

## Chapitre 4

# Filtre de Kalman assisté par transformée de Hough

Dans ce chapitre, la transformée de Hough telle que développée précédemment est employée conjointement avec le filtre de Kalman avec d'améliorer l'estimation d'états. Étant donné le bruit sur la mesure de la position angulaire qui est majoritairement uniforme, le filtre de Kalman ne peut être optimal. L'utilisation de la transformée de Hough pour estimer la trajectoire de la cible, qui s'approche du maximum *a posteriori*, aide le filtre de Kalman à estimer la direction de la cible (reliée au vecteur vitesse de celle-ci) et la position angulaire. Un principe similaire est retrouvé dans [6], mais celui-ci propose plutôt d'utiliser une estimation de la vitesse angulaire déduite du temps passé dans un élément et du champ de vue de cet élément.

D'abord, deux catégories de méthodes sont proposées dans ce chapitre afin d'incorporer la transformée de Hough au filtre de Kalman : projeter les mesures sur la droite estimée ou ajouter une contrainte relaxée représentant la droite estimée dans le vecteur d'observations. Dans ces deux catégories, plusieurs filtres de Kalman (étendu, classique et non parfumé) sont proposés dans le but d'améliorer la précision de l'estimation ou de réduire la complexité algorithmique.

Puis, une troisième alternative, qui peut être complémentaire à l'ajout d'une contrainte, est proposée. Cette dernière s'inspire de [19] en appliquant une zone morte sur l'innovation.

Finalement, l'initialisation des filtres de Kalman et la structure des matrices de covariance sont discutées.

## 4.1 États d'une cible

Les états à estimer sont les vitesses et les positions pour les deux degrés de liberté de déplacement observés. Les états, à l'instant actuel  $k$ , peuvent être exprimés en coordonnées polaires :

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} r_k & \dot{r}_k & \phi_k & \dot{\phi}_k \end{bmatrix}^\top, \quad (4.1)$$

ou en coordonnées cartésiennes :

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k & \dot{x}_k & y_k & \dot{y}_k \end{bmatrix}^\top. \quad (4.2)$$

Pour aider au pistage multi cibles, des informations concernant la trajectoire, comme les paramètres  $\rho$  et  $\theta$  de la transformée de Hough, peuvent être utiles. De plus, le paramètre  $\rho$  correspond à la distance entre la droite de la trajectoire et le lidar, ce qui peut être intéressant à estimer afin de prévoir les collisions : une petite valeur de  $\rho$  correspond à une cible qui pourrait entrer en collision avec le véhicule portant le lidar.

Comme la transformée de Hough développée et analysée au chapitre 3 (algorithme 3) considère à la fois le bruit de mesure uniforme (incertitude sur la mesure angulaire) et le bruit de mesure gaussien (sur la mesure de distance radiale), l'estimation des paramètres de la trajectoire s'approche du maximum de vraisemblance et du maximum *a posteriori* par extension. En effet, la distribution *a priori* pour la transformée de Hough est habituellement considérée comme uniforme [27], ce qui fait que le maximum de vraisemblance et le maximum *a posteriori* sont égaux.

Similairement, tel que discuté en 2.2.1, l'estimation du filtre de Kalman correspond à l'estimation du moindre carré et par extension, pour un bruit de mesure gaussien, au maximum *a posteriori*. Cependant, le filtre de Kalman suppose un bruit gaussien et est optimal pour ce type de bruit seulement.

L'estimation des paramètres de trajectoires  $\rho$  et  $\theta$  peut donc être utilisée à trois moments dans le traitement des données du lidar : lors de l'association des détections aux cibles (pistage multi cibles), lors du calcul des collisions potentielles, et ce qui est d'intérêt dans le présent chapitre, lors de l'estimation des états (pistage cible unique) en assistance au filtre de Kalman.

## 4.2 Projection des mesures

Dans la littérature, une manière de traiter une contrainte sur un état à estimer est de projeter les états sur les contraintes et de sélectionner ceux minimisant l'erreur [28]. Autrement dit, en balayant parmi les états bornés par les contraintes, l'état qui satisfait un critère donné (moindre carré ou maximum de probabilité *a posteriori*, par exemple) est sélectionné.

Ici, ce principe est appliqué pour aider à l'estimation d'états étant donné l'incertitude angulaire des mesures du lidar. Les contraintes d'incertitudes sont traitées en deux étapes. D'abord, la

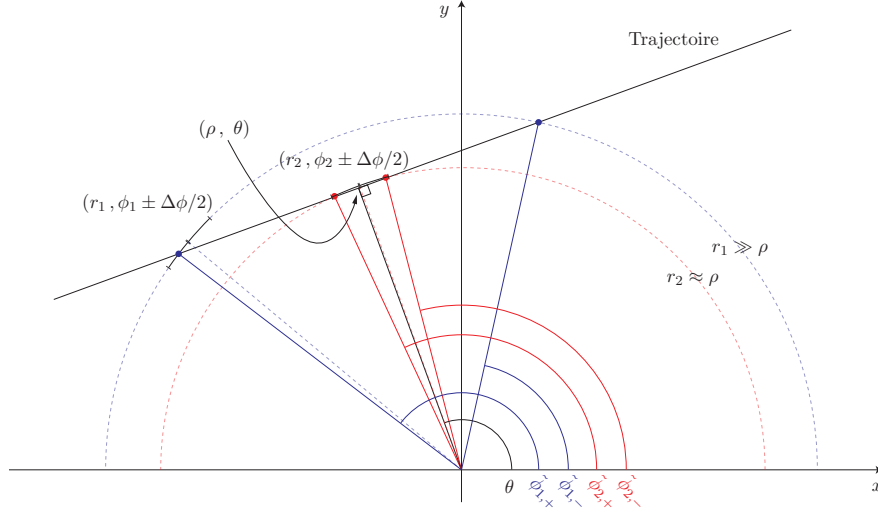


FIGURE 4.1 – Points d’intersection entre un cercle (mesures de position radiale  $r_1$  et  $r_2$ ) et une droite. Pour le cercle de rayon  $r_1$ , les points d’intersection sont très éloignés. Pour le cercle de rayon  $r_2$  qui est plus petit, les points d’intersection sont plus rapprochés.

meilleure trajectoire rectiligne est estimée en utilisant la transformée de Hough proposée au chapitre 3 (algorithme 3). Cette trajectoire rectiligne est celle qui maximise la probabilité *a posteriori* et elle est calculée en balayant parmi les mesures possibles bornées par les contraintes angulaires. Puis, il s’agit de projeter la mesure de la position angulaire actuelle sur la contrainte de cette droite estimée.

À la différence de ce qui est discuté dans [28], la projection remplace ensuite les mesures lidar dans le filtre de Kalman. Elle n’est pas appliquée directement sur les états, car l’on souhaite considérer l’erreur sur la projection également.

Cette projection est effectuée en calculant les deux points d’intersection entre un cercle de rayon  $r$  (mesure angulaire) et la trajectoire décrite par les paramètres de Hough  $\rho$  et  $\theta$ . Les angles d’intersection sont les suivants :

$$\tilde{\phi} = \theta \pm \arccos\left(\frac{\rho}{r}\right). \quad (4.3)$$

Il faut donc sélectionner l’angle pour lequel l’erreur par rapport à l’état prédit est minimale.

Comme vu à la figure 4.1, les deux points d’intersection peuvent être très rapprochés lorsque le paramètre  $\theta$  s’approche de la mesure angulaire  $\phi$  ou encore lorsque le paramètre  $\rho$  s’approche de la mesure radiale  $r$ . À ce moment, la projection devient moins précise. Deux raisons expliquent cela. D’abord, le mauvais angle projeté  $\tilde{\phi}$  peut être choisi, car l’erreur par rapport à l’état prédit est similaire pour les deux points d’intersection. Ensuite, une petite erreur sur le paramètre de trajectoire  $\rho$  ou la mesure radiale  $r$  crée une grande erreur sur la position angulaire du point d’intersection. Mathématiquement, l’erreur angulaire, développée à partir de la dérivée

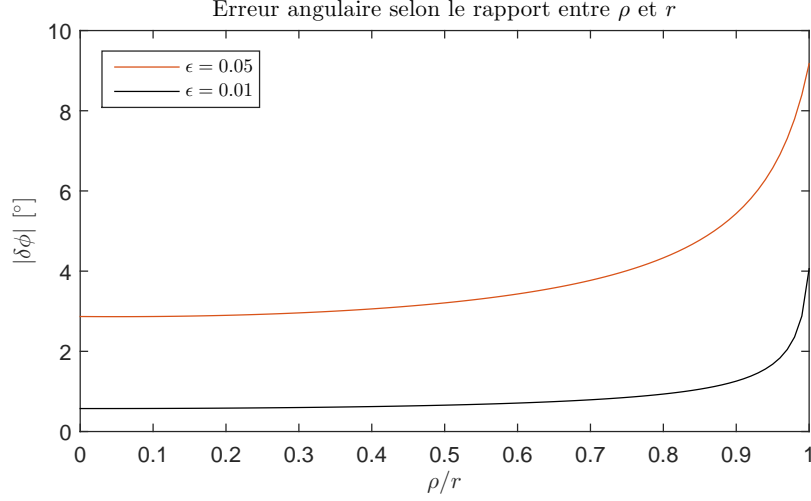


FIGURE 4.2 – Erreur sur la projection de la position angulaire en fonction du rapport  $\rho$  sur  $r$ .

de l'équation (4.3) par rapport à une erreur sur le rapport  $\rho/r$ , nommée  $\epsilon$ , est la suivante :

$$\delta\tilde{\phi} = \frac{\delta}{\delta\epsilon} \left[ \theta \pm \arccos \left( \frac{\rho}{r} + \epsilon \right) \right] \epsilon, \quad (4.4)$$

ce qui correspond à :

$$\delta\tilde{\phi} = \pm \frac{\epsilon}{\sqrt{1 - \left( \frac{\rho}{r} + \epsilon \right)^2}}. \quad (4.5)$$

La figure 4.2 illustre cette relation et montre que lorsque la valeur de  $\rho$  s'approche de la position radiale mesurée ( $\rho \approx r$ ), l'erreur sur la projection de la position angulaire augmente rapidement.

Une façon de réduire cet effet est de considérer le bruit gaussien sur la mesure de position radiale lors de la projection en plus de la transformée de Hough. Plus précisément, il s'agit de balayer sur plusieurs valeurs de position radiale  $r$ , et de sélectionner les valeurs de  $\phi$  projetées qui sont situées dans l'élément lidar actuel. Un poids gaussien est appliqué pour moyenniser les valeurs de  $r$  et  $\phi$  sélectionnées.

En continuant avec la transformée de Hough décrite à l'algorithme 3, les valeurs de distances radiales balayées sont déterminées par :

$$\tilde{r}_i = \begin{cases} r + \Delta r_i & i \in 1, 2, \dots, N_{PDF} \\ r - \Delta r_i & i \in N_{PDF} + 1, N_{PDF} + 2, \dots, 2N_{PDF} \end{cases}, \quad (4.6)$$

où les  $\Delta r_i$  peuvent être les mêmes que pour la transformée de Hough. Les valeurs de  $\phi$  projetées sont donc les suivantes :

$$\tilde{\phi}_i = \theta \pm \arccos \left( \frac{\rho}{\tilde{r}_i} \right), \quad (4.7)$$

où l'on doit, encore une fois, sélectionner l'angle pour lequel l'erreur par rapport à l'état prédit est minimale. Les poids associés à chaque couple de position projetée  $(\tilde{r}_i, \tilde{\phi}_i)$  sont les suivants :

$$w_i = \begin{cases} \exp(-\frac{\Delta r_i^2}{2\sigma_r^2}) & |\phi - \phi_i| \leq \frac{\Delta\phi}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} . \quad (4.8)$$

Les deux façons de projeter les mesures, soit en utilisant tout simplement la mesure de position radiale ou en considérant un bruit gaussien sur cette mesure, sont comparées en simulation dans la prochaine sous-section.

Une autre possibilité serait de ne pas faire de projection lorsque  $r$  s'approche de  $\rho$ . Cette troisième méthode n'est pas évaluée dans ce mémoire.

### 4.2.1 Résultats préliminaires

Des simulations Monte-Carlo sont faites pour les mêmes paramètres que ceux dans la section 3.4.2 : un objet rectangulaire de largeur 0.5 m par une longueur de 0.25 m (taille d'un piéton), un lidar de  $M = 9$  éléments avec un champ de vue de  $\Delta\phi = 10^\circ$  pour chaque élément. Un bruit gaussien sur la mesure de position radiale avec un écart-type de 0.1 m est ajouté. Les paramètres de la transformée de Hough sont décrits dans le tableau 3.2.

La variable Monte-Carlo est le bruit sur la mesure de position radiale. Les simulations sont exécutées 100 fois pour deux trajectoires rectilignes différentes. La figure 4.3 compare l'erreur sur la mesure donnée par le lidar (mesures moyennées lorsqu'il y en a plusieurs simultanément) avec l'erreur sur la projection en considérant ou non le bruit gaussien sur la mesure angulaire. L'augmentation de l'erreur lorsque  $r$  s'approche de  $\rho$  est alors évidente. La considération du bruit gaussien de mesure radiale ne semble pas apporter pas un gain important par rapport à la simple projection. En fait, pour les deux méthodes, les mesures projetées possèdent une erreur supérieure dans cette zone que les mesures sans projection.

Cependant, lorsque le rapport  $\rho$  sur  $r$  est réduit, l'erreur diminue également. Dans ces zones, l'utilisation de la projection est très avantageuse (entre 3 et 4° de réduction d'erreur, pour une erreur sur la mesure maximale de  $\Delta\phi/2 = 5^\circ$ ).

Davantage de résultats concernant la projection de la mesure angulaire sont présentés dans la sous-section C.1.1 en annexe. On démontre que la méthode de projection considérant le bruit gaussien (utilisant  $r \pm \delta r_i$ ) possède un régime transitoire plus court en terme de changements d'éléments que la méthode plus simple (utilisant  $r$  directement).

Un autre avantage de la projection (pour les deux méthodes proposées) est qu'elle transforme le bruit de mesure angulaire qui est uniforme en un bruit qui s'approche d'un bruit gaussien. La figure 4.4 illustre la densité de l'erreur angulaire sur la projection de la position et la mesure initiale de la position. La densité de l'erreur angulaire sur la projection de la mesure de position ressemble davantage à une gaussienne qu'à une distribution uniforme.

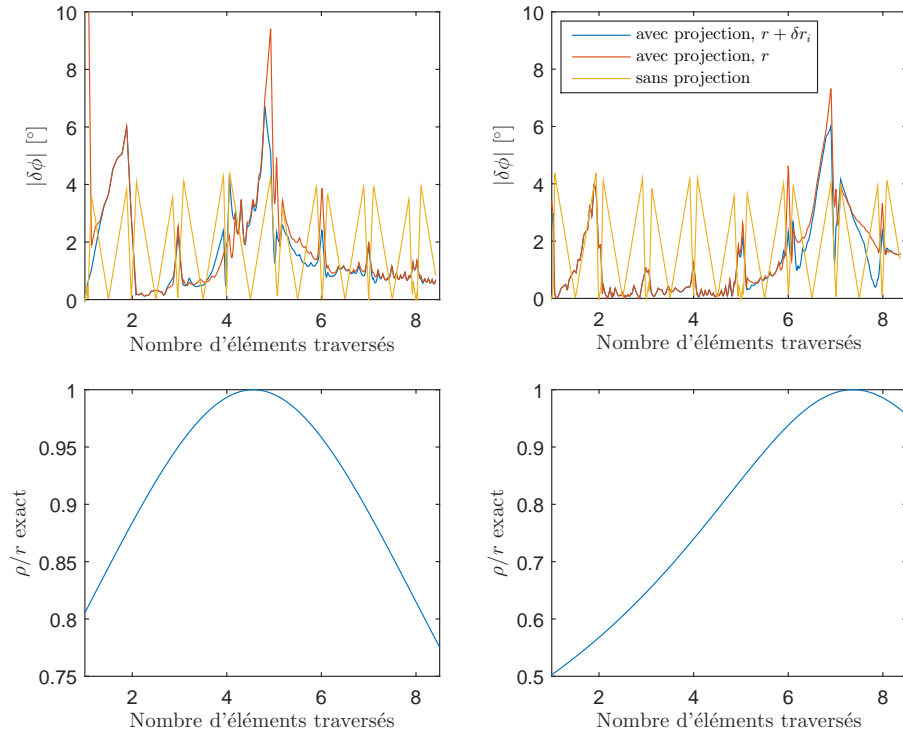


FIGURE 4.3 – Erreur sur la projection angulaire et rapport  $\rho$  sur  $r$  pour deux trajectoires : une trajectoire rectiligne avec  $\rho$  à 15 m et  $\theta$  à  $90^\circ$  (gauche) et une trajectoire rectiligne avec  $\rho$  à 19 m et  $\theta$  à  $68^\circ$  (droite).

Il est possible de remarquer aussi que la distribution de l'erreur sur la mesure sans projection n'est pas parfaitement uniforme, car lorsque la cible produit des détections dans plusieurs éléments, ses mesures sont moyennées. De cela, il est également possible de déduire que plus le nombre d'éléments lidar détectant une cible augmente, plus le bruit sur sa mesure de position moyennée s'approche d'une distribution gaussienne. Ainsi, plus une cible lidar est grande, plus le filtre de Kalman appliqué directement sur les mesures du lidar sans projection sera performant.

Étant donné les résultats médiocres de la projection lorsque la mesure  $(r, \phi)$  est près des paramètres de Hough  $(\rho, \theta)$ , une seconde méthode pour introduire la transformée de Hough au filtre de Kalman est proposée dans la prochaine section.

### 4.3 Application d'une contrainte relaxée

Une seconde façon, dans la littérature, d'appliquer une contrainte sur des états est d'ajouter ces contraintes dans le vecteur des mesures du filtre de Kalman. En fixant la covariance de

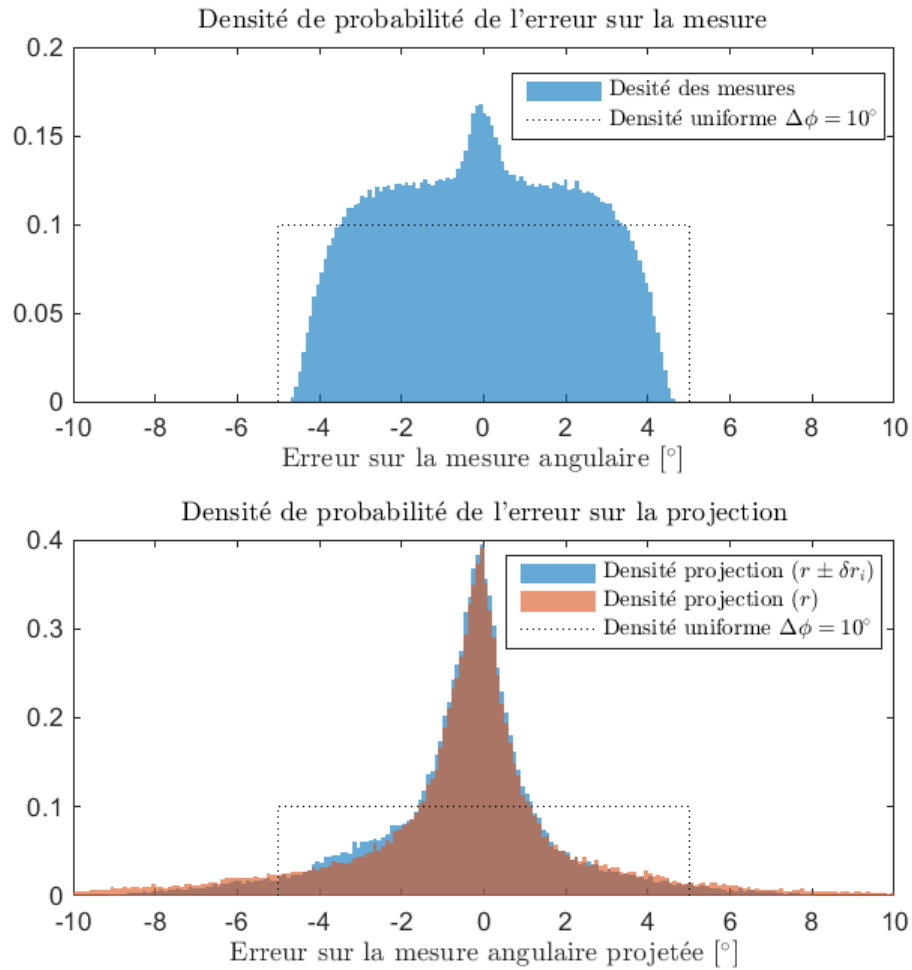


FIGURE 4.4 – Distribution de l’erreur sur la projection angulaire (tout élément confondu) et de l’erreur sur la mesure de position pour une cible de  $0.5 \text{ m} \times 0.25 \text{ m}$  et 81 trajectoires rectilignes différentes. Lidar de 9 éléments ayant chacun  $10^\circ$  de champ de vue.

ces nouvelles mesures à zéro, les contraintes sont considérées comme parfaites. Dans le cas de contraintes appliquées au mouvement d’une cible, il est préférable de relaxer les contraintes [21]. Il suffit alors d’augmenter la variance sur les contraintes du vecteur des observations.

Cependant, ce principe ne s’applique pas directement aux données lidar, car les contraintes sur la position angulaire sont des inégalités plutôt que des égalités : la position estimée de la cible doit être située dans le ou les éléments lidar qui détectent la cible. Par exemple, si la cible est observée dans les éléments centrés à  $75^\circ$  et à  $85^\circ$  ayant un champ de vue de  $\Delta\phi = 10^\circ$  chacun, la contrainte sur la position angulaire de l’état estimé,  $\hat{\phi}$ , est :  $70^\circ < \hat{\phi} < 90^\circ$ .

Une façon de procéder qui considère la géométrie du lidar est d’utiliser la transformée de Hough comme une contrainte d’égalité relaxée (variance non nulle). Un principe similaire est

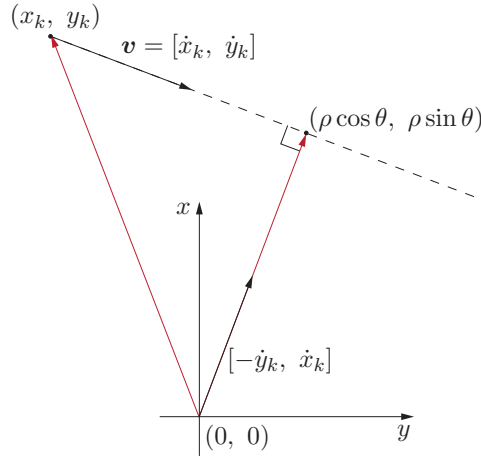


FIGURE 4.5 – Schéma des relations entre les états (position et vitesse en coordonnées cartésiennes) et les paramètres de la trajectoire estimés avec la transformée de Hough,  $\rho$  et  $\theta$ .

utilisé dans [6], sauf que ce dernier utilise plutôt une estimation de la vitesse angulaire évaluée par le temps passé dans un élément lidar et le sens d'arrivée comme mesures ajoutées dans le filtre de Kalman. La transformée de Hough, proposée dans ce travail, est un indice de la trajectoire de la cible et est liée à la fois aux états de position (distance entre la trajectoire et le lidar  $\rho$ ) et de vitesse (direction donnée par  $\theta$ ).

Ainsi, une façon d'exprimer la transformée de Hough dans le vecteur des observations  $\mathbf{y}$  est tout simplement par les paramètres  $\rho$  et  $\theta$ . Ces paramètres correspondent au point sur la trajectoire le plus près du lidar, en coordonnées polaires :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} r & \phi & \rho & \theta \end{bmatrix}^T. \quad (4.9)$$

Les relations entre les états (en coordonnées cartésiennes) et ces mesures sont illustrées dans la figure 4.5. Les fonctions exprimant les paramètres de trajectoire en fonction des états sont les suivantes :

$$\rho = \frac{(y\dot{x} - x\dot{y})}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad (4.10)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right) + \frac{\pi}{2}. \quad (4.11)$$

Un désavantage de l'expression en coordonnées polaires  $\rho$  et  $\theta$  est que le calcul de l'innovation est moins direct :  $\theta$  est une valeur entre 0 et  $\pi$  radians,  $\rho$  peut être négatif ou positif.

Modifier ces paramètres pour qu'ils appartiennent au même espace que  $r$  (positif) et  $\phi$  ( $-\pi$  à  $\pi$  ou 0 à  $2\pi$ ) est possible, mais les fonctions établies précédemment devraient être modifiées également :

$$\rho = \frac{|y\dot{x} - x\dot{y}|}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad (4.12)$$



$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right) + \frac{3\pi}{2} & \text{si } (y\dot{x} - x\dot{y}) < 0 \\ \arctan\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right) + \frac{\pi}{2} & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (4.13)$$

où  $\theta$  est enroulé autour de  $2\pi$ .

Les dérivées de ces fonctions par rapport aux états contiennent alors des valeurs absolues et des fonctions signes. L'innovation peut cependant être calculée simplement par la différence entre les observations (paramètres de la transformée de Hough) et l'estimation des observations par ces dernières relations. La différence sur l'observation  $\theta$  (et  $\phi$ ) doit être ensuite enroulée autour de  $\pi$ , soit la valeur maximale pour une erreur angulaire. Par exemple, une erreur de  $181^\circ$  revient à une erreur équivalente de  $179^\circ$ .

Une seconde manière, plus simple, d'exprimer la transformée de Hough dans le vecteur des observations  $\mathbf{y}$  est par le point sur la trajectoire le plus près du lidar, mais en coordonnées cartésiennes :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} r & \phi & \rho \cos \theta & \rho \sin \theta \end{bmatrix}^\top \quad (4.14)$$

Les équations reliant ces observations aux états sont développées à partir du produit scalaire de la perpendiculaire à la vitesse avec la position  $(x, y)$  (voir figure 4.5) :

$$\rho \cos \theta = -\frac{\dot{y}(y\dot{x} - x\dot{y})}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}, \quad (4.15)$$

$$\rho \sin \theta = \frac{\dot{x}(y\dot{x} - x\dot{y})}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}. \quad (4.16)$$

L'innovation peut alors être calculée directement comme la différence entre les observations (paramètres de la transformée de Hough) et l'estimation des observations par ces dernières. Aucune modification n'est nécessaire sur l'innovation concernant la trajectoire. De plus, les dérivées sont continues. C'est donc ce qui est utilisé pour la suite.

Puisqu'une cible immobile génère une transformée de Hough uniforme (toutes les droites sont possibles et équiprobables), lorsque la vitesse est nulle,  $\rho \cos \theta$  et  $\rho \sin \theta$  sont mis à zéro.

Les prochaines sections présentent l'intégration des filtres de Kalman (étendu, classique, puis non parfumé) avec la transformée de Hough d'abord par la projection des mesures du lidar et ensuite par l'ajout d'une contrainte de trajectoire dans le vecteur des observations.

## 4.4 Filtre de Kalman étendu assisté par projection des mesures

Le modèle utilisé pour l'évolution temporelle des états est celui à vitesse constante : le bruit de procédé gaussien sur la vitesse correspond à l'accélération de la cible. Étant donné qu'un conducteur sur la route a tendance à vouloir garder une vitesse constante lorsque possible et qu'un véhicule est soumis à différentes accélérations et décélérations au fil du temps, le modèle

de vitesse constante est souvent utilisé pour le pistage de véhicule sur la route [4; 5]. Il est aussi possible d'augmenter le vecteur d'états en ajoutant les accélérations et utiliser un modèle à accélération constante. Dans [29], les deux modèles (vitesse ou accélération constante) sont d'ailleurs utilisés conjointement pour le pistage de piétons par un lidar.

Pour le modèle à vitesse constante, les états sont les positions et vitesses tels qu'écrits dans les équations (4.1) ou (4.2). Les sous-sections suivantes présentent les relations temporelles ainsi que les relations avec les observations pour ces deux vecteurs d'états.

#### 4.4.1 États en coordonnées polaires

Pour un vecteur d'état en coordonnées polaires (position et vitesse radiale et angulaire), la relation entre les observations,  $\mathbf{y} = [r, \phi]^\top$ , et les états est linéaire :

$$\hat{\mathbf{y}} = h(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}, \quad (4.17)$$

où la  $\mathbf{H}$  est la matrice Jacobienne suivante :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

La matrice Jacobienne peut donc être précalculée, ce qui est un avantage pour une implantation temps réel.

Par contre, la relation temporelle sur les états est loin d'être linéaire. La fonction  $f(\cdot)$  représentant la relation entre l'état actuel et l'état précédent est la suivante et est développée en détail dans l'annexe B :

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) = \begin{pmatrix} \sqrt{(r + \dot{r}\Delta t)^2 + (r\dot{\phi}\Delta t)^2} \\ \frac{(r^2\dot{\phi}^2 + \dot{r}^2)\Delta t + r\dot{r}}{\sqrt{(r + \dot{r}\Delta t)^2 + (r\dot{\phi}\Delta t)^2}} \\ -\arctan\left(\frac{r\dot{\phi}\Delta t \cos(\phi) + (r + \dot{r}\Delta t) \sin(\phi)}{r\dot{\phi}\Delta t \sin(\phi) - (r + \dot{r}\Delta t) \cos(\phi)}\right) \\ \frac{r^2\dot{\phi}}{(r + \dot{r}\Delta t)^2 + (r\dot{\phi}\Delta t)^2} \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

De manière évidente, l'évaluation de la matrice Jacobienne de  $f(\hat{\mathbf{x}})$  n'est pas un calcul simple et doit être fait à chaque instant en temps réel. Pour cette raison, le vecteur d'état utilisé dans ce travail est plutôt celui en coordonnées cartésiennes présenté à la prochaine sous-section.

#### 4.4.2 États en coordonnées cartésiennes

Étant donné le modèle à vitesse constante (ou même pour accélération constante), la relation temporelle des états est linéaire en coordonnées cartésiennes. Ainsi, le déplacement sur l'axe  $x$  est décrit par les relations suivantes entre l'état actuel et l'état précédent :

$$x_k = x_{k-1} + \dot{x}_{k-1}\Delta t, \quad (4.20)$$

$$\dot{x}_k = \dot{x}_{k-1}, \quad (4.21)$$

où  $\Delta t$  est l'intervalle de temps écoulé depuis l'instant précédent. Le déplacement sur l'axe  $y$  est décrit par les relations suivantes équivalentes :

$$y_k = y_{k-1} + \dot{y}_{k-1} \Delta t, \quad (4.22)$$

$$\dot{y}_k = \dot{y}_{k-1}. \quad (4.23)$$

Il s'agit donc d'un modèle exprimé par la fonction  $f(\cdot)$  :

$$f(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}, \quad (4.24)$$

où  $\mathbf{A}$  est la matrice Jacobienne du modèle de transition des états :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Pour l'implantation en temps réel du filtre de Kalman, cette matrice peut être précalculée.

Par contre, comme les mesures sont en coordonnées polaires et les états en coordonnées cartésiennes, le modèle de l'observation est non linéaire. Le vecteur d'observations est le suivant :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} r & \tilde{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (4.26)$$

où  $r$  est la mesure de position radiale donnée par le lidar et  $\tilde{\phi}$  est la projection de la mesure angulaire sur la droite calculée par la transformée de Hough.

Le modèle non linéaire entre ces observations et états est décrit par la fonction  $h(\cdot)$  qui traduit les états en mesures de position :

$$h(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2} \\ \arctan(\frac{y}{x}) \end{pmatrix}. \quad (4.27)$$

La matrice Jacobienne de ce modèle,  $\mathbf{H}$ , est la suivante :

$$\mathbf{H}_{k|k-1} = \left[ \begin{array}{ccc|c} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} & 0 & \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} & 0 \\ -\frac{y}{x^2+y^2} & 0 & \frac{x}{x^2+y^2} & 0 \end{array} \right] \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_{(k|k-1)}}. \quad (4.28)$$

Cette matrice Jacobienne doit donc être évaluée à chaque instant, selon l'estimation *a priori* de l'état.

L'implantation du filtre de Kalman étendu assisté par transformée de Hough proposée est la suivante :

- La transformée de Hough telle que proposée à l’algorithme 3 est calculée. Le maximum de la transformée correspond alors à la droite la plus probable pour les mesures observées.
- L’étape de prédiction du filtre de Kalman est exécutée telle qu’écrite aux équations (2.22).
- La matrice Jacobienne  $\mathbf{H}$  est évaluée pour les états prédits (*a priori*).
- Les états *a priori* sont transformés en observations par le système d’équation (4.27).
- La mesure de position angulaire observée par le lidar est projetée sur la droite trouvée par la transformée de Hough par l’équation (4.3). Deux solutions sont possibles. La projection choisie est celle qui est la plus près de la position angulaire *a priori*.
- L’étape de correction du filtre de Kalman est exécutée telle qu’écrite aux équations (2.23). L’innovation sur  $\phi$  est enroulée autour de  $\pi$ .

L’ensemble de ces étapes est résumé dans le tableau 4.1 de façon mathématique.

Une amélioration qui est intéressante pour l’implantation en temps réel du filtre de Kalman est de rendre le système complètement linéaire, et ainsi, de pouvoir précalculer les deux matrices Jacobiennes  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{A}$ . Une stratégie pour y arriver est proposée à la section suivante.

TABLE 4.1 – Étapes résumées du filtre de Kalman étendu avec mesures projetées.

<b>Estimation de la trajectoire</b>	Estimer la trajectoire $(\rho, \theta)$ par l’algorithme 3.
<b>Prédiction des états</b>	$\mathbf{x}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1}$ avec (4.25) $\mathbf{P}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}$
<b>Observations <i>a priori</i></b>	Évaluation de $\mathbf{H}_{k k-1}$ par (4.28) $\hat{\mathbf{y}}_{k k-1} = h(\mathbf{x}_{k k-1})$ par (4.27)
<b>Projection des mesures lidar</b>	$\tilde{\phi} = \theta \pm \arccos(\rho/r)$ $ \tilde{\phi} - \hat{\phi} $ minimal (différence enroulée autour de $\pi$ )
<b>Correction des états</b>	$\dot{\mathbf{i}}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k k-1}$ enroulé autour de $\pi$ pour $\phi$ $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_{k k-1}\mathbf{P}_{k k-1}\mathbf{H}_{k k-1}^\top + \mathbf{R}$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k k-1}\mathbf{H}_{k k-1}^\top\mathbf{S}_k^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1} + \mathbf{K}_k\dot{\mathbf{i}}_k$ $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_{k k-1})\mathbf{P}_{k k-1}$

## 4.5 Filtre de Kalman classique assisté par projection des mesures

Étant donné la géométrie du lidar à faible résolution angulaire, la représentation des mesures dans le filtre de Kalman doit à première vue rester polaire : le bruit sur la mesure angulaire est plus important que le bruit sur la mesure radiale, et surtout, il n’est pas gaussien.

Toutefois, puisque la projection des mesures lidar transforme le bruit uniforme sur la position angulaire en un bruit plus gaussien, il n’est plus nécessaire que les observations dans le filtre de

Kalman soient en coordonnées polaires. La différence avec le filtre de Kalman étendu proposé précédemment est le vecteur d'observations qui devient plutôt :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} r \cos \tilde{\phi} & r \sin \tilde{\phi} \end{bmatrix}^\top, \quad (4.29)$$

ce qui correspond aux mesures lidar projetées en coordonnées cartésiennes. La relation entre les états et les observations est alors linéaire :

$$\hat{\mathbf{y}} = h(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}, \quad (4.30)$$

où  $\mathbf{H}$  est la matrice Jacobienne de  $h(\hat{\mathbf{x}})$  telle que :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Les deux matrices Jacobiennes  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{A}$  peuvent donc être précalculées.

L'implantation du filtre de Kalman classique assisté par transformée de Hough est la même que celle pour le filtre de Kalman étendu proposé dans la section précédente, à l'exception de la matrice Jacobienne qui n'est plus évaluée et de la transformation des observations projetées en coordonnées cartésiennes (voir le tableau 4.2 pour un résumé des étapes).

TABLE 4.2 – Étapes résumées du filtre de Kalman classique avec mesures projetées.

<b>Estimation de la trajectoire</b>	Estimer la trajectoire $(\rho, \theta)$ par l'algorithme 3.
<b>Prédiction des états</b>	$\mathbf{x}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1}$ avec (4.25) $\mathbf{P}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}$
<b>Observations <i>a priori</i></b>	$\hat{\mathbf{y}}_{k k-1} = \mathbf{H}\mathbf{x}_{k k-1}$ avec (4.31)
<b>Projection des mesures lidar</b>	$\hat{\phi} = \theta \pm \arccos(\rho/r)$ $ \tilde{\phi} - \hat{\phi} $ minimal (différence enroulée autour de $\pi$ ) $\mathbf{y}_k = [r \cos \tilde{\phi}, r \sin \tilde{\phi}]$
<b>Correction des états</b>	$\mathbf{i}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k k-1}$ $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}\mathbf{P}_{k k-1}\mathbf{H}^\top + \mathbf{R}$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k k-1}\mathbf{H}^\top\mathbf{S}_k^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1} + \mathbf{K}_k\mathbf{i}_k$ $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H})\mathbf{P}_{k k-1}$

## 4.6 Filtre de Kalman étendu assisté par contrainte relaxée

Pour les filtres de Kalman proposés dans les sections précédentes, seule la projection des mesures lidar a été introduite. Un désavantage de cette méthode est l'erreur sur la position projetée qui peut devenir supérieure à celle sur la mesure du lidar lorsque la mesure s'approche du point  $(\rho, \theta)$  sur la trajectoire.

Afin d'éviter cette problématique, l'ajout d'une contrainte relaxée aux observations est proposée dans la présente section. La contrainte est que les états doivent coïncider avec la trajectoire

évaluée par la transformée de Hough. Les états estimés, au fil du temps, suivent donc à la fois les mesures du lidar et la trajectoire rectiligne évaluée par la transformée de Hough qui considère la géométrie du lidar. Cette contrainte est décrite dans la section 4.3.

Le vecteur d'observations du filtre de Kalman est donc :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} r & \phi & \rho \cos \theta & \rho \sin \theta \end{bmatrix}^\top \quad (4.32)$$

Les relations entre les observations et les états se traduisent à :

$$h(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2} \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ -\frac{\dot{y}(y\dot{x} - x\dot{y})}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ \frac{\dot{x}(y\dot{x} - x\dot{y})}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \end{pmatrix}. \quad (4.33)$$

Par conséquent, la matrice Jacobienne de ce modèle,  $\mathbf{H}$ , est la suivante :

$$\mathbf{H}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} & 0 & \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} & 0 \\ -\frac{y}{x^2+y^2} & 0 & \frac{x}{x^2+y^2} & 0 \\ \frac{\dot{y}^2}{\dot{x}^2+\dot{y}^2} & \frac{\dot{y}(y\dot{x}^2-2x\dot{x}\dot{y}-y\dot{y}^2)}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^2} & -\frac{\dot{x}\dot{y}}{\dot{x}^2+\dot{y}^2} & -\frac{\dot{x}(y\dot{x}^2-2x\dot{x}\dot{y}-y\dot{y}^2)}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^2} \\ -\frac{\dot{x}\dot{y}}{\dot{x}^2+\dot{y}^2} & \frac{\dot{y}(x\dot{x}^2+2y\dot{x}\dot{y}-x\dot{y}^2)}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^2} & \frac{\dot{x}^2}{\dot{x}^2+\dot{y}^2} & -\frac{\dot{x}(x\dot{x}^2+2y\dot{x}\dot{y}-x\dot{y}^2)}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^2} \end{bmatrix} \bigg|_{\hat{\mathbf{x}}_{(k|k-1)}}. \quad (4.34)$$

Cette matrice doit être évaluée à chaque instant pour les états prédits. L'implémentation est alors :

- La transformée de Hough telle que proposée à l'algorithme 3 est calculée. Le maximum de la transformée correspond alors à la droite la plus probable pour les mesures observées.
- L'étape de prédiction du filtre de Kalman est exécutée telle qu'écrite aux équations (2.22).
- La matrice Jacobienne  $\mathbf{H}$  est évaluée pour les états prédits (*a priori*) par (4.34).
- Le vecteur des observations est mis à jour avec les mesures lidar et les paramètres de la transformée de Hough (en coordonnées cartésiennes).
- L'étape de correction du filtre de Kalman est exécutée telle qu'écrite aux équations (2.23). L'innovation sur  $\phi$  est enroulée autour de  $\pi$ .

Un résumé des opérations mathématiques en étapes est présenté dans le tableau 4.3.

Que ce soit pour les mesures du lidar ou pour les paramètres de la transformée de Hough, le système d'équations entre les observations et les états n'est pas linéaire et est d'ordre plus élevé que du deuxième ordre. Dans ce cas, un filtre de Kalman non parfumé peut apporter de meilleurs résultats (approximation par une série de Taylor du troisième ordre) que le filtre de Kalman étendu (approximation par une série de Taylor du premier ordre), et ce, pour une complexité algorithmique similaire [11]. La prochaine section propose une solution en ce sens.

TABLE 4.3 – Étapes résumées du filtre de Kalman étendu contraint par la transformée de Hough.

<b>Estimation de la trajectoire</b>	Estime la trajectoire $(\rho, \theta)$ par l'algorithme 3.
<b>Prédiction des états</b>	$\mathbf{x}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1}$ avec (4.25) $\mathbf{P}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}$
<b>Observations <i>a priori</i></b>	Évaluation de $\mathbf{H}_{k k-1}$ par (4.34) $\hat{\mathbf{y}}_{k k-1} = h(\mathbf{x}_{k k-1})$ par (4.33)
<b>Ajout de la contrainte</b>	$\mathbf{y}_k = [r, \phi, \rho \cos \theta, \rho \sin \theta]$
<b>Correction des états</b>	$\dot{\mathbf{i}}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k k-1}$ enrôlé autour de $\pi$ pour $\phi$ $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_{k k-1}\mathbf{P}_{k k-1}\mathbf{H}_{k k-1}^\top + \mathbf{R}$ $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k k-1}\mathbf{H}_{k k-1}^\top\mathbf{S}_k^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1} + \mathbf{K}_k\dot{\mathbf{i}}_k$ $\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_{k k-1})\mathbf{P}_{k k-1}$

## 4.7 Filtre de Kalman non parfumé assisté par contrainte relaxée

Comme le modèle temporel des états est linéaire, la première partie du filtre de Kalman, soit l'étape de prédiction, peut être exécutée par la méthode du filtre de Kalman classique. Les points sigma sont donc générés à partir de l'estimation *a priori* de l'état et de sa matrice de covariance. Les  $(2 \times n + 1)$  points sigma, pour les  $n = 4$  états du vecteur, sont générés de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\chi}_{0, k|k-1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \\
 \boldsymbol{\chi}_{i, k|k-1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \left( \sqrt{(4 + \lambda)\mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i \quad . \\
 \boldsymbol{\chi}_{i+4, k|k-1} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \left( \sqrt{(4 + \lambda)\mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_{i+4}
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

Ces neuf points sigmas sont ensuite propagés dans le modèle  $h(\cdot)$  (4.27) qui estime *a priori* les observations.

Ensuite, l'espérance des observations *a priori* et la covariance de l'innovation sont évaluées en appliquant la pondération décrite dans (2.30). Ces vecteurs poids peuvent être précalculés, selon les paramètres  $\alpha, \beta$  et  $\kappa$  choisis. Le gain du filtre de Kalman et la matrice de covariance de l'erreur *a posteriori* sont calculés par les équations (2.33) et (2.34) respectivement.

Un résumé de ces étapes est présenté dans le tableau 4.4.

## 4.8 Zone morte sur l'innovation

Lorsque la mesure angulaire estimée à l'instant actuel  $\hat{\phi}_k$  se retrouve dans l'intervalle d'incertitude de la mesure angulaire de la détection  $\phi_k$ , on peut déduire que la mesure angulaire estimée pourrait être exacte. Autrement dit, lorsque l'innovation sur la mesure angulaire est

TABLE 4.4 – Étapes résumées du filtre de Kalman non parfumé contraint par la transformée de Hough.

<b>Estimation de la trajectoire</b>	Estimer la trajectoire $(\rho, \theta)$ par l'algorithme 3
<b>Prédiction des états</b>	$\mathbf{x}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1}$ avec (4.25) $\mathbf{P}_{k k-1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}$
<b>Génération des points sigma</b>	$\chi_{k k-1}$ par (4.35) $\mathbf{W}_{moy}$ et $\mathbf{W}_{cov}$ par (2.30)
<b>Observations <i>a priori</i></b>	$\hat{\mathbf{Y}}_{k k-1} = h(\chi_{k k-1})$ par (4.33) $\hat{\mathbf{y}}_{k k-1} = \mathbf{Y}_{k k-1}\text{diag}(\mathbf{W}_{moy})\mathbf{Y}_{k k-1}^\top$
<b>Ajout de la contrainte</b>	$\mathbf{y}_k = [r, \phi, \rho \cos \theta, \rho \sin \theta]$
<b>Correction des états</b>	$\mathbf{i}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k k-1}$ enrôlé autour de $\pi$ pour $\phi$ $\mathbf{S}_k = \mathbf{Y}_{k k-1}\text{diag}(\mathbf{W}_{cov})\mathbf{Y}_{k k-1}^\top + \mathbf{R}$ $\mathbf{K}_k = (\mathbf{Y}_{k k-1}\text{diag}(\mathbf{W}_{cov})\chi_{k k-1}^\top)\mathbf{S}_k^{-1}$ $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1} + \mathbf{K}_k\mathbf{i}_k$ $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{S}_k^{-1}\mathbf{K}_k^\top$

inférieure en valeur absolue à l'incertitude sur la mesure angulaire, cette innovation peut être mise à zéro, ou encore mieux, ignorée [30]. Ce principe est utilisé dans [19], où l'étape de correction du filtre de Kalman est sautée lorsque l'innovation est nulle. À la différence de [19], l'étape de correction est partiellement ignorée et l'innovation reçue au filtre de Kalman n'est pas discrétisée par le capteur. Il s'agit plutôt d'appliquer une zone morte sur l'innovation et sur l'étape de correction pour la mesure angulaire seulement. Cette modification au filtre de Kalman peut être utilisée en complément avec la contrainte ajoutée dans le vecteur d'observations ou seule dans un filtre de Kalman sans contrainte.

La condition utilisée pour caractériser la zone morte de l'innovation est la suivante :

$$|\phi - \hat{\phi}| \leq \frac{\Delta\phi}{2}. \quad (4.36)$$

Lorsque cette condition est atteinte, soit lorsque l'innovation est dans sa zone morte, la matrice Jacobienne de la transformation des états en mesure est réduite de la manière suivante :

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{M}\mathbf{S}_k\mathbf{M}^\top, \quad (4.37)$$

et

$$\mathbf{i}_k = \mathbf{M}\mathbf{i}_k. \quad (4.38)$$

Lorsque l'innovation est sur les mesures  $r$  et  $\phi$  (filtre de Kalman sans contrainte), la matrice  $\mathbf{M}$  est la suivante :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

Lorsque l'innovation est sur le vecteur d'observations à l'équation (4.14) (filtre de Kalman



avec une contrainte relaxée), elle est exprimée :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

En appliquant cette modification, l'étape de correction ne prend plus en compte l'innovation sur la mesure angulaire et la matrice de covariance de l'erreur  $\mathbf{P}_k$  ne dépend temporairement plus de la mesure angulaire également.

## 4.9 Matrices de covariance du bruit

Cette section aborde l'évaluation des matrices de covariances du bruit de mesures et du bruit de procédé. Une bonne évaluation du rapport entre ces deux covariances est très importante, car c'est ce qui détermine, avec la covariance de l'erreur sur l'estimation initiale, l'importance donnée aux observations par rapport au modèle.

Si la matrice de covariance du bruit de mesure est surévaluée, le gain de Kalman diminue, ce qui laisse une plus grande importance aux états estimés *a priori*. Au contraire, si la matrice de covariance du bruit de procédé est surévaluée, le gain de Kalman augmente et le filtre se fie trop aux observations.

Comme vu au chapitre 3, la transformée de Hough prend un certain temps (entre 2 et 3 changements d'éléments lidar) avant d'atteindre son régime permanent. En régime transitoire, lorsque l'erreur sur les paramètres de la trajectoire est grande, l'erreur sur la projection de la mesure angulaire est également grande. Il s'agit donc d'appliquer la projection seulement lorsque le régime permanent est atteint. La première matrice de covariance du bruit de mesure abordée dans cette section est donc celle des mesures du lidar sans projection.

La covariance du bruit de mesure doit représenter le bruit gaussien sur la position radiale et le bruit uniforme sur la position angulaire. Comme le filtre de Kalman ne considère qu'un bruit gaussien, le bruit uniforme est approximé comme étant normal. L'équivalence du bruit est faite par la matrice de covariance suivante basée sur l'équation (2.38) :

$$\mathbf{R}_{r,\phi} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta\phi^2}{12} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

La figure 4.6 montre la différence entre un bruit à la fois gaussien et uniforme et un bruit équivalent, mais complètement gaussien, sur une mesure lidar. En coordonnées cartésiennes, une approximation peut être calculée en effectuant une transformation de rotation sur la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{x,y}$  obtenue avec  $\phi = 0$ , ce qui donne :

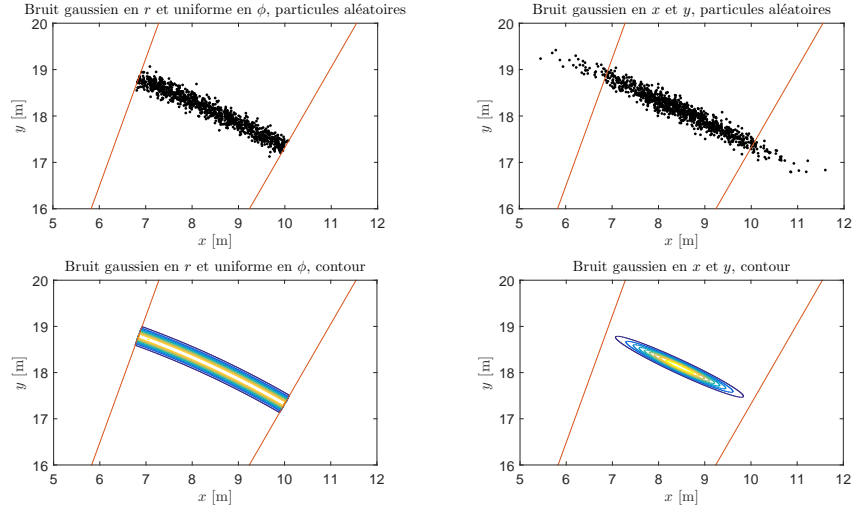


FIGURE 4.6 – Points aléatoires autour d’une mesure à 20 m et  $65^\circ$ . Gauche : générés selon un bruit à la fois gaussien en  $r$  ( $\sigma_r = 0.1$  m) et uniforme en  $\phi$  ( $\Delta\phi = 10^\circ$ ). Droite : générés selon un bruit gaussien en  $x$  et  $y$  par la matrice (4.42).

$$\mathbf{R}_{x,y}(r, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}(2r \sin(\frac{\Delta\phi}{2}))^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}^\top \quad (4.42)$$

Par la suite, il faut évaluer la matrice de covariance du bruit lorsque les mesures angulaires sont projetées. Cela peut être déduit des graphiques de la figure C.6 en annexe. La matrice de covariance devient :

$$\mathbf{R}_{r,\tilde{\phi}} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\tilde{\phi}}^2 \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

où  $\sigma_{\tilde{\phi}}$  est l’écart-type estimé, tiré des graphiques de la figure C.6.

Pour les filtres assistés par une contrainte relaxée, la matrice de covariance est la suivante :

$$\mathbf{R}_{r,\phi,\text{Hough}} = \text{diag}(\mathbf{R}_{r,\phi}, \mathbf{R}_{\rho \cos \theta, \rho \sin \theta}(\rho, \theta)), \quad (4.44)$$

où la matrice de covariance des paramètres de trajectoire est approximée par :

$$\mathbf{R}_{\rho \cos \theta, \rho \sin \theta}(\rho, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 \\ 0 & (\rho \tan \sigma_\theta)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}^\top. \quad (4.45)$$

Les valeurs de  $\sigma_\rho$  et  $\sigma_\theta$  peuvent être extraites de la figure C.3 dans la sous-section C.1 en annexe. Puisque le biais sur l’estimation des paramètres  $\rho$  et  $\theta$  augmente lorsque la taille de la cible augmente, l’erreur quadratique moyenne, qui comprend ce biais, est utilisée pour  $\sigma_\rho$  et  $\sigma_\theta$  plutôt que l’écart-type de l’erreur.

La matrice de covariance du procédé est fixée pour tous les filtres (en simulation) à :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-2} \end{bmatrix}. \quad (4.46)$$

Dans le cas présent, étant donné le choix du modèle à vitesse constante, la variance sur les états doit considérer l'accélération maximale des cibles devant le lidar. En simulation, pour une fréquence d'acquisition à 30 Hz, soit celle visée par le partenaire industriel, si l'accélération maximale (relative au lidar) considérée est de 9 m/s<sup>2</sup>, la variation maximale de la vitesse entre deux échantillons correspond à 0.3 m/s. Une variance de 10<sup>-2</sup> est donc choisie ((0.3/3)<sup>2</sup>, règle des trois sigmas). Pour les données expérimentales, la fréquence d'acquisition est de 50 Hz ; la matrice de covariance est donc ajustée en conséquence.

## 4.10 Initialisation du filtre de Kalman

Afin de réduire la durée du régime transitoire du filtre de Kalman, il faut bien initialiser le vecteur d'état et la matrice de covariance de l'erreur sur ces états. Une option possible, dans le cas où les états initiaux sont totalement inconnus, est d'initialiser la covariance de l'erreur avec de grandes valeurs. Ainsi, dans les premiers instants, le filtre de Kalman se fie davantage sur les mesures que sur les états propagés *a priori*.

Dans le cas du pistage de données lidar, les initialisations des états et de la matrice de covariance de l'erreur sont faites à partir des déductions suivantes.

D'abord, la position est initialisée en utilisant la mesure de position du lidar traduite en coordonnées cartésiennes. La covariance de l'erreur sur l'estimation en position doit alors refléter la géométrie polaire du bruit de mesure. L'approximation à l'équation (4.42) est donc utilisée.

Pour l'initialisation de la vitesse, une possibilité est de simplement l'initialiser à zéro. Dans ce cas, la covariance de l'erreur du vecteur vitesse doit être élevée. Par exemple, la variance choisie peut être celle d'une distribution uniforme entre la vitesse maximale attendue positive et négative ( $\sigma_{\dot{x}} = \sigma_{\dot{y}} = v_{\max}^2/3$ ).

## 4.11 Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs filtres de Kalman ont été adaptés pour le pistage par lidar faible résolution angulaire. Les solutions proposées se séparent en deux catégories principales : la projection des mesures de position angulaire sur la droite estimée par la transformée de Hough ou l'ajout d'une contrainte relaxée dans le vecteur d'observations qui correspond aux paramètres de la droite estimée.

Dans ces deux catégories, plusieurs filtres de Kalman sont proposés. D'abord, les mesures projetées sont incorporées par un filtre de Kalman étendu. Puis, le filtre est simplifié en un filtre de Kalman classique, de complexité algorithmique inférieure, en transformant les mesures projetées en coordonnées cartésiennes. Ensuite, la contrainte relaxée de la transformée de Hough est ajoutée au vecteur des observations d'un filtre de Kalman étendu. Finalement, puisque le filtre de Kalman non parfumé est de même complexité, mais offre des performances supérieures pour les non-linéarités, ce dernier est également employé conjointement avec la contrainte de la transformée de Hough.

L'ajout d'une zone morte sur l'innovation est également introduit afin de considérer un bruit de position angulaire uniforme dans un élément lidar. Finalement, l'évaluation et l'initialisation des matrices de covariances sont abordées.

Dans le prochain chapitre, les filtres de Kalman étendu et classique avec projection ainsi que le filtre de Kalman non parfumé avec contrainte relaxée sont testés en simulation et comparés avec les filtres de Kalman étendu et non parfumé ordinaires. L'effet de la zone morte sur l'innovation est également analysé.