Manipulation 2

Charge et décharge du condensateur

Adrien Dewandre, février 2008

2.1 Notions préliminaires

UN CONDENSATEUR est un composant électrique servant à stocker les charges. Il est constitué de deux corps conducteurs (appelés armatures) séparés par un isolant électrique. Quand on applique entre les armatures d'un condensateur de capacité C, une différence de potentiel V, il acquiert une charge $+Q$ sur une plaque et $-Q$ sur l'autre telle que $Q = CV$.

La capacité C est donc une caractéristique propre à chaque condensateur qui chiffre sa *capacité* à stocker des charges. Elle dépend entre autres du diélectrique présent entre les armatures (air, papier, mica, quartz, eau, alcool éthylique,...).

Le condensateur, après avoir été déconnecté de la source qui l'a chargé, peut se décharger à travers le circuit dit « de décharge ».

2.1.1 Charge du condensateur

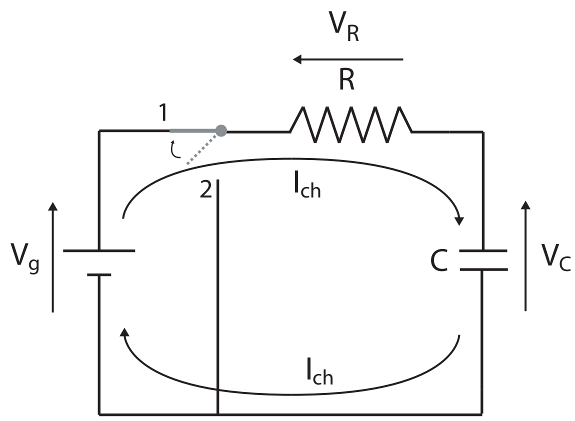

FIG. 2.1 – Charge du condensateur à travers la résistance R.

Supposons qu'au temps $t = 0$ le condensateur est déchargé (pas d'excès de charge + ou - sur ses plaques) et que l'on ferme l'interrupteur sur le schéma de la figure 2.1 (interrupteur en position 1). Les charges positives du générateur[1] sont alors attirées par le condensateur à un potentiel inférieur et viennent s'accumuler sur sa plaque +. Cet excès de charges + repousse les charges + présentes sur la plaque opposée où apparaît alors un excès de charges -. Ces charges + repoussées vont rejoindre la borne - du générateur. **Donc, même si des charges ne traversent pas l'espace entre les plaques du condensateur, un courant $\mathbf{I_{ch}}$ s'installe dans le circuit RC.**

Au fur et à mesure que le condensateur se charge, la tension à ses bornes augmente et la différence de potentiel entre la borne + du générateur et celle du condensateur diminue. Les charges sont donc de moins en moins attirées et la charge ralentit. Lorsque ces deux tensions finissent par devenir égales, le mouvement des charges s'arrête : le condensateur est chargé. La différence de potentiel aux bornes du condensateur vaut alors $V_C = V_g = V_0$ et le courant dans le circuit est nul. **Intuitivement, on s'attend donc à une augmentation de la différence de potentiel aux bornes de C très rapide au début puis de plus en plus lente.**
Graphiquement, on doit s'attendre à une évolution de la tension aux bornes du condensateur telle que celle esquissée à la figure 2.2.

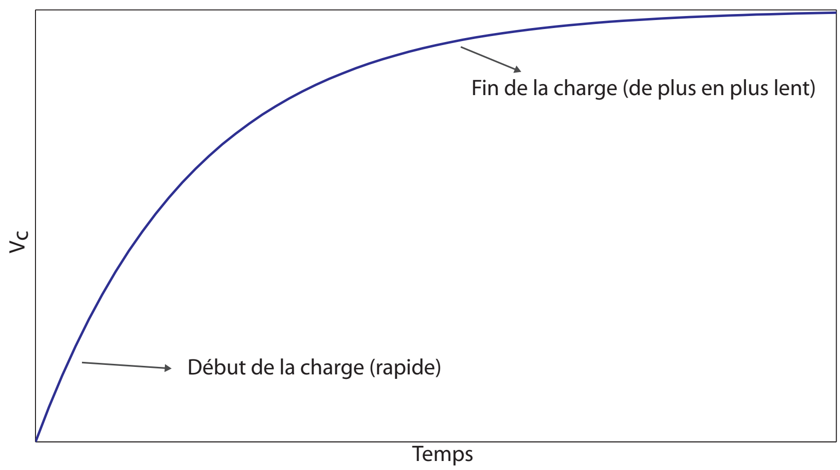

FIG. 2.2 – Esquisse du graphe de la charge d'un condensateur.

Pour nous en convaincre, étudions plus rigoureusement le circuit de la figure 2.1. Le générateur est relié au circuit et sa tension $V_g = V_0$. La différence de potentiel aux bornes du générateur correspond à la somme des chutes de potentiel entre les bornes de la résistance et entre les armatures du condensateur. On a donc

$$V_0 = V_C + V_R. \tag{2.1}$$

Détaillons les termes du membre de droite de cette équation. Par définition de C, $Q = V_C\,C$ où Q est la charge du condensateur et C sa capacité (exprimée en farads) tandis que la loi d'Ohm nous dit que $V_R = IR$. Finalement on a donc

$$V_0 = RI + \frac{Q}{C} \tag{2.2}$$

[1]En réalité ce sont des charges négatives, les électrons, qui se déplacent, mais suivant la convention utilisée en électricité nous allons considérer un déplacement de charges positives dans le sens opposé.

Notons que C, V_0 et R sont des constantes tandis que Q et I varient en fonction du temps. En dérivant les deux membres de cette équation, on obtient

$$\frac{dV_0}{dt} = 0 = R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C}. \tag{2.3}$$

Soit

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I, \tag{2.4}$$

c'est-à-dire que le taux de variation de I en fonction du temps est proportionnel à la valeur de I. On trouve donc pour I une loi de décroissance naturelle et une fonction exponentielle (voir cours de Connaissances fondamentales) donnée par

$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}, \tag{2.5}$$

où I_0, le courant maximum qui passe dans le circuit (quand $t = 0$) est à déterminer. À l'instant initial, le condensateur est déchargé (tension nulle à ses bornes). Toute la tension du générateur $V_g = V_0$ se retrouve donc aux bornes de la résistance et on a $V_0 = RI_0$ ou $I_0 = V_0/R$. En injectant les résultats précédents dans l'équation (2.1) on obtient pour la tension aux bornes du condensateur

$$V_C = V_0 - R\frac{V_0}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{2.6}$$

Finalement, on trouve les équations de la charge pour la tension aux bornes du condensateur

$$\boxed{V_C(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}, \tag{2.7}$$

et pour le courant dans le circuit

$$\boxed{I(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}.} \tag{2.8}$$

On définit le *temps de demi-vie de la charge* $\mathbf{T_{1/2}}$ comme le temps nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur atteigne la moitié de sa valeur maximale.
Notons que $T_{1/2}$ est aussi le temps pour que $V_0/2$ devienne $3V_0/4$, c'est-à-dire pour que la distance à V_0 soit à nouveau réduite de moitié etc.

? **Q.1 :** *Positionnez ce temps de demi-vie de charge sur le graphe de la courbe de charge de la page suivante. À partir de l'équation (2.7), établissez une expression pour $T_{1/2}$ de la charge en fonction de R et de C.*

On définit la constante de charge τ comme le temps après lequel la tangente à l'origine de la courbe de charge coupe la droite $\mathbf{V_C = V_0}$.
Pour schématiser la charge du condensateur, on se contente souvent de dessiner la tangente à l'origine et la droite $V_C = V_0$.

? **Q.2 :** *Positionnez τ sur le graphe de la courbe de charge de la figure ci-dessous et tracez la tangente à l'origine. À partir de l'équation (2.7), montrez que $\tau = RC$.*

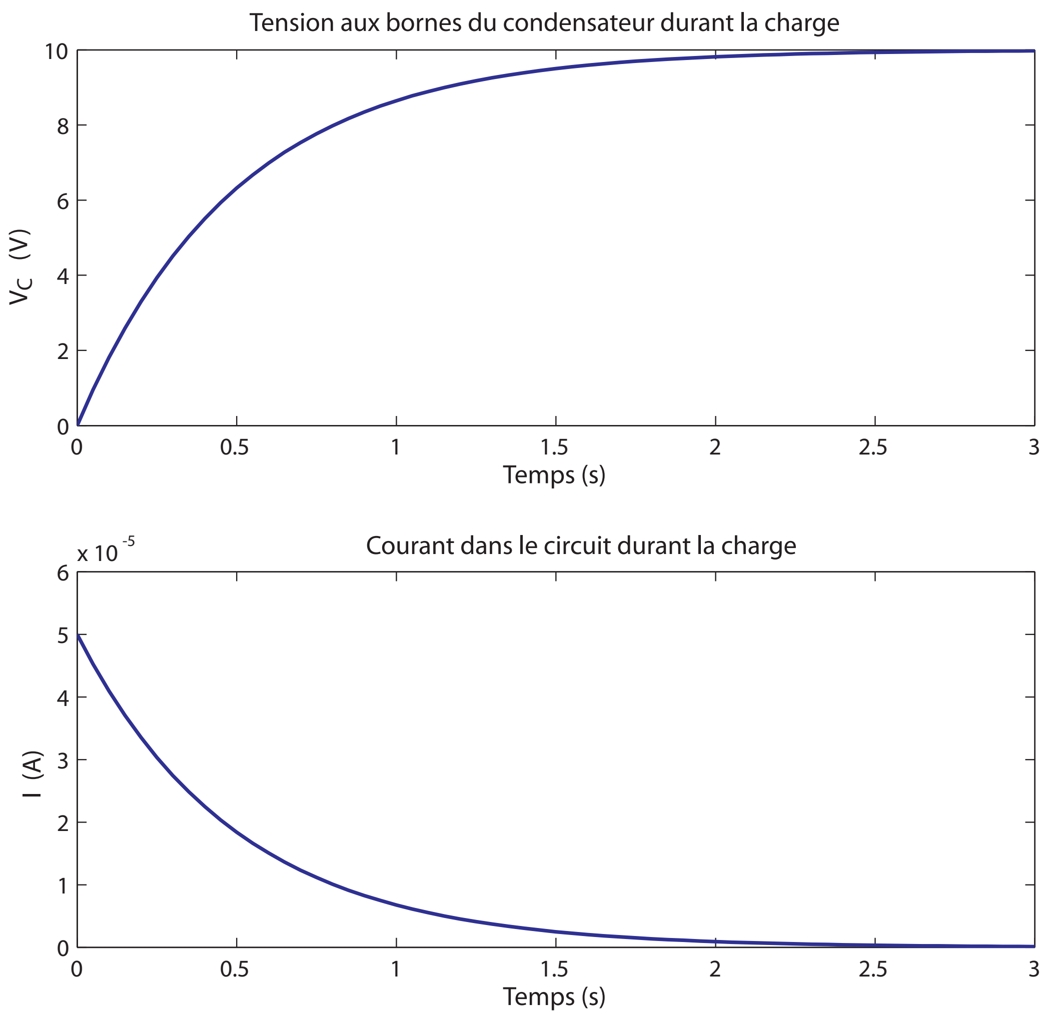

FIG. 2.3 – Charge du condensateur. $V_0 = 10V$, $R = 50k\Omega$, $C = 10\mu F$.

2.1.2 Décharge du condensateur

Supposons maintenant qu'au temps $t = 0$ le condensateur est chargé (une tension $V_C = V_0$ est donc appliquée à ses bornes) et que l'on modifie la position de l'interrupteur, comme sur le schéma de la figure 2.4 (interrupteur en position 2). Le générateur n'intervient plus car la branche du circuit dans laquelle il se trouve est ouverte. Les charges + de la plaque supérieure vont traverser la résistance R et aller neutraliser une charge - de l'autre plaque jusqu'à ce que le condensateur soit complètement déchargé (plus de charge nette sur les plaques).

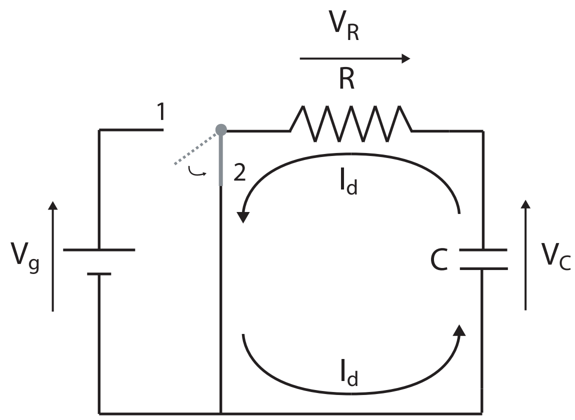

FIG. 2.4 – Décharge du condensateur à travers la résistance R.

On peut à nouveau analyser le phénomène à partir de l'équation pour le potentiel dans le circuit de droite de la figure 2.4 et on obtient finalement

$$V_C(t) = V_0\, e^{-\frac{t}{RC}}, \qquad (2.9)$$

$$I(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}. \qquad (2.10)$$

On définit le *temps de demi-vie de la décharge* $\mathbf{T_{1/2}}$ comme le temps nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur diminue de moitié.
$T_{1/2}$ est aussi le temps pour que $V_0/2$ devienne $V_0/4$, c'est-à-dire pour que la distance à l'origine soit à nouveau réduite de moitié etc.

? **Q.3 :** *Positionnez $T_{1/2}$ sur le graphe de la courbe de décharge. À partir de l'équation (2.9) établissez une expression pour $T_{1/2}$ en fonction de R et C. Comparez-la à celle obtenue pour la charge.*

On définit le temps de décharge $\tau = RC$ comme le moment où la tangente à l'origine de la courbe de décharge coupe la droite $\mathbf{V_C = 0}$.
Pour schématiser la décharge du condensateur, on se contente souvent de dessiner la tangente à l'origine et la droite $V_C = 0$.

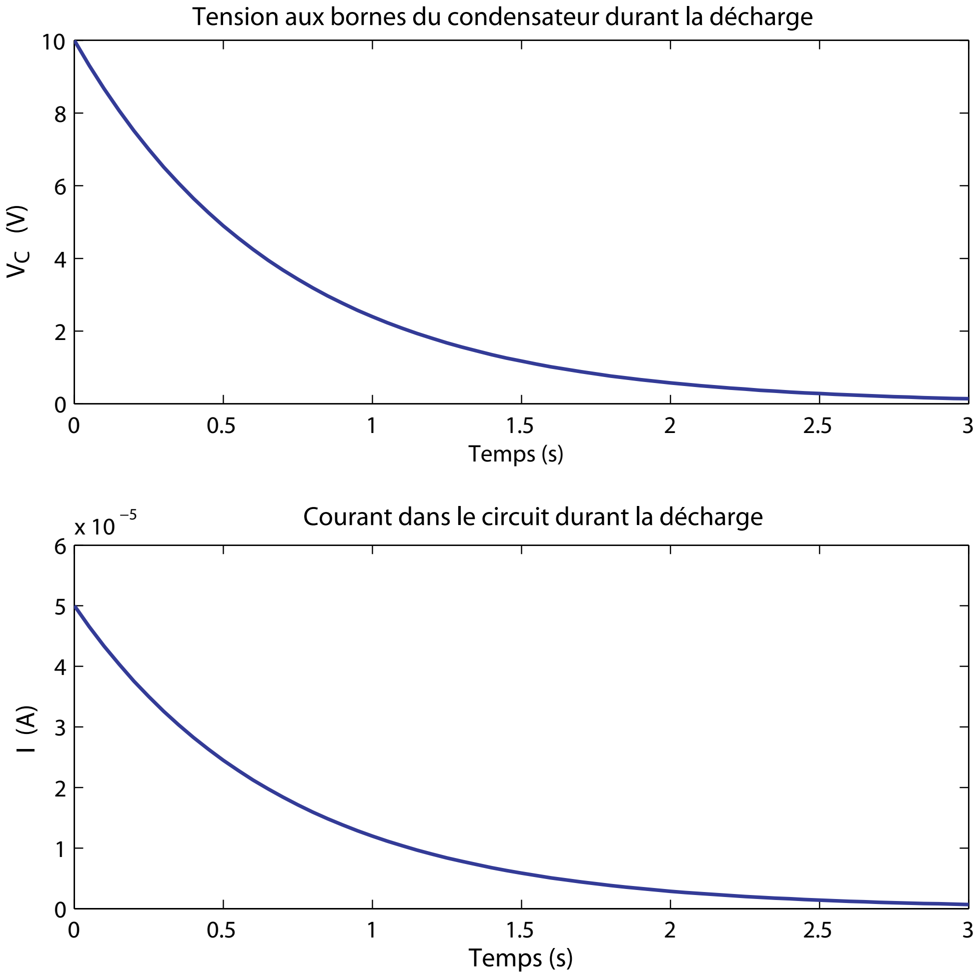

FIG. 2.5 – Décharge du condensateur. $V_0 = 10V$, $R = 30k\Omega$, $C = 10\mu F$.

? **Q.4 :** *Représentez la tangente à l'origine sur le graphe de la décharge en tension. Identifiez le temps de décharge* τ.

2.2 Étude expérimentale de la charge et de la décharge

Un générateur de fonctions est utilisé pour générer un signal de tension **en créneaux** qui va alimenter le condensateur au travers d'une résistance (voir figures 2.6 et 2.7). **Ce générateur joue le rôle d'un interrupteur qui s'ouvrirait et se fermerait périodiquement**. Lorsque la tension $V_g = V_0$ (plat supérieur du créneau), le condensateur se charge à travers R (interrupteur en position 1 de la figure 2.6 droite). Lorsque la tension $V_g = 0$ (plat inférieur du créneau), le condensateur se décharge **dans la même résistance R** (interrupteur en position 2 de la figure 2.7 droite). Donc avec une alimentation du circuit en créneaux, on doit s'attendre à observer une succession périodique de charges et décharges à travers R. Ce sont ces deux phénomènes que nous voulons étudier à l'aide de l'oscilloscope, en faisant varier la valeur des résistances et condensateurs afin de déterminer leur influence.

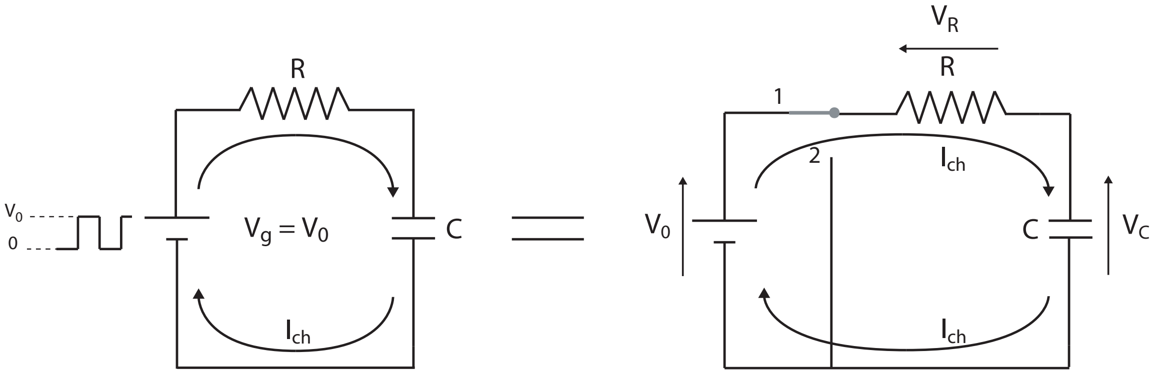

FIG. 2.6 – *À gauche* : circuit de charge d'un condensateur dans le cas d'une alimentation en créneaux. La tension est dans son alternance haute (tension constante V_0) et le condensateur se charge. *À droite* : circuit de charge d'un condensateur dans le cas d'une alimentation par une tension continue V_0. **Ces deux schémas sont équivalents !**

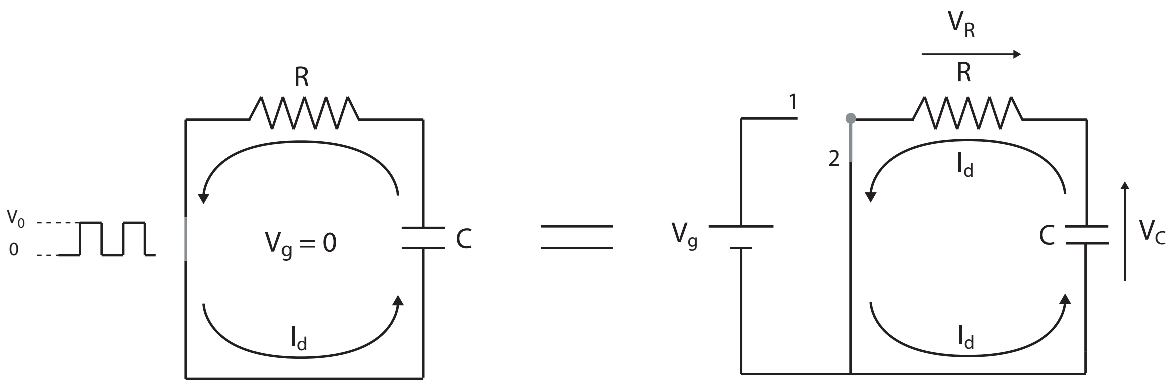

FIG. 2.7 – *À gauche* : circuit de décharge d'un condensateur dans le cas d'une alimentation en créneaux. La tension est dans son alternance basse (**tension nulle, ce qui revient à fermer le circuit par un fil**) et le condensateur se décharge. *À droite* : circuit de décharge d'un condensateur dans le cas d'une alimentation par une tension continue V_0. **Ces deux schémas sont équivalents !**

Partie pratique 1
Réalisez le montage permettant d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur de capacité comprise entre 100 nF et 1 μF avec R compris entre 10000 Ω et 100 000 Ω et connectez-y l'oscilloscope en veillant à ce que la masse des deux canaux soit commune. Le montage est alimenté par un signal en créneaux d'une fréquence d'une dizaine de hertz, de tension maximum (plat supérieur du créneau) égale à 5 volts et de tension minimum (plat inférieur du créneau) égale à 0 volt.

! **À CE STADE, CONTRÔLEZ SOIGNEUSEMENT VOTRE MONTAGE PUIS APPELEZ L'ASSISTANT POUR LE VÉRIFIER.**

? **Q.5 :** *Expliquez l'influence de la largeur du créneau (période du signal carré). À quelle condition va-t-on observer des signaux de charge et de décharge complets ?*

2.2.1 Étude du graphe de la décharge et de la charge

Effectuez les réglages nécessaires pour observer sur l'écran de l'oscilloscope un signal de décharge complet (asymptote proche d'une droite).

Ce signal obéit en théorie à une loi exponentielle. Afin de nous convaincre que notre expérience est en concordance avec la théorie, nous allons porter les points expérimentaux sur papier semi-logarithmique ou porter le logarithme de ces points sur papier linéaire. **Si la loi est vérifiée, ces graphes doivent être linéaires** (voir cours de Connaissances fondamentales).

? **Q.6 :** *Démontrez cette affirmation à partir de la loi de décharge du condensateur.*

? **Q.7 :** *À quelles caractéristiques du graphe correspondent la constante de charge τ et la tension initiale aux bornes du condensateur ?*

Partie pratique 2 (courbe de V_C durant la *décharge*)
- Relevez le plus précisément possible huit points sur la courbe de **décharge** et reportez les dans un tableau à deux colonnes (exemple page suivante).
- Tracez un graphe sur papier **semi-logarithmique** donnant la tension V_C en fonction du temps.
- Déterminez graphiquement la constante de charge τ et comparez-la à sa valeur théorique.

Pour mesurer le courant dans le circuit, il suffit de mesurer la tension aux bornes de R puis d'en déduire le courant par la loi d'Ohm.

Partie pratique 3 (courbe de I durant la *charge*)
- Relevez le plus précisément possible huit points sur la courbe de **charge** et reportez les dans un tableau à quatre colonnes (exemple page suivante).
- Tracez sur papier **linéaire** le graphe de $\ln I$ en fonction du temps.
- Déterminez graphiquement le courant maximum I_0 et comparez-le à sa valeur théorique.

V_C (V)	t (s)

V_R	t (s)	I (A)	$\ln \frac{I}{1\,\mathrm{A}}$

TAB. 2.1 – **À gauche** : tableau pour l'étude de la décharge. **À droite** : tableau pour l'étude de la charge.

2.2.2 Étude de l'influence de C et R sur la vitesse de la décharge

Nous allons étudier ici l'influence du condensateur et de la résistance sur le temps de demi-vie et donc sur la vitesse du processus de décharge.

Pour ne pas devoir retracer des graphes, nous allons cette fois déterminer **le temps de demi-vie** directement à l'écran de l'oscilloscope **en mesurant le temps nécessaire au passage de V_0 (tension initiale) à $V_0/2$.**

Partie pratique 4
Complétez un tableau (exemple ci-dessous) en choisissant judicieusement les valeurs des résistances et des condensateurs (mêmes plages de valeurs que dans la partie pratique 1) de façon à pouvoir répondre aux questions qui suivent.

C	**R**	**$T_{1/2}$**
C_1=	R_1=	$T_{1/2}$=
C_2=$2C_1$	R_2=R_1	$T_{1/2}$=
C_3=C_1	R_3=$2R_1$	$T_{1/2}$=
C_4=$2C_1$	R_4=$1/2\ R_1$	$T_{1/2}$=

? **Q.8 :** *Que se passe-t-il si on double la valeur de la capacité du condensateur ? Expliquez physiquement.*

? **Q.9 :** *Que se passe-t-il si on double la valeur de la résistance de décharge ? Expliquez physiquement.*

? **Q.10 :** *Que se passe-t-il si on double la valeur de la capacité du condensateur et que l'on divise par deux la valeur de la résistance ? Expliquez physiquement.*

? **Q.11 :** *Répondez aux questions 8-10 en observant cette fois l'évolution du* ***courant****. Est-ce compatible avec vos explications physiques ?*

Conclusion : le temps de décharge du condensateur est proportionnel à ...

2.2.3 Vérification des lois des condensateurs (série, parallèle)

Nous allons ici nous intéresser à la vérification des lois de groupements des condensateurs. On peut se servir de la charge d'un condensateur de capacité inconnue à travers une résistance connue pour déterminer la capacité du condensateur. **Il suffit de mesurer le temps de demi-vie de la charge puis d'en déduire la valeur de la capacité.** Nous allons mesurer la capacité de deux condensateurs placés en parallèle puis en série et examiner si les valeurs obtenues vérifient les lois théoriques de groupement de condensateurs.

Partie pratique 5
Compléter un tableau (exemple ci-dessous) en mesurant pour chaque décharge **deux** valeurs de $T_{1/2}$. Comparez $C_{\text{mesuré}}$ et $C_{\text{théorique}}$.

Condensateurs	$T_{1/2}$	$T_{1/2}$ moyen	$C_{\text{mesuré}}$	$C_{\text{théorique}}$	$\Delta C/C$
C_1 parallèle C_2					
C_1 série C_2					

2.2.4 Étude de l'influence de la résistance interne de l'oscilloscope

L'oscilloscope a une résistance interne $R_V = 1\,\text{M}\Omega$. Cette résistance est, en fait, en parallèle sur R. La décharge se fait donc à travers R_V et R.

Partie pratique 6
Observez la décharge d'un condensateur de capacité $C = 10\,\text{nF}$ dans une résistance $R = 1\,\text{M}\Omega$.
Mesurez $\mathbf{T_{1/2}}$ et expliquez la valeur obtenue.

2.3 Références

[1] Marc Haelterman. *Cours de physique générale.* ULB, 2007-2008.

[2] Douglas C. Giancoli. *Physique générale 2 : Électricité et magnétisme.* De Boeck Université, Bruxelles, 1993.

[3] Eugene Hecht. *Physique.* De Boeck Université, Paris, Bruxelles, 1999.