

Séries statistiques à deux variables

Objectif : Définir les notions de « nuages de points » et de « point moyen ».

Pré-requis : Les nombres a et b étant donnés, on appelle fonction affine, la fonction f qui au nombre réel x fait correspondre le nombre $a x + b$.

La représentation graphique est une droite d'équation $y = a x + b$.

« a » est le coefficient directeur (et peut se calculer $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$) et « b » est

l'ordonnée à l'origine.

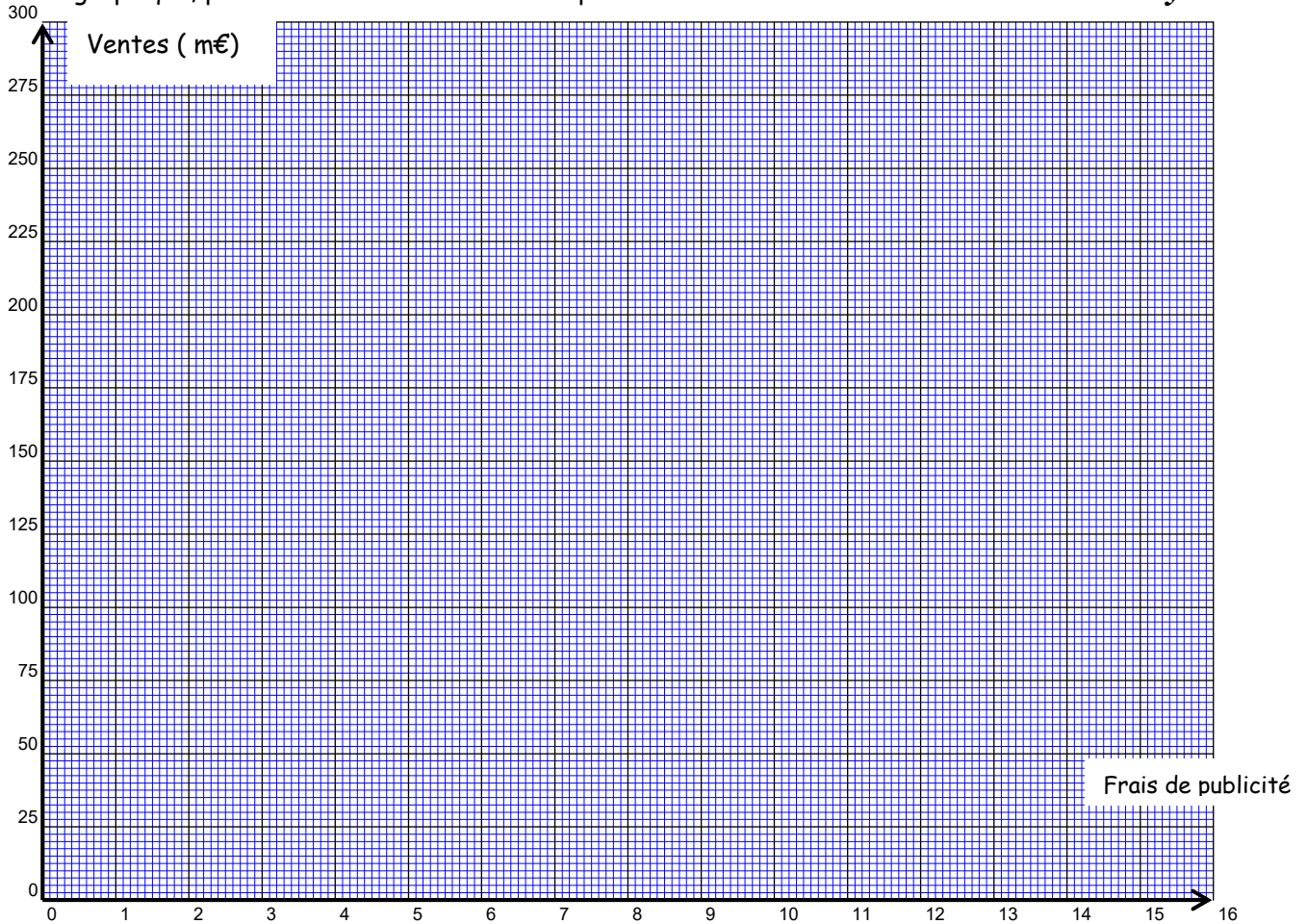
I - Approche :

Une parfumerie consacre une certaine somme à des opérations publicitaires au début de chaque mois (en milliers d'euros).

mois	janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet	août
Frais de publicité (m€) x_i	4	9	10	6	13	16	2	12
Ventes (m€) y_i	140	200	250	200	290	300	100	260

Remarque : Ce tableau présente une série de points $(x_i ; y_i)$. On dit que l'on a une « série statistiques à deux variables ».

Sur un graphique, porter en abscisse les frais de publicité x et en ordonnée le montant des ventes y .



Remarque : On obtient


.....

 Que constate-t-on ?

.....
.....
.....
.....
.....


II - 1^{ère} méthode : Ajustement graphique :


1° - Méthode :

 Calculer les nombres :

$$x_G = \bar{x} = \frac{1}{8} \sum x_i = \dots\dots\dots \text{ soit } x_G =$$

$$y_G = \bar{y} = \frac{1}{8} \sum y_i = \dots\dots\dots \text{ soit } y_G =$$

 Placer G (..... ;) dans le graphique précédent. Ce point G est appelé

 Déterminer l'équation de la droite D_1 passant par le point moyen G et de coefficient directeur 14,5.

.....
.....
.....
.....

L'équation de la droite D_1 est :

Tracer la droite D_1 dans le repère précédent.

2° - Ce qu'il faut retenir :


Soit une série statistique à deux variables de p couples $(x_i ; y_i)$. On appelle « nuages de points » associé à cette série l'ensemble des points $M_i(x_i ; y_i)$.

Le point moyen du nuages de points est le point G de coordonnées :

$$x_G = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \qquad y_G = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$$


III - 2^{ème} méthode : Ajustement par la méthode de Mayer

1° - Méthode :

 Après avoir ordonné les valeurs de x , on partage l'ensemble des points en deux groupes d'égale importance. On obtient :

1^{er} groupe : (..... ;) - (..... ;) - (..... ;) - (..... ;)

2^{ème} groupe : (..... ;) - (..... ;) - (..... ;) - (..... ;)


 Calculer les coordonnées des points moyens de chaque groupe :

1^{er} groupe :

2^{ème} groupe :

 Tracer la droite D_2 passant par les deux points moyens

G_1 (..... ;) et G_2 (..... ;)

 Déterminer l'équation de la droite d'ajustement D_2 :

⇒ Détermination du coefficient directeur : $a =$

⇒ En déduire b :

⇒ L'équation cherchée est :

2° - Conclusion :

.....

.....

.....

.....

.....

IV - 3^{ème} méthode : Ajustement par la méthode des moindres carrés

1° - Méthode :

✍ Le point moyen G a pour

- abscisse : $x_G = \bar{x} = \dots\dots\dots$ - pour ordonnée $y_G = \bar{y} = \dots\dots\dots$

✍ Compléter le tableau suivant :

x_i	y_i	$X_i = x_i - \bar{x}$	$Y_i = y_i - \bar{y}$	$X_i \times Y_i$	X_i^2
4	140				
9	200				
10	250				
6	200				
13	290				
16	300				
2	100				
12	260				

✍ Déterminer l'équation de la droite d'ajustement D_3 passant par le point moyen G (..... ;)

⇒ Détermination du coefficient directeur : $a =$

⇒ En déduire b :

⇒ L'équation cherchée est :

2° - Conclusion :

.....

.....

.....

V - Exercices

 **Exercice 1** : Le tableau donne le nombre d'adhérents fréquentant une salle de sport en 2001 :

Mois x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'adhérents y_i	1100	1160	1220	1370	1620	1550	1600	1500	1790	1940	2060	1980

1° - Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal.
(abscisse : 1 cm pour 1 mois ; ordonnée : 1 cm pour 200 adhérents)

2° - On partage l'ensemble des points du nuage en deux sous-ensemble correspondant chacun au 1^{er} et au 2^{ème} semestre.


a - Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 de chacun de ces sous-ensembles (abscisses arrondies au dixième, ordonnées arrondies à l'unité) .

b - Placer les points G_1 et G_2 dans le repère orthogonal.

3° - Déterminer une équation de la droite d'ajustement passant par les points G_1 et G_2 . (On écrira l'équation sous la forme $y = a x + b$ et on arrondira a et b au centième).

4° - En déduire le nombre prévisible d'adhérents en :

- Janvier 2002
- Juin 2002

 **Exercice 2** : Le Centre Textile de Conjoncture et d'Observation Economique (CTCOE) a étudié l'évolution des ventes de vêtements féminins entre 1991 et 2000. Pour des tee-shirts, on obtient les résultats suivants en milliers de pièces.

Années x_i	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Ventes y_i	100	102	124	147	197	226	250	305	334	330

1° - Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal.


2° - On partage l'ensemble des points du nuage en deux sous-ensembles.

a - Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 de chacun de ces sous-ensembles.

b - Placer les points G_1 et G_2 dans le repère précédent.

3° - Déterminer une équation de la droite d'ajustement passant par les points G_1 et G_2 .


4° - On suppose que les ventes évoluent de la même façon en 2001. Déterminer graphiquement le nombre, en milliers, de tee-shirts susceptibles d'être vendus en 2001. (Faire apparaître les traits permettant la lecture du résultat).

 **Exercice 3 :** La société « Sothys » indique le nombre de crèmes vendues chaque mois pendant une année :

Mois x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de crèmes y_i	90	105	105	117	119	128	120	130	140	135	140	155

- 1° - Construire le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ associé à cette série dans un repère orthogonal.
- 2° - On partage l'ensemble des points du nuage en deux sous-ensembles.
 - a - Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 de chacun de ces sous-ensembles.
 - b - Placer les points G_1 et G_2 dans le repère précédent.
- 3° - Déterminer une équation de la droite d'ajustement passant par les points G_1 et G_2 .
- 4° - On suppose que la tendance observée se prolonge pendant quelques mois.
 - a - A l'aide du graphique, donner une estimation du nombre de crèmes qui devraient être vendues au mois de février de l'année suivante.
 - b - Retrouver le résultat par le calcul en admettant que la droite $(G_1 G_2)$ a pour équation :

$$y = 4,7x + 93$$

 **Exercice 4 :** Ce document précise le nombre d'établissements de soins corps s'ouvrant de 1999 à 2005.

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Nombre d'établissements « soin corps »	170	190	207	200	180	250	225

- 1° - Représenter par un nuage de points les établissements « soins corps ». (abscisse : 2 cm pour 1 an ; ordonnée : 1 cm pour 25 établissements)
- 2° - Déterminer les coordonnées du point moyen G .
- 3° - Déterminer l'équation de la droite de tendance passant par le point Moyen G et de coefficient directeur 7.
- 4° - Tracer la droite de tendance passant par le point moyen G et par le point P (2005 ; 225).
- 5° - Déterminer graphiquement et par le calcul la prévision du nombre d'établissements de soins corps s'ouvrant pour 2006.

Exercice 1 : dans le tableau ci-dessous, on donne la pluviométrie moyenne mensuelle sur le département de la Meuse au cours des 30 dernières années.

Mois	Janv	Fev	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Aoû	Sept	Oct	Nov	Dec
Pluviométrie (mm)	102	82	85	69	75	82	81	68	80	97	97	124

- Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal en prenant comme unités :
 - en abscisse : 1 cm pour un mois (numéroter les mois de 1 à 12).
 - en ordonnée : 1 cm pour 10 mm de pluie.
- On se propose de tracer la droite d'ajustement de ce nuage de points.
 - Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 correspondant respectivement au premier et au second semestres.
 - Tracer la droite d'ajustement passant par les points G_1 et G_2 .
- Déterminer l'équation de la droite d'ajustement.

Exercice 2 : dans le tableau ci-dessous, on donne la taille moyenne (en cm) des nouveaux nés en fonction du nombre de l'âge gestationnel (en semaines). Données 1990

Âge gestationnel (semaines)	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Taille (cm)	47,5	48,5	49	49,7	50	50,5	50,8	51,2	51,5	51,8	52,2	52,5	52,8	53	53,5	53,7

- Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal en prenant comme unités :
 - en abscisse : 1 cm pour 1 semaine (commencer la graduation à 20 semaines)
 - en ordonnée : 2 cm par unité (commencer la graduation à 45 cm)
- On se propose de tracer la droite d'ajustement de ce nuage de points.
 - Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2
 - Tracer la droite d'ajustement passant par les points G_1 et G_2 .
- Déterminer l'équation de la droite d'ajustement.