

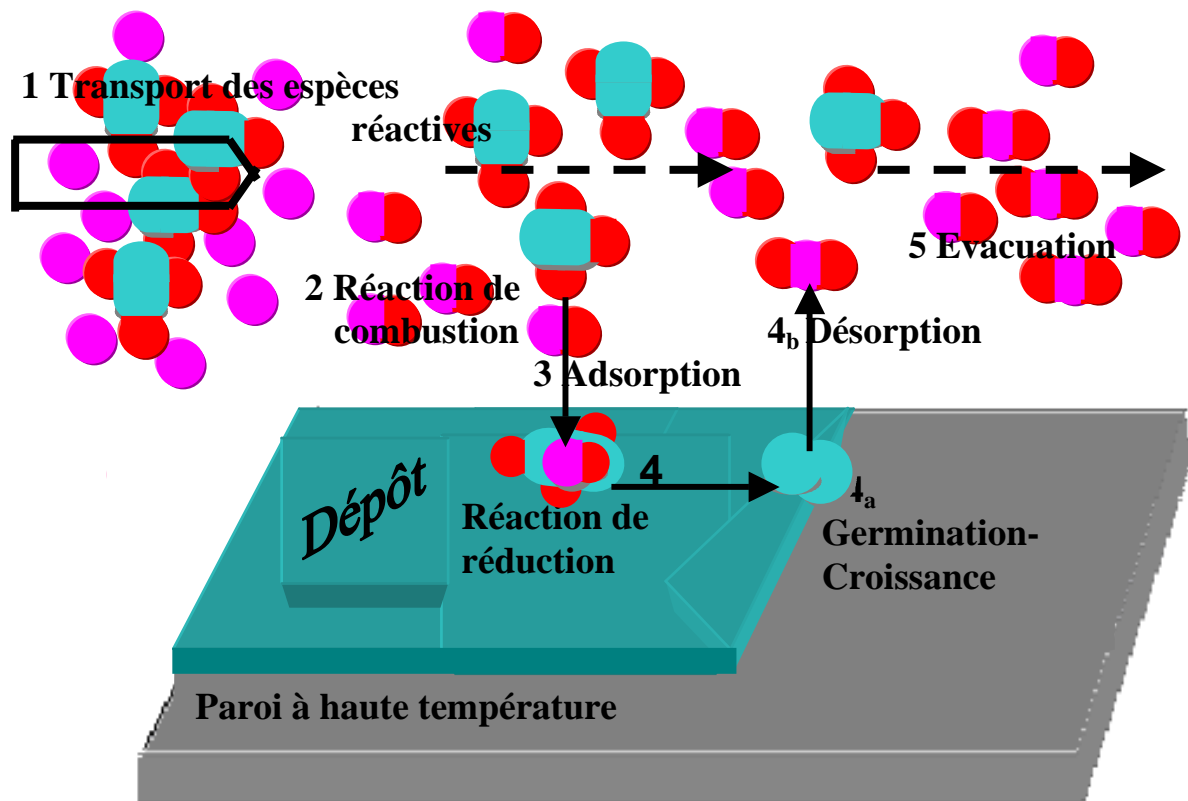
CHAPITRE 1

DESCRIPTION ET FORMULATION

MATHEMATIQUE DU PROBLEME

1.1 Introduction.

Le principe général du procédé chimique de dépôt étudié peut se décomposer en 5 étapes, tel qu'il ressort dans la figure 1.1. Il s'agit de :








-  **Air à l'état initial, comme gaz porteur** : il contient essentiellement des gaz O₂ (Oxygène), N₂ (Azote) et Ar (Argon) ;
-  **Air transformé, après dépôt** ;
-  **Atome métallique** ;  **Atome de carbone** ;
-  **Atome d'oxygène combiné avec le métal ou le carbone** ;

Figure 1.1 : Principe du procédé de dépôt chimique en phase gazeuse.

- Transport des espèces réactives : le mélange de gaz s'approche jusqu'au voisinage immédiat du solide par convection mixte (naturelle, forcée,...)
- Réaction de combustion : c'est la combustion du carbone dans de l'air à température élevée. Le produit de réaction, qui est gazeux, est un excellent réducteur ;
- Adsorption : c'est la séparation du composé volatil et du gaz réducteur avec pénétration dans la surface de dépôt
- Réaction de réduction : c'est le bilan de la réaction redox. Les produits obtenus se scindent en deux :
 - les produits non gazeux au niveau de la surface où la phase de la solidification débute. Il s'agit des composés des atomes métalliques purs
 - les produits gazeux s'échappent par la surface de dépôts par désorption
- Evacuation : tous les produits gazeux et l'air vont continuer leur écoulement. Ce sont des gaz chauds.

Et il est proposé, dans ce chapitre, de décrire les équations des couches limites hydrodynamique et thermique après la définition du système de coordonnées et les hypothèses des études. Les distributions des vitesses et de températures sont obtenues à partir de la résolution des équations de NAVIER-STOKES et d'énergie avec les conditions aux limites correspondantes.

Pour les écoulements autour des obstacles, les transferts d'impulsion et de chaleur dépendent naturellement de la géométrie du corps.

1.2 Description du système et choix du référentiel.

Le système étudié est un ellipsoïde de révolution, en rotation uniforme autour de son axe vertical. Il est placé dans un volume infini d'air en écoulement ascendant vertical.

Définissons un système de coordonnées curvilignes orthogonales x , y et θ .

Notons O le point d'arrêt et M un point sur la surface et nous désignons par

- x : la coordonnée curviligne de M, mesurée à partir du point d'arrêt O
 y : la coordonnée normale, comptée positivement à partir de M vers le sein du fluide.
 θ : l'angle azimutal [rd]
 \vec{n} : le vecteur unitaire normal à la paroi
 \vec{t} : le vecteur unitaire tangent à la paroi
 \vec{e}_r : le vecteur unitaire de l'axe radial (O, r)
 \vec{e}_z : le vecteur unitaire de l'axe de révolution vertical (O, z)
 α : l'angle (\vec{t}, \vec{e}_r)
 β : l'angle (\vec{t}, \vec{e}_z)
 ρ_e : le rayon vecteur[m]
 z : la côte de M suivant l'axe de l'ellipsoïde[m].

Elle est définie par :

$$z = b - \rho_e \cos \varphi \quad (1.1.1)$$

r : distance de l'axe Oz au point d'abscisse x[m].

Elle est définie par :

$$r = \rho_e \sin \varphi \quad (1.1.2)$$

Si φ est l'angle défini sur la figure 1.2.

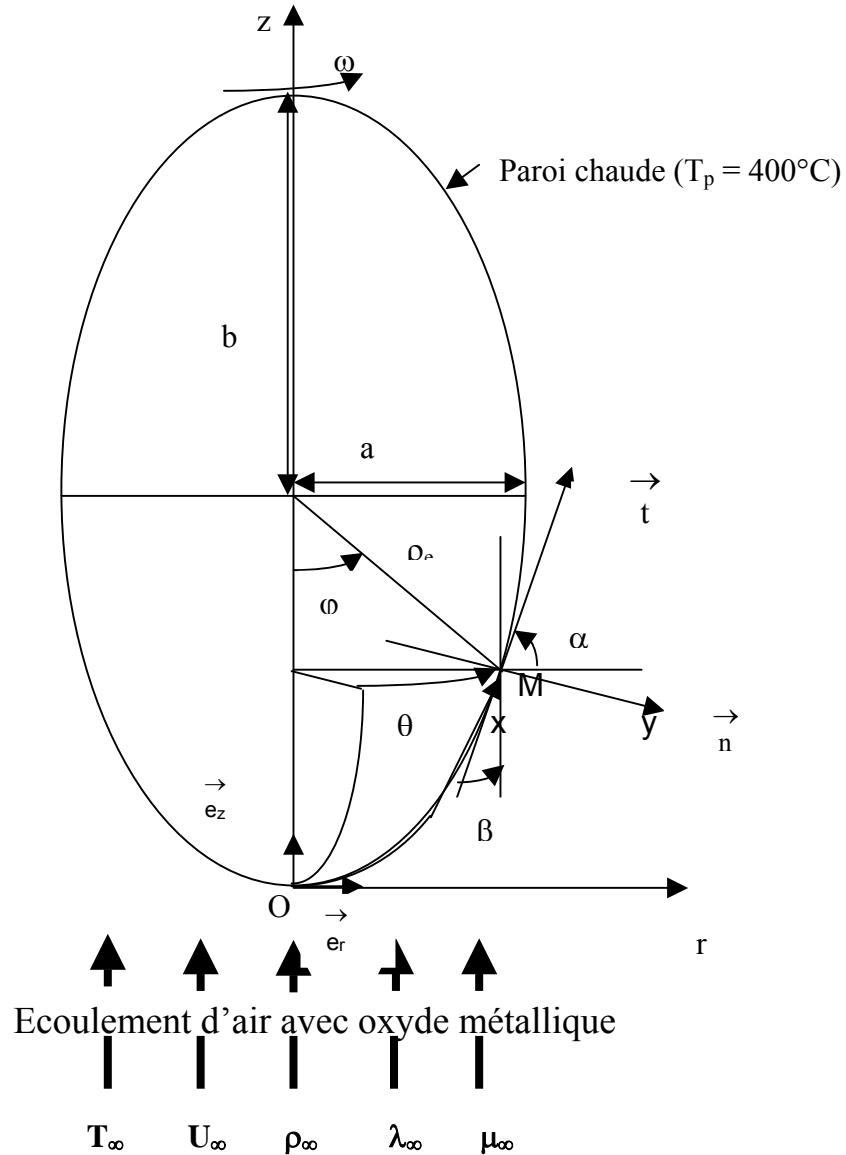


Figure 1.2 : Représentation schématique du système étudié et du référentiel.

Le problème consiste à étudier les transferts d'impulsion et de chaleur en convection mixte autour de ce corps porté à haute température. Ce qui ne permet plus d'adopter l'hypothèse que l'air a des propriétés physiques constantes lorsqu'il est proche de cette paroi chaude, c'est-à-dire dans la couche limite..

1.3 Hypothèses simplificatrices.

Nous résolvons les équations de transfert en adoptant les hypothèses suivantes :

- les écoulements sont laminaires et permanents ;

- il existe une couche limite sur la paroi ;
- aucune source de chaleur ne se dégage dans le système ;
- la réaction chimique provoquée lors du dépôt n'a pas d'influence sur le mécanisme de transfert qui est l'objet de notre étude ;
- la dissipation d'énergie par viscosité et les transferts par rayonnement sont négligeables ;
- les effets Dufour et Soret sont négligeables ;
- les propriétés physiques du fluide à l'infini sont constantes ;
- le fluide est assimilé à un gaz parfait pour le calcul de son coefficient de dilatation volumique ;
- les transferts s'effectuent en couches limites.

1.4 Equations de transfert et conditions aux limites.

Nous donnons en annexe, les détails des calculs.

Dans le système des coordonnées curvilignes (x, y, θ) et en tenant compte des hypothèses simplificatrices précédentes, les équations de transfert s'écrivent :

1.4.1 Equation de continuité.

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\rho U}{r} \frac{dr}{dx} = 0 \quad (1.4.1)$$

1.4.2 Equations du mouvement :

- composante suivant l'axe des x

$$\rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{W^2}{r} \frac{dr}{dx} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right) + g S(x) \beta_t \rho_\infty (T - T_\infty) \quad (1.4.2)$$

- composante suivant l'axe des θ

$$\rho \left(U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{W U}{r} \frac{dr}{dx} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (1.4.3)$$

1.4.3 Equation de la chaleur.

$$\rho C_p \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1.4.4)$$

Dans ces équations, les notations sont énumérées ci-dessous :

U, V, W sont respectivement composantes de la vitesse du fluide suivant les trois coordonnées curvilignes x, y et θ respectivement [$m.s^{-1}$]

T : la température du fluide dans la couche limite [K]

T_∞ : la température du fluide à l'infini, supposée constante [K]

ρ : la masse volumique du fluide dans la couche limite [$kg.m^{-3}$]

ρ_∞ : la masse volumique du fluide à l'infini supposée constante [$kg.m^{-3}$]

P : la pression du fluide [Pa]

λ : la conductivité thermique du fluide dans la couche limite [$W.m^{-1}.K^{-1}$]

C_p : la capacité calorifique massique à pression constante [$J.kg^{-1}.K^{-1}$]

μ : la viscosité dynamique du fluide dans la couche limite [Pa.s]

β_t : le coefficient de dilatation volumique du fluide [K^{-1}]

g : l'accélération de la pesanteur [$m.s^{-2}$]

S(x) : le facteur de configuration tel que $-g S(x)$, il représente la projection du vecteur accélération de la pesanteur suivant la direction x.

1.4.4 Conditions aux limites.

A ces équations, les conditions aux limites suivantes sont associées :

- sur la paroi ($y = 0$)

$$\left. \begin{aligned} U = V = W - r\omega = 0 \\ T = T_p \end{aligned} \right\} \quad (1.4.5)$$

- loin de la paroi ($y \rightarrow \infty$)

$$\left. \begin{aligned} U &\rightarrow U_e \\ W &\rightarrow 0 \\ T &\rightarrow T_\infty \end{aligned} \right\} \quad (1.4.6)$$

Avec

T_p : la température de la paroi supposée constante [K]

ω : la vitesse angulaire de rotation [rd.s⁻¹]

U_e : la vitesse de l'écoulement hors de la couche limite. Elle ne dépend que de la vitesse de l'écoulement axial U_∞ loin de la paroi et de la coordonnée longitudinale x [m.s⁻¹].

La vitesse extérieure $U_e(x)$ permet de déterminer la variation de la pression dans la couche limite à l'aide de l'équation de BERNOULLI :

$$P + \frac{1}{2} \rho U_e^2 = \text{constante} \quad (1.4.7)$$

Ce qui donne :

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \rho U_e \frac{\partial U_e}{\partial x} \quad (1.4.8)$$

Cette expression est introduite dans l'équation du mouvement.

1.5 Propriétés physiques du fluide et vitesse à l'extérieure de la couche limite.

1.5.1 Propriétés physiques du fluide

Dans la présente étude, le fluide choisi est de l'air et ses propriétés physiques dans la couche limite sont calculées à partir des formules empiriques suivantes [5] :

$$\rho(T) = 230.T^{-1} \quad [\text{kg.m}^{-3}] \quad (1.5.1)$$

$$C_p(T) = 1050(\text{constante}) \quad [\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}] \quad (1.5.2)$$

$$\mu(T) = 5,2.10^{-7}.T^{0,635} \quad [\text{Pa.s}] \quad (1.5.3)$$

$$\lambda(T) = 2,66.10^{-4}.T^{0,805} \quad [\text{J.s}^{-1}.\text{m}^{-1}.\text{K}^{-1}] \quad (1.5.4)$$

Où T est en degré Kelvin (K).

Selon KNUDSEN et KATZ [5], ces relations s'appliquent correctement si $Re_\infty < 3.10^5$, $Pr > 0,6$ et les propriétés du fluide sont évaluées à $0,58(T_p - T_\infty) + T_\infty$

Pour le cas présent où la température du fluide à l'infini $T_\infty = 25^\circ\text{C}$, la température de la paroi $T_p = 400^\circ\text{C}$, la longueur caractéristique $L = 0,5 \text{ m}$ et la vitesse à l'infini du fluide $U_\infty = 1 \text{ m/s}$, en utilisant ces formules, les valeurs de Re_∞ et Pr ressortent comme suit :

$$Re_\infty = 8000 ;$$

$$Pr = 0,71$$

Cela signifie que l'utilisation de ces formules est bénéfique pour la présente étude.

En prenant les formules précédentes, les propriétés physiques de l'air, à la température de référence $T_r = 25^\circ\text{C}$, sont données par les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 \rho(T_r) &= 0,771812081 & [\text{kg.m}^{-3}] ; \\
 C_p(T_r) &= 1050 & [\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}] ; \\
 \mu(T_r) &= 19,37004686.10^{-6} & [\text{Pa.s}] ; \\
 \lambda(T_r) &= 0,026099111 & [\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}] ;
 \end{aligned}$$

Actuellement, les techniques de dépôt connaissent un développement assez avancé. Les réactions chimiques sont activées thermiquement [2]. La paroi qui reçoit le dépôt doit être par conséquent très chaude, de l'ordre de 400°C. Du fait de la variation de la température, entre l'ambiance et cette paroi chaude, les propriétés physiques du fluide ne peuvent plus être considérées comme constantes. En fait, pour certaines applications, le processus de dépôt est initié par des réactions chimiques, qui peuvent être activées thermiquement.

Chrysostome Raminosa [3] a pris l'hydrogène comme gaz porteur. Or dans la plus part des techniques de dépôts en phase gazeuse, l'air a été choisi par les industries. Ce choix est justifié par l'accélération du dépôt et le fait que l'air est composé de plusieurs constituants qui facilitent le transport des molécules à déposer.

C'est pourquoi nous avons pris l'air comme gaz porteur dans notre travail.

Les figures 1.3 à 1.5 représentent les propriétés physiques de l'air en fonction de la température $T(^{\circ}\text{C})$. Ces courbes se déduisent à partir des formules précédentes.

La figure 1.3 montre que, plus la température augmente, plus les masses d'air sont volatiles. Ainsi, lorsque le mélange gazeux se trouve dans la région voisine de la paroi où la température est plus élevée, les molécules d'air se détachent de la particule métallique et s'éparpillent.

Enfin, les figures 1.4 et 1.5 montrent que la conductivité thermique et la viscosité cinématique de l'air s'intensifient avec la température. Cela signifie que le mélange s'avère très dilué ainsi le composé volatil et le gaz réducteur peuvent se séparer facilement.

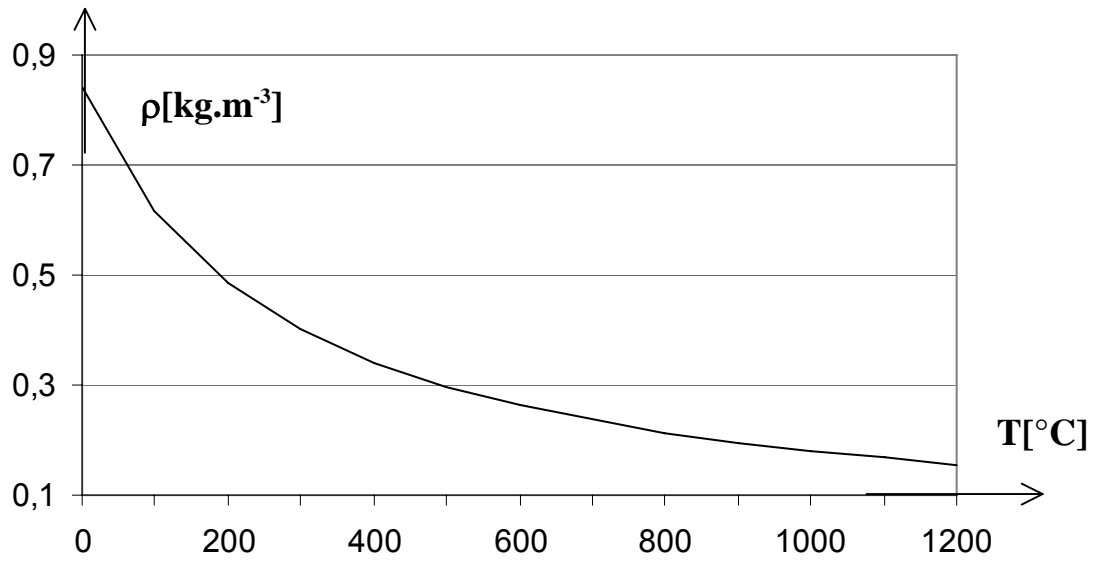


Figure 1.3 : Masse volumique de l'air en fonction de la température.

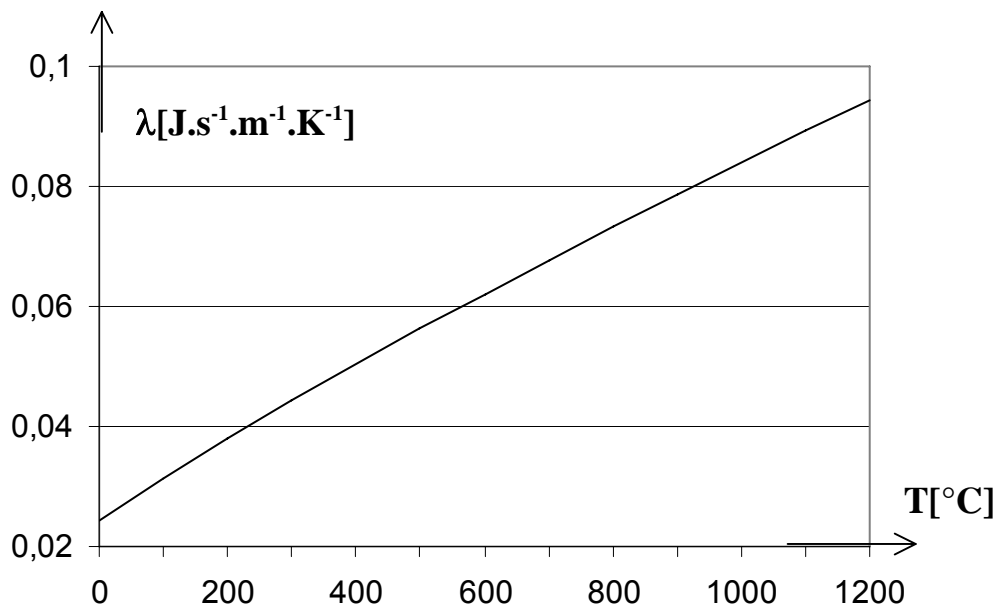


Figure 1.4 : Conductivité thermique de l'air en fonction de la température.

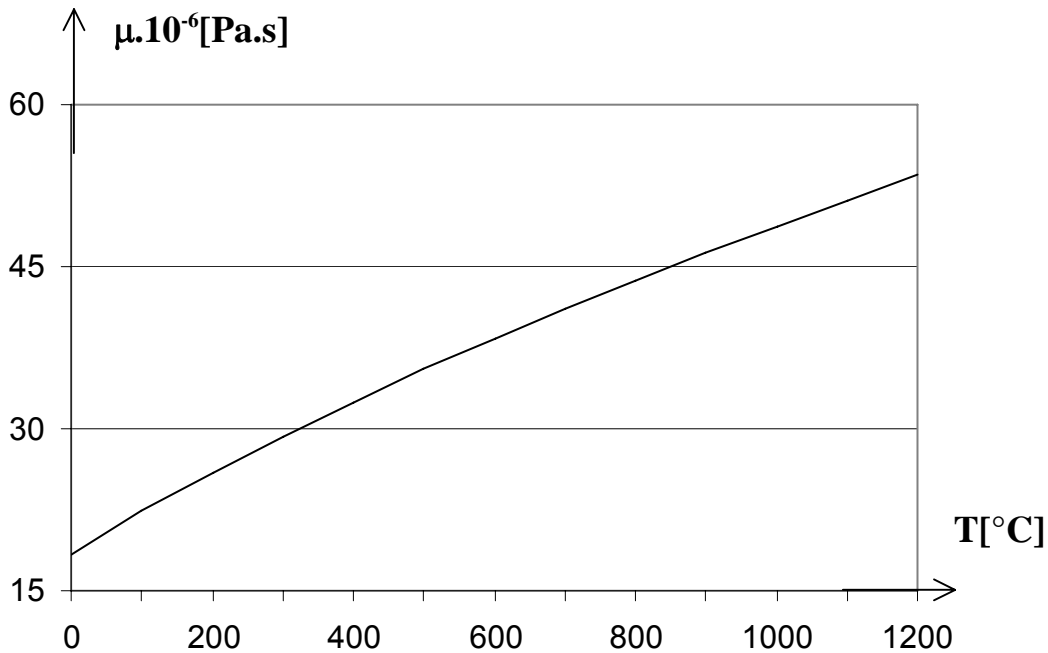


Figure 1.5 : Viscosité dynamique de l'air en fonction de la température.

1.5.2 Vitesse extérieure de la couche limite.

De nombreux travaux ont été effectués concernant le calcul de la vitesse extérieure. Les plus fiables, qui vérifient les formules empiriques pour la sphère [3], [4], [6], [7], [8], utilisent la méthode des singularités. Le programme de calcul relatif à un système 2D et 3D est disponible au Laboratoire. La méthode consiste à supposer que le fluide soit parfait en dehors de la couche limite. Ce qui fait que la distribution des vitesses est seulement fonction de la géométrie du corps (cf. Annexe 2) Ensuite, les résultats sont directement introduits dans la résolution des équations de transfert.

1.6 Nombre de Nusselt, coefficients de frottement et gradient pariétal de vitesses.

1.6.1 Nombre de Nusselt.

C'est une grandeur sans dimension. Il intervient dans la caractérisation énergétique des transferts de chaleur entre une surface solide et un fluide en mouvement.

Par définition, le nombre de Nusselt est :

$$\text{Nu} = \frac{h L}{\lambda_{\infty}} \quad (1.6.1)$$

Où

h est le coefficient de transfert de chaleur par convection [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$]

λ_{∞} , la conductivité thermique du fluide à l'infini ou le

coefficient de transfert de chaleur par conduction [$\text{J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]

L , la longueur caractéristique [m].

En écrivant que la densité du flux de chaleur traversant la couche limite par conduction est égale à celle du flux de chaleur vers le fluide par convection,

il résulte :

$$h (T_P - T_{\infty})_{y=0} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (1.6.2)$$

Alors

$$\frac{h L}{\lambda_{\infty}} = \text{Nu} = -L \frac{\lambda}{\lambda_{\infty}} \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T_P - T_{\infty})_{y=0}} \quad (1.6.3)$$

1.6.2 Coefficients de frottement.

Les coefficients de frottement, traduisant la force que la paroi exerce sur le fluide, se présentent comme le rapport entre les contraintes de frottement pariétales et la pression dynamique du fluide à l'extérieur de la couche limite.

Suivant les coordonnées x et θ , les coefficients de frottement pariétaux sont définis par :

$$CF_x = \frac{2 \tau_P(x)}{\rho_\infty (U_\infty)^2} \quad \text{et} \quad CF_\theta = \frac{2 \tau_P(\theta)}{\rho_\infty (U_\infty)^2} \quad (1.6.4)$$

Où $\tau_P(x)$ et $\tau_P(\theta)$ sont les contraintes de frottement pariétales données par :

$$\tau_P(\theta) = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)_{y=0} \quad \text{et} \quad \tau_P(x) = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (1.6.5)$$

Il s'agit des composantes de la tension de frottement selon les directions x et θ .

1.6.3 Gradient pariétal des vitesses.

Au niveau de la paroi, la possibilité de développer les vitesses suivant x et θ en série de TAYLOR limitées au premier ordre fait ressortir :

$$U_P = U(0) + \frac{\partial U}{\partial y} y + \dots \quad \text{et} \quad W_P = (W - \omega r)(0) + \frac{\partial W}{\partial y} y + \dots \quad (1.6.6)$$

Or :

$$U(0) = 0 \quad \text{et} \quad (W - \omega r)(0) = 0 \quad (1.6.7)$$

D'où :

$$U_P = S_1 y = \frac{\partial U}{\partial y} y = \frac{\tau_P(x)}{\mu} y \quad \text{et} \quad W_P = S_2 y = \frac{\partial W}{\partial y} y = \frac{\tau_P(\theta)}{\mu} y \quad (1.6.8)$$

En posant les quantités S_1 et S_2 définies par :

$$S_1 = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\tau_P(x)}{\mu} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\tau_P(\theta)}{\mu} \quad (1.6.9)$$

Et appelées respectivement gradient pariétal de vitesse suivant x^* et gradient pariétal de vitesse suivant θ , le gradient pariétal de vitesses S est également défini de la manière suivante :

$$S.y = \left(U_p^2 + W_p^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6.10)$$

U_p et W_p indiquent les composantes de la vitesse près de la paroi [m/s].

1.7 Méthode d'approche de la convection mixte.

L'étude du problème de la convection mixte engendrée par la rotation uniforme des corps à symétrie se ramène au traitement des cas suivants :

- la convection naturelle prédominante
- la convection forcée axiale prédominante
- la convection forcée due à la rotation prédominante
- la coexistence de ces trois types de convections.

Dans chaque cas, il faut introduire des nouvelles variables compatibles avec le problème hydrodynamique considéré et cela va permettre de les combiner.

Afin de généraliser les résultats trouvés, nous procédons à l'adimensionnalisation de toutes les équations dans la suite. Il comporte quelques changements par rapport aux grandeurs adimensionnelles utilisées par les autres auteurs [3].

CHAPITRE 2

ADIMENSIONNALISATION DES EQUATIONS

2.1 Choix des grandeurs adimensionnelles de références.

La démarche que nous avons optée consiste à séparer la prédominance de chaque type de convection considérée.

Toutes les grandeurs adimensionnelles sont notées avec l'exposant étoile « * », afin de faciliter la notation des grandeurs adimensionnelles correspondantes qui seront notées sans le symbole « * ». dans le chapitre 3.

La longueur caractéristique « L » est prise comme étant le demi axe horizontal de l'ellipsoïde.

$$C_p^* = \frac{C_p}{C_{p_\infty}} \quad : \text{ la capacité calorifique massique adimensionnelle} \quad (2.1.1)$$

$$r^* = \frac{r}{L} \quad : \text{ la distance radiale adimensionnelle} \quad (2.1.2)$$

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{T - T_P} \quad : \text{ la température adimensionnelle} \quad (2.1.3)$$

$$U_e^* = \frac{U_e}{U_\infty} \quad : \text{ la vitesse adimensionnelle extérieure à la couche limite} \quad (2.1.4)$$

$$x^* = \frac{x}{L} \quad : \text{ l'abscisse curviligne adimensionnelle} \quad (2.1.5)$$

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_\infty} \quad : \text{ la conductivité thermique adimensionnelle du fluide} \quad (2.1.6)$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty} \quad : \text{ la viscosité dynamique adimensionnelle} \quad (2.1.7)$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty} \quad : \text{ la masse volumique adimensionnelle du fluide} \quad (2.1.8)$$

2.2 Expressions des différentes grandeurs.

Dans ce paragraphe, nous utilisons les coefficients C_i ($i=1$: convection axiale ; $i=2$: convection naturelle ; $i=3$: convection rotatoire) pour désigner la prédominance de chaque type de convections afin d'obtenir un système unique d'équations. Pour le type de convection considérée, le coefficient C_i correspondant est égalisé à l'unité et celui du non considéré est nul.

Nous notons U^* , V^* , W^* les vitesses adimensionnelles relatives à x , y et θ , et y^* la distance normale adimensionnelle. Leurs expressions sont définies dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Expressions de U^* , V^* , W^* et y^* , en écriture combinant les trois cas de convection.

y^*	$\frac{\left(C_1 \text{Re}_\infty^{\frac{1}{2}} + C_2 \text{Gr}^{\frac{1}{4}} + C_3 \text{Re}_\omega^{\frac{1}{2}} \right) \frac{y}{L}}{C_1 + C_2 + C_3}$
U^*	$\frac{\left(\frac{C_1}{U_\infty} + C_2 \frac{L}{\nu_\infty} \text{Gr}^{-\frac{1}{4}} + \frac{C_3}{L\omega} \right) U}{C_1 + C_2 + C_3}$
V^*	$\frac{\left(\frac{C_1}{U_\infty} \text{Re}_\infty^{\frac{1}{2}} + C_2 \frac{L}{\nu_\infty} \text{Gr}^{\frac{1}{4}} + \frac{C_3}{L\omega} \text{Re}_\omega^{\frac{1}{2}} \right) V}{C_1 + C_2 + C_3}$
W^*	$\frac{\left(\frac{C_1}{U_\infty} + C_2 \frac{L}{\nu_\infty} \text{Gr}^{-\frac{1}{4}} + \frac{C_3}{L\omega} \right) W}{C_1 + C_2 + C_3}$

Avec : Gr, le nombre de Grashof thermique.

Ce nombre adimensionnel caractérise la convection naturelle ou convection libre. Il se présente comme le produit de la densité d'énergie cinétique par l'énergie liée à la poussée d'Archimède, divisé par le carré de viscosité de la densité :

$$\text{Gr} = \frac{g \beta_t L^3 (T_p - T_\infty)}{v_\infty^2} \quad (2.2.1)$$

Si Pr est le nombre de Prandtl.

C'est un nombre sans dimension qui fournit une mesure de l'efficacité du transport par diffusion à travers la couche limite thermique. Son expression est donnée par le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique :

$$\text{Pr} = \frac{v_\infty}{a_\infty} \quad (2.2.2)$$

Le nombre de Reynolds relatif à la convection forcée axiale, noté par Re_∞ , est un nombre sans dimension, qui caractérise le régime d'écoulement. Son expression est formée par le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité :

$$\text{Re}_\infty = \frac{U_\infty L}{v_\infty} \quad (2.2.3)$$

Le nombre de Reynolds relatif à la rotation, noté par Re_ω , est le nombre adimensionnel caractérise la convection rotatoire. Son expression est obtenue par le rapport entre les forces d'inertie induites par la rotation et les forces de viscosité, soit

$$\text{Re}_\omega = \frac{\omega L^2}{v_\infty} \quad (2.2.4)$$

Le paramètre de convection naturelle Ω est défini par :

$$\Omega = \frac{\text{Gr}}{2 \text{Re}_\infty} \quad (2.2.5)$$

Le paramètre Ω qualifie explicitement la prédominance de la convection naturelle par le rapport à la convection forcée axiale.

Quant au paramètre de convection Ω' relatif à la rotation défini par :

$$\Omega' = \frac{Gr}{2 Re_{\omega}} \quad (2.2.6)$$

C'est un nombre adimensionnel comparant la convection rotatoire à la convection naturelle.

B, paramètre de rotation tel que :

$$B = \left(\frac{\omega L}{U_{\infty}} \right)^2 \quad (2.2.7)$$

C'est un groupement adimensionnel comparant la convection rotatoire à la convection forcée axiale. Plus B est grand, plus la convection rotatoire est prépondérante.

$$\Omega' = \frac{\Omega}{B} \quad (2.2.8)$$

2.3 Adimensionnalisation des équations de transferts et des conditions aux limites.

En fonction des expressions adimensionnelles précédentes, les équations de transferts deviennent :

2.3.1 Equation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho^* U^*)}{\partial x^*} + n_0 \frac{\partial(\rho^* V^*)}{\partial y^*} + \frac{\rho^* U^*}{r^*} \frac{dr^*}{dx^*} = 0 \quad (2.3.1)$$

2.3.2 Equations du mouvement :

- composante suivant x^* :

$$\rho^* \left(U^* \frac{\partial U^*}{\partial x^*} + n_0 V^* \frac{\partial U^*}{\partial y^*} - \frac{W^{*2}}{r^*} \frac{dr^*}{dx^*} \right) = n_1 U_e^* \frac{dU_e^*}{dx^*} + n_0 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\mu^* \frac{\partial U^*}{\partial y^*} \right) + n_2 S(x^*) T^* \quad (2.3.2)$$

- composante suivant θ :

$$\rho^* \left(U^* \frac{\partial W^*}{\partial x^*} + n_0 V^* \frac{\partial W^*}{\partial y^*} + \frac{W^* U^*}{r^*} \frac{dr^*}{dx^*} \right) = n_0 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\mu^* \frac{\partial W^*}{\partial y^*} \right) \quad (2.3.3)$$

2.3.3 Equation de la chaleur :

$$\rho^* C_p^* \left(U^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + n_0 V^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right) = n_3 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right) \quad (2.3.4)$$

2.3.4 Conditions aux limites :

- pour $y^* = 0$ (au niveau de la paroi) :

$$\left. \begin{aligned} U^* &= V^* = 0 \\ W^* &= n_4 r^* \\ T^* &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.5)$$

- pour $y^* \rightarrow \infty$ (loin de la paroi) :

$$\left. \begin{aligned} U^* &= n_5 U_e^* \\ W^* &= T^* = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.6)$$

Les coefficients n_0, n_1, n_2, n_3, n_4 et n_5 sont explicités dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 : Expressions de n_0, n_1, n_2, n_3, n_4 et n_5 , en écriture combinant les trois cas de convection

n_0	$\frac{\left(C_1 + C_2 Gr^{\frac{1}{4}} + C_3 \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$	n_3	$\frac{\left(C_1 + C_2 Gr^{\frac{1}{4}} + C_3 \right)}{Pr(C_1 + C_2 + C_3)}$
n_1	$\frac{\left(C_1 + C_2 \Omega^{-1} + C_3 B^{-1} \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$	n_4	$\frac{\left(C_1 \sqrt{B} + C_2 \Omega'^{-\frac{1}{2}} + C_3 \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$
n_2	$\frac{\left(C_1 \Omega + C_2 + C_3 \Omega' \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$	n_5	$\frac{\left(C_1 + C_2 \Omega^{-\frac{1}{2}} + C_3 B^{-\frac{1}{2}} \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$

2.4 Adimensionnalisation du nombre de Nusselt, des coefficients de frottement et du gradient pariétal de vitesses.

2.4.1 Nombre de Nusselt.

Attribuons la formule (1.6.3) dans le chapitre précédent, sous forme adimensionnelle :

$$Nu = -n_6 \lambda^* \left(\frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} \quad (2.4.1)$$

2.4.2 Coefficients de frottement.

Les formules (1.6.4) et (1.6.5) permettent de parvenir aux expressions adimensionnalisées des coefficients de frottement suivantes :

- Suivant x^* :

$$CF_x = n_7 \mu^* \left(\frac{\partial U^*}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} \quad (2.4.2)$$

- Suivant θ :

$$CF_\theta = n_7 \mu^* \left(\frac{\partial W^*}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} \quad (2.4.3)$$

Les coefficients n_6 et n_7 sont présentés dans le tableau 2.3.

Tableau 2.3 : Expressions de n_6 et n_7 en écriture combinant les trois cas de convection

n_6	n_7
$\frac{\left(C_1 Re_\infty^{\frac{1}{2}} + C_2 Gr^{\frac{1}{4}} + C_3 Re_\omega^{\frac{1}{2}} \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$	$2 \frac{\left(C_1 Re_\infty^{-\frac{1}{2}} + C_2 \frac{Gr^{\frac{3}{4}}}{Re_\infty^2} + C_3 Re_\omega^{-\frac{1}{2}} \right)}{C_1 + C_2 + C_3}$

2.4.3 Gradient pariétal des vitesses

En introduisant les coefficients adimensionnels CF_x et CF_θ dans l'expression de S_a , le gradient pariétal adimensionnel des vitesses s'exprime comme suit :

$$S_a = \frac{SL}{Re_\infty^{\frac{1}{2}} U_\infty} = \left(\left(0,5 CF_x Re_\infty^{\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(0,5 CF_\theta Re_\infty^{\frac{1}{2}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.4.4)$$