

Suites

I - Suites arithmétiques :

1° - Approche :

Une parfumerie a vendu 5 000 parfums en 2002. Le responsable prévoit pour les années à venir une augmentation de 150 unités par an. Il établit le tableau suivant pour les huit années à venir.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Nombre de parfums	5 000	5 150	5 300						

Une telle suite est appelée, de premier terme $u_1 = 5\,000$ et de $r = 150$. Le second terme, 5 150 est désigné par u_2 ; $u_2 = u_1 + r$

2° - Définition :

On appelle **suite arithmétique**, une suite de nombre réels tels que chacun d'eux, à partir du deuxième, est égal à la **somme du précédent et d'un nombre constant**, appelé **raison** de la suite .

$$u_n = u_{n-1} + r$$

3° - Exemples :

⇒ Ecrire les quatre premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 11$ et de raison $r = 3$.

⇒ Ecrire les six premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 7$ et de raison $r = -5$.

4° - Détermination du terme de rang n :

a - Définition :

Le terme de rang n est tel que :

$$u_n = u_1 + (n - 1) r$$

b - Exemple :

Calculons le septième terme de la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 17$ et de raison $r = 2,5$.

5° - Somme des termes d'une suite arithmétique limitée :

$$S = \frac{n}{2} \times (u_1 + u_n)$$

⇒ Application :

✚ Calculer la somme des 25 premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $r = 7$.

a. Calculons le 25^{ème} terme :

b. La somme est :

✚ Quelle est la somme des 30 premiers nombres impairs ?

✚ Une entreprise produit 20 000 unités par an. La production augmente de 1 550 unités par an.

a. Combien cette entreprise aura-t-elle produit en 5 ans ?

b. Quelle sera la production au bout de la 10^{ème} année ?

II - Suites géométriques :

1° - Exemple :

Un capital de 5 000 € est placé au taux annuel de 6 %. Quel sera le capital acquis au bout de la première année, de la deuxième année, de la troisième ?

Capital acquis à la fin de la première année :

A la fin de la deuxième année :

A la fin de la troisième année :

Remarque :

.....

2° - Définition :

On appelle **suite géométrique**, toute suite de nombres, tel que chacun de ses termes est obtenu **en multipliant** le précédent par un même nombre appelé **raison** (q).

$$u_n = u_{n-1} \times q$$

3° - Exemples :

a - Calculer les 6 premiers termes de la suite géométrique de premier terme 10 et de raison 5.

b- Calculer les 4 premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

4° - Détermination du terme de rang n :

a - Définition :

Le terme de rang n est tel que :

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

b - Exemples :

⇒ Calculer le 7^{ème} terme d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 6$ et de raison $q = 3$.

⇒ Calculer le 8^{ème} terme d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $q = 2$.

5° - Somme de termes d'une suite géométrique :

a - Définition :

$$S = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

b - Application :

⇒ Calculer la somme des dix termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 2$ et de raison $q = 3$.

Suites : Etudes de situations

Exercice 1 : Deux entreprises A et B ont chacune une production de 100 000 articles en 2005. L'entreprise A prévoit d'augmenter sa production de 12 000 articles par an. L'entreprise B prévoit d'augmenter sa production de 9% par an.

(On affecte à l'année 2005 le numéro 1, à l'année 2006 le numéro 2, etc. On désigne par a_1, a_2, a_3, \dots les productions correspondantes à l'entreprise A et par b_1, b_2, b_3, \dots celles de l'entreprise B).

1° - Pour l'entreprise A :

- Déterminer la nature de la suite, son premier terme et sa raison.
- Exprimer a_n en fonction de n .
- Calculer sa production pour l'année 2009.

2° - Pour l'entreprise B :

- Déterminer la nature de la suite, son premier terme et sa raison.
- Exprimer b_n en fonction de n .

3° - Représenter graphiquement les productions a_n et b_n sur un graphique, jusqu'à $n = 10$.

4° - Au bout de combien d'années, la production de l'entreprise B aura-t-elle dépassé celle de l'entreprise A ?

Exercice 2 : Le prix de vente d'un magazine d'esthétique est augmenté de 8% chaque fin d'année.

1° - a- Sachant qu'à sa création son prix de vente P_1 est égal à 14,5 €. Déterminer le prix de vente P_2 de la deuxième année.

b - En déduire le coefficient multiplicateur permettant de calculer directement le prix de vente d'une année sur l'autre.

2° - Exprimer et calculer les prix de vente P_3, P_4 de cette brochure la 3^{ème} année, la 4^{ème} année (arrondir à 0,01 € près).

3° - Exprimer en fonction de P_1 , le prix de vente P_n de la brochure la n ème année. Calculer pour $n = 10$ (arrondir à 0,01 près)

Exercice 3 : Une fabrique de parfums réalise une étude de marché concernant ses produits : en 2000, la production P_1 est de 5 000 parfums. Chaque année la production doit augmenter de 4% de celle de l'année précédente.

1° - Calculer la production P_2 prévue pour l'année 2001.

2° - $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ forment une suite géométrique. Déterminer la raison q de cette suite ; exprimer P_n en fonction de P_1 de q .

3° - Calculer la production totale T des six années de 2000 à 2005.

Exercice 4 : La production mensuelle de produits cosmétiques d'une entreprise constitue une suite arithmétique. Le sixième mois, la production atteint 18 000 produits (soit $u_6 = 18 000$) et la production totale de l'entreprise au cours de ces six mois est de 65 700 produits. Calculer la production u_1 du premier mois et la raison r de la suite.

Exercice 5 :

Dès le début, du printemps (semaine 1), un grossiste livre des assortiments de maillots de bain à des magasins franchisés. Les premières quantités livrées sont données dans le tableau suivant :

semaine	1	2	3	10
Modèle « HAWAÏ SURF »	$u_1 = 480$	$u_2 = 504$	$u_3 = 528$		u_{10}
Modèle « HONOLULU »	$v_1 = 200$		v_3		v_{10}

1) Pour le modèle « HAWAÏ SURF »

- Quelles sont la nature et la raison de la suite formée par les trois premiers termes ?
- Sachant que les nombres suivent la même progression pendant 10 semaines, calculer la quantité u_{10} livrée la semaine 10.

2) Le modèle « HONOLULU » est livré à 200 exemplaires la première semaine ; les quantités hebdomadaires forment une suite arithmétique de raison 40.

- Calculer v_3 et v_{10} .
- On appelle n le rang de la semaine. Exprimer v_n en fonction de n .
- Exprimer en fonction de n , la somme S_n de maillots « HONOLULU » livrés pendant les n premières semaines.



(D'après sujet de Bac Pro Commerce Session septembre 2001)

Exercice 6 :

Monsieur Buzu, votre responsable, vous demande de réaliser une étude sur le coût de revient de son contrat de location des locaux de l'entreprise. Cette étude portera sur les 6 premières années de vie de l'entreprise.

La première année, le loyer annuel a été fixé à 27 600 € par an, Monsieur Buzu suppose que chaque année le loyer subit une augmentation de 3 %.

1) Calculer le loyer annuel de la deuxième année, puis celui de la troisième année.

2) On désigne par U_1 le loyer de la 1^{ère} année ($U_1 = 27\,600$), par U_2 le loyer de la 2^{ème} année, par U_3 le loyer de la 3^{ème} année, ..., par U_n le loyer de la n ème année.

a) Montrer que les trois nombres U_1 , U_2 , U_3 , pris dans cet ordre, sont les trois premiers termes d'une suite géométrique U_n dont on précisera la raison.

b) Calculer U_6 . Arrondir à 0,01.

3) Quel sera le loyer annuel de la sixième année ?

