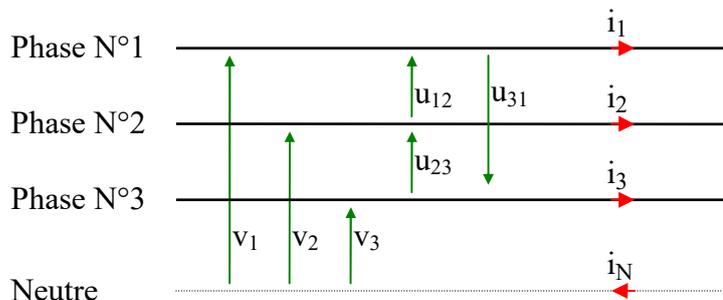
1	Questions de cours.....	1
2	Plaque signalétique (1 pts).....	4
3	Tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées et montage étoile équilibré (1 pt).....	4
4	Couplage d'un moteur (3 pts).....	5
5	Tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées et montage triangle équilibré (1 pt).....	6
6	Puissance en triphasé (Du cas général au particulier).....	7
7	Montage triphasé en alternatif sinusoïdal équilibré – Boucherot 1 (10,5 pts).....	10
8	Montage triphasé en alternatif sinusoïdal équilibré – Boucherot 2 (11,5 pts).....	13
9	Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 1 (7 pts).....	17
10	Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 2 (7 pts).....	19
11	Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 3 (5 pts).....	21
12	Montage en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré 1 (5 pts).....	23
13	Montage en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré 2 (4 pts).....	24
14	Application du Théorème de Boucherot avec deux moteurs (5,5 pts).....	26
15	Application du Théorème de Boucherot : relèvement du facteur de puissance (7 pts).....	28
16	Application du Théorème de Boucherot (Moteur + radiateur) (5 pts).....	30

## 1 Questions de cours

a) Que dit le théorème de Boucherot lorsque les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence ?

**Réponse :** Dans l'ensemble d'un réseau où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même fréquence, il y a conservation de la puissance active d'une part, et de la puissance réactive d'autre part.

- Puissance active totale consommée = somme algébrique des puissances actives consommées par chaque élément (loi de conservation de l'énergie)
- Puissance réactive totale consommée = somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque élément (sans démonstration).



**b) Triphasé**

Les tensions de la ligne ci-contre sont alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées.

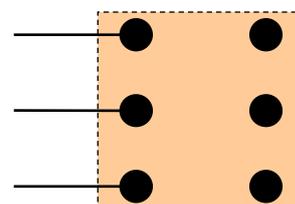
Quelle relation existe entre  $U_{eff}$  et  $V_{eff}$  ?

Représenter les vecteurs de Fresnel des six tensions de la ligne triphasée précédente en régime alternatif

sinusoïdal équilibré de sens direct. En supposant que  $v_1(t) = \hat{V} \cos(\omega.t)$ , donner les expressions temporelles des cinq autres tensions.

**c)** Que signifie le mot « **équilibrées** » dans l'expression « tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées » ?

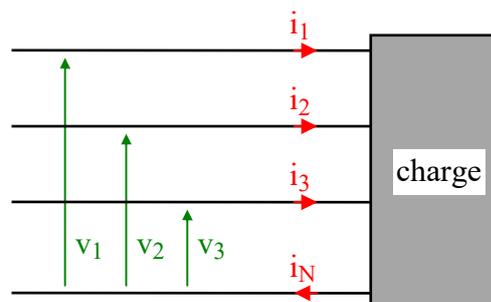
**d)** La plaque à borne normalisée ci-contre est alimentée par une ligne triphasée. Etablir les liaisons entre les bornes de façon à obtenir un montage triangle.



**Pour une autocorrection, voir la ressource 1453 sur le site IUTenligne**

e)

- La ligne ci-contre est soumise à des tensions et des courants quelconques périodiques de même période.  
Comment s'exprime la puissance moyenne (ou puissance active) qu'elle délivre à la charge ?



- Dans la liste ci-dessous, cocher toutes les réponses exactes dans le cas particulier du régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants.

- |                                                                                                                                                                                                               |                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $P = \sqrt{3} \cdot U_{max} \cdot I_{max} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V})$                                                                                                              | <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot U_{max} \cdot I_{max} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$ |
| <input type="checkbox"/> $P = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V})$                                                                                                              | <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V})$ |
| <input type="checkbox"/> $P = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$                                                                                                              | <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$ |
| <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$                                                                                                                     | <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot \langle v_l(t) \cdot i_l(t) \rangle$                |
| <input type="checkbox"/> $P = \langle v_l(t) \cdot i_l(t) + v_2(t) \cdot i_2(t) + v_3(t) \cdot i_3(t) \rangle$                                                                                                |                                                                                           |
| <input type="checkbox"/> $P = \langle v_l(t) \cdot i_l(t) \rangle + \langle v_2(t) \cdot i_2(t) \rangle + \langle v_3(t) \cdot i_3(t) \rangle$                                                                |                                                                                           |
| <input type="checkbox"/> $P = V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\vec{I}_1, \vec{V}_1) + V_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\vec{I}_2, \vec{V}_2) + V_{3eff} \cdot I_{3eff} \cdot \cos(\vec{I}_3, \vec{V}_3)$ |                                                                                           |

**Réponses :**

- Tensions et courants quelconques périodiques de même période :  
 $P = \langle v_l(t) \cdot i_l(t) \rangle + \langle v_2(t) \cdot i_2(t) \rangle + \langle v_3(t) \cdot i_3(t) \rangle = \langle v_l(t) \cdot i_l(t) + v_2(t) \cdot i_2(t) + v_3(t) \cdot i_3(t) \rangle$

- Régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré en tensions et courants

- |                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $P = \sqrt{3} \cdot U_{max} \cdot I_{max} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V})$                                                                                                                         | <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot U_{max} \cdot I_{max} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$            |
| <input checked="" type="checkbox"/> $P = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V})$                                                                                                              | <input checked="" type="checkbox"/> $P = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V})$ |
| <input type="checkbox"/> $P = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$                                                                                                                         | <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$            |
| <input type="checkbox"/> $P = 3 \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{U})$                                                                                                                                | <input checked="" type="checkbox"/> $P = 3 \cdot \langle v_l(t) \cdot i_l(t) \rangle$                |
| <input checked="" type="checkbox"/> $P = \langle v_l(t) \cdot i_l(t) + v_2(t) \cdot i_2(t) + v_3(t) \cdot i_3(t) \rangle$                                                                                                |                                                                                                      |
| <input checked="" type="checkbox"/> $P = \langle v_l(t) \cdot i_l(t) \rangle + \langle v_2(t) \cdot i_2(t) \rangle + \langle v_3(t) \cdot i_3(t) \rangle$                                                                |                                                                                                      |
| <input checked="" type="checkbox"/> $P = V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\vec{I}_1, \vec{V}_1) + V_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\vec{I}_2, \vec{V}_2) + V_{3eff} \cdot I_{3eff} \cdot \cos(\vec{I}_3, \vec{V}_3)$ |                                                                                                      |

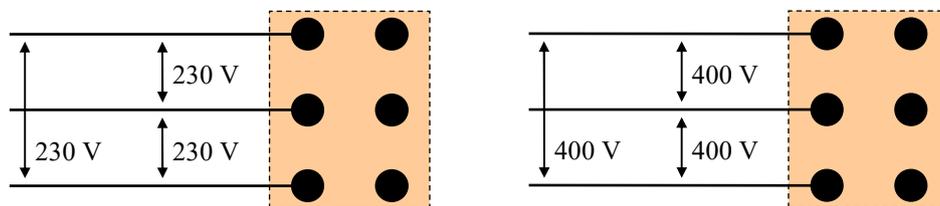
**Pour une réponse plus complète, voir la ressource N° 1285 sur le site IUTenligne**



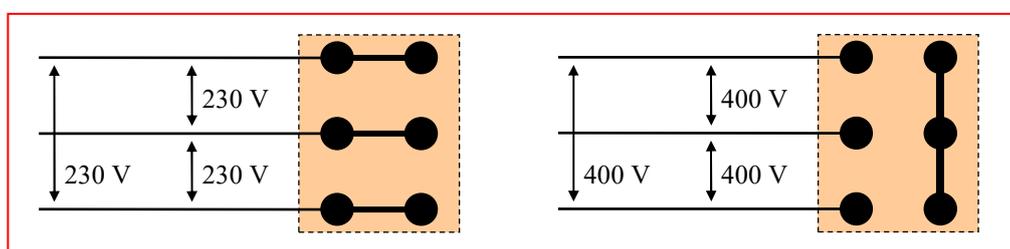
## 2 Plaque signalétique (1 pts)

Soit une machine triphasée (équilibrée) dont la plaque signalétique indique une tension efficace d'alimentation de 230 V/400 V.

Représenter les liaisons à établir entre ses différentes bornes de façon que, dans chacun des deux cas ci-dessous, la machine soit alimentée sous tension nominale en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré. (Les valeurs indiquées sont les tensions efficaces de la ligne.)

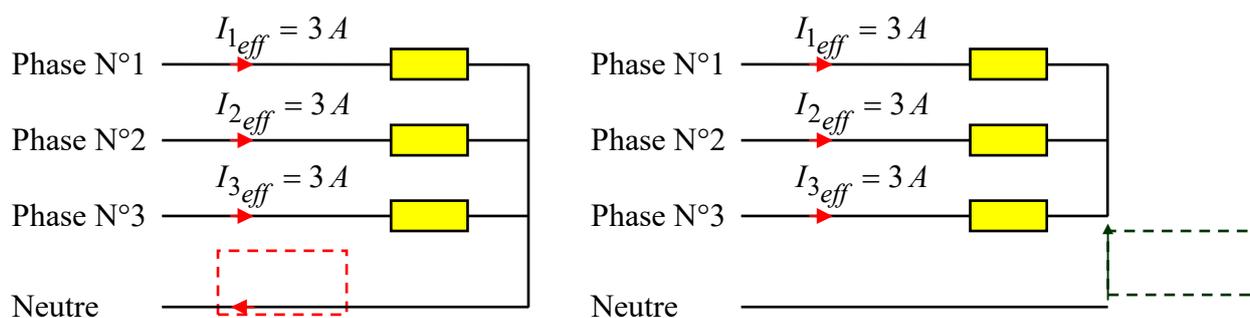


Réponse :



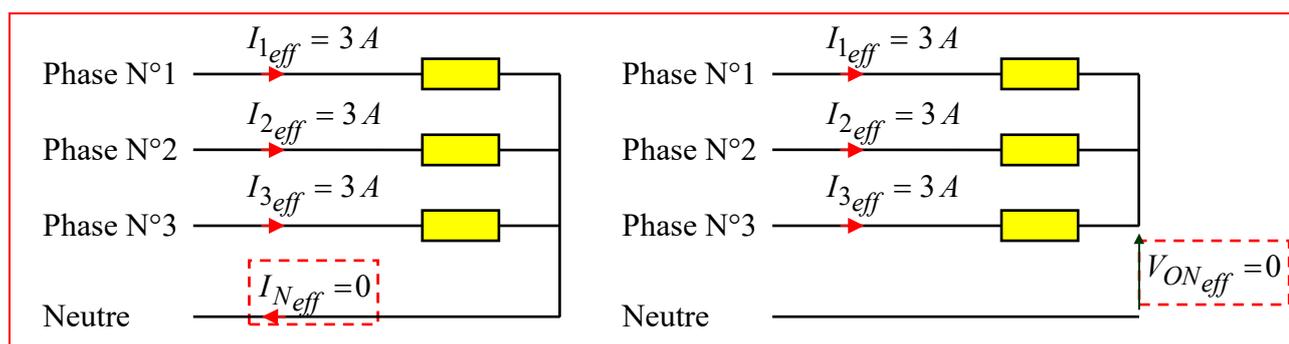
## 3 Tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées et montage étoile équilibré (1 pt)

Une ligne triphasée en régime alternatif sinusoïdal équilibré alimente un montage étoile équilibré constitué de trois impédances  $\underline{Z}$ . Quelle est la valeur de  $I_{n\text{eff}}$  (lorsque le neutre est relié) ? Quelle est la valeur de



$V_{ON\text{eff}}$  (lorsque le neutre n'est pas relié) ? (On peut utiliser les résultats du cours)

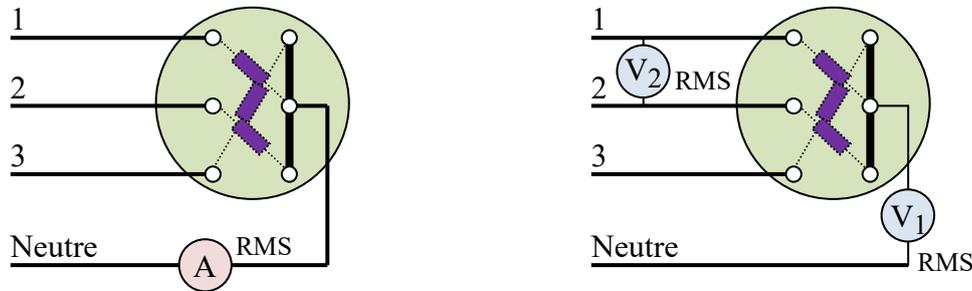
Réponse :



#### 4 Couplage d'un moteur (3 pts)

Un moteur asynchrone triphasé porte sur sa plaque signalétique les informations suivantes :  $P = 4 \text{ kW}$  ;  $\cos\varphi = 0,8$  ; 230/400 V. (Ce moteur est constitué de trois dipôles passifs linéaires identiques constituant un ensemble équilibré)

On a réalisé successivement les deux montages suivants. Ceux-ci sont réalisés de façon que le moteur soit alimenté sous tension nominale par une ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée. (Les liaisons sur la plaque à borne sont représentées).



Préciser les valeurs des trois mesures en justifiant celles-ci par un bref calcul ou par un court rappel d'un résultat du cours.

**Corrigé :**

Le moteur est couplé en étoile.

Dans un montage étoile constitué de dipôles passifs linéaires identiques (montage équilibré) soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées : **Le potentiel du centre de l'étoile est égal au potentiel du neutre.** (Que le neutre soit relié ou non.) **Si le neutre est relié, son courant est nul.**

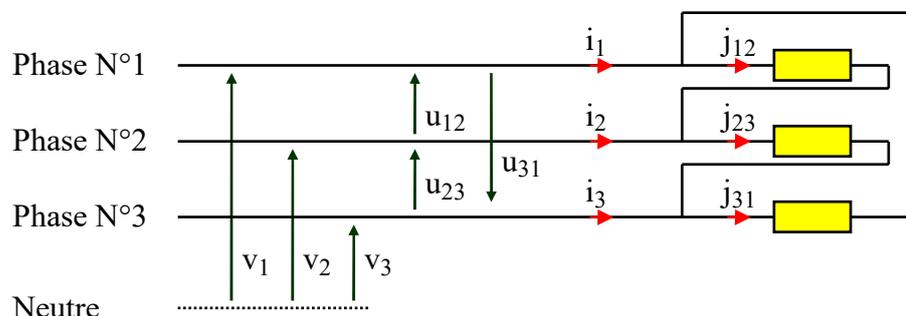
(Extrait de [Baselecpro/chapitre 11/§3.2](#) sur le site « IUTenligne »)

Donc l'ampèremètre indique la valeur 0, et le voltmètre « V1 » indique la valeur 0.

Le moteur 230/400V est alimenté sous tensions nominales. (Sans autre précision, les valeurs indiquées sont les valeurs efficaces). La tension efficace aux bornes de chaque dipôle est donc 230 V, et la valeur efficace de la tension entre deux phases est de  $230 \cdot \sqrt{3} \approx 400 \text{ V}$ . L'indication du voltmètre « V2 » est donc 400 V.

### 5 Tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées et montage triangle équilibré (1 pt)

Une ligne triphasée en régime alternatif sinusoïdal équilibré de sens direct alimente un montage triangle équilibré constitué de trois dipôles linéaires identiques.



Soit :

$$v_1(t) = 230 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(100\pi \cdot t)$$

$$u_{12}(t) = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(100\pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$j_{12}(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(100\pi \cdot t)$$

Compléter l'expression de  $i_1(t)$  suivante :

$i_1(t) = \dots\dots\dots \cos(100\pi \cdot t \dots\dots\dots)$ . (On peut utiliser les résultats du cours sans les redémontrer)

Réponse :

$$i_1(t) = 10\sqrt{2}\sqrt{3} \cdot \cos\left(100\pi \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$$

car  $I_{eff\ ligne} = J_{eff\ branche} \cdot \sqrt{3}$  et  $(\vec{I}, \vec{V}) = (\vec{J}, \vec{U})$

↑ ↑ ↑

↑ ↑ ↑

↑ ↑ ↑

↑ ↑ ↑

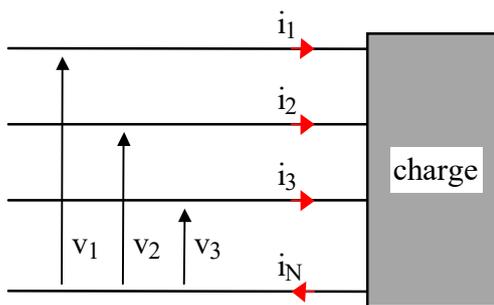
— Tension entre phases

— Courant dans une branche

— Tension phase/neutre

— Courant de ligne

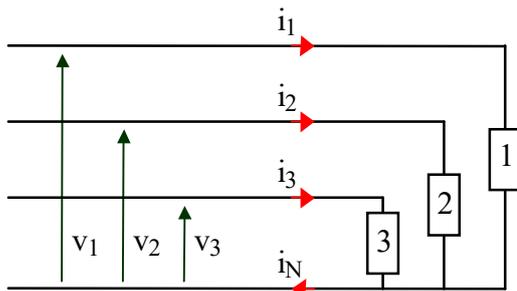
## 6 Puissance en triphasé (Du cas général au particulier)



Soit une ligne "triphasee" de transport d'énergie électrique. Elle est constituée de 4 conducteurs (voir ci-contre). Cette ligne triphasée est soumise à des tensions  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$  ; elle est parcourue par des courants  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$  et  $i_N(t)$  qu'elle délivre à une charge inconnue. On a observé que les tensions et les courants sont quelconques mais tous périodiques de même période.

La loi des nœuds permet d'affirmer :  $i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = i_N(t)$  .

**La puissance électrique transportée par des conducteurs ne dépend que des tensions entre ces conducteurs et des courants dans ceux-ci.**



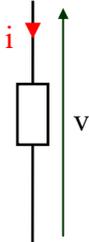
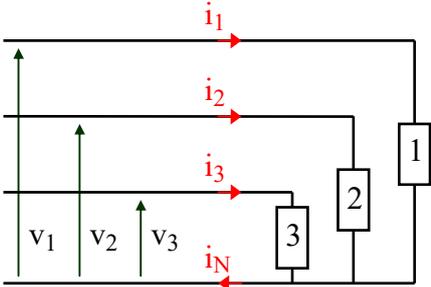
En laboratoire, on a constitué trois dipôles (nommés « 1 », « 2 » et « 3 ») qui, lorsqu'ils sont soumis respectivement aux tensions  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_3(t)$ , engendrent les mêmes courants  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$ .

On remplace maintenant la charge inconnue par ces trois dipôles. Cette opération ne modifie pas les courants et les tensions dans la ligne. La puissance électrique transportée par la ligne triphasée reste donc inchangée.

**a)** La loi de conservation de l'énergie précise que la puissance électrique instantanée totale consommée par un ensemble est la somme des puissances électriques instantanées consommées par chaque élément de cet ensemble.

Exprimer la **puissance instantanée**  $p(t)$  transportée par la ligne triphasée et reçue par l'ensemble des trois dipôles « 1 », « 2 » et « 3 ».

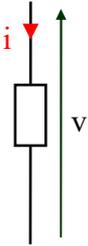
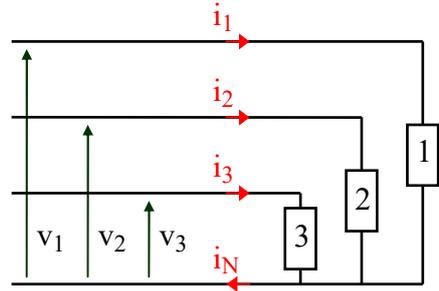
b) En supposant toutes les tensions et tous les courants périodiques de même période, exprimer la **puissance active** consommée en monophasé ou en triphasé en complétant les cases du tableau ci-dessous.

		
<p>Cas général</p> <p><i>(Les signaux ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux ni triphasés équilibrés)</i></p>	<p>P =</p>	<p>P =</p>
<p>Indiquer la formule associée aux cas particuliers où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même période</p>	<p>P =</p>	<p>P =</p>
<p>Triphasé équilibrés</p> <p><i>(Les signaux des différentes phases sont décalés d'1/3 de période les uns par rapport aux autres, mais ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)</i></p>		<p>Indiquer la formule associée à ce cas particulier :</p> <p>P =</p>
<p>Triphasé alternatif sinusoïdal équilibrés</p> <p><i>(Les signaux des différentes phases sont déphasés de <math>\pm \frac{2\pi}{3}</math> rad les uns par rapport aux autres)</i></p>		<p>Indiquer la formule associée à ce cas particulier :</p> <p>P =</p>

Corrigé

a)  $p(t) = v_1(t).i_1(t) + v_2(t).i_2(t) + v_3(t).i_3(t)$

b)

		
<p>Cas général</p> <p><i>(Les signaux ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux ni triphasés équilibrés)</i></p>	$P = \langle v \cdot i \rangle$	$P = \langle v_1 \cdot i_1 \rangle + \langle v_2 \cdot i_2 \rangle + \langle v_3 \cdot i_3 \rangle$ <p>ou</p> $P = \langle v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 + v_3 \cdot i_3 \rangle$
<p>Indiquer la formule associée aux cas particuliers où toutes les tensions et tous les courants sont alternatifs sinusoïdaux de même période</p>	$P = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$ <p>avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>V_{eff}</math> : valeur efficace de <math>v(t)</math></li> <li>• <math>I_{eff}</math> : valeur efficace de <math>i(t)</math></li> <li>• <math>\varphi</math> : déphasage de <math>v(t)</math> par rapport à <math>i(t)</math></li> </ul>	$P = V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) + V_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\varphi_2) + V_{3eff} \cdot I_{3eff} \cdot \cos(\varphi_3)$ <p>avec :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>V_{1eff}</math> : valeur efficace de <math>v_1(t)</math> ...</li> <li>• <math>I_{1eff}</math> : valeur efficace de <math>i_1(t)</math> ...</li> <li>• <math>\varphi_1</math> : déphasage de <math>v_1(t)</math> par rapport à <math>i_1(t)</math></li> </ul>
<p>Triphasé équilibrés</p> <p><i>(Les signaux des différentes phases sont décalés d'1/3 de période les uns par rapport aux autres, mais ne sont pas nécessairement alternatifs sinusoïdaux)</i></p>		$P = 3 \cdot \langle v_1 \cdot i_1 \rangle = 3 \cdot \langle v_2 \cdot i_2 \rangle = 3 \cdot \langle v_3 \cdot i_3 \rangle$ <p><i>On peut calculer ou mesurer la puissance active sur une seule phase et multiplier le résultat par 3</i></p>
<p>Triphasé alternatif sinusoïdal équilibrés</p> <p><i>(Les signaux des différentes phases sont déphasés de <math>\pm \frac{2\pi}{3}</math> rad les uns par rapport aux autres)</i></p>		$P = 3 \cdot V_{1eff} \cdot I_{1eff} \cdot \cos(\varphi_1) = 3 \cdot V_{2eff} \cdot I_{2eff} \cdot \cos(\varphi_2) = 3 \cdot V_{3eff} \cdot I_{3eff} \cdot \cos(\varphi_3)$ <p>ou <math>P = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)</math> sans préciser l'indice</p> <p>ou <math>P = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)</math></p>

## 7 Montage triphasé en alternatif sinusoïdal équilibré – Boucherot 1 (10,5 pts)

### Remarques préliminaires:

*Le problème étant résolu sans calculatrice, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ . Les valeurs numériques ont été choisies de façon que les angles soient des multiples de  $\frac{\pi}{6}$ .*

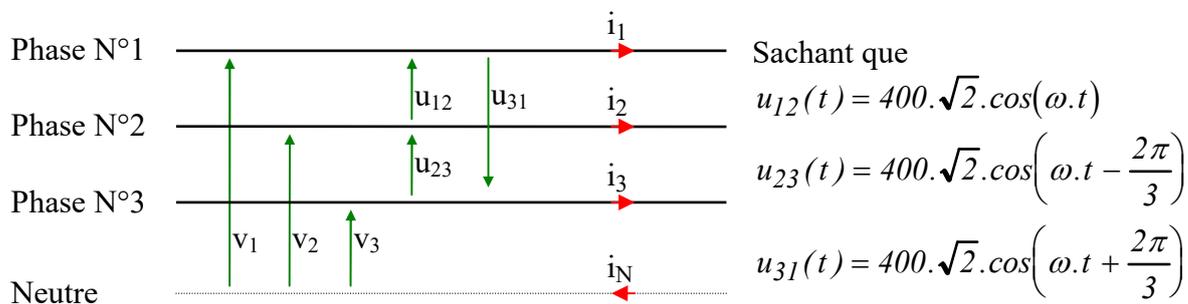
*Les démonstrations peuvent s'appuyer sur:*

*les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer),  
ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter),  
ou toute autre méthode.*

*Pour répondre à certaines questions, il est recommandé d'utiliser le théorème de Boucherot.*

### Problème:

La ligne triphasée suivante alimente une machine tournante triphasée équilibrée dont la plaque signalétique porte l'indication 230V / 400V.



- Préciser le mode de branchement de cette machine pour qu'elle soit alimentée sous tension nominale.
- Chacun des trois dipôles de cette machine peut être modélisé par une résistance  $R = 20 \cdot \sqrt{3} \Omega$  en série avec une inductance d'impédance  $L\omega = 20 \Omega$ . Calculer l'impédance complexe de chaque dipôle.
- Calculer  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$ .
- Calculer la puissance active  $P_M$ , la puissance réactive  $Q_M$  et la puissance apparente  $S_M$  consommées par la machine
- De façon à relever le facteur de puissance de la ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle sur la ligne.

Le module de l'impédance de chaque condensateur est :  $\frac{I}{C \cdot \omega} = 240 \Omega$ .

Calculer la puissance active  $P_T$ , la puissance réactive  $Q_T$  et la puissance apparente  $S_T$  consommées par le nouvel ensemble constitué de la machine associée aux trois condensateurs.

En déduire le facteur de puissance  $k_T$  et la valeur efficace du nouveau courant de ligne  $I_T$  à l'entrée de ce nouvel ensemble.

**Corrigé :**

a) La plaque signalétique de la machine indique les valeurs nominales suivantes : 230V / 400V.

Cela signifie que la machine peut fonctionner sur

- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont la tension efficace entre deux phases est de 230V (avec les trois dipôles de la machine couplés en triangle),
- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont la tension efficace entre deux phases est de 400V (avec les trois dipôles de la machine couplés en étoile)

Dans les deux cas, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un dipôle de la machine sera 230V.

Sachant que  $u_{12}(t) = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ , on en déduit  $U_{12max} = 400 \cdot \sqrt{2}$  et  $U_{12eff} = 400 V$

Donc ici, la tension efficace entre deux phases est de 400V. Il faut coupler la machine en étoile.

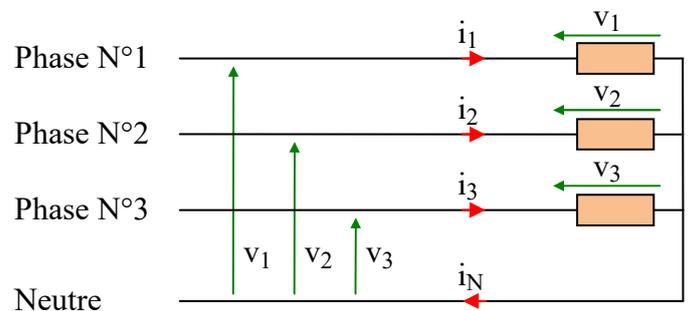
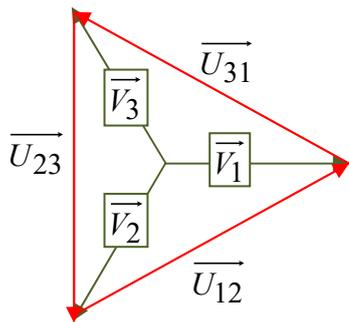
b) Impédance d'un dipôle :  $\underline{Z} = R + jL\omega = 20\sqrt{3} + j20$

c) Sachant que

$$u_{12}(t) = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$u_{23}(t) = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right)$$



On en déduit que les phases sont numérotées dans l'ordre direct :  
D'après le diagramme de Fresnel associé aux tensions, on en déduit :

$$v_1(t) = \frac{400 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\underline{Z} = R + jL\omega = 20\sqrt{3} + j20 = 40 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = 40 \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$|\underline{Z}| = 40 = \frac{V_{max}}{I_{max}} \Leftrightarrow I_{max} = \frac{V_{max}}{40} = \frac{400 \cdot \sqrt{2}}{40} = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} A$$

$$\arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{6} = \text{déphasage de } v_1(t) \text{ par rapport à } i_1(t)$$

$$\text{En conclusion : } i_1(t) = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Comme les tensions, les courants sont alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés de sens direct, donc

$$i_2(t) = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\omega \cdot t + \pi)$$

$$i_3(t) = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{3}\right)$$

d)  $P_M = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$  ;  $Q_M = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\varphi)$  ;  $S_M = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff}$  avec  $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 400 \text{ V}$  ;

$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ A}$  ;  $\varphi = (\vec{I}_1, \vec{V}_1) = (\vec{I}_2, \vec{V}_2) = (\vec{I}_3, \vec{V}_3) = \arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{6}$

Donc :

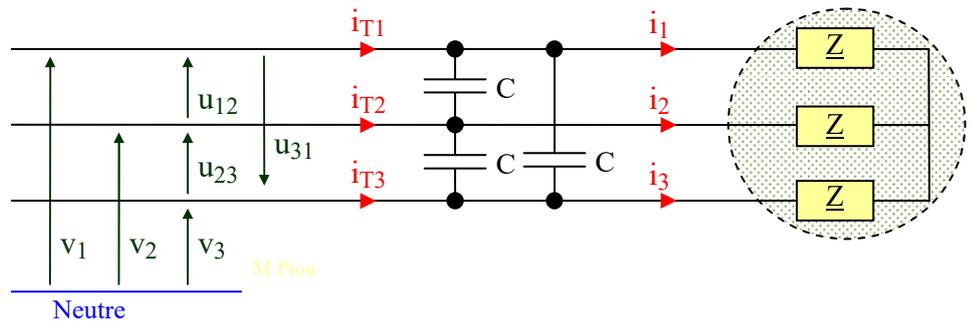
$P_M = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2000 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$

$Q_M = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4000 \cdot \frac{1}{2} = 2000 \text{ VAR}$

$S_M = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} = 4000 \text{ VA}$

e)

Les condensateurs sont montés en triangle.



La puissance réactive d'un condensateur est donc :

$Q_C = -C \cdot \omega \cdot U_{eff}^2 = -\frac{1}{240} 400^2 = -\frac{4 \times 4 \times 10^4}{4 \times 6 \times 10} = -\frac{2000}{3} \text{ VAR}$

La puissance réactive des 3 condensateurs est donc  $Q_{3C} = -2000 \text{ VAR}$

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine tournante	$P_M = 2000 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$	$Q_M = 2000 \text{ VAR}$
condensateurs	$P_{3C} = 0 \text{ W}$	$Q_{3C} = -2000 \text{ VAR}$
Total	$P_T = 2000 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$	$Q_T = 0$

$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 2000 \cdot \sqrt{3} \text{ VA}$

Facteur de puissance  $k_T = \cos(\varphi_T) = \cos\left(\arctg\left(\frac{Q_T}{P_T}\right)\right) = \cos(0) = 1$

$I_{Teff} = \frac{S_T}{U_{eff} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2000 \cdot \sqrt{3}}{400 \cdot \sqrt{3}} = 5 \text{ A}$

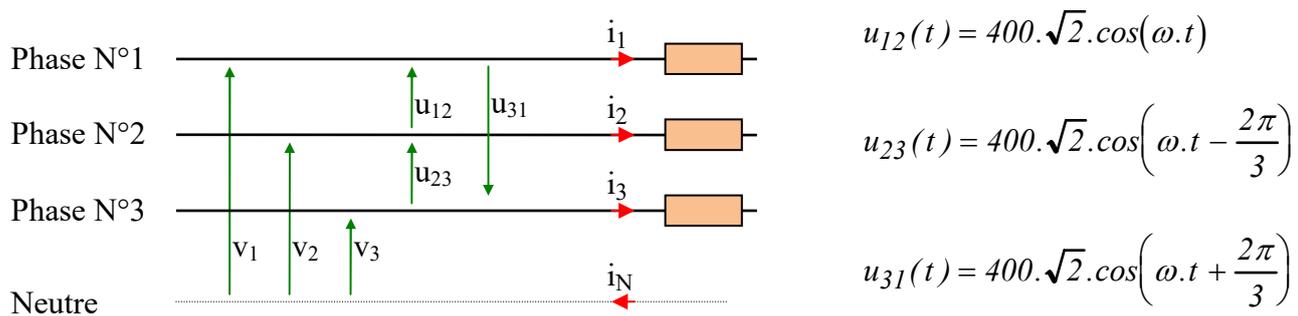
## 8 Montage triphasé en alternatif sinusoïdal équilibré – Boucherot 2 (11,5 pts)

### Remarques préliminaires :

*Le problème étant résolu sans calculette, les valeurs ont été choisies pour que les calculs soient très simples. (On pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ ). Les valeurs numériques ont été choisies de façon que les angles soient des multiples de  $\frac{\pi}{6}$*

*Les démonstrations peuvent s'appuyer sur les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer), ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter).*

**A** - La ligne triphasée équilibrée 230/400 V suivante alimente une machine  $M_1$  triphasée équilibrée dont la plaque signalétique porte l'indication 400V / 700V.



**a.1)** Préciser le mode de branchement de cette machine pour qu'elle soit alimentée sous tension nominale (*justifier en quelques mots*), et compléter en conséquence le schéma ci-dessus (en reliant les trois dipôles en étoile ou en triangle).

**a.2)** Chacun des trois dipôles de cette machine peut être modélisé par une résistance  $R = 20 \cdot \sqrt{3} \Omega$  en série avec une inductance d'impédance  $L\omega = 20 \Omega$ . Exprimer l'impédance complexe de chaque dipôle sous la forme  $\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$ .

**a.3)** Calculer la valeur efficace  $I_{eff}$  des courants de ligne et déterminer l'expression de  $i_1(t)$ .

**B** - Sur la ligne triphasée précédente, la machine  $M_1$  est maintenant remplacée par une machine triphasée  $M_2$  qui consomme les courants :

$$i_1(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad i_2(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{et} \quad i_3(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

**b-1)** Représenter l'allure de l'ensemble des vecteurs de Fresnel associés aux tensions simples, aux tensions composées et aux courants de ligne à un instant quelconque (qui peut être, par exemple,  $t = 0$ ). (*Il est conseillé d'utiliser différentes couleurs*).

**b-2)** Calculer la puissance active  $P_{M2}$ , la puissance réactive  $Q_{M2}$  et la puissance apparente  $S_{M2}$  consommées par la machine  $M_2$ .

**b-3)** De façon à relever le facteur de puissance de cette ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle entre les trois phases de cette ligne.

La capacité de chacun est  $C$  telle que  $\frac{1}{C.\omega} = 140 \Omega$ .

Calculer la puissance active  $P_T$ , la puissance réactive  $Q_T$  et la puissance apparente  $S_T$  consommées par le nouvel ensemble constitué de la machine  $M_2$  associée aux trois condensateurs.

En déduire la valeur efficace du nouveau courant de ligne  $I_T$  à l'entrée de ce nouvel ensemble. (Il est conseillé d'utiliser le théorème de Boucherot).

**Corrigé :**

**a.1)** La plaque signalétique de la machine indique les valeurs nominales suivantes : 400V / 700V.

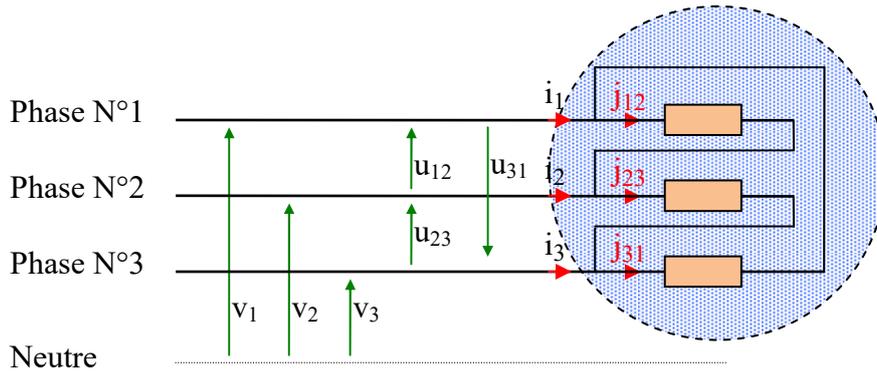
Cela signifie que la machine peut fonctionner sous tensions nominales sur

- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de 400V (avec les trois dipôles de la machine couplés en triangle),
- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de  $400.\sqrt{3} \approx 700 V$  (avec les trois dipôles de la machine couplés en étoile)

Dans les deux cas, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un dipôle de la machine sera 400V.

Sachant que  $u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$ , on en déduit  $U_{12max} = 400.\sqrt{2}$  et  $U_{12eff} = 400 V$

Donc ici, la tension efficace entre deux phases est de 400V. Il faut coupler la machine en triangle.



**a.2)** Impédance d'un dipôle :  $\underline{Z} = R + jL\omega = 20.\sqrt{3} + j20 = 40 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = 40 \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$

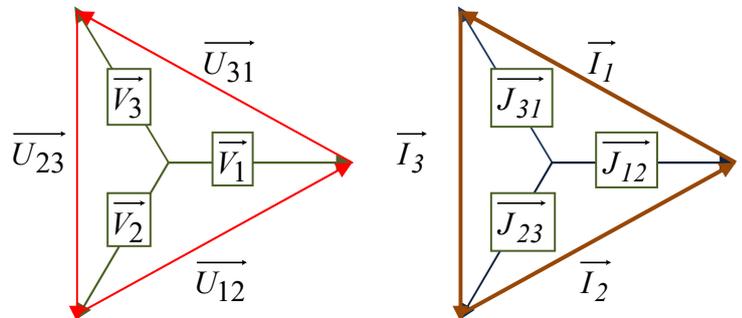
**a.3)** Sachant que

$$u_{12}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos(\omega.t)$$

$$u_{23}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{31}(t) = 400.\sqrt{2}.\cos\left(\omega.t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

On en déduit que les phases sont numérotées dans l'ordre direct :



$$|Z| = 40 = \frac{U_{max}}{J_{max}} \Leftrightarrow J_{max} = \frac{U_{max}}{40} = \frac{400.\sqrt{2}}{40} = \frac{10.\sqrt{2}}{\sqrt{3}} A$$

$$\arg(\underline{Z}) = \frac{\pi}{6} = \text{déphasage de } u_{12}(t) \text{ par rapport à } j_{12}(t)$$

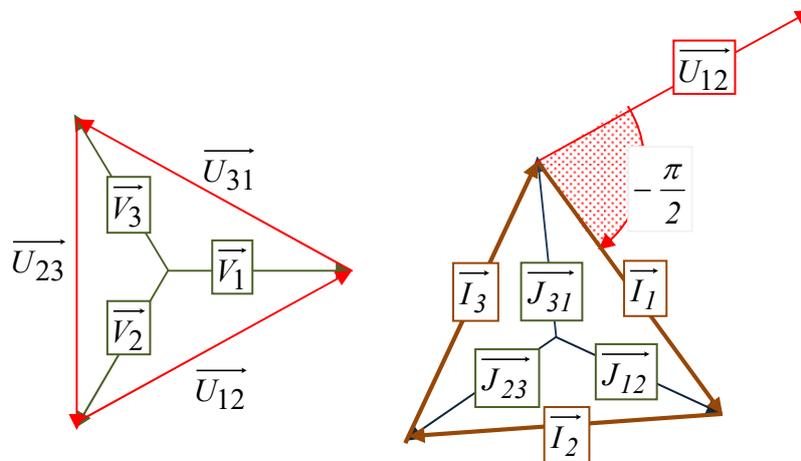
Pour un montage triangle linéaire équilibré soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, on dispose de 2 relations (voir [Baselecpro](#) chapitre 11 §3.4) :  $(\vec{I}, \vec{V}) = (\vec{J}, \vec{U}) = \varphi$  et  $I_{eff} = J_{eff} \cdot \sqrt{3}$

En conclusion  $I_{eff} = J_{eff} \cdot \sqrt{3} = \frac{J_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = 10 \text{ A}$  :

$$(\vec{U}_{12}, \vec{I}_1) = (\vec{U}_{12}, \vec{J}_{12}) + (\vec{J}_{12}, \vec{I}_1) = -\arg(\underline{Z}) - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} \quad i_1(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$i_1(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

**b.1)**



**b.2)**  $P_{M2} = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$  ;  $Q_{M2} = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\varphi)$  ;  $S_{M2} = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff}$

avec :  $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 700 \text{ V}$  ;  $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ A}$  ;

$$\varphi = (\vec{I}_1, \vec{V}_1) = (\vec{I}_2, \vec{V}_2) = (\vec{I}_3, \vec{V}_3) = (\vec{I}_1, \vec{U}_{12}) + (\vec{U}_{12}, \vec{V}_1) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Donc :

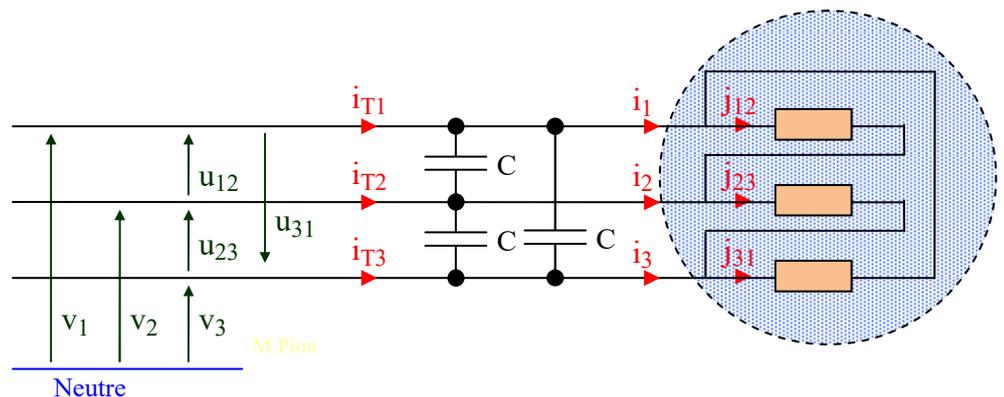
$$P_{M2} = \sqrt{3} \cdot 700 \cdot 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cdot 7000 \cdot \frac{1}{2} = 3500 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$$

$$Q_{M2} = \sqrt{3} \cdot 700 \cdot 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cdot 7000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10500 \text{ VAR}$$

$$S_{M2} = \sqrt{3} \cdot 700 \cdot 10 = 7000 \cdot \sqrt{3} \text{ VA}$$

**b3)**

Les condensateurs sont montés en triangle.



La puissance réactive d'un condensateur est donc :

$$Q_C = -C.\omega.U_{eff}^2 = -\frac{1}{140} 700^2 = -\frac{7 \times 7 \times 10^4}{7 \times 2 \times 10} = -\frac{7000}{2} VAR$$

La puissance réactive des 3 condensateurs est donc  $Q_{3C} = -\frac{3 \times 7000}{2} = -10500 VAR$

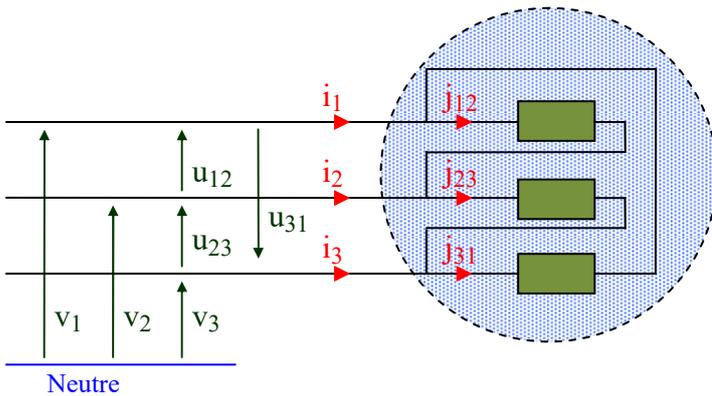
On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine M2	$P_{M2} = 3500.\sqrt{3} W$	$Q_{M2} = 10500 VAR$
condensateurs	$P_{3C} = 0 W$	$Q_{3C} = -10500 VAR$
Total	$P_T = 3500.\sqrt{3} W$	$Q_T = 0$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 3500.\sqrt{3} VA$$

$$\text{Facteur de puissance } k_T = \cos(\varphi_T) = \cos\left(\arctg\left(\frac{Q_T}{P_T}\right)\right) = \cos(0) = 1 ; I_{Teff} = \frac{S_T}{U_{eff}.\sqrt{3}} = \frac{3500.\sqrt{3}}{700.\sqrt{3}} = 5 A$$

**9 Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 1 (7 pts)**



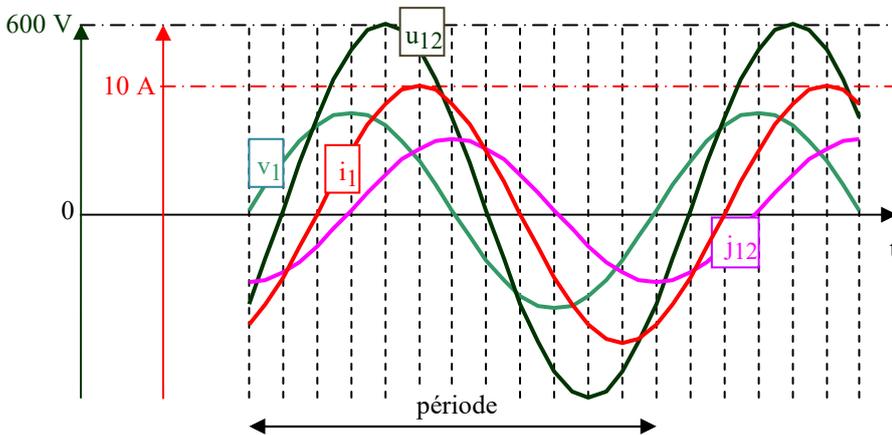
La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui se comporte comme une charge triphasée équilibrée.

a) Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

a.1) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  et  $\vec{U}_{12}$  si l'ordre des phases est supposé direct.

a.2) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  et  $\vec{U}_{12}$  si l'ordre des phases est supposé inverse.

a.3) On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

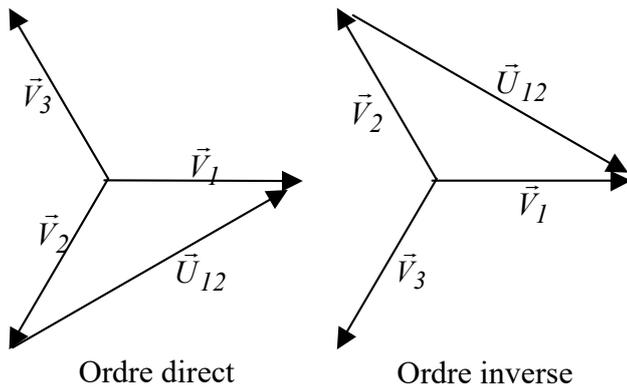


Compte tenu du graphe des tensions relevées, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse. (réponse bonne: +1 pt, pas de réponse: 0 pt, réponse fausse: -1 pt).

b) A partir des courbes précédentes, calculer le facteur de puissance du moteur.

c) A partir des courbes précédentes, calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommées par le moteur. (Le devoir se déroulant sans calculatrice, on pourra laisser dans les réponses des expressions telles que  $\sqrt{\dots}$ ). (Ne pas oublier de préciser les unités).

Corrigé :



a) Sur les courbes :  $u_{12}(t)$  est en retard de  $T/12$  par rapport à  $v_1(t)$ . Donc  $(\vec{V}_1, \vec{U}_{12}) = -\frac{\pi}{6}$ . **Les phases sont numérotées dans l'ordre inverse.**

b) Dans un système alternatif sinusoïdal triphasé équilibré, le facteur de puissance est  $k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V})$ .

Sur les courbes :  $(\vec{I}, \vec{V}) = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \cos(\varphi) = \frac{1}{2}$ .

**Le facteur de puissance du moteur est donc de 0,5.**

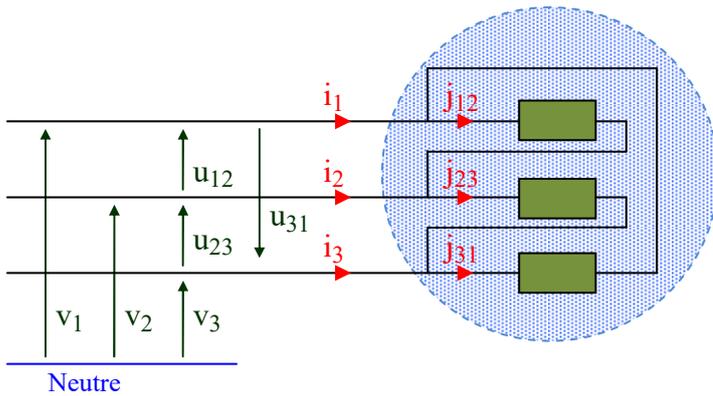
c)

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\varphi) = \frac{600}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 1500 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$$

$$Q = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\varphi) = \frac{600}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4500 \text{ VAR}$$

$$S = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{3} = \frac{600}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = 3000 \cdot \sqrt{3} \text{ VA}$$

### 10 Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 2 (7 pts)



La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui absorbe des courants alternatifs sinusoïdaux triphasés équilibrés.

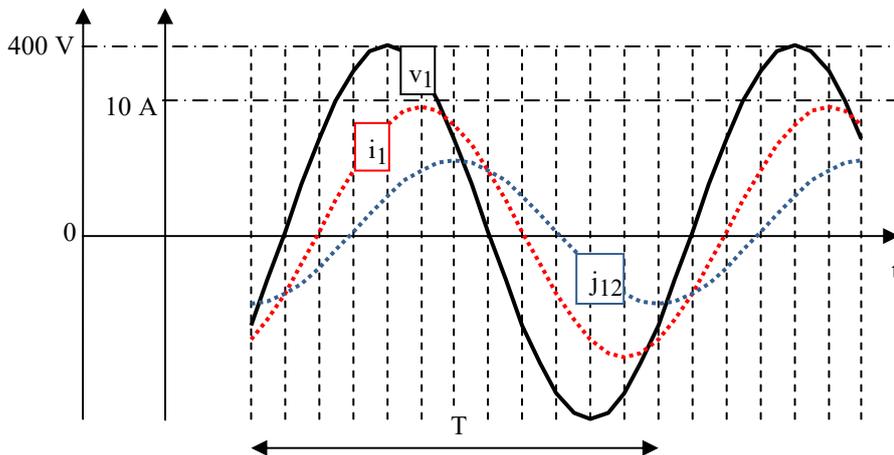
a) Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

a.1) Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  et  $\vec{U}_{12}$  si l'ordre des phases est supposé direct.

a.2) Pour un déphasage  $(\vec{J}_{12}, \vec{U}_{12})$  quelconque,

représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel  $\vec{J}_{12}, \vec{J}_{23}, \vec{J}_{31}$  et  $\vec{I}_1$  si l'ordre des phases est supposé direct.

a.3) On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

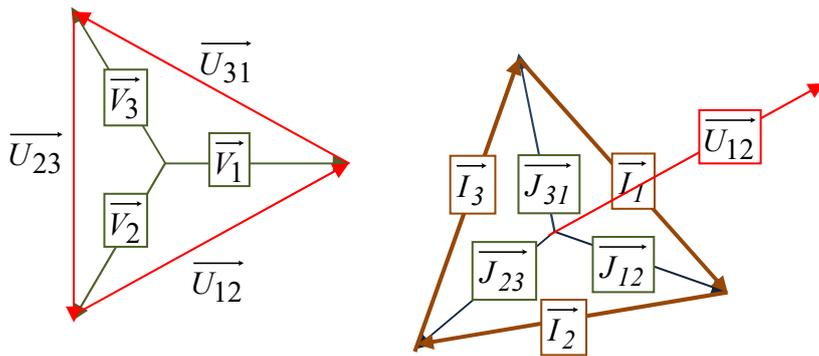


Compte tenu du graphe des courants relevés, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse. (réponse bonne: +1 pt, pas de réponse: 0 pt, réponse fausse: -1 pt).

b) A partir des courbes précédentes, calculer le facteur de puissance du moteur.

c) A partir des courbes précédentes, calculer la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente consommées par le moteur. (Le devoir se déroulant sans calculatrice, on pourra laisser dans les réponses des expressions telles que  $\sqrt{\dots}$ ). (Ne pas oublier de préciser les unités).

Corrigé :



a) On a représenté ci-contre les vecteurs de Fresnel si l'ordre des phases est direct.

On constate sur le graphe de Fresnel ci-contre que  $\vec{I}_1$  est déphasé de  $-\frac{\pi}{6}$  par rapport à  $\vec{J}_{12}$ .

Sur les courbes relevées à l'oscilloscope, on constate que  $\vec{I}_1$  est déphasé de  $+\frac{\pi}{6}$  par rapport à  $\vec{J}_{12}$  ; donc l'ordre des phases n'est pas l'ordre direct, mais l'ordre inverse.

b) Facteur de puissance :  $k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V})$ . Sur Les courbes, on constate que  $v_1(t)$  est déphasé de  $+\frac{\pi}{3}$

par rapport à  $i_1(t)$  donc  $k = \cos(\varphi) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,5$

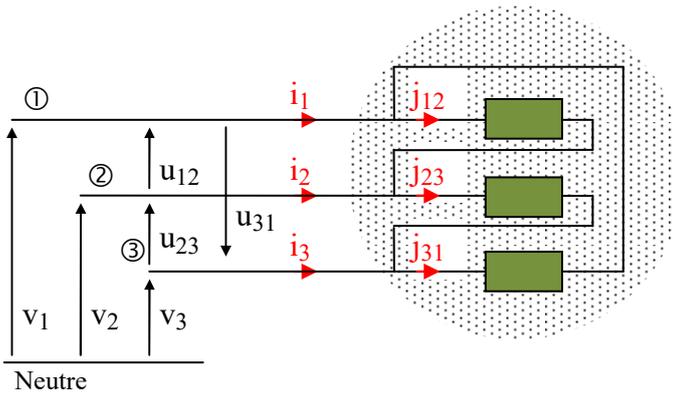
c)

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = 3000 \text{ W}$$

$$Q = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\varphi) = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\varphi) = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3000 \cdot \sqrt{3} \text{ VAR}$$

$$S = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} = 3 \cdot \frac{400}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} = 6000 \text{ VA}$$

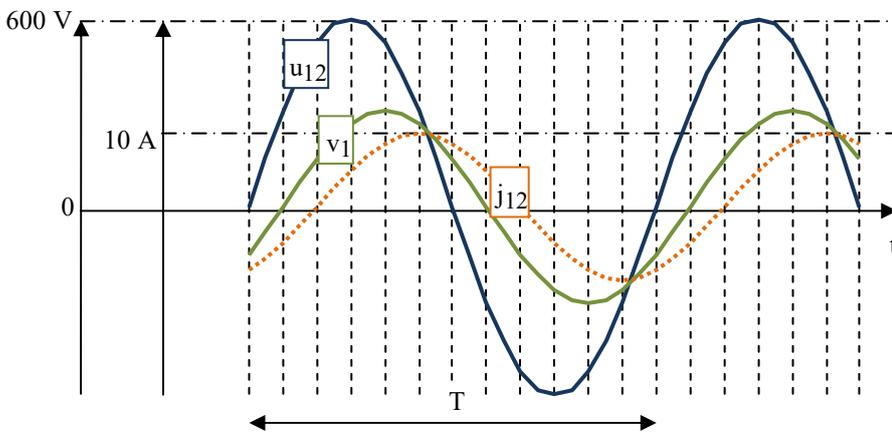
**11 Montage triangle équilibré en régime alternatif sinusoïdal équilibré 3 (5 pts)**



La ligne triphasée ci-contre alimente, sous tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, un moteur qui se comporte comme une charge triphasée équilibrée. Les conducteurs de ligne peuvent avoir été numérotés dans l'ordre direct ou dans l'ordre inverse.

**a)** Représenter à main levée l'allure des vecteurs de Fresnel  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  et  $\vec{U}_{12}$  si l'ordre des phases est **supposé inverse**.

**b)** On a relevé à l'oscilloscope les courbes ci-dessous.

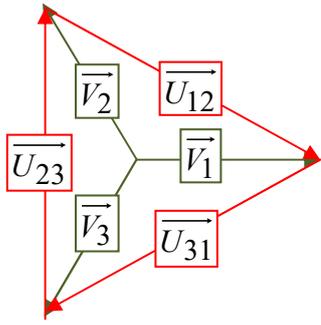


Compte tenu du graphe des tensions relevées, préciser si les conducteurs de phases sont numérotés dans l'ordre direct ou inverse. Justifier brièvement la réponse (*réponse bonne: +1 pt, pas de réponse: 0 pt, réponse fausse: -1 pt*).

**c)** Représenter ci-contre le graphe du courant  $i_1(t)$ . (justifier par un diagramme de Fresnel ou par un résultat établi en cours ou par tout autre moyen).

**d)** Déterminer le facteur de puissance de ce moteur.

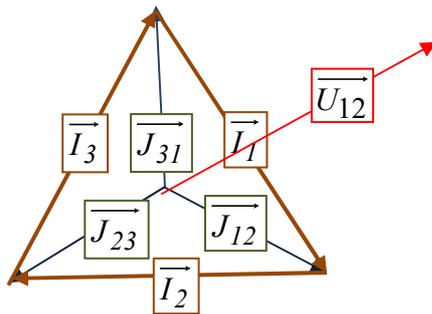
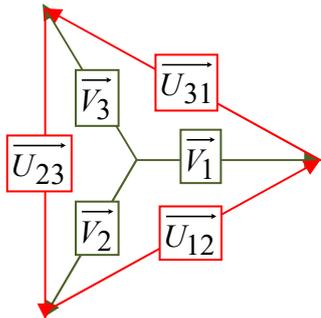
Corrigé :



a) On a représenté ci-contre les vecteurs de Fresnel si l'ordre des phases est inverse.

b) On constate sur ce graphe de Fresnel que  $\vec{U}_{12}$  est déphasé de  $-\frac{\pi}{6}$  par rapport à  $\vec{V}_1$ .

Sur les courbes relevées à l'oscilloscope, on constate que  $\vec{U}_{12}$  est déphasé de  $+\frac{\pi}{6}$  par rapport à  $\vec{V}_1$  ; donc l'ordre des phases n'est pas l'ordre inverse, mais l'ordre direct.



c) Pour un montage triangle linéaire équilibré soumis à des tensions alternatives sinusoïdales triphasées équilibrées, on dispose de 2 relations (voir [Baselecpro](#) chapitre 11 §3.4) :

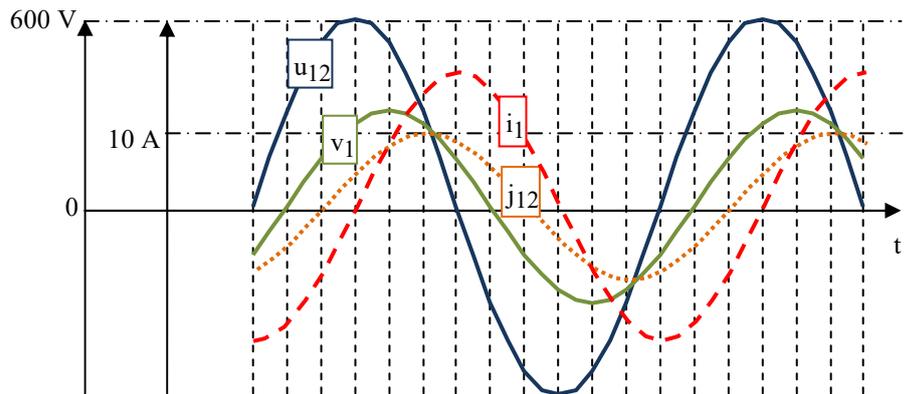
$$(\vec{I}, \vec{V}) = (\vec{J}, \vec{U}) = \varphi \quad \text{et} \quad I_{eff} = J_{eff} \cdot \sqrt{3}$$

En conclusion  $I_{max} = J_{max} \cdot \sqrt{3} = 10 \cdot \sqrt{3} \text{ A}$  :

$$(\vec{I}_1, \vec{V}_1) = (\vec{J}_{12}, \vec{U}_{12}) = +\frac{\pi}{3}$$

d) Facteur de puissance :

$$k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,5.$$

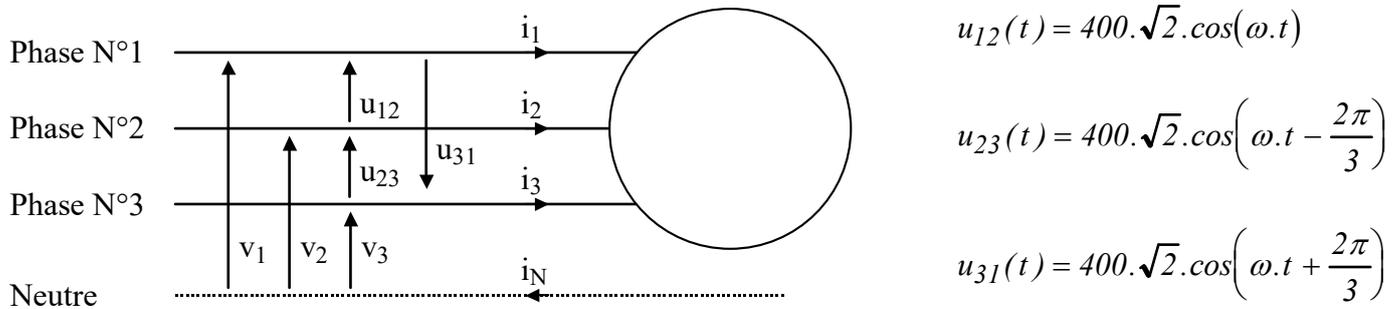


## 12 Montage en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré 1 (5 pts)

### Remarques préliminaires:

Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ . Les démonstrations peuvent s'appuyer sur les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer), ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter).

La ligne triphasée équilibrée 230/400 V suivante alimente une machine M triphasée équilibrée.



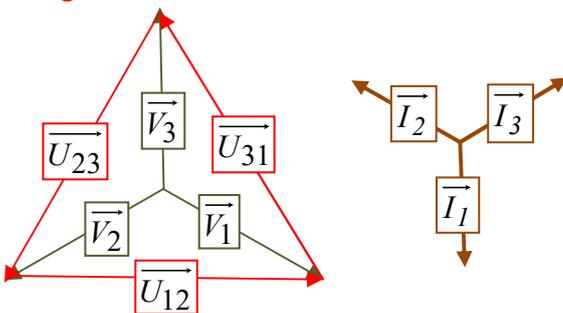
La machine triphasée M consomme les courants :

$$i_1(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad i_2(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{et} \quad i_3(t) = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) Représenter l'allure de l'ensemble des vecteurs de Fresnel associés aux tensions simples, aux tensions composées et aux courants de ligne à un instant quelconque (qui peut être, par exemple,  $t = 0$ ). (Il est conseillé d'utiliser différentes couleurs).

b) Calculer la puissance active  $P_M$ , la puissance réactive  $Q_M$  et la puissance apparente  $S_M$  consommées par la machine M.

Corrigé :



b) Sur le diagramme de Fresnel, on constate que l'angle

$$\varphi = (\vec{I}_1, \vec{V}_1) \text{ est égal à } +\frac{\pi}{3}$$

On peut le retrouver car

$$(\vec{I}_1, \vec{V}_1) = (\vec{I}_1, \vec{U}_{12}) + (\vec{U}_{12}, \vec{V}_1) \Rightarrow (\vec{I}_1, \vec{V}_1) = +\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = +\frac{\pi}{3}$$

$$u_{12}(t) = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow U_{12_{max}} = 400 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow U_{12_{eff}} = 400 \text{ V}$$

$$\text{De même } I_{1_{max}} = 10 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow I_{1_{eff}} = 10 \text{ A}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 2000 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 400 \cdot 10}{2} = 6000 \text{ VAR}$$

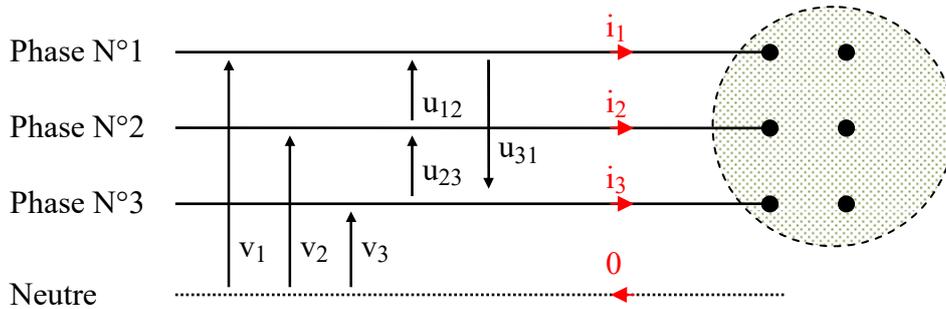
$$S = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{eff} = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10 = 4000 \cdot \sqrt{3} \text{ VA}$$

### 13 Montage en régime alternatif sinusoïdal triphasé équilibré 2 (4 pts)

Remarques préliminaires:

*Le problème étant résolu sans calculette, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ . Les démonstrations peuvent s'appuyer sur les résultats du cours (qu'il n'est pas nécessaire de redémontrer), ou sur un diagramme de Fresnel (qu'il n'est pas nécessaire de commenter).*

La ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée 230/400 V suivante alimente une machine M triphasée équilibrée dont la plaque signalétique porte l'indication 230/400 V. (\*)



1) Sur la figure ci-dessus, représenter les liaisons à établir sur la plaque à bornes de façon que la machine soit alimentée sous tension nominale.

2) La machine consomme une puissance active  $P_M = 4000 \cdot \sqrt{3} \text{ W}$ , une puissance réactive  $Q_M = 3200 \text{ VAR}$  et une puissance apparente  $S_M = 7630 \text{ VA}$ .

De façon à relever le facteur de puissance de cette ligne triphasée, on ajoute, au montage précédent, trois condensateurs montés en triangle entre les trois phases de cette ligne.

La capacité de chacun est  $C$  tel que  $\frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{3 \cdot 100}{2} = 150 \text{ } \Omega$ .

Calculer la puissance active  $P_T$ , la puissance réactive  $Q_T$  et la puissance apparente  $S_T$  consommées par le nouvel ensemble constitué de la machine M associée aux trois condensateurs.

En déduire la valeur efficace du nouveau courant de ligne  $I_T$  à l'entrée de ce nouvel ensemble. (Il est conseillé d'utiliser le théorème de Boucherot).

(\*) Sans autre précision, il s'agit toujours des valeurs efficaces

**Corrigé :**

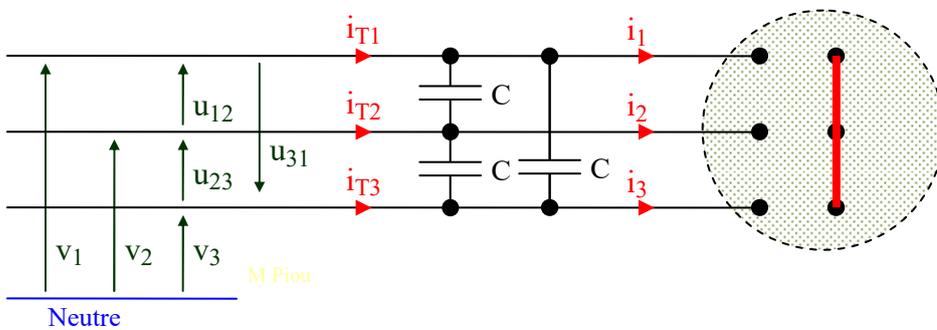
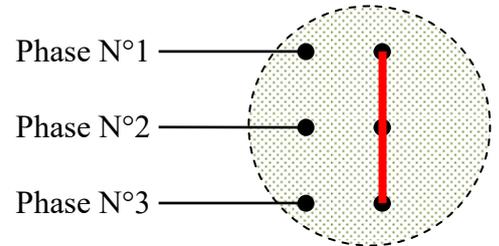
1) La plaque signalétique de la machine indique les valeurs nominales suivantes : 230V / 400V.

Cela signifie que la machine peut fonctionner sous tensions nominales sur

- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de 230V (avec les trois dipôles de la machine couplés en triangle),
- un réseau alternatif sinusoïdal triphasé équilibré dont les tensions efficaces entre deux phases sont de  $230 \cdot \sqrt{3} \approx 400 V$  (avec les trois dipôles de la machine couplés en étoile)

Dans les deux cas, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un dipôle de la machine sera 230V.

Sachant que la ligne triphasée d'alimentation est une ligne triphasée alternative sinusoïdale équilibrée 230/400 V , la tension efficace entre deux phases est de 400V. Il faut coupler la machine en étoile :



2) Les condensateurs sont montés en triangle.

La puissance réactive d'un condensateur est donc :  $Q_C = -C \cdot \omega U_{eff}^2 = -\frac{2}{3 \cdot 100} 400^2 = -\frac{2 \cdot 16 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^2} VAR$

La puissance réactive des 3 condensateurs est donc  $Q_{3C} = -3 \cdot \frac{2 \cdot 16 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^2} = -3200 VAR$

On utilise le théorème de Boucherot :

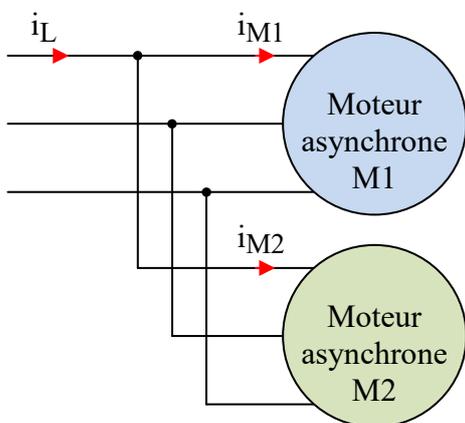
	Puissance active	Puissance réactive
Machine M	$P_M = 4000 \cdot \sqrt{3} W$	$Q_M = 3200 VAR$
condensateurs	$P_{3C} = 0 W$	$Q_{3C} = -3200 VAR$
Total	$P_T = 4000 \cdot \sqrt{3} W$	$Q_T = 0$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 4000 \cdot \sqrt{3} VA \quad ; \quad I_{Teff} = \frac{S_T}{U_{eff} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4000 \cdot \sqrt{3}}{400 \cdot \sqrt{3}} = 10 A$$

### 14 Application du théorème de Boucherot avec deux moteurs (5,5 pts)

Le problème étant résolu sans calculatrice, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ . (Les valeurs numériques ont été choisies de façon que les calculs soient simples à effectuer).

(On rappelle que  $5.\sqrt{3} = 8,66$ ,  $3.\sqrt{3} = 5,196$  et que  $\frac{5}{\sqrt{3}} = 2,89$ ).



La ligne triphasée ci-contre alimente sous tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées 230/400 V, 50 Hz :

- un moteur asynchrone  $M_1$  absorbant une puissance active de  $1000.\sqrt{3} = 1732$  W et une puissance réactive de  $+1000$  var.
- un moteur asynchrone  $M_2$  absorbant une puissance active de  $1268$  W et une puissance réactive de  $+4196$  var.

- a) Calculer la puissance apparente  $S_{M1}$  et le courant  $I_{M1eff}$  du moteur  $M_1$ .
- b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble des deux moteurs ainsi que la valeur de  $I_{Leff}$ .

Corrigé :

$$a) S_{M1} = \sqrt{P_{M1}^2 + Q_{M1}^2} = \sqrt{(1000.\sqrt{3})^2 + 1000^2} = \sqrt{1000^2 \cdot (3 + 1)} = 2000 \text{ VA}$$

$$S_{M1} = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{M1eff} \Leftrightarrow I_{M1eff} = \frac{S_{M1}}{\sqrt{3} \cdot U_{eff}} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 400} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 2,89 \text{ A}$$

b) On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine M1	$P_{M1} = 1732 \text{ W}$	$Q_{M1} = 1000 \text{ VAR}$
Machine M2	$P_{M2} = 1268 \text{ W}$	$Q_{M2} = 4196 \text{ VAR}$
Total	$P_T = 3000 \text{ W}$	$Q_T = 5196 \text{ VAR}$

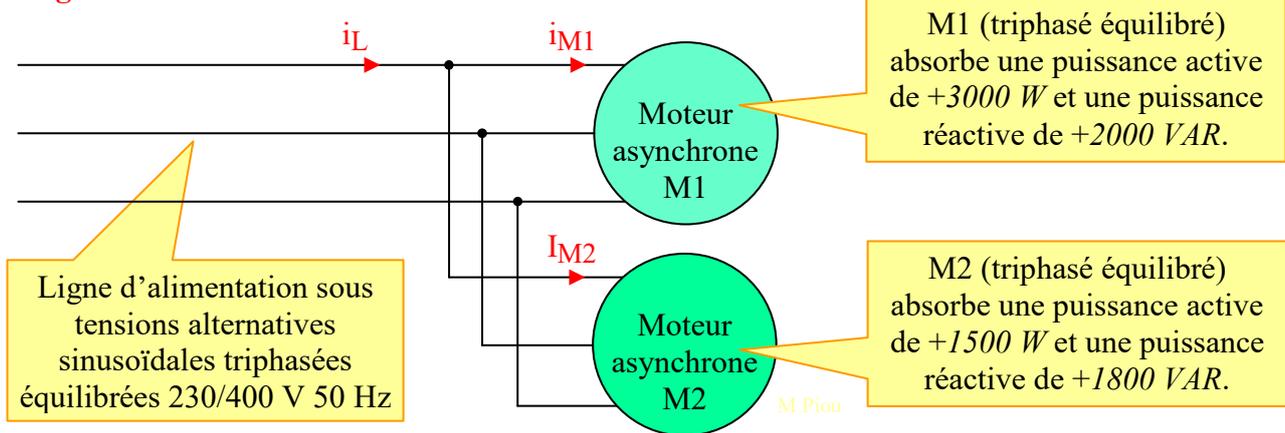
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{3000^2 + 5196^2} = \sqrt{3000^2 + (3000.\sqrt{3})^2} = \sqrt{3000^2 \cdot (1 + 3)} = 6000 \text{ VA}$$

$$\text{Facteur de puissance de la ligne : } k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3000}{6000} = 0,5$$

$$I_{Leff} = \frac{S_T}{U_{eff} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6000}{400 \cdot \sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 3 \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = 3 \cdot 2,89 = 8,67 \text{ A}$$

## Variante avec calculette

### Régime alternatif sinusoïdal



Corrigé :

$$a) S_{M1} = \sqrt{P_{M1}^2 + Q_{M1}^2} = \sqrt{(3000)^2 + 2000^2} = 3606 \text{ VA}$$

$$S_{M1} = \sqrt{3} \cdot U_{eff} \cdot I_{M1eff} \Leftrightarrow I_{M1eff} = \frac{S_{M1}}{\sqrt{3} \cdot U_{eff}} = \frac{3606}{\sqrt{3} \cdot 400} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 5,204 \text{ A}$$

b) On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Machine M1	$P_{M1} = 3000 \text{ W}$	$Q_{M1} = 2000 \text{ VAR}$
Machine M2	$P_{M2} = 1500 \text{ W}$	$Q_{M2} = 1800 \text{ VAR}$
Total	$P_T = 4500 \text{ W}$	$Q_T = 3800 \text{ VAR}$

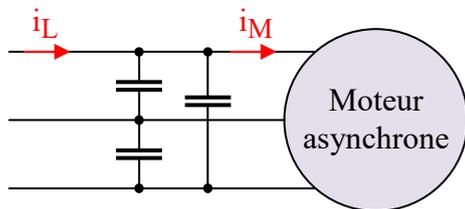
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{4500^2 + 3800^2} = 5890 \text{ VA}$$

$$\text{Facteur de puissance de la ligne : } k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{4500}{5890} = 0,764$$

$$I_{Leff} = \frac{S_T}{U_{eff} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5890}{400 \cdot \sqrt{3}} = 8,5 \text{ A}$$

## 15 Application du théorème de Boucherot : relèvement du facteur de puissance (7 pts)

Le problème étant résolu sans calculatrice, on pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ .



La ligne triphasée ci-contre alimente sous tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées 230/400 V, 50 Hz :

- un moteur asynchrone absorbant une puissance active de 6 kW et une puissance réactive de  $+2\sqrt{3}$  kVAR.
- Un ensemble de trois condensateurs montés en triangle. Chaque condensateur a une valeur de  $\frac{2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}$  F.

a) Calculer la puissance apparente  $S_M$  et le courant  $I_{M\text{eff}}$  du moteur.

b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + condensateurs, ainsi que la valeur de  $I_{L\text{eff}}$ .  
(On rappelle que  $48 = 4 \times 4 \times 3$  et que  $6/(4\sqrt{3}) = 0,866$ ).

**Corrigé :**

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{6^2 + 2^2 \cdot 3} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ kVA}$$

$$S_M = 4\sqrt{3} \text{ kVA} = U_{\text{eff}} \cdot I_{M\text{eff}} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow I_{M\text{eff}} = \frac{4000 \cdot \sqrt{3}}{400 \cdot \sqrt{3}} = 10 \text{ A}$$

$$Q_C = -3 \times U_{\text{eff}}^2 \cdot C \cdot \omega = -3 \cdot 400^2 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}} \cdot 100\pi = -2000 \cdot \sqrt{3} \text{ VAR}$$

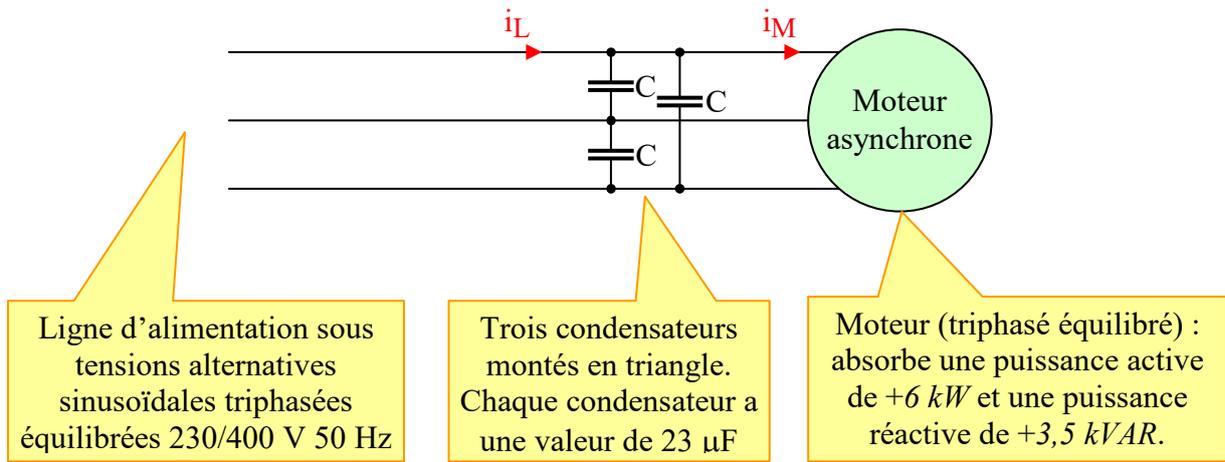
$P_{\text{ligne}} = 6 \text{ kW}$  ,  $Q_{\text{ligne}} = Q_M + Q_C = 0$ . Le facteur de puissance de la ligne est donc de 1.

$$S_{\text{ligne}} = \sqrt{P_{\text{ligne}}^2 + Q_{\text{ligne}}^2} = 6 \text{ kVA} = U_{\text{eff}} \cdot I_{L\text{eff}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow I_{L\text{eff}} = \frac{S_{\text{ligne}}}{U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6000}{400 \cdot \sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} \text{ A} = 8,66 \text{ A}$$

**Variante (avec une calculette)**

**Régime alternatif sinusoïdal**



- a) Calculer la puissance apparente  $S_M$  et le courant  $I_{M\text{eff}}$  du moteur.
- b) Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + condensateurs, ainsi que la valeur de  $I_{L\text{eff}}$ .

**Corrigé :**

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{6^2 + 3,5^2} = \sqrt{48,25} = 6,946 \text{ kVA}$$

$$S_M = 6,946 \text{ kVA} = U_{\text{eff}} \cdot I_{M\text{eff}} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow I_{M\text{eff}} = \frac{6946}{400 \cdot \sqrt{3}} = 10 \text{ A}$$

$$Q_C = -3 \times U_{\text{eff}}^2 \cdot C \cdot \omega = -3 \cdot 400^2 \cdot 23 \cdot 10^{-6} \cdot 100\pi = -3468 \text{ VAR}$$

On utilise le théorème de Boucherot :

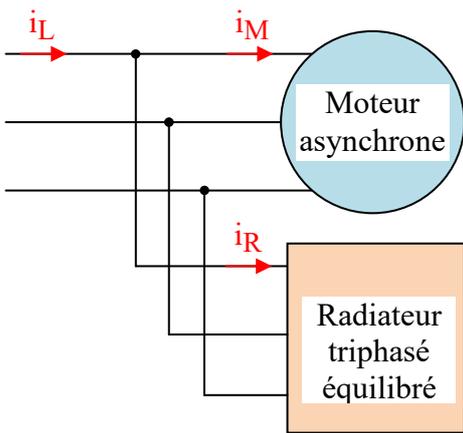
	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = 6000 \text{ W}$	$Q_M = 3500 \text{ VAR}$
condensateurs	$P_{3C} = 0 \text{ W}$	$Q_{3C} = -3468 \text{ VAR}$
Total (ligne)	$P_{\text{ligne}} = 6000 \text{ W}$	$Q_{\text{ligne}} = 32 \text{ VAR}$

$$S_{\text{Ligne}} = \sqrt{P_{\text{Ligne}}^2 + Q_{\text{Ligne}}^2} = 6000 \text{ VA} = U_{\text{eff}} \cdot I_{L\text{eff}} \cdot \sqrt{3}$$

Facteur de puissance de la ligne :  $k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{6000}{6000} = 1$

$$\Rightarrow I_{L\text{eff}} = \frac{S_{\text{ligne}}}{U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6000}{400 \cdot \sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5 \cdot \sqrt{3} \text{ A} = 8.66 \text{ A}$$

### 16 Application du théorème de Boucherot (Moteur + radiateur) (5 pts)



*Le problème étant résolu sans calculette, les valeurs numériques ont été choisies en conséquence. On pourra laisser dans les résultats des expressions telles que  $\sqrt{2}$  ou  $\sqrt{3}$ .*

La ligne triphasée ci-contre alimente sous tensions triphasées alternatives sinusoïdales équilibrées 230/400 V, 50 Hz :

- un moteur asynchrone absorbant une puissance active de 6400 W et une puissance réactive de +4800 VAR. (On rappelle que  $6400 = 4 \times 1600$ , que  $4800 = 3 \times 1600$ )
- Un ensemble de trois résistances constituant un radiateur triphasé équilibré absorbant une puissance active de 1914 W. (On rappelle que  $1914 = 4800 \cdot \sqrt{3} - 6400$ )

- Calculer la puissance apparente  $S_M$  et le courant  $I_{M\text{eff}}$  du moteur.
- Calculer le facteur de puissance de la ligne qui alimente l'ensemble moteur + radiateur, ainsi que la valeur de  $I_{L\text{eff}}$ .

**Corrigé :**

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{6400^2 + 4800^2} = \sqrt{1600^2 \cdot (4^2 + 3^2)} = \sqrt{1600^2 \cdot 5^2} = 1600 \cdot 5 = 8000 \text{ VA}$$

$$S_M = 8000 \text{ VA} = U_{\text{eff}} \cdot I_{M\text{eff}} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow I_{M\text{eff}} = \frac{8000}{400 \cdot \sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ A}$$

Le radiateur est constitué de résistances ohmiques. Sa puissance réactive est nulle

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = 6400 \text{ W}$	$Q_M = 4800 \text{ VAR}$
Radiateur	$P_R = 1914 \text{ W}$	$Q_R = 0 \text{ VAR}$
Total (ligne)	$P_{\text{ligne}} = 8314 \text{ W}$	$Q_{\text{ligne}} = 4800 \text{ VAR}$

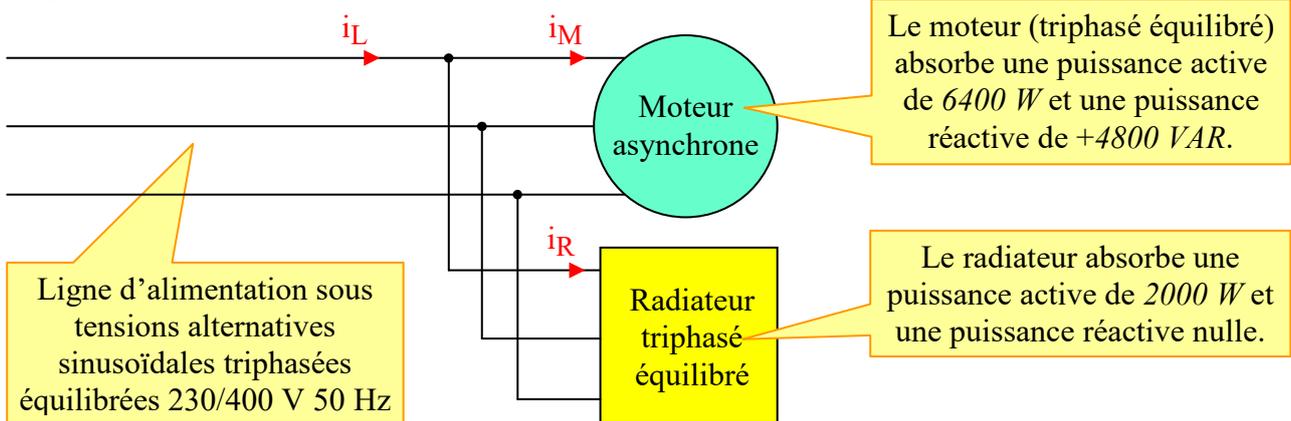
$$S_{\text{Ligne}} = \sqrt{P_{\text{Ligne}}^2 + Q_{\text{Ligne}}^2} = \sqrt{(4800 \cdot \sqrt{3})^2 + 4800^2} = \sqrt{4800^2 \cdot (3 + 1)} = 4800 \cdot 2 = 9600 \text{ VA} = U_{\text{eff}} \cdot I_{L\text{eff}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{Facteur de puissance de la ligne : } k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{4800 \cdot \sqrt{3}}{4800 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

$$\Rightarrow I_{L\text{eff}} = \frac{S_{\text{ligne}}}{U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{3}} = \frac{9600}{400 \cdot \sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8 \cdot \sqrt{3} \text{ A} = 13,86 \text{ A}$$

**Variante avec calculette :**

**Régime alternatif sinusoïdal**



**Corrigé :**

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{6400^2 + 4800^2} = \sqrt{1600^2 \cdot (4^2 + 3^2)} = \sqrt{1600^2 \cdot 5^2} = 1600 \cdot 5 = 8000 \text{ VA}$$

$$S_M = 8000 \text{ VA} = U_{eff} \cdot I_{M_{eff}} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow I_{M_{eff}} = \frac{8000}{400 \cdot \sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = 11,55 \text{ A}$$

Le radiateur est constitué de résistances ohmiques. Sa puissance réactive est nulle

On utilise le théorème de Boucherot :

	Puissance active	Puissance réactive
Moteur	$P_M = 6400 \text{ W}$	$Q_M = 4800 \text{ VAR}$
Radiateur	$P_R = 2000 \text{ W}$	$Q_R = 0 \text{ VAR}$
Total (ligne)	$P_{ligne} = 8400 \text{ W}$	$Q_{ligne} = 4800 \text{ VAR}$

$$S_{Ligne} = \sqrt{P_{Ligne}^2 + Q_{Ligne}^2} = \sqrt{8400^2 + 4800^2} = 9675 \text{ VA} = U_{eff} \cdot I_{L_{eff}} \cdot \sqrt{3}$$

Facteur de puissance de la ligne :  $k = \cos(\varphi) = \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \frac{P_T}{S_T} = \frac{8400}{9675} = 0,868$

$$\Rightarrow I_{L_{eff}} = \frac{S_{ligne}}{U_{eff} \cdot \sqrt{3}} = \frac{9675}{400 \cdot \sqrt{3}} = 13,96 \text{ A}$$