Baccalauréat de l'enseignement général
Madagascar
Session 2002

MATHEMATIQUES – Série : A

N.B. : Le candidat doit traiter les **DEUX** exercices et le problème.

EXERCICE 1 **(4 points)** corrigé

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in IN}$ définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ \forall n \in IN,\ U_{n+1} = \dfrac{U_n^2 - U_n - 2}{U_n + 1} \end{cases}$$

1°) - Calculer les quatre premiers termes de cette suite. **(1 pt)**

2°) - a) Montrer que $(U_n)_{n \in IN}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison. **(1 pt)**

b) Exprimer U_n en fonction de n. **(0,5 pt)**

c) Quel est le sens de variation de $(U_n)_{n \in IN}$? **(0,25 pt)**

3°) - Pour tout $n \in IN$, on pose $V_n = e^{2(1-n)}$.

a) Montrer que $(V_n)_{n \in IN}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **(1 pt)**

b) Calculer la limite de V_n quand $n \to +\infty$. **(0,25 pt)**

EXERCICE 2 **(4 points)** corrigé

Le tableau suivant indique l'évolution de l'effectif d'un Collège au cours des huit dernières années. (x_i désigne le rang de l'année et y_i l'effectif correspondant).

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	370	360	380	410	420	440	450	470

1°) - Représenter le nuage de points M_i (x_i, y_i) associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.

- Sur l'axe des abscisses, prendre 1 cm pour unité graphique. **(0,75 pt)**
- Sur l'axe des ordonnées, placer 350 à l'origine puis choisir 1 cm pour représenter 10 élèves.

2°) - Calculer les coordonnées du point moyen G. **(0,5 pt)**

3°) - On note (S_1) la série statistique allant de 1994 à 1997 et (S_2) la série allant de 1998 à 2001.

a) Déterminer les coordonnées des points moyens respectifs G_1 et G_2 des séries (S_1) et (S_2). **(0,5 + 0,5 pt)**

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par G_1 et G_2. **(0,75 pt)**

c) Construire cette droite (D). Que représente-t-elle ? **(0,25 + 0,25 pt)**

d) En déduire une estimation de l'effectif du collège en 2003. **(0,5 pt)**

PROBLEME : **(12 points)** corrigé

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = 2 \ln x (\ln x - 1)$. On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

1°) - a) Déterminer l'ensemble de définition Df de f. **(0,5 pt)**

b) Calculer les limites aux bornes de Df. **(0,5 + 0,5 pt)**

c) Montrer que pour tout $x \in Df$, $f'(x) = \frac{2}{x}(2 \ln x - 1)$. **(1 pt)**

d) Dresser le tableau de variation de f. **(1 pt)**

2°) - a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec l'axe (x'Ox). **(1 pt)**

b) Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse e. **(1 pt)**

c) Montrer que $(\mathcal{C})$ admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées. **(1 pt)**

3°) - a) Etudier les branches infinies de $(\mathcal{C})$ (on admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$). **(0,25 + 0,25 pt)**

b) Calculer $f(e^{-1})$ et $f(e^2)$. **(0,5 + 0,5 pt)**

c) Construire (T) et $(\mathcal{C})$. **(0,5 + 1,5 pt)**

4°) - Soit F la fonction définie par $F(x) = 2x (\ln x)^2 - 6x \ln x + 6x$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur Df. **(1 pt)**

b) Calculer, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par $(\mathcal{C})$, l'axe (x'Ox) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **(1 pt)**

On donne : $e^{-1} \approx 0,4$; $e^{\frac{1}{2}} \approx 1,7$; $e \approx 2,7$; $e^{\frac{3}{2}} \approx 4,5$; $e^2 \approx 7,4$.