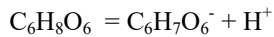
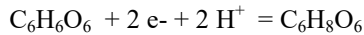


- 1- a) Un acide est une espèce chimique capable de céder un proton au cours d'une réaction.
Un réducteur est une espèce chimique susceptible de libérer un ou plusieurs électrons au cours d'une réaction.

- b) Couple acide/ base de l'acide ascorbique : $C_6H_8O_6 / C_6H_7O_6^-$:



Couple oxydant/réducteur de l'acide ascorbique : $C_6H_6O_6 / C_6H_8O_6$



oxydant

réducteur

- 2- a) Pour réaliser ce titrage, il faut disposer du matériel suivant :

- Une pipette jaugée de 5,0 mL pour prélever le jus d'orange, avec une poire à pipeter
- Une éprouvette graduée pour prélever l'eau distillée
- Un pH-mètre avec les solutions tampons nécessaires à son étalonnage
- Une burette graduée de 25,0 mL contenant la solution titrante d'hydroxyde de sodium
- Un becher pour contenir le jus d'orange et l'eau distillée
- Un agitateur magnétique et son barreau aimanté

L'ajout d'eau distillée permet d'avoir un volume de solution suffisant dans le becher ($25 + 5 = 30$ mL) et d'assurer ainsi une bonne immersion de l'électrode de mesure de pH.

- b) Réaction de titrage : $C_6H_8O_6 + HO^- = C_6H_7O_6^- + H_2O$. ou $AH + HO^- = A^- + H_2O$

La constante d'équilibre associée à cette réaction s'écrit : $K = \frac{[A^-]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}}[HO^-]_{\text{éq}}}$

$$K = \frac{[A^-]_{\text{éq}}[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}}} \times \frac{1}{[H_3O^+]_{\text{éq}}[HO^-]_{\text{éq}}} = K_a \cdot \frac{1}{K_e} = 10^{(pK_e - pK_a)}$$

$$K = 10^{(14 - 4,1)} = 10^{9,9} = 7,9 \cdot 10^9 \gg 10^4 :$$

cette réaction de titrage est bien une réaction totale.

- c) Pour trouver le volume de soude versé à l'équivalence, sur la courbe $pH = f(V_B)$, on trace 2 tangentes à la courbe, parallèles et de part et d'autre du saut de pH. On trace ensuite la droite parallèle à ces 2 tangentes et qui est équidistante. Cette droite coupe la courbe de titrage au point d'équivalence E, d'abscisse $V_{BE} = 11,4$ mL.

A l'équivalence, les réactifs AH et OH^- ont été introduits en proportions stœchiométriques et sont entièrement consommés par la réaction :

$$n(AH)_{\text{titré}} = n(OH^-)_{\text{versé à l'équivalence}}$$

or $n(AH)_{\text{titré}} = C_A \cdot V$,

en notant C_A la concentration molaire de l'acide ascorbique et $V = 5,0$ mL = volume de jus d'orange titré

et $n(OH^-)_{\text{versé à l'équivalence}} = C_B \cdot V_{BE}$

on a donc : $C_A \cdot V = C_B \cdot V_{BE} \Leftrightarrow C_A = C_B \cdot \frac{V_{BE}}{V} = 2,0 \cdot 10^{-3} \times \frac{11,4}{50,0}$

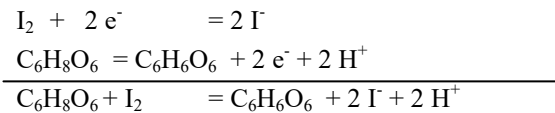
$$C_A = 4,56 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

La concentration massique de l'acide ascorbique s'en déduit :

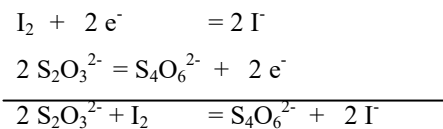
$$t = C_A \cdot M = 4,56 \cdot 10^{-3} \times 176 = 0,80 \text{ g.L}^{-1}$$

- d) Le point équivalent E a pour ordonnée $pH_E = 7,6$. Pour réaliser ce titrage en présence d'un indicateur coloré, il faut choisir un indicateur coloré dont la zone virage contient le pH du point d'équivalence. Ainsi, le rouge de crésol est l'indicateur coloré le plus approprié parmi ceux proposés : il donnera une teinte jaune au milieu réactionnel en début de titrage (milieu acide) puis passera à une teinte rouge après l'équivalence (milieu basique).

3- a) Réaction 2 : oxydation de l'acide ascorbique par une solution de diiode :



Réaction 3 : titrage du diiode en excès :



La réaction de titrage (réaction 3) ne fait pas intervenir l'acide ascorbique en tant que réactif, c'est pourquoi il s'agit d'un titrage indirect.

b) L'équivalence du titrage est atteinte lorsqu'on a versé suffisamment d'ions thiosulfate dans la solution à titrer pour faire réagir tout le diiode. On a alors :

$$n(\text{I}_2)_{\text{titré}} = \frac{n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})_{\text{versé à l'équivalence}}}{2}$$

Au cours de la réaction 3, le diiode I_2 disparaît progressivement lors de l'ajout de la solution titrante de thiosulfate de sodium : la coloration brune due au diiode passe alors au jaune puis jaune clair. Pour mieux visualiser l'équivalence, c'est-à-dire le moment où il ne restera plus de diiode dans le milieu réactionnel, on peut ajouter de l'empois d'amidon (ou thiodène) qui donne une teinte bleu-noir au milieu réactionnel en présence de diiode. L'équivalence sera atteinte lorsque cette coloration disparaîtra.

c) Dans la réaction 2, l'acide ascorbique est le réactif limitant et le diiode est le réactif en excès. A la fin de cette première réaction on a :

$$n(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6)_{\text{final}} = n(\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6)_{\text{initial}} - x_{1\text{max}} = 0 \Leftrightarrow C \cdot V_0 - x_{1\text{max}} = 0 \text{ donc } x_{1\text{max}} = C \cdot V_0$$

on en déduit $n(\text{I}_2)_{\text{final}} = n(\text{I}_2)_{\text{initial}} - x_{1\text{max}} = C_1 V_1 - C \cdot V_0$

Pour que le diiode soit en excès, on doit avoir $n(\text{I}_2)_{\text{final}} = C_1 V_1 - C \cdot V_0 >$

$$\text{Donc } V_1 > \frac{C}{C_1} \cdot V_0 \quad \text{or } \frac{C}{C_1} \cdot V_0 = \frac{4,56 \cdot 10^{-3}}{4,0 \cdot 10^{-3}} \cdot 10,0 = 11,4 \text{ mL}$$

Il faut donc ajouter un volume de diiode $V_1 > 11,4 \text{ mL}$ pour que ce réactif soit bien en excès dans la réaction 2, on choisira donc la pipette jaugée de 20,0 mL pour faire le prélèvement de diiode nécessaire à cette réaction : $V_1 = 20,0 \text{ mL}$.

d) A l'équivalence de la réaction 3, $n(\text{I}_2)_{\text{titré}} = \frac{n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})_{\text{versé à l'équivalence}}}{2} = C_2 \cdot V_{2\text{éq}}$

et $n(\text{I}_2)_{\text{titré}} = n(\text{I}_2)_{\text{final dans la réaction(1)}} = C_1 V_1 - C \cdot V_0$

On peut alors écrire : $C_1 V_1 - C \cdot V_0 = C_2 \cdot V_{2\text{éq}}$

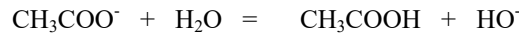
La concentration C de l'acide ascorbique dans le jus d'orange s'en déduit : $C = C_1 \frac{V_1}{V_0} - C_2 \cdot \frac{V_{2\text{éq}}}{V_0}$

e) Le volume de thiosulfate à verser pour atteindre l'équivalence $V_{2\text{éq}}$ est tel que : $C_1 V_1 - C \cdot V_0 = C_2 \cdot V_{2\text{éq}}$

$$\text{d'où } V_{2\text{éq}} = 2 \frac{C_1 V_1 - C V_0}{C_2} = 2 \frac{4,0 \cdot 10^{-3} \times 20,0 \cdot 10^{-3} - 4,56 \cdot 10^{-3} \times 10,0 \cdot 10^{-3}}{5,0 \cdot 10^{-3}} = 13,8 \cdot 10^{-3} \text{ L} = 13,8 \text{ mL}$$

Etude d'une solution d'éthanoate de sodium

- 1- a) Une solution d'éthanoate de sodium contient des ions sodium Na^+ et des ions éthanoate CH_3COO^- .
Or l'ion éthanoate CH_3COO^- est une base qui peut réagir avec l'eau selon la réaction d'équation :



Le tableau d'avancement est le suivant :

| Etat | Avancement | $n(\text{CH}_3\text{COO}^-)$ | $n(\text{H}_2\text{O})$ | $n(\text{CH}_3\text{COOH})$ | $n(\text{HO}^-)$ |
|---------------------------|----------------------------|--------------------------------|-------------------------|-----------------------------|------------------|
| Etat initial | $x_i = 0$ | $C_B V_B$ | Solvant en excès | 0 | 0 |
| Etat d'équilibre final | $x_{\text{éq}}$ | $C_B V_B - x_{\text{éq}} > 0$ | | $x_{\text{éq}}$ | $x_{\text{éq}}$ |
| Etat d'avancement maximal | $x_{\text{max}} = C_B V_B$ | $C_B V_B - x_{\text{max}} = 0$ | | x_{max} | x_{max} |

- b) Le taux d'avancement final de la réaction des ions éthanoate avec l'eau est noté τ , et est défini par la relation :

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} \quad \text{or} \quad x_{\text{éq}} = [\text{HO}^-]_{\text{éq}} V_B \quad \text{et} \quad x_{\text{max}} = C_B V_B$$

$$\text{Donc} \quad \tau = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{éq}} V_B}{C_B V_B} = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}}{C_B}$$

Le pH est défini par la relation : $\text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$, on en déduit que la solution de éthanoate de sodium contient des ions oxonium H_3O^+ provenant de la réaction d'autoprotolyse de l'eau : $2 \text{H}_2\text{O} = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HO}^-$, dont la constante d'équilibre est $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} [\text{HO}^-]_{\text{éq}}$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}} = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

On en déduit la concentration en ions hydroxyde dans la solution d'éthanoate de sodium en utilisant le produit ionique de l'eau :

$$[\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-14}}{10^{-9}} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{On en déduit alors le taux d'avancement final : } \tau = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}}{C_B} = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} C_B} = \frac{1,0 \cdot 10^{-5}}{1,0 \cdot 10^{-1}} = 1,0 \cdot 10^{-4} = \underline{0,01 \%}$$

La réaction de l'ion éthanoate CH_3COO^- avec l'eau est donc une réaction extrêmement limitée.

- c) Dans l'état d'équilibre final, on a les espèces chimiques H_2O , CH_3COO^- , CH_3COOH , Na^+ et HO^- qui coexistent. Les ions sodium Na^+ sont des ions indifférents, ils ne font pas partie d'un couple acide/base, on a donc :

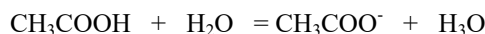
$$[\text{Na}^+] = C_B = \underline{1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}}$$

$$\text{D'après le tableau d'avancement, on a : } [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \underline{1,0 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}}$$

$$\text{Et } [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = \frac{C_B V_B - x_{\text{éq}}}{V_B} = \frac{C_B V_B - [\text{HO}^-]_{\text{éq}} V_B}{V_B} = C_B - [\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \underline{1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}}$$

- d) La constante de la réaction entre l'ion éthanoate et l'eau est $K = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{éq}} [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{(1,0 \cdot 10^{-5})^2}{1,0 \cdot 10^{-1}} = 1,0 \cdot 10^{-9}$

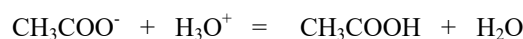
K_A est la constante d'équilibre de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau :



$$\text{Ainsi} \quad K_A = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}$$

$$K_A = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HO}^-]_{\text{éq}} [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} [\text{HO}^-]_{\text{éq}} = \frac{K_e}{K} = \frac{1,0 \cdot 10^{-14}}{1,0 \cdot 10^{-9}} = 1,0 \cdot 10^{-5}$$

- 2- a) Réaction des ions oxonium avec les ions éthanoate :



Le tableau d'avancement est le suivant :

| Etat | Avancement | $n(\text{CH}_3\text{COO}^-)$ | $n(\text{H}_3\text{O}^+)$ | $n(\text{CH}_3\text{COOH})$ | $n(\text{H}_2\text{O})$ |
|------------------------|-----------------|------------------------------|---------------------------|-----------------------------|-------------------------|
| Etat initial | $x_i = 0$ | $C_B V_B$ | $C_A V_A$ | 0 | Solvant en excès |
| Etat d'équilibre final | $x_{\text{éq}}$ | $C_B V_B - x_{\text{éq}}$ | $C_A V_A - x_{\text{éq}}$ | $x_{\text{éq}}$ | |

- b) Le taux d'avancement final de la réaction des ions éthanoate avec l'eau est noté τ , et est défini par la relation : $\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}}$ De plus, on a $n_0(\text{CH}_3\text{COO}^-) = C_B V_B = 1,0 \cdot 10^{-1} \times 0,1 = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

Et $n_0(\text{H}_3\text{O}^+) = C_A V_A = 2,0 \cdot 10^{-1} \times 0,1 = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

Ainsi, les ions éthanoate CH_3COO^- jouent le rôle de réactif limitant et les ions H_3O^+ sont en excès

On a donc $x_{\text{max}} = n_0(\text{CH}_3\text{COO}^-) = C_B V_B = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

La mesure du pH nous permet de calculer la concentration des ions H_3O^+ dans l'état d'équilibre : $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}}$

et en utilisant le tableau d'avancement, on peut écrire $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{C_A V_A - x_{\text{éq}}}{V_A + V_B}$

d'où $C_A V_A - x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} (V_A + V_B)$ et donc $x_{\text{éq}} = C_A V_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} (V_A + V_B)$

Le taux d'avancement final de cette réaction s'écrit donc : $\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} = \frac{C_A V_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} (V_A + V_B)}{C_B V_B}$

$$\tau = \frac{2,0 \cdot 10^{-2} - 0,2 \cdot 10^{-1,3}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2} - 0,2 \times 5,0 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2} - 1,0 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = \frac{1,0 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = 1 = 100 \%$$

Il s'agit d'une réaction totale.

c) Dans l'état final, on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1,3} = \underline{5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}} = 50 \text{ mol.m}^{-3}$$

$$[\text{Na}^+]_{\text{éq}} = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{1,0 \cdot 10^{-2}}{0,2} = \underline{5,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}} = 50 \text{ mol.m}^{-3}$$

$$[\text{Cl}^-]_{\text{éq}} = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{0,2} = \underline{1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}} = 100 \text{ mol.m}^{-3}$$

d) La conductivité du mélange final se calcule par la relation suivante :

$$\sigma = \lambda_{\text{Na}^+} [\text{Na}^+]_{\text{éq}} + \lambda_{\text{Cl}^-} [\text{Cl}^-]_{\text{éq}} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = (\lambda_{\text{Na}^+} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}) [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} + \lambda_{\text{Cl}^-} [\text{Cl}^-]_{\text{éq}}$$

$$\sigma = (5,0 \cdot 10^{-3} + 35 \cdot 10^{-3}) \times 50 + 7,6 \cdot 10^{-3} \times 100 = \underline{2,76 \text{ S.m}^{-1}}$$

1- a) L'absorbance A d'une solution est un nombre (sans unité) dont la valeur est proportionnelle à la concentration de l'espèce chimique coloré en solution. Ici, $A = \epsilon l [I_2] = k [I_2]$; c'est la Loi de Beer- Lambert

b) Quand $[I_2] = [I_2]_0$, alors $A = A_0$ donc $A_0 = k [I_2]_0$ $k = \frac{A_0}{[I_2]_0}$

Ainsi $A = \frac{A_0}{[I_2]_0} [I_2]$ on en déduit : $[I_2] = [I_2]_0 \frac{A}{A_0}$

c) Pour $t = 40$ s, l'application numérique de la relation précédente donne : $[I_2] = 0,0114 \frac{0,70}{1,70} = 4,69 \cdot 10^{-3} = 4,7 \text{ mmol.L}^{-1}$

On peut alors compléter le tableau :

| | | | | | | | | | |
|---------------------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| t (s) | 0 | 40 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 |
| A | | 0,70 | 1,00 | 1,28 | 1,31 | 1,35 | 1,39 | 1,40 | 1,40 |
| $[I_2]$ (mmol.L ⁻¹) | 0 | 4,7 | 6,7 | 8,6 | 8,8 | 9,1 | 9,3 | 9,4 | 9,4 |

d) Graphe

Rmq : 1 cm pour 40 s, d'où $t = 150$ s correspond à 3,75 cm

2- Tableau d'avancement

| | | | | | |
|------------|---------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------------|
| Avancement | $n(\text{H}_2\text{O}_2)$ | $n(\text{I}^-)$ | $n(\text{H}^+)$ | $n(\text{I}_2)$ | $n(\text{H}_2\text{O})$ |
| $x = 0$ | C_2V_2 | C_1V_1 | excès | 0 | excès |
| x | $C_2V_2 - x$ | $C_1V_1 - 2x$ | | x | |

Détermination du réactif limitant :

Si en fin de réaction $n(\text{H}_2\text{O}_2)_{\text{final}} = C_2V_2 - x_{2\text{max}} = 0$ alors $x_{2\text{max}} = C_2V_2 = 0,10 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} = x_{2\text{max}}$

Si en fin de réaction $n(\text{I}^-)_{\text{final}} = C_1V_1 - 2x_{1\text{max}} = 0$ alors $x_{1\text{max}} = \frac{C_1V_1}{2} = \frac{0,048 \cdot 8,0 \cdot 10^{-3}}{2} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ mol} = x_{1\text{max}}$

Les ions iodure I^- sont en défaut et l'avancement maximal de cette réaction est $x_{\text{max}} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$, l'eau oxygénée est en excès.

3- a) La vitesse volumique de réaction est définie par la relation : $v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$, où V représente le volume du mélange et $\frac{dx}{dt}$ représente la valeur de la dérivée à la courbe $x = f(t)$ à la date t considérée.

D'après le tableau d'avancement $x = [I_2] V$

donc $\frac{dx}{dt} = V \frac{d[I_2]}{dt}$ et $v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{d[I_2]}{dt}$ v représente le coefficient directeur de la tangente au graphe $[I_2] = f(t)$

b) Pour évaluer la valeur de la vitesse de réaction à la date t , il faut tracer la tangente à la courbe $[I_2] = f(t)$ à la date t considérée et calculer sa pente.

Ainsi à la date $t = 150$ s, on a $\frac{\Delta[I_2]}{\Delta t} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}\text{s}^{-1}$

c) Pour étudier l'évolution de la vitesse volumique de réaction, il faut regarder l'évolution de la pente de la tangente à la courbe $[I_2] = f(t)$. On constate que cette pente est grande en début de réaction puis diminue jusqu'à s'annuler en fin de réaction. La vitesse de réaction est proportionnelle à la concentration des réactifs, au cours de la réaction celles-ci diminuent, donc v diminue également.

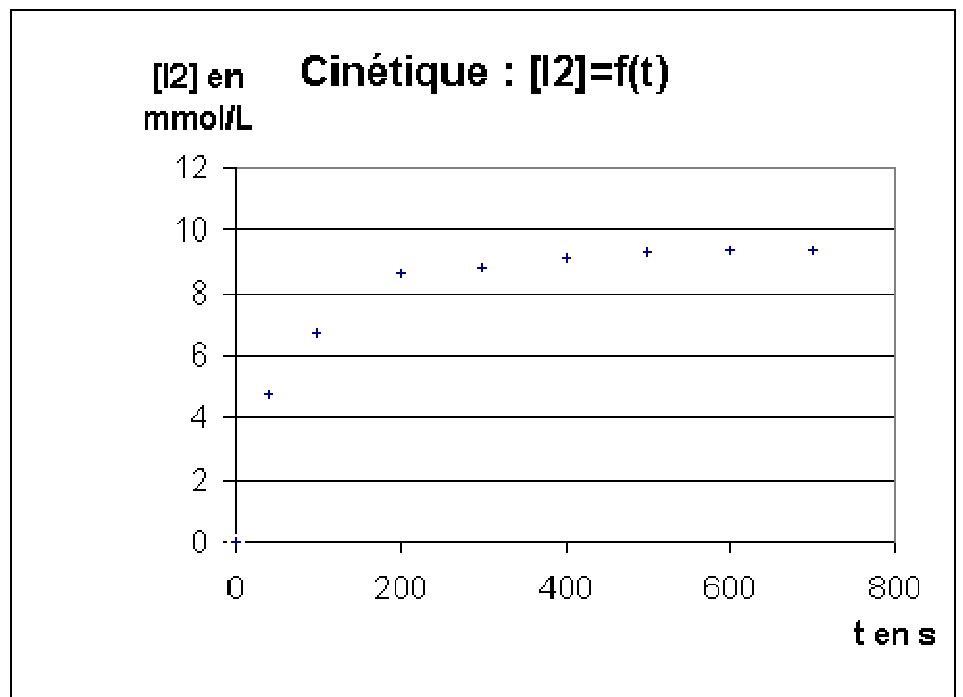
4- $[I_2]_{\text{oo}} = \frac{x_{\text{max}}}{V}$ $[I_2]_{\text{oo}} = \frac{C_1V_1}{2V} = \frac{0,048 \times 8,0}{2 \times 20} = 9,60 \cdot 10^{-3} = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

Aux erreurs expérimentales près, les valeurs coïncident.

5- Le temps de demi-réaction Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ correspond à la date t pour laquelle l'avancement de la réaction est égal à la moitié de l'avancement maximal : à $t = t_{1/2}$ on a $x = \frac{x_{\text{max}}}{2}$ et $[I_2] = \frac{[I_2]_{\text{oo}}}{2} = \frac{9,4 \cdot 10^{-3}}{2} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

Sur la courbe $[I_2] = f(t)$, on cherche donc l'abscisse du point d'ordonnée égale à $4,7 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et on trouve ainsi $t_{1/2} = 40$ s

| t | [I2] en 10^{-3} mol/L |
|-----|-------------------------|
| 0 | 0 |
| 40 | 4,7 |
| 100 | 6,7 |
| 200 | 8,6 |
| 300 | 8,8 |
| 400 | 9,1 |
| 500 | 9,3 |
| 600 | 9,4 |
| 700 | 9,4 |
| | 11 |



Partie A

$$D) \quad 1- \begin{bmatrix} \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cdot C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \cdot T}{\begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \end{bmatrix}} = T$$

$$2- R = \frac{\tau}{C} = \frac{10^{-4}}{10 \cdot 10^{-12}} = 10^7 = 10 \text{ M}\Omega$$

II) 1- Schéma

Avec les conventions d'orientation habituelles :

- pour le générateur, la flèche de la tension et la flèche représentant le sens du courant sont de même sens
- pour les récepteurs (conducteur ohmique et condensateur) la flèche de la tension et la flèche représentant le sens du courant sont de sens opposé, d'où le schéma ci-contre.

L'armature positive du condensateur est celle sur laquelle arrive le courant d'intensité i : il s'agit de l'armature liée au point B.

2- La tension E fournie par le générateur se répartit aux bornes des 2 récepteurs, on a donc : $U_0 = u_{R1} + u_C$.

$$\text{Or } u_{R1} = R_1 i \text{ (loi d'ohm)} \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

avec $q = C u_C$ (q étant la charge de l'armature positive du condensateur)

$$i = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{d'où} \quad u_{R1} = R_1 i = R_1 C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Ainsi la relation } U_0 = u_{R1} + u_C \text{ devient } U_0 = R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C \quad \Leftrightarrow \frac{U_0}{R_1 C} = \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R_1 C}$$

Il s'agit d'une équation qui met en jeu une fonction du temps, u_C , et sa dérivée, $\frac{du_C}{dt}$: c'est une équation différentielle du

1^{er} ordre du type : $\frac{U_0}{\tau_1} = \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau_1}$ en posant $\tau_1 = R_1 C$

$$3- \text{ a) Si } u_C = A e^{-\alpha t} + B \quad \text{alors} \quad \frac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$$

pour que l'équation différentielle soit vérifiée, on doit avoir :

$$\frac{U_0}{\tau_1} = -\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau_1} A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau_1} B \quad \Leftrightarrow \quad 0 = (-\alpha + \frac{1}{\tau_1}) A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau_1} (B - U_0)$$

Cette dernière équation devant être vérifiée quel que soit le temps, on doit avoir à la fois :

$$(-\alpha + \frac{1}{\tau_1}) = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{\tau_1} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\tau_1} (B - U_0) \Leftrightarrow B = U_0$$

b) On peut alors écrire u_C sous la forme : $u_C = A e^{-t/\tau_1} + U_0$

Or à la date $t = 0$, le condensateur n'est pas chargé, on a donc : $u_{C0} = 0 = A e^0 + U_0$ d'où

$$A + U_0 = 0 \quad \Leftrightarrow \underline{A = -U_0}$$

c) Finalement $u_C = -U_0 e^{-t/\tau_1} + U_0 = U_0 (1 - e^{-t/\tau_1})$

$$4- \text{ Au bout du temps } t \text{ cherché, on doit avoir : } u_C = \frac{U_0}{2} \quad \Leftrightarrow \quad U_0 (1 - e^{-t/\tau_1}) = \frac{U_0}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 1 - e^{-t/\tau_1} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow e^{-t/\tau_1} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{t}{\tau_1} = \ln \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{t}{\tau_1} = -\ln 2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \tau_1 \ln 2 = R_1 C \ln 2 = \underline{6,9 \cdot 10^{-2} \text{ s}}$$

L'énergie alors emmagasinée dans le condensateur est $W_{el} = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{U_0}{2}\right)^2 = 0,5 \times 10 \cdot 10^{-6} \times 3,0^2 = 4,5 \cdot 10^{-5}$

J.

5- Schéma du circuit

6- D'après la loi d'additivité des tensions : $0 = u_C + u_{R1} + u_R$

$$\text{Or } u_{R1} = R_1 i \quad \text{et} \quad u_R = R i \quad \text{avec} \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

On obtient : $u_C + (R_1 + R) C \frac{du_C}{dt} = 0$ on pose alors $\tau_2 = (R_1 + R) C$ et l'équation devient :

$$u_C + \tau_2 \frac{du_C}{dt} = 0 \quad \text{il s'agit de l'équation différentielle vérifiée par } u_C$$

7- Si on écrit u_c sous la forme $u_c = b e^{-a \cdot t}$ alors $\frac{du_c}{dt} = -ab e^{-a \cdot t}$

pour que l'équation différentielle soit vérifiée, on doit avoir : $b e^{-a \cdot t} + \tau_2 (-ab e^{-a \cdot t}) = 0$

soit $b e^{-a \cdot t} (1 - a \tau_2) = 0 \Leftrightarrow 1 - a \tau_2 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{\tau_2}$

De plus, on suppose qu'à la date $t = 0$, le condensateur est entièrement chargé, et donc la tension à ses bornes est

$U_0 = 6,0 \text{ V}$

On a donc: $u_{c0} = U_0 = b e^{-0} = b = 6,0 \text{ V}$

Finalement $u_c = U_0 e^{-t/\tau_2}$

8- à $t_2 = 20 \text{ s}$ $u_c = 5,0 \text{ V}$

on a donc : $5 = 6 e^{-t_2/\tau_2} \Leftrightarrow \frac{5}{6} = e^{-t_2/\tau_2} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right) = -\frac{t_2}{\tau_2}$ avec $\tau_2 = (R_1 + R) C$

$$R = \frac{-t_2}{C \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right)} - R_1 = 10,96 \cdot 10^6 \approx 11 \text{ M}\Omega$$

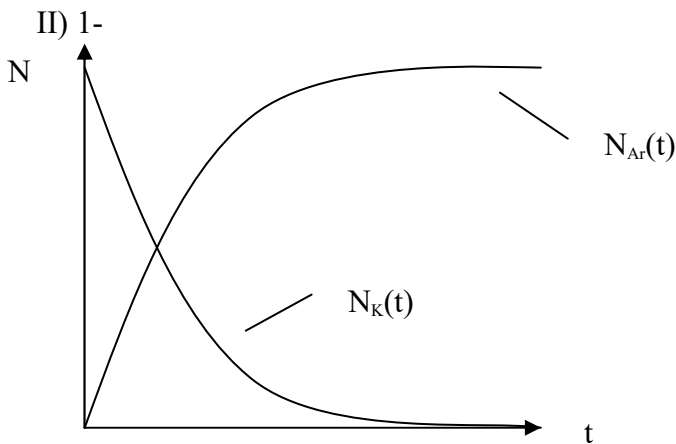
PARTIE B-

D) 1- $^{40}_{18}\text{Ar}$: nb de nucléons $A = 40$
 nb de protons $Z = 18$
 nb de neutrons $A - Z = 22$

$^{40}_{19}\text{K}$: nb de nucléons $A = 40$
 nb de protons $Z = 19$
 nb de neutrons $A - Z = 21$

Les deux atomes n'ont pas le même numéro atomique : ils ne sont donc pas isotopes.

2- $^{40}_{19}\text{K} \rightarrow ^{40}_{18}\text{Ar} + ^0_1\text{e} + \gamma$ La particule émise est un positon : ^0_1e . Il s'agit du rayonnement β^+



2- $N_{0(K)} = N_K(t) + N_{(Ar)}(t)$

$$N_{0(K)} = \left(\frac{m_K(t)}{M_K} + \frac{m_{Ar}(t)}{M_{Ar}} \right) N_A \quad N_{0(K)} = 4,5 \cdot 10^{19} \text{ atomes}$$

3- La demi-vie, notée $t_{1/2}$, d'un échantillon radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs se sont désintégrés.

4- $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ A.N $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$

5- La loi de décroissance radioactive s'exprime par la loi : $N_K(t) = N_{0(K)} \exp(-\lambda t)$, d'où

$$\exp(-\lambda t) = \frac{N_K(t)}{N_{0(K)}} \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{N_{0(K)}}{N_K(t)} \right)$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{m_K(t)}{m_K(t) + m_{Ar}(t)} \right)$$

A.N : $t = 5,4 \cdot 10^6$ années

L'éruption a eu lieu il y a 5,4 millions d'années.