

Conseils d'utilisation

La navigation se trouve dans la barre située au bas de chaque page.

De façon générale elle permet l'accès aux pages **précédente** et **suiivante**, au **plan général** ou au **plan du chapitre**. Elle permet aussi l'accès aux **exercices** et à **leur solution**.

Le bouton  qui peut apparaître sur certaines pages indique qu'elles ne sont pas terminées. Il suffit de cliquer dessus pour progresser dans la page.

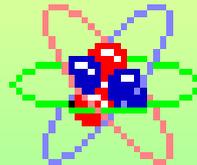
Les liens hypertexte permettent une connexion directe sur des pages précises. Ils apparaissent en **bleu souligné** avant d'avoir été visités et en **rouge souligné** après.

Une liste des constantes physiques et des caractéristiques des différents matériaux semi-conducteurs est accessible pour la rédaction des exercices.

La liste des symboles permet d'explicitier chacun d'entre eux. Elle renvoie systématiquement à la page d'ou l'on vient.



Cours de Physique Electronique



- **Introduction**
 - [Bienvenue](#)
 - [Démarche Pédagogique](#)
 - [Objectifs](#)
 - [Position du problème](#)
 - [Un point d'histoire](#)
- **Chapitre I: [Le matériau semi-conducteur](#)**
- **Chapitre II: [La jonction P-N](#)**
- **Chapitre III: Transistors J-FET et Bipolaire**
- **Chapitre IV: Structure M I S et transistor M O S**
- **Liste des Symboles**
- [Constantes](#)

Ce cours correspond à une approche très physique du fonctionnement des composants semi-conducteurs.

Il peut s'adapter à différents niveaux de compréhension en partant de l'aspect purement descriptif dans lequel on admettra un certain nombre de relations mathématiques nécessaires et aller jusqu'à leur démonstration complète pour ceux qui veulent en savoir beaucoup plus.

C'est une approche graduelle de la physique des composants permettant une bonne compréhension de leur fonctionnement ainsi que des limitations des circuits dans lesquels ils sont utilisés.

Démarche Pédagogique

Ce support de formation a été conçu dans le cadre d'une pédagogie par objectifs.

Il repose sur un cours à plusieurs niveaux et des exercices représentatifs de l'ensemble du savoir et du savoir faire à acquérir.

Le 1^{er} niveau est nécessaire à la réalisation des exercices.

Les niveaux suivants correspondent à des approfondissements accessibles à l'aide de liens hypertextes; ils ne sont pas indispensables en 1^{ère} lecture mais permettent d'acquérir une vision plus globale de la discipline et font partie de la connaissance nécessaire à un Ingénieur.

Chaque exercice sera associé à d'autres de même type de façon à proposer:

- des correction complètes et des remarques d'ordre méthodologique ou conceptuelles afin de couvrir au mieux le domaine correspondant.*
- 1 exercice à rendre*

Des QCM permettront éventuellement de tester le niveau de compréhension afin de permettre une progression cohérente. Cette approche progressive devrait permettre l'acquisition rapide d'une bonne autonomie.

N'oubliez pas toutefois que vous pouvez contacter votre tuteur via la plate-forme de diffusion (e-mail, forums,...).

*Les objectifs de ce support de formation sont indiqués sur la page suivante « **Objectifs du cours** »*

Objectifs du Cours

L'objectif général de ce cours est de comprendre le fonctionnement des composants semi-conducteurs. Il doit permettre de savoir « **Dimensionner** » un composant en vue d'une application précise et de comprendre les limitations inhérentes à ce dimensionnement.

• **Les objectifs du premier chapitre sont:**

- Étudier les caractéristiques des matériaux semi-conducteurs permettant d'établir les relations explicitant le fonctionnement des composants actifs.

• **Les objectifs du deuxième chapitre sont:**

- Décrire et caractériser la jonction P-N (diode) afin de pouvoir en établir un modèle utilisable dans les circuits et donner des exemples d'applications.

• **Les objectifs du troisième chapitre sont:**

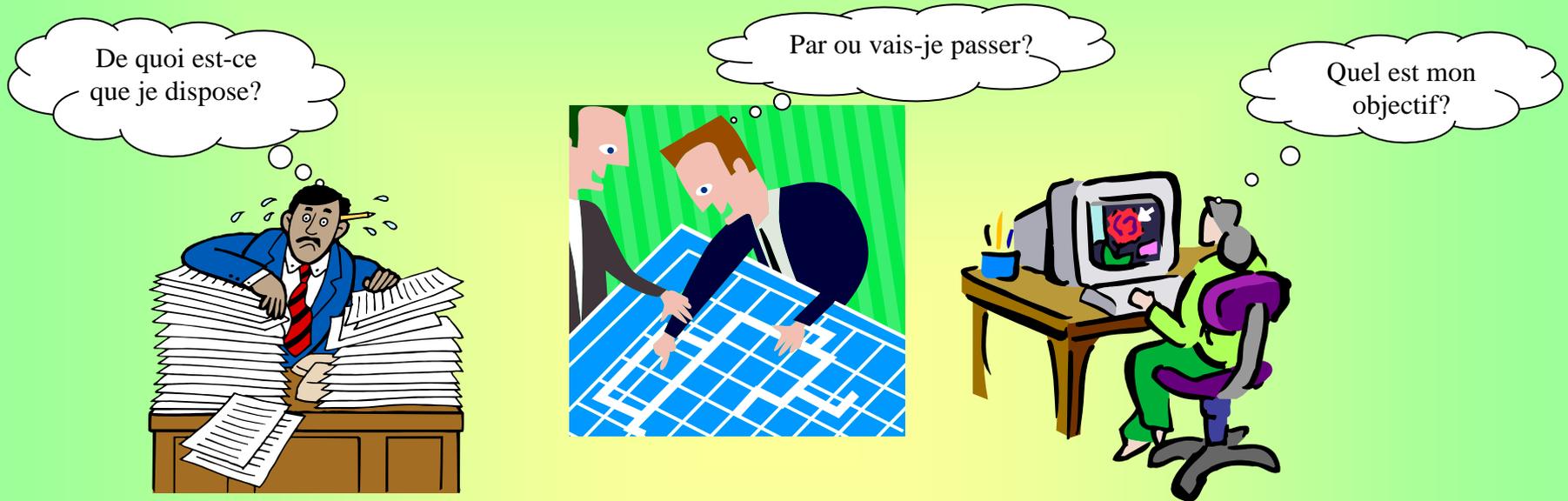
- Étudier les composants actifs que sont le transistor J-FET et le transistor bipolaire dans l'optique de relier leurs performances aux caractéristiques géométriques et technologiques.

• **Les objectifs du quatrième chapitre sont:**

- Étudier la structure M I S afin d'explicitier le fonctionnement du transistor M O S et de le caractériser.

Position du problème

La résolution d'un problème passe généralement par la réponse à trois questions qui sont illustrées ci dessous.



- **De quoi est ce que je dispose?** Ce sont généralement toutes les données ou des constantes physiques, électriques...etc.
- **Quel est mon objectif?** Cela correspond au résultat cherché
- **Par ou vais-je passer?** Cela consiste en la décomposition du problème en éléments simples permettant de relier objectif et données.

La méthode de résolution que nous adopterons consiste à partir du résultat escompté (généralement représenté par une expression mathématique ou pouvant s'y rattacher) et à décomposer logiquement les calculs pour redescendre jusqu'aux données. Arrivé à ce stade, il suffira de refaire le chemin inverse.

Constantes Physiques et électriques

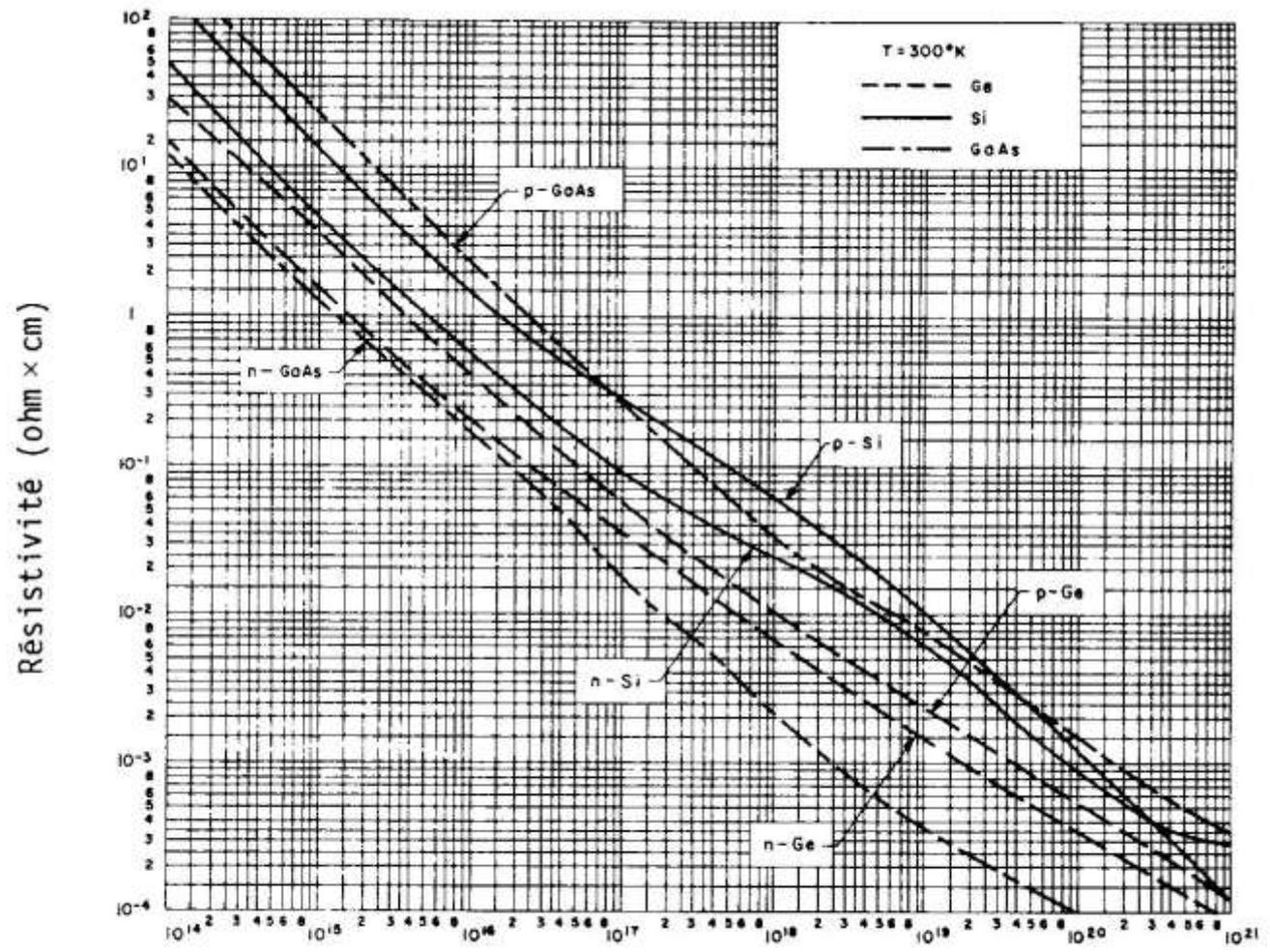
Constantes Physiques générales

q (Charge élémentaire)= $1,602 \cdot 10^{-19}$ Cb	h (Constante de Plank)= $4,14 \cdot 10^{-15}$ eV.s
m (masse de l'électron)= $0,9108 \cdot 10^{-30}$ kg	c (Vitesse de la lumière)= $2,998 \cdot 10^{10}$ cm/s
ϵ_0 (permittivité du vide)= $8,854 \cdot 10^{-14}$ F/cm	N (nombre d'Avogadro)= $6,03 \cdot 10^{23}$ molécules/mole
k (Constante de Boltzmann)= $8,619 \cdot 10^{-5}$ eV/°K	$U_T = kT/q = 25,857$ mV; (26 mV à 300 °K)

Constantes électriques des semi-conducteurs (T=300 °K) d'après S.M SZE

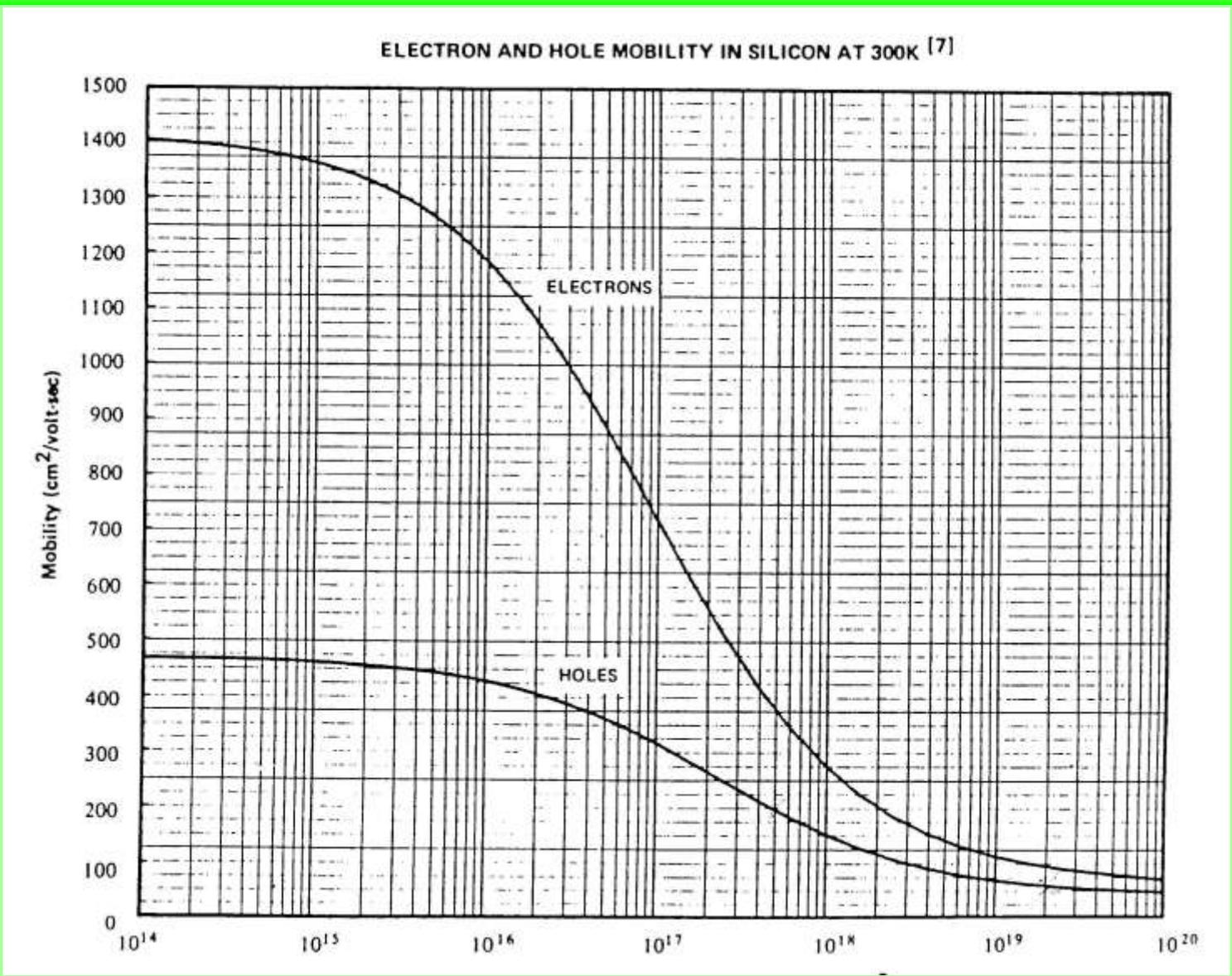
	Ge	Si	As Ga
Largeur de bande interdite E_G (eV)	0,66	1,12	1,43
Densité effective d'états (cm ⁻³)			
- dans la bande de Conduction N_C	$1,04 \cdot 10^{19}$	$2,8 \cdot 10^{19}$	$4,7 \cdot 10^{17}$
- dans la bande de Valence N_V	$6,1 \cdot 10^{19}$	$1,02 \cdot 10^{19}$	$7 \cdot 10^{18}$
Concentration Intrinsèque n_i (at/cm ³)	$2,4 \cdot 10^{13}$	$1,6 \cdot 10^{10}$	$1,1 \cdot 10^7$
Mobilités pour un matériau Intrinsèque (cm ² /Vs)			
- électrons μ_n	3900	1500	8500
- trous μ_p	1900	600	400
Constante diélectrique relative (ϵ_r)	16	11,8	10,9
Champ électrique de Claquage (V/μm)	~ 10	~ 30	~ 40

Résistivité en fonction du dopage.



Concentration d'impuretés (cm^{-3})
d'après S.M. SZE - "Physics of Semi-conductor Devices"

Abaque des mobilités pour le Silicium.



Classification Périodique des éléments

CLASSIFICATION PERIODIQUE DES ELEMENTS

A : nombre de masse
 Z : numero atomique
 M : masse atomique en g.mol⁻¹



Couche	Période	I	II
K	1	¹ ₁ H Hydrogène 1,01	
L	2	³ ₃ Li Lithium 6,94	⁴ ₄ Be Béryllium 9,01
M	3	²³ ₁₁ Na Sodium 23,0	²⁴ ₁₂ Mg Magnésium 24,3
N	4	³⁹ ₁₉ K Potassium 39,1	⁴⁰ ₂₀ Ca Calcium 40,1
O	5	⁸⁵ ₃₇ Rb Rubidium 85,5	⁸⁸ ₃₈ Sr Strontium 87,5
P	6	¹³³ ₅₅ Cs Césium 132,9	¹³⁸ ₅₆ Ba Baryum 137,3
Q	7	²²³ ₈₇ Fr Francium 223	²²⁶ ₈₈ Ra Radium 226,1

Éléments de transition

⁴⁵ ₂₁ Sc Scandium 45,0	⁴⁸ ₂₂ Ti Titane 47,9	⁵¹ ₂₃ V Vanadium 50,9	⁵² ₂₄ Cr Chrome 52,0	⁵⁵ ₂₅ Mn Manganèse 54,9	⁵⁶ ₂₆ Fe Fer 55,8	⁵⁹ ₂₇ Co Cobalt 58,9	⁵⁸ ₂₈ Ni Nickel 58,7	⁶³ ₂₉ Cu Cuivre 63,5	⁶⁴ ₃₀ Zn Zinc 65,4	⁶⁹ ₃₁ Ga Gallium 69,7	⁷² ₃₂ Ge Germanium 72,6	⁷⁵ ₃₃ As Arsenic 74,9	⁸⁰ ₃₄ Se Sélénium 79,0	⁷⁹ ₃₅ Br Brome 79,9	⁸⁴ ₃₆ Kr Krypton 83,6
⁹⁰ ₄₀ Zr Zirconium 91,2	⁹³ ₄₁ Nb Niobium 92,9	⁹⁸ ₄₂ Mo Molybdène 95,9	¹⁰² ₄₄ Ru Ruthénium 101,1	¹⁰³ ₄₅ Rh Rhodium 102,9	¹⁰⁶ ₄₆ Pd Palladium 106,4	¹⁰⁷ ₄₇ Ag Argent 107,9	¹¹⁴ ₄₈ Cd Cadmium 112,4	¹¹⁵ ₄₉ In Indium 114,8	¹²⁰ ₅₀ Sn Etain 118,7	¹²¹ ₅₁ Sb Antimoine 121,6	¹²⁸ ₅₂ Te Tellure 127,5	¹²⁷ ₅₃ I Iode 126,9	¹²⁹ ₅₄ Xe Xénon 131,3		
¹⁸⁰ ₇₂ Hf Hafnium 178,5	¹⁸¹ ₇₃ Ta Tantale 180,9	¹⁸⁴ ₇₄ W Tungstène 183,9	¹⁸⁵ ₇₅ Re Rhenium 186,2	¹⁹² ₇₆ Os Osmium 196,2	¹⁹³ ₇₇ Ir Iridium 192,2	¹⁹⁵ ₇₈ Pt Platine 195,1	¹⁹⁷ ₇₉ Au Or 197,0	²⁰² ₈₀ Hg Mercure 200,6	²⁰³ ₈₁ Tl Thallium 204,4	²⁰⁸ ₈₂ Pb Plomb 207,2	²⁰⁹ ₈₃ Bi Bismuth 209,0	²¹⁰ ₈₄ Po Polonium 210	²¹⁸ ₈₅ At Astate 210	²²² ₈₆ Rn Radon 222	

lanthanides	¹³⁹ ₅₇ La Lanthane 138,9	¹⁴⁰ ₅₈ Ce Cérium 140,1	¹⁴¹ ₅₉ Pr Praseodyme 140,9	¹⁴⁴ ₆₀ Nd Néodyme 144,2	⁶¹ <i>Pm</i> Prométhium 145	¹⁵² ₆₂ Sm Samarium 150,4	¹⁵³ ₆₃ Eu Europium 152,0	¹⁵⁸ ₆₄ Gd Gadolinium 157,3	¹⁵⁹ ₆₅ Tb Terbium 158,9	¹⁶² ₆₆ Dy Dysprosium 162,5	¹⁶⁵ ₆₇ Ho Holmium 164,9	¹⁶⁶ ₆₈ Er Erbium 167,3	¹⁶⁹ ₆₉ Tm Thulium 168,9	¹⁷⁴ ₇₀ Yb Ytterbium 173,0	¹⁷⁵ ₇₁ Lu Lutétium 176,0
actinides	²²⁷ ₈₉ Ac Actinium 227	²³² ₉₀ Th Thorium 232,0	²³¹ ₉₁ Pa Protactinium 231	²³⁸ ₉₂ U Uranium 238,0	²³⁷ ₉₃ Np Neptunium 237	²³⁹ ₉₄ Pu Plutonium 242	⁹⁵ <i>Am</i> Américium 243	⁹⁶ <i>Cm</i> Curium 247	⁹⁷ <i>Bk</i> Berkélium 247	⁹⁸ <i>Cf</i> Californium 249	⁹⁹ <i>Es</i> Einsteinium 254	¹⁰⁰ <i>Fm</i> fermium 255	¹⁰¹ <i>Md</i> Mendéliévium 256	¹⁰² <i>No</i> Nobélium 254	¹⁰³ <i>Lw</i> Lawrencium 257

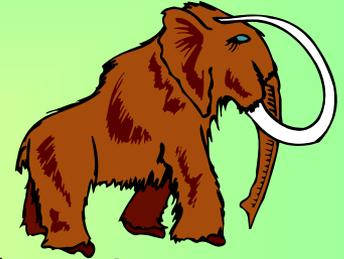


Un point d'histoire

L'histoire de la *Physique des Composants et des Circuits Intégrés* qui en sont un des aboutissements peut se décomposer en plusieurs phases.

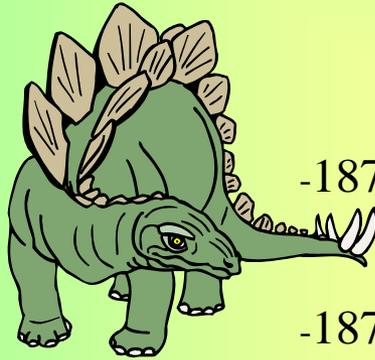


La Préhistoire



-1833 FARADAY

- Conductibilité du sulfure d'Argent en fonction de la température variant à l'inverse des autres métaux.



-1873 WILLOUGBY-SMITH

- Conductibilité du Sélénium variant avec l'éclairement

-1874 Ferdinand BRAUN

- Découverte du redresseur à Galène

Ces différentes manifestations d'effets semi-conducteurs ne furent explicités que bien longtemps après!

"l'An zéro"

-Début du XX^{ème} Siècle

- Lié au développement de la Physique du solide avec des noms célèbres:

DIRAC, DE BROGLIE, SCHRÖDINGER, FERMI, PAULI, BRILLOUIN, BLOCH et autres...

Un point d'histoire

Le grand démarrage

1935 SCHOTTKY et MOTT

Découverte de la **barrière de potentiel**

1939 SCHOTTKY et SPENKE

Découverte de la **couche d'inversion**

OHL, SCAFF et THEURER

Silicium dopé (Bell Téléphone)

1943 K.L HOROWITZ

Caractérisation totale du Germanium

1947 BRATTAIN et BARDEEN

Découverte du transistor à pointe

1952 Transistor oscillant à 300 MHz

1954 Création de la « **Schokley Semiconductor Laboratory** »

Mise au point de la technique MESA

1959 HOERNI et NOYCE qui avaient quitté Schokley pour Fairchild déposent un brevet de principe sur la technique PLANAR encore utilisée à ce jour. NOYCE fondera « **INTEL** » avec les revenus de ce brevet.

1960 HOFSTEIN et HEIMANN aux USA

Mise au point du **JFET**

GROSVALET en France Mise au point du **MOST**

1962 Premier Circuit Intégré!

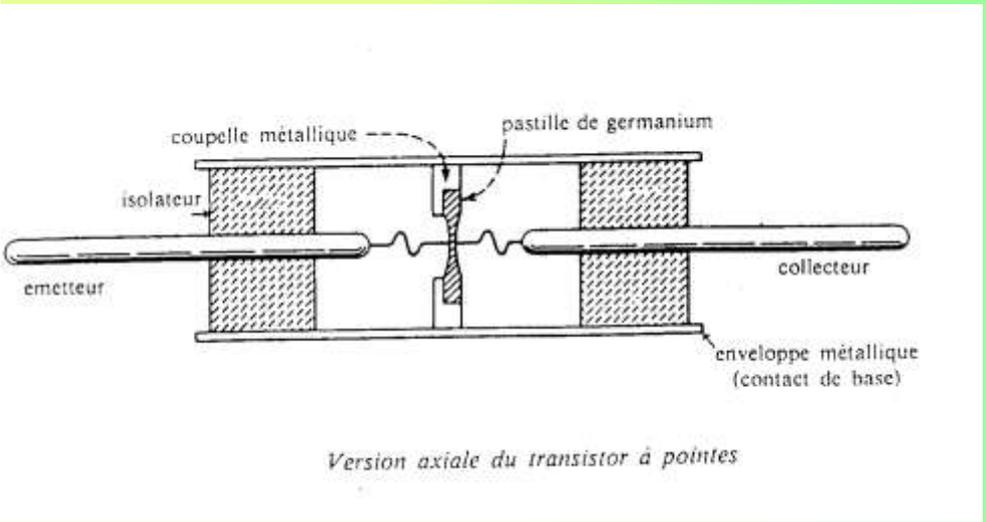
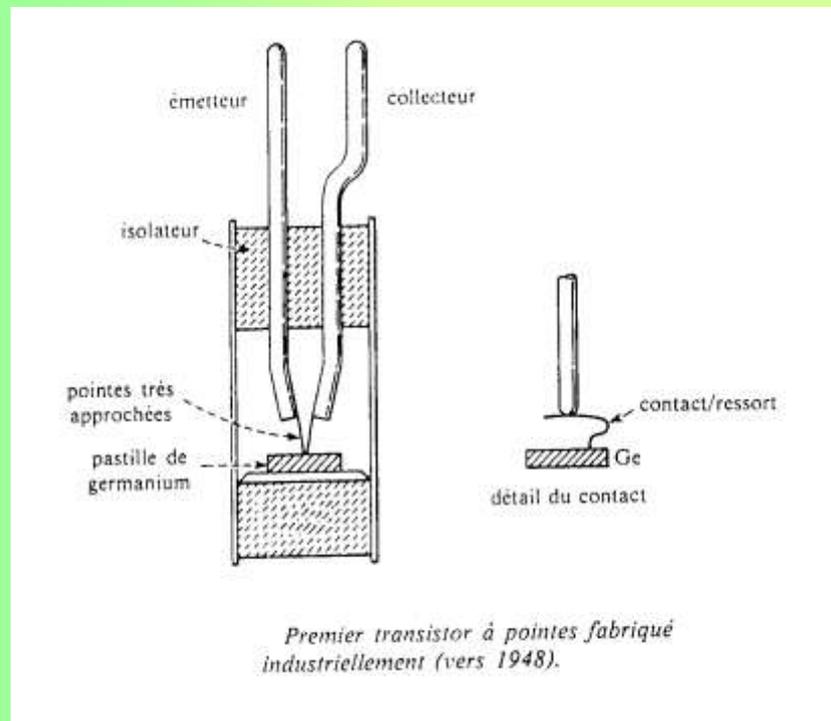


Et ce fut le début d'une très belle histoire!!!



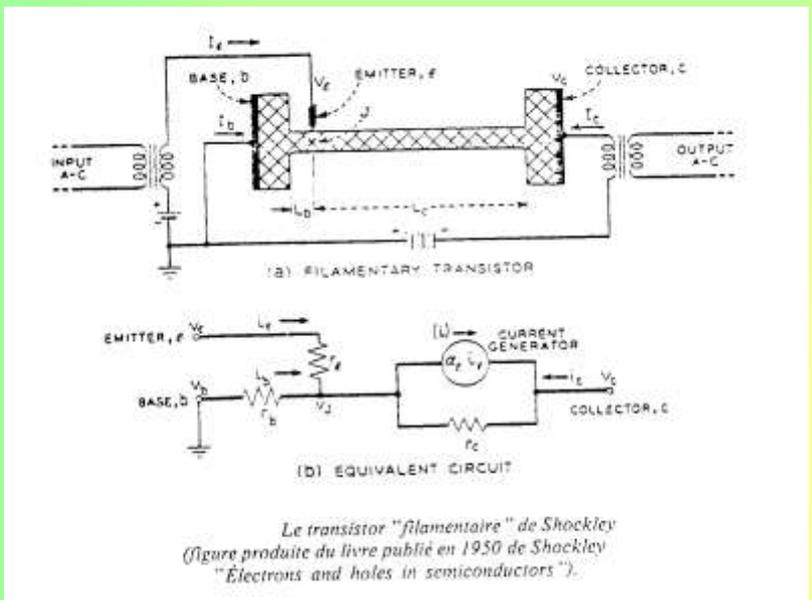
Un point d'histoire

Quelques exemples de réalisations



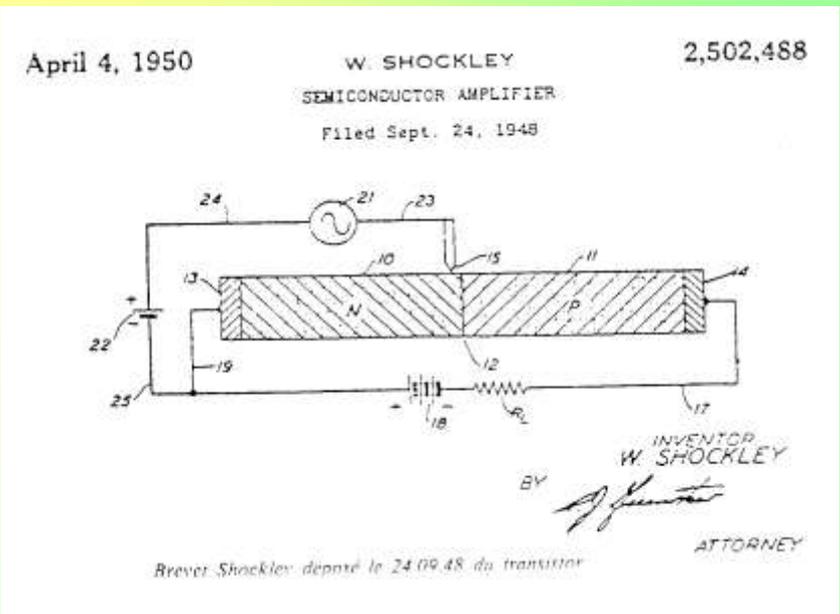
Un point d'histoire

Quelques exemples de réalisations



On retrouve sur ce montage amplificateur tous les éléments essentiels: polarisation, source d'entrée, résistance de charge...

La modélisation du transistor est tout à fait actuelle (au 1^{er} ordre)



Chapitre I : Le Matériau semi-conducteur

Plan du chapitre I

I-A: Le matériau semi-conducteur Intrinsèque

- 1°- États énergétiques des électrons dans un atome
- 2°- Matériau intrinsèque, Densité d'états
- 3°- Densité intrinsèque, niveau de Fermi, densité des porteurs en fonction de la Température

I-B: Le matériau semi-conducteur extrinsèque ou Dopé

- 1°- Densité des porteurs
- 2°- Loi d'action de masse
- 3°- Position du niveau de Fermi

I-C: Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

- 1°- Injection ou extraction de porteurs, durée de vie.
- 2°- Phénomènes de transport
 - a)- Mobilité des porteurs
 - b)- Résistivité, conductivité, loi d'Ohm
 - c)- Diffusion, relation d'Einstein
- 3°- Équation de conservation des porteurs.

1-A: Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

1 - États énergétiques des électrons dans un atome

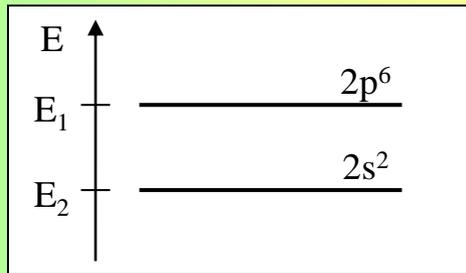
• 1-1 - Atome Isolé

D'après les principes fondamentaux (Heisenberg, Pauli...), les états énergétiques des électrons dans un atome ne peuvent varier que de façon discontinue (quantification de l'énergie). Ceux-ci ne peuvent donc occuper qu'une suite discrète d'états caractérisés par les valeurs correspondantes de quatre nombres quantiques.

[Pour en savoir plus, cliquez ici](#)

• Diagramme d'énergie d'un atome isolé

Les différents états possibles sont figurés par des droites horizontales positionnées par rapport à un axe gradué. Le niveau « 0 » en énergie se situe à l'infini.



Les droites du diagramme ne représentent pas **un état énergétique** mais **un ensemble d'états très voisins**.

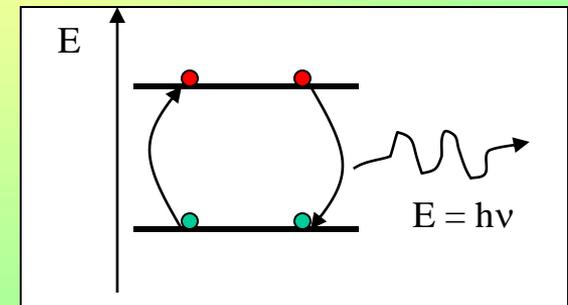
2 pour le niveau s

6 pour le niveau p

• Influence d'un apport d'énergie sur un atome

L'absorption d'énergie par un atome se traduit par le passage de certains électrons à des états énergétiques plus élevés normalement inoccupés. On dit alors que l'atome est excité. Lors du retour à l'équilibre, l'énergie libérée apparaît sous forme de rayonnement électromagnétique de longueur d'onde λ

définie par : $E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$



Nombres quantiques et classification périodique des éléments

La classification des éléments nécessite, afin de pouvoir différencier l'ensemble d'entre eux, l'utilisation de quatre nombres:

- Le nombre quantique principal $n \Rightarrow 1, 2, 3, \dots$; il définit la **couche** du tableau de Mendeleïev (**K, L, M, N, ...**),
- Le nombre quantique orbital (secondaire) $l \Rightarrow 0, 1, \dots, n-1$; il définit la **sous couche** (s, p, d, f, g, ...),
- Le nombre quantique magnétique $m \Rightarrow -l \dots 0 \dots +l$,
- Le nombre quantique de spin $s \Rightarrow +1/2$ ou $-1/2$.

Les deux premiers nombres (n,l) définissent les niveaux d'énergie alors que l'ensemble des trois premiers (n, l, m) caractérisent les états quantiques. Ces derniers peuvent comporter deux électrons de spin antiparallèle.

On peut donc, à partir de ces considérations, dresser un tableau faisant apparaître le nombre d'électrons possibles par couche

Couche	n	Sous couche	l	m	s	Nombre d'états quantiques	Nombre d'électrons par état	Nombre d'électrons par couche
K	1	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	2
L	2	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	8
		p	1	-1, 0, 1		3	6	
M	3	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	18
		p	1	-1, 0, 1		3	6	
		d	2	-2, -1, 0, 1, 2		5	10	
N	4	s	0	0	+1/2, -1/2	1	2	32
		p	1	-1, 0, 1		3	6	
		d	2	-2, -1, 0, 1, 2		5	10	
		f	3	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3		7	14	

Exemple:	Hydrogène	Z=1 (1 électron)	n=1, l=0, m=0	Couche incomplète	1s ¹
	Hélium	Z=2 (2 électrons)	n=1, l= 0, m=0	Couche complète	1s ²
	Bore	Z=5 (5 électrons)	n=2, l=0, 1, m= -1, 0, 1	Couche externe incomplète	1s ² , 2s ² , 2p ¹
	Silicium	Z=14 (14 électrons)	n=3, l=0, 1, 2, m= -2, -1, 0, 1, 2		1s ² , 2s ² , 2p ⁶ , 3s ² , 3p ²

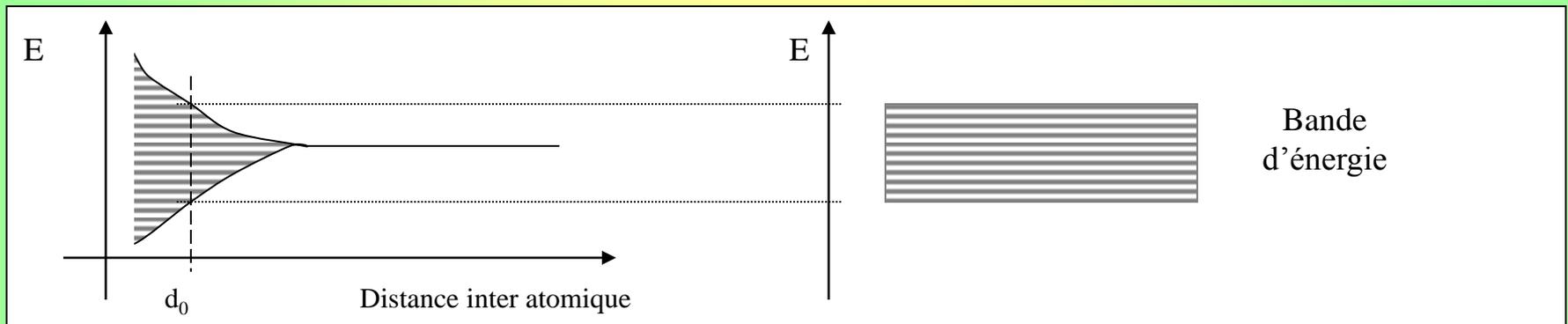
Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

- 1-2 - Atomes liés, bandes d'énergie

- a)-Formation des bandes

Pour qu'il y ait apparition de « bandes d'énergie », il faut que cette dernière puisse varier de façon continue ce qui n'est pas le cas d'un atome isolé. Supposons maintenant que nous ayons un ensemble de N atomes (N très grand) suffisamment éloignés de manière à ce qu'ils puissent être considérés comme indépendants (cas d'un gaz). Le principe d'exclusion de **PAULI** s'appliquant séparément à chacun, il existe donc autant d'électrons dans le même état énergétique qu'il y a d'atomes.

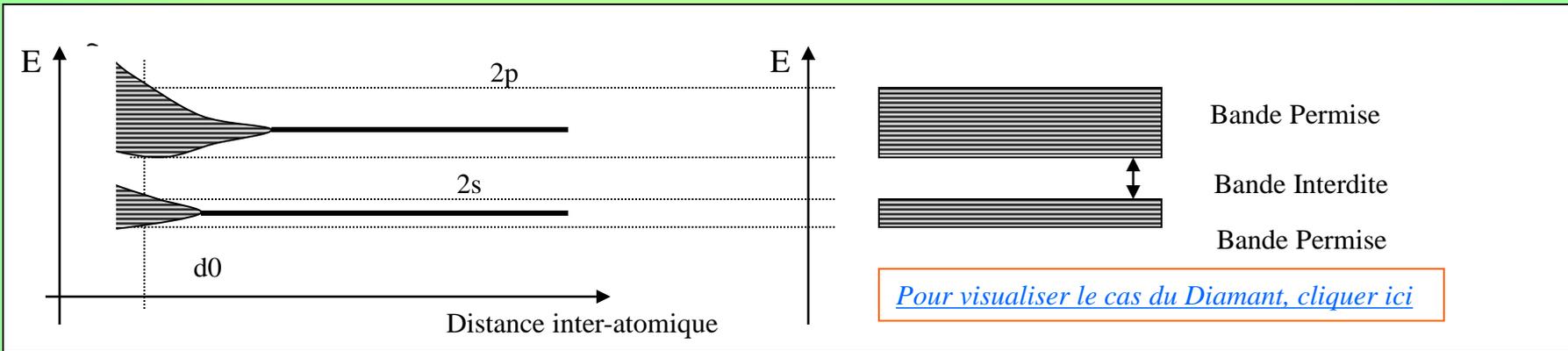
Si nous rapprochons ces N atomes, le principe précité ne s'applique plus à chacun séparément mais à l'ensemble des N atomes car ils dépendent maintenant les uns des autres. A chaque niveau permis va correspondre maintenant N niveaux pouvant contenir chacun 2 électrons. Pour N de l'ordre de 10^{22} cm^{-3} (ce qui correspond sensiblement à la densité d'atomes d'un matériau standard), on peut considérer qu'il existe une bande d'énergie (voir ci après).



La distance inter-atomique d_0 correspondant à la maille élémentaire du cristal définit la largeur de la bande permise. Ceci se produit pour des distances inter-atomiques faibles (de l'ordre de quelques angströms) correspondant aux principaux matériaux.

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

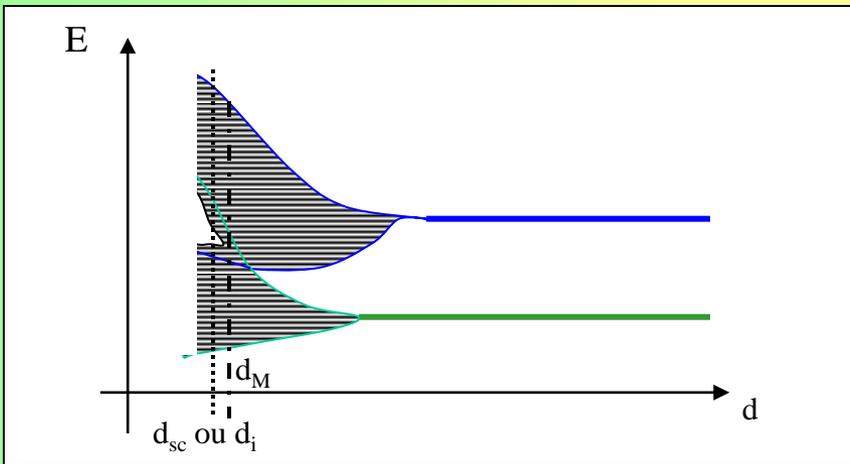
La figure suivante illustre schématiquement la multiplication des niveaux à partir de deux niveaux uniques 2s et 2p. L'orbite 2s étant intérieure à l'orbite 2p, les interactions apparaissent plus tôt sur la seconde.



On remarque donc l'apparition de deux bandes permises séparées par une bande interdite.

• b) - Isolants, Semi-conducteurs, Métaux

La différence entre ces trois éléments tient essentiellement à la structure de bandes de la couche externe.



Métal	Semi-conducteur ou isolant
La variation d'énergie est continue	« Gap » Existence d'une bande interdite séparant deux bandes permises

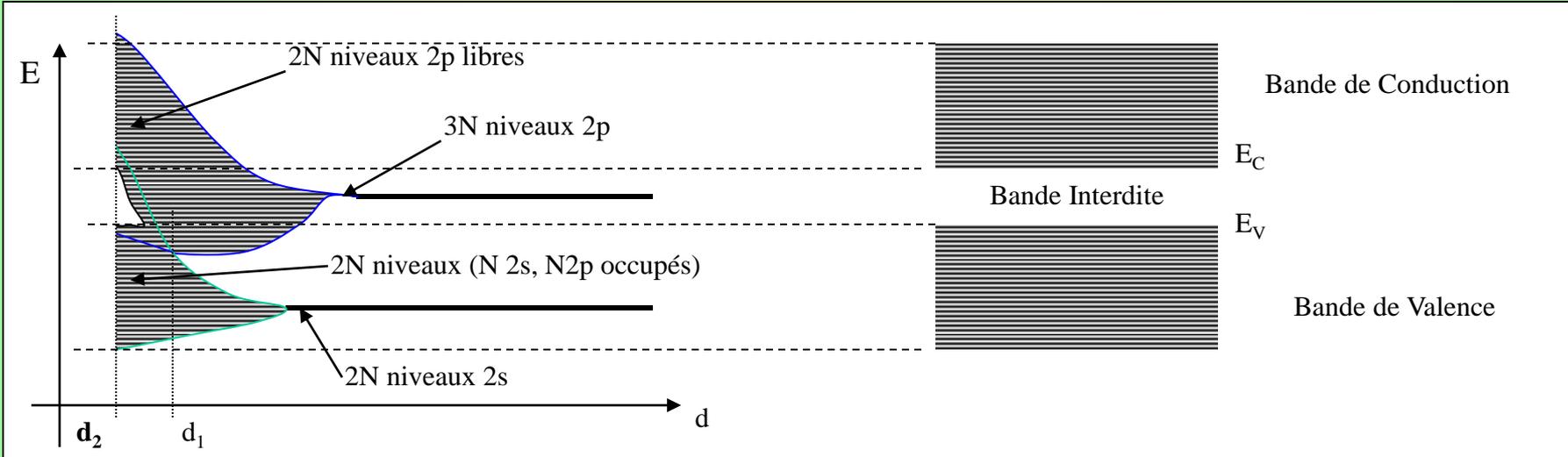
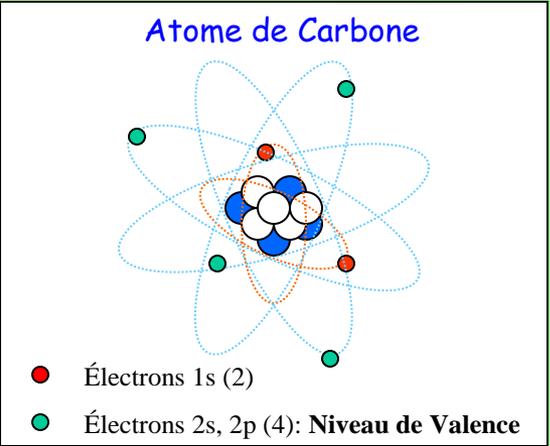
Cas du Diamant

Le Diamant est constitué de Carbone pur cristallisé. Sa formule atomique est: $1s^2 2s^2 2p^2$. Les niveaux 2s et 2p correspondant à la couche externe sont appelés « **niveaux de valence** ». Ils peuvent accepter au total 8 électrons: 2 sur le niveau 2s, 6 sur le niveau 2p.

L'atome de Carbone n'en possédant que quatre, peut donc en accepter quatre de plus et donc se lier avec quatre atomes voisins afin de former un cristal. La couche externe sera donc une couche pleine.

Lorsqu'on met en présence un grand nombre (N) d'atomes de même type et qu'on les rapproche, pour des distances suffisamment faibles on constate l'apparition des bandes d'énergie. Lorsque la distance devient inférieure à d_1 , les bandes se chevauchent. Les N niveaux 2p de la bande supérieure passent dans les niveaux 2s. Si on continue à rapprocher les atomes, les bandes se séparent à nouveau (voir figure ci dessous).

Pour la distance inter-atomique réelle d_2 de ce cristal, les $2N$ niveaux de la bande inférieure (bande de valence) sont pleins à 0°K alors que les $2N$ niveaux 2p de la bande supérieure (bande de conduction) sont vides. Ces deux bandes sont séparées par une bande interdite.



On observe la même structure sur le Silicium et le Germanium.

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

La figure précédente montre que le Métal possède une structure de bande continue au niveau de la couche externe. De ce fait, le moindre apport d'énergie permet de faire passer des porteurs sur des niveaux directement supérieurs (état excité). L'application d'un champ électrique leur permettra de se déplacer créant ainsi un courant électrique.

La présence d'une bande interdite dans le diagramme d'énergie signifie qu'il faut communiquer aux électrons de valence une énergie supérieure à la largeur de la bande interdite pour les faire passer dans un état excité (les places possibles se situant dans la bande de conduction). Ils pourront alors, comme dans le cas du métal, participer à des phénomènes de conduction.

Il existe donc un seuil d'énergie au dessous duquel le matériau se comporte comme un isolant. Ce seuil correspond au « Gap »:

$$E_G = E_C - E_V$$

Suivant sa valeur, le matériau pourra être Isolant ou semi-conducteur.

Par exemple, à 300 °K, les valeurs de E_G sont:

Germanium	(Ge)	0,67 eV	}	Semi-conducteurs
Silicium	(Si)	1,12 eV		
Arséniure de Gallium	(As Ga)	1,40 eV		
Diamant		6,00 eV		Isolant

Dans le cas des isolants, l'énergie nécessaire pour faire passer un électron dans un état excité est supérieure à celle assurant la cohésion du cristal. De ce fait, il y aura destruction du matériau avant que de pouvoir générer des électrons libres.

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

• 1-3 - Répartition des porteurs sur les états quantiques, Niveau de FERMI.

Les répartitions de porteurs obéissent à des lois qui peuvent dépendre du type de particules.

Trois types de lois peuvent être utilisées:

• La statistique de BOLTZMANN qui s'applique aux gaz parfaits

$$\bar{n} = n_0 \exp\left(-\frac{E-\mu}{kT}\right)$$

• La statistique de FERMI-DIRAC pour les particules de spin demi-entier

$$\bar{n} = n_0^* \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-\mu}{kT}\right)}$$

• La statistique de BOSE-EINSTEIN pour les particules de spin entier (photons, phonons).

$$\bar{n} = n_0^* \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{kT}\right) - 1}$$

Le cas qui nous intéresse correspond à celui des électrons et suit donc la statistique de FERMI-DIRAC.

La probabilité de présence d'un électron sur un niveau énergétique E sera notée $f_n(E)$. Elle est donnée par la formule :

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)}$$

Cette expression fait apparaître un niveau énergétique E_F qui correspond à une probabilité de présence égale à $\frac{1}{2}$: $f_n(E_F) = \frac{1}{2}$

Ce niveau correspond, au zéro absolu, à la séparation entre les niveaux vides et les niveaux pleins. On parle parfois « *d'énergie moyenne* » ou de « *taux moyen de remplissage* ».

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

Si on trace la fonction correspondante, on obtient:

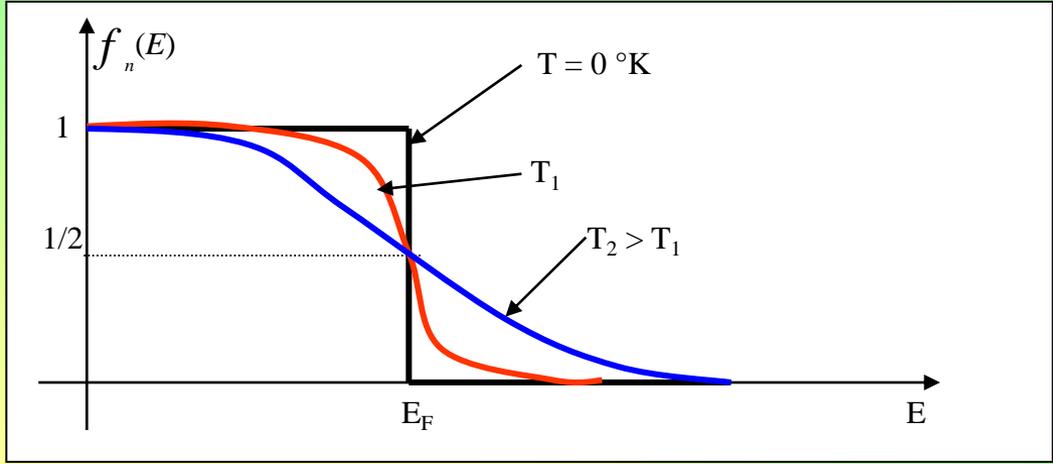
Pour une température égale à 0°K

Pour une température T₁

Pour T₂ > T₁

On pourra remarquer que, quelle que soit la température:

$$f_n(E_F) = \frac{1}{2}$$



Dans le cas de matériaux semi-conducteurs, on peut assurer que le niveau de FERMI se trouve dans la bande interdite. En effet, au zéro degré absolu, la bande de valence est pleine et la bande de conduction vide;

$$\left. \begin{array}{l} f_n(E_C) = 0 \\ f_n(E_V) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow E_V < E_F < E_C$$

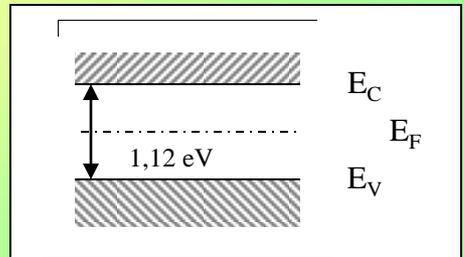
En considérant que le niveau de FERMI est situé au milieu de la bande interdite, ce que nous justifierons plu loin, on peut calculer la probabilité de présence d'un électron sur le niveau E_C pour différentes températures.

Exemple du Silicium:

EG = 1,12 eV

k = 8,619 10⁻⁵ eV/°k

$$f_n(E_C) = \left\{ \begin{array}{ll} 5,35 \cdot 10^{-36} & \text{à } 80 \text{ °K} \\ 3,92 \cdot 10^{-10} & \text{à } 300 \text{ °K} \\ 5,36 \cdot 10^{-7} & \text{à } 450 \text{ °K} \end{array} \right.$$



Ces probabilités de présence sont donc très faibles et varient énormément en fonction de la température.

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

Le calcul précédent amène à une conclusion très intéressante; on peut remarquer que, quelle que soit la température, le terme

$\exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)$ est toujours très grand devant 1. On peut donc simplifier la fonction probabilité de présence qui devient

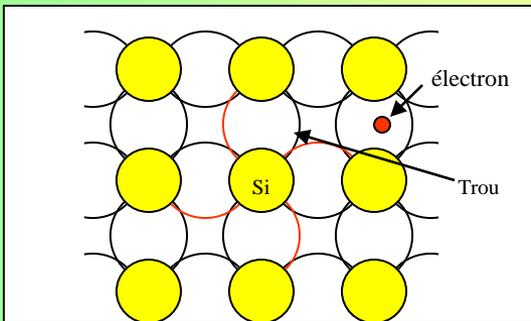
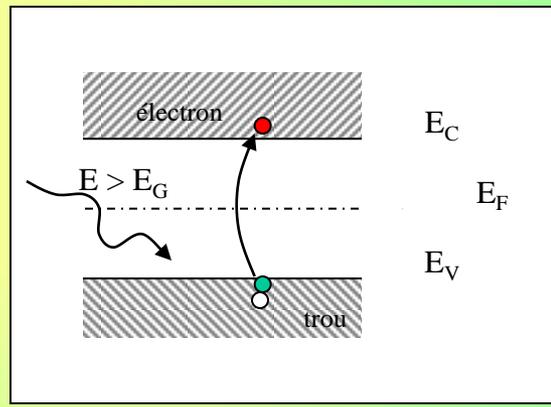
$$f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)} \quad \longrightarrow \quad f_n(E) = \exp\left(-\frac{E-E_F}{kT}\right)$$

La statistique de FERMI-DIRAC se ramène donc dans ce cas, à la statistique de BOLTZMANN. Ce sera vrai pour les Semi-conducteurs que l'on pourra assimiler à des gaz parfaits de ce point de vue.

• 1-4 - Notion d'électron et de trou.

Si la notion d'électron est bien connue, celle de trou est spécifique des matériaux présentant une structure de bandes telle que celle des semi-conducteurs.; alternance de bandes permises et interdites.

Supposons en effet que l'on apporte au matériau une énergie $E > E_G$. La radiation va échanger son énergie avec le matériau et permettre de faire passer un électron de la bande de valence vers la bande de conduction. Ce départ va donner naissance à un « trou » dans la bande de valence.



L'apport d'énergie peut donc, en satisfaisant la condition définie ci dessus, casser une liaison faisant ainsi apparaître une liaison manquante (trou) et un électron libre. Ces deux entités vont pouvoir, sous l'action d'une force extérieure (champ électrique), se déplacer donnant naissance à des courants électriques. Ces charges étant de type opposé et se déplaçant en sens contraire donnent naissance à des courants additifs.

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

2 - Matériau Intrinsèque, Densité d'états.

• **Définition** Par matériau Intrinsèque on entend un matériau idéal, dépourvu de toute impureté et dont la structure cristalline est parfaite. Le Silicium cristallise dans une structure de type « Diamant » c'est à dire Cubique faces centrées décalé d'un quart de diagonale.

• La caractéristique principale d'un semi-conducteur intrinsèque est la densité des électrons et des trous libres. Ces densités sont égales et sont représentées par les lettres: \bar{n} pour les électrons, \bar{p} pour les trous.

A l'équilibre thermodynamique on peut écrire:

$$\bar{n} = \bar{p}$$

La barre située au dessus de la lettre indique que l'on est à l'équilibre thermodynamique.

• Calcul de la densité des porteurs dans les bandes permises, à l'équilibre thermodynamique.

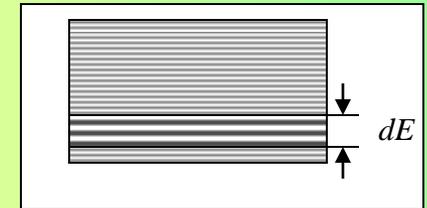
L'existence d'un porteur, dans un matériau, doit satisfaire simultanément deux contraintes:

- probabilité de présence non nulle,
- nombre d'états possibles non nul.

Si nous nous plaçons dans la bande de conduction, nous pouvons écrire, autour d'une énergie E:

$$\frac{d\bar{n}}{dE} = n(E) * f_n(E)$$

$n(E)$ représentant la fonction densité d'états.



Le nombre d'électrons s'en déduit par une intégration. Sur la bande de conduction.

$$\bar{n} = \int_{E_c} d\bar{n} = \int_{E_c} n(E) * f_n(E) dE$$

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

Ce calcul fait appel à des notions de mécanique quantique et pourra être détaillé en annexe ([cliquer ici pour le visualiser](#)). Le résultat s'écrit :

$$\bar{n} = \frac{2}{h^3} * (2\pi mkT)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

On peut remarquer que cette expression fait apparaître deux termes:

$$\exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad \text{Qui est la probabilité de présence d'un électron sur le niveau } E_C : f_n(E)$$

$$N = \frac{2}{h^3} * (2\pi mkT)^{3/2} \quad \text{Qui est la densité d'états sur le niveau } E_C.$$

Tout se passe comme si la bande de conduction se ramenait à un seul niveau énergétique d'énergie E_C possédant N états possibles.

On obtient un résultat analogue pour les trous en changeant $E_C - E_F$ par $E_F - E_V$.

Ces relations sont toutefois des relations approchées mais qui sont bien suffisantes pour décrire le comportement des dispositifs à semi-conducteurs. En toute rigueur, la masse affectée aux particules n'est pas leur masse au repos ($m_0 = 9,1 \cdot 10^{-28}$ g), mais leur masse en mouvement appelée « masse effective ». Cette dernière, qui résulte d'un calcul compliqué, est fonction de l'énergie de la particule c'est à dire de sa position dans la bande.

Les valeurs moyennes couramment admises sont:

$$m_c = 1,05 m_0 \text{ pour les électrons,}$$

$$m_v = 0,62 m_0 \text{ pour les trous.}$$

Dans la majorité des cas et sauf indication contraire, nous prendrons $m_c = m_v = m_0$. On en déduit une densité d'états qui vaut:

$$N = N_c = N_v = 2,7 \cdot 10^{19} (T/300)^{(3/2)} \text{ cm}^{-3} \text{ soit } 2,7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ à } 300 \text{ °K}$$

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

•3 - Densité Intrinsèque, Niveau de Fermi, densité des porteurs en fonction de T°.

Compte tenu du calcul précédent, nous avons montré que les densités de porteurs s'écrivaient:

$$\bar{n} = \frac{2}{h^3} * (2\pi mkT)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

$$\bar{p} = \frac{2}{h^3} * (2\pi mkT)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right)$$

Le produit de ces deux densités possède une propriété très intéressante. On peut en effet remarquer qu'il est indépendant de la position du niveau de Fermi. C'est une **constante** à température donnée. C'est la loi d'action de masse.

$$\bar{n} * \bar{p} = \left[\frac{2}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2} \right]^2 * \exp\left(-\frac{E_C - E_V}{kT}\right) = N^2 * \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

Ce terme est appelé: **Densité Intrinsèque** et noté n_i ,

$$\bar{n} * \bar{p} = n_i^2$$

Par exemple, à 300 °K, les valeurs de n_i sont:

{	Germanium (Ge)	2,5 10 ¹³ cm ⁻³
	Silicium (Si)	1,6 10 ¹⁰ cm ⁻³
	Arséniure de Gallium (As Ga)	1,1 10 ⁷ cm ⁻³

•Justification de la position de niveau de Fermi.

Nous avons émis l'hypothèse que, dans un semi-conducteur intrinsèque, le niveau de Fermi se trouvait au milieu de la bande interdite. Nous pouvons, à partir des équations établies, justifier cette hypothèse. Il suffit d'égaliser les expressions donnant les densités de porteurs. Nous pouvons remarquer que, si les masses effectives étaient égales, le niveau de Fermi se trouverait strictement au milieu de la bande interdite. En réalité, on obtient:

Compte tenu des valeurs des masses effectives, ce décalage vaut à température ambiante, dans le cas du Silicium:

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_c}{m_v} = E_i + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_c}{m_v}$$

1,04 10⁻² eV ce qui est négligeable.

Le Matériau semi-conducteur Intrinsèque

• **Densité des porteurs en fonction de la Température.**

La température est un paramètre important car elle intervient de manière directe dans les différents termes de la fonction qui définit la densité des porteurs dans les bandes. Toutefois, son influence peut être différente suivant le type de fonction dans laquelle elle est présente. L'expression de la densité intrinsèque des porteurs s'écrit:

$$\bar{n} \cdot \bar{p} = n_i^2 = N^2 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

Dans cette expression, T apparaît de manière explicite dans le terme exponentiel mais aussi dans le terme Densité d'états (N^2). En effet, si on développe ce dernier, il s'écrit:

$$N^2 = \left[\frac{4}{h^3} \cdot (2\pi mk)^3 \right] \cdot T^3$$

L'expression de la densité intrinsèque peut donc se mettre sous la forme:

$$n_i^2 = C \cdot T^3 \cdot \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

La sensibilité à la température se met en évidence en calculant la variation relative $\frac{1}{n_i^2} \frac{\partial n_i^2}{\partial T}$

On obtient, en différentiant l'expression de la densité intrinsèque:

$$\frac{1}{n_i^2} \frac{\partial n_i^2}{\partial T} = \left(3 + \frac{E_G}{kT^2}\right)$$

[Détail des calculs\(cliquer ici\)](#)

On peut donc calculer cette variation relative autour de la température ambiante pour les principaux éléments précités. On obtient:

$\frac{1}{n_i^2} \frac{\partial n_i^2}{\partial T} =$	}	Germanium (Ge)	9,63%	/ °K
		Silicium (Si)	15,4%	/ °K
		Arséniure de Gallium (As Ga)	19,04%	/ °K

On constate donc une grande sensibilité par rapport à la température.

Calcul de la sensibilité en température

L'expression des densités de porteurs s'écrit:

$$n_i^2 = N^2 \exp \frac{E_G}{kT} \quad \text{avec} \quad N^2 = \left[\frac{4}{h^6} (2\pi mk)^3 \right] T^3 \quad \text{soit:} \quad n_i^2 = \left[\frac{4}{h^6} (2\pi mk)^3 \right] T^3 \exp \frac{E_G}{kT}$$

$$\text{La dérivation de cette équation donne:} \quad \frac{\partial n_i^2}{\partial T} = \left\{ 3 \left[\frac{4}{h^6} (2\pi mk)^3 \right] T^2 \exp \frac{E_G}{kT} \right\} + \left\{ \frac{E_G}{kT^2} \left[\frac{4}{h^6} (2\pi mk)^3 \right] T^3 \exp \frac{E_G}{kT} \right\}$$

$$\text{On peut dans cette équation mettre } n_i^2 \text{ en facteur.} \quad \frac{\partial n_i^2}{\partial T} = \left\{ \left[\frac{4}{h^6} (2\pi mk)^3 \right] T^3 \exp \frac{E_G}{kT} \right\} \left(\frac{3}{T} + \frac{E_G}{kT^2} \right)$$

Il suffit donc de diviser les deux termes par n_i^2 pour obtenir:

$$\frac{1}{n_i^2} \frac{\partial n_i^2}{\partial T} = \left(\frac{3}{T} + \frac{E_G}{kT^2} \right)$$

Application numérique. Autour de la température ambiante: $T=300$ °K

$$k = 8,619 \cdot 10^{-5} \text{ eV/°K}$$

Germanium: $E_G = 0,67$ eV \rightarrow Variation de 9,63% par degré Kelvin

Silicium: $E_G = 1,12$ eV \rightarrow Variation de 15,43% par degré Kelvin

Arséniure de Gallium: $E_G = 1,4$ eV \rightarrow Variation de 19,04% par degré Kelvin

Calcul de la densité des porteurs dans les bandes

Ce calcul s'entend dans des conditions d'équilibre thermodynamique c'est-à-dire pour un matériau homogène et une température constante.

En mécanique quantique, on associe une onde à une particule. La fonction caractéristique correspondante s'écrit, dans le cas d'un modèle unidimensionnel:

$$\Psi_{(x,t)} = A e^{i(kx - \omega t)}$$

dans lequel: $\omega = 2\pi\nu$ est la pulsation, $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde.

La relation de PLANK permet d'associer la pulsation à l'énergie par:

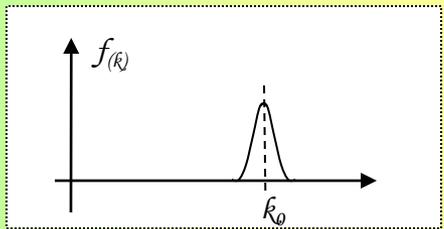
$$E = h\nu = \frac{h\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

Pour une particule libre, son énergie est purement cinétique et vaut: $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ On en déduit la vitesse: $v = \frac{p}{m} = \frac{dE}{dp}$

Or, d'après le principe d'incertitude de Heisenberg, on peut écrire: $\Delta x * \Delta k \geq \frac{1}{2}$ donc, si k est constant, $\Delta k = 0$ et donc Δx est infini. La particule n'est alors pas localisable. Il est donc nécessaire d'associer à la particule non pas une onde monochromatique mais un « paquet d'ondes » de fréquences très voisines. On dit que le milieu est dispersif. La fonction d'onde s'écrit alors:

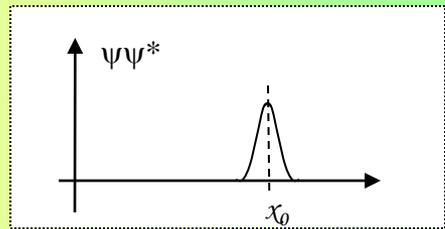
$$\Psi_{(x,t)} = \int f(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

dans laquelle $f(k)$ est représentée ci contre



La position de la particule correspond au maximum de la fonction $\Psi\Psi^*$ défini par:

$$\frac{d}{dk}(kx - \omega(k)t) = 0 \text{ soit, } x_0 = \frac{d\omega}{dk}t$$



La vitesse du paquet d'ondes vaut: $v = \frac{dx_0}{dt} = \frac{d\omega}{dk}$ or: $E = \hbar\omega$ soit: $v = \frac{d}{dk}\left(\frac{E}{\hbar}\right) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$ comme $v = \frac{dE}{dp}$ il s'en suit: $\frac{dE}{dp} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$ soit, $dp = \hbar dk$

En intégrant cette relation on obtient:

$$p = \int \hbar dk = \hbar k$$

Cette relation est connue sous le nom de **Relation de De Broglie**

On peut tirer de tout cela la relation liant l'énergie et le vecteur d'onde. $v = \frac{p}{m} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar k}{m}$ soit $d\omega = \frac{\hbar}{m} k * dk \Rightarrow \omega = \frac{\hbar}{m} \int k * dk \Rightarrow \omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$

Comme: $E = \hbar\omega$ on obtient :

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Pour les électrons de la bande de conduction on aura

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + E_c$$

Calcul de la densité des porteurs dans les bandes

•Généralisation à trois dimensions.

Dans un espace tridimensionnel, un vecteur d'onde peut se décomposer suivant les trois axes: les composantes de base s'écrivent:

$$k_x = \frac{2\pi * n_x}{L_x} \quad k_y = \frac{2\pi * n_y}{L_y} \quad k_z = \frac{2\pi * n_z}{L_z} \quad \text{avec: } n_x, n_y, n_z \text{ nombres entiers positifs, négatifs ou nul}$$

L'énergie s'écrit alors:

$$E_{n(x),n(y),n(z)} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right) + E_C$$

On peut donc associer 8 vecteurs d'onde à chaque état énergétique. On parlera de dégénérescence d'ordre 8 pour l'énergie.

•Calcul de la densité des états accessibles aux électrons.

Pour comptabiliser les états offerts à l'électron sur une bande d'énergie comprise entre E et $E+dE$, il est préférable de se reporter dans l'espace des vecteurs d'onde. Si nous reportons l'ensemble des points permis pour l'extrémité des vecteurs d'onde k d'origine 0 , ceux-ci forment un réseau périodique suivant les trois dimensions, de périodicité: $2\pi/L_x, 2\pi/L_y, 2\pi/L_z$. Compte tenu de la distribution régulière des points, le nombre d'états possibles est proportionnel au volume.

La figure suivante montre une représentation des sites possible pour les électrons en fonction des valeurs de k . On a noté avec des couleurs différentes les sites possibles correspondant à des plans définis par des valeur de k_y constantes.

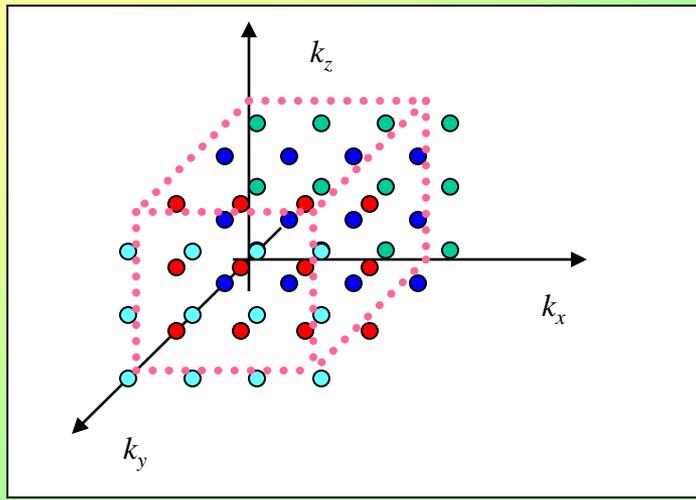
Le nombre d'états possibles peut s'exprimer par la relation:

$$N(k) = \left(\frac{L_x}{2\pi} * \frac{L_y}{2\pi} * \frac{L_z}{2\pi} \right) = \frac{V}{8\pi^3}$$

Il est donc proportionnel au volume.

Chaque état pouvant accepter deux électrons de spin antiparallèle, la densité d'électrons s'écrit:

$$n_k = 2 * \frac{N(k)}{V} = \frac{1}{4\pi^3}$$



Calcul de la densité des porteurs dans les bandes

La probabilité de trouver un électron d'énergie comprise entre E et $E+dE$ s'écrit:

$$\frac{d\bar{n}}{dE} = n(E) * f_n(E)$$

La dualité énergie \Leftrightarrow vecteur d'onde s'écrit: $n(E)dE = n(k)dV(k)$

Le volume élémentaire, dans l'espace des vecteurs d'onde est une sphère de rayon k .

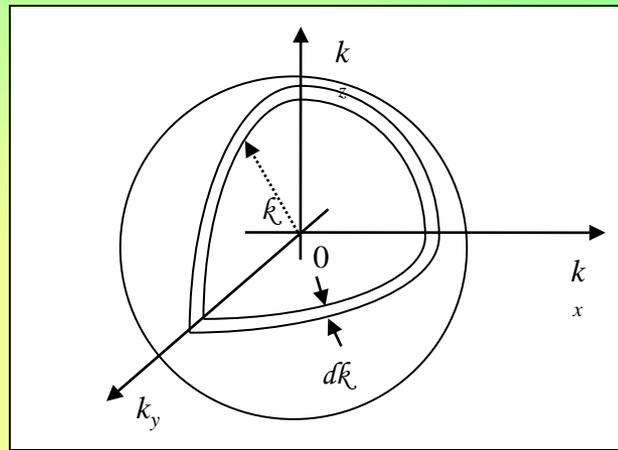
$$V(k) = \frac{4\pi}{3} k^3 \quad \text{d'ou; } dV(k) = 4\pi k^2 dk \quad n(k) * dV(k) = \frac{1}{4\pi^3} * 4\pi k^2 dk = \frac{k^2 dk}{\pi^2} \quad \text{or: } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$n(E)dE = \frac{(2E)^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}} dE}{\pi^2 \hbar^3} \quad \text{en reportant dans } \bar{n} = \int_{E_c} \frac{d\bar{n}}{dE} = \int_{E_c} n(E) * f_n(E) dE \quad \text{il vient:}$$

Le coefficient de l'exponentielle étant toujours grand devant l'unité, on peut écrire:

$$\bar{n} = \int_{E_c} \frac{d\bar{n}}{dE} = \int_{E_c} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)} * \frac{(2E)^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}} dE}{\pi^2 \hbar^3}$$

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)} \Rightarrow \exp\left(-\frac{E-E_F}{kT}\right)$$



En ce qui concerne la borne supérieure de l'intégrale, on peut la prendre égale à l'infini compte tenu de la fonction exponentielle qui est décroissante. On obtient donc:

$$\bar{n} = \frac{2^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}}}{\pi^2 \hbar^3} \int_{E_c} \exp\left(-\frac{E-E_F}{kT}\right) (E)^{\frac{1}{2}} dE = \frac{2^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}}}{\pi^2 \hbar^3} \exp\left(-\frac{E_c-E_F}{kT}\right) \int_{E_c} \exp\left(\frac{E-E_c}{kT}\right) (E)^{\frac{1}{2}} dE \quad \text{En posant } u = (E-E_c)/(kT), \text{ on obtient:}$$

$$\bar{n} = \frac{2^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{3}{2}}}{\pi^2 \hbar^3} \exp\left(-\frac{E_c-E_F}{kT}\right) \int_{E_c} u^{\frac{1}{2}} \exp(-u) du = \frac{2^{\frac{1}{2}} m^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{3}{2}}}{\pi^2 \hbar^3} \exp\left(-\frac{E_c-E_F}{kT}\right) * \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \quad \Gamma(1/2) \text{ vaut } \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (\text{Intégrale d'Euler}).$$

En remplaçant \hbar par $\frac{h}{2\pi}$ et en réduisant les termes, on obtient:

$$\bar{n} = \frac{2}{h^3} (2\pi mkT)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_c-E_F}{kT}\right)$$

Ce résultat fait apparaître le produit de deux termes:

$f_n(E_c) = \exp\left(-\frac{E_c-E_F}{kT}\right)$ qui représente la probabilité de présence sur le niveau E_c

$N = \frac{2}{h^3} (2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}$ qui représente la densité d'états correspondant au niveau E_c

Tout se passe comme si la bande de conduction se ramenait à un seul niveau possédant N états possibles.

1-B:Le Matériau semi-conducteur Extrinsicèque

1 - Densité des porteurs

1 -1 Niveaux d'énergie introduits par les impuretés et les imperfections du cristal.

Les cristaux de silicium (de germanium ou d'arséniure de gallium...) utilisés pour la fabrication des composants et des circuits intégrés, contiennent de nombreuses imperfections consistant en impuretés ou en défauts de cristallisation du réseau. Certaines de ces impuretés seront d'ailleurs introduites volontairement dans le réseau afin de conférer au matériau des propriétés particulières.

Les impuretés néfastes proviennent soit du matériau de base, soit de la chaîne de traitement permettant l'obtention du cristal.

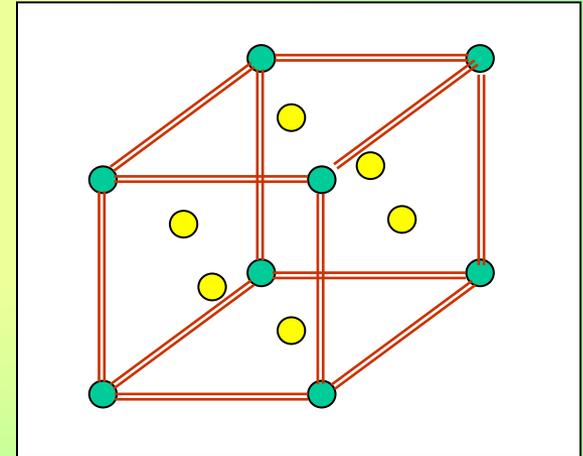
Nous avons vu dans ce qui précède que la densité intrinsèque des porteurs vaut, pour le silicium: $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Pour que les impuretés puissent être considérées comme négligeables dans ce matériau, elles doivent être en quantité beaucoup plus faibles (1/100, 1/1000 ...), soit des densités de l'ordre de 10^7 ou 10^8 cm^{-3} . On peut comparer ce chiffre avec le nombre d'atomes de silicium par cm^3 . Celui-ci se calcule aisément à partir de la connaissance du système de cristallisation du silicium.

Le silicium cristallise dans un système « cubique faces centrées » décalé d'un quart de diagonale. La figure ci contre montre la structure de la maille de base. L'arête du cube vaut 5,43 Angstrom. Un rapide calcul s'appuyant sur la cristallographie montre que cette structure correspond à 8 atomes par maille. On peut donc calculer le nombre d'atomes par cm^3 dans un cristal de silicium. Il vaut:

$$N = 8 \cdot \frac{1}{\text{Volume de la maille}} \quad \text{Soit: } N = 5,02 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

En comparant ce nombre à celui de la densité intrinsèque, on s'aperçoit que le degré de pureté à atteindre pour obtenir un matériau intrinsèque est de l'ordre de: $10^8 / 10^{22}$ soit sensiblement 10^{-14} . Ceci est absolument inconcevable compte tenu des opérations nécessaires pour obtenir le silicium mono-cristallin. Les limites technologiques permettent d'atteindre des densités d'impuretés résiduelles de l'ordre de 10^{12} cm^{-3} .

Le matériau intrinsèque, au sens étymologique du terme n'existe donc pas. Il permet toutefois de définir une constante extrêmement importante qui est la **densité intrinsèque** n_i .



Le Matériau semi-conducteur Extrinsicèque

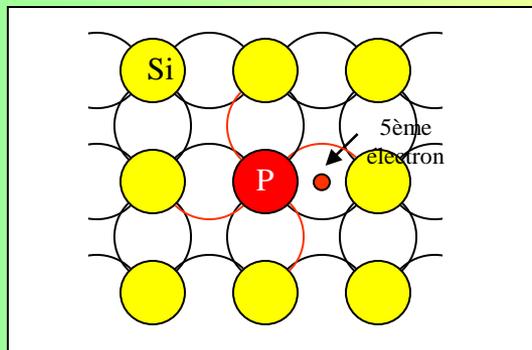
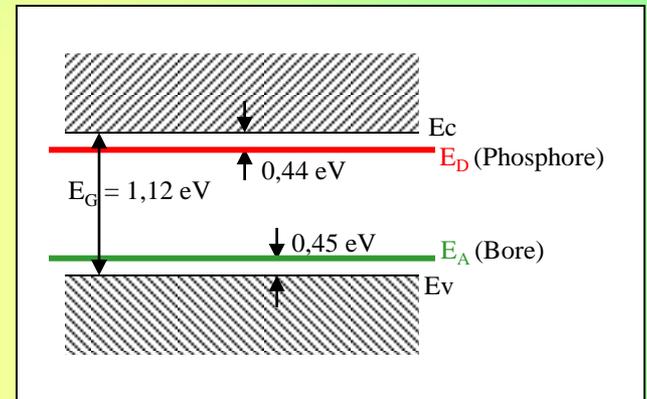
- Les niveaux profonds: Ce sont généralement des métaux. Ils peuvent avoir une action sur la conductivité du matériau (compensation de l'effet des niveaux de bord de bande), mais leur rôle le plus important se situera au niveau de la durée de vie des porteurs en excès.
- Les niveaux de bord de bande: Distants de moins de 0,1 eV de E_c ou E_v , ils peuvent interagir facilement avec les bandes permises et conditionnent la conductivité extrinsèque du matériau. Ils vont permettre de générer soit des électrons soit des trous. Ce sont, pour le silicium, surtout le Phosphore, le Bore, le Gallium, l'Aluminium...

Nous allons, dans un premier temps, nous intéresser à ce deuxième type de niveaux et plus particulièrement, au Bore et au Phosphore dans le silicium. Ces deux impuretés appartiennent, dans la classification périodique de éléments, aux colonnes adjacentes à celle du silicium: colonne III pour le Bore, colonne V pour le phosphore. Ils possèdent donc soit un électron de plus, soit un électron de moins que le silicium.

De plus, ils se situent très près des bords de bandes: 0,044 eV de E_c pour le Phosphore, 0,045 eV de E_v pour le Bore, (Figure ci contre).

Considérons le cas du Phosphore dans le silicium.

Si on introduit une quantité relativement faible de phosphore dans le silicium, celui-ci va se substituer à des atomes de silicium. Or, il possède 5 électrons de valence. Quatre d'entre-eux vont être utilisés pour les liaisons avec les atomes voisins et le cinquième pourra facilement être libéré compte tenu du faible écart d'énergie entre le niveau E_D et la bande de conduction. Soit N_D la concentration en atomes de phosphore; Un faible apport d'énergie va libérer l'électron excédentaire qui va passer sur le niveau de conduction et de ce fait devenir libre. Cela se traduit par : $N_D + \text{énergie} \rightarrow N_D^+ + 1 e^-$



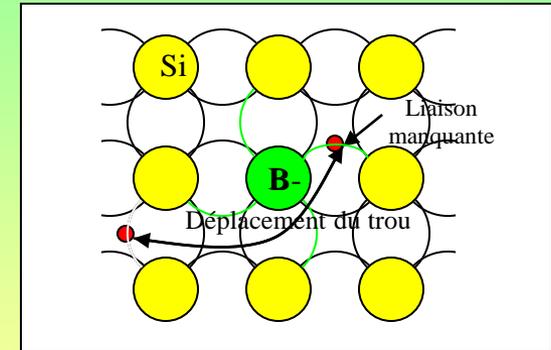
Il y a donc apparition de deux types de charges: N_D^+ qui est un Ion positif totalement stable car il possède 8 liaisons de valence et un électron qui pourra très facilement être libéré afin de participer au processus de conduction.

Le processus est similaire avec le Bore. Ce dernier n'ayant que 3 électrons de valence peut en accepter un quatrième provenant de la bande de valence. Il devient alors Ion négatif stable et fait apparaître un trou. $N_A + \text{énergie} \rightarrow N_A^- + 1 \text{ trou}$

Ce processus, appelé « Dopage » permet de générer de électrons OU des trous et confère un caractère spécifique au matériau qui sera dit de type N ou de type P.

Le Matériau semi-conducteur Extrinsicèque

Le processus de dopage permettant de générer un trou est matérialisé sur la figure ci contre. La liaison manquante due au fait que le bore ne comporte que trois électrons de valence permettra, lorsque cette liaison sera comblée par un électron d'un autre atome de générer un ion négatif stable et un trou qui s'est déplacé participant ainsi au passage d'un courant électrique. En fait, le déplacement d'un trou correspond à celui d'un électron qui saute de liaison en liaison.



1 -2 Etat d'ionisation des impuretés, densité des porteurs en fonction de la température.

L'ionisation des impuretés va donc permettre de créer soit des électrons soit des trous dans le matériau semi-conducteur. Les densités de porteurs dans les bandes permises seront donc directement fonction de la densité des atomes d'impuretés et de leur niveau d'ionisation. Il est donc nécessaire de pouvoir définir ce degré d'ionisation en fonction de la température afin de connaître les densités de porteurs libres existant dans le matériau.

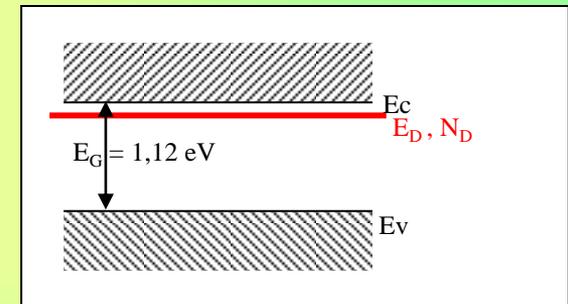
La cinétique d'ionisation des impuretés en fonction de la température, dans un semi-conducteur, est régie par la statistique de Fermi-Dirac. Par exemple, considérons du silicium dans lequel on a introduit des atomes de phosphore. Cette impureté est caractérisée par l'énergie du niveau qu'il génère (E_D), et par la densité correspondante ($N_D \text{ cm}^{-3}$).

L'état d'ionisation des impuretés va évoluer en fonction de la température. On peut définir trois zones.

Pour T voisin du zéro absolu, le matériau est inerte et tous les porteurs sont figés sur leurs niveaux. La bande de conduction est vide et la bande de valence et le niveau donneur sont pleins.

Dès que l'on apporte de l'énergie, vu le très faible écart entre E_C et E_D , les impuretés vont s'ioniser faisant apparaître des électrons dans la bande de conduction. La densité des donneurs étant très faible, ce niveau sera vite complètement ionisé ($E_C - E_D = 0,04 \text{ eV}$).

Pour observer une nouvelle évolution des densités, il faudra que l'énergie devienne suffisante pour générer des transitions bande à bande



Le Matériau semi-conducteur Extrinsèque

Détermination de la loi de variation de la densité des porteurs en fonction de la température:

Les trois zones définies précédemment permettent de déterminer les équations des asymptôtes à la courbe $\text{Ln}(n) = f(1/T)$.

Zone d'ionisation des donneurs: $T \sim 0^\circ\text{K}$

L'ionisation des donneurs suit la statistique de Fermi-Dirac. On a donc:

$$N_D^+ = N_D \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = N_D \cdot f_p(E_D)$$

La densité des électrons étant égale à celle des donneurs ionisés, on a donc:

$$\bar{n} = N_D^+ \quad \text{La variation asymptotique est donc une droite.}$$

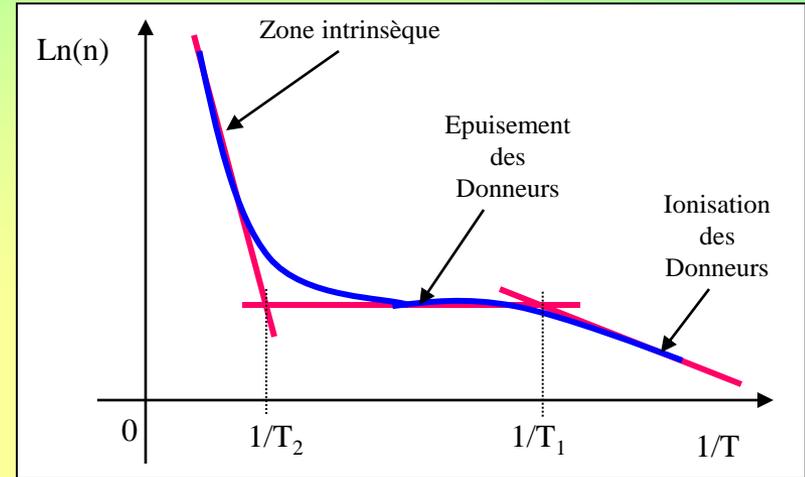
Zone d'épuisement des donneurs.

Lorsque tous les donneurs sont ionisés, la densité des porteurs reste constante tant que l'énergie n'est pas suffisante pour faire sauter des électrons de la bande de valence ($E_G \gg E_C - E_D$). La densité des porteurs vaut alors: $\text{Ln}(n) = \text{Ln}(N_D)$.

Zone Intrinsèque.

Lorsque la température devient suffisamment élevée, il est possible de faire passer des porteurs de la bande de valence à la bande de conduction. On génère alors des paires électron-trou. La bande de valence permettant de créer un nombre très important de porteurs, ceux issus du niveau donneur sont rapidement en quantité négligeable et le matériau se comporte alors comme un matériau intrinsèque.

L'intersection des asymptôtes permet de déterminer les températures T_1 et T_2 qui limitent les différentes zones. Il faut donc calculer les valeurs correspondantes afin de positionner la température ambiante. Le calcul montre qu'elle se situe sur le plateau, dans la zone d'épuisement ([cliquer ici pour le calcul complet](#)). La courbe représentative est tracée en bleu.



Equation des assyptôtes à la courbe $\ln(n)=f(T)$.

Dans la zone d'ionisation, la densité des atomes d'impuretés ionisées s'écrit: $N_D^+ = N_D^* \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} \cong N_D^* \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)$
Cette expression fait apparaître le niveau de Fermi dont on ne connaît pas la position.

Il faut donc disposer d'une deuxième équation faisant intervenir celui-ci. C'est l'équation de définition de la densité des porteurs que nous avons établi au début de ce cours. $\bar{n} = N^* \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$ En égalant ces deux expressions, on peut éliminer E_F . On obtient alors la loi de variation $n=f(T)$ dans cette première zone.

On obtient: $\ln(\bar{n}) = \frac{1}{2} \ln(N^* N_D) - \frac{E_C - E_D}{2kT}$ On a donc une droite de pente $-\frac{E_C - E_D}{2k}$ Et d'ordonnée à l'origine: $\frac{1}{2} \ln(N^* N_D)$

La zone d'épuisement des donneurs permet d'écrire: $\ln(\bar{n}) = \ln(N_D)$

Pour la zone intrinsèque, le niveau de Fermi se situe au milieu de la bande interdite donc, $E_F = (E_C - E_V)/2$. En reportant dans l'équation qui donne n , on obtient: $\ln(n) = \ln(N) - \frac{E_C - E_V}{2kT}$ On obtient aussi une droite de pente $-\frac{E_C - E_V}{2k}$ et d'ordonnée à l'origine $\ln(N)$.

La détermination des valeurs des températures limites des zones se fait en égalant deux à deux les équations.

Pour T_1 : $\ln(N_D) = \frac{1}{2} \ln(N^* N_D) - \frac{E_C - E_D}{2kT_1}$ soit: $T_1 = \frac{E_C - E_D}{k * \ln\left(\frac{N^*}{N_D}\right)}$

Pour T_2 : $\ln(N_D) = \ln(N) - \frac{E_C - E_V}{2kT_2}$ soit: $T_2 = \frac{E_C - E_V}{2k * \ln\left(\frac{N}{N_D}\right)}$

Application numérique:

$$N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_C - E_D = 0,04 \text{ eV}$$

$$\text{Silicium: } E_G = 1,12 \text{ eV, } N = 2,7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

On obtient:

$$T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 636,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

On peut remarquer que la température ambiante est bien au milieu du plateau. Le matériau est donc stable en température et on peut affirmer que, à température ambiante, toutes les impuretés sont ionisées.

Le Matériau semi-conducteur Extrinsicèque

2 - Loi d'action de masse

Compte tenu du calcul précédent, on peut donc conclure que pour un semi-conducteur dopé, à température ambiante:

- Toutes les impuretés sont ionisées
- La densité des majoritaires est égale à celle des impuretés ($n = N_D$ pour un type N, $p = N_A$ pour un type P)
- La densité des minoritaires est donnée par la loi d'action de masse qui s'écrit: $\bar{n}^* \bar{p} = n_i^2$

Cette relation ne fait intervenir que des constantes du matériau à une température donnée (largeur de bande interdite, nombre de places possibles sur les niveaux, constantes universelles), elle est donc valable que le semi-conducteur soit dopé ou non.

En résumé:

- Matériau de type N

$$\bar{n} = N_D \quad \bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

La connaissance de la densité des atomes dopants donne les densités des porteurs de chaque type

- Matériau de type P

$$\bar{p} = N_A \quad \bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

Exemple:

- Silicium dopé N ($n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$): $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$;

$$n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}, p = 2,56 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

Le Matériau semi-conducteur Extrinsèque

3 - Position du niveau de Fermi

A très basse température, les échanges se font entre le niveau donneur (ou accepteur) et la bande voisine. Le niveau de Fermi se situe donc entre ces deux niveaux c'est-à-dire très près du niveau E_C (ou E_V). Le niveau de Fermi peut donc se situer dans toute la bande interdite (contrairement au matériau Intrinsèque ou il est au milieu). Sa position se calcule à partir de l'équation de neutralité qui s'écrit:

$$\bar{n} + N_A^- = \bar{p} + N_D^+$$

Cette équation n'a pas de solution analytique et se résout donc numériquement. Elle est très complexe.

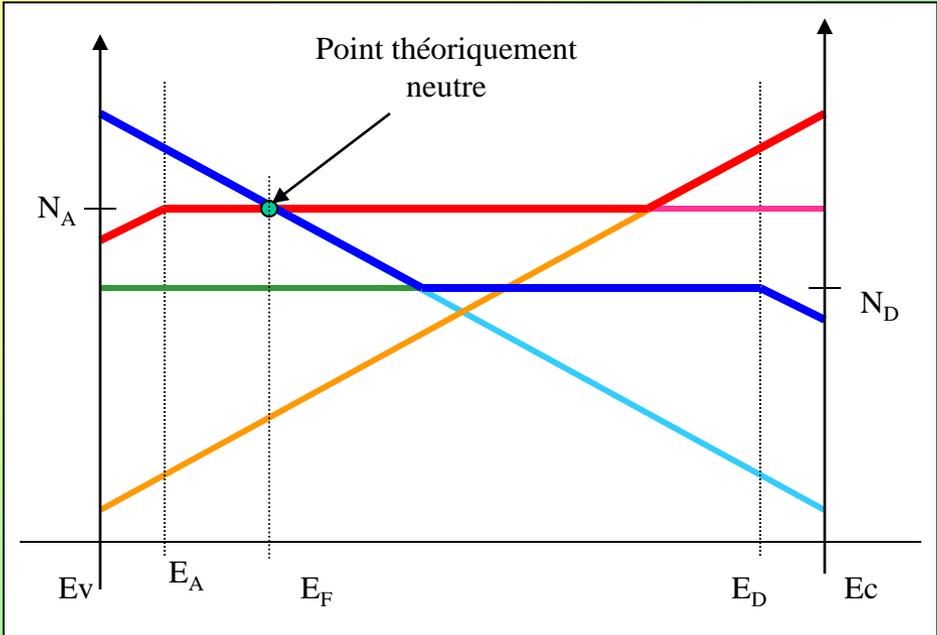
[Cliquer ici pour le calcul](#)

On peut avoir une idée du résultat en traçant les variations asymptotiques des quatre termes de cette équation .

- $\bar{p} = N \exp(-\frac{E_F - E_V}{kT})$ —
- $\bar{n} = N \exp(-\frac{E_C - E_F}{kT})$ —
- $N_A^- = N_A * f_n(E_A)$ —
- $N_D^+ = N_D * f_p(E_D)$ —
- $n + N_A^-$ —
- $p + N_D^+$ —

Ces différents termes, représentés en fonction de l'énergie, dans la bande interdite, se coupent en un point qui correspond à la position du niveau de Fermi (neutralité).

Pour ce, on considère que la somme de deux logarithmes est le logarithme du plus grand.



Calcul de la position du niveau de fermi

La position exacte du niveau de Fermi est solution de l'équation:

$$\bar{n} + N_A^- + \bar{p} + N_D^+ = 0$$

Nous pouvons expliciter les différents termes de cette équation; il vient:

$$\bar{p} = N \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) \quad \bar{n} = N \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \quad N_A^- = N_A * f_n(E_A) \quad N_D^+ = N_D * f_p(E_D)$$

$$\bar{p} = N \exp\left(-\frac{E_F - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_V}{kT}\right) = n_i \exp\left(-\frac{E_F - E_I}{kT}\right)$$

$$\bar{n} = N \exp\left(-\frac{E_C - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) = n_i \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right)$$

$$\bar{n} + \bar{p} = n_i \left\{ \exp\left(\frac{E_I - E_F}{kT}\right) + \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) \right\} = 2 n_i \operatorname{sh}\left(\frac{E_I - E_F}{kT}\right)$$

$$f_n(E_A) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)} \cong \exp\left(-\frac{E_A - E_F}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{E_A - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right)$$

$$f_p(E_D) = \left[1 - f_n(E_D) \right] = 1 - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} \cong 1 - \exp\left(-\frac{E_D - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right)$$

$$\bar{n} + \bar{p} + = - (N_D^+ + N_A^-)$$

$$2 n_i \operatorname{sh}\left(\frac{E_I - E_F}{kT}\right) = N_A \exp\left(-\frac{E_A - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) + N_D \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{E_D - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) \right\}$$

$$2 n_i \operatorname{sh}\left(\frac{E_I - E_F}{kT}\right) = \left[N_A \exp\left(-\frac{E_A - E_I}{kT}\right) - N_D \exp\left(-\frac{E_D - E_I}{kT}\right) \right] \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) + N_D$$

On a donc une équation de la forme:

$$A \operatorname{sh}\left(\frac{E_I - E_F}{kT}\right) = B \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) + C$$

dans laquelle A, B et C sont des constantes

Il n'y a pas de solution analytique. Il faut résoudre cette équation numériquement.

1-C: Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

1 - Injection ou extraction de porteurs, durée de vie

Un semi-conducteur est dit à l'équilibre thermodynamique si sa température est constante, s'il est homogène et si les densités de porteurs obéissent à la loi d'action de masse: $\bar{n}^* \bar{p} = n_i^2$.

Lorsqu'on perturbe cet équilibre, on peut définir deux cas:

- Extraction de porteurs: $\bar{n}^* \bar{p} < n_i^2$
- Injection de porteurs: $\bar{n}^* \bar{p} > n_i^2$

Le deuxième cas est le plus fréquent. L'injection peut se faire de différentes manières:

- Élévation de température,
- Utilisation d'un rayonnement ionisant,
- Injection à partir d'une électrode.

On peut classer les phénomènes d'injection en deux catégories suivant la valeur de la densité des porteurs injectés par rapport à la densité des porteurs majoritaires dans le matériau.

- Faible niveau d'injection** si la densité des porteurs injectés est faible par rapport à celle des majoritaires,
- Fort niveau d'injection** si elle devient du même ordre de grandeur.

On désignera par \hat{n} et \hat{p} les densités de porteurs en excès. Les densités totales pour un matériau hors d'équilibre s'écriront alors:

$$\bar{n} = \bar{n} + \hat{n} \quad \text{et} \quad \bar{p} = \bar{p} + \hat{p}$$

1-1- Phénomènes de génération recombinaison.

Dans un matériau semi-conducteur, les densités de porteurs existant dans les bandes sont le résultat de deux mécanismes permanents d'échange entre elles. Il s'agit de la **Génération** et de la **Recombinaison**. Les porteurs créés passent de la bande de valence vers celle de conduction puis effectuent le chemin inverse en se recombinant. Il existe donc un flot permanent de porteurs allant de la bande de valence vers la bande de conduction et vice et versa.

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

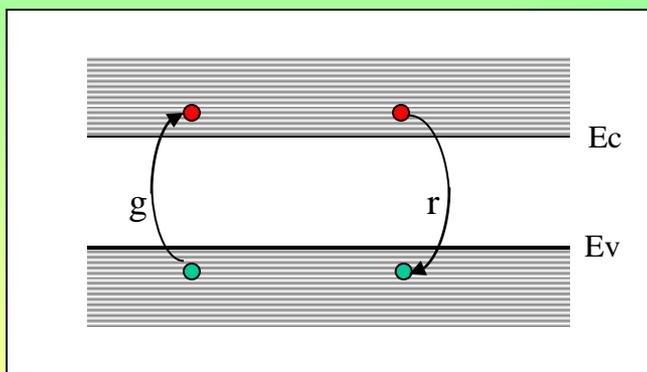
Les phénomènes de génération et de recombinaison sont illustrés ci-contre.

A l'équilibre thermodynamique, les densités étant constantes, on peut en déduire que la génération et la recombinaison sont égales: $g_0 = r_0$.

Si $g > r$, on a augmentation de la densité des porteurs, c'est à dire **injection**.

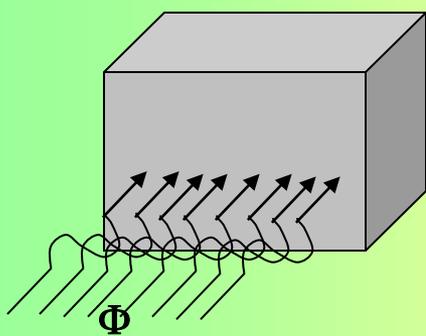
Si $g < r$, on a une diminution de la densité des porteurs, c'est à dire **extraction**.

Ces mécanismes d'écart par rapport à l'équilibre s'effectuent avec une constante de temps τ appelée **durée de vie des porteurs**.



1-2- Durée de vie des porteurs.

Considérons un matériau semi-conducteur de type N ($\bar{n} \gg \bar{p}$). A l'équilibre thermodynamique, ce matériau est caractérisé par des densités de porteurs qui valent respectivement: \bar{n} et \bar{p} et une égalité entre vitesse de génération et de recombinaison: $g_0 = r_0$.



Supposons qu'à l'instant $t = t_0$, on soumette ce matériau à un flux lumineux d'intensité constante Φ tel que l'énergie qu'il transporte soit supérieure à la largeur de la bande interdite: $E = h\nu > E_G$. Ce flux va générer des paires électrons-trous et la vitesse de génération va augmenter (le signe ^ sur un symbole indique un accroissement par rapport à l'équilibre).

$$g = g_0 + \hat{g} > r_0$$

Or, la vitesse de recombinaison est proportionnelle aux densités de porteurs dans les bandes (un électron se recombinant avec un trou). On peut donc écrire:

$$r = A \cdot p n \quad (A \text{ est une constante de proportionnalité})$$

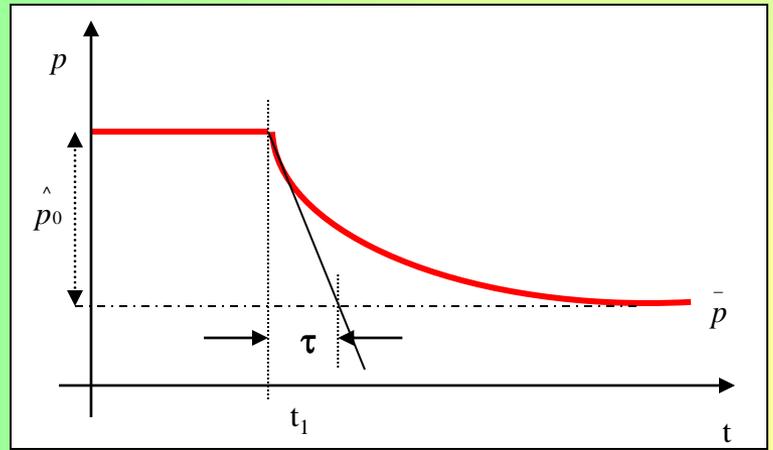
À l'équilibre, on peut écrire: $r_0 = A \cdot \bar{p} \bar{n}$

Si les densités de porteurs augmentent, la vitesse de recombinaison va aussi augmenter et on atteindra un nouvel équilibre dans lequel les densités seront égales: $p = n$.

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

La vitesse de recombinaison sous éclairage vaudra: $r = A \cdot \hat{p} \hat{n} = A(\hat{p} + \bar{p}) \cdot (\hat{n} + \bar{n})$
 Développons cette expression: $r = A \cdot \hat{p} \hat{n} + A \cdot (\hat{p} + \bar{p}) \bar{n} + A \cdot \bar{p} \hat{n}$ or, $\hat{p} = \bar{p} + \hat{p} - \bar{p}$ et $\hat{n} = \bar{n} + \hat{n} - \bar{n}$ soit: $r = r_0 + A \cdot (\hat{p} + \bar{p}) \bar{n} + A \cdot \bar{p} \hat{n}$. Le matériau étant de Type N, $\bar{p} \ll \bar{n}$ et si nous nous plaçons dans l'hypothèse de faible niveau d'injection $\hat{p} \ll \bar{n}$ so $(\hat{p} + \bar{p}) \bar{n} \approx \bar{n} \hat{p}$ et $\bar{p} \hat{n} \gg \bar{p}^2$.

L'équation précédente devient donc: $r - r_0 \approx A \cdot \bar{n} \hat{p}$. Un nouvel équilibre sera atteint lorsque: $g = r$.



Le temps de retour à l'équilibre est voisin de 3τ.

Supposons qu'à l'instant $t = t_1$ on coupe le flux lumineux. L'excès de génération devient nul et le terme de recombinaison est prépondérant. La densité des porteurs en excès va décroître en fonction du temps. L'équation qui régit cette variation s'écrit:

$$\hat{r} = r - r_0 = -\frac{d\hat{p}}{dt} \quad \text{Le signe - indique une diminution de la densité.}$$

$$\text{Il vient: } \frac{d\hat{p}}{dt} = -A \cdot \bar{n} \hat{p} \quad \text{soit, } \frac{d\hat{p}}{\hat{p}} = -A \cdot \bar{n} dt$$

$$\hat{p}(t) = \hat{p}(0) \cdot e^{-A\bar{n}t} = \hat{p}(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La solution de cette équation est donc:

Le terme $A\bar{n}$ est homogène à l'inverse d'un temps. Il est appelé

Durée de vie des porteurs. $\tau = \frac{1}{A\bar{n}}$

Recombinaison par centres pièges:

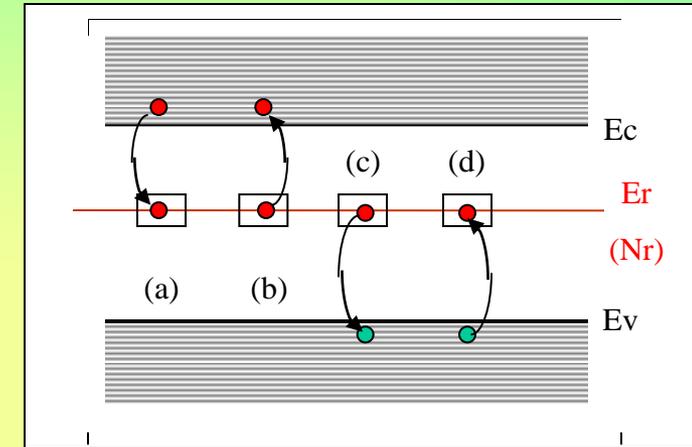
Lors de la définition du matériau extrinsèque, nous avons défini deux types de niveaux se situant dans la bande interdite; les niveaux de bord de bande qui interviennent dans le mécanisme de dopage et les niveaux profonds (situés vers le milieu de la bande interdite). Ces derniers ont un rôle fondamental dans les mécanismes de génération-recombinaison. Ils peuvent en effet servir de relais pour le passage des électrons et seront d'autant plus efficaces qu'ils se situent près du milieu de la bande interdite car les probabilités d'échanges avec les bandes de valence ou de conduction (émission ou capture d'électrons) seront alors sensiblement égales

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

Considérons le cas d'un semi-conducteur dans lequel existe un niveau piège. Ce dernier va pouvoir capturer puis réémettre de électrons après un certain temps correspondant au temps de piégeage. Les mécanismes d'échange avec les bandes permises son définis ci dessous.

Les mécanismes d'échange entre les bandes et le niveau piège peuvent se modéliser par les quatre cas suivants:

- a) Capture d'un électron de la bande de conduction par un piège vide
- b) Émission d'un électron vers la bande de conduction par un piège plein
- c) Capture d'un trou de la bande de valence par un piège plein
- d) Émission d'un trou dans la bande de valence par un piège vide



Les centres pièges vont servir de « catalyseur » à la recombinaison des électrons libres en capturant ceux de la bande de conduction pour les réémettre vers la bande de valence (cas a et c). Les pièges peuvent aussi jouer le rôle de donneur (b) ou d'accepteurs (d). Le temps pendant lequel l'électron reste « piégé » est plus ou moins long. C'est lui qui définit la durée de vie.

Nous allons, dans ce qui suit, modéliser les différents échanges afin d'en tirer une expression de la durée de vie des porteurs. Toutefois, ce calcul est simplement indicatif car il ne met en œuvre qu'un seul niveau piège ce qui ne reflète que partiellement la réalité. Les résultats obtenus sont malgré tout satisfaisants, l'écart par rapport aux mesures n'étant que de quelques pourcents.

Capture d'un électron de la bande de conduction par un piège vide

Le flux d'électrons capturés par centimètres cubes et secondes est proportionnel à la concentration des électrons dans la bande de conduction et à la densité de pièges vides (chargés positivement). Si nous appelons C_n le coefficient de proportionnalité, le taux de capture R_{cn} s'écrit:

$$R_{cn} = C_n \cdot n \cdot N_r (1 - f_n(E_r))$$

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

Émission d'un électron vers la bande de conduction par un piège plein

Ce taux dépend du nombre de places vides dans la bande de conduction et du nombre de pièges pleins (chargés négativement). Le coefficient de proportionnalité sera noté E_n et le taux d'émission R_{en} .

$$R_{en} = E_n \cdot (N - \bar{n}) \cdot N_r \cdot f_n(E_r)$$

A l'équilibre, on peut considérer que ces deux mécanismes se compensent ce qui permet de déterminer la relation liant C_n et E_n . L'égalité $R_{en} = R_{cn}$ donne:

$$E_n = C_n \cdot \frac{\bar{n}}{(N - \bar{n})} \cdot \frac{1 - f_n(E_r)}{f_n(E_r)} \quad \text{avec} \quad f_n(E_r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_r - E_F}{kT}\right)}$$

or $\frac{1 - f_n(E_r)}{f_n(E_r)} = \exp\left(\frac{E_r - E_F}{kT}\right)$ donc, $E_n = C_n \cdot \frac{N \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right)}{(N - \bar{n})} \cdot \exp\left(\frac{E_r - E_F}{kT}\right) = C_n \cdot \frac{N \exp\left(-\frac{E_c - E_r}{kT}\right)}{(N - \bar{n})} = C_n \cdot \frac{n^*}{(N - \bar{n})}$

Le terme n^* représente la densité qui existerait dans la bande de conduction si le niveau de Fermi était confondu avec E_r .

Lorsque le matériau est hors d'équilibre, R_{cn} et R_{en} sont différents; le flux d'électrons libres réellement capturés vaut:

$$R_n = R_{cn} - R_{en} = C_n \cdot N_r [\bar{n} \cdot (1 - f_n(E_r)) - n^* \cdot f_n(E_r)]$$

Le même processus appliqué aux échanges avec la bande de valence permet d'écrire:

$$R_p = R_{cp} - R_{ep} = C_p \cdot N_v [p \cdot f_p(E_r) - p^* \cdot (1 - f_p(E_r))]$$

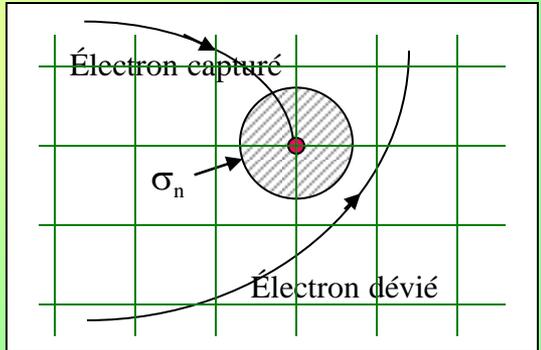
En régime permanent, il y a égalité entre ces deux termes (pas d'accumulation) soit, $R_n = R_p$.

La durée de vie s'écrit donc:

$$R_n = R_p = \frac{p}{\tau}$$

Les constantes C_n et C_p caractérisent la capacité d'un piège à capturer un électron (fig ci contre). Elles sont fonction de la vitesse instantanée de l'électron (vitesse thermique $v_{th} \sim 10^7$ cm/s) et d'un terme appelé « section efficace de capture » qui traduit la proximité du piège dans lequel doit passer l'électron pour être capturé. Cette section, notée σ_n ou σ_p est de l'ordre de 10^{-15} à 10^{-16} cm².

$$C_n = \sigma_n \langle v_{th} \rangle \quad \text{de même,} \quad C_p = \sigma_p \langle v_{th} \rangle$$



Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

Dans l'hypothèse de faible niveau d'injection, l'excès de densité des porteurs est faible devant les densités d'équilibre. En posant:

$$\tau_n = \frac{1}{\sigma_n \nu_{th} N_r} \text{ et } \tau_p = \frac{1}{\sigma_p \nu_{th} N_r} \quad \text{on obtient: } \tau = \tau_p \frac{n+n^*}{n+p} + \tau_n \frac{p+p^*}{n+p}$$

Cette expression est connue sous le nom de « **Formule de Hall-Schokley-Read** » du nom des trois chercheurs qui l'ont établie. Elle peut s'approximer dans le cas de matériaux dopés. On obtient:

Pour un matériau type N → $\tau = \tau_p$

Pour un matériau type P → $\tau = \tau_n$

[Exercices](#)

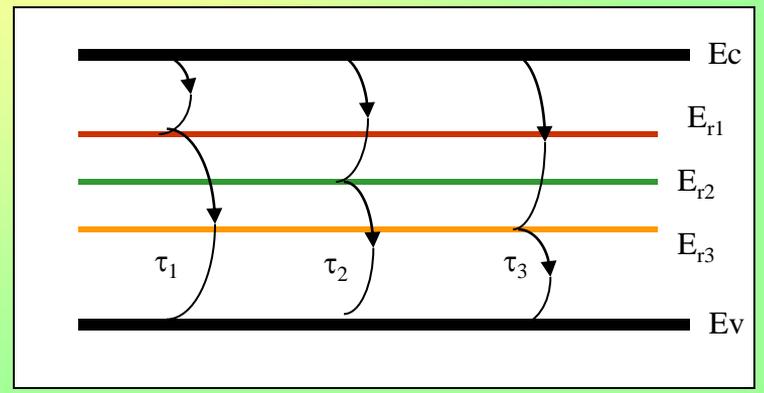
Cas ou il existe plusieurs niveaux pièges.

Le problème ne peut se traiter que dans le cas où il n'existe aucune corrélation entre les différents niveaux (chacun d'entre eux est considéré comme totalement indépendant des autres de manière à ne prendre en compte que ses échanges possibles avec les bandes). On peut alors appliquer le raisonnement précédent à chacun d'entre eux.

Tout se passe donc comme si on avait affaire à des phénomènes en parallèle. La durée de vie résultante vaut donc:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} + \dots + \frac{1}{\tau_n}$$

C'est donc le centre situé le plus près du milieu de la bande interdite qui sera le plus efficace. Les autres ne jouent pratiquement aucun rôle.



Etude de la durée de vie

Problème.

Considérons un matériau semi-conducteur (Silicium) dopé phosphore dans lequel existe un niveau recombinant E_r dont les caractéristiques sont:

Position par rapport à la bande de conduction $E_c - E_r = 0,375$ eV

Densité d'états sur le niveau recombinant: $N_r = 10^{13}$ cm⁻³

- 1°) – Ecrire l'expression de la durée de vie de Hall-Schokley-Read en fonction des deux variables qui sont:

$$U_F = \frac{E_i - E_F}{kT}, \quad U_r = \frac{E_i - E_r}{kT}$$

Tracer le diagramme de bandes correspondant.

- 2°) – Donner l'expression de la durée de vie dans les différents cas suivants:

- a) - $|U_F| \gg |U_r|, U_F \geq 0$

- b) - $|U_F| \gg |U_r|, U_F \leq 0$

- c) - $U_F = 0$

AN: $\sigma_n = 10^{-15}$ cm²; $\sigma_p = 10^{-16}$ cm²; $v_{th} = 10^7$ cm/s.

- 3°) – Que devient la durée de vie si le centre recombinant se situe au milieu de la bande interdite?
- 4°) – Vers quelle limite tendrait la durée de vie s'il n'y avait pas de centre recombinant?
- 5°) – Tracer les variations asymptotiques de la durée de vie en fonction de la position du niveau de fermi et déterminer les valeurs correspondant aux intersections des asymptôtes. Conclusions.

Etude de la durée de vie

Solution.

1°)-La durée de vie est donnée par l'expression de Hall-Schokley-Read qui s'écrit:

$$\tau = \tau_p \frac{\bar{n} + n^*}{\bar{n} + \bar{p}} + \tau_n \frac{\bar{p} + p^*}{\bar{n} + \bar{p}}$$

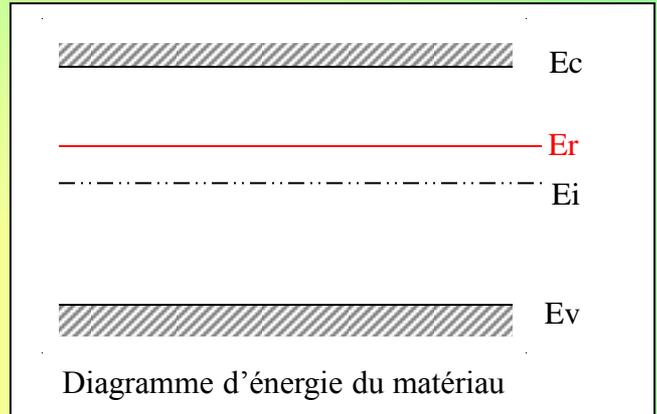
avec:

$$\bar{n} = N \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) = N \exp\left(-\frac{E_C - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_F}{kT}\right) = n_i \exp(-U_F)$$

$$\bar{p} = N \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) = N \exp\left(-\frac{E_F - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_V}{kT}\right) = n_i \exp(U_F)$$

$$n^* = N \exp\left(-\frac{E_C - E_r}{kT}\right) = N \exp\left(-\frac{E_C - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_r}{kT}\right) = n_i \exp(-U_r)$$

$$p^* = N \exp\left(-\frac{E_r - E_V}{kT}\right) = N \exp\left(-\frac{E_r - E_I}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_I - E_V}{kT}\right) = n_i \exp(U_r)$$



En reportant ces expressions dans la formule donnant la durée de vie, on obtient:

$$\tau = \tau_p \frac{e^{-U_F} + e^{-U_r}}{e^{U_F} + e^{-U_F}} + \tau_n \frac{e^{U_F} + e^{U_r}}{e^{U_F} + e^{-U_F}}$$

Cette expression va se simplifier en fonction des valeurs relatives de U_F et U_r .

Calcul de la valeur de U_r : à 300 °K, $kT = 26 \cdot 10^{-3}$ eV, $E_G = 1,12$ eV. $U_r = (E_i - E_r)/kT \rightarrow U_r = - (0,56 - 0,375)/26 \cdot 10^{-3} = -7$

2°)- $|U_F| \gg |U_r|$, $U_F \geq 0$ Le niveau de Fermi se trouve au dessous du niveau intrinsèque donc, le matériau est de type P.

$$\tau \cong \tau_p \frac{e^{-U_r}}{e^{U_F} + e^{-U_F}} + \tau_n \frac{e^{U_F}}{e^{U_F} + e^{-U_F}} \cong \tau_n, \text{ car } \frac{e^{-U_r}}{e^{U_F} + e^{-U_F}} \approx 0 \quad \text{or,} \quad \tau_n = \frac{1}{\sigma_n v_{th} N_r} \text{ et } \tau_p = \frac{1}{\sigma_p v_{th} N_r}$$

En reportant les valeurs numériques, on obtient: $\tau_n = 100 \mu s$ et $\tau_p = 10 \mu s$

Conclusion: pour un matériau de type P la durée de vie est celle des électrons (porteurs minoritaires).

$$\tau = \tau_n = 100 \mu s$$

Etude de la durée de vie

$|U_F| \gg |U_r|$, $U_F \leq 0$ Le niveau de Fermi se trouve au dessus du niveau intrinsèque donc, le matériau est de type N.

$$\tau = \tau_p \frac{e^{-U_F}}{e^{-U_F}} + \tau_n \frac{e^{U_r}}{e^{-U_F}} \quad \text{or, } \frac{e^{U_r}}{e^{-U_F}} \cong 0 \quad \text{donc, } \tau = \tau_p$$

Conclusion: pour un matériau de type N la durée de vie est celle des trous (porteurs minoritaires).

$$\tau = \tau_p = 10 \mu s$$

$U_F = 0$ Le niveau de Fermi est confondu avec le niveau intrinsèque donc, le matériau est Intrinsèque.

$$\tau = \tau_p \frac{1+e^{-U_r}}{1+1} + \tau_n \frac{1}{1+1} = \tau_p \frac{1+e^{-U_r}}{2} + \frac{\tau_n}{2} \quad \text{A.N: } \tau = 5,49 ms$$

3°)-Si le centre recombinant se situe au milieu de la bande interdite, $U_r = 0$. Il s'en suit $\exp(U_r) = 1$ d'ou:

$|U_F| \gg |U_r|$, $U_F \geq 0$ et $U_F \leq 0$ rien ne change; $\tau = \tau_p$ pour un matériau N et $\tau = \tau_n$ pour un matériau P.

$U_F = 0$ $\exp(U_F) = 1$ et comme $\exp(U_r) = 1$, il s'en suit: $\tau = \tau_p + \tau_n = 110 \mu s$

4°)-S'il n'y avait pas de centre recombinant, tout se passerait comme si ce centre se trouvait dans une des bandes permises; à la limite sur E_C ou E_V .

La valeur de U_r devient alors: $U_r = E_I - E_r = E_I - E_C = - E_G / (2kT)$.

Dans le cas d'un matériau intrinsèque ($U_F = 0$), la durée de vie devient: $\tau = \frac{1}{2} \tau_p \exp(-\frac{E_G}{2kT}) = 1,13 * 10^4 s$

Cela correspond environ à 3 heures et 8 minutes, ce qui est énorme et inconcevable. Ce type de matériau, s'il existait, ne présenterait quasiment aucun intérêt car son comportement fréquentiel serait fonction de l'inverse de la durée de vie (10^{-4} Hz!!!). Il ne serait donc utilisable qu'en continu.

Etude de la durée de vie

5°)- Tracé du diagramme donnant la variation de la durée de vie.

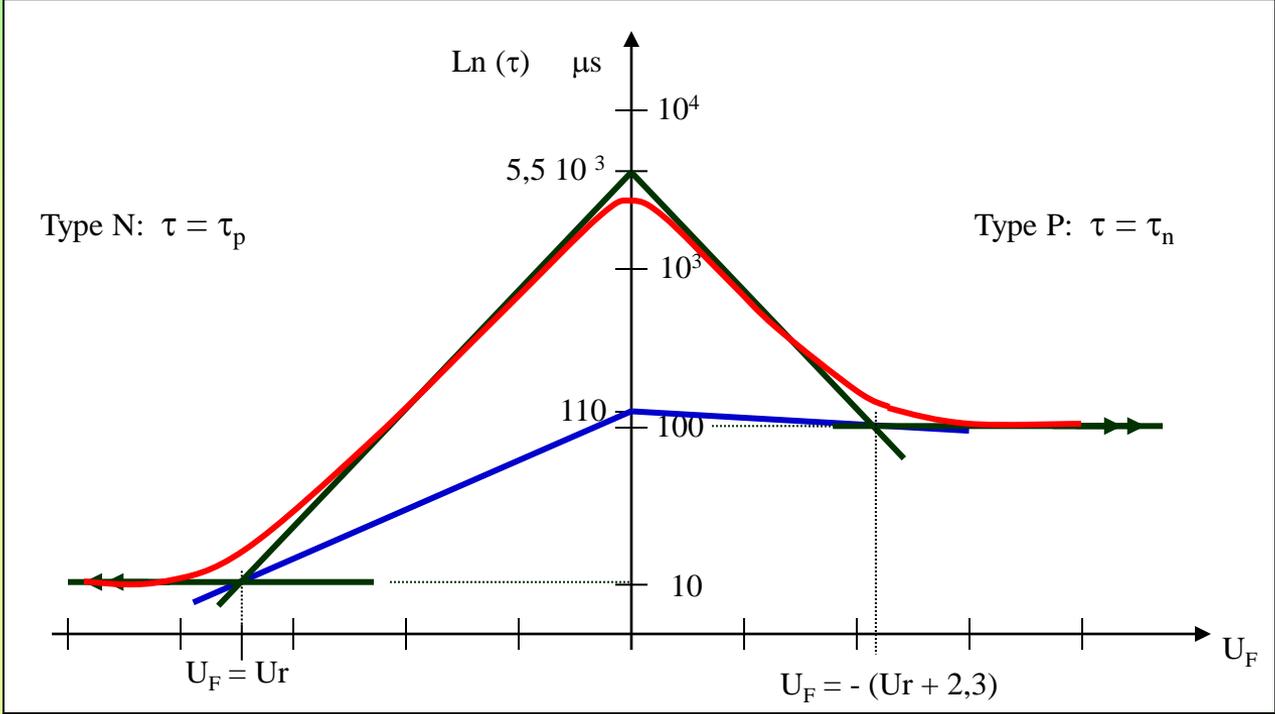
Pour $U_r < U_F < -(U_r+2,3)$, la durée de vie varie quasi linéairement.

Pour $|U_F| \gg |U_r+2,3|$, $U_F \geq 0$, la durée de vie devient constante et égale à τ_n .

Pour $|U_F| \gg |U_r|$, $U_F \leq 0$, la durée de vie devient constante et égale à τ_p .

Le terme $-(U_r+2,3)$ est dû au fait que les durées de vie du type N et P sont dans un rapport 10. Or, $\ln(10) = 2,3$.

Pour $U_F = U_r = 0$, on obtient la variation asymptotique tracée en bleu



Justification des points d'intersection des asymptôtes.

Pour $U_r < U_F < 0$, la durée de vie peut se simplifier: $\tau = \tau_p \frac{e^{-U_F} + e^{-U_r}}{e^{U_F} + e^{-U_F}} + \tau_n \frac{e^{U_F} + e^{U_r}}{e^{U_F} + e^{-U_F}} \rightarrow \tau = \tau_p \frac{e^{-U_r}}{e^{-U_F}} = \tau_p e^{-(U_r - U_F)}$. L'intersection des asymptôtes a lieu pour: $\tau_p = \tau_p e^{-(U_r - U_F)}$ soit; $\ln\left(\frac{\tau_p}{\tau_p}\right) = \ln(e^{-(U_r - U_F)}) \Rightarrow 0 = U_r - U_F$, qui donne: $U_r = U_F$.

Pour $0 > U_F > -(U_r + 2,3)$, $\tau_n = \tau_p e^{-(U_r - U_F)}$ $\ln\left(\frac{\tau_n}{\tau_p}\right) = \ln(e^{-(U_r + U_F)}) \Rightarrow \ln(10) = -(U_r + U_F)$, qui donne: $U_F = -(U_r + 2,3)$.

On justifie donc la courbe tracée ci-dessus.

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

2- Phénomènes de transport

2-a- Mobilité des porteurs

Considérons un gaz d'électrons constitué de N électrons libres. En l'absence de force extérieure appliquée (Champ électrique), ils se meuvent de façon aléatoire. La vitesse moyenne de déplacement du nuage d'électrons s'écrit:

$$\vec{v}_D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\infty} \vec{v}_i \quad (\vec{v}_i \text{ représente la vitesse instantannée et } \vec{v}_D \text{ la vitesse moyenne})$$

Cette vitesse moyenne est nulle car aucune direction n'est privilégiée (mouvement Brownien).

Si nous appliquons une force extérieure, l'équation du mouvement va s'écrire: $m \frac{d(\vec{v}_D)}{dt} = \vec{F} = q\vec{E}$

Cette équation a pour solution: $\vec{v}_D = \vec{v}_{D(0)} + \frac{q\vec{E}}{m}t$

Ce résultat n'est toutefois pas satisfaisant car on s'aperçoit que la vitesse augmente linéairement avec le temps et de ce fait, le régime établi n'est jamais atteint. Il est donc nécessaire d'introduire une contrainte sur le déplacement des porteurs. Ce terme, appelé temps de relaxation (τ_R), est lié au libre parcours moyen des électrons ainsi qu'au temps moyen entre deux collisions. Il résume l'ensemble des mécanismes de collisions et peut être défini comme étant la durée nécessaire au rétablissement de l'équilibre.

L'équation du mouvement devient donc: $m \left(\frac{d(\vec{v}_D)}{dt} + \frac{\vec{v}_D}{\tau_R} \right) = \vec{F} = q\vec{E}$

La suppression de la perturbation entraîne un retour à l'équilibre suivant une loi qui s'écrit: $\vec{v}_D = \vec{v}_{D(0)} e^{-\frac{t}{\tau_R}}$

τ_R est donc la constante de temps de retour à l'équilibre.

Dans le cas général, la solution en régime permanent est: $\vec{v}_D = \frac{q\tau_R}{m} \vec{E}$

La vitesse du porteur est donc proportionnelle au champ électrique appliqué. La constante de proportionnalité est appelée « Mobilité ». Elle est notée par la lettre μ . Elle s'exprime en cm^2/Vs

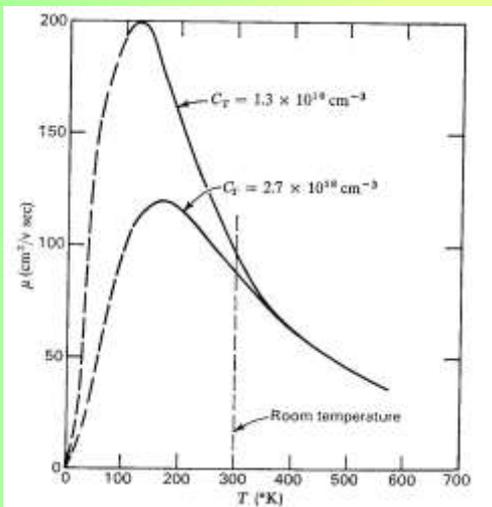
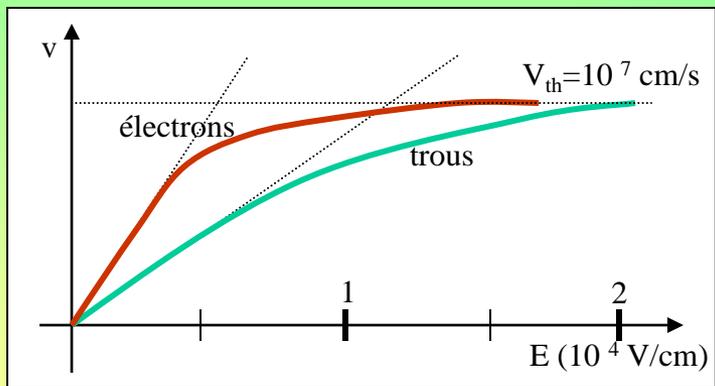
Les mobilités des deux types de porteurs diffèrent principalement par la valeur des masses effectives, les électrons étant plus mobiles que les trous. Cela peut se comprendre intuitivement car ils sont à un niveau énergétique supérieur, c'est à dire moins liés à l'atome.

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

Influence du champ électrique sur la mobilité.

Pour des champs électriques faibles, la loi de proportionnalité est valable. Dès que les champs électriques deviennent importants (quelques kilovolts), la vitesse des porteurs devient de l'ordre de grandeur de la vitesse thermique et la mobilité décroît.

Ceci est représenté sur le graphique ci contre.



Paramètres influant sur la mobilité des porteurs.

La température

L'augmentation de température se traduit par une agitation thermique plus importante dans le réseau cristallin et, de ce fait, le temps de relaxation va diminuer car la probabilité de chocs avec les atomes augmente. Il s'en suit une diminution de la mobilité qui suit une loi empirique de la forme:

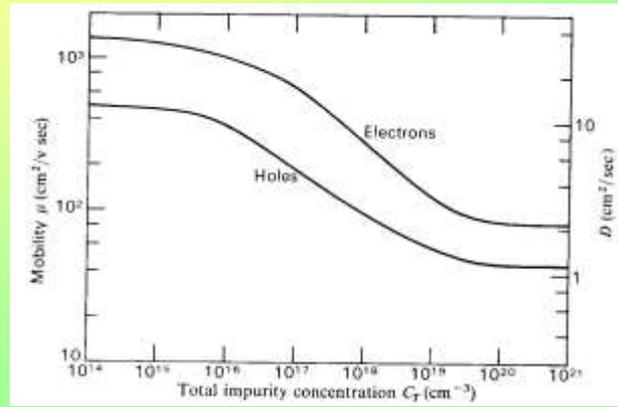
$$\mu = \alpha T^{\frac{3}{2}}$$

α est un coefficient qui dépend de la nature du matériau et du type de porteur

Le dopage du matériau

Les atomes d'impuretés vont influencer sur les trajectoires des électrons dans le cristal car, à température ambiante, ils sont tous ionisés. Le nombre de collisions va augmenter et cela va se traduire par une diminution de la mobilité.

Le graphique ci contre montre la variation de μ en fonction du dopage dans le cas du silicium.



Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

2-b- résistivité, conductivité, loi d'Ohm.

Nous venons de montrer que lorsqu'on applique une force extérieure (champ électrique par exemple) à un matériau semi-conducteur, les porteurs vont se déplacer. Il y aura donc apparition d'un courant électrique.

Le courant de déplacement s'écrit: $\vec{j} = \rho \bullet \vec{v}_d$ dans lequel, ρ est la densité de charges: $\rho = q \bullet N$

[Exercices](#)

Donc: $\vec{j} = q \bullet N \bullet \vec{v}_d = q \bullet N \left(\frac{q\tau_R}{m} \right) \bullet \vec{E} = \sigma \vec{E}$ avec: $\sigma = \left(\frac{q^2 \tau_R N}{m} \right) = q N \mu$

σ est appelé conductivité du matériau et s'exprime en Ω/cm .

L'existence de deux types de porteurs va faire apparaître deux courants qui seront additifs (porteurs de charge opposée se déplaçant en sens opposé). En effet, σ est proportionnel à q^2 qui est positif. $\vec{j}_n = \sigma_n \vec{E}$ et $\vec{j}_p = \sigma_p \vec{E}$

Le courant total de conduction s'écrit donc:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = (\sigma_n + \sigma_p) \vec{E}$$

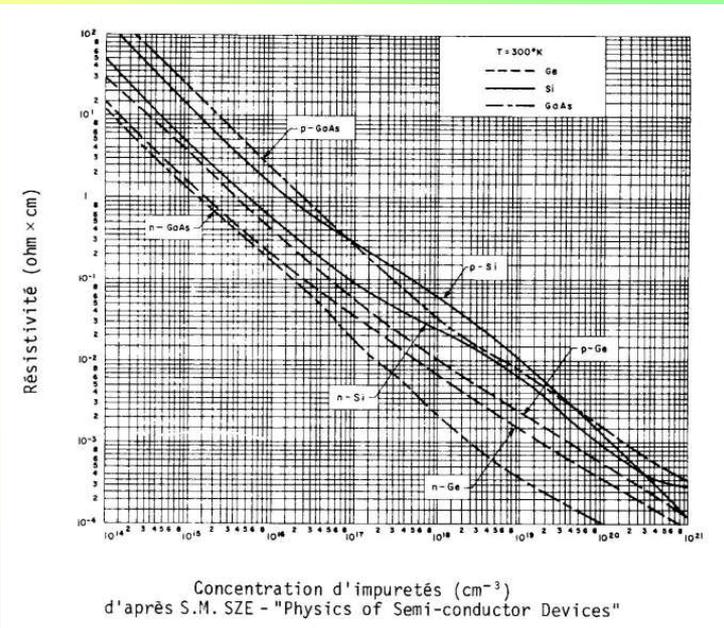
La conductivité est donc fonction des densités des deux types de porteurs. Elle s'exprime par la relation suivante.

$$\sigma = q \left(\bar{n} \mu_n + \bar{p} \mu_p \right)$$

On a coutume de caractériser les semi-conducteurs par leur résistivité et non par leur conductivité. Elle s'écrit:

$$\rho = \left(\frac{1}{\sigma} \right) = \frac{1}{q \left(\bar{n} \mu_n + \bar{p} \mu_p \right)}$$

Ce terme est donc fonction du dopage et le diagramme ci contre montre ses variations pour les matériaux usuels. On pourra remarquer que pour des matériaux dopés, il ne dépend que des majoritaires.



Résistivité, conductivité (Exercices).

Exercice n° 1- En considérant une erreur maximale admissible de 1% , déterminer à partir de quel dopage on peut considérer que, dans le calcul de la résistivité, seul les porteurs majoritaires interviennent. Application numérique au cas du Germanium, Silicium et Arséniure de gallium. On donne:

Germanium	→ $\mu_n = 4500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 2000 \text{ cm}^2/\text{V.s}$
Silicium	→ $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 600 \text{ cm}^2/\text{V.s}$
Arséniure de Gallium	→ $\mu_n = 7500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 300 \text{ cm}^2/\text{V.s}$

Exercice n° 2- Calculer la résistivité maximale de ces trois matériaux. Comparer cette valeur avec la résistivité intrinsèque . Conclusion.0

Exercice n° 3- La pureté maximale possible avec les technologies actuelles étant de 10^{13} cm^{-3} , calculer les conductivités correspondantes pour les trois corps étudiés précédemment.

Exercice n° 4- On dope un barreau de silicium avec du phosphore. Donner le type et la valeur du dopage pour obtenir un matériau de résistivité $\rho = 0,6 \Omega.\text{cm}$.

Quelle est la masse de phosphore nécessaire pour doper un lingot de 40 cm de long et de 15 cm de diamètre. Sachant que l'on peut garantir la pesée du phosphore au 1/100ème de milligramme, quelle est l'erreur maximale commise sur le dopage?

Exercice n° 5- A partir du semi-conducteur précédent, on souhaite obtenir un matériau de type opposé. Quel dopant va-t-on utiliser et quelle est la concentration et le poids nécessaire permettant d'obtenir un matériau de résistivité égale à $2 \Omega\text{cm}$.

Exercice n° 6- Calculer le rapport du courant d'électrons et de trous correspondant au matériau de l'exercice n° 4. Conclusion.

Exercice n° 7- On considère un barreau de silicium de 2 cm de long et $0,1 \text{ cm}^2$ de section . Le silicium est de type N ($N_D = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$). On applique aux bornes de ce barreau une tension de 12 Volts et on mesure un courant de 720 mA. Calculer la mobilité des électrons.

Exercice n° 8- Comparer la vitesse des électrons dans un semi-conducteur (par exemple celui de l'exercice n° 4) à celle des électrons dans un métal qui serait parcouru par la même densité de courant. En déduire la mobilité des électrons dans le cuivre .

On donne: densité atomique: $5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$.

Résistivité, conductivité (Correction des exercices).

Exercice n° 1- La résistivité d'un matériau semi-conducteur s'exprime par la relation: $\rho = \frac{1}{q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)}$

La conductivité est l'inverse de la résistivité. Elle vaut donc: $\sigma = q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)$

Le matériau étant à l'équilibre, les densités de porteurs sont reliées par la loi d'action de masse $\bar{n}\bar{p} = n_i^2$

En utilisant cette dernière relation, on peut exprimer la conductivité en fonction d'un seul type de porteurs, par exemple les électrons.

Il s'en suit $\sigma = q(\bar{n}\mu_n + \frac{n_i^2}{\bar{n}}\mu_p)$. En développant cette relation, on obtient une équation du second degré qui permet de relier n et σ .

$$\bar{n}^2 - \frac{\sigma}{q\mu_n}\bar{n} + n_i^2 \frac{\mu_p}{\mu_n} = 0$$

Les solutions de cette équation peuvent se mettre sous la forme: $\bar{n} = \frac{\sigma}{2q\mu_n} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{q^2 n_i^2 \mu_n \mu_p}{\sigma^2}} \right)$

Le terme $4 \frac{q^2 n_i^2 \mu_n \mu_p}{\sigma^2}$ est très petit devant l'unité. La racine carrée est donc de la forme $\sqrt{1 - \varepsilon}$. Le développement limité au premier ordre de ce terme est $1 - \frac{\varepsilon}{2}$.

La solution peut donc se mettre sous la forme: $\bar{n} = \frac{\sigma}{2q\mu_n} \left[1 \pm \left(1 - 4 \frac{q^2 n_i^2 \mu_n \mu_p}{2\sigma^2} \right) \right]$

Une seule des solutions est physiquement réaliste. C'est celle qui correspond au signe +. Le signe - donnerait la densité des électrons dans le cas où ils sont minoritaires. On obtient donc:

$$\bar{n} = N_D = \frac{\sigma}{q\mu_n} \left[1 + \frac{q^2 n_i^2 \mu_n \mu_p}{\sigma^2} \right]$$

L'erreur commise en négligeant les porteurs minoritaires est donc égale à: $\frac{q^2 n_i^2 \mu_n \mu_p}{\sigma^2}$. Pour une erreur inférieure à 1%, on aura:

$$\frac{q^2 n_i^2 \mu_n \mu_p}{\sigma^2} \leq 10^{-2} \quad \text{On obtient donc: } \sigma \geq 10 q n_i \sqrt{\mu_n \mu_p} \quad \text{ou encore, en repassant à la résistivité: } \rho \leq \frac{1}{10 q n_i \sqrt{\mu_n \mu_p}}.$$

On peut donc calculer cette valeur pour chacun des matériaux les plus couramment utilisés. Dès que la résistivité sera inférieure à cette valeur, on pourra considérer que la résistivité dépend exclusivement de la concentration des porteurs majoritaires.

Les applications numériques sont sur la page suivante.

Résistivité, conductivité

Germanium	→ $\mu_n = 4500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 2000 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
	$\rho < 8,33 \Omega \text{ cm}^{-1}$		
Silicium	→ $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 600 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
	$\rho < 41.1 \text{ k}\Omega \text{ cm}^{-1}$		
Arséniure de Gallium	→ $\mu_n = 7500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 300 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 10^7 \text{ cm}^{-3}$
	$\rho < 33,9 \text{ M}\Omega \text{ cm}^{-1}$		

Si la résistivité satisfait à la condition énoncée ci dessus, on pourra écrire:

$$\bar{p} = N_A \quad , \quad \bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{1}{q N_A \mu_p}$$

Matériau de type P →

$$\bar{n} = N_D \quad , \quad \bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{1}{q N_D \mu_n}$$

Matériau de type N →

Dans la réalité, cette condition sera **TOUJOURS** respectées et la résistivité (ou la conductivité) ne dépendront que de la densité des porteurs Majoritaires.

Résistivité, conductivité

Exercice n° 2- Si la résistivité passe par un maximum, la conductivité passera par un minimum. Celle ci s'exprime en fonction d'un seul type de porteurs par la relation (Exercice n° 1): $\sigma = q(\bar{n}\mu_n + \frac{n_i^2}{\bar{n}}\mu_p)$

Cette fonction passera par un minimum pour la valeur de n qui annulera la dérivée; $\frac{d\sigma}{dn} = q(\mu_n - \frac{n_i^2}{n^2}\mu_p) = 0$

On obtient donc: $\bar{n} = n_i \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}}$. On peut remarquer que cette valeur est inférieure à n_i car μ_p est inférieur à μ_n . Le matériau présentant la résistivité maximale serait donc de type P. En reportant cette valeur de la densité dans l'expression de ρ , on obtient: $\rho_{maxi} = \frac{1}{2q n_i \sqrt{\mu_n \mu_p}}$

Application Numérique;	Germanium	→ $\mu_n = 4500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 2000 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
		$\rho_{\mu\alpha\xi i} = 41,7 \text{ } \Omega \text{ cm}^{-1}$		
	Silicium	→ $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 600 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
		$\rho_{\mu\alpha\xi i} = 205 \text{ k}\Omega \text{ cm}^{-1}$		
	Arséniure de Gallium	→ $\mu_n = 7500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 300 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 10^7 \text{ cm}^{-3}$
		$\rho_{\mu\alpha\xi i} = 169,5 \text{ M}\Omega \text{ cm}^{-1}$		

La résistivité Intrinsèque s'exprime par la relation: $\rho = \frac{1}{qn_i(\mu_n + \mu_p)}$

Application Numérique	Germanium	→ $\mu_n = 4500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 2000 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
		$\rho_i = 38,5 \text{ } \Omega \text{ cm}^{-1}$		
	Silicium	→ $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 600 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
		$\rho_i = 186 \text{ k}\Omega \text{ cm}^{-1}$		
	Arséniure de Gallium	→ $\mu_n = 7500 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$\mu_p = 300 \text{ cm}^2/\text{V.s}$	$n_i = 10^7 \text{ cm}^{-3}$
		$\rho_i = 70,2 \text{ M}\Omega \text{ cm}^{-1}$		

On pourra remarquer que le matériau le plus résistif n'est pas l'intrinsèque; Cela est dû à la différence des mobilités.

Résistivité, conductivité

Exercice n° 3- La pureté maximale permettant d'obtenir des dopages de 10^{13} cm^{-3} on pourra, dans le cas du Germanium, obtenir un matériau Intrinsèque. Pour les deux autres, cela ne sera pas possible. Les résistivités limites que l'on pourra obtenir seront donc:

Pour le Silicium

Type P

$$\bar{p} = N_A, \quad \bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A} \quad \rho = \frac{1}{q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)} \cong \frac{1}{q N_A \mu_p}$$

A.N : $\rho = 1 \text{ k}\Omega \text{ cm}^{-1}$

Type N

$$\bar{n} = N_D, \quad \bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D} \quad \rho = \frac{1}{q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)} \cong \frac{1}{q N_D \mu_n}$$

A.N : $\rho = 417 \Omega \text{ cm}^{-1}$

Pour l'Arséniure de Gallium

Type P

$$\bar{p} = N_A, \quad \bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A} \quad \rho = \frac{1}{q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)} \cong \frac{1}{q N_A \mu_p}$$

A.N : $\rho = 1,56 \text{ k}\Omega \text{ cm}^{-1}$

Type N

$$\bar{n} = N_D, \quad \bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D} \quad \rho = \frac{1}{q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)} \cong \frac{1}{q N_D \mu_n}$$

A.N : $\rho = 73,5 \Omega \text{ cm}^{-1}$

Les dopages couramment utilisés en technologie étant toujours nettement supérieurs à cette valeur de 10^{13} cm^{-3} , la résistivité ne dépendra que des majoritaires.

Résistivité, conductivité

Exercice n° 4- La valeur de la résistivité que l'on souhaite obtenir est nettement inférieure à la valeur pour laquelle on peut considérer que seuls les porteurs majoritaires interviennent. Le phosphore étant de type N on aura donc:

$$\rho = \frac{1}{q N_D \mu_n} \quad \text{On peut tirer la valeur de } N_D \text{ de cette relation. Cela nécessite toutefois la connaissance de } \mu_n.$$

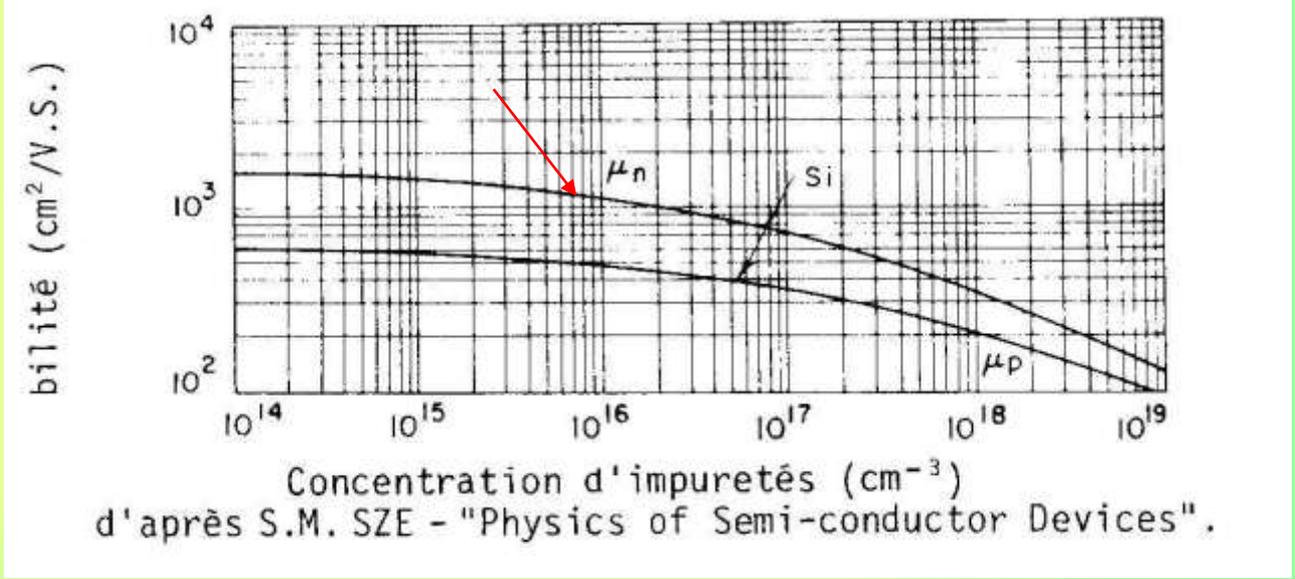
On pourra résoudre le problème en procédant par approximations successives.

- On se donne une valeur de la mobilité et on en déduit le dopage. De cette valeur du dopage on tire une valeur de mobilité à l'aide de l'abaque correspondant et on recommence le calcul jusqu'à obtenir deux valeurs consécutives dont l'écart est inférieur à l'erreur que l'on peut tolérer.

Si par exemple on se fixe une mobilité de 1500 cm²/Vs, on obtient un dopage qui vaut:

$$N_D = \frac{1}{q \rho \mu_n} \quad \text{soit;}$$
$$N_D = \frac{1}{1,610^{-19} \cdot 0,6 \cdot 1500} \cong 710^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Ce dopage donne une mobilité qui vaut sensiblement 1100 cm²/Vs. On peut donc recalculer la nouvelle valeur du dopage qui vaut: 9,5 10¹⁵ soit une mobilité de 1050 approximativement et un nouveau dopage de 10¹⁶ cm⁻³. Vu l'écart entre ces deux dernières valeurs, on s'arrêtera là.



Il faudra donc introduire sensiblement 1 atome de Phosphore tous les 1 Million d'atomes de Silicium.

Dans ce type de calculs, l'important est de déterminer la puissance de 10 car on travaille sur des grands nombres. Une erreur de quelques pourcents sur le résultat est tout à fait acceptable.

Résistivité, conductivité

Calcul du poids de Phosphore utilisé.

Le lingot est cylindrique de longueur 40 cm et de diamètre 15 cm. Son volume est donc $V = \pi r^2 h = \pi * 7,5^2 * 40 = 7068 \text{ cm}^3$.

La masse atomique du silicium est de 28.1 g/mole et celle du phosphore vaut 31 g/mole ([voir tableau de Mendeleïev](#)).

Le nombre d'atomes par mole est égal à $6,02 \cdot 10^{23}$ (nombre d'Avogadro).

La densité d'atomes de Silicium est de $5,02 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$.

$$\text{La masse de phosphore utilisée vaut donc: } M_P = \frac{7068 * 10^{16}}{6,0210^{23}} * 31 \text{ g} = 3,64 \text{ mg}$$

$$\text{On peut rapprocher cette valeur du poids du lingot de silicium qui vaut: } M_{Si} = \frac{7068 * 5,0210^{22}}{6,0210^{23}} * 28,1 \text{ g} = 16,56 \text{ kg}$$

Le poids du dopant est donc infiniment petit par rapport à celui du lingot.

Si l'erreur absolue sur la pesée du Phosphore est de 1/100ème de mg, l'erreur relative vaut: $0,01/3,64$ c'est à dire $2,7 \cdot 10^{-3}$. L'erreur sur le dopage sera la même car la densité d'atomes dopants est directement proportionnelle au poids. Cette précision est illusoire car les variations du process ne permettent pas d'atteindre de telles précisions.

Exercice n° 5- Pour obtenir un matériau de type opposé, le dopant utilisé devra être un accepteur c'est-à-dire appartenir à la colonne III de la classification périodique des éléments. Pour le silicium, le dopant généralement utilisé est le Bore. Le processus sera le même que celui décrit ci-dessus pour le phosphore. Toutefois, le matériau n'étant pas intrinsèque au départ de l'opération, il faudra d'abord injecter une quantité d'atomes de Bore égale à celle du phosphore pour **compenser** le matériau. On obtiendra du silicium « *Intrinsèque par compensation* ». A partir de ce matériau compensé, on appliquera le même raisonnement que précédemment.

Le nombre de trous dans ce matériau sera donc: $\bar{p} = N_A - N_D$

La résistivité s'écrit: $\rho = \frac{1}{q \bar{p} \mu_p}$, comme $\bar{p} = N_A - N_D$ il vient: $\rho = \frac{1}{q (N_A - N_D) \mu_p}$ et donc: $N_A = N_D + \frac{1}{q \rho \mu_p}$

On obtient $N_A = 10^{16} + 6,25 \cdot 10^{15} = 1,625 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Qui correspond à un poids de 2,06 mg de Bore.

Résistivité, conductivité

Exercice n° 6- Le matériau étant homogène, le courant est dû à la conduction. On peut donc écrire:

$$\frac{I_n}{I_p} = \frac{J_n}{J_p} = \frac{\sigma_n}{\sigma_p} = \frac{q \bar{n} \mu_n}{q \bar{p} \mu_p} = \frac{\bar{n} \mu_n}{\frac{n_i^2}{\bar{n}} \mu_p} = \frac{\bar{n}^2 \mu_n}{n_i^2 \mu_p}$$

Application numérique: ce rapport vaut $0,78 \cdot 10^{12}$ ce qui revient à dire que le courant de conduction est le courant d'électrons c'est-à-dire le courant des porteurs majoritaires.

Exercice n° 7- Le courant de conduction s'écrit:

$$I = \vec{j} \cdot S = \sigma_n S \vec{E} = q \cdot \bar{n} \mu_n \cdot \vec{E} \cdot S = q \cdot \bar{n} \cdot \vec{v}_D \cdot S$$

$$\text{Donc: } \vec{v}_D = \frac{I}{q \cdot \bar{n} \cdot S} = \frac{I}{q \cdot N_D \cdot S} \quad \text{A.N: } v_n = 9000 \text{ cm/s}$$

Exercice n° 8- Pour une même densité de courant, on aura:

$$\vec{j}_{s.c} = q \cdot \bar{n} \cdot \vec{v}_{s.c} \quad \text{et} \quad \vec{j}_{\text{métal}} = q \cdot N \cdot \vec{v}_m \quad \text{avec: } N = 5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{D'où; } q \cdot \bar{n} \cdot \vec{v}_{s.c} = q \cdot N \cdot \vec{v}_m \quad \text{on obtient: } \vec{v}_m = \vec{v}_{s.c} \frac{\bar{n}}{N}$$

$$\text{A.N: } v_m = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s soit } 9 \mu\text{m/s.}$$

Ceci s'explique simplement par le fait que dans un métal il y a un électron libre par atome d'où une population extrêmement importante qui se déplacera très lentement. Il ne faut pas confondre vitesse de déplacement des porteurs et vitesse de propagation du courant électrique.

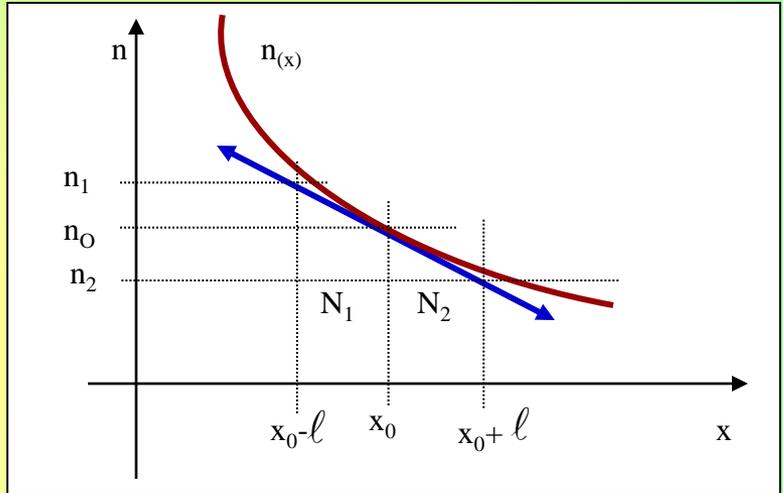
Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

2-c- Diffusion, relation d'Einstein

Le phénomène de diffusion est un phénomène général en physique. Il apparaît dès qu'il existe une différence de concentration entre deux zones, les particules se déplaçant des zones à forte concentration vers les zones à faible concentration. Ce phénomène crée un flux de diffusion qui, dans le cas de particules chargées donnera naissance à un courant électrique.

Diffusion de porteurs dans un semi-conducteur.

Considérons un semi-conducteur dans lequel la densité des électrons varie comme le montre la figure ci contre (il en serait de même avec les trous). Nous nous placerons dans l'hypothèse d'un modèle unidimensionnel dans lequel nous considérerons que les électrons se déplacent uniquement suivant l'axe des X. Les électrons seront considérés comme étant monocinétiques et le temps mis pour parcourir la distance ℓ sera très petit par rapport à leur durée de vie.



La variation de concentration va créer un flux de particules F dirigé vers les x croissants.

Soit N_1 le nombre de particules comprises entre $x_0 - \ell$ et x_0 et N_2 le nombre entre x_0 et $x_0 + \ell$ à l'instant $t=0$. A un instant $t=t_0$ ($t > t_0$), on peut considérer que statistiquement, $N_1/2$ particules ont leur vitesse dirigée vers la droite, de même, $N_2/2$ ont leur vitesse dirigée vers la gauche. Le flux qui en résulte pendant le temps τ nécessaire pour parcourir la distance ℓ vaut:

$$F(x) = \frac{N_1}{2} \frac{N_2}{2} \frac{\ell}{\tau} = \frac{N_1 - N_2}{2\tau} \ell \quad \text{or} \quad N_1 = \frac{n_1 + n_0}{2} \ell \quad \text{et} \quad N_2 = \frac{n_2 + n_0}{2} \ell \quad \text{soit} \quad F(x) = \frac{n_1 - n_2}{2} \ell = \left(\frac{-\Delta n}{2\ell} \right) \frac{\ell^2}{2\tau} \quad \text{or} \quad \left(\frac{\Delta n}{2\ell} \right) = \left(\frac{dn}{dx} \right)_{(x=0)}$$

$F(x) = - \left(\frac{dn}{dx} \right)_{(x=0)} \frac{\ell^2}{2\tau}$ La constante $\frac{\ell^2}{2\tau}$ a la dimension de cm^2/s . Elle est appelée « **Constante de Diffusion** » et notée D (Dn pour les électrons, Dp pour les trous). Le flux de porteurs s'écrit:

$$\vec{F}(x) = -D_n \vec{\text{grad}} n(x)$$

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

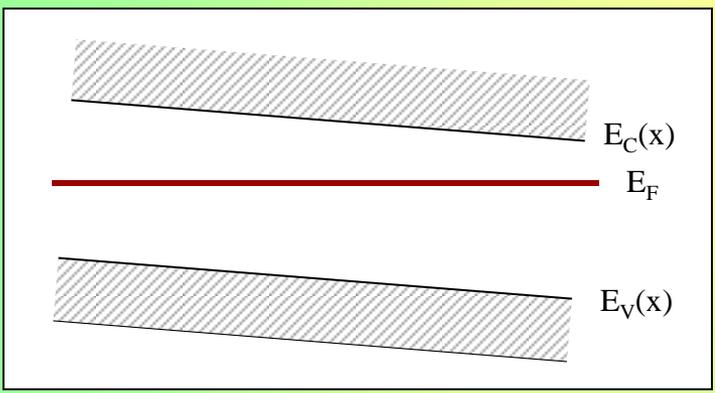
Courant de Diffusion.

Les particules qui se déplacent par le biais du phénomène de diffusion sont des particules chargées. Elles vont donc donner naissance à des courants électriques. Leurs expressions s'écrivent: $\vec{j}_n = -q \vec{F}_n(x)$ et $\vec{j}_p = -q \vec{F}_p(x)$ soit:

$$\begin{aligned} \vec{j}_n(x) &= q D_n \vec{\text{grad}} n(x) \\ \vec{j}_p(x) &= -q D_p \vec{\text{grad}} p(x) \end{aligned}$$

Les gradients de concentration étant opposés, les courants qui en découlent sont additifs eu égard aux charges qui sont opposées.

Semi-conducteur inhomogène à l'équilibre thermodynamique, relation d'Einstein.



Considérons le semi-conducteur dont la structure de bande est représentée ci contre. Le matériau étant isolé et à l'équilibre thermodynamique, le courant électrique total est nul.

La non homogénéité du matériau entraîne l'apparition d'un champ électrique interne. Deux phénomènes antagonistes vont exister dans la structure.

- Un phénomène de diffusion dû à l'inhomogénéité
- Un phénomène de conduction dû au champ électrique

Ces deux phénomènes vont s'équilibrer pour donner un courant nul.

Le champ électrique s'écrit: $\vec{E}_i = -\vec{\text{grad}} V = \frac{1}{q} \vec{\text{grad}} E_c(x)$ En tout point de la structure le courant est nul. Cela se traduit par: $\vec{j}_n(x) = \vec{j}_p(x) = 0$

soit:

$$\begin{cases} q n(x) \mu_n \vec{E}_i + q D_n \frac{dn}{dx} = 0 \\ q p(x) \mu_p \vec{E}_i - q D_p \frac{dp}{dx} = 0 \end{cases}$$

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

La relation de définition de la densité des porteurs permet d'écrire: $n(x) = N \exp\left(\frac{E_{c(x)} - E_f}{kT}\right)$

qui s'écrit: $n(x) = N \exp\left(\frac{E_{c(x)} - E_{i(x)}}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_{i(x)} - E_f}{kT}\right)$ or, $n = N \exp\left(\frac{E_{c(x)} - E_{i(x)}}{kT}\right)$ d'où: $n(x) = n_i \exp\left(\frac{E_{i(x)} - E_f}{kT}\right)$

on en déduit: $\frac{\text{Log}(n(x))}{n_i} = \left(\frac{E_f - E_{i(x)}}{kT}\right) \rightarrow E_f - E_{i(x)} = kT \frac{\text{Log}(n(x))}{n_i}$ soit: $\vec{\text{grad}}(E_{i(x)}) = -kT \vec{\text{grad}}\left[\frac{\text{Log}(n(x))}{n_i}\right]$

$\vec{\text{grad}}(E_{i(x)}) = -kT \left[\frac{\vec{\text{grad}}(n(x))}{n(x)}\right]$ or, $\vec{\text{grad}}(E_{i(x)}) = \vec{\text{grad}}(E_{c(x)})$ donc; $\mathcal{E}_i = \frac{1}{q} \vec{\text{grad}} E_{c(x)} = \frac{1}{q} \left(-kT \left[\frac{\vec{\text{grad}}(n(x))}{n(x)}\right]\right) = -U_T \left[\frac{\vec{\text{grad}}(n(x))}{n(x)}\right]$

On obtient une relation similaire pour les trous en changeant le signe et en remplaçant n par p.

$$\mathcal{E}_i = U_T \left[\frac{\vec{\text{grad}}(p(x))}{p(x)}\right]$$

Si nous reportons cette expression du champ électrique dans les équations du courant, nous obtenons:

$$q n(x) \mu_n \left(-U_T \left[\frac{\vec{\text{grad}}(n(x))}{n(x)}\right]\right) + q D_n \vec{\text{grad}}(n(x)) = 0 \rightarrow \vec{\text{grad}}(n(x)) (-\mu_n U_T + q D_n) = 0$$

$$q p(x) \mu_p \left(U_T \left[\frac{\vec{\text{grad}}(p(x))}{p(x)}\right]\right) - q D_p \vec{\text{grad}}(p(x)) = 0 \rightarrow \vec{\text{grad}}(p(x)) (\mu_p U_T - q D_p) = 0$$

Pour que ces deux relations soient vérifiées, il faut:

$$\left(\frac{D_n}{\mu_n}\right) = \left(\frac{D_p}{\mu_p}\right) = \frac{kT}{q} = U_T$$

Cette relation est connue sous le nom de relation d'Einstein.

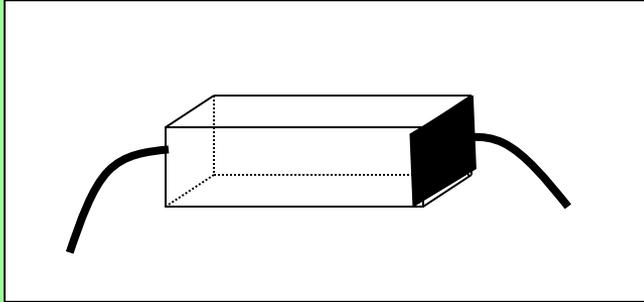
La constante de diffusion des porteurs est donc directement liée à leur mobilité.

[Exercices](#)

Injection de porteurs, variation de résistance (Exercices).

Exercice n° 1- Déterminer la longueur d'onde maximale permettant de générer une paire électron-trou dans du silicium. Même chose pour le Germanium et l'Arséniure de Gallium. Conclusions.

Exercice n° 2- On considère le barreau de silicium représenté sur la figure ci dessous;



Les caractéristiques du matériau sont les suivantes:

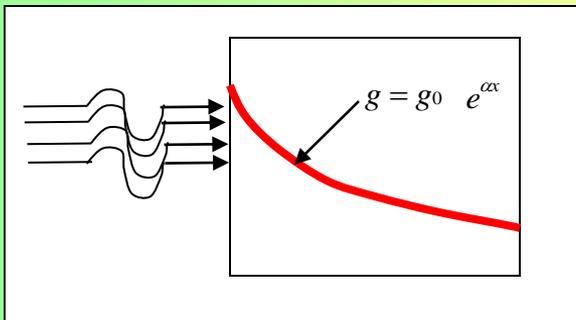
- Silicium type P (dopage: $N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$)
- Longueur du barreau: 1 cm; section $4 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2$.
- Durée de vie des porteurs: $\tau = 10^{-5} \text{ s}$
- On donne pour le silicium: $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

On applique entre les bornes de ce barreau une tension de 10 V. Calculer le courant qui circule dans cette structure.

On éclaire ce barreau de silicium avec une radiation de longueur d'onde telle que la vitesse de génération des porteurs soit constante dans tout le volume du matériau. Cette vitesse de génération vaut: $g = 10^{17} \text{ porteurs/cm}^3 \cdot \text{s}$.

Déterminer la variation relative de la résistance du barreau sous éclairage.

Exercice n° 3- On considère un barreau de semi-conducteur homogène type N (dopage $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.) d'épaisseur W , dont on éclaire la face avant avec une radiation de courte longueur d'onde. La génération suit une loi de la forme (fig):



$$g = g_0 e^{-\alpha x} \quad \alpha \text{ est une constante fonction de } \lambda \text{ et s'exprime en } \text{cm}^{-1}.$$

En se plaçant dans le cas de l'hypothèse de faible injection, montrer que, le système étant isolé, il apparaît entre les deux faces du semi-conducteur une différence de potentiel que l'on calculera.

$$\text{A.N: } \alpha = 0.1 \text{ cm}^{-1}, W = 100 \mu\text{m}.$$

Injection de porteurs, variation de résistance (Solution).

Exercice n° 1- Pour générer une paire électron-trou dans un matériau semi-conducteur, il faut que l'énergie du rayonnement soit supérieure ou égale à la largeur de la bande interdite, soit: $E \geq E_G$

Or, l'énergie transportée par un rayonnement s'exprime par la relation: $E = h\gamma = h \frac{c}{\lambda}$

L'énergie étant inversement proportionnelle à la longueur d'onde, l'énergie minimum correspondra à la longueur d'onde maximum permettant de générer des porteurs. La relation s'écrira donc:

$$h \frac{c}{\lambda_{\max}} \geq E_G \quad \text{qui donne : } \lambda_{\max} \leq h \frac{c}{E_G}$$

Applications numériques.

Le tableau des constantes donne: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV/s}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s};$

Silicium: $E_G = 1,12 \text{ eV}$

$\lambda_{\max} = 1,1 \mu\text{m}$ ce qui correspond au proche infra rouge

Germanium: $E_G = 0,67 \text{ eV}$

$\lambda_{\max} = 1,85 \mu\text{m}$ ce qui correspond à l' infra rouge

As Ga: $E_G = 1,4 \text{ eV}$

$\lambda_{\max} = 0,88 \mu\text{m}$ ce qui correspond au rouge foncé

On peut remarquer que pour les trois matériaux, le rayonnement visible sera efficace et que les rayonnements de grande longueur d'onde ne seront pas arrêtés par ces matériaux. La longueur d'onde maximum correspond au « seuil de transparence ».

Plus le rayonnement sera de courte longueur d'onde, plus son énergie sera importante et plus la génération sera localisée au voisinage de la surface. Cette dernière obéira à une loi de la forme: $g = g_0 e^{-\alpha x}$

Le coefficient α est fonction de la longueur d'onde. Il vaut 0 pour λ_{\max}

Injection de porteurs, variation de résistance .

Exercice n° 2- La valeur du courant va se déduire de la loi d'Ohm: $V = R \cdot I$. On peut donc calculer la résistance du barreau qui s'écrit:

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad \text{avec: } \rho = \frac{1}{q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p)} \quad \text{Or } \bar{p} = N_A \quad \text{et } \bar{n} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$\text{D'ou; } \rho = \frac{1}{q\left(\frac{n_i^2}{N_A}\mu_n + N_A\mu_p\right)}$$

$$\text{En remplaçant par les valeurs, on obtient: } R = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \left(\frac{2,5 \cdot 610^{20}}{10^{14}} 1390 + 10^{14} \cdot 470 \right)} \cdot \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} = 332 \, \Omega$$

$$\text{Le courant vaut donc: } I = \frac{V}{R} = \frac{10}{332} = 3 \cdot 10^{-2} \, \text{A}$$

Sous éclairage, il y aura génération de paires électrons-trous. La variation de résistance va donc dépendre de la variation de la densité des porteurs. En effet, on peut écrire:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad \text{or, } \rho = \frac{1}{\sigma}; \quad \text{donc } \frac{\Delta R}{R} = -\frac{\Delta \sigma}{\sigma}$$

Il faut donc calculer la conductivité en obscurité et sous éclairage.

En obscurité, la conductivité (ou la résistivité) ne dépendent que des porteurs majoritaires (équilibre thermodynamique).

Sous éclairage, les conditions d'équilibre ne sont plus réalisées. Il faut donc faire attention.

Les densités de porteurs sous éclairage s'écrivent: $p = \bar{p} + \hat{p} = N_A + \hat{p}$ et $n = \bar{n} + \hat{n} = \frac{n_i^2}{N_A} + \hat{n}$ de plus; $\hat{n} = \hat{p} = g \tau$.

$$\text{Donc: } \sigma_{\text{obscurité}} = q(\bar{n}\mu_n + \bar{p}\mu_p) \cong q N_A \mu_p \quad \text{Et; } \sigma_{\text{éclairage}} = q(n\mu_n + p\mu_p) = q[(N_A + \hat{p})\mu_p + \left(\frac{n_i^2}{N_A} + \hat{n}\right)\mu_n] \cong q N_A \mu_p + q(\hat{n}\mu_n + \hat{p}\mu_p)$$

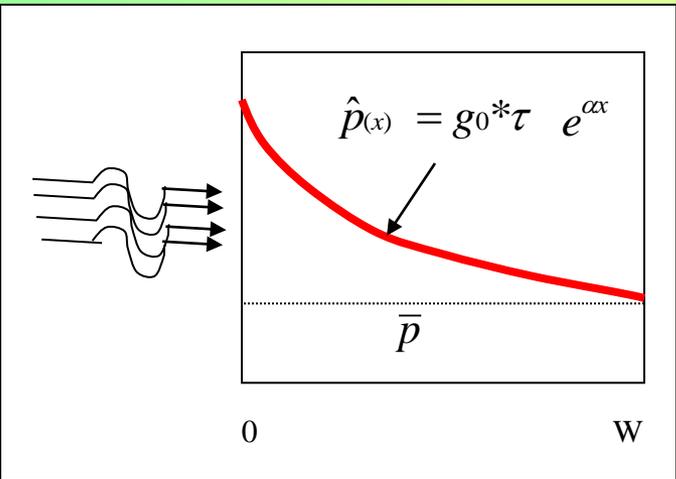
$$\frac{\Delta \sigma}{\sigma} \cong \frac{q(\hat{n}\mu_n + \hat{p}\mu_p)}{q N_A \mu_p} = \frac{g \tau (\mu_n + \mu_p)}{N_A \mu_p} \quad \text{A.N: } \frac{\Delta R}{R} \cong -\frac{\Delta \sigma}{\sigma} = -3,95 \cdot 10^{-3}$$

Si à l'équilibre thermodynamique seuls les majoritaires interviennent, la variation est due aux deux types de porteurs. On remarque en effet que c'est la somme des mobilités qui est à prendre en compte.

Injection de porteurs, variation de résistance.

Exercice n° 3- La génération de porteurs sur la face avant va créer un excès de densité de porteurs. Le fait d'utiliser une radiation de faible longueur d'onde (bleu ou Ultra violet), génère des porteurs de manière locale. Le taux de génération va varier avec la distance par rapport à la face avant. La densité des porteurs excédentaires va décroître de façon exponentielle avec la distance.

Dans le cas d'une hypothèse de faible injection, on peut considérer que seuls les minoritaires seront perturbés.



Le gradient de concentration qui apparaît entre les deux faces du semi-conducteur va créer un phénomène de diffusion d'où un courant associé. Ce courant s'écrit:

$$J_{pdiff} = -q D_p \text{grad} \hat{p}(x) = -q D_p \text{grad} (g_0 \tau e^{-\alpha x}) = q D_p \alpha g_0 \tau e^{-\alpha x}$$

La structure étant isolée, le courant total est donc nul. Il existe donc un phénomène antagoniste qui compense la diffusion. Ce phénomène correspondra à un courant de conduction qui va s'opposer à la diffusion.

L'existence d'un courant de conduction est liée à l'apparition d'un champ électrique. Ce courant s'exprime par une relation du type:

$$\vec{J}_{pcond} = \rho(x) \vec{v} = q (g_0 \tau e^{-\alpha x}) * \mu_p \vec{\mathcal{E}} = q (g_0 \tau e^{-\alpha x}) * \mu_p \frac{V}{W}$$

Les deux termes se compensant, on peut écrire:

$$\vec{J}_{pcond} = \vec{J}_{pdiff} \Rightarrow q (g_0 \tau e^{-\alpha x}) * \mu_p \frac{V}{W} = q D_p \alpha (g_0 \tau e^{-\alpha x}) \text{ d'ou } \mu_p \frac{V}{W} = D_p \alpha$$

Soit; $V = U_T \alpha W$ Cette tension fait apparaître un + sur la face avant .

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

3- Equation de conservation des porteurs

Cette équation traduit le bilan, par unité de temps, de la variation de la densité des porteurs dans un volume élémentaire de matériau semi-conducteur. Sa résolution permettra de définir les profils des densités de porteurs excédentaires dans les semi-conducteurs et, par conséquence de calculer les différents courants dans les structures.

Ce bilan met en œuvre les trois éléments qui peuvent modifier la densité des porteurs:

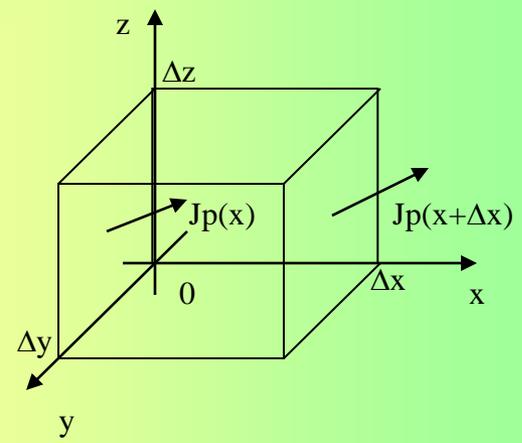
- La génération,
- La recombinaison,
- Le passage d'un courant électrique.

Courant électrique: -Considérons un volume élémentaire de semi-conducteur de dimensions $\Delta x, \Delta y, \Delta z$. Soit un courant de trous $j_p(x)$ circulant dans cet élément. Le flux de trous est défini à partir du courant par la relation:

$$\vec{F}_{p(x)} = \frac{\vec{j}_p(x)}{q}$$

Le flux en Δx vaut: $\vec{F}_{p(x+\Delta x)} = \vec{F}_{p(x)} + \frac{\partial \vec{F}_{p(x)}}{\partial x} \Delta x$

Le bilan dans la direction Ox vaut: $[\vec{F}_{p(x+\Delta x)} - \vec{F}_{p(x)}] \Delta y \Delta z = \frac{\partial \vec{F}_{p(x)}}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z$



On obtient des relations semblables dans les directions y et z. La variation du courant correspond donc à une divergence.

Génération: -Soit g la vitesse de génération. Son influence par unité de temps se traduit par: $g * \Delta x \Delta y \Delta z$ (ce terme est positif)

Recombinaison: -De la même manière, le terme correspondant vaut: $r * \Delta x \Delta y \Delta z$ (ce terme est négatif)

La variation du nombre de porteurs par unité de temps dans le volume donné s'écrit donc:

$$\frac{dp}{dt} \Delta x \Delta y \Delta z = \left[-\frac{1}{q} \text{div } \vec{j}_p + g - r \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{q} \text{div } \vec{j}_p + g - r}$$

On obtient une équation similaire pour les électrons en remplaçant p par n et en changeant le signe de la divergence.

Semi-conducteur hors d'équilibre, phénomènes de conduction

Explicitation de la relation dans le cas général.

Dans le cas d'un faible niveau d'injection, seuls les porteurs minoritaires seront perturbés. Pour un matériau de type N par exemple, on pourra écrire:

$$g = g_0 + \hat{g} \quad \text{et} \quad r = r_0 + \hat{r} \quad \text{de plus,} \quad \hat{r} = \frac{\hat{p}}{\tau_p}$$

L'équation de conservation s'écrit alors:

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = -\frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{j}_p + \hat{g} - \frac{\hat{p}}{\tau_p}$$

Le courant peut être constitué de deux termes; un terme de diffusion et un terme de conduction. On obtient donc, dans le cas général:

$$\frac{d\hat{p}_{(x)}}{dt} = -\frac{1}{q} \operatorname{div} \left(q \hat{p}_{(x)} \mu_p \vec{E} - q D_p \operatorname{grad} \hat{p}_{(x)} \right) + \hat{g} - \frac{\hat{p}}{\tau_p} \quad \text{soit,} \quad \frac{d\hat{p}_{(x)}}{dt} = D_p \Delta \hat{p}_{(x)} - \mu_p \operatorname{div} \left(\hat{p}_{(x)} \vec{E} \right) + \hat{g} - \frac{\hat{p}}{\tau_p}$$

Dans les cas pratiques, le champ électrique est généralement nul. Cela permet de simplifier cette équation.

En régime permanent, il n'y a pas de variation en fonction du temps. On en tire:

$$0 = D_p \Delta \hat{p}_{(x)} + \hat{g} - \frac{\hat{p}}{\tau_p} \quad \text{qui s'écrit aussi:} \quad \Delta \hat{p}_{(x)} - \frac{\hat{p}}{D_p \tau_p} = -\frac{\hat{g}}{D_p}$$

On peut remarquer que la dimension du terme $D_p \tau_p$ est cm^2 . On le posera égal à L_p^2 . Ce terme est appelé « Longueur de Diffusion »

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

On pourra donc associer trois constantes aux porteurs libres dans un matériau semi-conducteur:

- Une constante temporelle τ
- Une constante inertielle μ ou D
- Une constante spatiale L

Ces trois constantes sont reliées par les relations suivantes:

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \quad \text{et} \quad \left(\frac{D_n}{\mu_n} \right) = \left(\frac{D_p}{\mu_p} \right) = \frac{kT}{q} = U_T$$

[Exercices](#)

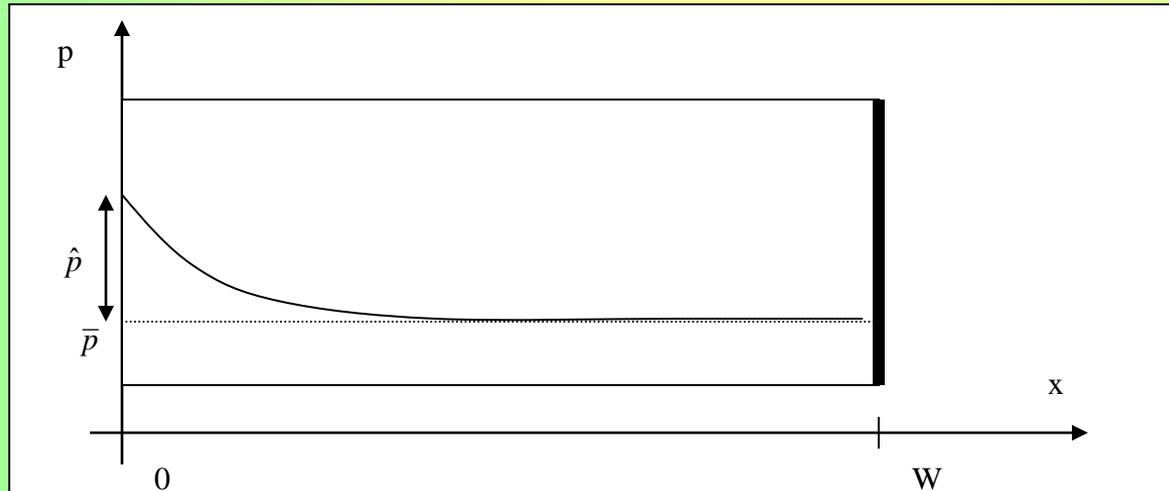
Phénomènes de diffusion (Exercices).

Exercice n° 1- Soit un échantillon de silicium de type N de résistivité $\rho = 0,5 \Omega\text{cm}$. La durée de vie des porteurs en excès est inversement proportionnelle au dopage et vaut $\tau = 10^{-8} \text{ s}$ pour $N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. On génère à la surface du semi-conducteur des porteurs en excès avec une vitesse de génération qui vaut: $g = 10^{17} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

A)- La longueur de l'échantillon est supposée infinie.

- 1°)- Déterminer la loi de répartition des trous en fonction de la distance. Calculer la densité des trous dans le plan $x = 0$.
- 2°)- A quelle distance l'excès de densité de trous devient-il égal au 110ème de sa valeur en 0? Quelle est à cette distance la densité du courant de trous?
- 3°)- Calculer la vitesse de diffusion des trous. Quelle serait la valeur du champ électrique qui leur communiquerait la même vitesse?
- 4°)- Calculer la quantité d'électricité emmagasinée lors de la diffusion.

B)_ Mêmes questions lorsque on place un contact Ohmique à la distance $W = 10^{-4} \text{ cm}$.



Phénomènes de diffusion (Solution).

Le premier travail est déterminer la densité des porteurs à l'équilibre thermodynamique afin de savoir si la génération satisfait l'hypothèse de faible niveau d'injection. Le matériau est de type N et sa résistivité vaut : $\rho = 0,5 \Omega \text{ cm}$. L'abaque des résistivités en fonction du dopage nous permet de lire pour $\rho = 0,5 \Omega \text{ cm}$ une valeur de dopage qui est sensiblement égale à : $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Compte tenu de cette valeur, on en déduit:

$$\bar{n} = N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$
$$\bar{p} = \frac{n_i^2}{N_D} = 2,56 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

Dans le plan $x = 0$, la densité des porteurs excédentaires injectés vaut:

$$\hat{p}_0 = g_0 \tau = 10^{17} \cdot 10^{-7} = 10^{10} \text{ paire électron-trou/cm}^3$$

On peut donc vérifier que: $\hat{p} \gg \bar{p}$ et $\hat{p} \ll \bar{n}$ Cette double condition satisfait donc l'hypothèse de faible niveau d'injection.

On peut donc considérer que la densité des porteurs en excès obéit à l'équation de conservation des porteurs qui s'écrit:

$$\frac{d\hat{p}}{dt} = -\frac{1}{q} \text{div } \vec{j}_p + g - \frac{\hat{p}}{\tau_p}$$

Les conditions particulières liées à notre cas entraînent:

- $g = 0$ dans le volume car la génération est localisée dans le plan $x = 0$.
- $\frac{d\hat{p}}{dt} = 0$ car on se place dans le cas d'un régime permanent.
- Le champ électrique est nul en volume (pas de tension appliquée).

L'équation se ramène donc à: $D_p \frac{d^2 \hat{p}}{dx^2} - \frac{\hat{p}}{\tau_p} = 0$ qui s'écrit $\frac{d^2 \hat{p}}{dx^2} - \frac{\hat{p}}{L_p^2} = 0$ avec : $L_p^2 = D_p \tau_p$

Les solutions de cette équation sont donc de la forme:

$$\hat{p}(x) = A e^{-\frac{x}{L_p}} + B e^{\frac{x}{L_p}}$$

Phénomènes de diffusion.

A) – La longueur de l'échantillon est supposée infinie.

1°)- La détermination des constantes d'intégration satisfait aux conditions aux limites énoncées ci-dessous:

$$\text{en } x=0 \quad \hat{p}(0) = \hat{p}_0 = g_0 \tau$$

$$\text{en } x=\infty \quad \hat{p}(\infty) = 0 \quad \text{car à une distance infiniment grande, tous les porteurs sont recombinés.}$$

On en déduit donc:

$$A + B = \hat{p}_0$$

$$A e^{-\infty} + B e^{\infty} = 0 \quad \text{Cette deuxième relation impose que } B = 0 \text{ (le terme de réflexion est nul).}$$

Il s'en suit: $A = \hat{p}_0$

La solution s'écrit donc: $\hat{p}(x) = \hat{p}_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$. C'est la solution générale, en physique, de tout système que l'on laisse évoluer librement.

La densité du courant de trous (lié à la diffusion) est proportionnelle à la dérivée de la distribution des porteurs. Elle s'écrit:

$$J_{\hat{p}(x)} = -q D_p \frac{d}{dx}(\hat{p}_0 e^{-\frac{x}{L_p}}) = q \frac{D_p p_0}{L_p} e^{-\frac{x}{L_p}} \quad \text{En } x = 0, \text{ la valeur de la densité de courant est: } J_{\hat{p}(0)} = q \frac{D_p p_0}{L_p}$$

Application Numérique: il faut donc déterminer D_p et L_p . L'abaque de mobilités nous donne pour $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$: $\mu_p = 450 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$

On en déduit: $D_p = \mu_p * U_T = 450 * 26 * 10^{-3} = 11,7 \text{ cm}^2/\text{s}$, d'ou; $L_p^2 = D_p * \tau_p = 11,7 * 10^{-7}$ soit, $L_p = 1,08 * 10^{-3} \text{ cm}$ soit, $10,8 \mu\text{m}$.

La densité de courant dans le plan origine vaut donc: $J_{\hat{p}(0)} = 1,6 * 10^{-19} \frac{11,7 * 10^{10}}{1,08 * 10^{-3}} = 17,33 \mu\text{A}/\text{cm}^2$

2°)- La densité des porteurs décroît exponentiellement. La distance pour laquelle elle sera divisée par 10 se déduit de:

$$\frac{\hat{p}(x)}{\hat{p}_0} = \frac{1}{10} = \frac{\hat{p}_0 * e^{-\frac{x}{L_p}}}{\hat{p}_0} \quad \text{soit, } x = L_p \ln 10 = 2,3 L_p \quad \text{qui donne: } x = 24,84 \mu\text{m}$$

Au delà de cette distance, l'excès de densité de porteurs devient très faible. Cela permet de relativiser l'infini pour un porteur. La densité de courant varie suivant la même loi ce qui implique que dans un système, si on place un contact à une distance grande devant la longueur de diffusion, la densité de courant tendra vers 0. On comprend donc que les dimensions des composants devront être petites.

Phénomènes de diffusion.

3°)- Vitesse de diffusion des trous.

$$J_{p(x)} = \rho^* \vec{v}_D = q \hat{p}(x) \vec{v}_D \quad \text{dans laquelle, } v_D \text{ est la vitesse de dérive des porteurs.}$$

$$\text{On en tire: } q \hat{p}(x) \vec{v}_D = q \frac{D_p}{L_p} \hat{p}(x) \quad \text{qui donne: } v_D = \frac{D_p}{L_p} \text{ ou encore } v_D = \frac{L_p^2}{L_p * \tau_p} = \frac{L_p}{\tau_p} = 10,8 * 10^3 \text{ V/cm}$$

On peut remarquer que la vitesse du porteur est une constante indépendante de sa position

Le champ électrique qui communiquerait la même vitesse aux porteurs serait:

$$\vec{v}_D = \mu_p \vec{\mathcal{E}} \quad \text{soit: } \vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{v}_D}{\mu_p} = \frac{D_p}{L_p \mu_p} = \frac{U_T}{L_p} \quad \text{soit } \mathcal{E} = 24,07 \text{ V/cm. ce qui est très faible.}$$

4°)- Quantité d'électricité emmagasinée lors de la diffusion.

$$\text{Elle s'exprime par la relation: } Q = q S \int_0^\infty \hat{p}(x) dx = q S \hat{p}_0 \int_0^\infty e^{-\frac{x}{L_p}} dx = - q S \hat{p}_0 L_p \quad S \text{ est la section du barreau.}$$

$$\text{La charge par unité de surface vaut donc: } \left| \frac{Q}{S} \right| = q \hat{p}_0 L_p = 1,73 \text{ pCb/cm}^2$$

Cette valeur peut paraître faible mais on verra que dans les composants, on obtient des valeurs beaucoup plus petites .

On peut exprimer cette charge en fonction du courant. Il vient;

$$I_{p0} = J_{p0} S = q \frac{D_p}{L_p} \hat{p}_0 S \quad \text{or, } Q = q S \hat{p}_0 L_p = q \frac{D_p}{L_p} \hat{p}_0 * \frac{L_p^2}{D_p} S = I_{p0} \frac{L_p^2}{D_p}$$

$$\text{Donc,, } Q = I_{p0} \tau_p$$

La constante de temps qui intervient dans le calcul de la charge est la Durée de vie du porteur.

Dans le régime libre, les paramètres associés au phénomène de diffusion sont les paramètres caractéristiques des porteurs.

Phénomènes de diffusion.

B) – La longueur de l'échantillon est finie, de dimension W.

La seule modification intervient sur les conditions aux limites de l'équation de conservation. Elles deviennent:

$$\text{en } x=0 \quad \hat{p}_{(0)} = \hat{p}_0 = g_0 \tau$$

$$\text{en } x=W \quad \hat{p}_{(W)} = 0 \quad \text{L'annulation de l'excès de densité est due au contact Ohmique qui est recombinaison.}$$

Il s'en suit:

$$\begin{cases} A + B = \hat{p}_0 \\ A e^{-\frac{W}{L_p}} + B e^{\frac{W}{L_p}} = 0 \end{cases}$$

On a donc un système de deux équations à deux inconnues à résoudre. Cela donne:

$$A = \frac{\begin{vmatrix} \hat{p}_0 & 1 \\ 0 & e^{\frac{W}{L_p}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\frac{W}{L_p}} & e^{\frac{W}{L_p}} \end{vmatrix}} = \hat{p}_0 \frac{e^{\frac{W}{L_p}}}{e^{\frac{W}{L_p}} + e^{-\frac{W}{L_p}}} = \hat{p}_0 \frac{e^{\frac{W}{L_p}}}{2 \operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \hat{p}_0 \\ e^{-\frac{W}{L_p}} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\frac{W}{L_p}} & e^{\frac{W}{L_p}} \end{vmatrix}} = -\hat{p}_0 \frac{e^{-\frac{W}{L_p}}}{e^{\frac{W}{L_p}} + e^{-\frac{W}{L_p}}} = -\hat{p}_0 \frac{e^{-\frac{W}{L_p}}}{2 \operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}$$

En reportant, on obtient.

$$\hat{p}_{(x)} = \frac{\hat{p}_0}{2 \operatorname{sh} \frac{W}{L_p}} \left(e^{-\frac{W-x}{L_p}} - e^{\frac{W-x}{L_p}} \right) = \hat{p}_0 \frac{\operatorname{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}$$

C'est la solution générale du système. On pourra vérifier que le passage à la limite $x \rightarrow \infty$ nous ramène à la solution en exponentielle.

Phénomènes de diffusion.

La densité de courant peut donc se déduire de la loi de distribution des porteurs.

$$J\hat{p}(x) = -q D_p \frac{d}{dx} \left(\hat{p}_0 \frac{\text{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} \right) = \frac{q D_p \hat{p}_0}{L_p \text{sh} \frac{W}{L_p}} \text{ch} \frac{W-x}{L_p}$$

Pour la vitesse de diffusion des porteurs, on aura: $J\hat{p}(x) = -q \hat{p}(x) v_D = \frac{q D_p \hat{p}_0}{L_p \text{sh} \frac{W}{L_p}} \text{ch} \frac{W-x}{L_p}$ qui donne:

$$v_D = \frac{J\hat{p}(x)}{q \hat{p}(x)} = \frac{D_p}{L_p} \frac{\text{ch} \frac{W-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{W-x}{L_p}} = \frac{D_p}{L_p} \text{coth} \frac{W-x}{L_p} \quad \text{On peut remarquer que } v_D \text{ augmente avec } x.$$

La proximité du contact ohmique se traduit donc par une accélération des porteurs. La vitesse tend théoriquement vers l'infini. En réalité, la limitation physique correspond à la vitesse thermique qui vaut sensiblement 10^7 cm/s à 300 °K.

La quantité d'électricité emmagasinée s'exprime par:

$$Q = q S \int_0^W \hat{p}(x) dx = q S \hat{p}_0 \int_0^W \frac{\text{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} dx = -q S \hat{p}_0 L_p \left[\frac{\text{ch} \frac{W-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} \right]_0^W = -\frac{q S \hat{p}_0 L_p}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} \left[1 - \text{ch} \frac{W}{L_p} \right]$$

Ces expressions sont relativement compliquées mais vont généralement se simplifier dans les cas pratiques.

Dans le cas de l'exercice, $W = 1 \mu\text{m}$. Dans toutes les expressions précédentes, on remarque des termes faisant intervenir des fonctions du rapport W/L_p . Ce terme intervient sous forme de sinus ou de cosinus hyperboliques.

Dès que ce rapport sera inférieur à 1/3, on pourra simplifier. En effet:

$$\text{pour } \varepsilon \ll 1, \text{ sh } \varepsilon \rightarrow \varepsilon; \text{ ch } \varepsilon \rightarrow 1 + \varepsilon^2/2 \dots \text{ etc.}$$

Par exemple; $\text{sh}(1/3) = 0,339$. On considèrera donc que dès que le rapport W/L est inférieur à 1/3 on peut linéariser les relations en utilisant les développements limités des fonctions correspondantes.

Phénomènes de diffusion.

$W = 1 \mu\text{m}$; $\rightarrow W/L = 1:10,8 = 0,0926 \ll 1/3$.

Compte tenu de ce qui précède, on peut donc linéariser les équations. On obtient donc:

Pour la distribution des porteurs $\hat{p}(x) = \hat{p}_0 \frac{\text{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} \Rightarrow \hat{p}_0 \left(1 - \frac{x}{W}\right)$ La distribution est donc linéaire.

Le courant, qui est la dérivée de la distribution, sera donc constant (les porteurs injectés seront récupérés au niveau du contact!).

$$\hat{J}_{p(x)} = -q D_p \frac{d}{dx} \left(\hat{p}_0 \frac{\text{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} \right) = \frac{q D_p \hat{p}_0}{L_p \text{sh} \frac{W}{L_p}} \text{ch} \frac{W-x}{L_p} \Rightarrow \frac{q D_p \hat{p}_0}{L_p \frac{W}{L_p}} \left(1 - \frac{W^2}{2L_p^2}\right) = \frac{q D_p \hat{p}_0}{W} \left(1 - \frac{W^2}{2L_p^2}\right) \cong \frac{q D_p \hat{p}_0}{W}$$

On peut en effet se contenter d'un développement limité au 1er ordre pour le cosinus hyperbolique qui tend donc vers 1 alors que dans le cas du calcul de la charge ou intervient un terme en $1 - \text{ch}$, on prendra le développement au second ordre.

On peut remarquer que par rapport à la distance infinie, on a remplacé dans l'expression du courant, la longueur de diffusion par la dimension du barreau. Cette dernière étant beaucoup plus petite que la longueur de diffusion et intervenant en dénominateur d'une fraction fait que le courant devient plus important. De plus, il est indépendant de la distance.

En ce qui concerne la vitesse de diffusion, on a: $v_D = \frac{J_{p(x)}}{q \hat{p}(x)} = \frac{D_p}{L_p} \coth \frac{W-x}{L_p} = \frac{D_p}{L_p \text{sh} \frac{W}{L_p}} \text{ch} \frac{W-x}{L_p} \cong \frac{D_p}{W} \frac{1}{1 - \frac{x}{W}} = \frac{D_p}{W-x}$

On remarque le phénomène d'accélération du au contact (sana oublier la limitation due à la vitesse thermique).

Pour le calcul de la charge stockée, il vient: $Q = -\frac{q S \hat{p}_0 L_p}{\text{sh} \frac{W}{L_p}} \left[1 - \text{ch} \frac{W}{L_p} \right] \cong -\frac{q S \hat{p}_0 L_p}{\frac{W}{L_p}} \left[1 - \left(1 - \frac{W^2}{2 L_p^2} \right) \right] = -\frac{q S \hat{p}_0 W}{2}$

On peut donc remarquer que pour passer de l'espace infini au barreau court, il suffit de remplacer L_p par W sauf dans le cas de la charge stockée ou apparaît un facteur 1:2. Ce facteur provient du développement limité au « second ordre »

Phénomènes de diffusion.

Comme dans le cas du barreau infini, on peut écrire la charge comme étant le produit d'un courant par un temps. Il s'en suit:

$$Q = -\frac{q S \hat{p}_0 W}{2} \quad \text{or} \quad I_p = J \hat{p} S = \frac{q D_p \hat{p}_0}{W} S \quad \text{donc:} \quad Q = \frac{q D_p \hat{p}_0}{W} S \frac{W^2}{2 D_p} = I_p \frac{W^2}{2 D_p}$$

Le terme $\frac{W^2}{2 D_p}$ qui apparaît s'exprime en secondes. Il s'agit du « temps de transit » entre le plan d'injection et le contact.

Applications Numériques.

$$\text{Densité de courant:} \quad J \hat{p} \cong \frac{q D_p \hat{p}_0}{W} = 187,16 \frac{\mu A}{cm^2}$$

$$\text{Vitesse de diffusion (en } x = 0) \quad v_D = \frac{D_p}{W-x} \Rightarrow \left[\frac{D_p}{W} \right]_{en \ x=0} = 260 \frac{cm}{s}$$

$$\text{Charge stockée:} \quad |Q| = \frac{q S \hat{p}_0 W}{2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{S} \right| = 0,08 \frac{pCb}{cm^2}$$

Ce cas particulier est celui que l'on retrouvera dans tous les composants actifs du type bipolaire: Diodes à jonction et transistors bipolaires.

Chapitre II: La jonction PN.

Plan du chapitre II

II-A: La jonction P-N idéale à l'équilibre thermodynamique

- 1°- Création de la jonction
 - a)- Approche Métallurgique
 - b)- Approche électrique
- 2°)- Étude de la charge d'espace
 - a)- Calcul de la largeur de la barrière de potentiel
 - b)- Calcul de la hauteur de la barrière de potentiel

II-B: La jonction P-N idéale hors d'équilibre: caractéristique statique

- 1°- Polarisation de la jonction
 - a)- Approche physique
 - b)- Répartition des porteurs en excès
- 2°- Caractéristique I(V)
 - a)- Cas général
 - b)- Cas particulier de la diode courte
 - c)- Jonction dissymétrique

La jonction PN.

II-C: La jonction P-N idéale en régime dynamique; modélisation au 1er ordre

- 1°)- Théorème de superposition des états
- 2°)- Calcul du point de polarisation
- 3°)- Modèle équivalent de la Diode en direct
 - a)- Résistance dynamique
 - b)- Capacité de diffusion
- 3°)- Modèle équivalent en inverse; capacité de transition

II-D: La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

- 1°)- Jonction PN en polarisation directe
 - a)- Résistance série
 - b)- Forte injection
- 2°)- Jonction PN en polarisation inverse
 - a)- Phénomène de génération dans la région de charge d'espace
 - b)- Phénomène d'avalanche
- 3°)- Modélisation au second ordre
- 4°)- Limitations

La jonction PN.

II-E: La jonction P-N réelle en régime de commutation

- Réponse à un signal carré

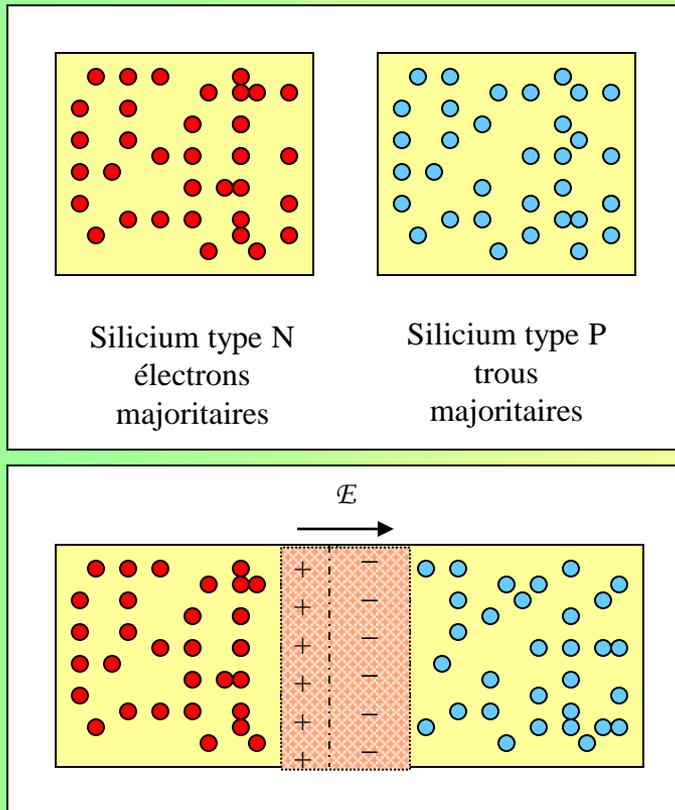
II-F: Les applications de la Diode

- 1°)- Redressement
- 2°)- Logiques à diodes.
- 3°)- Diodes spéciales: Zener, Varicap

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.

1° - Création de la jonction

a) - Approche métallurgique.



Considérons deux matériaux semi-conducteurs de type opposé. Celui de type N possède de électrons en excès, l'autre, de type P, des trous. Ces deux matériaux étant isolés et les dopages étant homogènes, les densités de porteurs sont constantes dans chaque élément.

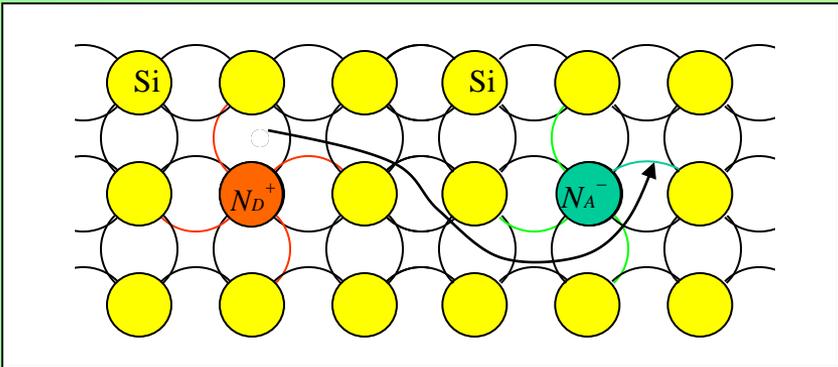
Mettons ces deux matériaux en contact.

Les électrons vont diffuser des zones de forte concentration vers les zones de faible concentration. Ils vont de ce fait se recombiner avec les trous en créant des ions fixes dans le réseau.

Ces ions, négatifs dans la région P (atome de bore ayant gagné un électron) et positifs dans la région N (atomes de phosphore ayant perdu un électron) vont donner naissance à un champ électrique qui a tendance à s'opposer à la diffusion.

L'apparition de ce champ électrique génère donc un phénomène de conduction qui crée un flux de porteurs opposé à la diffusion. L'équilibre sera établi lorsque les deux phénomènes se compenseront. Il y aura à ce moment là une zone dépourvue de porteurs appelée zone de charge d'espace séparant deux zones dans lesquelles sont confinés les porteurs libres.

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.



Le mécanisme de création des charges est illustré par la figure ci contre.

L'atome de Phosphore qui possédait 5 électrons périphériques va perdre un électron qui va diffuser vers un atome de Bore.

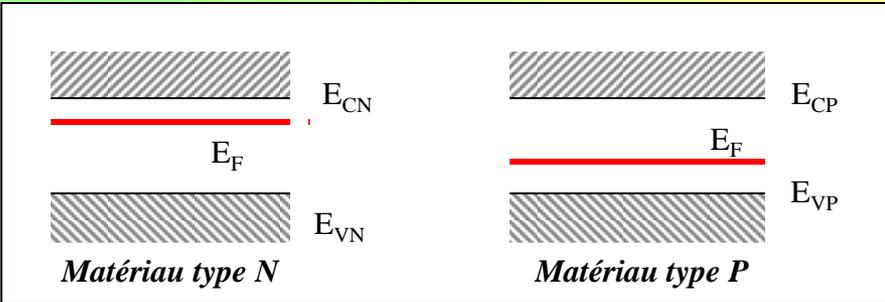
Il devient alors un ion N_D^+ .

L'atome de Bore qui gagne un électron devient un ion N_A^- .

Ces charges fixes ($8 e^-$ de valence) vont créer un champ électrique.

b)- Approche électrique.

Reprenons les deux matériaux précédent et, raisonnons maintenant en terme de diagrammes d'énergie. Ils peuvent, pour des matériaux dopés, se représenter suivant la figure ci contre, dans le cas ou les matériaux sont isolés.

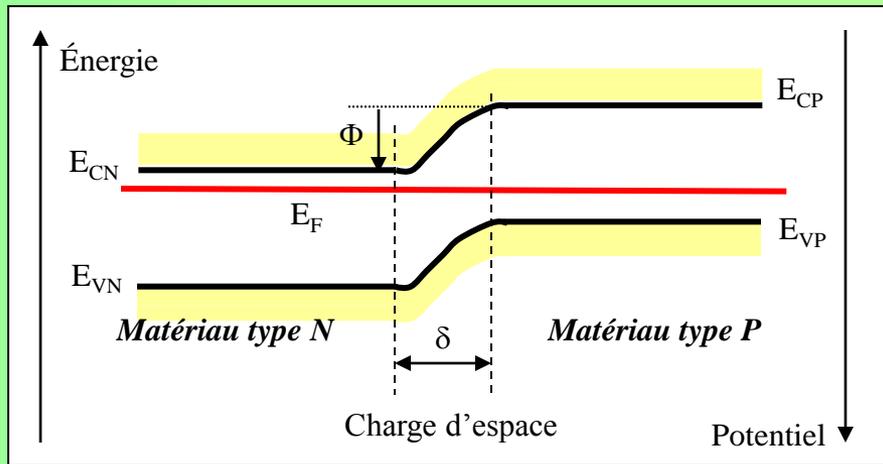


Pour un matériau de type N, les électrons étant majoritaires, le niveau de Fermi se situe près de la bande de conduction alors que pour un type P ou ce sont les trous qui sont majoritaires. Il se situe alors près de la bande de valence.

Si nous mettons ces deux matériaux en contact, la seule constante qui va exister dans ce système sera le niveau de Fermi. Le diagramme de bandes va donc évoluer de manière à ce que les niveaux de Fermi de chaque constituant s'alignent et, par conséquent, il y aura une déformation des bandes d'énergie.

Loin de la jonction métallurgique, on va retrouver les matériaux originels par contre, au voisinage de celle ci, il va y avoir courbure des bandes car elles restent continues. Le passage de la région N à la région P se fait graduellement, sans discontinuité.

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.



La courbure des bandes d'énergie fait apparaître une barrière de potentiel (d'où, existence d'un champ électrique) qui va s'opposer au passage des porteurs des régions de forte concentration vers les régions de faible concentration.

Il existe donc deux phénomènes antagonistes:

- Un phénomène de diffusion dû au gradient de concentration,
- Un phénomène de conduction dû à l'apparition d'un champ électrique induit par la diffusion.

La zone centrale appelée « charge d'espace » est une zone dans laquelle règne un champ électrique important (plusieurs kilovolts par centimètre) et sera donc dépourvue de porteurs libres. Elle se caractérise par sa hauteur Φ et sa largeur δ . Nous allons dans ce qui suit déterminer les équations permettant de calculer ces deux éléments caractéristiques.

2°)- Étude de la charge d'espace

Nous allons établir les équations permettant de calculer la hauteur et la largeur de la zone de charge d'espace.

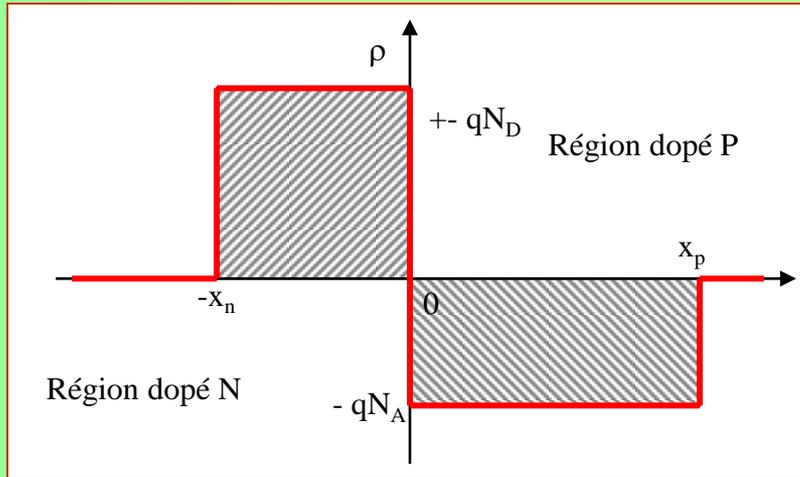
a)- Calcul de la largeur de la barrière de potentiel

Pour définir les caractéristiques de la charge d'espace, nous allons utiliser des hypothèses connues sous le nom d' *hypothèses de Schokley*. Qui s'énoncent sous la forme suivante:

- La charge d'espace est limitée par des plans parallèles au plan de la jonction métallurgique.
- La charge d'espace est dépourvue de porteurs libres
- Le champ est nul en dehors de la charge d'espace (donc le potentiel est constant).

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.

Nous allons, pour établir les équations permettant de déterminer la hauteur et la largeur de la charge d'espace, utiliser le modèle défini à partir des hypothèses de Schokley. Nous considérerons en outre que le matériau est homogène dans le plan YZ et de ce fait, nous utiliserons un modèle unidimensionnel. La charge électrique qui existe dans la charge d'espace correspond donc à la représentation ci dessous



Entre la limite de charge d'espace côté N ($-x_n$) et la position de la jonction métallurgique ($x = 0$), on a une charge négative de valeur constante en fonction de la distance eu égard au dopage uniforme du matériau. Cette charge vaut:

$$\rho = +q N_D.$$

De la même manière, côté P, entre la position de la jonction métallurgique et la limite de charge d'espace ($x = x_p$), la charge est constante et négative. Elle vaut:

$$\rho = -q N_A$$

Lorsque dans un matériau il existe une charge, on peut lui associer un potentiel grâce à l'équation de poisson. Cette dernière s'écrit:

$$\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon} = 0$$

Dans le cas d'un modèle unidimensionnel, le Laplacien se ramène à une simple dérivée seconde et la relation s'écrit donc:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{\rho}{\varepsilon} = 0$$

On va donc résoudre cette équation successivement dans chacune des zones chargées en tenant compte des hypothèses de Schokley, puis on écrira les conditions de continuité du champ électrique et du potentiel à la traversée d'une surface. Ce calcul nous permettra non seulement d'établir la relation donnant la largeur de la charge d'espace, mais aussi mettra en évidence le fait que la charge d'espace est globalement neutre.

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.

Pour x compris entre $-x_n$ et 0:

La charge s'écrit; $\rho = +q N_D$;

L'équation de poisson est alors:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{qN_D}{\epsilon}$$

L'intégrale première donne au signe près le champ électrique. $\frac{dV}{dx} = -\frac{qN_D}{\epsilon}x + C^{te} = -\mathcal{E}$ soit $\mathcal{E} = \frac{qN_D}{\epsilon}x + C^{te}$

La constante se détermine en écrivant que le champ électrique est nul à la limite de la charge d'espace, c'est-à-dire pour $x = -x_n$. Cela donne:

$$C^{te} = \frac{qN_D}{\epsilon}x_n$$

Le champ électrique s'écrit donc:

$$\mathcal{E} = +\frac{qN_D}{\epsilon}(x+x_n) \text{ soit } \frac{dV}{dx} = -\frac{qN_D}{\epsilon}(x+x_n)$$

En intégrant une deuxième fois, on obtient:

$$V = -\frac{qN_D}{\epsilon}\left(\frac{x^2}{2} + x x_n\right) + C^{te}$$

La détermination de la constante d'intégration se fera aussi en utilisant les conditions aux limites. Le champ étant nul à l'extérieur de la charge d'espace, le potentiel qui en est l'intégrale première est constant. On le posera égal à Φ_n dans la région N. Il s'en suit:

$$C^{te} = -\frac{qN_D}{\epsilon}\frac{x_n^2}{2} + \Phi_n$$

En reportant dans l'expression du potentiel, on obtient: $V = -\frac{qN_D}{2\epsilon}(x+x_n)^2 + \Phi_n$

Le même calcul fait entre 0 et x_p donnera des équations similaires. Il suffit de changer $-x_n$ par $+x_p$ et $+qN_D$ par $-qN_A$. On obtient, en posant que la tension dans la région P est égale à Φ_p :

$$\mathcal{E} = -\frac{qN_A}{\epsilon}(x-x_p) \text{ et } V = \frac{qN_A}{2\epsilon}(x-x_p)^2 + \Phi_p$$

La continuité du champ et du potentiel en 0 donne: $\mathcal{E}'_0 = \frac{qN_A}{\epsilon}x_p = \frac{qN_D}{\epsilon}x_n$ soit: $N_A x_p = N_D x_n$

Cette relation traduit la neutralité de la charge d'espace.

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.

L'écriture de la continuité du potentiel en 0 donne: $V(0) \Rightarrow \frac{qN_A}{2\epsilon} (-x_p)^2 + \Phi_p = -\frac{qN_D}{2\epsilon} (x_n)^2 + \Phi_n$ soit : $\Phi_n - \Phi_p = \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2)$

Pour simplifier l'écriture, on posera: $\Phi_n - \Phi_p = \bar{\Phi}$

On obtient donc deux relations faisant intervenir x_n et x_p . Il est donc facile de résoudre le système afin de calculer δ qui est la somme de ces deux termes.

$$\begin{cases} (1) & \Rightarrow & N_A x_p = N_D x_n \\ (2) & \Rightarrow & \bar{\Phi} = \frac{q}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \end{cases}$$

L'équation (1) donne: $\frac{x_p}{N_D} = \frac{x_n}{N_A} = \frac{x_p + x_n}{N_D + N_A} = \frac{\delta}{N_D + N_A}$ soit: $x_p = \frac{\delta N_D}{N_D + N_A} = \frac{\delta}{N_A} \frac{N_A N_D}{N_D + N_A}$ et $x_n = \frac{\delta}{N_D} \frac{N_A N_D}{N_D + N_A}$

Pour des simplifications d'écriture, on pose: $N^* = \frac{N_A N_D}{N_D + N_A}$

L'équation (2) s'écrit alors: $\bar{\Phi} = \frac{q}{2\epsilon} \left[N_A \left(\frac{\delta N^*}{N_A} \right)^2 + N_D \left(\frac{\delta N^*}{N_D} \right)^2 \right]$

Tous calculs faits, on obtient: $\bar{\Phi} = \frac{qN^*}{2\epsilon} \delta^2$ qui donne:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN^*} \bar{\Phi}}$$

Il suffit donc de calculer la hauteur de la barrière de potentiel pour, connaissant les caractéristiques du matériau (dopages et constantes caractéristiques), obtenir la dimension de la charge d'espace.

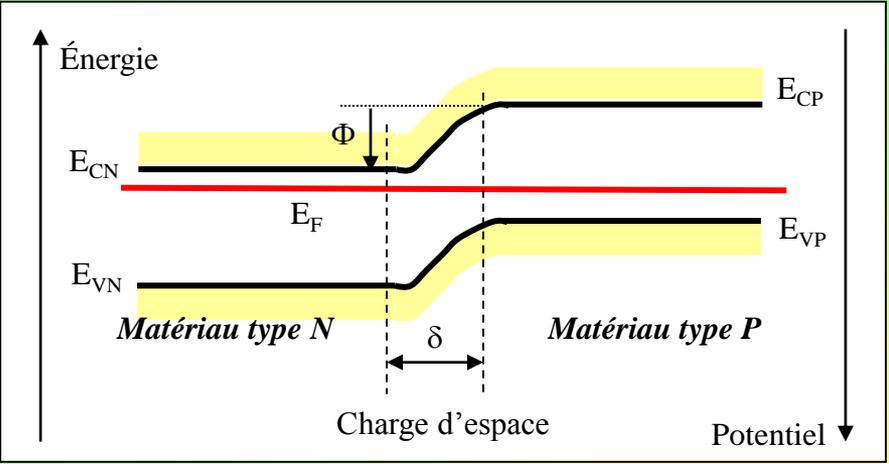
b)- Calcul de la hauteur de la barrière de potentiel

Pour déterminer la hauteur de la barrière de potentiel, nous allons nous référer à sa définition à partir des diagrammes d'énergie. Le schéma de bandes représenté ci-après montre que la hauteur de la barrière peut se déduire de la différence d'énergie des porteurs de même type de part et d'autre de la charge d'espace.

$$\bar{\Phi} = \Phi_n - \Phi_p = -\frac{1}{q} (E_{Cn} - E_{Cp})$$

Or, les densités de porteurs sont directement liées aux énergies. Nous pouvons donc exprimer la densité des porteurs d'un même type de part et d'autre de la jonction.

La jonction PN idéale à l'équilibre thermodynamique.



L'expression des densité de porteurs s'écrit:

$$\bar{n} = N \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Si nous écrivons cette expression pour les électrons dans la région N et dans la région P, il vient:

Région N: $\bar{n}_N = N \exp\left(-\frac{E_{CN} - E_F}{kT}\right)$

Région P: $\bar{n}_P = N \exp\left(-\frac{E_{CP} - E_F}{kT}\right)$

Or: $\bar{\Phi} = \Phi_n - \Phi_p = -\frac{1}{q}(E_{Cn} - E_{Cp})$

On en tire:

$$E_{Cp} = E_{Cn} + q \bar{\Phi} = E_{Cn} + q (\Phi_n - \Phi_p)$$

En reportant cette valeur de E_{Cp} dans celle donnant la densité des électrons dans la région P, on obtient:

$$\bar{n}_p = N \exp\left(-\frac{E_{Cn} + q \bar{\Phi} - E_F}{kT}\right) = N \exp\left(-\frac{E_{Cn} - E_F}{kT}\right) \exp\left(-\frac{q \bar{\Phi}}{kT}\right) = \bar{n}_N \exp\left(-\frac{q \bar{\Phi}}{kT}\right)$$

Ce qui donne: $\bar{n}_p = \bar{n}_N \exp\left(-\frac{\bar{\Phi}}{U_T}\right)$ dans lequel $U_T = \frac{kT}{q}$ est appelé « Tension thermodynamique » et vaut 26 mV à 300 °K

Dans la région où ils sont majoritaires, la densité des électrons vaut: $n_N = N_D$

Dans celle où ils sont minoritaires, cette densité devient

$$\rightarrow \bar{n}_p = \frac{n_i^2}{N_A}$$

Exercices

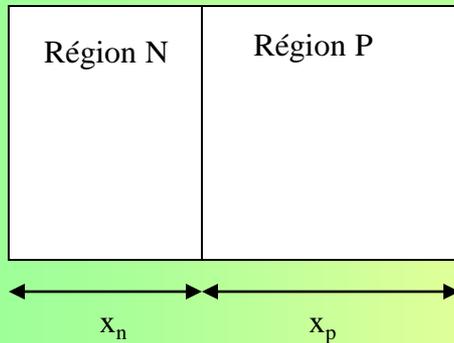
En remplaçant dans l'expression qui fait intervenir $\bar{\Phi}$, on a:

$$\bar{n}_p = \bar{n}_N \exp\left(-\frac{\bar{\Phi}}{U_T}\right) \Rightarrow \bar{\Phi} = U_T \ln \frac{\bar{n}_N}{\bar{n}_p} = U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

Donc: $\bar{\Phi} = U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$

Exercices sur la jonction P-N: La charge d'espace

Exercice n°1) - On considère une jonction P-N dont les caractéristiques sont données ci dessous.



Déterminer les caractéristiques de la région de charge d'espace (hauteur et largeur) dans les différents cas suivants:

•1°)- $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

•2°)- $N_D = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

On étudiera successivement le cas du Germanium et du Silicium.

Déduire de ces résultats les dimensions électriques des régions N et P.

Même question dans le cas où les deux régions ont des dopages identiques égaux à : $N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

Exercice n°2) – On reprend le cas de la diode correspondant à l'exercice précédent ($N_D = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). Recalculer les dimensions électriques des régions dans les cas suivants:

•Diode au silicium polarisée par:

•Une tension directe de 0,6 V

•Une tension inverse de 5 V

•Diode au Germanium polarisée par:

•Une tension directe de 0,3 V

•Une tension inverse de 5 V

Solution des exercices sur la charge d'espace

Exercice n°1) -

Calcul des hauteurs de barrière de potentiel à l'équilibre thermodynamique.

La hauteur de la barrière de potentiel se définit à partir de l'expression: $\bar{\Phi} = U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$

Pour le silicium, $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

En remplaçant par les valeurs numériques, on obtient:

•Cas n°1)- $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\bar{\Phi} = 26 \cdot 10^{-3} \ln \frac{10^{16} \cdot 10^{18}}{(1,6 \cdot 10^{10})^2} = 0,813 \text{ V}$$

Cas n°2)- $N_D = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\bar{\Phi} = 0,879 \text{ V}$$

Pour le germanium, $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

•Cas n°1)- $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\bar{\Phi} = 0,431 \text{ V}$$

Cas n°2)- $N_D = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\bar{\Phi} = 0,496 \text{ V}$$

Solution des exercices sur la charge d'espace

Calcul de la largeur de la barrière de potentiel.

La largeur, à l'équilibre thermodynamique, s'exprime par la relation: $\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\bar{\Phi}}{qN^*}}$

Dans cette relation, le terme N^* correspond au dopage effectif. Il s'écrit: $\frac{1}{N^*} = \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}$

On pourra remarquer que, lorsque les deux dopages sont très différents, c'est le plus faible des deux qui conditionne la dimension de la charge d'espace.

Pour le silicium, $n_i = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

En remplaçant par les valeurs numériques, on obtient:

• Cas n°1)- $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \rightarrow N^* = N_A$

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\bar{\Phi}}{qN^*}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{16}}} \cdot 0,813 = 0,318 \text{ } \mu\text{m}$$

$N_D = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \rightarrow N^* = N_A$

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon\bar{\Phi}}{qN^*}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5 \cdot 10^{16}}} \cdot 0,879 = 0,209 \text{ } \mu\text{m}$$

La répartition des extensions de charge d'espace dans les régions se fait en raison inverse des dopages.

$$\frac{\delta_p}{N_D} = \frac{\delta_n}{N_A} = \frac{\delta_p + \delta_n}{N_D + N_A} = \frac{\delta}{N_D + N_A} \quad \text{soit:} \quad \delta_p = \frac{\delta N_D}{N_D + N_A} = \frac{\delta}{N_A} N^* \quad \text{et} \quad \delta_n = \frac{\delta}{N_D} N^*$$

Comme nous avons considéré que $N^* = N_A$, toute la charge d'espace sera dans la région P. On aura donc:

$$W_N = X_N \text{ et } W_P = X_P - \delta \rightarrow \text{Cas n°1)- } X_P = 2,5 - 0,318 = 2,182 \text{ } \mu\text{m}; \text{ cas n°2)- } X_P = 2,5 - 0,209 = 2,291 \text{ } \mu\text{m}.$$

Solution des exercices sur la charge d'espace

Pour le germanium, $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

En remplaçant par les valeurs numériques, on obtient:

$$\bullet \text{Cas n}^\circ 1) - N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}, N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \rightarrow N^* = N_A$$

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon \Phi}{qN^*}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{16}}} \cdot 0,431 = 0,232 \text{ } \mu\text{m}$$

$$N_D = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}, N_A = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \rightarrow N^* = N_A$$

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon \Phi}{qN^*}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5 \cdot 10^{16}}} \cdot 0,496 = 0,157 \text{ } \mu\text{m}$$

La répartition des extensions de charge d'espace dans les régions se fait en raison inverse des dopages.

$$\frac{x_p}{N_D} = \frac{x_n}{N_A} = \frac{x_p + x_n}{N_D + N_A} = \frac{\delta}{N_D + N_A} \quad \text{soit:} \quad x_p = \frac{\delta N_D}{N_D + N_A} = \frac{\delta}{N_A} N^* \quad \text{et} \quad x_n = \frac{\delta}{N_D} N^*$$

Comme nous avons considéré que $N^* = N_A$, toute la charge d'espace sera dans la région P. On aura donc:

$$W_N = X_N \text{ et } W_P = X_P - \delta \rightarrow \text{Cas n}^\circ 1) - X_P = 2,5 - 0,232 = 2,268 \text{ } \mu\text{m}; \text{ cas n}^\circ 2) - X_P = 2,5 - 0,157 = 2,343 \text{ } \mu\text{m}.$$

Si les deux régions ont des dopages identiques, on recalcule la hauteur de la barrière. Elle vaut: 0,879 V pour le Silicium et 0,496 V pour le Ge.

Pour ce qui est de la largeur, il faut calculer N^* . Les deux dopages étant égaux, N^* vaudra la moitié. On peut alors calculer les valeurs de δ .

On obtient: 0,693 mm pour le silicium et 0,416 mm pour le germanium. Il faut faire attention cette fois-ci que les extensions de charge d'espace seront égales dans les deux régions.

$$W_N = x_n - \frac{\bar{\delta}}{2} \quad W_P = x_p - \frac{\bar{\delta}}{2}$$

Solution des exercices sur la charge d'espace

Exercice n°2) –

Pour une jonction polarisée, la hauteur de barrière est modifiée. Elle devient: $\Phi = \bar{\Phi} - V_A$

La tension appliquée est comptée en valeur algébrique c'est-à dire, négative pour une polarisation inverse, positive pour une polarisation directe.

Pour le silicium, en polarisation directe, Φ devient: $\Phi = 0,879 - 0,6 = 0,279$ V.

La nouvelle largeur de barrière vaudra: $0,118 \mu\text{m}$ soit sensiblement une division par deux.

Pour une polarisation inverse de 5 V la barrière devient: $\Phi = 0,879 + 5 = 5,879$.

La largeur devient: $0,542 \mu\text{m}$.

On pourra remarquer que la dimension varie comme la racine carrée de la tension appliquée. L'autre paramètre qui influe sur cette dimension est le dopage. Si le dopage diminue, la dimension de la charge d'espace augmente.

Pour le germanium, en polarisation directe, Φ devient: $\Phi = 0,496 - 0,3 = 0,196$ V.

La nouvelle largeur de barrière vaudra: $0,099 \mu\text{m}$ soit sensiblement une division par deux.

Pour une polarisation inverse de 5 V la barrière devient: $\Phi = 0,496 + 5 = 5,496$.

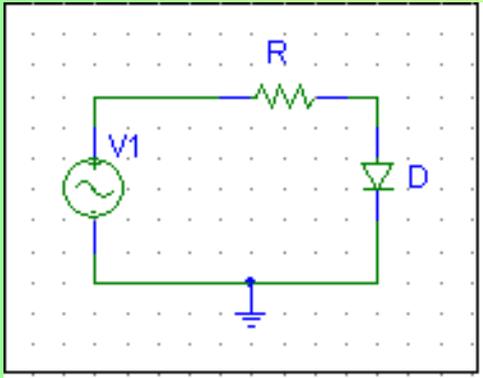
La largeur devient: $0,524 \mu\text{m}$.

La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

1°)- Polarisation de la Jonction

a)- Approche Physique

Considérons une diode polarisée par le biais du circuit représenté sur le schéma ci-contre.

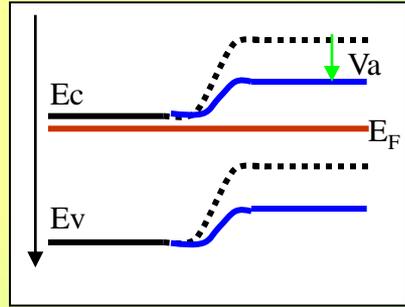
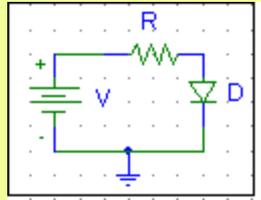
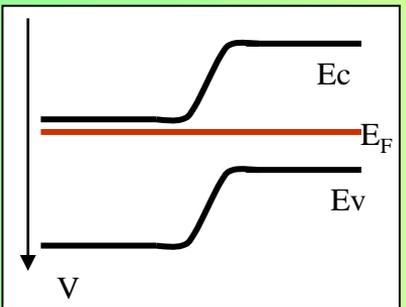


Suivant le sens de la tension V_1 , deux cas de figure peuvent se présenter.

- La tension V_1 a le pôle - relié à la masse
- La tension V_1 a le pôle + relié à la masse

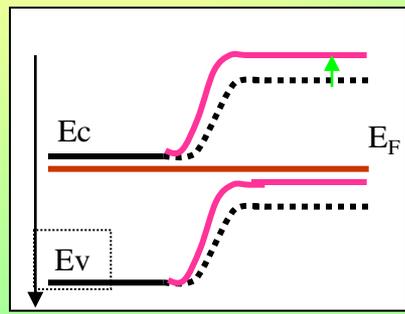
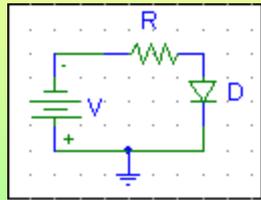
Pour déterminer l'état de polarisation, il faut savoir si la tension appliquée va s'ajouter ou se retrancher à la hauteur de la barrière de potentiel.

Nous allons donc représenter ci dessous le schéma de bandes d'une diode et superposer à celui ci la tension de polarisation résultant de la source externe.



Polarisation en direct; cela correspond à une diminution de la hauteur de la barrière. La nouvelle barrière vaut:

$$\Phi = \bar{\Phi} - V_A$$



Polarisation en inverse; cela correspond à une augmentation de la hauteur de la barrière. La nouvelle barrière vaut:

$$\Phi = \bar{\Phi} + V_A$$

La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

b) -Répartition des porteurs en excès

La figure ci contre montre la répartition des porteurs dans une jonction à l'équilibre thermodynamique en l'absence de polarisation extérieure appliquée. Les densités sont représentées en dehors de la charge d'espace.

Les densités d'électrons sont reportées en rouge, celles des trous en bleu.

Si nous appliquons une tension de polarisation aux bornes de cette diode, celle ci va se superposer à la barrière de potentiel afin soit de l'augmenter soit de la diminuer.

Pour une polarisation en direct, la hauteur de la barrière de potentiel diminue. Par conséquence, sa largeur aussi. Les densités de porteurs aux limites de la charge d'espace vont donc évoluer car elles sont fonction de l'énergie donc du potentiel. Nous considèrerons dans tout ce qui va suivre que nous sommes dans le cas d'une hypothèse de « faible niveau d'injection » c'est à dire que, au premier ordre près, nous ne perturbons que les densités de porteurs minoritaires.

Les densités de porteurs minoritaires aux limites de la charge d'espace sont fonction de l'énergie qui elle même dépend du potentiel appliqué. Par exemple pour les électrons dans la région P, leur densité s'écrit:

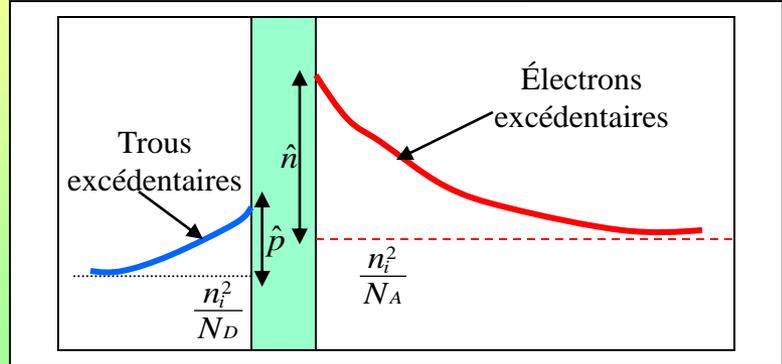
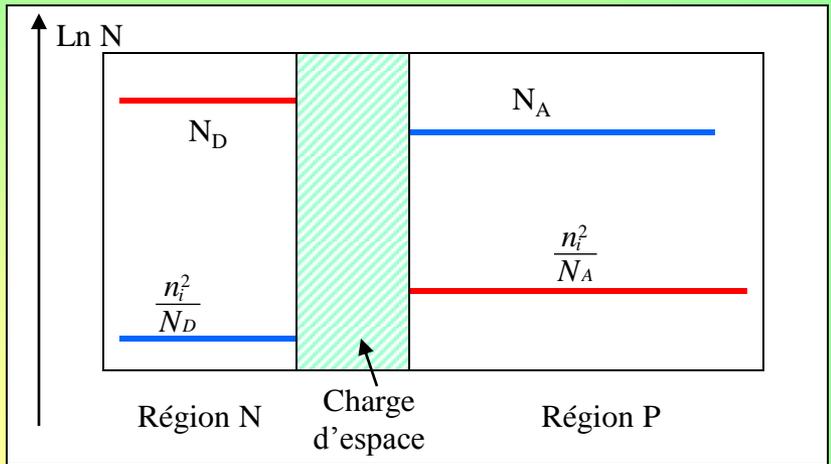
$$n = N \exp\left(-\frac{E_C - qV - E_F}{kT}\right) = N \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \exp\frac{qV}{kT} = \bar{n} \exp\frac{V}{U_T}$$

L'excès de densité est donc:

$$\hat{n} = n - \bar{n} = \bar{n} \exp\frac{V}{U_T} - \bar{n} = \bar{n} \left(\exp\frac{V}{U_T} - 1\right)$$

Il en est de même pour les trous dans la région N

$$\hat{p} = \bar{p} \left(\exp\frac{V}{U_T} - 1\right)$$



La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

Une autre façon de déterminer l'excès de densité des porteurs à la limite de la charge d'espace est d'utiliser la relation entre les densités des porteurs d'un même type de part et d'autre de la barrière de potentiel. Cette relation s'écrit à l'équilibre et par exemple pour les électrons:

$$\bar{n}_p = \frac{n_i^2}{N_A} = \bar{n}_N \exp\left(-\frac{q\bar{\Phi}}{kT}\right) = N_D \exp\left(-\frac{q\bar{\Phi}}{kT}\right)$$

Lorsqu'on polarise la jonction, la hauteur de barrière est modifiée et devient: $\Phi = \bar{\Phi} - V_a$ dans lequel, V_a est compté en valeur algébrique. La relation entre les densités s'obtiendra donc en remplaçant dans l'expression ci dessus la tension à l'équilibre thermodynamique par la nouvelle valeur hors d'équilibre, soit:

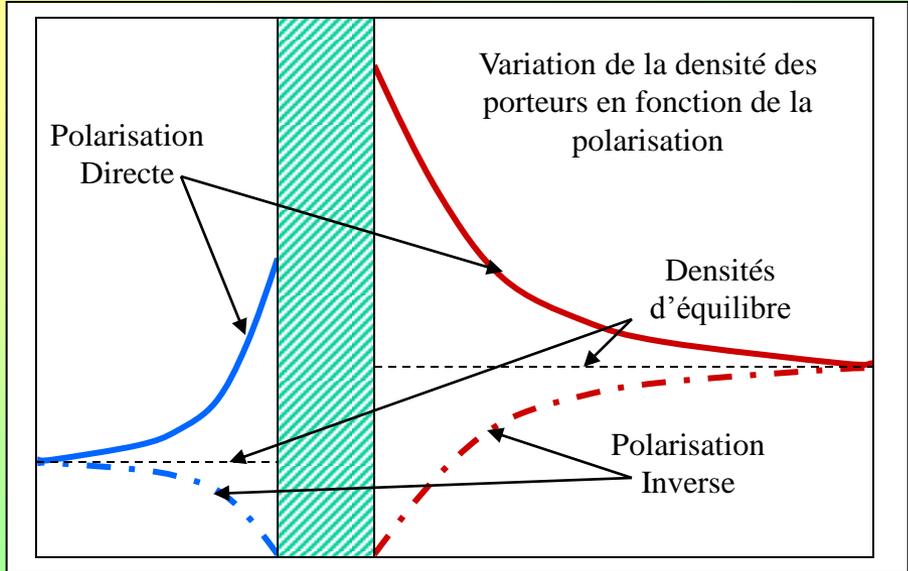
$$n_p = \frac{n_i^2}{N_A} = N_D \exp\left(-\frac{q(\bar{\Phi} - V_a)}{kT}\right)$$

L'excès de densité des porteurs à la limite de la charge d'espace s'obtiendra donc en faisant la différence entre la densité totale (voir expression ci dessus) et la densité à l'équilibre thermodynamique $\frac{n_i^2}{N_A}$. On obtient donc:

$$n_p - \frac{n_i^2}{N_A} = N_D \exp\left(-\frac{q\bar{\Phi}}{kT}\right) - N_D \exp\left(-\frac{q(\bar{\Phi} - V_a)}{kT}\right) = N_D \exp\left(-\frac{q(\bar{\Phi} - V_a)}{kT}\right) - N_D \exp\left(-\frac{q\bar{\Phi}}{kT}\right) = N_D \exp\left(-\frac{q\bar{\Phi}}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{qV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

Cette relation s'écrit donc: $\hat{n} = n - \bar{n} = \bar{n} \left[\exp\left(\frac{V_a}{U_T}\right) - 1 \right]$

On obtient une équation identique pour les trous en changeant simplement n en p. Cette relation est valable quelle que soit la polarisation (directe ou inverse). On peut remarquer en effet que si V_a est positif et grand devant U_T , l'unité est négligeable devant l'exponentielle, si V_a est négatif, c'est l'exponentielle qui est négligeable et que la variation de densité est alors négative. Ceci est illustré sur le schéma ci contre et explique le fait que le courant change de sens avec la polarisation (inversion du gradient de concentration) d'une part, et d'autre part que le courant inverse théorique soit une constante car sa valeur dépendra de l'excès de densité qui est égale, au maximum à la densité d'équilibre.



La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

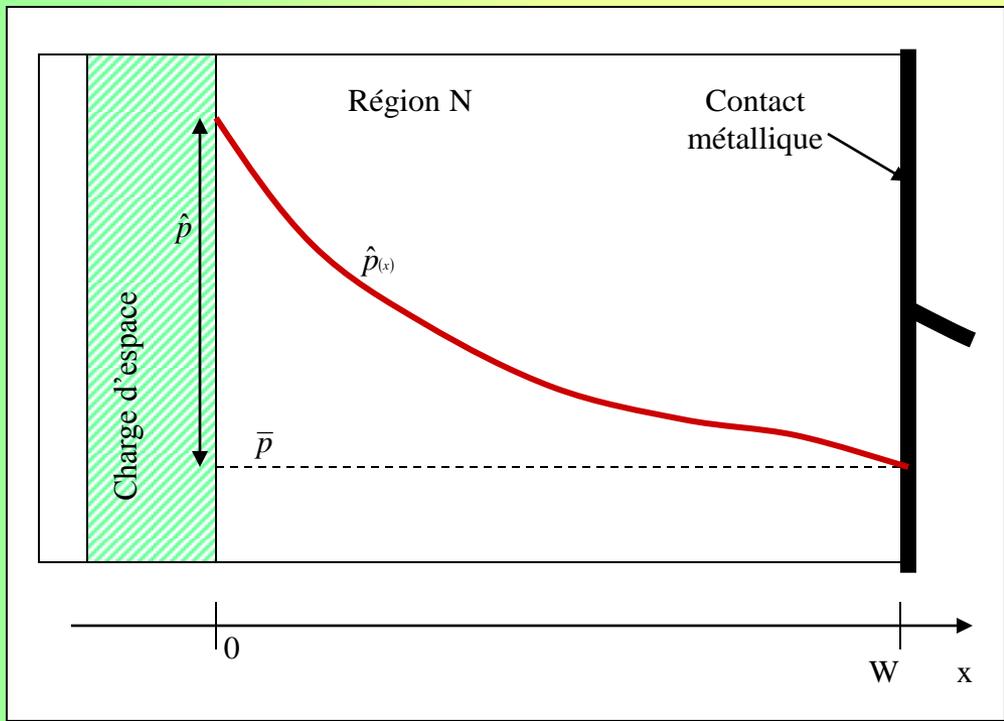
2°)- Caractéristique statique

a)- Cas général

Dans ce qui précède, nous venons de montrer que, lorsqu'on polarise une diode, on génère un excès de densité de porteurs. Il existe donc un gradient de concentration et par conséquent, il y aura diffusion de porteurs. La loi de répartition des porteurs en excès sera donnée par la solution de l'équation de conservation (diapositive 71) appliquée au cas particulier de la diode.

Cette équation s'écrit, dans le cas général, pour les trous : $\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{q} \text{div } \vec{j}_p + g - r$

On obtient la même équation pour les électrons en remplaçant p par n .



Nous allons étudier la solution de cette équation dans le cas de la diode représentée ci-contre. Pour ce, nous considérerons simplement la diffusion des trous dans la région N (hypothèse de faible niveau d'injection). La contribution des électrons dans la région P pourra se déduire directement de ces calculs.

Pour pouvoir traiter cette équation, il faut connaître les conditions correspondant à notre dispositif.

La première constatation qui s'impose est que la génération se situe exclusivement dans le plan $x=0$. Il n'y a donc pas de génération en volume et de ce fait le terme g de l'équation de conservation est nul.

La deuxième constatation est que, toute la tension appliquée se retrouvant aux bornes de la charge d'espace, la région N dans laquelle diffusent les porteurs est equipotentielle. Il n'y a donc pas de champ électrique dans cette zone ce qui implique que le courant est essentiellement dû à la diffusion.

Tout ceci permet de simplifier l'équation de conservation qui se réduit à : $\frac{d\hat{p}}{dt} = -\frac{1}{q} \text{div } \vec{j}_p - \hat{r}$

La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

Le courant étant exclusivement dû à la diffusion, l'équation s'écrit: $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \operatorname{div}(-q D_p \vec{\operatorname{grad}} \hat{p}_{(x)}) - \frac{\hat{p}}{\tau}$

Nous allons étudier cette équation en régime permanent ce qui implique: $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$

Le cas du modèle unidimensionnel entraîne que les dérivations se font exclusivement suivant l'axe des x. Il s'en suit:

$$D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{\hat{p}}{\tau} = 0$$

Il suffit donc de connaître les conditions aux limites en 0 et en W pour obtenir la solution de cette équation. Elles s'écrivent:

$$\text{en } x = 0; \quad \hat{p}_{(0)} = \hat{p}_0 = \bar{p} \exp\left(\frac{V}{U_T} - 1\right)$$

$$\text{en } x = W; \quad \hat{p}_{(W)} = 0 \quad \text{En effet, quelle que soit la distance } W, \text{ le contact ohmique impose un excès de densité nul}$$

Les détails des calculs ont été faits précédemment (diapositive 77 et suivantes).

Le résultat est:

$$\hat{p}_{(x)} = \frac{\hat{p}_0}{2 \operatorname{sh} \frac{W_N}{L_p}} \left(e^{-\frac{W_N-x}{L_p}} - e^{\frac{W_N-x}{L_p}} \right) = \hat{p}_0 \frac{\operatorname{sh} \frac{W_N-x}{L_p}}{\operatorname{sh} \frac{W_N}{L_p}}$$

L'expression du courant est obtenue à partir de la dérivée de la distribution. Le calcul donne:

$$J \hat{p}_{(x)} = -q D_p \frac{d}{dx} \left(\hat{p}_0 \frac{\operatorname{sh} \frac{W_N-x}{L_p}}{\operatorname{sh} \frac{W_N}{L_p}} \right) = \frac{q D_p \hat{p}_0}{L_p \operatorname{sh} \frac{W_N}{L_p}} \operatorname{ch} \frac{W_N-x}{L_p}$$

Un calcul identique pour les électrons donne:

$$J \hat{n}_{(x)} = \frac{q D_N \hat{n}_0}{L_n \operatorname{sh} \frac{W_P}{L_n}} \operatorname{ch} \frac{W_P-x}{L_n}$$

La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

Le courant total sera donc la somme de ces deux termes (en multipliant par la surface de la jonction). Cela donne:

$$I_{(x)} = A_J (J_{\hat{n}(x)} + J_{\hat{p}(x)}) = A_J \left[\frac{q D_N \hat{n}_0}{L_n \text{sh} \frac{W_P}{L_n}} \text{ch} \frac{W_P - x}{L_n} + \frac{q D_P \hat{p}_0}{L_p \text{sh} \frac{W_N}{L_p}} \text{ch} \frac{W_N - x}{L_p} \right]$$

Le calcul de ce courant dans le plan $x = 0$ donne:

$$I_{(0)} = A_J \left[\frac{q D_N \hat{n}_0}{L_n \text{th} \frac{W_P}{L_n}} + \frac{q D_P \hat{p}_0}{L_p \text{th} \frac{W_N}{L_p}} \right]$$

En explicitant les termes n_0 et p_0 , il vient:

$$I_{(0)} = q A_J n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A L_n \text{th} \frac{W_P}{L_n}} + \frac{D_P}{N_D L_p \text{th} \frac{W_N}{L_p}} \right] \left(\exp \frac{V}{U_T} - 1 \right)$$

Cette expression fait apparaître deux termes. Une constante qui ne dépend que des caractéristiques géométriques et des dopages et un terme qui fait apparaître la tension de polarisation. Le terme constant est appelé courant inverse théorique. Il a pour expression:

$$I_s = q A_J n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A L_n \text{th} \frac{W_P}{L_n}} + \frac{D_P}{N_D L_p \text{th} \frac{W_N}{L_p}} \right]$$

L'expression du courant d'une diode peut donc se mettre sous la forme:

$$I = I_s \left[\exp \left(\frac{V}{U_T} \right) - 1 \right]$$

b)- Cas particulier de la diode courte

Nous avons vu que, lorsque les dimensions des régions sont petites vis-à-vis des longueurs de diffusion, on peut simplifier les expressions. En effet les termes en W/L interviennent sous forme de tangentes hyperboliques qui, pour des faibles valeurs de l'argument, peuvent se linéariser.

pour $\mathcal{E} \ll 1$, $\text{th} \mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E}$; par exemple $\text{th} \frac{1}{3} = 0,339$ soit sensiblement $\frac{1}{3}$

On considèrera donc que si cette condition est vérifiée, les équations vont se simplifier.

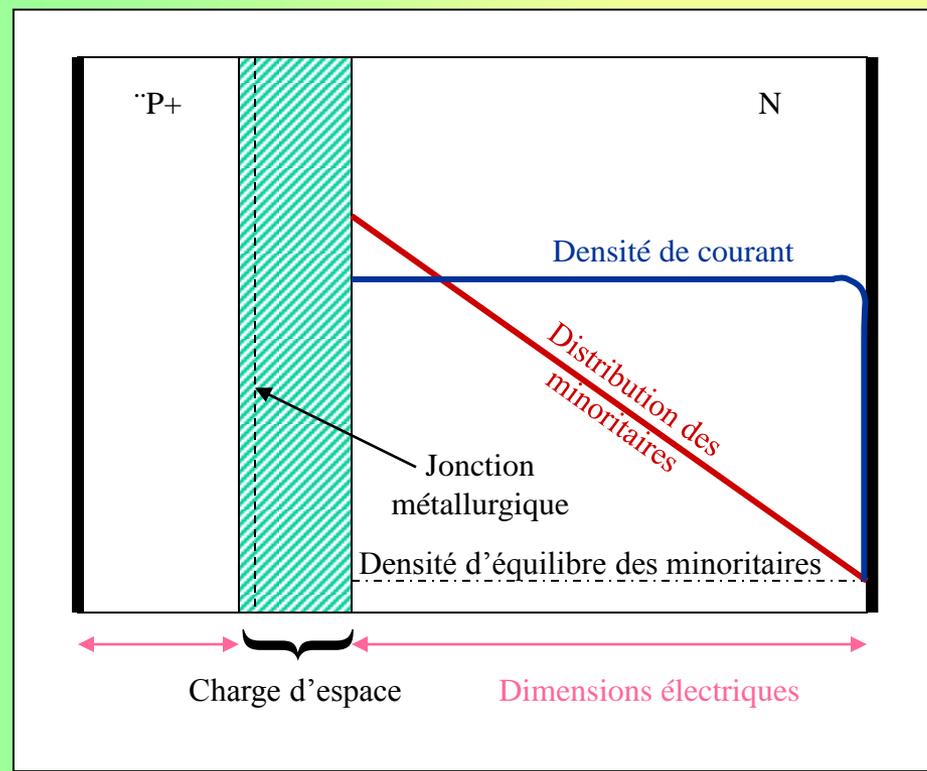
La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

L'expression du courant inverse théorique s'écrit dans le cas d'une possible simplification: $L_{th} \frac{W}{L} \Rightarrow W$

$$I_s = q A_i n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A W_P} + \frac{D_P}{N_D W_N} \right]$$

Ce cas sera celui que l'on rencontrera généralement.

On pourra remarquer que dans ce cas, les différentes équations qui ont été établies sont linéarisées. La distribution des porteurs suivra une loi linéaire. Cet état de fait présente un intérêt notable car le courant qui est proportionnel à la dérivée de la distribution est alors constant et indépendant de la position. Ceci est représenté sur le schéma ci-dessous.



Remarques importantes:

La charge d'espace s'étend presque exclusivement du côté le moins dopé.

Les dimensions électriques qui interviennent dans les équations sont les dimensions effectives sur lesquelles diffusent les porteurs. Elles se déduisent des dimensions géométriques et des extensions de la charge d'espace.

Le courant est presque exclusivement celui des minoritaires dans la région la moins dopée.

On peut donc conclure que tout se passe du côté le moins dopé.

La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

c)- Jonction dissymétrique

L'expression du courant inverse théorique fait apparaître deux termes correspondant aux courants de diffusion des porteurs minoritaires dans chacune des régions. Chacun de ces termes est inversement proportionnel à la densité des porteurs majoritaires de la région correspondante. Si la jonction est franchement dissymétrique, le courant correspondant à cette dernière sera très petit et pourra généralement être négligé.

Tout se passera comme si seule la région la moins dopée intervenait.

Pour une jonction P⁺ N, le courant sera essentiellement un courant de trous qui dépendra des caractéristiques de la région N. Il suffira d'inverser les indices relatifs à la région ou aux porteurs pour obtenir le cas N⁺ P.

D'une manière générale, le courant inverse théorique dépendra des éléments mentionnés ci dessous.

$$I_s = q A_J \frac{n_i^2}{N_D} \frac{D_P}{W_N}$$

Charge de l'électron

Aire de la jonction

Constante de diffusion des porteurs minoritaires dans la région

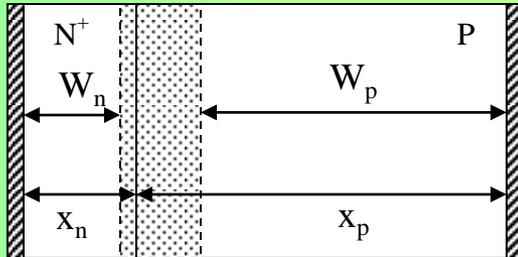
Densité des minoritaires dans la région

Dimension électrique de la région

[Exercices](#)

Exercices sur la caractéristique statique: diode idéale

On considère une jonction N^+P au silicium (modèle unidimensionnel) représentée ci-dessous.



On donne:

$$N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \quad X_N = 1,5 \text{ } \mu\text{m}$$

$$N_A = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3} \quad X_N = 2,5 \text{ } \mu\text{m}$$

Aire de la jonction: $A_j = 70 \text{ } \mu\text{m} * 70 \text{ } \mu\text{m}$

$$\tau = \frac{k}{N} \quad \text{et on donne: } \tau = 10^{-6} \text{ s pour } N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}.$$

On se propose d'étudier la caractéristique $I(V)$ de ce composant.

Pour ce, on déterminera:

- Les épaisseurs des charges d'espace à l'équilibre thermodynamique dans chacune des régions afin de calculer les dimensions électriques.
 - L'expression analytique des composantes I_{SN} et I_{SP} des courants inverses théoriques liés à la diffusion en zone neutre.
 - Le rendement d'injection de cette diode.
- Application numérique:
- Déterminer les valeurs de tensions directes correspondant à des courants de $1 \text{ } \mu\text{A}$, $10 \text{ } \mu\text{A}$, $100 \text{ } \mu\text{A}$, 1 mA , 10 mA ...
 - Tracer la caractéristique de cette diode idéale.

Solution des exercices sur la caractéristique statique

Caractéristiques de la zone de charge d'espace.

$$\text{Hauteur de la barrière de potentiel: } \bar{\Phi} = U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0,745 \text{ V}$$

$$\text{Largeur de la barrière de potentiel: } \bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*} \bar{\Phi}} = 0,434 \text{ } \mu\text{m}$$

Compte tenu des valeurs de dopages, la charge d'espace est entièrement dans la région P. Les dimensions électriques sont donc:

$$\text{Côté N : } W_N = X_N = 1,5 \text{ } \mu\text{m},$$

$$\text{Côté P : } W_P = X_P - \delta = 2,5 - 0,434 = 2,06 \text{ } \mu\text{m}.$$

Détermination des composantes analytiques des courants:

Pour déterminer les expressions permettant de calculer les courants inverses dans les deux régions, il est nécessaire de savoir si nous avons affaire à des régions courtes ou non. Il faut donc calculer les longueurs de diffusion des porteurs minoritaires dans chacune des régions afin de les comparer aux dimensions des régions correspondantes.

Le calcul des longueurs de diffusion nécessite la connaissance de la constante de diffusion qui est elle même fonction de la mobilité. Nous allons donc utiliser les abaques de mobilité comme point de départ.

Nous allons dresser un tableau dans lequel nous noterons successivement:

- La mobilité des porteurs minoritaires dans la région considérée

- La constante de diffusion correspondante en utilisant la relation d'Einstein: $\left(\frac{D_n}{\mu_n}\right) = \left(\frac{D_p}{\mu_p}\right) = \frac{kT}{q} = U_T$

- La durée de vie à partir de la relation de proportionnalité de l'énoncé

- La longueur de diffusion à partir de la relation de définition $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$

- Le rapport W/L correspondant.

Solution des exercices sur la caractéristique statique

	Région N	Région P
Dopage (cm^{-3})	$N_D=10^{18}$	$N_A=5 \cdot 10^{15}$
$\mu_{\text{minoritaires}}$ (cm^2/Vs)	140	1280
D (cm^2/s)	3,64	33,3
τ (s)	10^{-8}	$2 \cdot 10^{-6}$
L (cm)	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$81,6 \cdot 10^{-4}$
$\frac{W}{L}$	0,789 Région normale	$3,18 \cdot 10^{-2}$ Région courte

Solution des exercices sur la caractéristique statique

Le tableau de la page précédente montre que la région N ne pourra pas être considérée comme « courte » par contre, la région P le sera. Les expressions des courants inverses dans chacune des régions s'écriront:

$$\text{Pour la région N: } I_{SP} = q A_i n_i^2 \left[\frac{D_P}{N_D L_p \tanh \frac{W_N}{L_p}} \right] = 5,82 \cdot 10^{-17} \text{ A}$$

$$\text{Pour la région P: } I_{SN} = q A_i n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A W_P} \right] = 6,46 \cdot 10^{-14} \text{ A}$$

On peut remarquer que le courant est essentiellement constitué de la composante correspondant aux électrons dans la région P ce qui, compte tenu des valeurs de dopages était prévisible.

Rendement d'injection d'une diode.

Ce terme, généralement désigné par γ_E , est le rapport du courant inverse théorique dans la région la moins dopée, sur le courant total à la jonction. Il sera surtout utilisé dans l'étude du transistor bipolaire.

$$\text{Pour une jonction N+P on aura: } \gamma_E = \frac{I_{SN}}{I_{SP} + I_{SN}} = \frac{1}{1 + \frac{I_{SP}}{I_{SN}}}. \text{ Pour une P+N, on inverse le rapport du dénominateur.}$$

Ce terme est extrêmement voisin de l'unité et nécessitera un calcul précis. Dans notre cas, il vaut:

$$\gamma_E = 1 - 9 \cdot 10^{-3} = 0,9991$$

Solution des exercices sur la caractéristique statique

Tracé de la caractéristique.

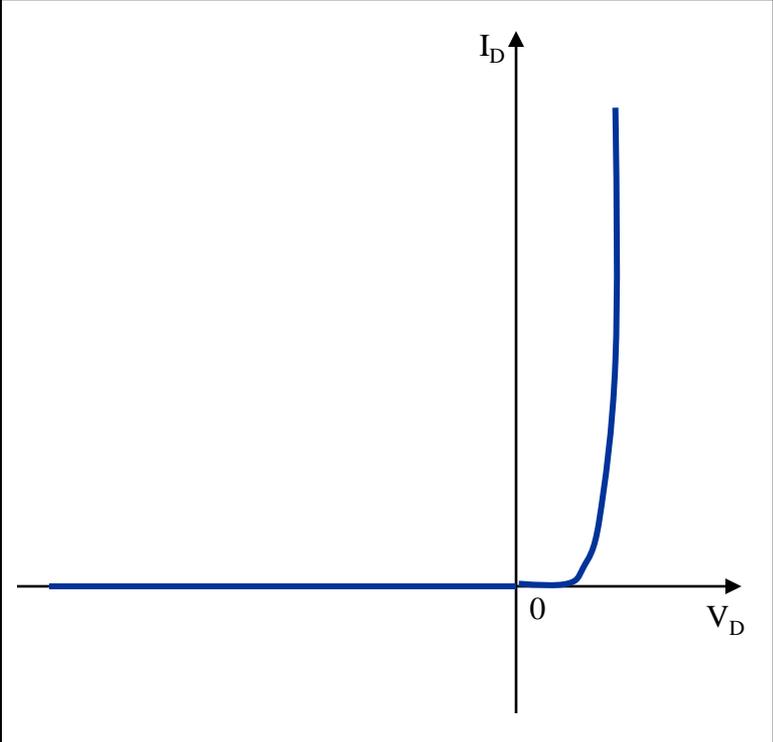
L'expression du courant s'écrit: $I = I_s \left[\exp\left(\frac{V}{U_T}\right) - 1 \right]$ avec, $I_s = I_{SN}$. On en déduit: $V = U_T \ln \frac{I - I_s}{I_s} = U_T \ln\left(\frac{I}{I_s} - 1\right)$

Il suffit donc de remplacer par les valeurs. On obtient le tableau suivant:

Courant (mA)	0,001	0,01	0,1	1	10
Tension (V)	0,43	0,49	0,55	0,61	0,67

On peut donc, à partir de ceci, tracer la caractéristique de cette diode. On pourra remarquer que la tension augmente de 60 mV lorsque le courant est multiplié par 10 ce qui donne une pente de la caractéristique très importante et pourra justifier le fait que souvent on approxime la caractéristique de la diode à une caractéristique rectangulaire (interrupteur ouvert ou fermé)..

Tracé sur du papier semi-logarithmique, on obtient une droite de pente 60 mV par décade de courant pour la partie directe.



La jonction PN idéale hors d'équilibre: Caractéristique statique

Les calculs précédents peuvent donc se résumer comme suit:

Cas général:

$$I_{(0)} = q A_J n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A L_n \text{th} \frac{W_P}{L_n}} + \frac{D_P}{N_D L_p \text{th} \frac{W_N}{L_p}} \right] \left(\exp \frac{V}{U_T} - 1 \right)$$

Jonction
dissymétrique (N⁺ P)

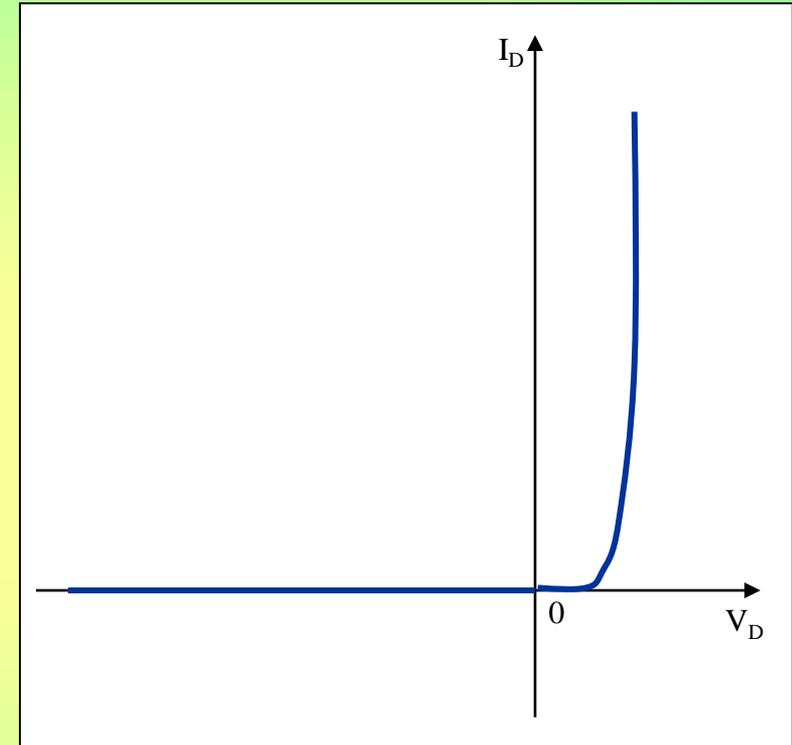
$$I_{(0)} = q A_J n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A L_n \text{th} \frac{W_P}{L_n}} \right] \left(\exp \frac{V}{U_T} - 1 \right)$$

Jonction courte

$$I = q A_J n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A W_P} + \frac{D_P}{N_D W_N} \right] \left(\exp \frac{V}{U_T} - 1 \right)$$

Jonction dissymétrique
courte (N⁺ P)

$$I = q A_J n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A W_P} \right] \left(\exp \frac{V}{U_T} - 1 \right)$$



La caractéristique correspondante, pour une diode idéale est représentée sur le graphique dessus. On peut remarquer que cet élément présente une caractéristique non linéaire. En direct elle se comporte comme un interrupteur fermé, en inverse comme un interrupteur ouvert.

Les diodes ont été utilisées en logique pour réaliser des fonctions élémentaires avant l'utilisation de fonctions intégrées.

La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

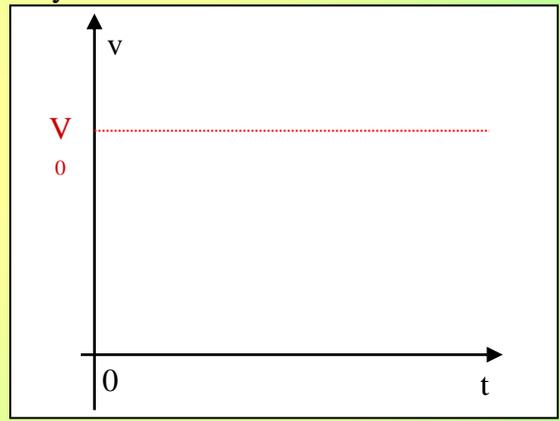
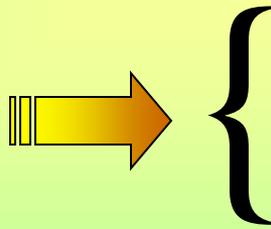
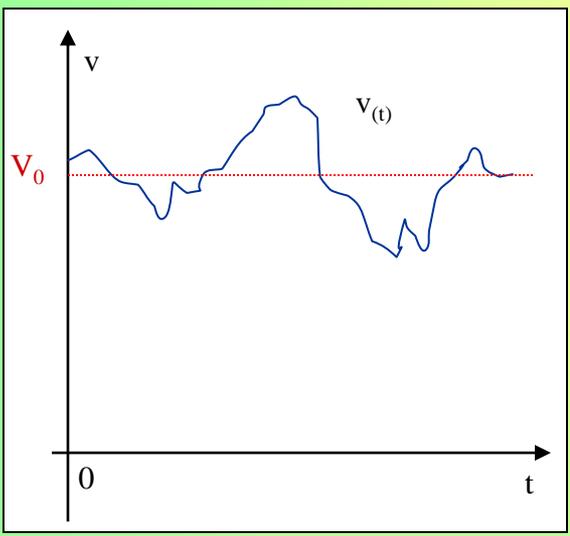
1°)- Théorème de superposition des états.

La réponse d'un circuit électronique à l'application d'un signal électrique peut s'avérer compliquée à établir. Il existe toutefois un cas pour lequel cette étude va pouvoir se simplifier. Cela correspond à l'étude des systèmes linéaires.

Un système sera dit linéaire s'il peut être décrit par un ensemble d'équations différentielles linéaires ce qui, pour nous sera quasiment toujours le cas.

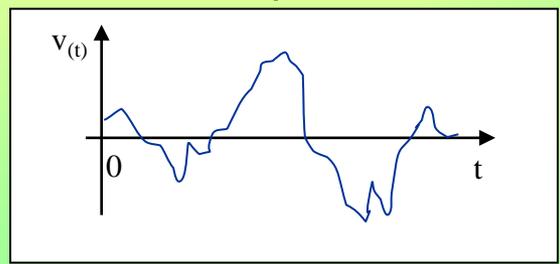
Supposons le cas d'un circuit quelconque auquel on applique un signal tel que celui ci-dessous. Ce dernier peut se décomposer en :

- Une composante continue représentée par la valeur moyenne du signal en fonction du temps
- Une valeur instantanée correspondant au signal à valeur moyenne nulle.



Composante continue

+



Composante variationnelle

La jonction PN idéale en régime dynamique : modèle au 1er ordre

La réponse d'un circuit à une sollicitation du type de celle que nous venons de définir pourra donc se décomposer en deux parties.

-Une étude statique permettant de déterminer les valeurs des courants continus dans les mailles et des tensions continues aux différents nœuds ainsi que les modèles équivalents des composants actifs autour de leur point de polarisation. Elle sera faite en prenant en compte la valeur moyenne du signal d'entrée.

-Une étude dynamique pour la quelle on utilisera la composante variationnelle du signal. Pour cette étude, les composants actifs seront représentés par leur modèle équivalent déterminé précédemment lors de l'étude statique.

Etude statique ou Polarisation.

- Les capacités seront considérées comme des circuits ouverts,
- Les bobines comme des court circuits
- Les sources de tension alternatives comme des court circuits (valeur moyenne nulle)
- Les sources continues seront prises en compte.

Ces différentes considérations permettent d'établir le schéma équivalent statique qui permettra de calculer la polarisation et d'établir le modèle équivalent dynamique utilisé par la suite dans l'étude dynamique.

Etude dynamique ou fréquentielle.

Pour l'étude du comportement fréquentiel d'un système, on considèrera généralement trois domaines de fréquence dans lesquels les composants tels que capacités ou bobines auront des comportements différents. Dans les circuits que nous étudierons, les composants passifs que nous utiliserons seront essentiellement des résistances et des capacités.

Pour les capacités, nous ferons une différence entre les capacités physiques introduites dans les circuits afin de réaliser des liaisons ou utilisées pour des découplages généralement de fortes valeurs (l'ordre de grandeur est le Microfarad) et les capacités structurelles des composants actifs correspondant aux éléments du modèle dynamique (l'ordre de grandeur est le Picofarad). Ces éléments auront des comportement différents dans chacun des domaines fréquentiels que nous allons définir

La jonction PN idéale en régime dynamique : modèle au 1er ordre

•Domaine des Moyennes fréquences:

- Les capacités de fortes valeurs (liaisons et découplages) seront considérées comme des court-circuits
- Les capacités de faibles valeurs (capacités des modèles des composants) seront considérées comme des circuits ouverts
- Les sources de tension continues seront considérées comme des court-circuits (résistance dynamique nulle).

•Domaine des Basses fréquences:

- Les capacités de fortes valeurs (liaisons et découplages) **interviennent**
- Les capacités de faibles valeurs (capacités des modèles de composants) seront considérées comme des circuits ouverts
- Les sources de tension continues seront considérées comme des court-circuits (résistance dynamique nulle).

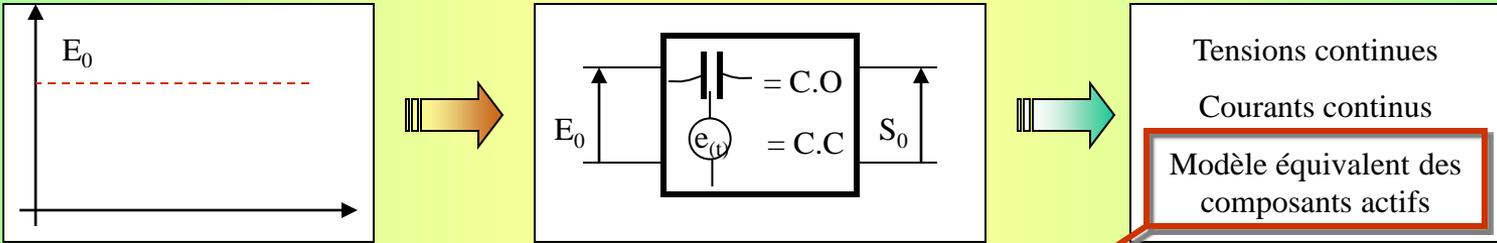
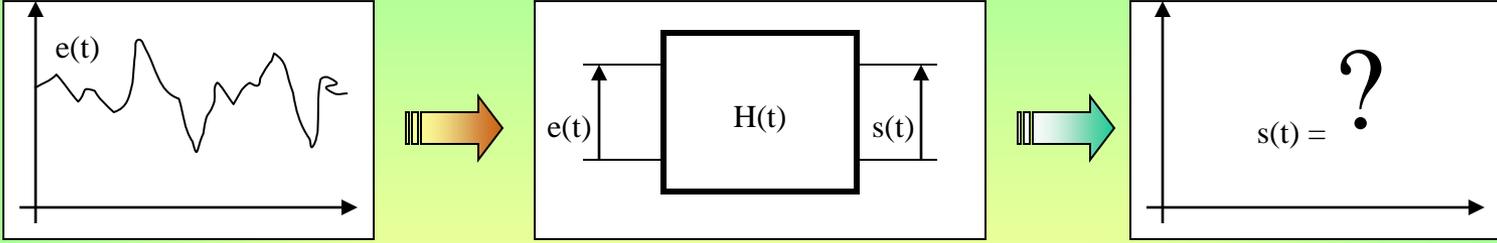
•Domaine des Hautes fréquences:

- Les capacités de fortes valeurs (liaisons et découplages) seront considérées comme des court-circuits
- Les capacités de faibles valeurs (capacités des modèles de composants) **interviennent**
- Les sources de tension continues seront considérées comme des court-circuits (résistance dynamique nulle).

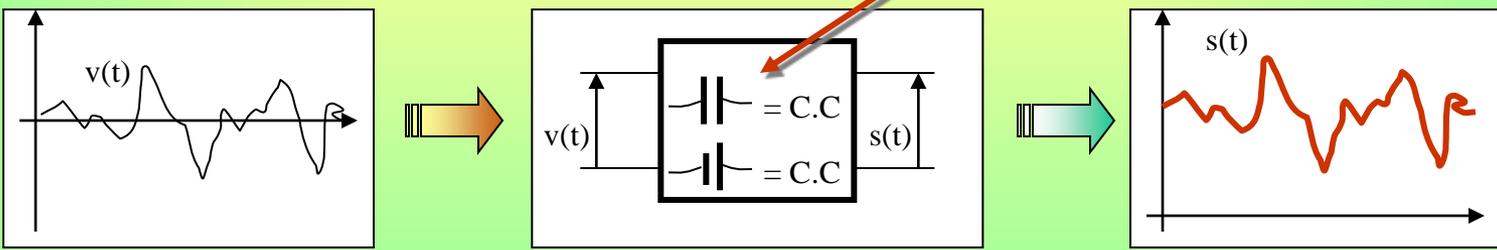
Cette décomposition en trois zones permet une étude beaucoup plus aisée et donne des résultats absolument satisfaisants permettant de décrire de façon simple le comportement des circuits linéaires.

La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

On peut donc résumer tout ceci de la manière suivante (on limite l'étude en fréquences aux moyennes fréquences).



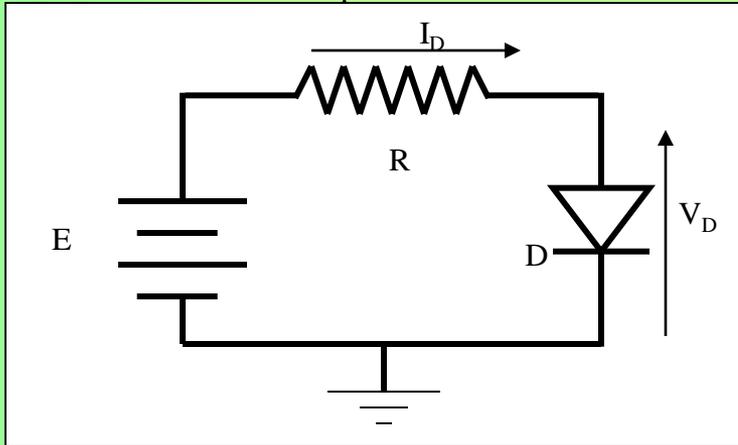
C.O = Circuit Ouvert
C.C = Court Circuit +



La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

2°)- Calcul du point de polarisation

Considérons le circuit représenté ci dessous.



Le problème consiste à déterminer la valeur du courant continu I_D circulant dans le circuit ainsi que de la tension V_D existant aux bornes de la diode.

On a donc deux inconnues ce qui nécessite de disposer de deux équations.

La première équation correspondra à l'écriture de la loi d'Ohm pour la maille considérée (équation externe au composant), la deuxième sera l'équation caractéristique du composant (équation interne au composant).

La résolution de ce système de deux équations à deux inconnues nous donnera donc la solution permettant de calculer courant et tension. Cette solution est unique.

Les équations s'écrivent:

Pour la loi d'Ohm:

$$E = R I_D + V_D \quad (1)$$

Pour l'équation de la Diode:

$$I_D = I_s \left[\exp\left(\frac{V_D}{U_T}\right) - 1 \right] \quad (2)$$

Ce système d'équations n'a pas de solution analytique car il appartient au groupe des « *équations transcendantes* »

Il faut donc trouver des méthodes de résolution autres. Trois possibilités vont alors s'offrir à nous:

- Une méthode Graphique
- Une méthode Itérative
- Une méthode Approchée.

Nous allons examiner successivement ces différentes méthodes.

La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

Méthode Graphique:

Elle consiste à représenter les deux équations sur un même graphique.

- Une droite correspondant à la loi d'Ohm
- La loi exponentielle caractéristique de la diode

L'intersection de ces deux lois nous donne le point de polarisation qui permet d'obtenir les valeurs de la tension V_D aux bornes de la diode et du courant I_D circulant dans le circuit.

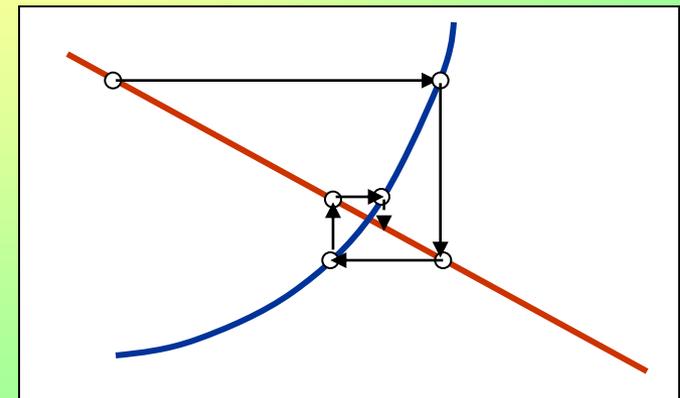
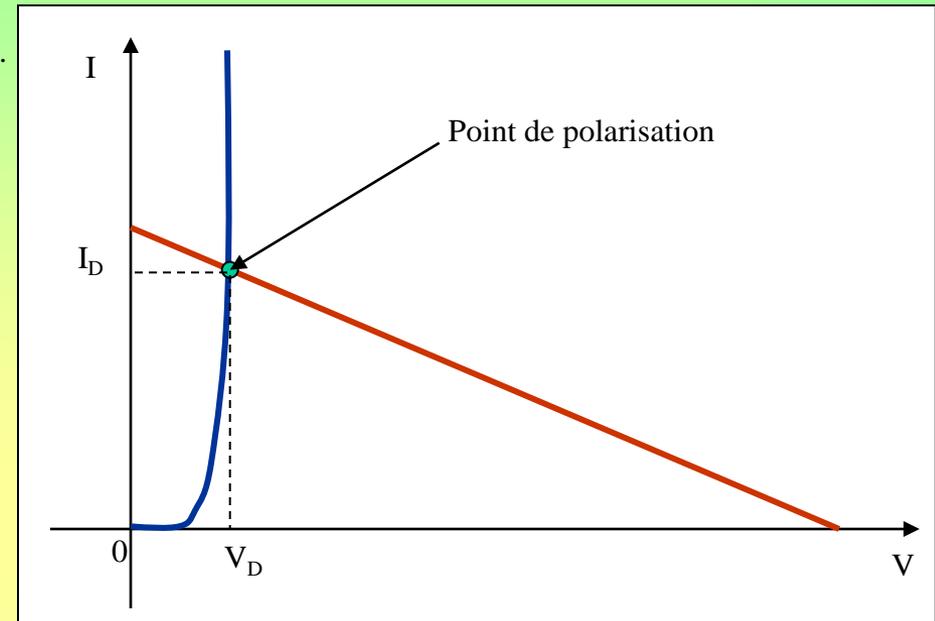
Malheureusement, le tracé de la caractéristique de la diode doit se faire à partir de relevés de mesures ce qui est compliqué et très lourd à réaliser. On ne dispose pas toujours du matériel nécessaire permettant d'effectuer le relevé de la caractéristique.

La précision du résultat est liée à la précision du tracé, donc pas très bonne.

Méthode Itérative:

Elle pratique par approximations successives en passant successivement de la loi d'Ohm à la caractéristique de la diode, puis de la caractéristique de la diode à la loi d'Ohm ...etc. Cette méthode est assez rapide dans ce cas eu égard à la pente très importante de la caractéristique de la diode.

Le point de départ peut-être quelconque. Cette méthode nécessite toutefois de connaître la valeur de I_s ce que les constructeurs ne donnent généralement pas.

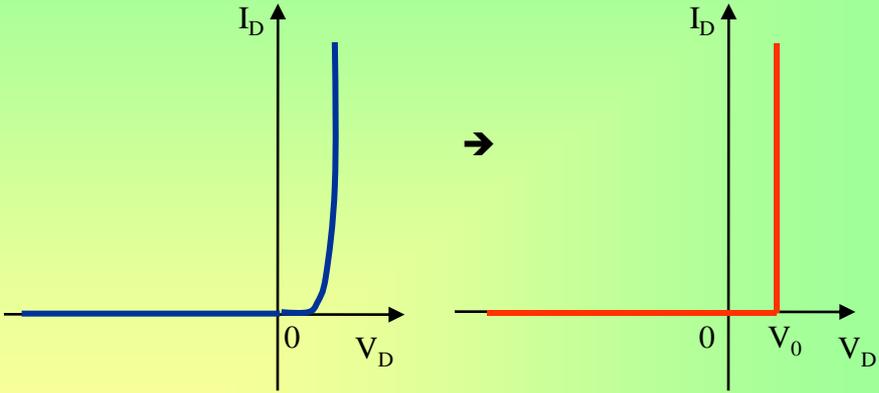


La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

Méthode Approchée:

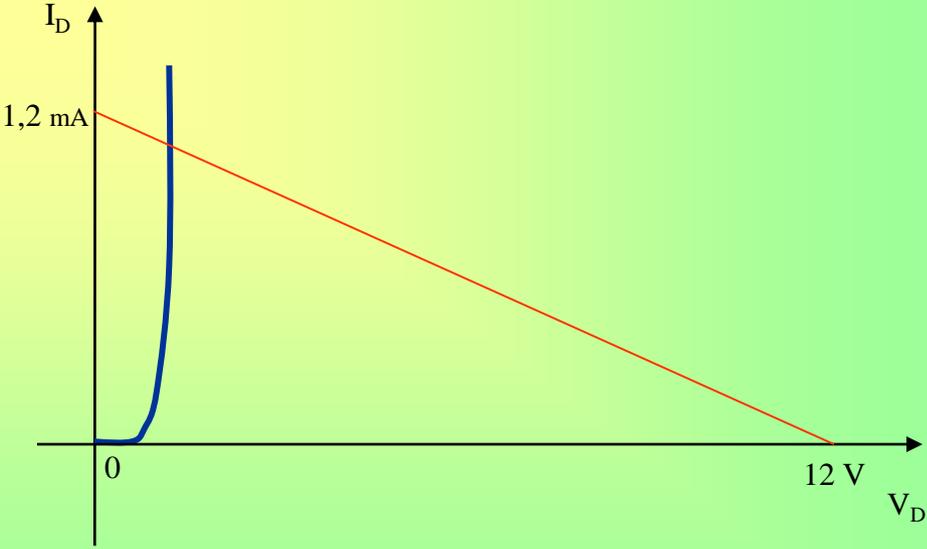
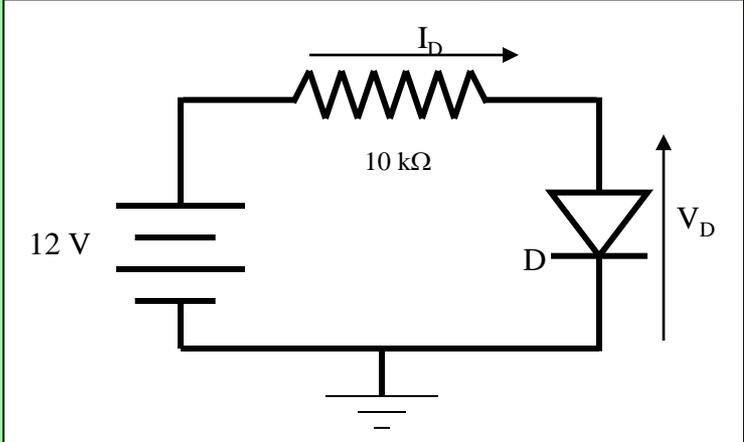
Elle est basée sur le fait que la caractéristique statique d'une diode peut, du fait de la pente très importante de la loi $I(V)$, s'approximer par une caractéristique rectangulaire comme le montre la figure ci contre. Il suffira donc de se donner la valeur de la tension de coude V_0 et de résoudre le système correspondant.

La valeur couramment utilisée, pour le silicium, vaut: 0,6 V.



Exercice d'application.

Nous allons comparer les résultats obtenus à partir de la méthode approchée et de la méthode itérative pour un même exemple correspondant au circuit ci dessous.



La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

La diode est caractérisée par son courant inverse théorique qui vaut: $I_s = 10^{-13}$ A.

Si nous utilisons la méthode itérative, il faut se fixer un point de départ. Prenons par exemple une tension nulle aux bornes de la diode: **point (1)**

Le courant dans le circuit vaut: $I = (E/R) = 1,2$ mA.

Si ce courant circule dans le circuit, la tension aux bornes de la diode vaut, **point (2)**. $V_D = U_T \ln (I/I_s) = 0,603$ V.

Si cette tension existe aux bornes de la diode, le courant circulant dans le circuit vaut donc **point (3)**: $I = ((E - V_D)/R) = 1,1397$ mA.

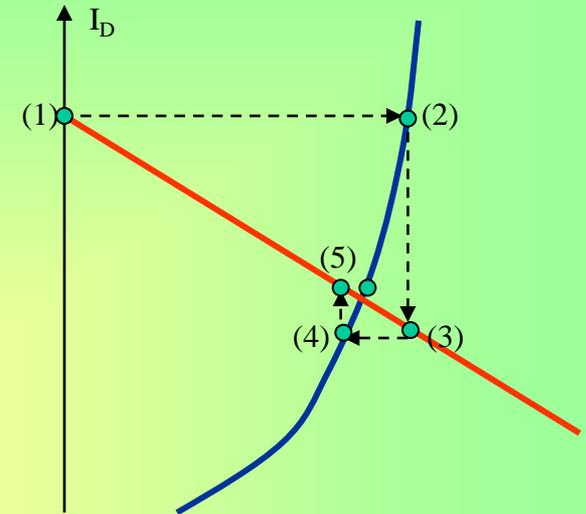
Pour ce courant, la tension vaut, point (4): 0,602 V.

Le nouveau courant vaut alors, **point (5)**: $I = 1,13979$ mA...etc.

Il n'est donc pas nécessaire de pousser le calcul plus loin vu l'écart entre les deux dernières valeurs. Le courant dans le circuit vaut donc:

I = 1,14 mA

Avec la méthode approchée, nous pouvons écrire: $V_D = 0,6$ V donc $I = (E - V_D)/R = 1,14$ mA. Si au lieu de prendre $V_D = 0,6$ V on prend 0,7 (erreur de 16 % sur la tension) la variation de courant est très faible. On obtient en effet $I = 1,13$ mA soit une variation relative de 0,8 % ce qui est négligeable. Cette méthode sera donc systématiquement utilisée pour calculer les points de polarisation.

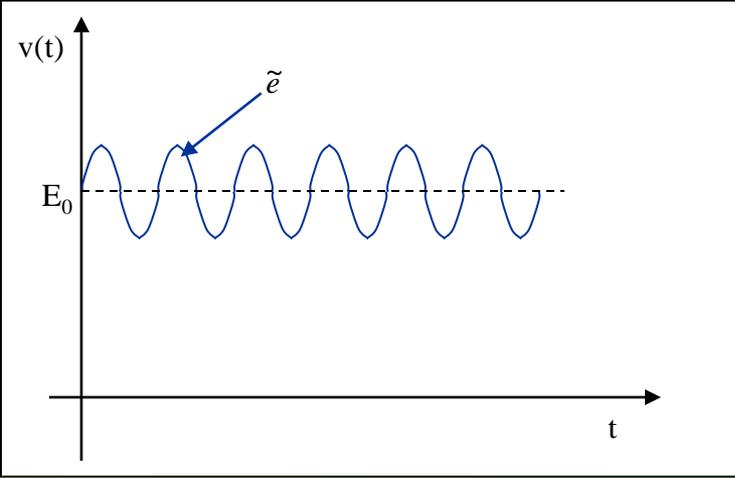
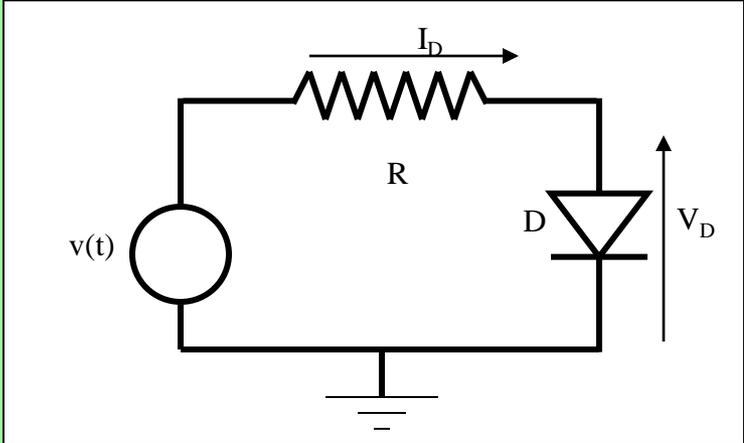


La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

3°)-Modèle équivalent de la diode polarisée en direct:

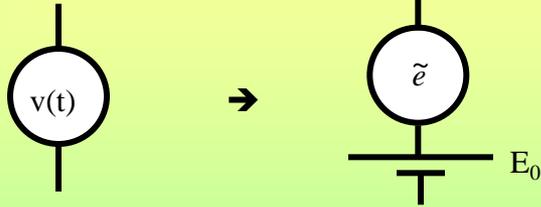
Nous allons, dans ce qui suit, nous intéresser au fonctionnement dynamique, c'est à dire, vis à vis de l'application d'un signal sinusoïdal.

Considérons le signal représenté sur la figure ci contre que nous appliquons sur le montage ci dessous.



L'étude de ce circuit peut se décomposer en deux parties comme décrit précédemment.

La source de tension $v(t)$ peut se représenter de la manière montrée ci-contre.



Nous allons donc, dans une première phase nous intéresser à la réponse du circuit vis à vis de la valeur moyenne du signal d'entrée. Cela permettra de déterminer le point de polarisation c'est à dire la valeur des tensions continues aux différents nœuds et des courants continus dans les différentes branches. Pour ce, nous utiliserons la source de tension continue E_0 .

La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

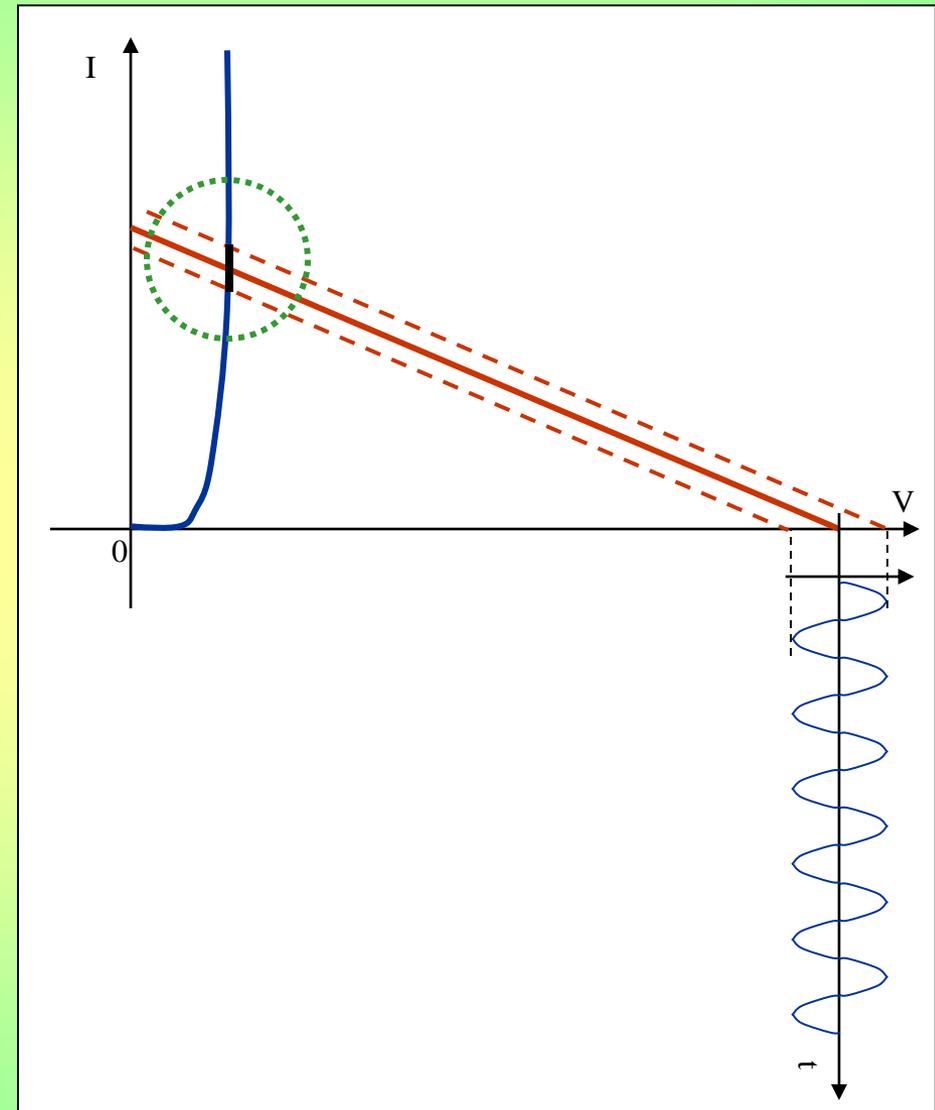
La détermination du point de polarisation se fait donc comme précédemment en ne prenant en compte que la valeur moyenne du signal c'est-à-dire E_0 .

Nous allons ensuite superposer à cette valeur moyenne la variation sinusoïdale. Tout se passe comme si, en fonction du temps, on faisait varier la tension E_0 comme le montre la figure.

L'équation de la maille $E = R I_D + V_D$ peut s'écrire à tout instant, la tension E étant comprise entre $E+\tilde{e}$ et $E-\tilde{e}$. La droite de charge va donc se déplacer entre deux limites extrêmes comme le montre la figure.

Le point de fonctionnement sera en permanence à l'intersection de la caractéristique de la diode et de la droite de charge. Cela représentera donc la partie de la caractéristique en noir.

Afin de mieux comprendre ce qui se passe, nous allons faire un agrandissement de la zone du graphique entourée par le cercle vert.



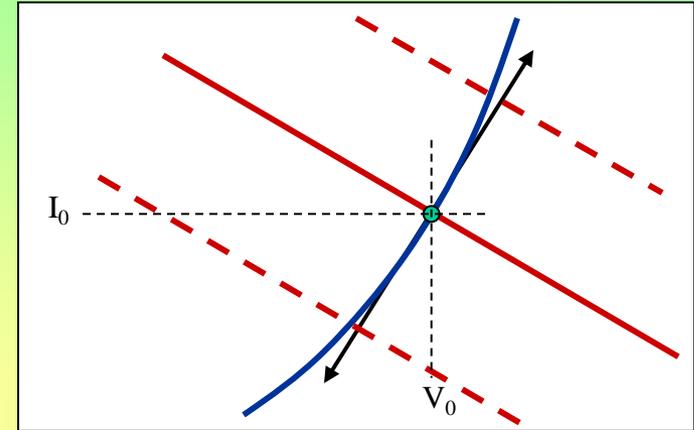
La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

a) – Résistance dynamique.

L'agrandissement autour du point de fonctionnement est représenté sur la figure ci-contre.

Pour de faibles variations de l'amplitude de la tension sinusoïdale par rapport à la valeur moyenne du signal (E_0), on pourra, sans commettre d'erreur importante, considérer que l'on peut approximer la courbe et sa tangente.

On peut donc en conclure que, pour des petites variations autour d'un point de fonctionnement, on peut linéariser la caractéristique de la diode et, par conséquent, considérer qu'elle est assimilable à un élément dont la caractéristique, dans le plan I(V), est une droite.



Un tel élément est assimilable à une résistance. On parlera donc de « **résistance dynamique** ».

La résistance dynamique d'une diode autour d'un point de fonctionnement est donc le rapport entre la variation de tension et la variation de courant au point considéré (c'est la valeur de la dérivée en ce point).

$$r_d = \left(\frac{dV}{dI} \right)_{(I=I_0)}$$

Or, la caractéristique de la diode en polarisation directe s'écrit: $I_D = I_s \left[\exp \left(\frac{V_D}{U_T} \right) - 1 \right]$ qui, en direct peut s'approximer en considérant que l'unité est négligeable devant l'exponentielle:

La dérivation de l'exponentielle revient à une division par U_T ce qui donne:

$$dI = \frac{1}{U_T} I_s \exp \left(\frac{V}{U_T} \right) dV \quad \text{soit} \quad r_d = \left(\frac{dV}{dI} \right)_{(I=I_0)} = \frac{U_T}{I_s \exp \left(\frac{V}{U_T} \right)} = \frac{U_T}{I_0}$$

La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

b) – Capacité de diffusion.

Nous avons vu, lors de l'étude de la diffusion (diapo 76) que, la polarisation entraînant un excès de densité de charges, il en résultait une charge stockée qui pouvait se mettre sous la forme du produit d'un courant par un temps:

$$Q = I_{p0} t$$

Le temps qui apparaît dans cette relation peut-être:

- La durée de vie dans le cas d'une diode longue,
- Le temps de transit dans le cas d'une diode courte.

Le courant étant une fonction de la tension, si celle-ci varie, il en sera de même pour I, donc pour Q. On peut donc exprimer la variation de charge induite par une variation de tension.

$$\frac{dQ}{dV} = \frac{d(I_{p0} t)}{dV} = \frac{d\left(I_s \exp\left(\frac{V}{U_T}\right)\right)}{dV} t$$

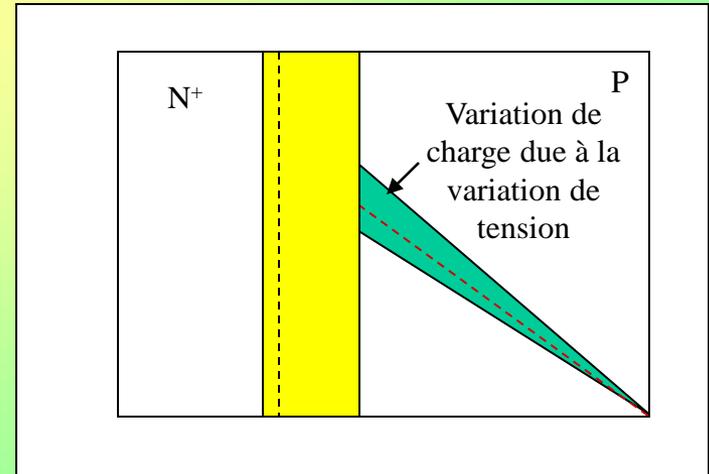
Dans le cas d'une diode courte, le temps qui intervient est égal au temps de transit des porteurs et vaut $\frac{W^2}{2D}$. On sait que la dérivation de l'exponentielle correspond à une division par U_T , ce qui donne:

$$\frac{dQ}{dV} = \frac{I_0}{U_T} \frac{W^2}{2D}$$

Le terme $\frac{dQ}{dV}$ est homogène à une capacité.

On l'appelle « **Capacité de diffusion** »

Le schéma ci-contre montre cette variation de charge due à la variation sinusoidale de tension qui entraîne une modification de la densité des porteurs injectés au rythme de la modulation.



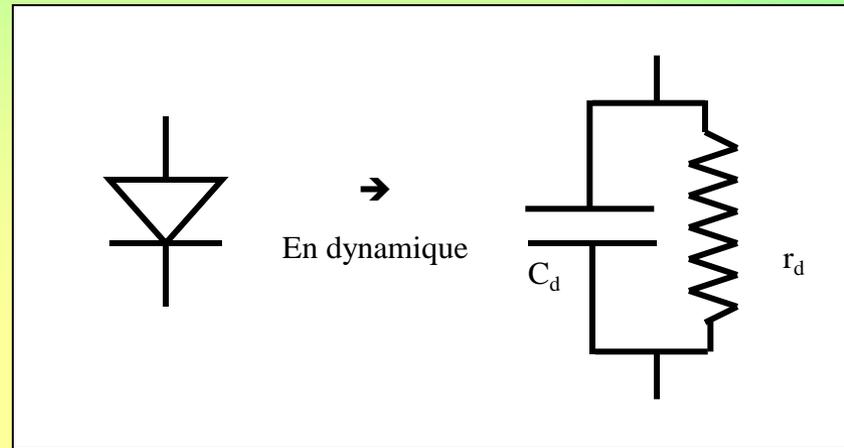
La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

Les calculs précédents permettent de montrer que, pour des petites variations de tension autour d'un point de polarisation, le comportement d'une diode en polarisation directe peut être assimilé à celui d'un circuit R C dans lequel la résistance est donnée par la « résistance dynamique » et la capacité correspond à la « capacité de diffusion ». On pourra donc, pour l'étude dynamique du montage remplacer la diode par ce « modèle équivalent » qui traduira parfaitement son comportement.

Le modèle dynamique est donc représenté sur le schéma ci-contre.

Les éléments de ce modèle présentent une particularité intéressante; en effet leur produit est une constante qui ne dépend que des caractéristiques dimensionnelles et des dopages du composant. La construction d'une diode permet de connaître son domaine d'application du point de vue limitation en fréquence car la fréquence de coupure d'un circuit R C est inversement proportionnelle à la constante de temps.

$$r_d C_d = \frac{I_0}{U_T} \cdot \frac{U_T}{I_0} \frac{W^2}{2D} \Rightarrow r_d C_d = \frac{W^2}{2D}$$



4°)-Modèle équivalent de la diode polarisée en inverse, capacité de transition:

Lorsque une diode idéale est polarisée en inverse, le courant qui la traverse est constant et égal à I_s ; c'est à dire, infiniment petit. La résistance dynamique correspondante est donc infinie.

En ce qui concerne les effets capacitifs, le phénomène associé à I_s est négligeable. Par contre, la polarisation inverse développe la charge d'espace car cette dernière voit sa largeur augmenter comme la racine carrée de la tension inverse appliquée. Cette charge d'espace est dépourvue de porteurs libres et peut donc être considérée comme un isolant de permittivité relative égale à 12.

La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

Les régions quasi neutres sont équipotentielles et donc, tout se passe comme si les contacts extrêmes se trouvaient ramenés aux bornes de la charge d'espace (fig ci contre). Le modèle du composant est donc équivalent à une capacité appelée « capacité de transition » et notée C_T .

Cette capacité est donc une capacité plane compte tenu de la géométrie du composant et s'exprime donc par une relation de la forme:

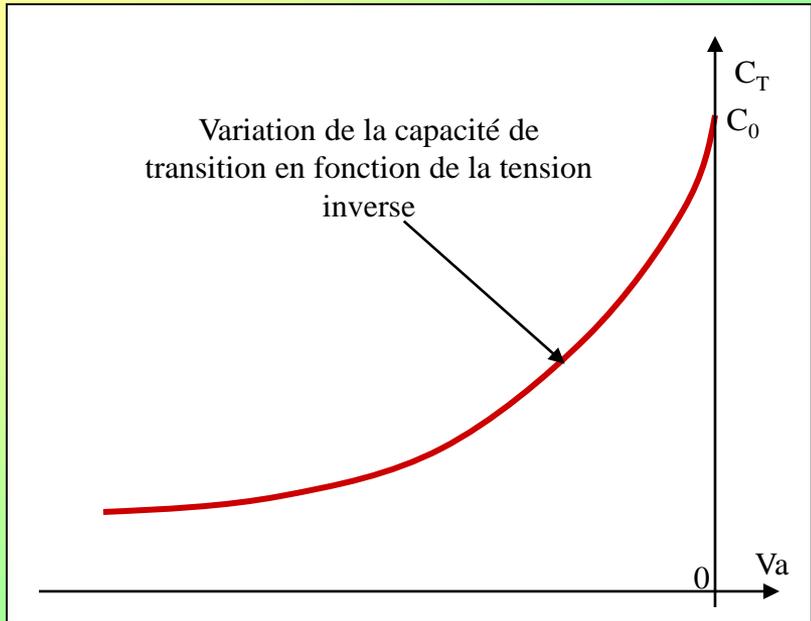
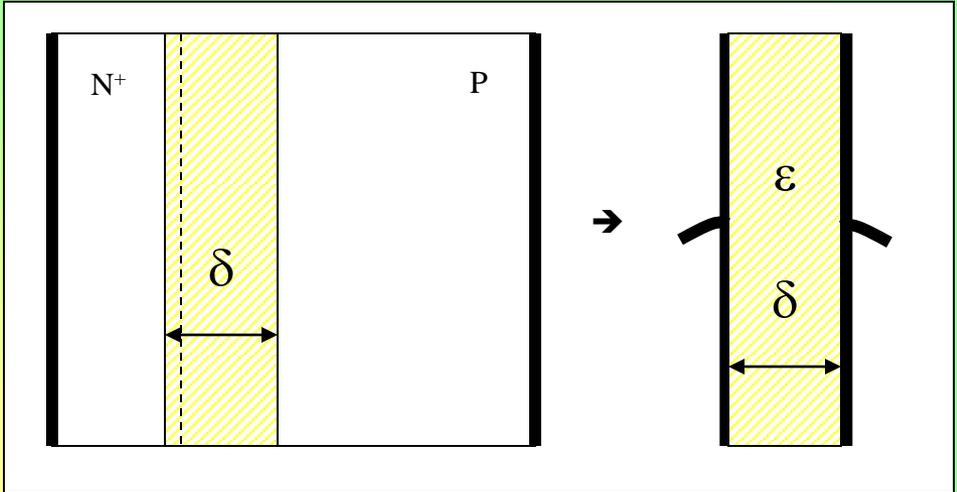
$$C_T = \frac{\epsilon A_j}{\delta} \quad A_j \text{ étant l'aire de la jonction.}$$

On peut exprimer cette capacité en fonction de la tension appliquée. L'expression s'obtient en remplaçant δ par sa valeur en fonction de la tension. Cela donne:

$$C_T = \frac{\epsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\epsilon}{qN^*}(\bar{\Phi} - V_a)}}$$

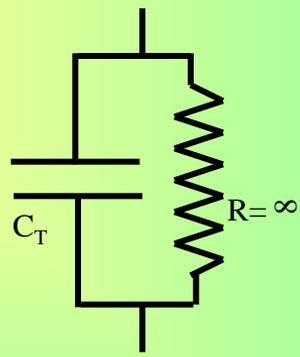
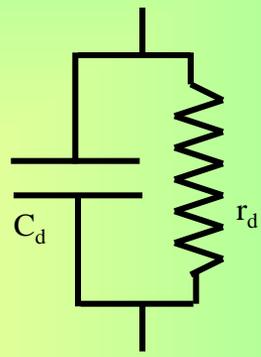
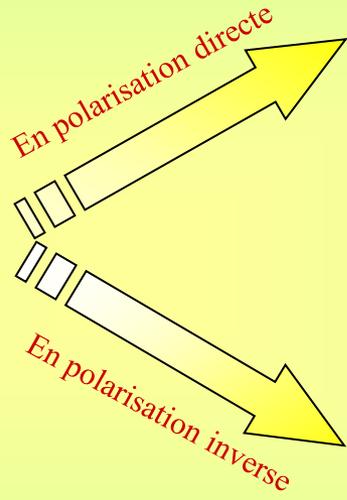
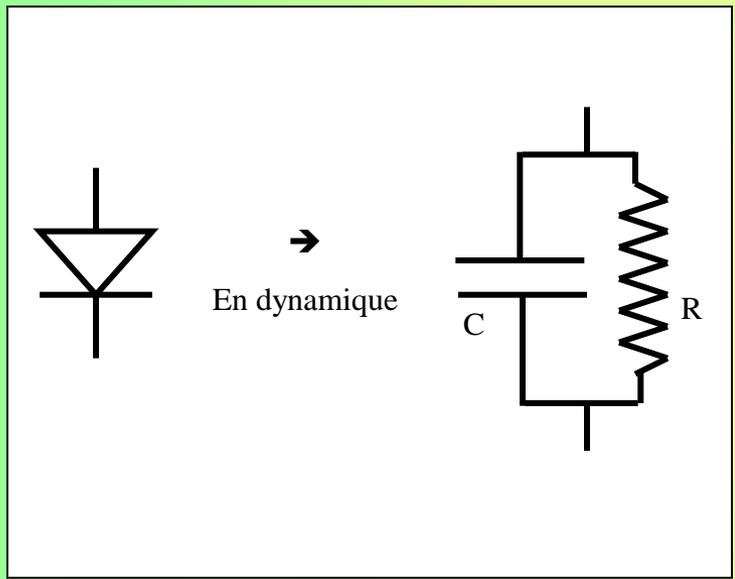
On peut remarquer que cette capacité décroît lorsque la tension inverse augmente. On exprime souvent la capacité en polarisation inverse en fonction de la capacité à l'équilibre thermodynamique. On obtient:

$$C_{T(V_a)} = C_{T(0)} \left(\frac{\bar{\Phi}}{\bar{\Phi} - V_a} \right)^{\frac{1}{2}}$$



La jonction PN idéale en régime dynamique: modèle au 1er ordre

On peut donc résumer les modélisations possibles d'une diode en fonction de son état de polarisation par les éléments représentés ci-dessous.



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

1°)- Jonction PN en polarisation directe

a)- Résistance série

Tous les calculs précédents ont été faits dans le cas d'un composant idéal. La réalité est légèrement différente. Nous allons essayer, dans ce qui suit, de mettre en évidence les éléments de modélisation nécessaires permettant de satisfaire les contraintes technologiques tout en rendant compte au mieux du comportement du composant réel.

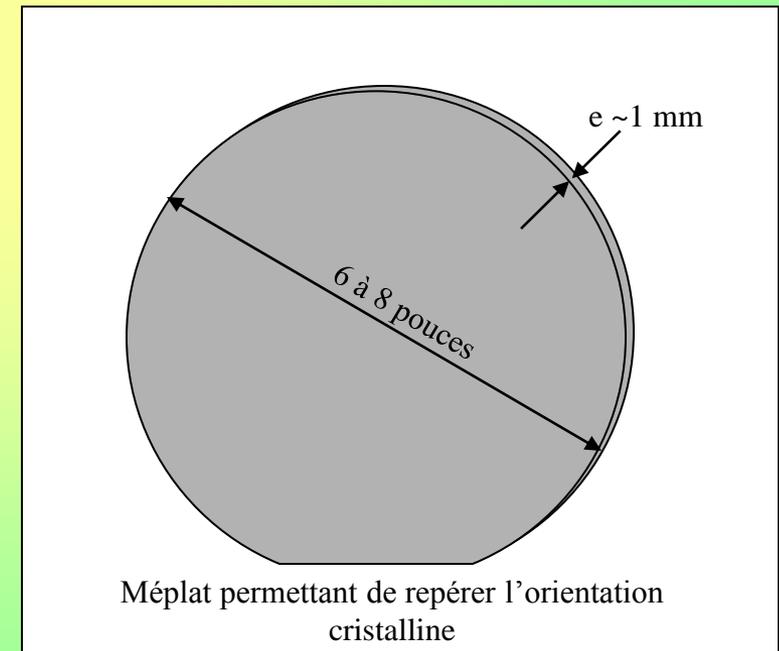
Le premier problème qui se pose est un problème dimensionnel. Les composants que nous avons étudié avaient des dimensions de l'ordre de quelques microns. Ceci était rendu nécessaire par les conditions de diode courte qui permettaient d'avoir des composants de bonne qualité. Or, la fabrication de ces diodes est une opération qui est effectuée sur des plaquettes de silicium dont le diamètre se situe actuellement entre 6 et 8 pouces soit environ de 15 à 20 centimètres. Il est absolument impensable de pouvoir utiliser des rondelles de tels diamètres dont les épaisseurs seraient de quelques microns.

Les plaquettes utilisées en technologie classique sont du type de celles représentées ci-contre.

Cela va induire un certain nombre de modifications sur les calculs réalisés précédemment.

Nous allons, dans un premier temps, voir quelques notions de base de la technologie du silicium afin de comprendre comment ont évolué les aspects technologiques sur les quarante dernières années.

Les premiers composants ont été réalisés dans les années cinquante. Les diodes, pour des faibles puissances étaient des diodes à pointe constituées d'un contact métallique sur un matériau semi-conducteur. Il était très difficile de réaliser des diodes courtes eu égard à l'épaisseur minimum de la plaquette nécessaire pour la réalisation du composant. Les techniques évoluant, nous arrivons à la diode diffusée.



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

Dans les années 1960-70, les diamètres de plaquettes étaient de l'ordre de 2 à 3 pouces et les épaisseurs de l'ordre de 300 μm . Nous allons donc raisonner sur de telles dimensions.

La diode est obtenue par diffusion d'impuretés d'un type donné sur un substrat de type opposé.

Pour ce, un certain nombre d'opérations préliminaires sont nécessaires. La première consiste à oxyder la plaquette afin de la protéger de la diffusion (1). Sans cela, les impuretés diffuseraient sur les deux faces et, au lieu d'obtenir une jonction P-N, on en aurait une sur chaque face de la plaquette. Cette silice est obtenue par oxydation thermique du silicium. L'opération s'effectue à des températures de l'ordre de 1000 à 1100 $^{\circ}\text{C}$, dans un four en présence d'Oxygène (soit sec soit humide).

La plaquette ainsi oxydée est complètement protégée vis à vis du milieu extérieur. Il va falloir ouvrir des zones dans cette couche afin de permettre aux impuretés de diffuser dans le silicium. Ceci va se faire grâce à des opérations de masquage et de photogravure (photolithographie). Cette technique, mise au point par Noyce et Hoerni date de 1962. Elle se décompose de la manière suivante.

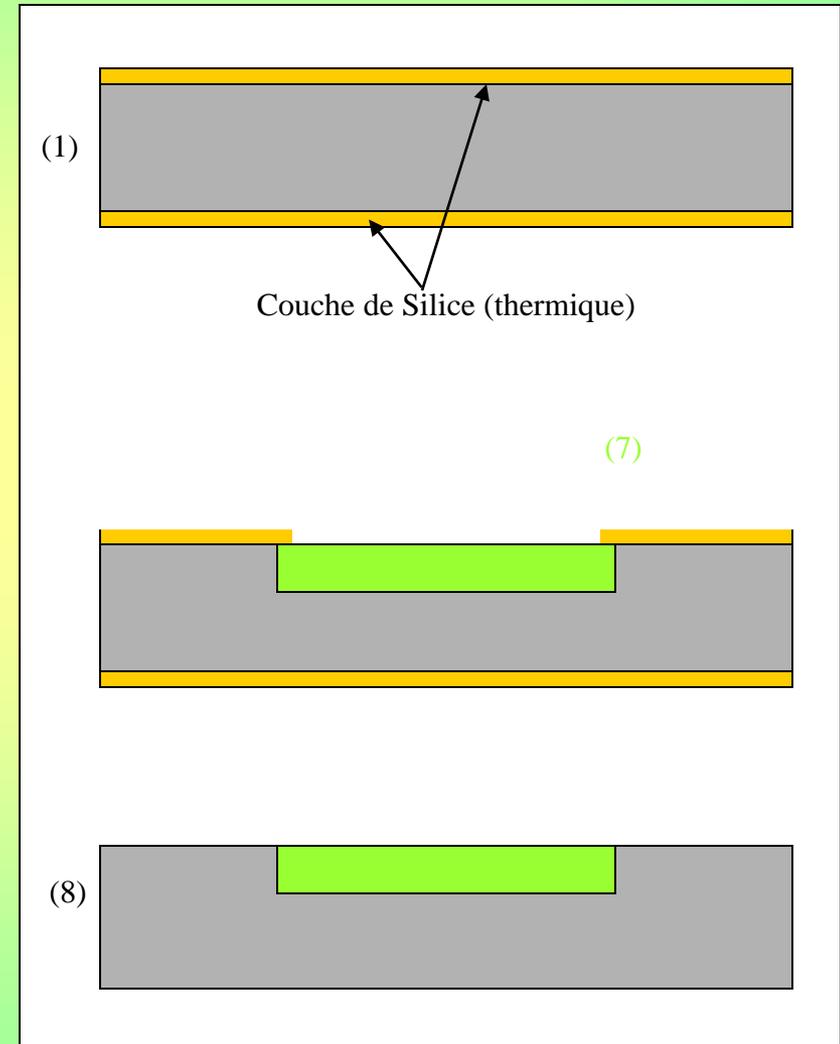
Dépôt d'une résine photosensible sur la silice (2)

Interposition du masque (3)

Insolation de la résine à l'aide d'une lumière généralement bleue (4), la résine ainsi insolée devient soluble dans son révélateur.

Gravure de la silice dans les zones non protégées (5) puis enlèvement de la résine.

Diffusion des impuretés en deux phases:prédépôt (6) suivi d'une redistribution (7), puis enlèvement de la silice sur les deux faces (8).



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

On obtient ainsi des tranches de silicium sur lesquelles on a réalisé un nombre important de diffusions simultanément. Il faudra séparer les différents composants en découpant les plaquettes.

Les diodes ainsi réalisées se présentent sous la forme suivante.

Nous allons définir les caractéristiques des diodes ainsi réalisées. Le premier problème concerne la longueur de la région P (300 μm) ce qui ne permet pas d'avoir une diode courte et de ce fait, le courant au niveau du contact sera relativement faible à cause des recombinaisons.

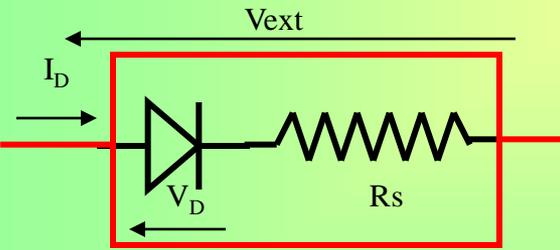
Indépendamment de cela, un problème bien plus critique est lié à la dimension de la région P. Cette région étant faiblement dopée, elle présente une résistivité importante et, de ce fait engendre une résistance série importante qui va se retrouver en série avec la diode idéale. Cette résistance est de la forme:

$$R = \frac{\rho \ell}{S}$$

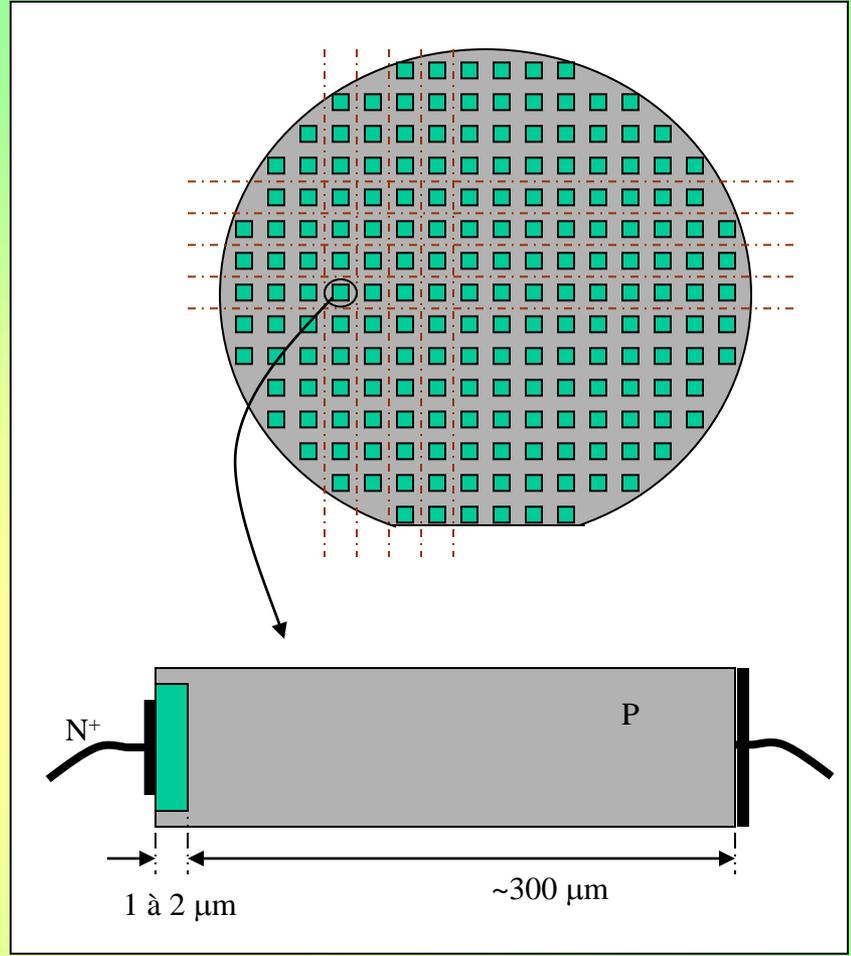
Par exemple, pour une zone dopée 10^{16} cm^{-3} et une surface de la région N⁺ égale à $50 \mu\text{m} * 50 \mu\text{m}$, la valeur de la résistivité est sensiblement égale à $2 \Omega\text{cm}$, on obtient une résistance qui vaut:

$$R_s = 2,4 \text{ k}\Omega$$

Un tel composant correspond à une diode idéale en série avec une résistance de forte valeur ce qui correspond à:



avec: $V_{ext} = R_s I_D$ et $I_D = I_s \left[\exp\left(\frac{V_D}{U_T}\right) + 1 \right]$

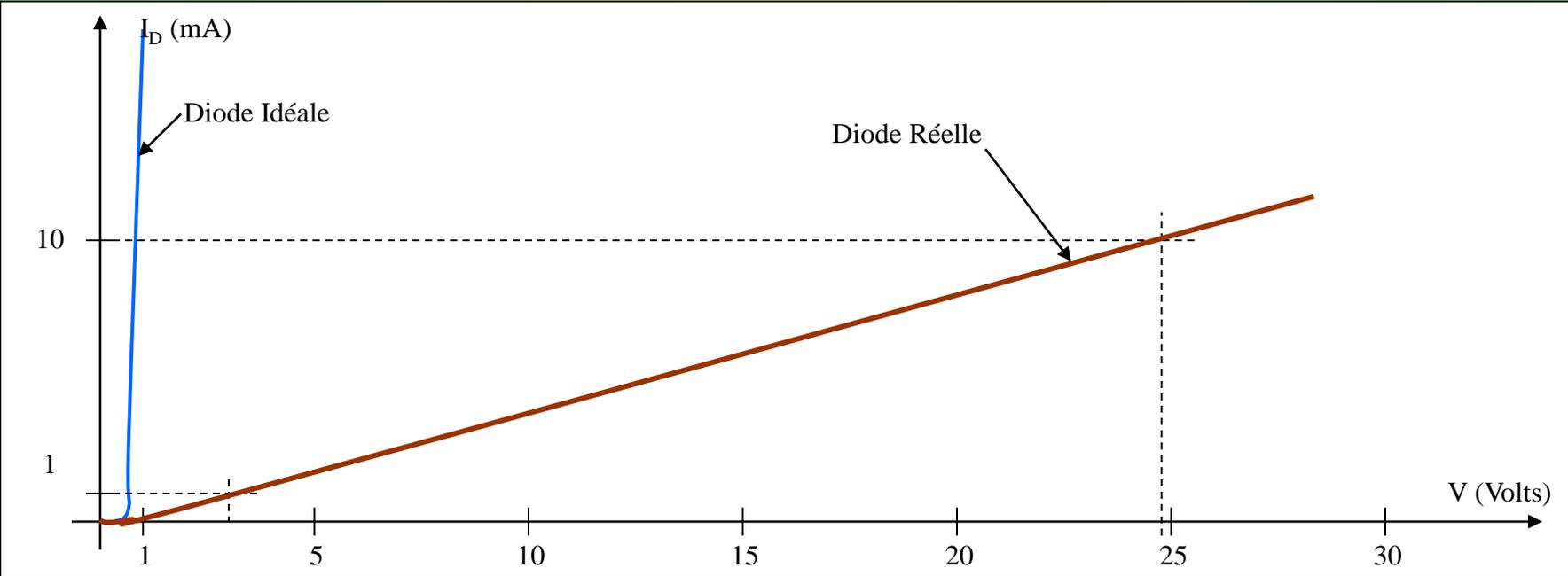


La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

Une telle valeur de résistance série est totalement aberrante. En effet, si nous prenons une caractéristique de diode idéale à laquelle nous rajoutons en tout point la chute de tension dans la résistance série, nous allons obtenir un résultat tel que celui présenté ci dessous.

Diode Idéale	I_D (mA)	0,001	0,01	0,1	1	10	100
	V_D (V)	0,42	0,48	0,54	0,6	0,66	0,72
Résistance série (2,4 kΩ)	$R_s * I_D$ (V)	0,0024	0,024	0,24	2,4	24	240
Tension extérieure	$V_{D+} R_s * I_D$ (V)	0,4224	0,504	0,78	3	24,66	240,72

La caractéristique résultante n'est plus celle d'une diode mais celle d'une résistance avec un seuil.

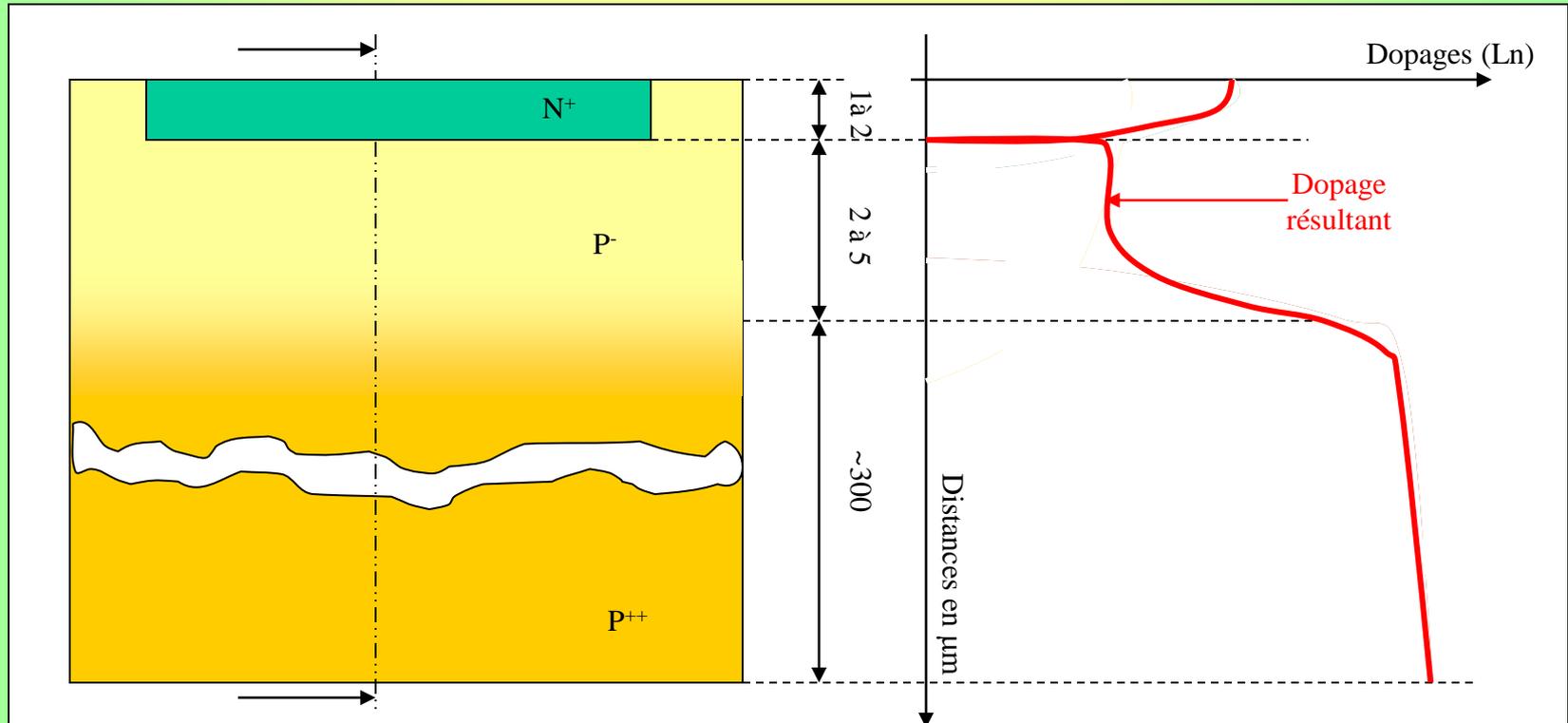


La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

Il faut donc satisfaire simultanément deux contraintes:

- Une zone faiblement dopée permettant d'obtenir des longueurs de diffusion importantes vis à vis de la dimension de la région ,
- Une résistance série faible permettant d'avoir une caractéristique voisine de l'idéal.

Ces deux contraintes étant antagonistes il a fallu trouver une solution. Celle ci consiste à utiliser comme substrat un matériau très fortement dopé (présentant donc une résistivité très faible) sur lequel on fait croître, par un procédé chimique (épitaxie) une couche de matériau de même type possédant un dopage faible. C'est dans cette zone superficielle que l'on diffusera des impuretés de type opposé permettant de réaliser la jonction. La structure se présente de la manière suivante;



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

On peut donc recalculer la résistance série équivalente de cette nouvelle structure qui satisfait complètement les contraintes de faible dopage et de dimension suffisamment grande pour assurer la tenue mécanique des plaquettes.

Cette résistance totale est composée de trois parties:

$$R_{s \text{ totale}} = R_{s (N^+)} + R_{s (P^-)} + R_{s (P^{++})}$$

Dans les mêmes conditions que précédemment, on aura:

Résistivité de la région N⁺: $2,5 \cdot 10^{-2} \Omega \text{ cm}$, $X_n = 2,5 \mu\text{m}$ (avec $N^+ = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$)

Résistivité de la région P⁻: $2 \Omega \text{ cm}$, $X_p = 2,5 \mu\text{m}$ (avec $P^- = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$)

Résistivité de la région P⁺⁺: $2,5 \cdot 10^{-3} \Omega \text{ cm}$, $X_{p^{++}} = 300 \mu\text{m}$ (avec $P^{++} = 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$)

Le calcul donne une résistance série égale à $13,9 \Omega$. Si on reprend le tableau précédent, on obtient:

Diode Idéale	I_D (mA)	0,001	0,01	0,1	1	10	100
	V_D (V)	0,42	0,48	0,54	0,6	0,66	0,72
Résistance série (13,9 Ω)	$R_s * I_D$ (V)	13,9 μV	139 μV	1,39 mV	13,9 mV	139 mV	1,39 V
Tension extérieure	$V_{D+} R_s * I_D$ (V)	0,42	0,4801	0,54139	0,613	0,799	2,01

Mis à part pour un courant de 100 mA ou l'écart semble important, les autres valeurs sont cohérentes. Nous verrons par la suite que pour une surface correspondant à la valeur prise ici ($50 \mu\text{m} * 50 \mu\text{m}$), le courant maximum se situera aux environs de quelques milli-Ampères. L'écart par rapport à la théorie sera donc acceptable.

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

b)- Forte injection

Dans tout ce qui précède, nous avons pris comme hypothèse que, seule la densité des porteurs minoritaires était affectée par la polarisation (hypothèse de faible niveau d'injection). Nous allons donc essayer de définir de manière précise, la limite de validité de cette hypothèse.

On considère généralement que le fort niveau d'injection apparaît dès lors que la densité des minoritaires injectés devient de l'ordre de grandeur de la densité des majoritaires dans la région correspondante soit, pour une jonction N⁺ P:

$$\text{Or, } \hat{n} = \bar{n} \exp\left(\frac{V}{U_T}\right) = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{V}{U_T}\right) \quad \hat{n} \cong N_A$$

La tension correspondant à l'apparition du fort niveau se déduit donc directement de cette relation et donne:

$$N_A \cong \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{V_{FN}}{U_T}\right) \quad \text{ce qui donne :} \quad V_{FN} = 2U_T \text{Ln}\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

On peut donc remarquer que cette tension est fonction du dopage de la région correspondante.

Différentes théories du fort niveau existent. Elles sont souvent complexes et font largement appel aux calculs numériques.

On peut toutefois faire une approche relativement simple en considérant que la perturbation des majoritaires entraîne l'apparition d'un champ électrique qui engendre un phénomène de conduction. Comme dans le cas d'un semi-conducteur inhomogène, ce champ s'exprime par la relation:

$$\vec{E}_i = U_T \left[\frac{\vec{\text{grad}}(\hat{p}(x))}{p(x)} \right] \quad \text{avec: } p(x) = N_A + \hat{p}(x) = N_A + \hat{n}(x).$$

On prendra comme hypothèse : $\frac{d\hat{n}}{dx} = \frac{d\hat{p}}{dx}$

Nous pouvons calculer la tension apparaissant aux bornes de la région quasi neutre P en intégrant le champ électrique. Cela donne:

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

$$V_N = \int_0^W \mathbf{E}(x) dx = -U_T \int_0^W \frac{d\hat{n}}{p} = -U_T \int_0^W \frac{d\hat{p}}{p}$$

L'intégrale donne: $V_N = -U_T \left[\text{Ln } p \right]_0^W = -U_T \left[\text{Ln } N_A - \text{Ln} (N_A + \hat{p}) \right] = U_T \text{Ln} \left[1 + \frac{\hat{p}}{N_A} \right] = U_T \text{Ln} \left[1 + \frac{\hat{n}}{N_A} \right]$

On peut remarquer l'apparition du terme $\frac{\hat{n}}{N_A}$ qui représente le « taux d'injection ». Pour $\hat{n} \ll N_A$, on trouve que $V_N = 0$, ce qui correspond bien aux hypothèses.

Connaissant le champ électrique, nous pouvons donc calculer le courant. Il s'écrit: $\vec{J}_n = q D_n \frac{d\hat{n}}{dx} + \sigma_n \vec{E} = q D_n \frac{d\hat{n}}{dx} + q \hat{n} \mu_n \vec{E}$

En remplaçant le champ électrique par son expression, il vient:

$$\vec{J}_n = q D_n \frac{d\hat{n}}{dx} + q \hat{n} \mu_n U_T \frac{\text{grad } \hat{n}}{p} = q D_n \frac{d\hat{n}}{dx} \left(1 + \frac{\hat{n}}{\hat{n} + N_A} \right)$$

En faisant apparaître le taux d'injection, on obtient:

$$\vec{J}_n = q D_n \frac{d\hat{n}}{dx} \left(1 + \frac{\frac{\hat{n}}{N_A}}{1 + \frac{\hat{n}}{N_A}} \right)$$

Dans le cas d'une diode courte, on peut considérer que la distribution des porteurs est linéaire. Il s'en suit: $\frac{d\hat{n}}{dx} = \frac{d\hat{p}}{dx} = \frac{\hat{n}}{W}$

La densité du courant vaut donc: $\vec{J}_n = q D_n \frac{\hat{n}}{W} \left(1 + \frac{\frac{\hat{n}}{N_A}}{1 + \frac{\hat{n}}{N_A}} \right)$

En très forte injection, le terme $\frac{\hat{n}}{N_A}$ est grand devant l'unité. Il s'en suit que $\frac{\frac{\hat{n}}{N_A}}{1 + \frac{\hat{n}}{N_A}}$ tend vers 1 d'où une expression du courant qui s'écrit alors:

$$J_n = 2 q D_n \frac{\hat{n}}{W}$$

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

Nous allons donc exprimer ce courant en fonction de la tension extérieure appliquée. Cette tension est constituée de deux termes. La tension qui apparaît aux bornes de la charge d'espace et qui intervient directement dans l'équation caractéristique du courant (dans le terme exponentiel), et celle qui, du fait de la forte injection, apparaît aux bornes de la zone quasi-neutre (V_N).

Nous allons donc chercher à relier V_N à la tension V de la loi exponentielle.

Nous avons vu sur la planche précédente que V_N s'écrit:

$$V_N = U_T \text{Ln} \left[1 + \frac{\hat{n}}{N_A} \right] \text{ qui à très fort niveau tend vers } \Rightarrow U_T \text{Ln} \left[\frac{\hat{n}}{N_A} \right]$$

Or, $\hat{n} = \bar{n} \exp \frac{V}{U_T}$ d'où;

$$V_N = U_T \text{Ln} \left[\frac{\hat{n}}{N_A} \right] = U_T \text{Ln} \left[\frac{\bar{n} \exp \frac{V}{U_T}}{N_A} \right] = U_T \text{Ln} \frac{\bar{n}}{N_A} + V$$

On a donc: $V_N \sim V$.

La tension extérieure étant la somme des deux, vaut donc: $V_{ext} = 2V$.

La relation courant tension à fort niveau s'écrit donc:

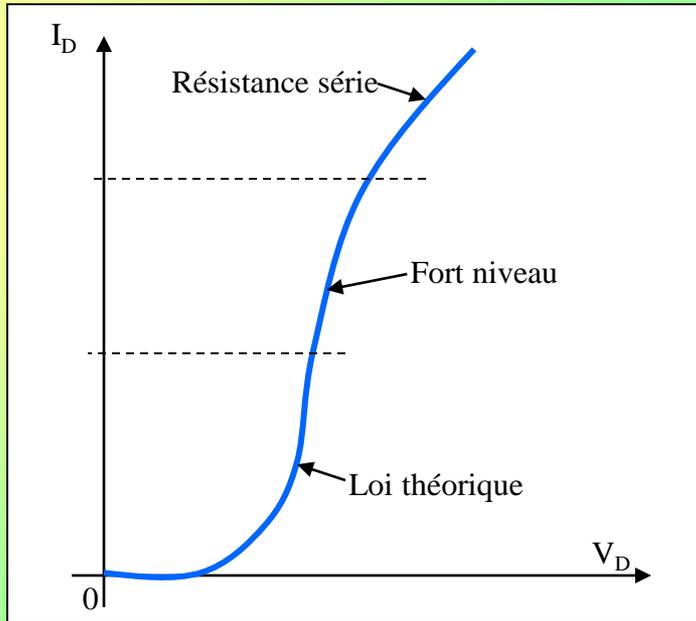
$$I = J_n A_j = 2 q A_j D_n \frac{\bar{n} \exp \frac{V}{U_T}}{W} = \frac{2 q A_j D_n \bar{n}}{W} \exp \frac{V_{ext}}{2 U_T}$$

Tout ceci peut se schématiser par la figure ci-contre.

Par exemple, pour une diode N⁺ P ($10^{18} - 10^{16}$) la tension de fort niveau est voisine de:

$$V_{FN} = 2 U_T \text{Ln} \left(\frac{N_A}{n_i} \right) \cong 0,65V$$

Le fort niveau apparaît généralement avant l'effet de la résistance série.



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

2°)- Jonction PN en polarisation inverse

a)- Phénomène de génération dans la région de charge d'espace

La caractéristique de la diode idéale en inverse fait apparaître un courant I_s indépendant de la tension appliquée. En réalité, les mesures montrent qu'il existe un courant beaucoup plus important que celui défini par la théorie, mais aussi qui varie avec la tension inverse.

Il a donc fallu se poser le problème de manière à prendre en compte des phénomènes qui paraissaient être négligeables en première approche. Le seul élément qui évolue lorsqu'on polarise en inverse est la dimension de la charge d'espace.

Nous avons supposé, dans ce qui précède, que la charge d'espace était totalement dépourvue de porteurs libres. Cela est une approximation qui, si elle est satisfaisante en direct ou le nombre de porteurs en excès est important, ne l'est plus en polarisation inverse.

Nous allons donc essayer de déterminer le « taux de génération » dans la région de charge d'espace. Ce taux de génération correspond à une génération thermique (n_i).

Retour sur le taux de recombinaison (diapositive 47).

Nous avons montré que les taux de recombinaison pouvaient se mettre sous la forme:

$$R_n = R_{cn} - R_{en} = C_n \cdot N_r [\bar{n} \cdot (1 - f_n(E_r)) - n^* \cdot f_n(E_r)]$$

$$R_p = R_{cp} - R_{ep} = C_p \cdot N_r [\bar{p} \cdot f_n(E_r) - p^* \cdot (1 - f_n(E_r))]$$

Ces deux expressions font apparaître la probabilité de présence d'un électron sur le niveau recombinant.

Plaçons nous dans le cas particulier d'un niveau recombinant situé au milieu de la bande interdite (cas le plus fréquent). Les sections efficaces de capture des électrons et des trous seront alors égales et les densités n^* et p^* sont alors égales à n_i . Nous pouvons alors déterminer l'expression de la probabilité de présence des électrons en considérant que, dans des conditions d'équilibre, $R_n = R_p$.

En posant $C_n = C_p = C$, on obtient:

$$f_n(E_r) = \frac{\bar{n} + n_i}{\bar{n} + \bar{p} + 2n_i}$$

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

En reportant cette valeur dans R_n ou R_p , on obtient:

$$R_n = C N_r \frac{\bar{n} \bar{p} - n_i^2}{\bar{n} + \bar{p} + 2n_i} = \frac{1}{\tau} \frac{\bar{n} \bar{p} - n_i^2}{\bar{n} + \bar{p} + 2n_i}$$

Si nous calculons ce taux de recombinaison dans la région de charge d'espace, nous pouvons écrire que:

$$\bar{n} \text{ et } \bar{p} \ll n_i \quad \text{de même que} \quad \bar{n} \bar{p} \ll n_i^2$$

Il s'en suit: $R_n \cong \frac{1}{\tau} \frac{-n_i}{2}$ or, dans des conditions d'équilibre, $R_n = -G_n$. Le taux de génération dans la région de charge d'espace vaut donc:

$$G_n \cong \frac{n_i}{2\tau}$$

Ce taux de génération va donner naissance à un courant électrique car les porteurs générés vont être entraînés par le champ électrique important qui règne dans cette zone. Le courant sera donc proportionnel à la charge de l'électron et au volume de la charge d'espace. Il vaut:

$$I_g = q A_j \delta G_n \cong q A_j \frac{n_i}{2\tau} \delta$$

Il dépend de la tension par le biais de δ . L'expression en fonction de la tension s'écrit:

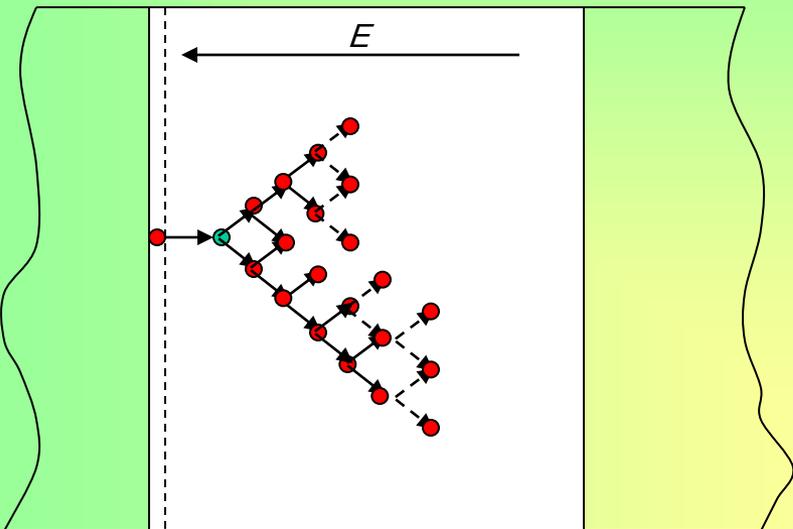
$$I_g = q A_j \frac{n_i}{2\tau} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*} (\bar{\Phi} - V)}$$

Ce courant est effectivement très grand devant le courant inverse théorique et on pourra considérer que, en inverse, il est prépondérant.

b)- Phénomène d'avalanche

C'est un phénomène caractéristique de la zone de charge d'espace. Il peut être destructif, s'il n'est pas contrôlé, ou utilisé, notamment dans les diodes Zener, qui sont utilisées en tant que références de tension, quand on a conçu les diodes pour.

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations



Les porteurs, générés par effet thermique dans la charge d'espace, vont être accélérés par le champ électrique important qui y règne. Ils vont de ce fait acquérir une énergie cinétique importante. Si on augmente la tension inverse appliquée, le champ augmente avec. Il va arriver un moment où l'énergie cinétique acquise par les porteurs sera suffisante pour leur permettre d'ioniser par chocs. Le phénomène devient donc cumulatif et, pour une très faible augmentation de la tension, on observe une augmentation très importante du courant.

On considère généralement que, compte tenu de la valeur du champ électrique, les porteur se déplacent entre chocs à leur vitesse limite c'est-à-dire, la vitesse thermique.

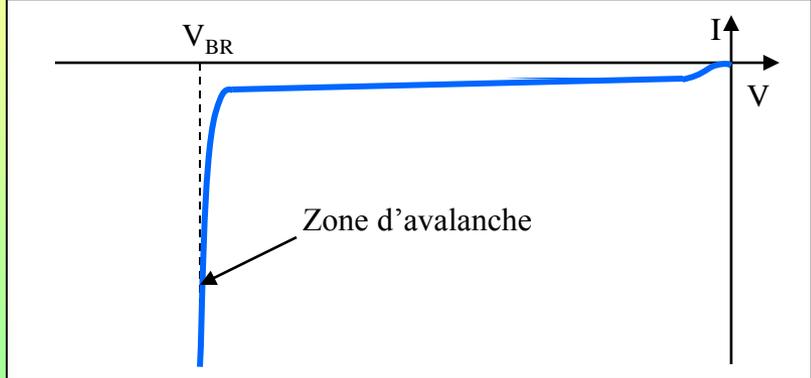
Le courant s'exprime alors en fonction du courant de génération dans la région de charge d'espace par une relation empirique faisant intervenir un coefficient appelé « Coefficient de Multiplication » qui s'écrit:

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{V_{BR}}\right)^m} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{BR} \text{ est la tension de claquage (Breakdown),} \\ m \text{ est un coefficient qui dépend de la technologie } (2 < m < 6) \end{array} \right.$$

Le courant, dans la zone d'avalanche s'écrit: $I = M I_g$

La caractéristique inverse peut être représentée par la figure ci-contre

La zone d'avalanche présente une résistance dynamique très faible et pourra donc être utilisée comme référence de tension à la condition de contrôler le courant car on risque l'emballement thermique qui serait destructif pour le composant.



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

Calcul de la résistance dynamique dans la zone d'avalanche.

Cette résistance peut-être évaluée de la manière suivante:

Il existe, dans la zone d'avalanche, au voisinage de la tension de claquage, un courant qui peut devenir grand, c'est à dire une densité de charges mobiles importante. Ces charges transitant dans cette zone peuvent-être associées à une variation de potentiel. En effet, on peut appliquer l'équation de Poisson aux charges mobiles. Cette dernière peut s'écrire:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho_{mobiles}}{\epsilon}$$

Les électrons se déplaçant dans la charge d'espace à la vitesse limite (v_{th}), on peut écrire l'expression du courant sous la forme:

$$I = \rho_{mobiles} A_j v_{th}$$

On peut donc en tirer l'expression de la charge qui vaut donc: $\rho_{mobiles} = \frac{I}{A_j v_{th}}$

La différence de potentiel engendrée par cette charge traversant la charge d'espace peut donc s'écrire:

$$|V| = \iint \frac{\rho_{mobiles}}{\epsilon} dx^2 = \int_0^{\delta} \frac{I}{\epsilon A_j v_{th}} dx^2 \Rightarrow |V| = \left[\frac{I x^2}{2 \epsilon A_j v_{th}} \right]_0^{\delta} = \frac{I \delta^2}{2 \epsilon A_j v_{th}}$$

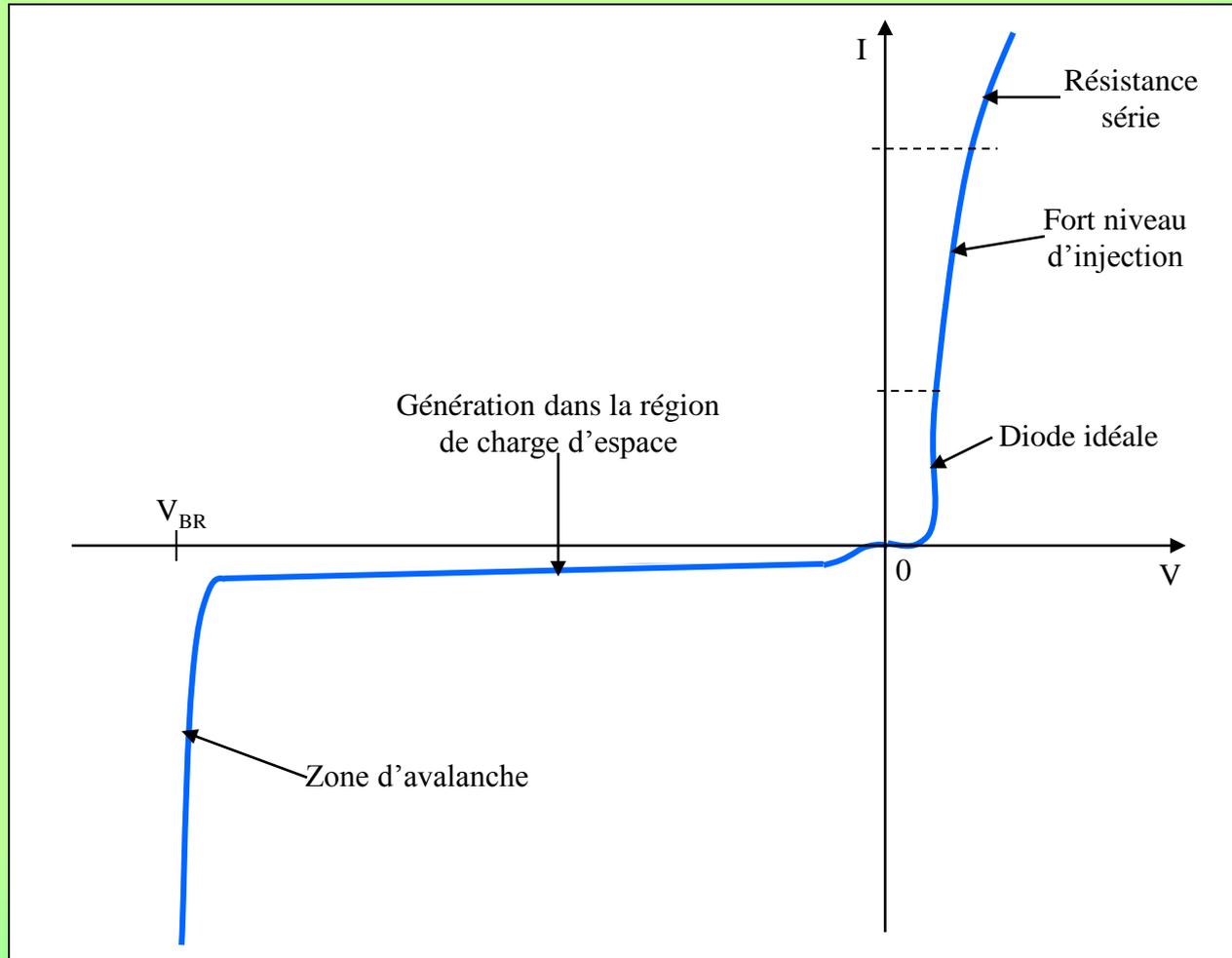
On peut donc évaluer la résistance correspondante qui s'écrit: $r = \frac{|V|}{I}$ c'est à dire,

$$r = \frac{\delta^2}{2 \epsilon A_j v_{th}}$$

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

3°)- Modélisation au second ordre

Compte tenu de tout ce qui précède, la modélisation de la diode évoluera en fonction du domaine de tension inverse ou directe. On peut résumer les différents domaines par la figure suivante.



4°)- Limitations

Elle pourront être fonction du domaine de polarisation (directe ou inverse) mais certaines seront identiques quelles que soient les polarisations.

Trois types de limitations existent

- En courant,
- En tension,
- En puissance.

Celle en tension n'apparaîtra qu'en polarisation inverse alors que les deux autres peuvent exister aussi bien en direct qu'en inverse.

Limitation en Puissance.

Directement liée à la puissance que peut dissiper la diode, elle est fonction de l'environnement ainsi que du boîtier. Elle traduit la capacité du composant à évacuer les calories dues à l'effet Joule. Le passage d'un courant dans le composant sous une tension donnée induit une puissance consommée qui va élever la température interne. La température maximale de fonctionnement d'une jonction est de 200 °C. Il est donc nécessaire d'évacuer les calories afin de rester au dessous de cette valeur. Ce sera le rôle du boîtier.

Il est caractérisé par une « Résistance Thermique » qui permettra de calculer la puissance maximum dissipable dans des conditions données. La relation liant cette résistance thermique et la puissance maximale est:

$$P_{\max} = \frac{T_{j\max} - T_A}{R_{th}} \quad \text{avec:} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{j\max} = \text{Température maximale de jonction (200 °C)} \\ T_A = \text{Température ambiante} \\ R_{th} = \text{Résistance thermique du boîtier} \end{array} \right.$$

Le lieu à $P_{\max} = \text{constante}$ dans le plan $I(V)$ est une hyperbole appelée « Hyperbole de dissipation maximum ». Le point de fonctionnement devra se situer entre les axes et cette hyperbole.

La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

La figure ci contre montre le tracé de cette limite (les échelles sont différentes en direct et en inverse).

Limitation en Courant.

Liée aux caractéristiques du matériau, sa valeur va dépendre des dimensions géométriques du composant.

En régime permanent, le silicium supporte des densités de courant de l'ordre de 100 A/cm². Cette limite tend à être augmentée de manière significative avec les évolutions technologiques qui permettent d'obtenir des matériaux de très bonne qualité (la limite de 100 A tend actuellement vers plusieurs centaines d'ampères au cm²).

C'est la plus contraignante de ces deux limitations qui sera prise en compte.

Limitation en Tension.

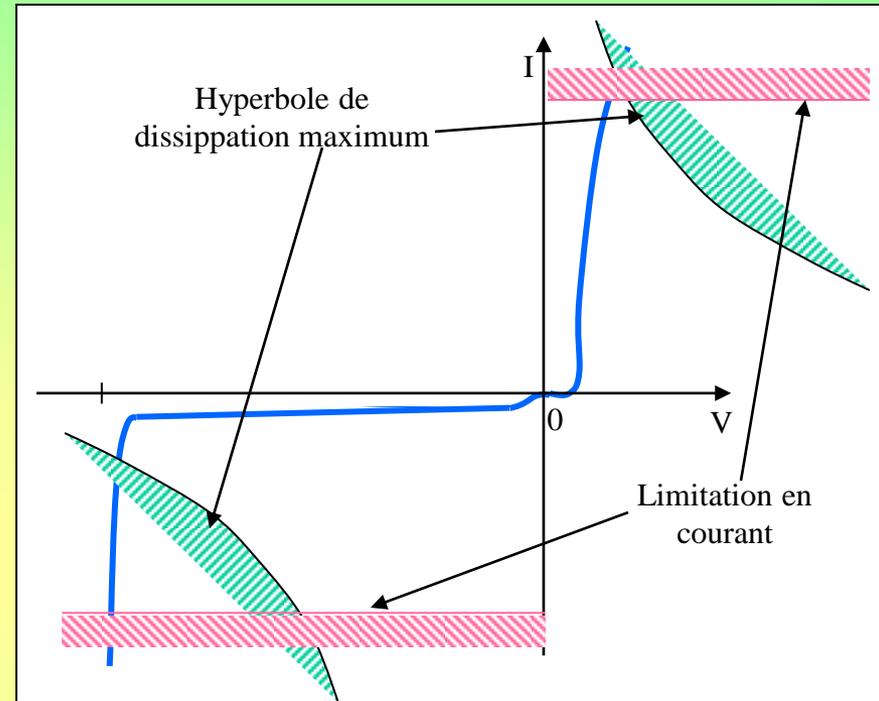
Cette limitation interviendra exclusivement en inverse. Elle sera due au champ électrique dans la région de charge d'espace. Le silicium, comme tous les matériaux cristallisés, va pouvoir supporter un champ électrique interne maximum au delà duquel les liaisons atomiques vont être cassées. Ce champ est appelé généralement « Champ disruptif » noté E_{CR} .

Pour le silicium, sa valeur est de 30 V/μm.

Le champ maximum dans la région de charge d'espace s'exprime en fonction de la tension inverse appliquée. On va donc pouvoir définir une tension maximum admissible qui découlera de cette contrainte.

Le champ maximum s'écrit:

$$E_{\max} = \frac{q N^*}{\varepsilon} \delta$$



La jonction P-N réelle; effets de second ordre et limitations

Dans l'expression précédente, la dimension de la charge d'espace est fonction de la tension appliquée. On peut donc relier le champ électrique à la tension inverse et donc calculer la tension correspondant au champ maximum admissible. Cette tension est généralement notée V_{BR} . Elle vaut:

$$E_{CR} = \frac{q N^*}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2 \varepsilon}{q N^*} (\bar{\Phi} - V_{BR})}$$

ce qui donne:

$$|V_{BR}| = \frac{\varepsilon E_{CR}^2}{2 q N^*} - \bar{\Phi}$$

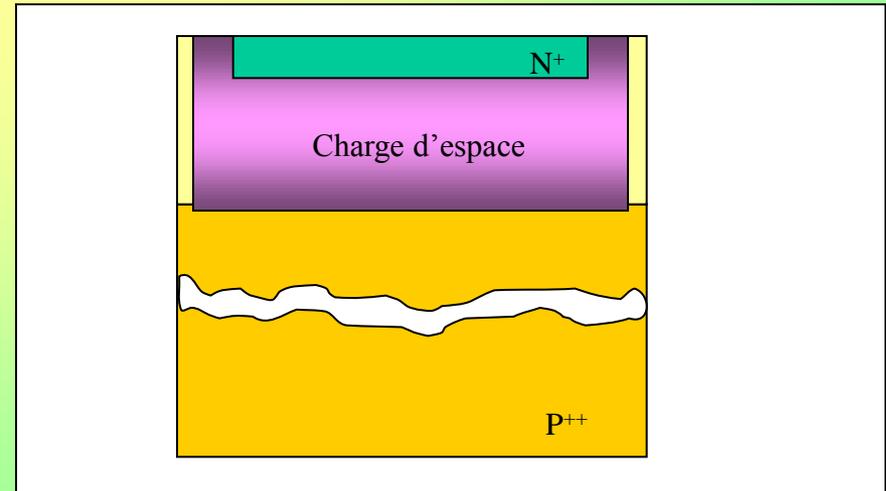
[Exercices](#)

On pourra remarquer que cette tension est inversement proportionnelle au dopage. Pour obtenir des tensions de claquage importantes, il faudra utiliser des matériaux peu dopés.

Une autre limitation en tension peut exister dans les composants semi-conducteurs. Elle est liée à la dimension de la charge d'espace.

Nous avons vu que pour diminuer la résistance série de la diode, on utilisait un substrat fortement dopé sur lequel on faisait croître une couche faiblement dopée. L'augmentation de la tension inverse se traduit par un élargissement de la charge d'espace qui peut recouvrir complètement la zone faiblement dopée. On dira alors qu'il y a « percement de la diode ». Ce phénomène n'est pas destructif mais la diode n'a plus du tout les mêmes caractéristiques car au lieu d'avoir une diode $N^+ P$, on a alors une diode $N^+ P^{++}$ ce qui est totalement différent.

Ce sera, là aussi, la plus faible de ces deux tensions qui sera à prendre en compte.



Exercice sur la jonction PN réelle

Exercice n° 1)- On considère la jonction PN représentée sur le schéma ci contre. (les dimensions sont données en microns)

On donne:

$$\bullet N^+ = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$\bullet P^- = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$\bullet P^{++} = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$\bullet A_j = 0,1 \text{ mm}^2$$

$$\tau = k/N \text{ et } \tau = 10^{-6} \text{ pour } N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

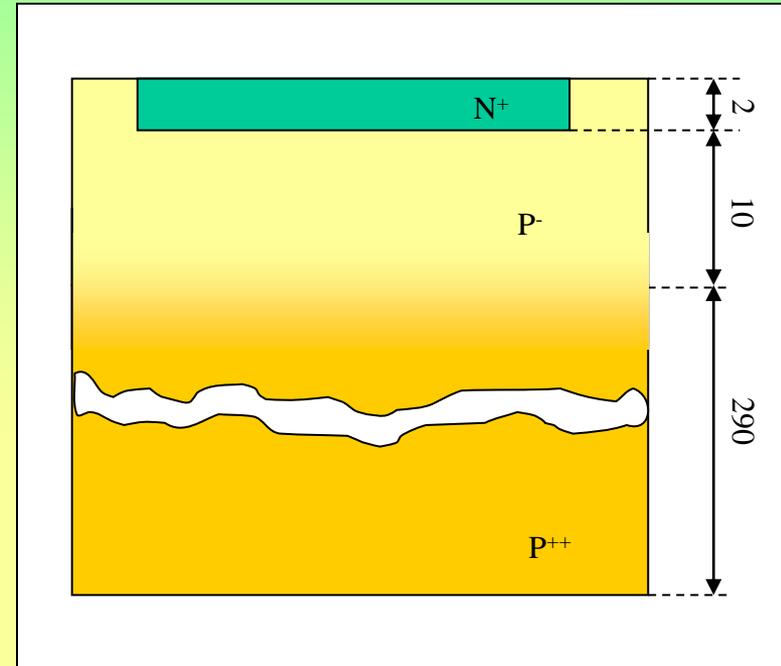
On désire tracer la caractéristique réelle de cette jonction . Pour ce, on étudiera consécutivement la polarisation directe puis inverse.

1°)- Etude en polarisation directe.

- Déterminer le courant inverse théorique de cette diode.
- Calculer la valeur du courant correspondant à l'apparition du fort niveau d'injection.
- Calculer la résistance série de cette diode.
- Quelles sont les valeurs de la résistance dynamique et de la capacité de diffusion correspondant à une tension directe de 0,6 V.

2°)- Etude en polarisation inverse.

- Déterminer la valeur de la tension théorique de percement
- Calculer le champ maximum à la jonction et en déduire la tension de claquage. Quelle est la valeur du courant inverse pour cette tension.
- Déterminer la résistance de la diode en inverse ainsi que la valeur de la capacité pour une tension égale à -10 V .
- Calculer la résistance dynamique dans la zone d'avalanche; tracer la caractéristique résultante.



Solution de l'exercice sur la jonction PN réelle

La détermination du courant inverse théorique nécessite de savoir si la diode est courte ou non. Pour ce, il est nécessaire de calculer les dimensions électriques des régions ainsi que les longueurs de diffusion des porteurs minoritaires dans ces régions.

Caractéristiques de la zone de charge d'espace.

$$\text{Hauteur de la barrière de potentiel: } \bar{\Phi} = U_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0,813 \text{ V}$$

$$\text{Largeur de la barrière de potentiel: } \bar{\delta} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*} \bar{\Phi}} = 0,318 \text{ } \mu\text{m}$$

Compte tenu des valeurs de dopages, la charge d'espace est entièrement dans la région P. Les dimensions électriques sont donc:

$$\text{Côté N : } W_N = X_N = 2 \text{ } \mu\text{m},$$

$$\text{Côté P : } W_P = X_P - \delta = 10 - 0,318 = 9,682 \text{ } \mu\text{m}.$$

Caractéristiques des porteurs dans les différentes régions:

	Région N ⁺	Région P ⁻	Région P ⁺⁺
μ mino (cm ² /Vs)	150	1175	110
μ majo (cm ² /Vs)	275	425	75
D (cm ² /s)	3,9	30,55	2,86
τ (s)	10 ⁻⁸	10 ⁻⁶	10 ⁻⁹
l (μm)	1,97	55,27	0,534
W/l	1,01 Non courte	0,181 Courte	543 Non courte

Solution de l'exercice sur la jonction PN réelle

Compte tenu des valeurs du tableau précédent et des dopages des régions, le courant inverse théorique s'écrira:

$$I_s = q A_I n_i^2 \left[\frac{D_N}{N_A W_P} \right] = 1,25 10^{-13} \text{ A}$$

Apparition du fort niveau d'injection:

Il est caractérisé par le moment où la densité des minoritaires injectés devient égale à celle des majoritaires de la région correspondante.

$$\hat{n} \cong N_A$$
$$\text{Or, } \hat{n} = \bar{n} \exp\left(\frac{V}{U_T}\right) = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{V}{U_T}\right)$$

La tension correspondant à l'apparition du fort niveau se déduit donc directement de cette relation et donne:

$$N_A \cong \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{V_{FN}}{U_T}\right) \text{ ce qui donne : } V_{FN} = 2 U_T \text{ Ln} \left(\frac{N_A}{n_i} \right)$$

Application numérique: $V_{FN} = 0,694 \text{ V}$

Le courant correspondant à cette valeur se déduit de l'équation de la diode: $I = I_s \left[\exp\left(\frac{V}{U_T}\right) - 1 \right]$

Compte tenu de la valeur de la tension, on peut négliger l'unité devant l'exponentielle. Il s'en suit: $I = 8,45 \text{ mA}$

Résistance série de la diode.

Elle est constituée de trois termes: $R_{s \text{ totale}} = R_{s (N^+)} + R_{s (P^-)} + R_{s (P^{++})}$

Ces trois résistances sont de la forme: $R = \rho \cdot l / s$. les résistivités des régions valent:

- Région $N^+ \rightarrow 2,5 \cdot 10^{-2} \Omega \text{ cm}$
- Région $P^- \rightarrow 1,5 \Omega \text{ cm}$
- Région $P^{++} \rightarrow 10^{-2} \Omega \text{ cm}$

Solution de l'exercice sur la jonction PN réelle

La résistance série vaut donc: $R_s = \frac{1}{10^{-3}} (2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} + 1,5 \cdot 9,682 \cdot 10^{-4} + 10^{-2} \cdot 290 \cdot 10^{-4}) = 1,74 \Omega$

Diode Idéale	I_D (mA)	0,001	0,01	0,1	1	10	100
	V_D (V)	0,412	0,472	0,532	0,592	0,652	0,712
Résistance série (1,74 Ω)	$R_s * I_D$ (V)	1,74 μV	17,4 μV	174 μV	1,74 mV	17,4 mV	174 mV
Tension extérieure	$V_{D+} + R_s * I_D$ (V)	0,412	0,472	0,532	0,594	0,669	0,886

Modélisation autour du point correspondant à une tension directe de 0,6 V.

Pour cette tension appliquée, le courant vaut: 1,31 mA.

La résistance dynamique vaut donc
$$r_d = \frac{U_T}{I} = \frac{26 \cdot 10^{-3}}{1,31 \cdot 10^{-3}} = 19,7 \Omega$$

La capacité de diffusion s'en déduit par:
$$r_d C_d = \frac{W^2}{2D} \Rightarrow C_d = \frac{W^2}{2D r_d} = 8,28 \text{ pF}$$

En polarisation inverse.

Tension théorique de percement: elle correspond à la tension pour laquelle la charge d'espace recouvre entièrement la région P- c'est à dire la valeur de tension correspondant à $\delta = 10 \mu\text{m}$.

$$\delta = X_p = \sqrt{\frac{2\epsilon}{qN^*} (\Phi - V_p)} \Rightarrow |V_p| = \frac{qN^* X_p^2}{2\epsilon} - \Phi \cong 800 \text{ V}$$

Le champ maximum à la jonction s'exprime par la relation: $E_{\text{max}} = \frac{qN^*}{\epsilon} \delta$ dans laquelle d est une fonction de V. Donc:

$$|V_{BR}| = \frac{\epsilon E_{CR}^2}{2qN^*} - \Phi \quad \text{avec } E_{cr} = 30 \text{ V}/\mu\text{m} . \text{ On obtient: } |V_{BR}| = 27,31 \text{ V}$$

Le claquage apparaîtra donc par effet d'avalanche pour une tension inverse de sensiblement 27 V.

Solution de l'exercice sur la jonction PN réelle

Courant inverse à la limite du claquage.

C'est la valeur du courant de génération dans la région de charge d'espace. Il est directement proportionnel au volume de la charge d'espace et s'écrit:

$$I_g = q A_j \frac{n_i}{2\tau} \delta$$

Il sera plus facile, afin de tracer la caractéristique inverse, d'exprimer I_g en fonction de sa valeur à l'équilibre thermodynamique. Il vient:

$$I_{g(v)} = I_{g(0)} \left(1 - \frac{V}{\Phi}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{avec } V \text{ compté en valeur algébrique.}$$

Le calcul donne $I_{g(0)} = 40,7 \cdot 10^{-12} \text{ A}$ ou $40,7 \text{ pA}$

À la limite du claquage, cette valeur vaut: $I_{g(-28V)} = 40,7 \cdot 10^{-12} \left(1 + \frac{27,31}{0,813}\right)^{\frac{1}{2}} = 1,41 \cdot 10^{-9} \text{ A}$

Résistance de la diode pour $V = -10 \text{ V}$.

Compte tenu des valeurs précédentes, on peut affirmer qu'en polarisation inverse, le courant correspond au courant de génération dans la charge d'espace. Son expression en fonction de la tension est:

$$I_g = q A_j \frac{n_i}{2\tau} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*} (\Phi - V)}$$

La résistance dynamique est obtenue en dérivant cette expression par rapport à la tension:

$$r = \frac{dV}{dI_g} = \frac{2\tau}{A_j n_i} \left(\frac{2N^*}{q\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} (\Phi - V)^{\frac{1}{2}}$$

Pour $V = -10 \text{ V}$ on obtient:

$r = 1,45 \cdot 10^{11} \Omega$ ce qui correspond à une résistance quasi infinie

Solution de l'exercice sur la jonction PN réelle

La capacité de transition vaut pour cette tension:
$$C_T = \frac{\varepsilon A_j}{\delta} = \frac{\varepsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\varepsilon(\bar{\Phi}-V)}{qN^*}}} = 8,610^{-12} F \text{ ou } 8,6 \text{ pF}$$

La résistance dynamique dans la zone d'avalanche est donnée par:
$$r = \frac{\delta^2}{2\varepsilon A_j v_{th}}$$

La dimension de la charge d'espace correspond à une tension de 27,31 V et vaut: 1,87 μm .

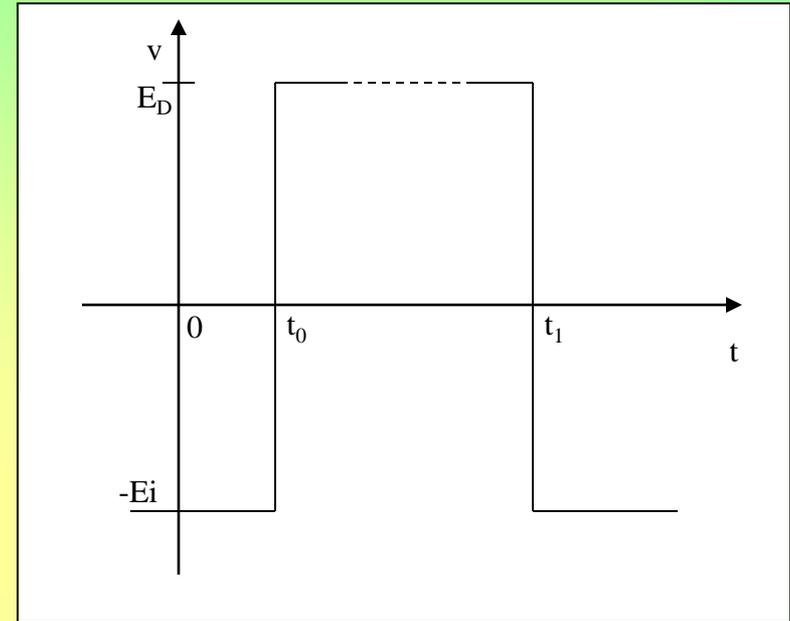
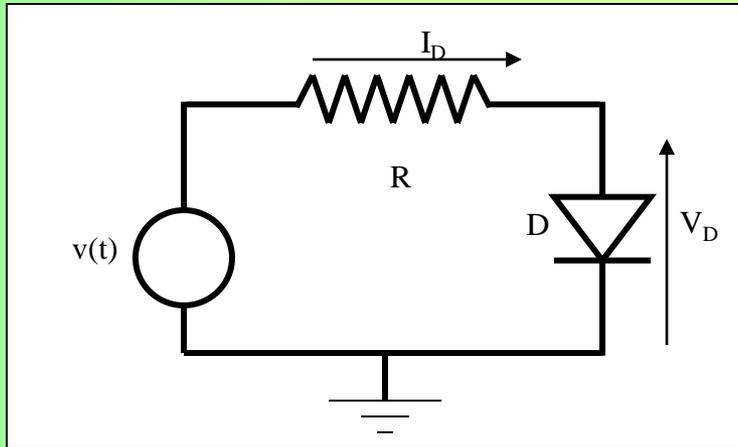
La résistance vaut donc: 1,75 Ω .

On peut donc, compte tenu de ces différentes valeurs, tracer la caractéristique réelle de la diode.

La jonction P N en régime de commutation.

Réponse à un signal carré

Considérons le circuit représenté sur la figure ci-dessous auquel on applique un signal carré du type de celui représenté ci contre.



Nous allons chercher à établir les équations permettant de représenter les évolutions de la tension aux bornes de la diode et du courant dans cette dernière en fonction du temps. Pour ce, il est nécessaire de pouvoir modéliser la diode dans les différentes phases du processus de commutation:

- 1°)- $t < t_0$; $v(t) = -E_i$ – la diode est bloquée.
- 2°)- $t_0 - \varepsilon < t < t_0 + \varepsilon$; $v(t)$ passe de $-E_i$ à E_D – la diode passe d'un état bloqué à un état conducteur.
- 3°)- $t_0 < t < t_1$, $v(t) = E_D$ – la diode est conductrice.
- 4°)- $t_1 - \varepsilon < t < t_1 + \varepsilon$; $v(t)$ passe de E_D à $-E_i$ – la diode passe d'un état conducteur à un état bloqué.

Il faut donc modéliser notre circuit dans chacune de ces phases.

La jonction P N en régime de commutation.

1°)- La diode est bloquée.

Dans cette phase, $t < t_0$, la diode étant bloquée, le courant dans le circuit est nul. La tension se retrouve donc entièrement aux bornes de la diode. Cette dernière peut se représenter par sa capacité de transition qui s'écrit:

$$C_T = \frac{\varepsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*}(\bar{\Phi} + E_I)}}$$

La modélisation du circuit correspond alors à une résistance R en série avec une capacité C_T . C'est donc ce modèle qui va être la base de l'étude qui suit.

2°)- La diode se débloque.

Le passage de l'état bloqué à l'état conducteur va se faire en deux phases.

- Une première phase pendant laquelle la diode sera toujours bloquée. Elle correspond à la charge de la capacité de transition et existera durant le temps pendant lequel la tension aux bornes de la diode sera comprise entre $-E_i$ et la tension de seuil V_0 de la diode ($V_0 \sim 0,6$ V).
- Une deuxième phase pendant laquelle la diode sera conductrice.

Dans la première phase de la commutation, la tension d'entrée va passer, de manière quasi instantanée, de la valeur $-E_i$ à la valeur E_D . La capacité de la charge d'espace va donc évoluer en fonction du temps puisque la tension aux bornes de la diode va suivre la tension d'entrée tout au moins tant que la diode sera bloquée.

Cette évolution de la tension entraîne une évolution de la capacité qui varie donc avec le temps. Doit-on prendre en compte la capacité au départ (pour $v(t) = -E_i$), à la fin de la période de blocage ($v(t) = V_0$)...; pour pouvoir faire un calcul de manière relativement simple, on calcule une valeur moyenne de la capacité pendant cette période de blocage. Celle-ci s'exprime par une relation qui s'écrit:

La jonction P N en régime de commutation.

$$\langle C_T \rangle = \frac{1}{E_i + V_0} \int_{-E_i}^{V_0} \frac{\varepsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*}(\bar{\Phi} - V)}} dV$$

$$\text{qui s'écrit: } \langle C_T \rangle = \frac{1}{E_i + V_0} \frac{\varepsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*}}} \int_{-E_i}^{V_0} (\bar{\Phi} - V)^{-\frac{1}{2}} dV = \frac{1}{E_i + V_0} \frac{\varepsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*}}} \left[-2(\bar{\Phi} - V)^{\frac{1}{2}} \right]_{-E_i}^{V_0}$$

on obtient donc:

$$\langle C_T \rangle = \frac{1}{E_i + V_0} \frac{2\varepsilon A_j}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{qN^*}}} \left[(\bar{\Phi} + E_i)^{\frac{1}{2}} - (\bar{\Phi} - V_0)^{\frac{1}{2}} \right]$$

Tout se passe donc comme si on avait un circuit R C aux bornes duquel on applique un signal variant de $-E_i$ à E_D . La capacité C_T va donc se charger à travers la résistance R suivant une loi du type:

$$V_{D(t)} = A e^{-\frac{t}{R C_T}} + B$$

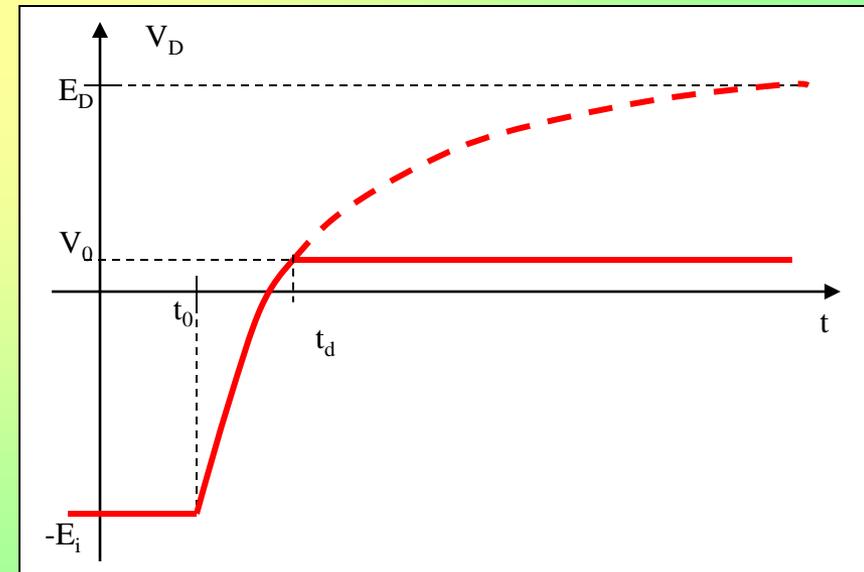
A et B sont déterminées à partir des conditions initiales et finales qui sont:

$$\text{pour } t \leq t_0, V_{D(t_0)} = A + B = -E_i$$

$$\text{pour } t \Rightarrow \infty, V_{D(\infty)} = B = E_D \Rightarrow A = -(E_D + E_i)$$

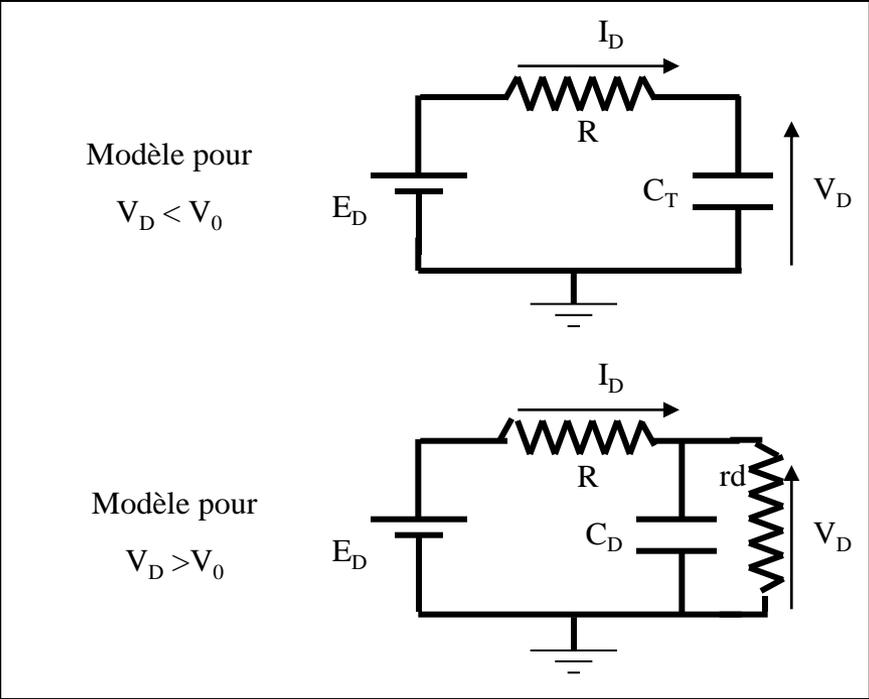
$$\text{Donc,, } V_{D(t)} = -(E_D + E_i) e^{-\frac{t}{R C_T}} + E_D$$

Mais, dès que la tension aux bornes de la diode atteint V_0 , celle-ci se met à conduire et impose à ses bornes une tension constante. Le modèle devient celui de la diode polarisée en direct.

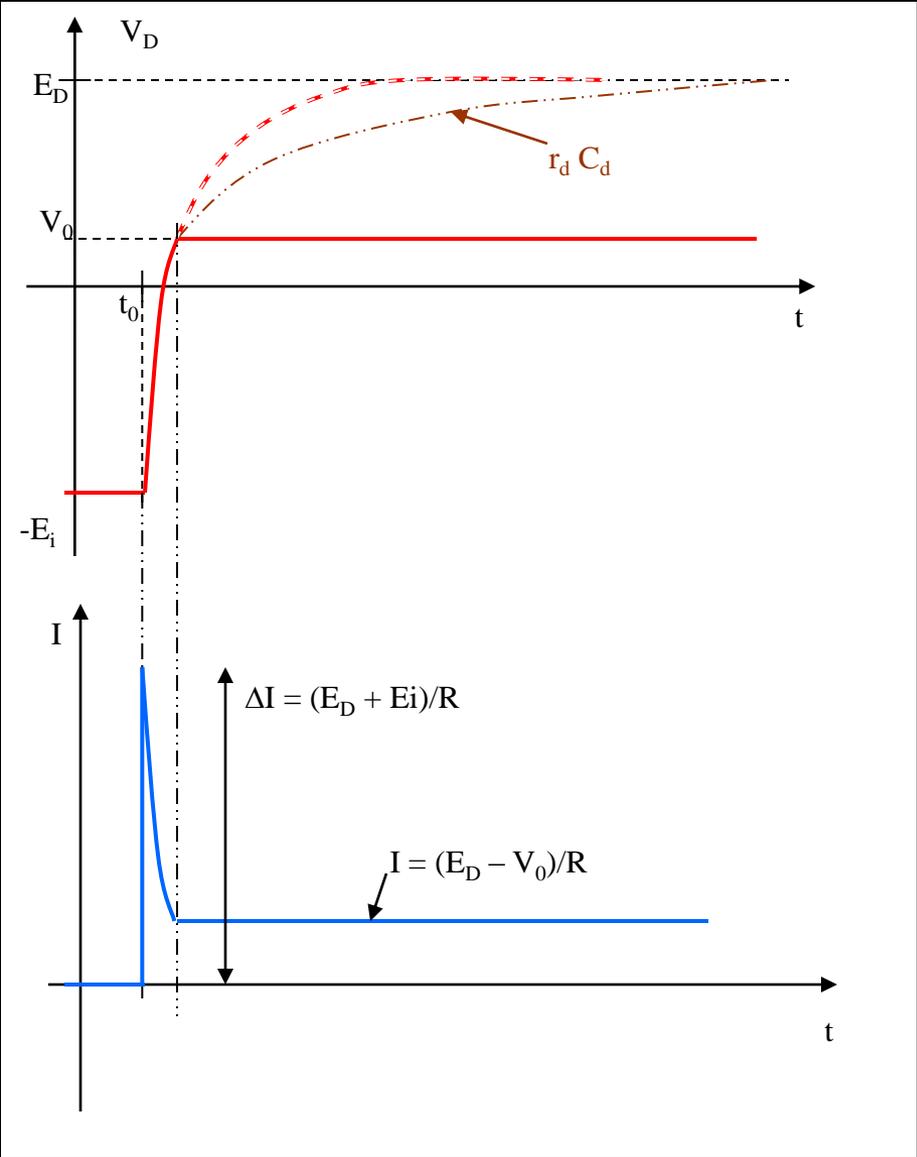


La jonction P N en régime de commutation.

La diode va donc mettre un temps $t_d - t_0$ avant de conduire. Ce temps est généralement appelé « temps de délai ». A partir de là, le modèle de la diode devient constitué de la résistance dynamique et de la capacité de diffusion. Tout se passe comme si cette capacité C_D se chargeait à la valeur E_D .



Nous pouvons, dans un même temps tracer la variation du courant. Lorsque la tension d'entrée passe de $-E_i$ à E_D , la capacité se comporte comme un court circuit. Le courant est donc maximum et vaut $(E_i + E_D)/R$. La capacité va ensuite se charger et le courant va décroître jusqu'à $(E_D - V_0)/R$.



La jonction P N en régime de commutation.

3°)- La diode conduit.

Nous venons de voir que, lorsque la diode conduit, elle peut être représentée par son modèle équivalent en polarisation directe c'est à dire, la capacité de diffusion en parallèle avec la résistance dynamique. Cette capacité de diffusion a emmagasiné une charge qui correspond à la tension E_D . Le courant qui circule dans la diode permet de calculer la valeur de la résistance dynamique.

Le système est stable tant que la tension d'entrée n'évolue pas.

4°)- La diode se bloque.

Comme pour le déblocage, le blocage de la diode va s'opérer en deux phases.

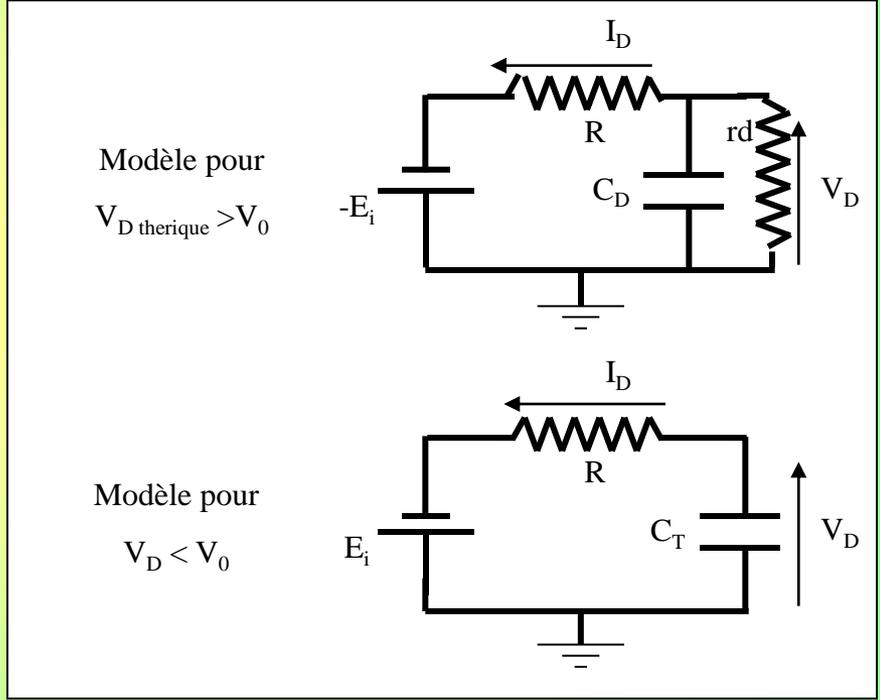
Une première pendant laquelle la diode va se comporter comme un générateur. Cette phase va lui permettre d'évacuer les charges stockées par la capacité de diffusion. Le courant va donc s'inverser alors que la tension conservera la même valeur.

Cette phase va durer tant que la charge stockée n'aura pas été complètement évacuée c'est-à-dire tant que la tension qui existerait théoriquement aux bornes de la capacité de diffusion sera supérieure à V_0 .

Pendant toute cette phase, le courant va demeurer constant et égal à:

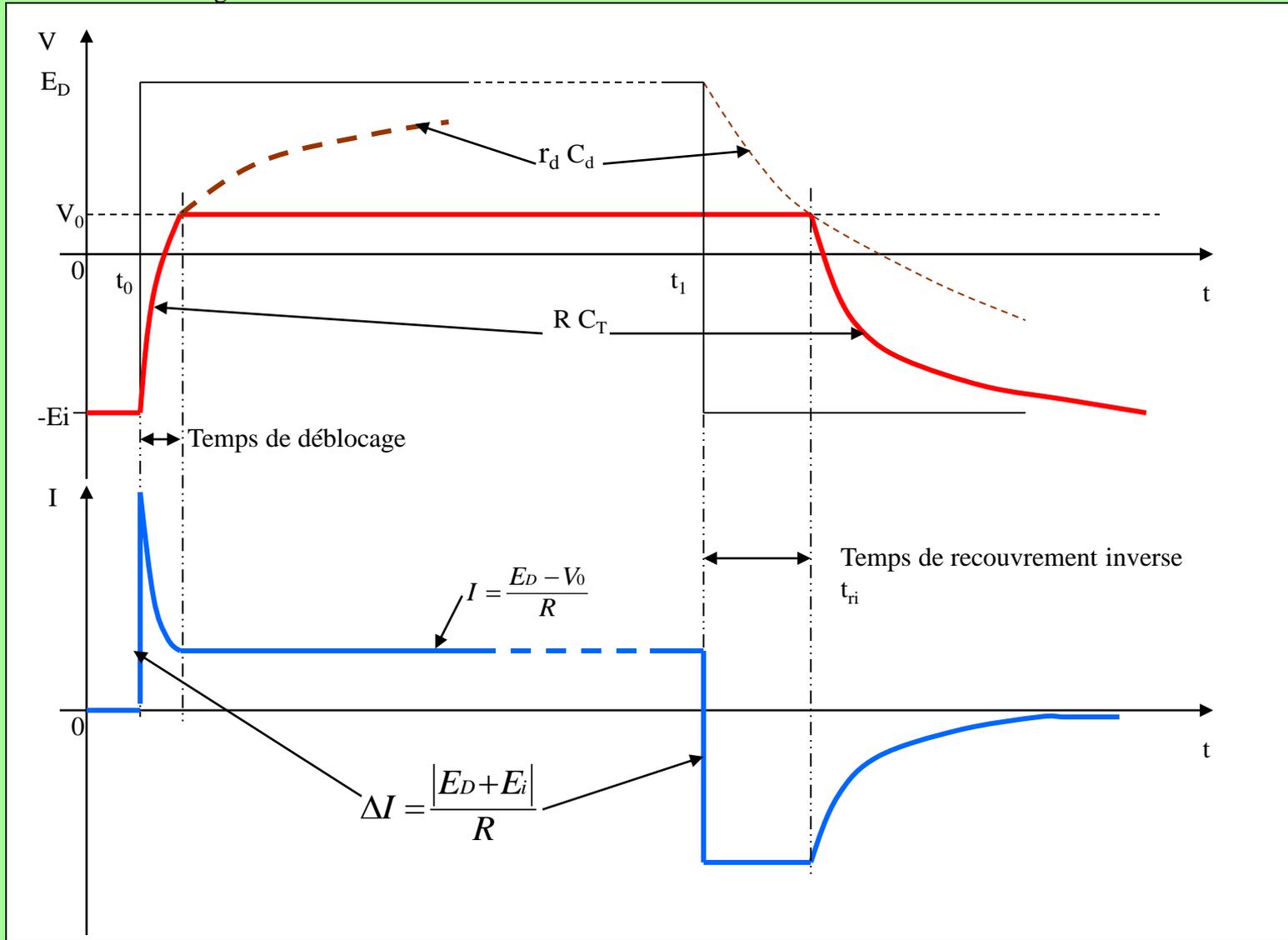
$I = -(V_0 + E_i)/R$. la variation de courant à l'instant où la tension d'entrée commute de E_D à E_i sera la même que lors de la commutation de $-E_i$ à E_D .

Dès que la tension théorique aux bornes de la diode devient égale à V_0 , la diode se bloque. Le modèle redevient celui du fonctionnement en inverse c'est à dire la capacité de transition. La fin du processus de commutation correspond à la décharge de la capacité de transition qui va passer de V_0 à $-E_i$. Le courant va alors tendre exponentiellement vers 0.



La jonction P N en régime de commutation.

On peut résumer tout ceci sur la figure ci-dessous.



Les applications de la diode.

1°)- Le redressement

De loin la plus importante des applications de la diode. Elle est liée au fait que, dans tout système électronique, l'alimentation est toujours une tension continue. Or, la distribution de puissance se fait sous forme alternative. Il sera donc nécessaire de convertir les signaux alternatifs en signaux continus.

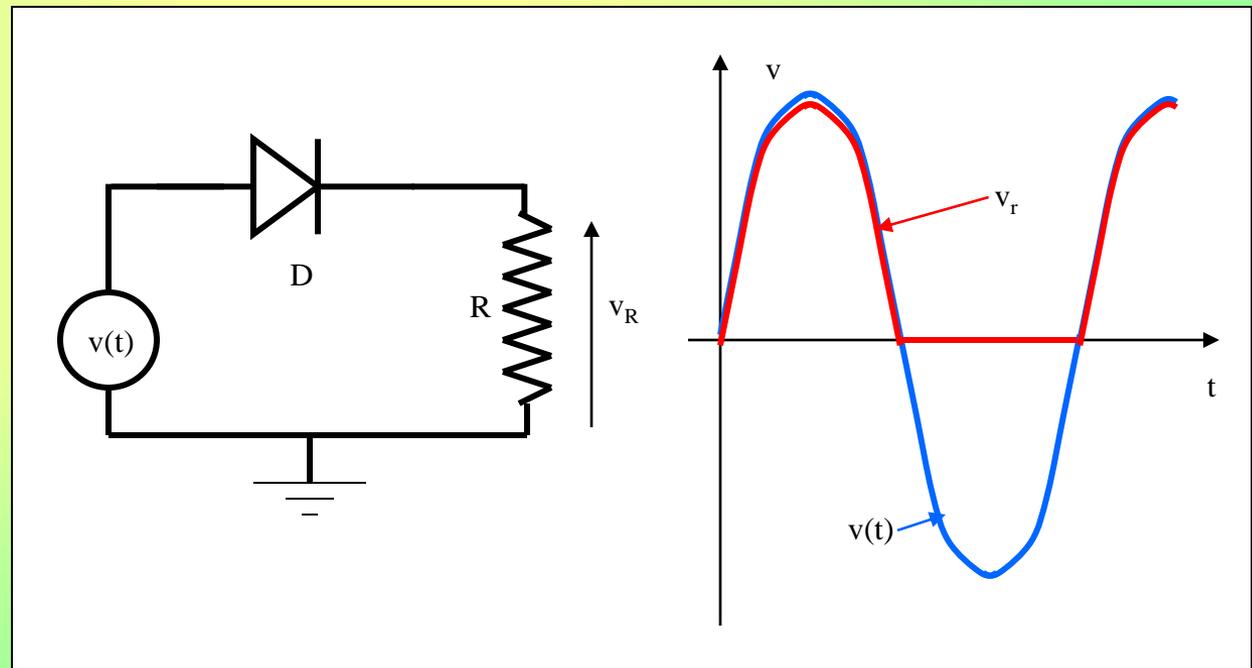
La tension alternative dont on dispose est à valeur moyenne nulle donc, ne présente pas de composante continue. Il va donc falloir, dans un premier temps faire en sorte d'obtenir un signal à valeur moyenne non nulle. C'est le but de l'opération de redressement.

Pour ce, nous allons utiliser une diode qui possède une caractéristique $I(V)$ non linéaire. Cette dernière va se comporter comme un interrupteur et laissera passer le courant pendant l'alternance de tension qui la rendra conductrice. On obtiendra ainsi une tension redressée mono alternance qui présente une valeur moyenne.

Si nous appliquons un signal sinusoïdal $v(t)$ à l'entrée du montage représenté ci contre, la diode sera conductrice si la tension d'entrée est supérieure à sa tension de seuil c'est à dire sensiblement 0,6 V.

La tension de sortie v_r suivra donc la tension d'entrée avec un décalage de 0,6 V tant que celle ci sera supérieure au seuil.

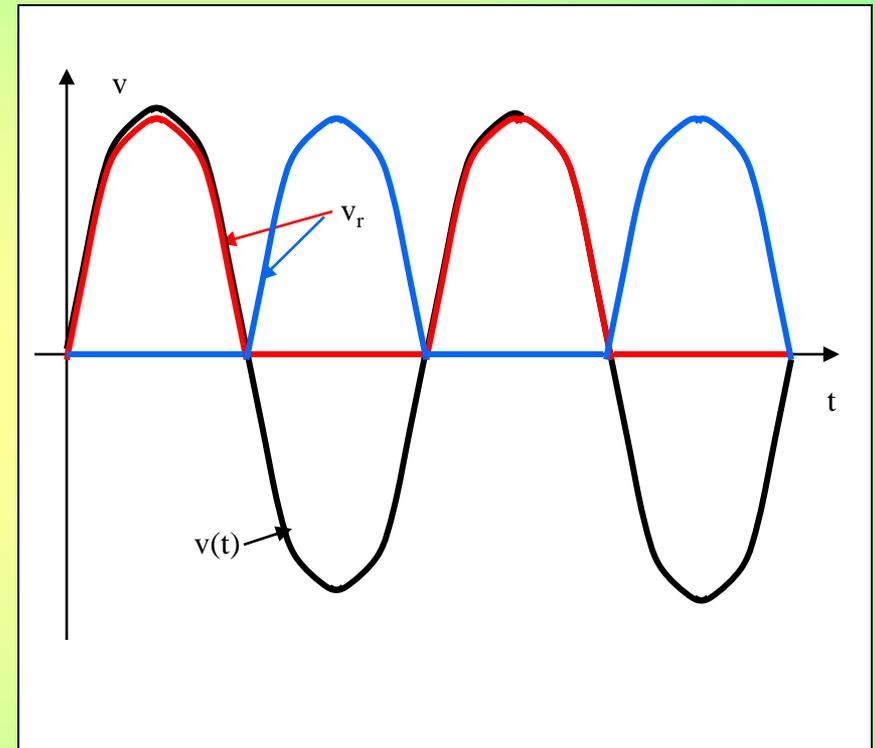
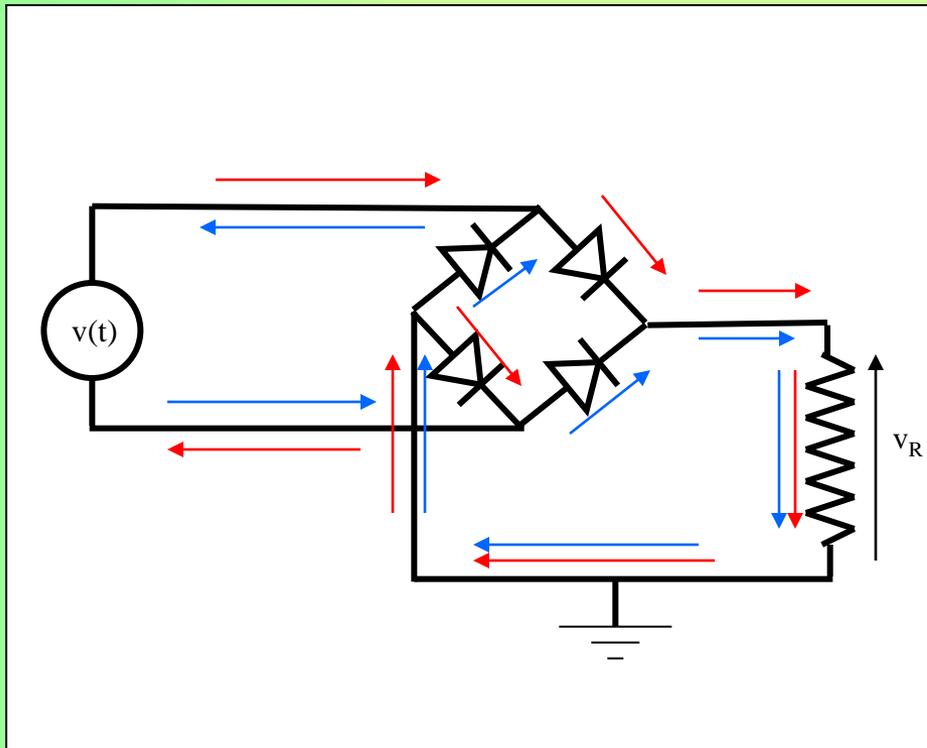
Dès que l'entrée passe au dessous du seuil, le courant s'annule et la tension de sortie est nulle. On obtient donc un signal redressé mono alternance présentant une valeur moyenne.



Les applications de la diode.

Redressement double alternance, pont de Graëtz.

Le redressement simple alternance présentant un rendement faible, on a fait évoluer le système afin de le rendre plus efficace. On a donc substitué à la simple diode un ensemble de quatre diodes montées en pont. Ce montage est représenté ci dessous.



On obtient donc une amélioration notable du rendement. Ce système est utilisé dans tous les redresseurs; on lui adjointra une capacité en parallèle avec la résistance afin d'obtenir une valeur quasi continue ainsi qu'un ensemble de régulation permettant de compenser instantanément des variations pouvant apparaître au niveau de l'utilisation. Ce montage est la base des alimentations stabilisées.

Les applications de la diode.

2°)- Logiques à diodes.

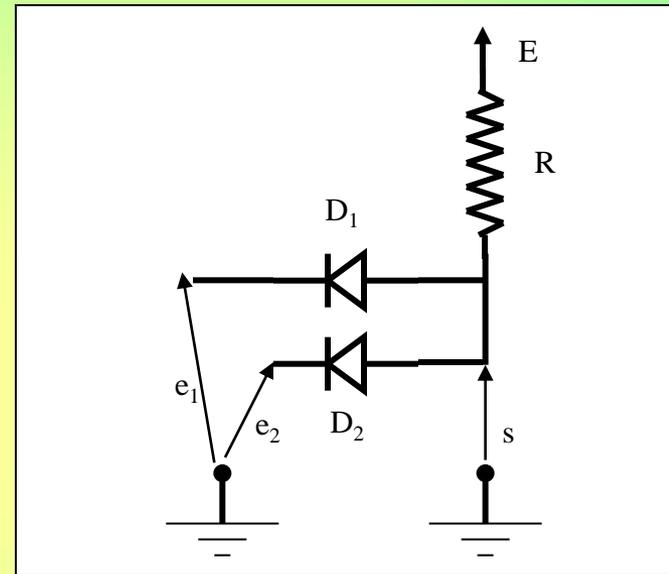
Très utilisées dans les années 1960, elles sont tombées en désuétude avec le développement des circuits intégrés, mais le principe de base subsiste notamment dans les logiques TTL qui en sont une évolution. Le principe de base est représenté sur le schéma suivant:

Les tensions e_1 et e_2 sont des signaux logiques dont les valeurs sont $+5\text{ V}$ et -5 V .

La tension d'alimentation E est égale à 10 V et la résistance R vaut $1\text{ k}\Omega$. Nous allons déterminer les états possibles de la sortie afin de définir quelle est la fonction logique ainsi réalisée. Pour ce, il faut prendre en compte quatre états possibles de entrées:

- $e_1 = e_2 = +5\text{ V}$
- $e_1 = e_2 = -5\text{ V}$
- $e_1 = +5\text{ V}, e_2 = -5\text{ V}$
- $e_1 = -5\text{ V}, e_2 = +5\text{ V}$

Les deux derniers cas sont identiques; nous avons donc trois cas à analyser.



1°)- $e_1 = e_2 = +5\text{ V}$; les deux diodes conduisent car la tension à leurs bornes est théoriquement supérieure à $0,6\text{ V}$ ($+5\text{ V}$ sur la cathode et $+10\text{ V}$ sur l'anode). La tension de sortie est donc égale à la tension d'entrée décalée de $0,6\text{ V}$ soit: $s = 5,6\text{ V}$ (« 1 » logique).

2°)- $e_1 = e_2 = -5\text{ V}$; les deux diodes conduisent car la tension à leurs bornes est théoriquement supérieure à $0,6\text{ V}$ (-5 V sur la cathode et $+10\text{ V}$ sur l'anode). La tension de sortie est donc égale à la tension d'entrée décalée de $0,6\text{ V}$ soit: $s = -4,4\text{ V}$ (« 0 » logique).

3°)- $e_1 = +5\text{ V}, e_2 = -5\text{ V}$ où $e_1 = -5\text{ V}, e_2 = +5\text{ V}$

Il va falloir, dans ce cas faire une hypothèse sur l'état des diodes. Trois cas sont possibles:

Les applications de la diode.

- Les deux diodes sont bloquées → cette hypothèse est irréaliste compte tenu de ce qui vient d'être écrit (tension > 0,6 V).
- Les deux diodes conduisent → les anodes sont communes (même potentiel) il est donc impossible que deux diodes ayant des tensions différentes sur leurs cathodes puissent être conductrices simultanément.
- L'une conduit l'autre est bloquée; c'est la seule hypothèse plausible. La diode qui conduit sera celle qui a la tension maximum à ses bornes, c'est à dire celle sur laquelle on applique la tension de -5 V. On vérifie rapidement que la sortie vaut alors -4,4 V ce qui correspond bien à un blocage pour l'autre. La sortie est alors au « 0 » logique.

La table de vérité qui en découle est donc

e_1	e_2	s
0	0	0
1	1	1
0	1	0
1	0	0

La fonction ainsi réalisée correspond à une fonction « **et** ».

$$s = e_1 \text{ et } e_2 = e_1 * e_2$$

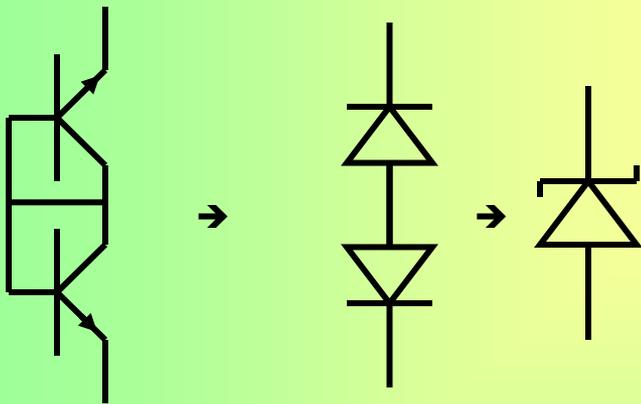
Les applications de la diode.

3°)- Les diodes spéciales.

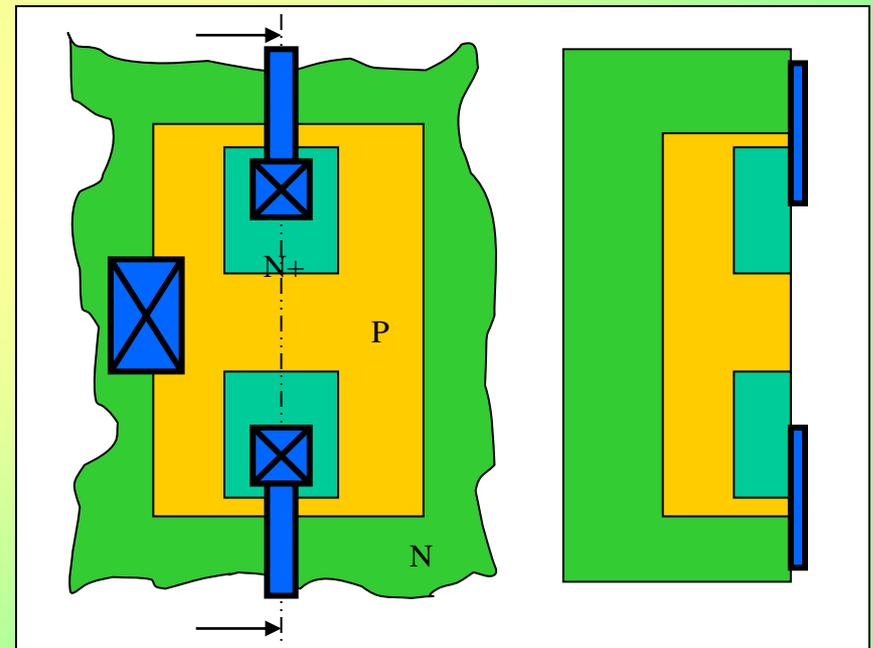
La diodes Zener.

Lors de l'étude du claquage des diodes, nous avons montré qu'au voisinage de la tension de claquage, la tension augmentait très rapidement pour de très faibles variations de tension. On dispose alors d'une quasi référence de tension à la condition de contrôler le phénomène afin d'éviter un emballement thermique qui serait destructif pour le composant.

Ce phénomène est de très bonne qualité pour des dopages correspondant à des tensions de claquage situées entre 5 et 6 V. De plus, on associe souvent une diode en direct avec une diode « zener ». Ceci présente un avantage important car l'effet zener présente un coefficient de température positif alors que pour une diode en direct, le coefficient de température est négatif. On a donc des dispositifs parfaitement stables en température. Il suffira pour ce de réaliser deux jonctions en série. La figure suivante montre la réalisation d ce dispositif.



Diode zener compensée en température et sa réalisation technologique



Les diodes zener existent en différentes tensions.

Pour des tensions importantes de l'ordre de la dizaine de volts et plus, on utilise plusieurs diodes en série montées dans un même boîtier.

Les applications de la diode.

La diodes « Varicap ».

Les diodes de type « Varicap » (diodes à capacité variable) sont des diodes conçues pour amplifier fortement la variation de capacité en fonction de la tension inverse appliquée. Elles sont donc basées sur la variation de la dimension de charge d'espace en fonction de la tension appliquée.

Pour amplifier le phénomène, on utilise des dopages dont le profil est tel que la dimension varie de façon maximale pour une variation de tension donnée. Ces profils varient généralement suivant des fonctions du type hyperboliques. On parle de jonctions hyper-abruptes. Ces dispositifs sont souvent utilisés pour piloter des oscillateurs dont on fait dériver la fréquence, au rythme d'un signal basse fréquence, autour d'une fréquence centrale (modulation de fréquence).

La représentation symbolique est montrée ci contre.



Le montage classique d'utilisation est représenté ci dessous.

