

## Chapitre 3

# Transformée de Hough

La transformée de Hough est la première opération qui est appliquée aux données du lidar dans ce mémoire. Elle est utilisée de manière à estimer la meilleure trajectoire rectiligne correspondant au mouvement au fil du temps d'une seule cible. Comme discuté dans la section 2.4.1, cette estimation est très similaire à celle du maximum de vraisemblance (ML), et par extension, car la distribution *a priori* est uniforme, au maximum *a posteriori* (MAP). Dans ce chapitre, afin de tendre vers le ML, la transformée de Hough est modifiée pour considérer le bruit de mesure (gaussien et uniforme).

Ainsi, les modifications apportées à la transformée de Hough sont les suivantes. D'abord, la transformée de Hough est convertie en coordonnées polaires pour y entrer les mesures du lidar directement. Puis, deux méthodes de calcul de la matrice des votes sont proposées : une première avec des votes binaires et une seconde qui considère le bruit gaussien sur la mesure radiale en donnant une amplitude aux votes. Dans les deux cas, la transformée de Hough est adaptée à l'incertitude sur la mesure angulaire.

La transformée de Hough développée est différente de celle dans [27]. En effet, [27] propose une distribution par rapport à l'erreur sur l'estimation des paramètres de Hough. Ici, elle est plutôt par rapport à l'erreur sur les mesures du lidar, soit l'entrée de la transformée.

La complexité algorithmique de la transformée est discutée et des stratégies pour la réduire sont développées. Finalement, des résultats sont présentés à la fin de ce chapitre pour montrer les performances de la transformée développée.

### 3.1 Conversion pour des mesures en coordonnées polaires

Les mesures du lidar sont en coordonnées polaires. Pour utiliser la transformée de Hough, il faut donc traduire la relation entre un point  $(x, y)$  et une droite  $(\rho, \theta)$  en exprimant le point comme une coordonnée polaire  $(r, \phi)$ . Les conventions utilisées pour définir les angles sont définies à la figure 3.1. De plus, la convention décrite à la section 2.4 est celle utilisée pour les

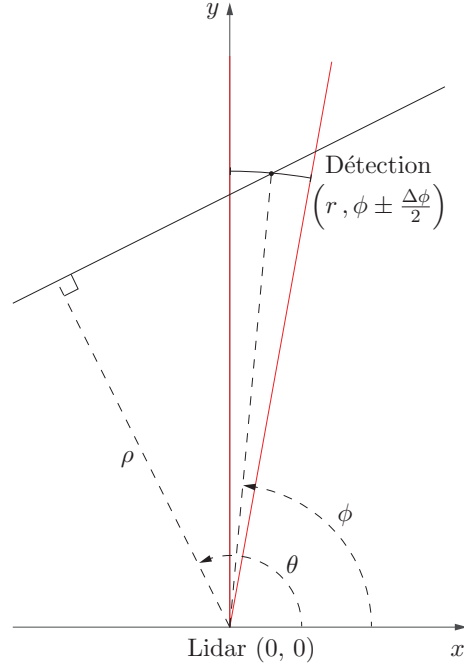


FIGURE 3.1 – Schéma des conventions pour les paramètres de la transformée de Hough et les mesures du lidar.

paramètres de la transformée. La valeur de  $\rho$  peut donc être négative lorsque le point sur la droite le plus près du lidar est en dessous de l'axe des  $x$  et la valeur de  $\theta$  varie entre 0 et  $\pi$  radians.

La conversion en coordonnées polaires est faite de la façon suivante. Les équations paramétriques ( $x = r \cos \phi$  et  $y = r \sin \phi$ ) sont insérées dans la relation (2.41). Cette dernière devient alors :

$$\rho = r (\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta) . \quad (3.1)$$

Elle peut être simplifiée par la suite à la relation :

$$\rho = r \cos(\theta - \phi) . \quad (3.2)$$

Lorsque l'incertitude sur la position angulaire est considérée, l'aire correspondante dans l'espace de Hough est complètement caractérisée par deux cosinus de même amplitude et déphasés par la largeur du champ de vue d'un élément lidar  $\Delta\phi$ . Ces deux courbes sont nommées  $\rho_+$  et  $\rho_-$  :

$$\begin{aligned} \rho_+ &= r \cos \left( \theta - \phi + \frac{\Delta\phi}{2} \right) \\ \rho_- &= r \cos \left( \theta - \phi - \frac{\Delta\phi}{2} \right) . \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dans la prochaine section, des méthodes de calcul de la matrice des votes, en lien avec la zone délimitée par ces deux cosinus, sont proposées.

### 3.2 Espace de Hough et matrice des votes

Tel que discuté dans la sous-section 2.4.1, la similarité entre le maximum de vraisemblance et la transformée de Hough se retrouve lors de la construction de la matrice des votes. Cette matrice permet d'identifier quelles sont les droites les plus probables dans un ensemble de mesures en accumulant des votes. Les paramètres  $\rho$  et  $\theta$  maximisant les votes correspondent alors aux paramètres représentant la meilleure droite, soit celle passant par le plus grand nombre de mesures.

Pour construire cette matrice, il faut donc dans un premier temps représenter l'ensemble des droites possibles passant par une mesure dans l'espace de Hough. Cet ensemble doit prendre en considération l'incertitude angulaire sur la mesure (bruit de mesure uniforme) et possiblement le bruit de mesure gaussien sur la distance radiale. Pour une seule mesure, l'ensemble des droites prend la forme d'une région située entre les deux cosinus déphasés à l'équation (3.3). Pour une série de mesures, étant donné l'incertitude sur la mesure angulaire, le maximum peut donc correspondre à une région dans l'espace de Hough.

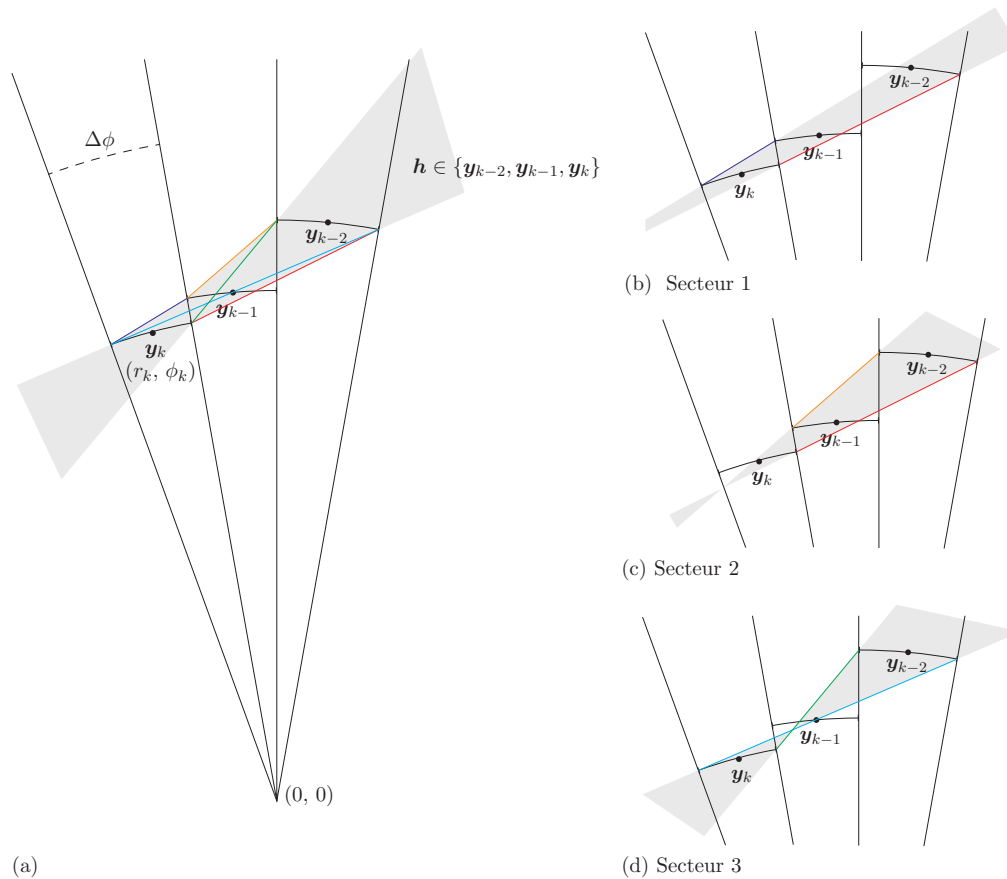


FIGURE 3.2 – Ensemble des droites décrites par les paramètres de Hough  $\mathbf{h}$  passant par les mesures  $\mathbf{y}_k$ .

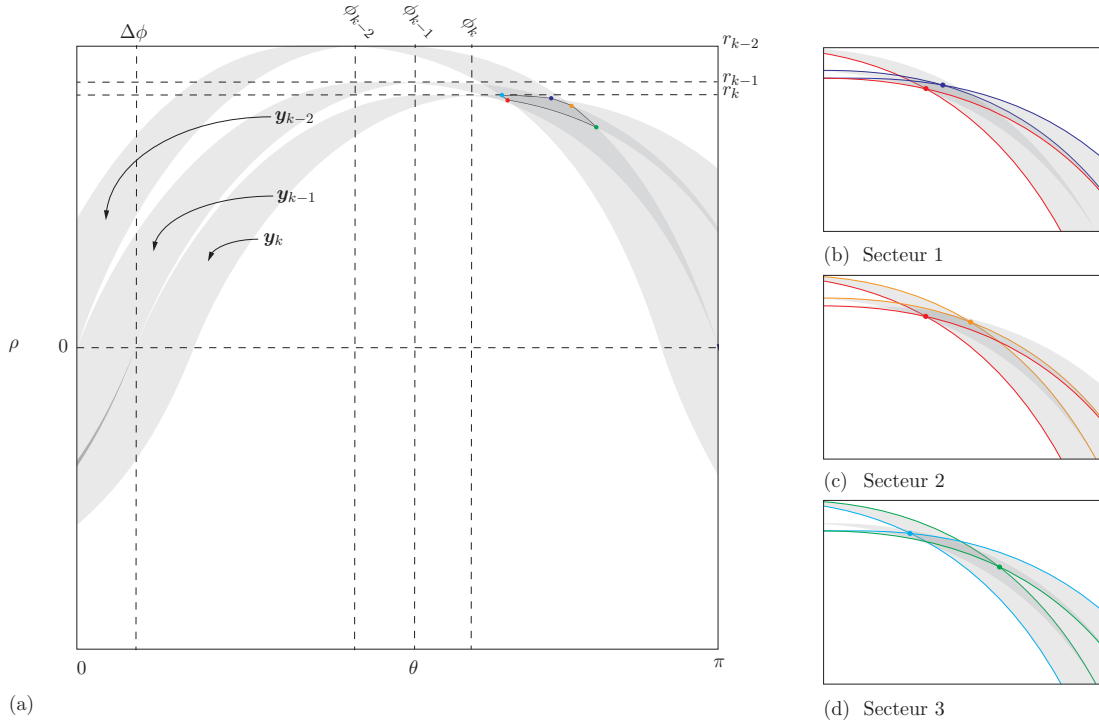


FIGURE 3.3 – Schéma de l'espace de Hough pour les paramètres  $\mathbf{h} = (\rho, \theta)$  et les mesures illustrées à la figure 3.2.

Un exemple de régions pour une série de mesures est illustré aux figures 3.2 et 3.3. À la figure 3.2, la région dans la matrice des votes est illustrée dans l'espace cartésien par les secteurs en gris. La région est limitée dans l'espace cartésien par le volume concave décrivant la trace des mesures. Dans ce cas précis, il y a cinq droites aux extrémités de la région maximale dans l'espace de Hough. Ces droites sont illustrées en couleurs.

À la figure 3.3, l'espace de Hough pour le même ensemble de trois mesures est illustré. En gris, il s'agit de la région bornée par les cosinus déphasés pour chacune des mesures. La région maximale est la région qui est encadrée et la plus foncée (schéma 3.3 (a)). Les droites extrêmes de la figure 3.2 sont représentées par les points colorés sur le contour la région maximale et les points dans l'espace polaire associés à chacune des extrémités de la région maximale sont représentées par les courbes colorés qui forment le contour (schémas 3.3 (b), (c) et (d)).

Pour construire la matrice des votes, ces régions sont discrétisées et additionnées. Cette section propose des stratégies dans ce but.

### 3.2.1 Évaluation de l'intersection

Il y a plusieurs façons d'évaluer la région d'incertitude sur la mesure angulaire dans l'espace de Hough. Cependant, il est préférable de la surévaluer que de la sous-évaluer : comme  $\rho_+$  et

$\rho_-$  sont deux cosinus déphasés, les valeurs de  $\rho_+$  et  $\rho_-$  peuvent être très près pour certaines valeurs de  $\theta$ . Si la zone d'intersection discrétisée plus petite que celle en théorie, il est possible d'induire une erreur sur le maximum de la matrice des votes.

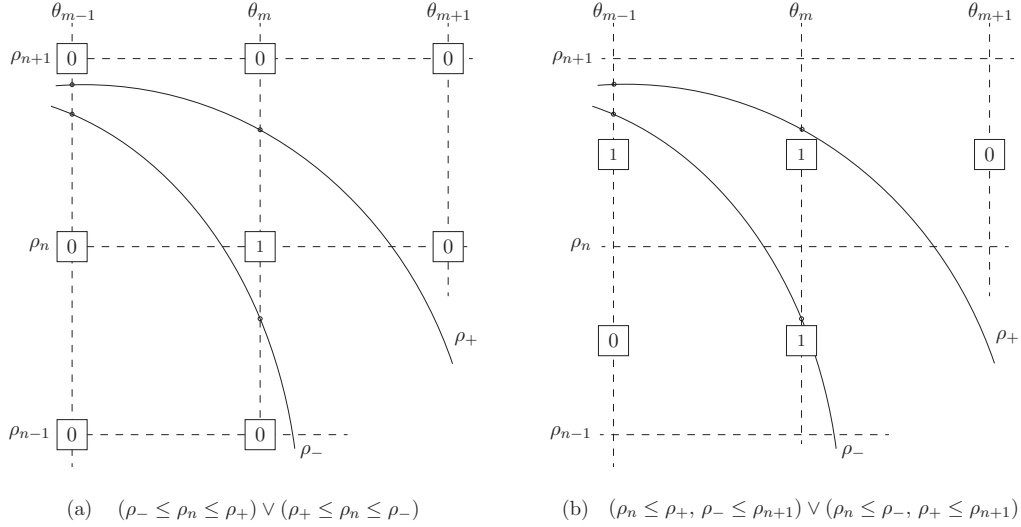


FIGURE 3.4 – Schéma de la matrice des votes pour les deux conditions d'évaluation.

Ce problème est illustré à la figure 3.4. À gauche, la valeur  $\rho_n$  d'un pixel  $(\rho_n, \theta_m)$  de la matrice des votes est comparée aux valeurs  $\rho_+$  et  $\rho_-$  évaluées à  $\theta_m$ . Si  $\rho_n$  se situe entre  $\rho_+$  et  $\rho_-$ , le vote est non-nul. S'il est à l'extérieur, le vote est de zéro. Mathématiquement, la condition se résume à :

$$\text{Condition a} = (\rho_+ \leq \rho_n \leq \rho_-) \vee (\rho_- \leq \rho_n \leq \rho_+). \quad (3.4)$$

À droite, les valeurs de  $\rho_+$  et  $\rho_-$  sont comparées aux valeurs de deux pixels adjacents  $(\rho_n, \theta_m)$  et  $(\rho_{n+1}, \theta_m)$ . La valeur  $\rho$  estimée est la moyenne des deux pixels adjacents,  $(\rho_n + \rho_{n+1})/2$ , lorsque l'accumulation est maximale au pixel  $(\rho_n, \theta_m)$ . Ceci est représenté par l'emplacement du vote.

Pour cette condition, si  $\rho_+$  ou  $\rho_-$  encadrent ou sont comprises entre  $\rho_n$  et  $\rho_{n+1}$ , le vote est non-nul. Si  $\rho_+$  et  $\rho_-$  sont supérieurs ou inférieurs aux deux pixels, le vote est nul. L'expression mathématique de la condition est donc :

$$\text{Condition b} = (\rho_n \leq \rho_+, \rho_- \leq \rho_{n+1}) \vee (\rho_n \leq \rho_-, \rho_+ \leq \rho_{n+1}). \quad (3.5)$$

Tel que vu à la figure 3.4, la première condition est plus contraignante que la deuxième. Pour la suite, c'est donc la deuxième condition, celle illustrée à droite, qui est utilisée.

### 3.2.2 Matrice des votes binaires

La façon la plus simple d'accumuler les votes est d'employer des votes binaires. Chaque pixel de la matrice des votes est calculé de la façon suivante :

$$V_{n,m} = \sum_{i=1}^k v(\mathbf{y}_i | \mathbf{h}_{n,m}), \quad (3.6)$$

où  $\mathbf{h}_{n,m}$  est le couple de paramètres de la transformée de Hough balayé. La fonction de votes binaires correspond à :

$$v(\mathbf{y}_i | \mathbf{h}_{n,m}) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\rho_n \leq \rho_+, \rho_- \leq \rho_{n+1}) \vee (\rho_n \leq \rho_-, \rho_+ \leq \rho_{n+1}) \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (3.7)$$

Donc, lorsque la condition d'intersection est respectée, le vote est unitaire. Sinon, il est nul. Cette fonction de vote se rapporte à la fonction de vote binaire habituellement utilisée pour la transformée de Hough qui est la suivante :

$$f(\mathbf{y}_i | \mathbf{h}_{n,m}) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\rho_n \leq \rho \leq \rho_{n+1}) \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases} \quad (3.8)$$

et à la densité de probabilité représentant le bruit uniforme sur la position angulaire :

$$f(\phi_i) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta\phi} & \text{si } |\phi_i - \phi_{i,\text{exact}}| \leq \frac{\Delta\phi}{2} \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (3.9)$$

La combinaison des deux conditions où la fonction de vote et la densité de probabilité sont non nulles correspond à la région délimitée par les deux cosinus déphasés. Il s'agit donc de la condition d'intersection développée à la sous-section précédente.

L'algorithme 1 correspond au calcul des votes pour toutes les mesures et les paramètres de Hough balayés. Un exemple d'évaluation de la fonction de votes et de matrice des votes résultante pour une accumulation de trois mesures est illustré à la figure 3.5. Il est alors évident, pour cet exemple, qu'il existe une région, un ensemble de droites, pour laquelle les votes sont maximaux (en blanc). Plus le nombre de mesures est important lors de l'accumulation des votes, plus cette région se précise.

L'accumulation présentée ici considère le bruit sur la mesure angulaire avec une densité uniforme, mais ne considère pas le bruit sur la mesure radiale. Pour considérer ce dernier, il faut procéder comme indiqué à la prochaine sous-section.

### 3.2.3 Matrice des votes considérant le bruit gaussien

En s'inspirant de la PHT [27], il est possible d'inclure à la fois l'incertitude sur la mesure angulaire et le bruit gaussien sur la mesure de position radiale dans le calcul de la transformée de Hough. Cette adaptation se base sur les densités de probabilités du bruit de mesure

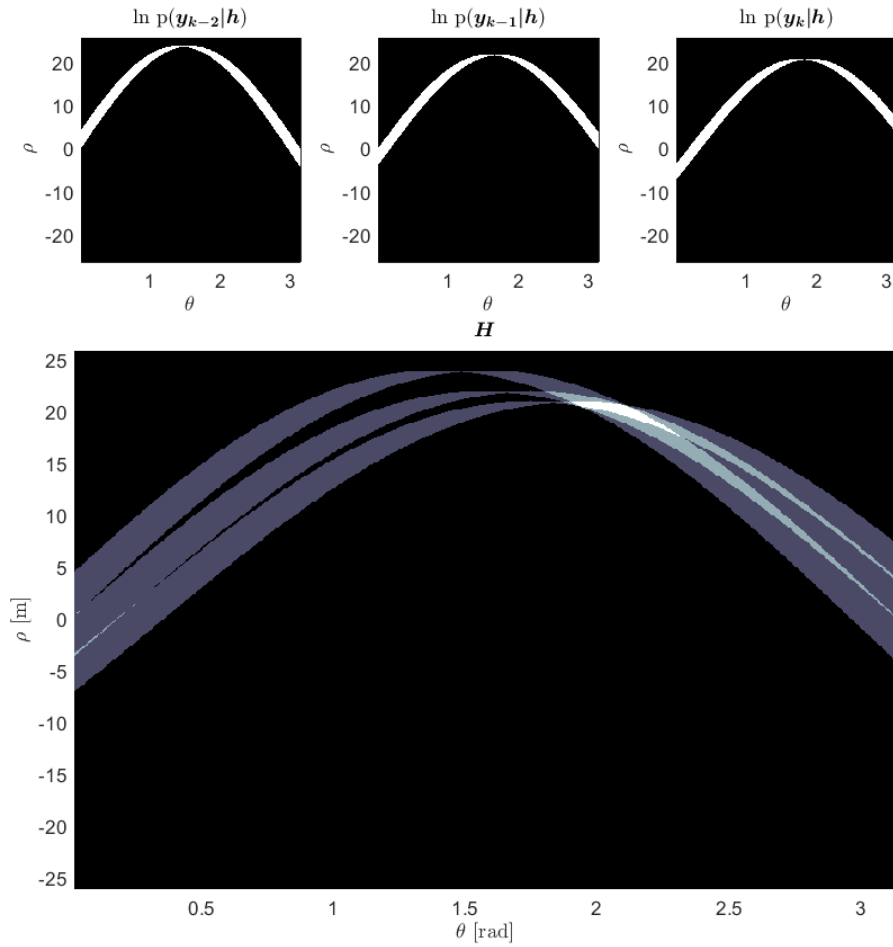


FIGURE 3.5 – Exemple de matrice des votes binaire. Haut : matrice binaire représentant chaque instant ; bas : accumulation. Le plus pâle correspond au maximum.

(gaussien et uniforme, qui sont indépendants) et sur la densité de probabilité conditionnelle qu'une mesure appartienne à une droite donnée (fonction de vote, aussi indépendante).

D'abord, le bruit sur la mesure radiale est un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma_r^2$ , avec la densité de probabilité suivante :

$$f(\tilde{r}_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{(\tilde{r}_j - r)^2}{2\sigma_r^2}\right). \quad (3.10)$$

La fonction de vote binaire proposée à l'équation (3.7) correspond déjà à la fonction de vote en considérant le bruit uniforme sur la mesure angulaire. Le bruit sur la position radiale est incorporé en multipliant (car indépendant) la densité de probabilité du bruit avec la fonction

---

**Algorithme 1** Calcul et accumulation des votes binaires.

---

**Pour**  $\mathbf{h}_{n,m}$  où  $m = [0, 1, \dots, N_\theta - 1]$ ,  $n = [0, 1, \dots, N_\rho - 1]$  **faire**

$$\rho_n = -r_k + 2 \frac{r_k}{N_\rho} n$$

$$\rho_{n+1} = -r_k + 2 \frac{r_k}{N_\rho} (n + 1)$$

$$\theta_m = \frac{\pi}{N_\theta - 1} m$$

$$V_{n,m} = 0$$

**Pour**  $\mathbf{y}_i$  où  $i = [1, 2, \dots, k]$  **faire**

Évaluer  $\rho_+$  et  $\rho_-$  avec (3.3).

**Si**  $\rho_n \leq \rho_+$ ,  $\rho_- \leq \rho_{n+1}$  ou  $\rho_n \leq \rho_-$ ,  $\rho_+ \leq \rho_{n+1}$  **alors**

$$V_{n,m} = V_{n,m} + 1.$$

**Fin Si**

**Fin Pour**

**Fin Pour**

---

de vote (3.7). Finalement, la densité de probabilité obtenue est proportionnelle à :

$$f(\mathbf{y}_i, \tilde{r}_j | \mathbf{h}_{n,m}) \propto \begin{cases} \exp\left(-\frac{(\tilde{r}_j - r_i)^2}{2\sigma_r^2}\right) & \text{si } (\rho_n \leq \rho_+, \rho_- \leq \rho_{n+1}) \vee (\rho_n \leq \rho_-, \rho_+ \leq \rho_{n+1}) \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (3.11)$$

où  $\tilde{r}_j$  correspond à une valeur autour de la mesure  $r_i$  qui pourrait être la position exacte de la cible.

Pour calculer la transformée de Hough, cette densité de probabilité est évaluée pour  $N_{PDF}$  valeurs de  $\tilde{r}_j$ . Le logarithme du maximum de vraisemblance est approximé à :

$$V_{n,m} = \sum_{i=1}^k \log p(\mathbf{y}_i | \mathbf{h}_{n,m}), \quad (3.12)$$

où  $\log p(\mathbf{y}_i | \mathbf{h}_{n,m})$  est la fonction de votes, soit une adaptation du logarithme de la densité de probabilité conjointe des bruits de mesure (3.11).

$$\log p(\mathbf{y}_i, \Delta r_j | \mathbf{h}_{n,m}) = \begin{cases} \frac{\Delta r_{\max}^2 - \Delta r_j^2}{\sigma_r^2} & \text{si } \rho_n \leq \rho_{\max}, \rho_{\min} \leq \rho_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.13)$$

Le résultat de ce logarithme modifié est positif pour toute valeur de  $\Delta r_j = (\tilde{r}_j - r_i)$ .

L'algorithme 2 correspond au calcul des votes pour chaque mesure  $\mathbf{y}_i$  et chaque pixel de la matrices de votes. Le principe, illustré à la figure 3.6, est de construire la densité en réduisant l'écart entre  $r$  et  $\tilde{r}$  au fur et à mesure. La valeur de  $\log p(\mathbf{y}_i | \mathbf{h}_{n,m})$  est remplacée par celle de (3.13) si l'on se trouve dans la région non nulle des votes.

De plus, un terme,  $\frac{\Delta r_{\max}^2}{\sigma_r^2}$ , est ajouté au logarithme pour que les votes soient positifs : la fonction de votes tend vers zéro lorsque l'erreur s'approche de l'écart maximal souhaité et tend vers  $\frac{\Delta r_{\max}^2}{\sigma_r^2}$  lorsqu'on évalue très près de la mesure  $r_i$ . L'écart maximal proposé ici est de  $3\sigma_r$  afin de considérer l'ensemble de la gaussienne du bruit de mesure radiale de variance  $\sigma_r^2$ .



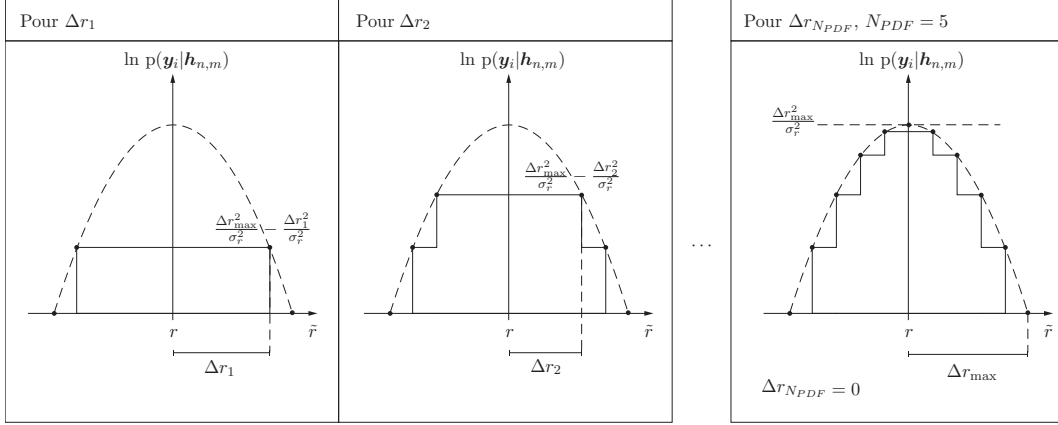


FIGURE 3.6 – Étapes itératives de construction de la PDF du bruit de mesure gaussien.

La condition pour évaluer un vote non nul décrite à la sous-section 3.2.1 est modifiée. On évalue ici une aire délimitée par quatre cosinus déphasés et d'amplitudes différentes. En effet, les valeurs  $\rho_{\max}$  et  $\rho_{\min}$  correspondent à  $\rho_+$  et  $\rho_-$  en considérant une erreur radiale de  $\delta\tilde{r}_j$ . Il s'agit d'évaluer le maximum et le minimum entre les quatre valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 \rho_{++} &= (r_i + \Delta r_j) \cos(\theta_m - \phi_i + \Delta\phi/2) \\
 \rho_{+-} &= (r_i + \Delta r_j) \cos(\theta_m - \phi_i - \Delta\phi/2) \\
 \rho_{-+} &= (r_i - \Delta r_j) \cos(\theta_m - \phi_i + \Delta\phi/2) \\
 \rho_{--} &= (r_i - \Delta r_j) \cos(\theta_m - \phi_i - \Delta\phi/2).
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Un exemple de matrice des votes résultante est illustré à la figure 3.7. En comparant avec la figure 3.5, cette façon de calculer la transformée de Hough est plus permissive : la zone claire, de valeur élevée, est plus large. Un désavantage de cette méthode est que sa complexité algorithmique est plus élevée. En plus de calculer des votes non entiers, le nombre d'opérations est multiplié par un facteur  $N_{PDF}$ .

### 3.3 Minimisation des calculs

Pour le partenaire industriel, il est important d'avoir la possibilité d'implanter en temps réel la transformée de Hough dans leur système. Comme elle est présentée dans l'algorithme 2, cela est peu envisageable. Ainsi, dans cette section, des solutions pour diminuer la complexité algorithmique sont présentées. Ces solutions s'exposent en trois grandes catégories : simplifier le calcul des votes, diminuer la taille de la matrice des votes et diminuer la taille de l'historique.

#### 3.3.1 Votes binaires

Tel que mentionné dans [27], un désavantage de la transformée de Hough probabiliste est sa complexité algorithmique plus élevée. Tout comme pour la transformée de Hough développée

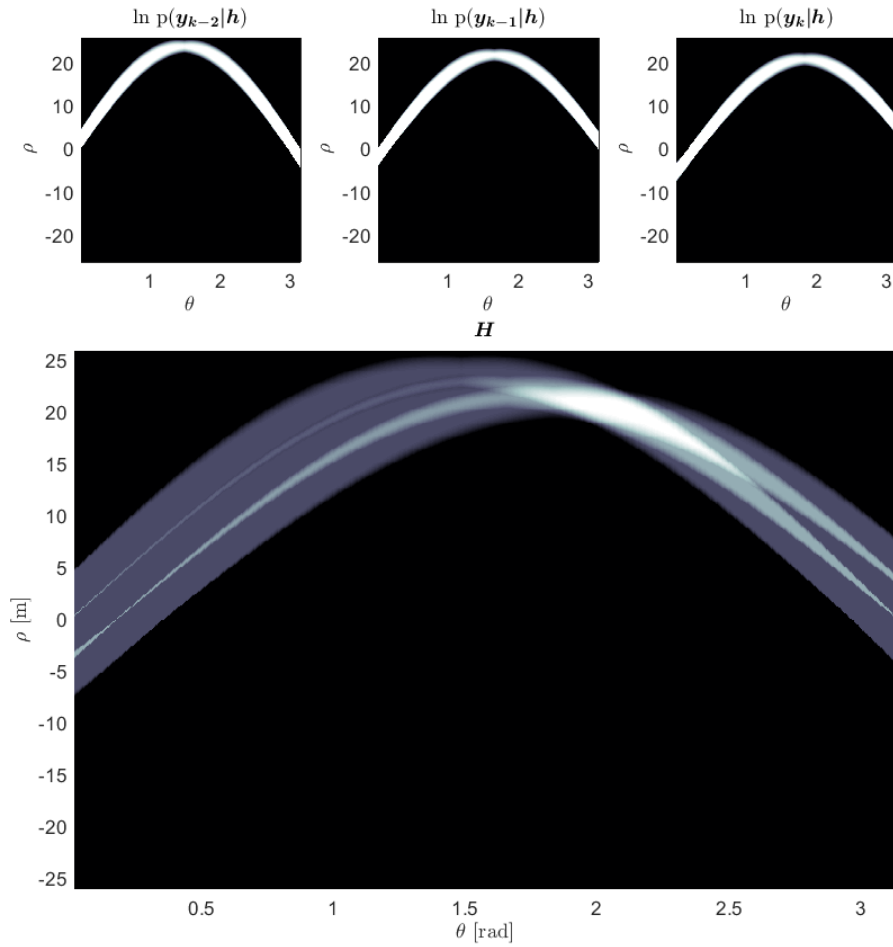


FIGURE 3.7 – Exemple de matrice des votes considérant le bruit gaussien sur les mesures. Haut : matrice représentant chaque instant ; bas : accumulation. Le plus pâle correspond au maximum.

dans ce travail, un facteur important est l'utilisation de votes qui ne sont pas des entiers. Dans cette section, l'accumulation des votes en considérant le bruit gaussien sur la mesure radiale est simplifiée de manière à incrémenter des votes unitaires.

La modification proposée est de choisir les valeurs de  $\delta\tilde{r}$  pour générer des sauts de valeur fixe dans la fonction de votes (3.13). À la différence de la figure 3.6 où les votes ne sont pas entiers, la figure 3.8 montre l'accumulation de votes unitaires pour chaque valeur de  $\delta\tilde{r}$ . Sous forme d'équation :

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_{\max}^2 - \sigma_r^2 \log p}, \quad (3.15)$$

où  $\log p$  est une valeur qu'il faut faire varier de manière constante entre 0 et  $\frac{\Delta r_{\max}^2}{\sigma_r^2}$ . Ces variations de l'erreur sur la position radiale peuvent être précalculées, car elles sont fixes.

---

**Algorithme 2** Calcul des votes en considérant le bruit de mesure radial gaussien.

---

**Pour**  $\mathbf{h}_{n,m}$  où  $m = [0, 1, \dots, N_\theta - 1]$ ,  $n = [0, 1, \dots, N_\rho - 1]$  **faire**

$$\rho_n = -r_k + 2 \frac{r_k}{N_\rho} n$$

$$\rho_{n+1} = -r_k + 2 \frac{r_k}{N_\rho} (n + 1)$$

$$\theta_m = \frac{\pi}{N_\theta - 1} m$$

$$V_{n,m} = 0$$

**Pour**  $\mathbf{y}_i$  où  $i = [1, 2, \dots, k]$  **faire**

**Pour**  $\delta \tilde{r}_j = [\Delta r_{\max}, \dots, \Delta r_{N_{PDF}-1}, 0]$  **faire**

Évaluer  $\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}$  et  $\rho_{--}$  avec (3.14).

Évaluer le maximum tel que :  $\rho_{\max} = \max(\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}, \rho_{--})$

Évaluer le minimum tel que :  $\rho_{\min} = \min(\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}, \rho_{--})$

**Si**  $\rho_n \leq \rho_{\max}, \rho_{\min} \leq \rho_{n+1}$  **alors**

Évaluer la fonction de vote (3.13).

**Sinon**

Garder le vote tel qu'évalué auparavant.

**Fin Si**

**Fin Pour**

**Fin Pour**

Évaluer la matrice des votes (3.12).

**Fin Pour**

---

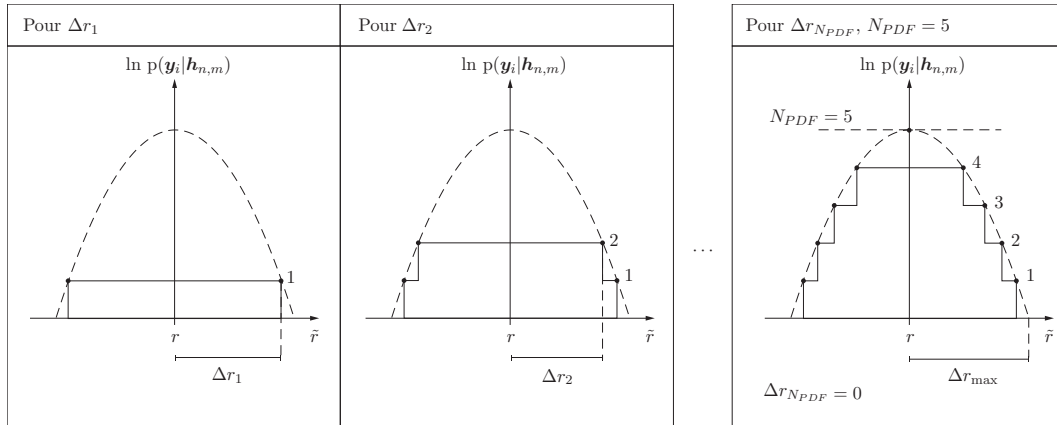


FIGURE 3.8 – Étapes itératives de construction de la PDF du bruit de mesure gaussien avec une incrémentation unitaire.

Par la suite, chaque pixel de la matrice des votes est calculé ainsi :

$$V_{n,m} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_{PDF}} \log p(\mathbf{y}_i, \Delta r_j | \mathbf{h}_{n,m}), \quad (3.16)$$

Plutôt que de remplacer les valeurs de la fonction de vote en diminuant  $\delta \tilde{r}$ , il s'agit d'une addition des votes pour chaque  $\delta \tilde{r}$ . Cette nouvelle fonction de vote est simplement :

$$\log p(\mathbf{y}_i, \Delta r_j | \mathbf{h}_{n,m}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho_n \leq \rho_{\max}, \rho_{\min} \leq \rho_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (3.17)$$

### 3.3.2 Taille de la matrice des votes

La complexité algorithmique de la transformée de Hough dépend linéairement de la taille ( $N_\rho$  rangées par  $N_\theta$  colonnes) de sa matrice des votes : le même calcul des votes est fait pour chaque pixel de la matrice.

Jusqu'à maintenant, la matrice des votes est calculée pour toutes les valeurs possibles de  $\rho$  et  $\theta$  :  $\rho$  est limité par la mesure radiale actuelle tel que  $\rho \in [-r_k, r_k]$  et  $\theta \in [0, \pi]$ . Cela implique que, pour estimer la direction de la trajectoire avec une résolution au degré près, il faut avoir au moins 180 colonnes à la matrice des votes, ce qui représente beaucoup de calculs. Dans cette section, la méthode de la FHT [26] est modifiée pour s'appliquer au problème spécifique de l'estimation au fil du temps de la trajectoire. Le principe est de limiter la taille de la matrice des votes, mais de zoomer autour de la région maximale de la transformée qui se précise en ajoutant de nouvelles mesures.

Pour le paramètre  $\rho$  en particulier, la matrice des votes peut être limitée dans l'aire correspondant à l'espace de Hough pour la dernière mesure reçue. Cette aire est limitée par les quatre cosinus décrits en (3.14). Ils sont évalués pour  $\mathbf{y}_k = (r_k, \phi_k)$  et une erreur  $\delta\tilde{r}$  correspondant au  $\Delta r_{\max}$  choisi ( $3\sigma_r$  dans le cas présent). Puisqu'il faut déjà calculer ces valeurs pour la fonction de votes, cela n'ajoute pas d'étapes à la transformée. Cependant, les paramètres  $\rho$  varient selon le paramètre  $\theta$ . Il faut donc garder en mémoire une matrice  $\mathbf{P}$  de taille  $[N_\rho \times N_\theta]$  contenant les valeurs de  $\rho$ , plutôt qu'un vecteur  $[N_\rho \times 1]$ . La grille des paramètres  $\rho$  à analyser est :

$$\mathbf{P} = \left[ \boldsymbol{\rho}(\theta_1) \quad \boldsymbol{\rho}(\theta_2) \quad \cdots \quad \boldsymbol{\rho}(\theta_m) \quad \cdots \quad \boldsymbol{\rho}(\theta_{N_\theta}) \right], \quad (3.18)$$

où  $\boldsymbol{\rho}(\theta_m)$  est un vecteur espacé linéairement entre les deux points extremums de l'ensemble  $\{\rho_{++}, \rho_{-+}, \rho_{+-}, \rho_{--}\}$  calculé à partir de (3.14) pour chaque  $\theta_m$ . Chaque élément de  $\mathbf{P}$  est donc nommé  $\rho_{n,m}$ .

Pour le paramètre  $\theta$ , la matrice des votes peut être limitée au fur et à mesure que la trajectoire se définit. Lors des premiers instants du pistage d'une cible, il n'y a que peu d'information concernant sa trajectoire. De plus, étant donné l'incertitude sur la mesure angulaire, la transformée de Hough ne sera pas maximale pour un seul point, mais sur une région. Lorsque la cible se déplace, cette région maximale devient de plus en plus petite.

Ainsi, pour initialiser une piste, il n'est pas nécessaire d'estimer la trajectoire avec une grande précision. Lorsque la cible n'a pas encore changé d'élément lidar, le vecteur  $\boldsymbol{\theta}$  est donc initialisé entre 0 et  $\pi$  radians. Par la suite, le vecteur, toujours de taille  $[1 \times N_\theta]$ , va suivre la région maximale de la transformée de Hough. Par exemple, en supposant que la région maximale de la transformée de Hough précédente soit entre  $\hat{\theta}_{\min,k-1}$  et  $\hat{\theta}_{\max,k-1}$ , l'élément  $m$  du vecteur  $\boldsymbol{\theta}$

correspondant pour l'instant actuel est :

$$\theta_m = \hat{\theta}_{\min,k-1} - \frac{\Delta\theta}{2} + \left( \frac{\hat{\theta}_{\max,k-1} - \hat{\theta}_{\min,k-1} + \Delta\theta}{N_\theta - 1} \right) m, \quad (3.19)$$

où  $\Delta\theta$  est la largeur minimale de la région observée par la matrice des votes. Ce paramètre permet de suivre un maximum qui se déplace dans l'espace de Hough au fil de temps (pour une trajectoire courbe par exemple). Il permet également d'éviter de rester centré sur un faux maximum, ou un maximum temporaire de la transformée. Il peut en effet y avoir plusieurs régions maximales qui ne sont pas adjacentes. Au fil du temps, la trajectoire se définit et la véritable zone maximale est mise en évidence.

En procédant de cette manière, la taille de la matrice de Hough peut être réduite tout en obtenant les mêmes résultats. Par exemple, une matrice de  $N_\theta = 20$  colonnes permet d'atteindre une résolution de  $1^\circ$ , lorsque la largeur observée est  $(\hat{\theta}_{\max,k-1} - \hat{\theta}_{\min,k-1} + \Delta\theta) = 20^\circ$ . Le nombre de rangées peut aussi être réduit drastiquement puisque la largeur du balayage du paramètre  $\rho$  passe de  $2r_k$  à un maximum de  $2\Delta r_{\max}$  ( $6\sigma_r$ ).

### 3.3.3 Taille de l'historique

Tout comme [14], cette section se base sur le fait qu'une partie importante de l'information concernant une mesure discrète se retrouve dans le changement de niveau de quantification. Appliqué à la transformée de Hough, cela permet d'éliminer la redondance des mesures du lidar et ainsi réduire le nombre de calculs de votes.

Soit une cible se déplace devant un lidar qui la détecte dans un seul élément. Pendant ce déplacement (instant  $i$  à instant  $k$ ), toutes les mesures possèdent la même valeur angulaire  $\phi$ , mais varient en distance  $r$ . Autrement dit, les mesures de distance radiales, soit l'ensemble  $\{r_i, r_{i+1}, \dots, r_k\}$ , sont comprises dans l'intervalle  $[\min(r_i, r_k), \max(r_i, r_k)]$ , tandis que les mesures angulaires, soit l'ensemble  $\{\phi_i, \phi_{i+1}, \dots, \phi_k\}$ , sont toutes égales à  $\phi_k$ .

Tel qu'illustré à la figure 3.9, toutes les droites possibles passant par cet ensemble de mesures sont celles passant par les deux mesures extrêmes. L'ensemble des droites en teintes de gris passent par toutes les mesures, mais est délimité par les mesures extrêmes seulement.

La transformée de Hough peut être effectuée en utilisant uniquement les mesures limites pour chaque changement d'élément lidar ainsi que la mesure actuelle.

Une autre façon de diminuer davantage la taille de l'historique est de fixer une quantité maximale de changements d'éléments lidar dans l'historique. La taille de l'historique, soit le nombre de mesures utilisé dans la transformée, est alors déterminée par :

$$N_{mes} = 2N_{ch} + 2. \quad (3.20)$$

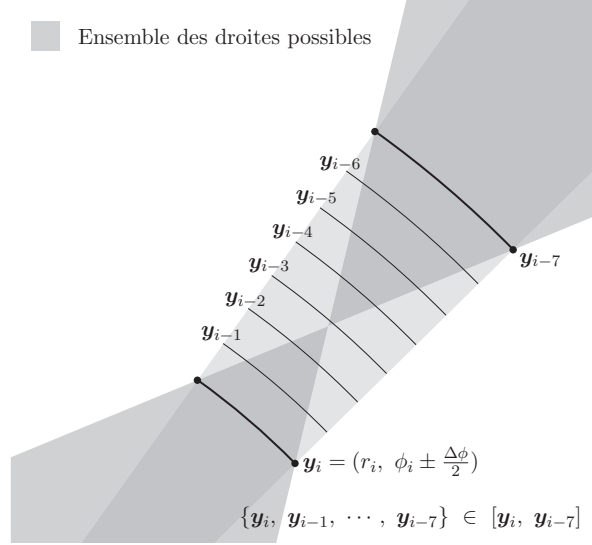


FIGURE 3.9 – Exemple de trajectoires rectilignes possibles pour des mesures dans un même élément lidar.

Il s'agit donc de deux mesures par changement d'élément lidar, jusqu'à une concurrence de  $N_{ch}$  changements, de la mesure actuelle et de la mesure la plus ancienne.

L'algorithme 3 détaille l'implémentation de la transformée de Hough selon les simplifications abordées dans cette section.

Également, le calcul de  $\rho$  avec l'incertitude angulaire et le bruit gaussien est séparé en deux parties afin d'éviter les calculs inutiles. D'abord, à chaque mesure dans l'historique, les deux cosinus comprenant la mesure angulaire et son incertitude sont calculés :

$$\begin{aligned} \cos_+ &= \cos(\theta - \phi + \Delta\phi/2) \\ \cos_- &= \cos(\theta - \phi - \Delta\phi/2). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Ensuite, pour chaque point dans la PDF du bruit de mesure, les cosinus sont multipliés aux mesures radiales :

$$\begin{aligned} \rho_{++} &= (r + \Delta r/2) \cos_+ \\ \rho_{+-} &= (r + \Delta r/2) \cos_- \\ \rho_{-+} &= (r - \Delta r/2) \cos_+ \\ \rho_{--} &= (r - \Delta r/2) \cos_- . \end{aligned} \quad (3.22)$$

Les différences entre les complexités des trois méthodes proposées (1, 2 et 3) sont résumées dans le tableau 3.1.

Tel que discuté précédemment, la quantité de calculs pour une seule mesure est plus importante ( $\times N_{PDF}$ ) en considérant le bruit gaussien. À première vue, l'algorithme 1 semble donc avoir une complexité algorithmique inférieure. Cependant, il faut se rappeler, d'une part, que la

taille de la matrice dans l'algorithme 3 est inférieure en raison du suivi du maximum. D'autre part, le nombre de mesures dans l'historique est également inférieur : un historique de  $N_{mes}$  mesures pour l'algorithme 3 et un historique complet des mesures avec les  $k$  instants pour les algorithmes 1 et 2.

À titre de référence, supposons un lidar de 9 éléments avec un champ de vue total de  $90^\circ$  échantillonnant à une fréquence de 30 Hz et une cible traversant tous les éléments à une vitesse de 30 km/h et en parcourant une distance de 20 m dans le champ de vue du lidar :

$$N_{mes} = 2N_{ch} + 2 = 2 * 8 + 2 = 18 \text{ mesures} \quad (3.23)$$

$$k = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{vitesse cible}} \times \text{fréquence} = \frac{20 \text{ m}}{30 \text{ km/h}} \times 30 \text{ Hz} = 72 \text{ mesures} \quad (3.24)$$

De plus, la valeur maximale de  $k$  n'est pas constante ni connue puisqu'elle reflète le temps passé par la cible dans le champ de vue du lidar, alors que le nombre de changements d'éléments  $N_{ch}$  est fixé à l'avance et dépend de la configuration géométrique du lidar.

Pour les algorithmes 2 et 3, le nombre de comparaisons est calculé de la façon suivante :

- Pour trouver le maximum et le minimum entre les quatre valeurs de  $\rho$  évaluées, quatre comparaisons sont nécessaires :  $(\rho_{++} < \rho_{+-})$ ,  $(\rho_{--} < \rho_{-+})$ , comparaison des deux minimums et comparaison des deux maximums ;
- Pour comparer avec les paramètres balayés, deux comparaisons supplémentaires sont nécessaires.

Il faut donc 6 comparaisons par pixel de la matrice des votes et par vote.

TABLE 3.1 – Comparaison de la complexité algorithmique des trois transformées de Hough proposées

	Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
<b>Formation de la grille</b>			
$\theta$	Précalculé	Précalculé	$N_\theta$
$\rho$	$N_\rho$	$N_\rho$	$N_\rho \times N_\theta$
<b>Calcul de la transformée (<math>\times N_\theta \times N_\rho</math>)</b>			
Cosinus	$2 \times k$	$4 \times k \times N_{PDF}$	$2 \times N_{mes}$
Multiplication	$2 \times k$	$4 \times k \times N_{PDF}$	$4 \times N_{mes} \times N_{PDF}$
<b>Discretisation de la transformée (<math>\times N_\theta \times N_\rho</math>)</b>			
Comparaison	$4 \times k$	$6 \times k \times N_{PDF}$	$6 \times N_{mes} \times N_{PDF}$
$H_{n,m}$	$k$ additions	$k \times N_{PDF}$ mettre au carré soustraction division (virgule flottante)	$N_{mes} \times N_{PDF}$ additions

---

**Algorithme 3** Calcul des votes en considérant le bruit de mesure radial gaussien après simplification.

---

**Pour**  $\theta_m$  où  $m = [0, 1, \dots, N_\theta - 1]$  **faire**

Évaluer  $\theta_m$  avec (3.19).

Évaluer  $\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}$  et  $\rho_{--}$  de la mesure  $\mathbf{y}_k$  pour  $\theta_m$  avec (3.14).

Évaluer le maximum tel que :  $\rho_{\max} = \max(\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}, \rho_{--})$ .

Évaluer le minimum tel que :  $\rho_{\min} = \min(\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}, \rho_{--})$ .

**Pour**  $\rho_{n,m}$  où  $n = [0, 1, \dots, N_\rho - 1]$  **faire**

$$\rho_{n,m} = \rho_{\min} + \frac{\rho_{\max} - \rho_{\min}}{N_\rho} n$$

$$\rho_{n+1,m} = \rho_{\min} + \frac{\rho_{\max} - \rho_{\min}}{N_\rho} (n + 1)$$

$$V_{n,m} = 0$$

**Pour** chaque mesure extremum  $\mathbf{y}_i$  où  $i = [1, 2, \dots, N_{mes}]$  **faire**

Évaluer  $\cos_+$  et  $\cos_-$  de la mesure  $\mathbf{y}_i$  avec (3.21).

**Pour**  $\Delta r_j = \sigma_r \sqrt{-\ln(j/N_{PDF})}$  où  $j = [1, 2, \dots, N_{PDF}]$  **faire**

Évaluer  $\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}$  et  $\rho_{--}$  avec (3.22).

Évaluer le maximum tel que :  $\rho_{\max} = \max(\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}, \rho_{--})$ .

Évaluer le minimum tel que :  $\rho_{\min} = \min(\rho_{++}, \rho_{+-}, \rho_{-+}, \rho_{--})$ .

**Si**  $\rho_n \leq \rho_{\max}, \rho_{\min} \leq \rho_{n+1}$  **alors**

$$V_{n,m} = V_{n,m} + 1$$

**Fin Si**

**Fin Pour**

**Fin Pour**

**Fin Pour**

**Fin Pour**

---

## 3.4 Résultats préliminaires

Les résultats présentés sont divisés en deux catégories : trajectoires rectilignes et trajectoires courbes. Pour ces deux catégories, des simulations sur Matlab de l'algorithme 3 sont faites afin de représenter des cibles de différentes tailles. Les résultats obtenus sont utilisés pour déterminer les paramètres concernant la transformée de Hough pour la suite des travaux. Sauf si indiqué, les simulations sont exécutées pour un lidar de  $N = 9$  éléments et un champ de vue de  $\Delta\phi = 10^\circ$  pour chaque élément.

### 3.4.1 Temps d'exécution

Dans cette sous-section, le temps d'exécution de la transformée de Hough de l'algorithme 3 est analysé selon les paramètres  $N_{PDF}$  et la taille de l'historique (fixée à  $N_{mes}$  mesures ou avec un historique complet de  $k$  mesures). Les temps d'exécution présentés à la figure 3.10 sont calculés pour une matrice des votes de taille  $[20 \times 20]$ . Il s'agit du temps d'exécution moyenné, pour chaque nouvelle mesure. Le fait de limiter l'historique permet de fixer un temps de calcul de la transformée qui ne dépend pas du temps passé par la cible dans un lidar.

Le calcul de la transformée pourrait donc être implanté en temps réel dans un système em-



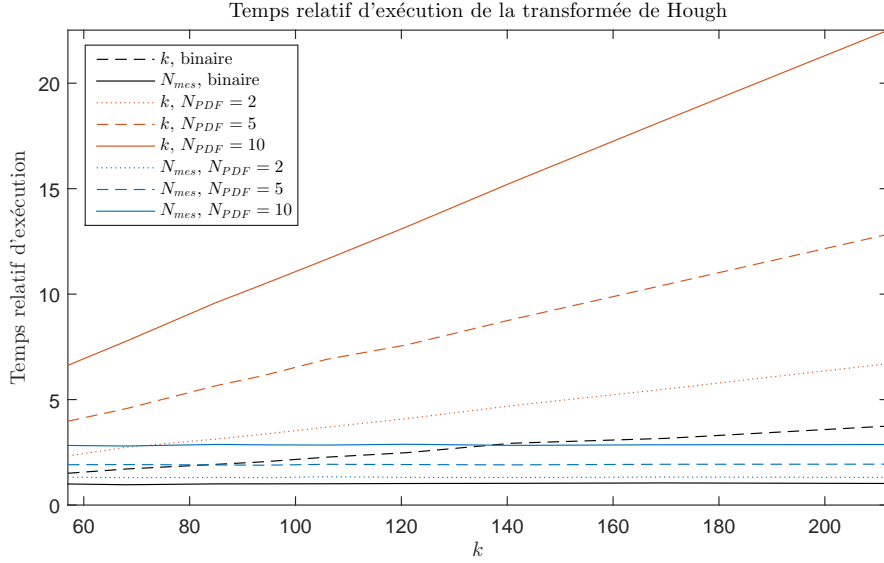


FIGURE 3.10 – Temps d’exécution moyen relatif à chaque évaluation de la transformée de Hough en fonction du nombre de mesures contenues dans une piste et pour différents paramètres de calcul (taille de l’historique et nombre de points sur la PDF). Le temps de référence est celui du calcul de la transformée de Hough binaire avec historique limité ( $N_{mes}$ , binaire) pour  $k = 57$  mesures.

barqué sur le lidar. Si le calcul, après implémentation, s’avère trop lent pour la fréquence d’acquisition des trames du lidar, il est aussi possible de calculer la transformée à une fréquence inférieure. Le paramètre  $P$ , soit l’intervalle d’exécution, représente le facteur entre la période d’exécution de la transformée par rapport à celle d’acquisition :

$$P = \frac{\text{fréquence des trames}}{\text{fréquence de calcul de la transformée}}. \quad (3.25)$$

Comme la variation de la trajectoire est lente pour la plupart des trajectoires, la transformée de Hough varie aussi lentement. Calculer la transformée de Hough avec un facteur  $P$  de 2 ou plus, double le temps de calcul alloué sans avoir d’effet sur la performance de la transformée.

### 3.4.2 Trajectoire rectiligne

Les trajectoires rectilignes testées sont des trajectoires traversant le champ de vue de tous les éléments du lidar. Le point d’entrée et le point de sortie de la cible dans le champ de vision se situent à des distances variant entre 10 et 50 m du lidar. Dans chacun des graphiques présentés, les résultats sont moyennés pour 81 trajectoires (9 points d’entrées et 9 points de sortie différents). Les graphiques présentés dans cette sous-section représentent l’erreur moyenne quadratique sur les paramètres de trajectoire estimés en fonction du nombre d’éléments lidar traversés.

Ainsi, l'erreur sur l'estimation est très importante dans le premier élément (0 à 1 élément traversé), car il n'y a aucune information concernant sa trajectoire autre que son déplacement radial. L'erreur sur l'estimation est due d'une part à l'incertitude elle-même sur la trajectoire possible (la région maximale dans la matrice des votes est large). D'autre part, plusieurs régions distinctes dans la matrice des votes peuvent être maximales. Les paramètres estimés, soit l'emplacement moyen de ces régions, sont donc plutôt entre les régions maximales, ce qui augmente d'autant plus l'erreur. Étant donné la forme qui est non convexe de la zone dans l'espace de Hough délimitée par la mesure actuelle, cet emplacement moyen peut se retrouver à l'extérieur de cette zone et ainsi ne pas respecter la mesure actuelle.

Cependant, cet effet n'est que temporaire. Plus la cible traverse des éléments, plus l'estimation par la transformée de Hough est précise. Dans la plupart des graphiques présentés, l'estimation se définit rapidement après 2 éléments traversés. Des graphiques présentant cette période en particulier sont donc fournis.

### Objet ponctuel

Dans cette sous-section, les simulations effectuées concernent exclusivement une cible ponctuelle (de dimension nulle). Comme le lidar ne possède pas de recouvrement entre ses éléments, il ne peut y avoir qu'une seule détection à chaque instant. Un bruit gaussien d'écart-type  $\sigma_r = 0.1$  m (ou tel que précisé) est ajouté sur la distance radiale mesurée. Les paramètres de transformée ici analysés sont le nombre de points sur la PDF ( $N_{PDF}$ ), le suivi du maximum de la transformée au fil du temps et la taille de la matrice des votes [ $N_\rho \times N_\theta$ ].

Le nombre de points minimal sur la PDF du bruit gaussien de mesure dépend de la variance du bruit. En fait, s'il n'y avait aucun bruit, des votes binaires dans la transformée de Hough, telle que proposée dans l'algorithme 1, seraient suffisants.

La figure 3.11 illustre l'effet du nombre de points sur la PDF du bruit de mesure (coordonnée radiale,  $r$ ) et de la variance de ce bruit sur l'estimation des paramètres de la trajectoire. Il est possible de remarquer que, pour un bruit faible, le nombre de points sur la PDF importe peu. Plus le bruit est important, plus l'écart entre les courbes d'erreur à 2, 5 et 10 points s'agrandit. Pour un bruit dont l'écart-type est de 0.5 m, la différence entre les courbes de 5 et 10 points est négligeable pour le paramètre  $\rho$  et de moins de  $1^\circ$  pour le paramètre  $\theta$ . Comme l'écart-type du bruit de mesure de distance radiale du lidar se situe autour de 0.1 m [1], mais varie selon plusieurs paramètres (distance de la cible, proximité avec une autre détection, système lidar, algorithme de détection utilisé, etc.), le nombre de points dans la PDF est fixé à 5.

La taille minimale de la matrice des votes choisie est un compromis entre la complexité algorithmique et la qualité de l'estimation des paramètres de trajectoires. Ainsi, aux figures 3.12 et 3.13, l'erreur quadratique moyenne sur les paramètres estimés est calculée en variant le nombre de rangées  $N_\rho$ , et par la suite, le nombre de colonnes  $N_\theta$ .

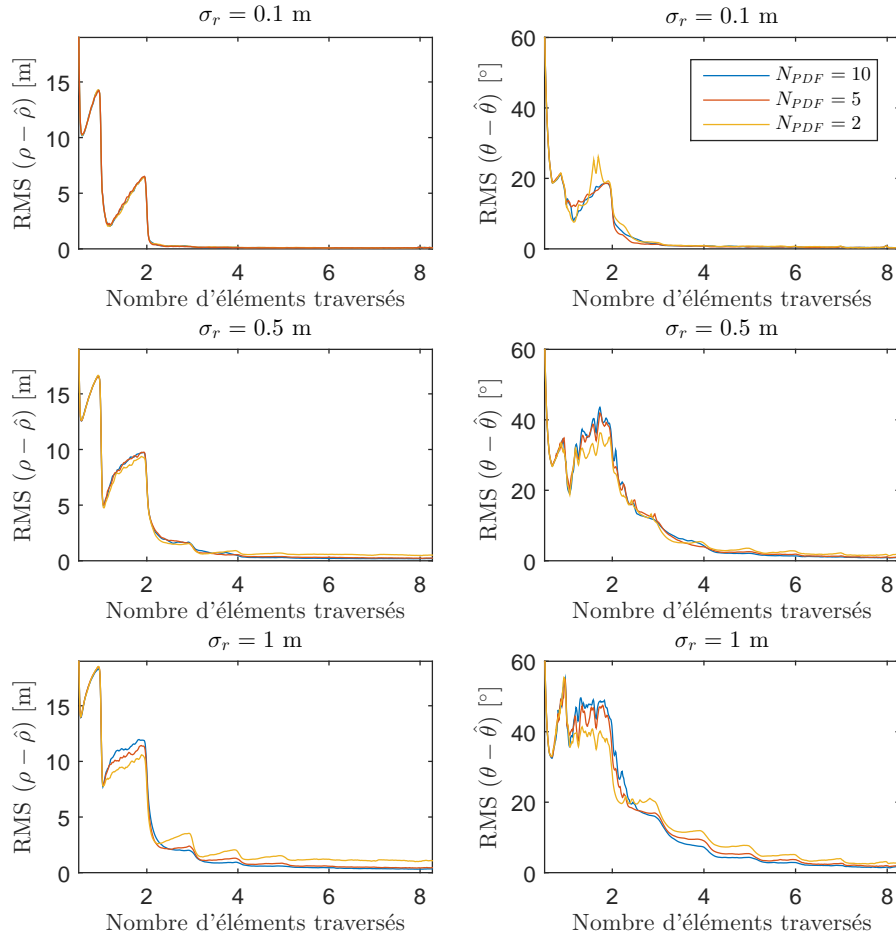


FIGURE 3.11 – Erreur quadratique moyenne sur l'estimation de la trajectoire pour différentes variances  $\sigma_r^2$  de bruit gaussien et pour différentes valeurs de  $N_{PDF}$ .

D'abord, l'effet de la variation du nombre de rangées est observé à la figure 3.12. Pour un nombre de rangées  $N_\rho$  inférieur à 10, l'erreur des deux paramètres de trajectoire augmente lorsque la cible traverse un élément et diminue drastiquement lorsqu'elle change d'élément. Ce comportement montre que la résolution de la matrice des votes n'est pas suffisante pour le suivi du maximum de la transformée : il diverge légèrement lors du déplacement de la cible dans un élément. Pour un nombre de rangées  $N_\rho$  de 10 et plus, ce comportement disparaît. L'effet du nombre de pas en  $\rho$  sur l'erreur en  $\theta$  peut être expliquée par le fait que les valeurs balayées dans la matrice des votes en  $\rho$  ne sont pas uniformes : elles varient en fonction de  $\theta$ .

Ensuite, l'effet du nombre de colonnes  $N_\theta$  est observé à la figure 3.13. Cette fois-ci, la différence n'est visible que pour l'estimation du paramètre  $\theta$ , les valeurs balayées en  $\theta$  étant uniformément distribuées. La différence entre les courbes pour 15 et 20 colonnes est négligeable, alors que

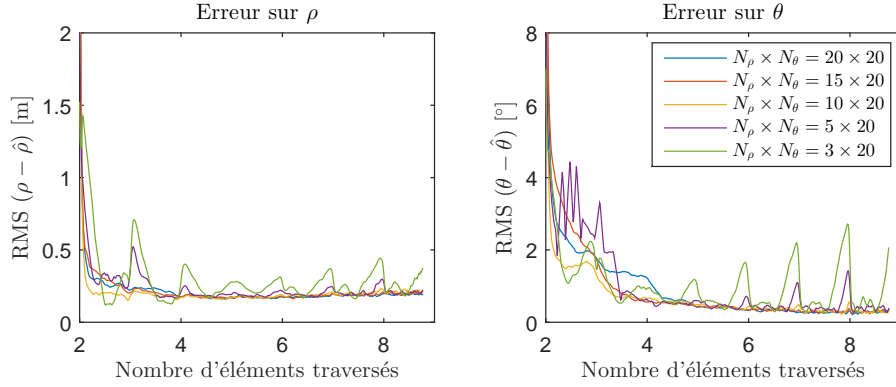


FIGURE 3.12 – Erreur quadratique moyenne sur l’estimation de la trajectoire en variant le nombre de rangées  $N_\rho$  de la matrice des votes.

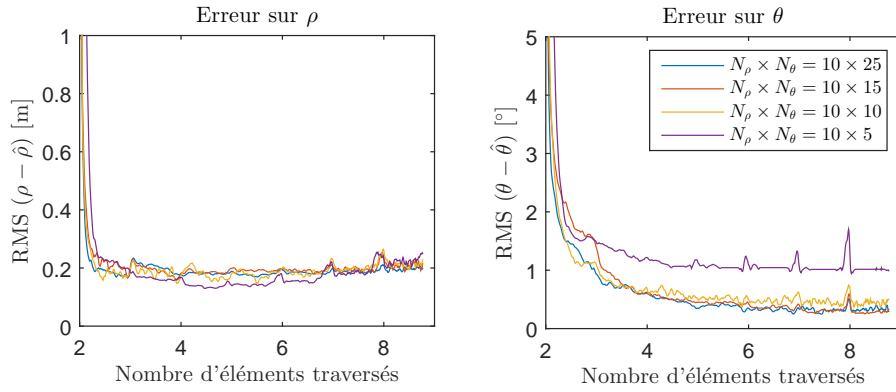


FIGURE 3.13 – Erreur quadratique moyenne sur l’estimation de la trajectoire en variant le nombre de colonnes  $N_\theta$  de la matrice des votes.

la courbe d’erreur se déplace vers le haut pour 10 colonnes et moins. En effet, alors que l’estimation atteint une erreur quadratique moyenne de  $0.3^\circ$  pour 15 colonnes et plus, elle atteint une erreur de  $0.4^\circ$  pour 10 colonnes et  $1^\circ$  pour 5 colonnes. C’est donc une matrice des votes de taille  $[10 \times 15]$  qui est choisie pour la suite.

Une autre modification apportée à la transformée de Hough dans ce travail est le suivi au fil du temps de la zone maximale de la transformée. Jumelé avec la limitation du paramètre  $\rho$  par la mesure actuelle, c’est cela qui permet de diminuer la taille de la matrice des votes, et par conséquent, la complexité algorithmique de la transformée. À la figure 3.14, l’erreur sur l’estimation des paramètres de trajectoire est illustrée avec et sans suivi et pour différentes tailles de matrices de votes. On peut alors remarquer que le suivi, avec une matrice  $[10 \times 15]$ , est similaire, même meilleur, que la transformée sans suivi avec une matrice significativement plus grande ( $[100 \times 100]$ ).

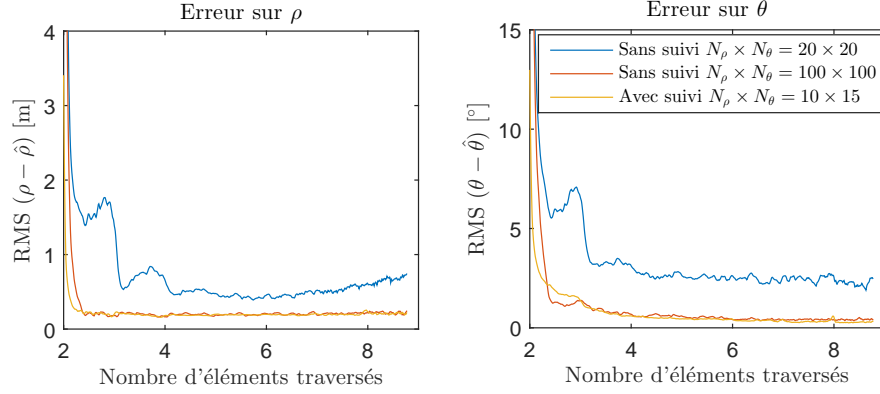


FIGURE 3.14 – Erreur quadratique moyenne sur l’estimation de la trajectoire avec et sans suivi du maximum.

### Objet rectangulaire

Dans cette sous-section, les simulations considèrent un objet non ponctuel rectangulaire de largeur  $l$  et de longueur  $L$ . Le déplacement s’effectue de sorte que l’axe de longueur de l’objet est toujours parallèle à sa direction, tel qu’illustré à la figure 3.15.

Pour calculer l’emplacement de la détection telle que vue par le lidar, les étapes suivantes sont effectuées :

- Les points extremums (en coordonnées angulaires,  $\phi$ ) de la cible sont sélectionnés.
- Les segments les plus rapprochés (en coordonnées radiales,  $r$ ) au lidar reliant ces points sont gardés.
- Une interpolation linéaire est effectuée sur les segments sélectionnés pour obtenir 50 points uniformément distribués en  $\phi$ .
- Pour chaque élément lidar, la moyenne des  $r$  des points contenus dans l’élément est calculée pour déterminer la distance mesurée par le lidar. Si aucun point n’est contenu dans un élément, il n’y a pas de détection dans cet élément.

Un bruit gaussien d’écart-type  $\sigma_r = 0.1$  m est ajouté sur la distance radiale par la suite.

La figure 3.15 illustre un exemple de détections obtenues par cette méthode pour des cibles de différentes tailles. Lorsqu’il y a plusieurs détections simultanées, la mesure qui est fournie dans la transformée de Hough est la mesure moyenne. L’algorithme 3 est ensuite appliqué de la même manière qu’auparavant. Les deux tailles de cibles testées dans cette sous-section ont été sélectionnées pour correspondre approximativement à la taille d’une voiture (largeur de 2.5 m et longueur de 5 m) et à la taille d’un piéton (largeur de 0.5 m et longueur de 0.25 m) vu de haut.

Le paramètre de la transformée de Hough observé dans cette sous-section est la taille de l’historique en terme de quantité de changements d’éléments  $N_{ch}$ . Une comparaison des performances

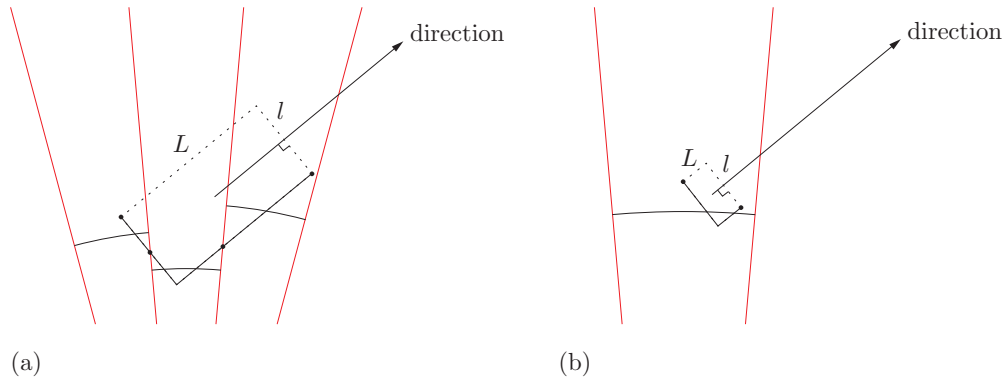


FIGURE 3.15 – Exemple simulation de détections vues par le lidar pour une cible rectangulaire.

de l’algorithme 1 avec celui finalement utilisé (algorithme 3) est également faite. Des résultats sont illustrés pour différentes configurations de lidars : en variant le nombre d’éléments  $N$  et le champ de vue d’un élément  $\Delta\phi$ . Les paramètres de la transformée de Hough utilisés pour ces simulations sont ceux indiqués au tableau 3.2, à moins d’indications contraires.

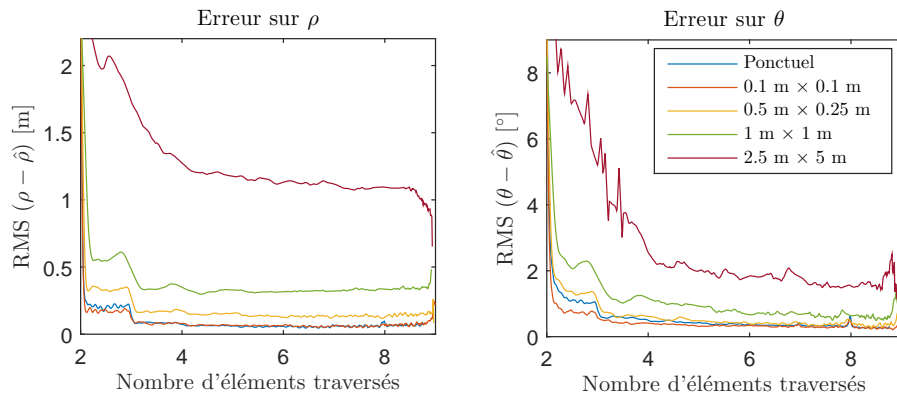


FIGURE 3.16 – Erreur quadratique moyenne sur l’estimation des paramètres de la trajectoire pour des cibles rectangulaires de différentes tailles (largeur  $l \times$  longueur  $L$ ).

Pour une cible de grande dimension, les détections lidar, en réalité comme en simulation, ne correspondent pas au centre de masse de l’objet. La position moyenne des détections est plus rapprochée du lidar que le centre de masse. On doit donc s’attendre à ce que l’erreur, en particulier sur le paramètre  $\rho$  de la transformée de Hough, soit plus importante lorsque la taille de la cible augmente. Le même phénomène s’observe lorsque la transformée de Hough est appliquée aux radars [23].

Cette augmentation de l’erreur est observée à la figure 3.16, où différentes tailles d’objet sont simulées. L’erreur angulaire atteint un régime permanent après davantage de changements

d'éléments et demeure plus élevée pour une cible de la taille d'une voiture que pour une petite cible. Cependant, dans les deux cas, la précision en  $\rho$  atteinte est inférieure à la demie-largeur ( $l/2$ ) de la cible.

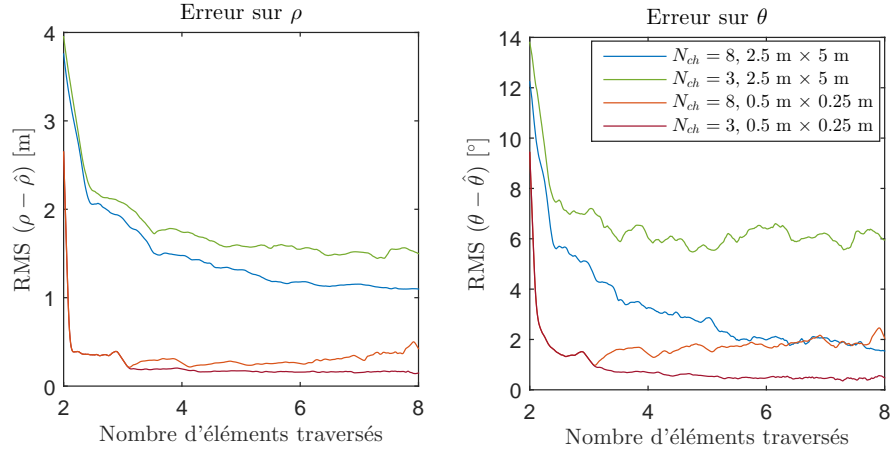


FIGURE 3.17 – Erreur quadratique moyenne sur l'estimation des paramètres de la trajectoire pour différentes tailles d'historique ( $N_{ch}$ ) et deux tailles de cibles rectangulaires (piéton, voiture).

Le dernier paramètre de la transformée de Hough à analyser est la profondeur de l'historique  $N_{ch}$ . Dans la figure 3.17, il est possible de remarquer pour la courbe  $N_{ch} = 3$  qu'une fois l'historique rempli, l'erreur sur l'estimation ne diminue plus. En fait, pour une cible de petite taille, l'erreur semble même augmenter. Dans ce cas, l'historique ne contient pas assez de mesures, ce qui fait que la zone maximale de la transformée est soit trop grande ou mal définie. Une façon de comprendre ce comportement est que l'intégration de la densité de chaque mesure dans la transformée réduit l'importance du bruit et de l'incertitude dans la matrice des votes. La profondeur de l'historique de la transformée de Hough choisie est donc de 8 changements d'éléments.

La figure 3.18 compare l'erreur sur l'estimation des algorithmes 1 et 3. Il est alors évident que la transformée de Hough exécutée par l'algorithme 3 est aussi performante, sinon plus performante lors des premiers changements d'éléments, que l'algorithme 1 qui nécessite plus d'opérations. Le gain entre les deux courbes est d'ailleurs plus important pour une cible de grande taille.

Finalement, des simulations sont faites pour différentes configurations lidar : un lidar avec large champ de vue  $N = 9$  éléments de  $\Delta\phi = 10^\circ$ , un lidar avec une meilleure précision angulaire sur les mesures ( $N = 16$  éléments de  $\Delta\phi = 2.8^\circ$ ) et un lidar intermédiaire ( $N = 8$  éléments de  $\Delta\phi = 5^\circ$ ). Les résultats de ces simulations sont présentés à la figure 3.19. On peut alors observer que les mêmes erreurs quadratiques moyennes sont atteintes, peu importe la

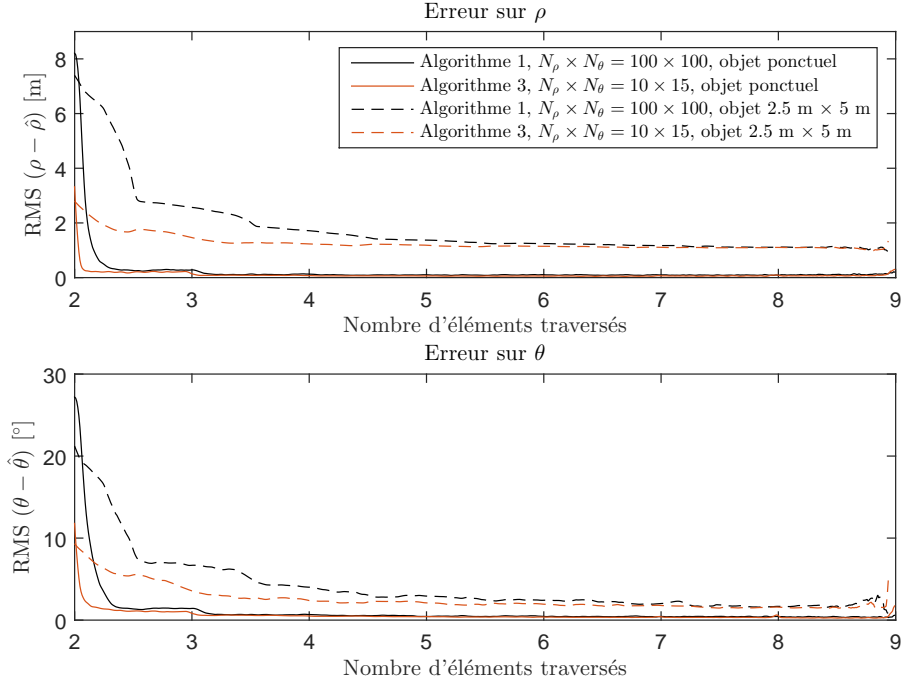


FIGURE 3.18 – Comparaison de l’erreur quadratique moyenne sur l’estimation des paramètres de la trajectoire pour les algorithmes 1 et 3 et pour deux tailles de cibles rectangulaires (piéton, voiture).

configuration du lidar. Le régime transitoire est cependant plus long lorsque les éléments du lidar sont plus étroits, ce qui est attendu puisque la distance parcourue par la cible pour le même nombre d’éléments traversés est plus petite.

TABLE 3.2 – Paramètres de la transformée de Hough choisis.

Taille de la matrice des votes	$N_\rho \times N_\theta$	[10 × 15]
Largeur du suivi angulaire	$\Delta\theta$	20°
Taille de l’historique	$N_{ch}$	8
Nombre de points sur la PDF	$N_{PDF}$	5
Intervalle d’exécution	$P$	1

### 3.4.3 Trajectoire courbe

Dans cette sous-section, l’effet de la courbure d’une trajectoire sur la transformée de Hough est évalué. Deux types de trajectoires sont testés, soit une cible se déplaçant vers le lidar en tournant à gauche ou en tournant à droite. Les trajectoires et les paramètres sont décrits à la figure 3.20. Un bruit gaussien d’écart-type  $\sigma_r = 0.1$  m est ajouté sur la distance radiale mesurée.



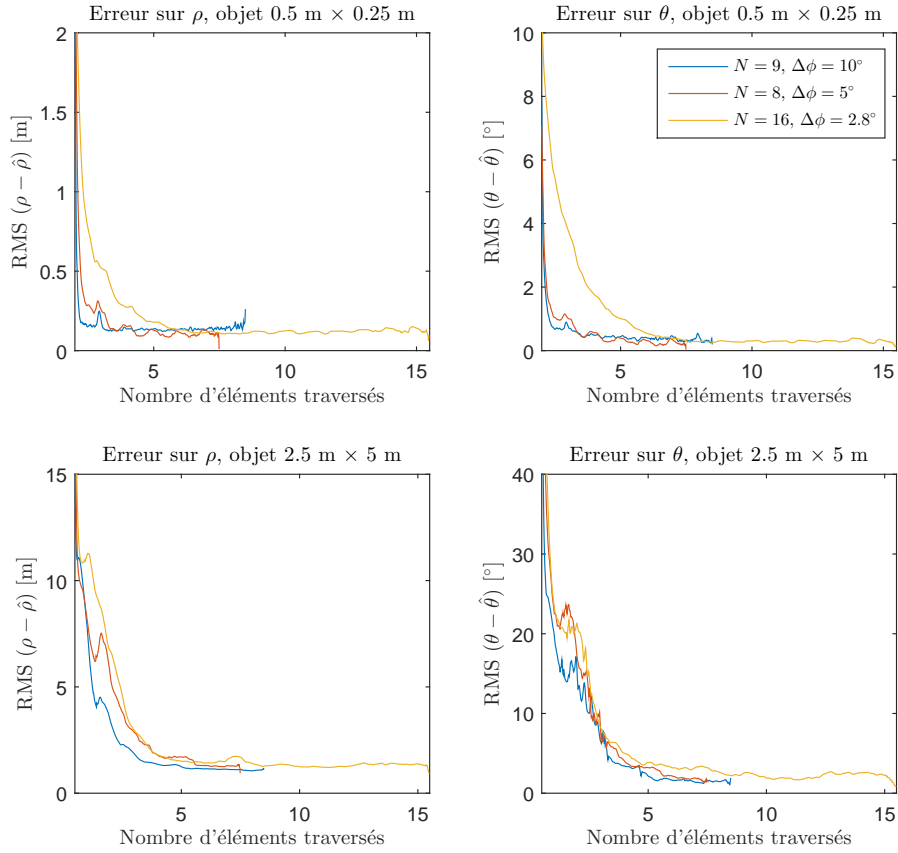


FIGURE 3.19 – Comparaison de l’erreur quadratique moyenne sur l’estimation des paramètres de la trajectoire pour trois configurations lidars à  $N$  éléments et un champ de vue de  $\Delta\phi$  par élément.

Afin de créer des trajectoires de courbures variées, la vitesse du lidar varie entre 0 et 100 km/h. Plus la vitesse est grande, plus le rayon de courbure de la trajectoire est grand et le virage effectué près du lidar. C’est ce qui est illustré à la figure 3.21. Pour une vitesse initiale nulle, la trace de la trajectoire forme un angle droit : le rayon de courbure est très petit et le virage est effectué au plus loin du lidar. C’est cette situation qui est problématique pour la transformée de Hough, car la droite tangente à la trajectoire change très rapidement.

Les résultats obtenus sont présentés sous la forme d’une matrice de l’erreur quadratique moyenne où les rangées représentent les différentes trajectoires et les colonnes représentent le nombre de fois où une mesure change d’élément lidar. Un changement d’élément lidar correspond ici au moment où la valeur angulaire moyenne des détections change (donc lorsque la cible apparaît ou disparaît d’un élément). Le format de la matrice des résultats est expliqué à la figure 3.22 et les exemples de trajectoires associées à certaines rangées sont illustrés.

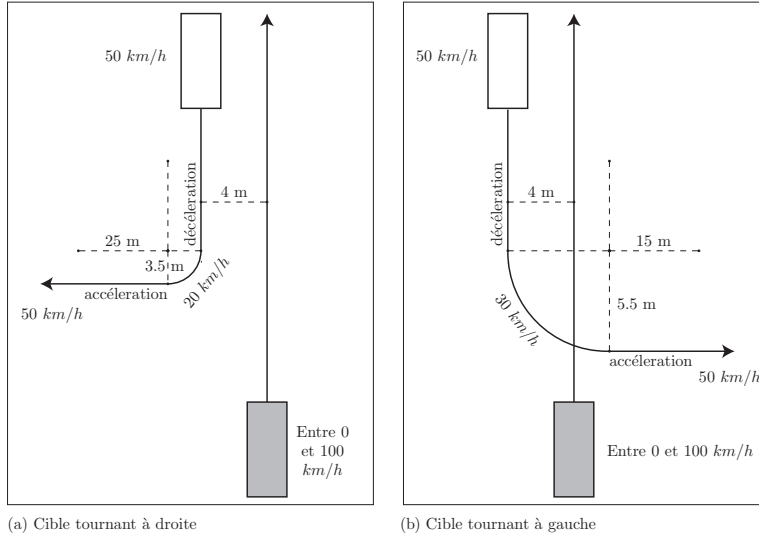


FIGURE 3.20 – Trajectoires simulées pour des trajectoires courbes.

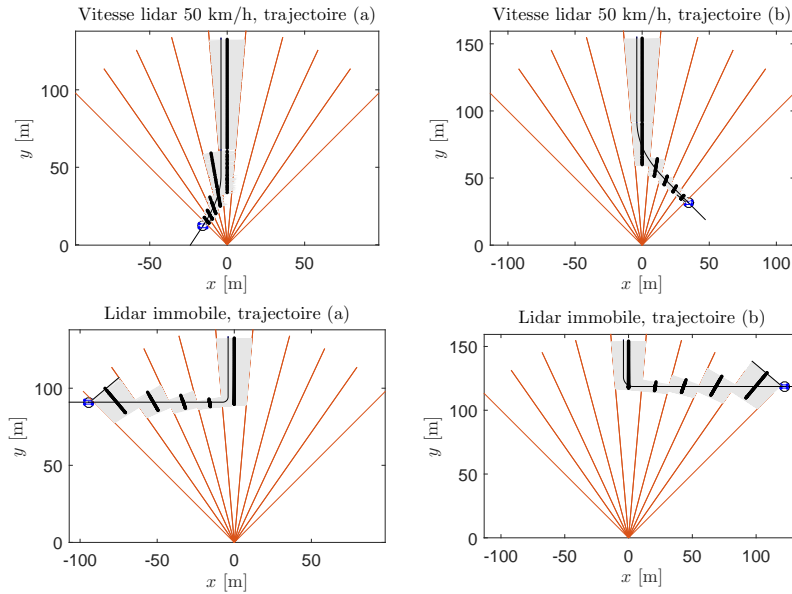


FIGURE 3.21 – Exemples de traces des trajectoires courbes simulées vues par un lidar en mouvement à 50 km/h (haut) ou immobile (bas).

Ces matrices de résultats sont construites pour une cible rectangulaire de la taille d'une voiture ( $2.5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ ). Les simulations sont exécutées dans Matlab avec la même méthode que celle décrite à la sous-section 3.4.2. Les paramètres de la transformée de Hough sont inscrits dans le tableau 3.2.

Les figures 3.23 et 3.24 illustrent l'erreur quadratique moyenne sur l'estimation de la droite

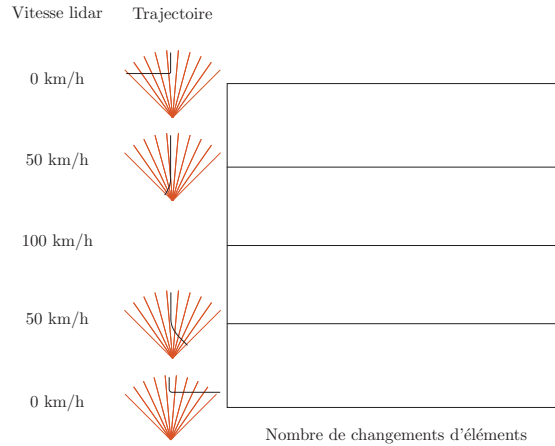


FIGURE 3.22 – Structure de la matrice des résultats. Les rangées correspondent aux différentes trajectoires et vitesses du lidar et les colonnes correspondent au nombre de changements d'éléments lors de l'évaluation de la transformée de Hough.

tangente à la trajectoire pour une cible de la taille d'une voiture.

Tel que vu à la figure 3.23, l'erreur est importante (graphiques du haut) lorsque les paramètres exacts de la tangente à la trajectoire présentent une grande variation instantanée (graphique du bas). Par la suite, dans la figure 3.24, l'erreur pour les trajectoires extrêmes (lidar immobile) diminue, car la trajectoire est rectiligne après le virage. On peut voir que l'erreur est très faible également pour les trajectoires centrales, car la cible effectue une trajectoire presque rectiligne en passant à gauche du lidar qui se déplace rapidement (autour de 100 km/h). Pour les autres trajectoires de part et d'autre du centre, l'erreur à la fin est plus élevée, car le virage est moins prononcé et l'effet des mesures avant le virage est encore pris en compte dans la transformée de Hough.

Pour les trajectoires correspondant à celle de la figure 3.21 (a), l'erreur est plus élevée, car le virage possède un rayon de courbure plus petit. La variation instantanée de la tangente à la trajectoire  $y$  est donc plus importante. L'erreur est plus importante que celle remarquée pour une trajectoire rectiligne, particulièrement pour l'erreur sur le paramètre  $\theta$  décrivant la direction de la trajectoire. Cependant, il faut se rappeler que l'incertitude sur la mesure angulaire empêche de bien distinguer une trajectoire qui est rectiligne d'une trajectoire qui est courbe. Un exemple typique de l'évolution du résultat de la transformée au fil du temps est illustré à la figure 3.25. L'estimation de la droite s'ajuste avec l'ajout de nouvelles mesures, mais sa variation est très conservatrice. La transformée estime la droite qui passe par le plus de mesures possibles en priorisant les mesures récentes. Il s'agit donc, même si l'erreur est importante, d'une estimation qui pourrait tout à fait être exacte étant donné l'incertitude sur la position angulaire de chaque mesure. L'erreur obtenue est donc plutôt une limite du

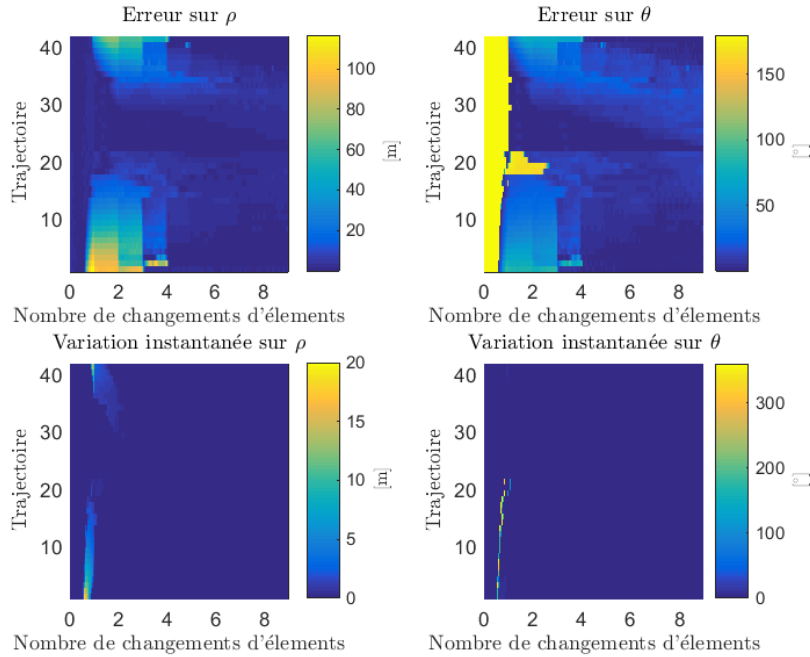


FIGURE 3.23 – Erreur quadratique moyenne sur l’estimation des paramètres de la tangente à la trajectoire pour les trajectoires courbes simulées (haut). Variation instantanée des paramètres de la tangente à la trajectoire (bas). Cible de format voiture.

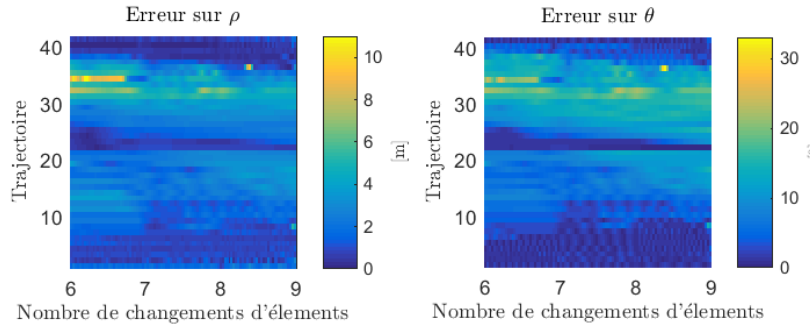


FIGURE 3.24 – Zoom sur l’erreur quadratique moyenne pour les trajectoires courbes simulées (haut). Cible de format voiture.

système, due à la résolution angulaire du lidar.

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la transformée de Hough a été adaptée à la géométrie des lidars à état solide. Cette adaptation s’est fait en trois étapes : la traduction de l’espace de Hough pour des mesures en coordonnées polaires, l’introduction de l’incertitude angulaire par la définition de la région des votes non nuls et la considération du bruit gaussien sur la position radiale.

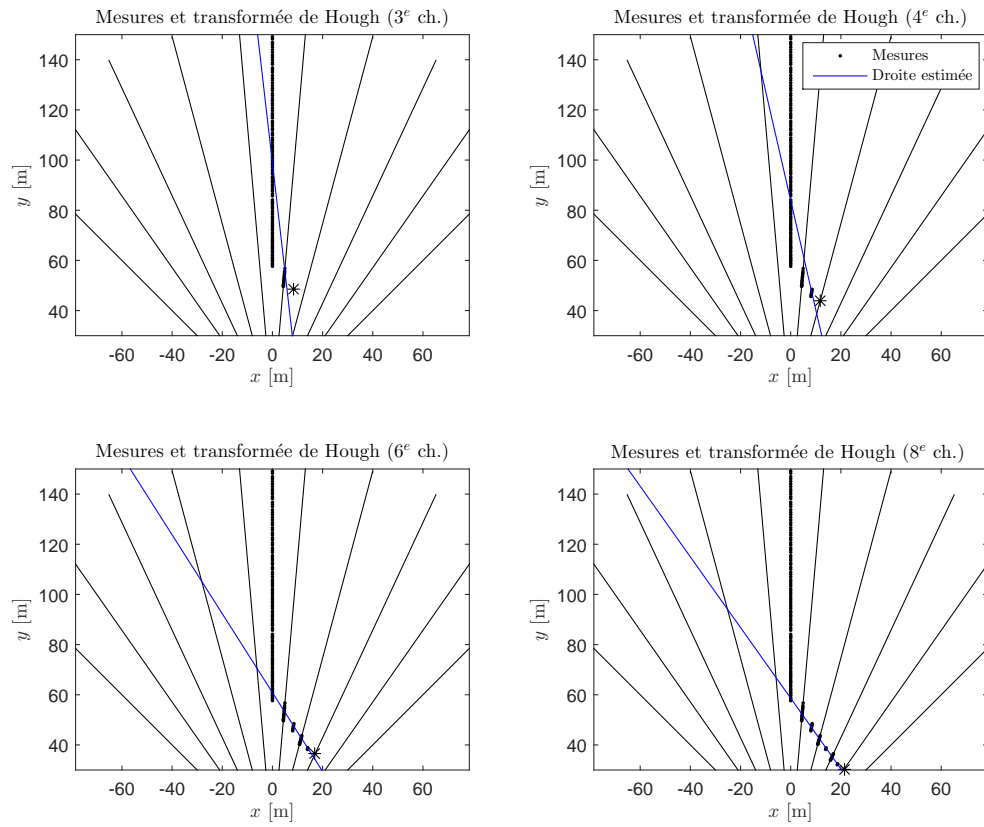


FIGURE 3.25 – Droites estimées par la transformée au fil du temps pour une trajectoire non rectiligne.

Le but de cette adaptation est de se rapprocher de la PHT [27] pour une meilleure estimation des paramètres de trajectoire.

Puis, afin de réduire la complexité algorithmique de la transformée proposée, des pistes de solutions sont proposées : simplifier le calcul des votes, réduire la taille de la matrice des votes en s’inspirant de la FHT [26] et réduire la taille de l’historique.

Finalement, les paramètres de calcul de la transformée de Hough sont analysés par des simulations Matlab afin de définir leurs valeurs pour la suite.

Dans le prochain chapitre, cette transformée, en estimant la direction et la position de la trajectoire, est employée à aider des filtres de Kalman dans l’estimation des états d’une cible.