Asset/Liabilty Management : application aux caisses de pensions

Robert Langmeier

Séminaire réalisé sous la supervision
du professeur André Dubey

Ecole des HEC
Université de Lausanne

Avril 2000

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ANNEXES

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Meinrad PITTET, Dr en sciences actuarielles et expert en prévoyance professionnelle pour la documentation qu'il m'a fournie sur le modèle ALM qu'il applique aux caisses de pensions, Laurent BUHLMANN, actuaire aux Rentes Genevoises pour sa lecture critique ainsi que Corinne ANTOINE et Nathalie PALEY pour leurs conseils toujours judicieux permettant d'améliorer la compréhension du texte.

1 Introduction

L'Asset/Liability Management (ALM[1]) est une méthodologie qui permet de gérer une institution financière de telle manière que les décisions sur les actifs et les passifs soient coordonnées. C'est un processus qui englobe la formulation, l'implémentation, le pilotage et la révision des stratégies relatives aux actifs et passifs dans le but d'atteindre des objectifs financiers pour un niveau de risque donné sous des contraintes prédéfinies.

Ce terme est devenu très à la mode et est souvent présenté comme étant une nouveauté vis à vis des caisses de pensions. Les notions utilisées plus loin ne sont en fait pas si récentes, puisque le cash-flow matching ou dédication a été suggéré par le mathématicien économiste Tjalling C. Koopmans en 1942, l'immunisation a été présentée en 1952 par Frank M. Redington dans le papier "Review of the Principles of Life-Office Valuations" et que le portefeuille efficient de Harry Markovitz date également de 1952 et a paru dans l'article "Portofolio selection".

Nous constatons donc que les outils que nous allons étudier existent depuis plusieurs décennies.

Après un bref rappel de l'évolution du contexte légal qui va entraîner un accroissement des besoins d'études ALM pour les caisses de pensions, nous allons examiner différentes méthodes statiques permettant de coordonner les actifs et les passifs. Nous allons ensuite aborder les techniques de modélisation ALM dynamique pour lesquelles il n'existe aujourd'hui pas de véritable littérature.

Dans la bibliographie nous citons le modèle de Wilkie (1995) que nous n'aborderons pas, car il nécessiterait à lui seul une étude complète. Nous nous sommes donc volontairement restreints dans le but de décrire les bases de l'ALM.

2 Evolution du cadre légal concernant les placements des caisses de pensions

Les fonds de pension anglais ou américains n'ont pratiquement aucune restriction au niveau des investissements des actifs telles que nous les connaissons dans l'OPP2. Ces restrictions avaient été édictées et modifiées afin d'éviter que les institutions de prévoyance n'investissent de manière inconsidérée dans des actifs risqués.

Les principales critiques des règles actuelles, lesquelles figurent en annexe, sont par exemple que la notion de sécurité n'est plus la même aujourd'hui que lors de l'élaboration de l'OPP2 ; à titre d'exemples nous pouvons citer : le critère du débiteur

[1] L'ALM est défini en français sous le vocable de "Congruence Actifs-Passifs" ou également "Gestion Actifs-Passifs".

irréprochable qui n'est pas compatible avec le capital risque, le catalogue des placements qui est une source d'erreur pour certains produits complexes, la rigidité des règles sur les écarts de l'article 59 et les règles sur les placements indirects par rapport aux fonds de capital risque.

Des nouvelles règles de l'OPP2 nous ont été décrites dans un séminaire organisé par la BCV le 25 novembre 1999 dont le thème était "La gestion des réserves face à l'évolution de la LPP". Ces règles, qui devraient entrer en vigueur en 2000, ont pour but d'élargir et d'assouplir les placements admis (art. 53-55 OPP2), redéfinir la notion de sécurité afin d'augmenter celle-ci, définir de nouvelles règles sur les placements collectifs et de la modification du cadre légal (art. 50, 56,59 et 60 OPP2).

La redéfinition de l'article 50 dans le but de réaliser l'objectif de prévoyance est caractérisée par une politique de placement guidée par des exigences actuarielles (passifs) concrètes et une structure d'organisation adéquate des placements. Cela implique la nécessité de garantir un pilotage ciblé et compétent du processus de financement, de maîtriser les risques par le biais d'une capacité de risque et d'une réserve de fluctuations pour assumer le risque de placement. L'institution de prévoyance devra donc choisir, gérer et contrôler soigneusement les placements qu'elle opère.

L'article 59 introduira la possibilité pour une institution de prévoyance d'édicter un règlement de placement qui pourra introduire des nouvelles règles quant aux limites de placements des articles 53 à 56 avec toutefois quelques exceptions pour les produits dérivés et les placements chez l'employeur. Cette possibilité pour une institution de prévoyance d'édicter ses propres règles de placements a pour corollaire une responsabilité accrue des gérants de la caisse de pensions et un contrôle plus poussé de la solvabilité à long terme.

Ces nouvelles règles pour assumer les risques de placement impliquent l'utilisation et la mise en œuvre d'outils de simulations pour analyser l'évolution des actifs et des passifs en fonction d'hypothèses sur l'évolution des engagements de l'institution de prévoyance et sur l'évolution des actifs.

Les études ALM vont donc devenir de plus en plus courantes du fait de la modification législative de l'OPP2 concernant les limites de placements et surtout de la nécessité pour les gestionnaires de caisses de pensions de pouvoir piloter de manière satisfaisante la politique de placement. Ces études sont un outil précieux dans le cadre de l'aide à la décision des gestionnaires, mais elles ne sont et ne restent qu'une aide à la décision!

La mise en vigueur de ces modifications de l'ordonnance a été fixée au 1er avril 2000 par le Conseil Fédéral.

3 Etude ALM

Une caisse de pensions doit garantir des engagements pendant une très longue période, puisque les rentes versées sont viagères. Pour les hommes et selon la table EVK90, la durée moyenne de vie et donc de versement est de 16,55 ans à 65 ans et pour les femmes cette durée est de 23,46 ans à 62 ans. S'agissant d'une moyenne, cette durée peut être bien supérieure. Il n’y a qu’à voir l’augmentation de la longévité qui apparaît à chaque révision des tables actuarielles pour s’en convaincre.

Pour garantir les engagements futurs d'une caisse de pensions, il convient également de se pencher du côté de l'actif et ceci dans le but de gérer de manière coordonnée les actifs par rapport aux passifs. Nous cherchons à obtenir une adéquation entre les revenus et les versements futurs de façon à maîtriser le risque de taux d'intérêt.

3.1 Méthodologie

La première étape consiste à dresser une liste des flux futurs des prestations ainsi que le moment de ceux-ci. A partir de la prévision des engagements qui devront être versés, il faut construire une structure d'actifs. Cette structure est obtenue en utilisant des techniques qui permettent d'adapter celle-ci à celle des engagements. Cette stratégie d'adéquation est le résultat de l'application des techniques *de cash-flow matching* et de l'*immunisation*.

Dans cette étude, nous allons introduire ces méthodes en relation avec des investissements obligataires. Dans le paragraphe suivant, nous allons examiner les différents risques liés aux obligations.

3.2 Risques

Les différents risques auxquels nous pouvons être confrontés avec les obligations sont:

1. le risque de signature ou risques de défaut,
2. le risque dû aux clauses de remboursement anticipé,
3. le risque lié aux fluctuations des taux d'intérêts et
4. les risques sur le réinvestissement des coupons.

Nous prenons comme hypothèse que nous investissons dans des obligations sans risque de défaut et sans clause de remboursement anticipé.

Le *risque de réinvestissement* apparaît lorsque la durée de vie des actifs est inférieure à celle des engagements et que ces actifs sont des obligations. En effet, si les taux baissent, il est possible que nous ne puissions pas réinvestir le principal au même taux d'intérêt que le taux de rendement à l'échéance. Une des conséquences possible est alors que la caisse de pensions ne puisse plus honorer une partie de ses engagements.

Si la durée de vie des actifs est supérieure à celle des engagements, il y a un *risque de prix*. Dans le cas d'une augmentation des taux, le taux de réinvestissement des coupons perçus sera plus élevé, mais la valeur de l'obligation sera inférieure à la valeur réelle des engagements.

Nous allons illustrer l'importance de la gestion du risque de taux d'intérêt avec un exemple théorique. Supposons que nous devions verser une somme de 148 dans 10 ans et que le financement ait été fait au moyen d'une prime unique de 100. Afin d'obtenir ces 148, il faudrait investir la prime au taux de 4%. Les investissements sont supposés être des obligations achetées et remboursées au pair, la variation du taux d'intérêt se produit immédiatement après l'achat de l'obligation et reste constant jusqu'à l'échéance.

Une première variante pour la caisse de pensions consiste à acheter une obligation à 10 ans avec un taux facial de 4% et d'une valeur nominale de 100. Les coupons sont réinvestis aux nouveaux taux offerts sur le marché. Dans le tableau 1, nous pouvons voir l'influence des modifications de taux sur le rendement final et notamment qu'en cas de baisse des taux, le montant de 148 ne sera pas atteint.

Prix obligation	100		
Durée	10	ans	
Taux nominal	4.00%		
Coupons	40		
Nouveau taux	**Revenu du réinvestissement**	**Valeur finale**	**Rendement total**
2.00%	3.80	143.80	3.70%
2.50%	4.81	144.81	3.77%
3.00%	5.86	145.86	3.85%
3.50%	6.93	146.93	3.92%
4.00%	8.02	148.02	4.00%
4.50%	9.15	149.15	4.08%
5.00%	10.31	150.31	4.16%
5.50%	11.50	151.50	4.24%
6.00%	12.72	152.72	4.33%

Tableau 1 : durée de vie de l'investissement = durée de vie de l'engagement

Une deuxième variante consiste à acheter une obligation dont la durée de vie est supérieure à l'engagement de la caisse de pensions, les autres caractéristiques de l'obligation ne changeant pas. La valeur finale est calculée après 10 ans.

Prix obligation	100	
Durée	15	ans
Taux nominal	4.00%	
Coupons	40	

Nouveau taux	Revenu du réinvestissement	Prix de l'obligation	Valeur finale	Rendement total
2.00%	3.80	109.43	153.23	4.36%
2.50%	4.81	106.97	151.78	4.26%
3.00%	5.86	104.58	150.44	4.17%
3.50%	6.93	102.26	149.18	4.08%
4.00%	8.02	100.00	148.02	4.00%
4.50%	9.15	97.81	146.96	3.92%
5.00%	10.31	95.67	145.98	3.86%
5.50%	11.50	93.59	145.10	3.79%
6.00%	12.72	91.58	144.30	3.74%

Tableau 2 : durée de vie de l'investissement > durée de vie de l'engagement

Dans ce cas de figure, nous constatons dans le tableau 2 que lorsque les taux montent, nous n'arriverons pas à obtenir le rendement minimum exigé. Ceci est principalement dû aux changements de prix de l'obligation comme le tableau 3 nous le montre.

Nouveau taux	Variation du revenu du réinvestissement	Variation du prix de l'obligation	Variation totale
2.00%	-4.23	9.43	5.20
2.50%	-3.21	6.97	3.76
3.00%	-2.17	4.58	2.41
3.50%	-1.10	2.26	1.16
4.00%	0.00	0.00	0.00
4.50%	1.13	-2.19	-1.07
5.00%	2.29	-4.33	-2.04
5.50%	3.48	-6.41	-2.93
6.00%	4.70	-8.42	-3.73

Tableau 3 : provenance des changements dans le prix

Nous voyons clairement qu'il y a une relation inverse entre le risque de prix et le risque de réinvestissement.

Une troisième variante consiste à acheter une obligation dont la durée de vie est inférieure à la durée de vie des engagements. Dans ce cas, nous devons réinvestir la valeur accumulée à l'échéance de l'obligation au taux en vigueur à ce moment. Comme dans l'exemple précédent, la valeur finale est calculée après 10 ans.

Prix obligation	100	
Durée	5	ans
Taux nominal	4.00%	
Coupons	20	

Nouveau taux	Revenu du réinvestissement	Valeur finale	Rendement total
2.00%	0.82	133.39	2.92%
2.50%	1.03	136.93	3.19%
3.00%	1.24	140.55	3.46%
3.50%	1.45	144.24	3.73%
4.00%	1.67	148.02	4.00%
4.50%	1.88	151.89	4.27%
5.00%	2.10	155.84	4.54%
5.50%	2.32	159.87	4.80%
6.00%	2.55	164.00	5.07%

Tableau 4 : durée de vie de l'investissement < durée de vie de l'engagement

Nous voyons également que dans ce cas de figure, nous n'arriverons pas à atteindre le rendement exigé dans le cas de variation des taux d'intérêts.

Une autre variante consiste à acheter une obligation zéro-coupon. Dans ce cas, nous n'aurons pas de risque de prix, ni de risque de réinvestissement.

Nous avons pu constater que l'évolution des taux d'intérêts, augmentation ou diminution, nous expose au risque de voir la valeur des actifs être inférieure à celle des engagements.

3.3 Inventaire des prestations futures

Pour dresser la liste des prestations futures, il faut disposer des données de base des rentiers, c'est-à-dire de la date de naissance, du sexe et du montant de la rente versée annuellement.

Par simplification, nous calculerons les flux futurs annuellement et nous supposons qu'une gestion de trésorerie efficiente a été mise en œuvre par la caisse de pensions. De cette façon, nous nous concentrerons avec l'ALM uniquement sur le moyen et le long terme. Pour illustrer notre démarche, nous utiliserons la table EVK90 avec un taux technique de 4% dans nos simulations.

Pour commencer, nous devons déterminer la structure d'échéances des engagements. Cette structure servira de base pour la construction de notre portefeuille d'actifs. Lors du calcul des cash-flows, nous allons également calculer la valeur actualisée de ceux-ci selon le taux technique et les taux des obligations zéro-coupon. Ce deuxième calcul est justifié par le fait que d'une part la structure des taux n'est pas plate et que d'autre part en utilisant les obligations zéro-coupons, nous n'aurons pas le problème du réinvestissement des coupons intermédiaires.

Pour chacun des assurés et pour chacune des années futures, nous devons calculer les cash-flows futurs probables; ceux-ci sont ensuite actualisés au taux de l'obligation zéro-coupon échue en *t*. Par hypothèse, dans notre exemple, nous considérons que le taux d'indexation est constant, mais il est également envisageable de faire varier ce taux au cours du temps.

Les cash-flows futurs et la valeur actualisée de ceux-ci se déterminent comme suit :

R	Rente versée annuellement
j	Taux d'indexation des rentes, $j = 1\%$ dans notre exemple
t	Année d'évaluation
t_0	Année de début, dans notre exemple $t_0 = 2000$
CF_t	Cash-flow de l'engagement à l'année t
VA_t	Valeur actualisée du cash-flow de l'engagement à l'année t, en faisant la somme pour toutes les années, nous obtenons la réserve mathématique indexée

$$n = t - t_0$$

$$CF_t = {}_n p_x \cdot R \cdot (1 + j)^n$$

$$VA_t = \frac{CF_t}{(1 + i_t)^n}$$

No	Sexe	Date de naissance	Rente mensuelle	Rente annuelle	Réserve indexée
1	h	15/07/1919	3'600	43'200	277'886
2	f	12/04/1932	5'400	64'800	920'469
3	f	16/05/1935	4'600	55'200	861'634
4	h	10/02/1929	6'700	80'400	837'547
5	f	27/10/1931	4'250	51'000	699'314
6	h	22/12/1926	3'800	45'600	416'927
7	h	17/06/1925	5'200	62'400	544'510
8	h	07/01/1922	5'800	69'600	523'716
9	f	05/11/1911	4'300	51'600	254'637
10	f	18/02/1918	4'500	54'000	403'805
					5'740'445

Tableau 5 : effectif de la caisse de pensions illustrative et sa réserve mathématique indexée

Année	n	v^n	CF_t	$VA_{t4\%}$	Taux zéro coupon	VA_t0_{coupon}	Année	n	v^n	CF_t	$VA_{t4\%}$	Taux zéro coupon	VA_t0_{coupon}
2000	0	1.00000	577'800	577'800	-	577'800	2021	21	0.43883	108'556	47'638	5.00%	38'965
2001	1	0.96154	558'029	536'566	2.80%	542'830	2022	22	0.42196	94'413	39'838	5.00%	32'275
2002	2	0.92456	536'986	496'474	3.00%	506'161	2023	23	0.40573	81'379	33'017	5.00%	26'495
2003	3	0.88900	514'749	457'610	3.20%	468'335	2024	24	0.39012	69'332	27'048	5.00%	21'498
2004	4	0.85480	491'415	420'064	3.40%	429'899	2025	25	0.37512	58'250	21'851	5.00%	17'201
2005	5	0.82193	467'115	383'934	3.60%	391'404	2026	26	0.36069	48'111	17'353	5.00%	13'531
2006	6	0.79031	442'020	349'335	3.80%	353'393	2027	27	0.34682	38'910	13'495	5.00%	10'422
2007	7	0.75992	416'345	316'388	4.00%	316'388	2028	28	0.33348	30'664	10'226	5.00%	7'822
2008	8	0.73069	390'343	285'220	4.20%	280'870	2029	29	0.32065	23'411	7'507	5.00%	5'688
2009	9	0.70259	364'284	255'941	4.40%	247'250	2030	30	0.30832	17'198	5'302	5.00%	3'979
2010	10	0.67556	338'437	228'636	4.60%	215'854	2031	31	0.29646	12'064	3'577	5.00%	2'658
2011	11	0.64958	313'042	203'346	4.90%	184'957	2032	32	0.28506	8'015	2'285	5.00%	1'682
2012	12	0.62460	288'285	180'062	5.00%	160'528	2033	33	0.27409	4'999	1'370	5.00%	999
2013	13	0.60057	264'288	158'725	5.00%	140'158	2034	34	0.26355	2'895	763	5.00%	551
2014	14	0.57748	241'124	139'243	5.00%	121'784	2035	35	0.25342	1'519	385	5.00%	275
2015	15	0.55526	218'815	121'500	5.00%	105'254	2036	36	0.24367	703	171	5.00%	121
2016	16	0.53391	197'521	105'458	5.00%	90'486	2037	37	0.23430	286	67	5.00%	47
2017	17	0.51337	177'262	91'002	5.00%	77'339	2038	38	0.22529	86	19	5.00%	14
2018	18	0.49363	158'184	78'084	5.00%	65'729	2039	39	0.21662	0	0	5.00%	0
2019	19	0.47464	140'371	66'626	5.00%	55'549	2040	40	0.20829	0	0	5.00%	0
2020	20	0.45639	123'842	56'520	5.00%	46'675					5'740'445		5'562'865

Tableau 6 : cash-flow par échéance ainsi que la valeur actualisée au taux technique

Nous avons obtenu les cash-flows probables que la caisse de pensions devra verser dans le futur. Notons ici que l'effectif des assurés doit être suffisamment important pour que la loi des grands nombres puisse s'appliquer de telle sorte que nous n'ayons pas de mauvaises surprises avec une éventuelle sous-mortalité.

A partir de ces cash-flows, il nous est à présent possible de construire un portefeuille d'actifs qui permet de faire face à ces sorties de fonds prévues.

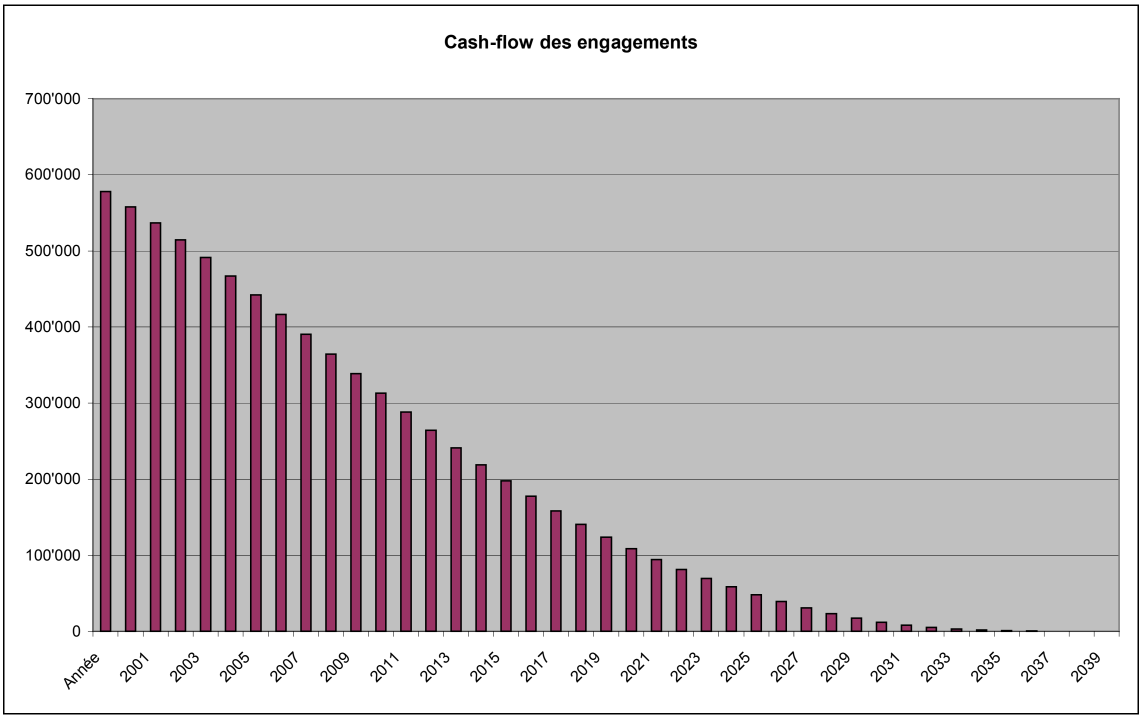

Figure 1 : cash-flow par échéance

3.4 Stratégie d'adéquation

La stratégie d'adéquation a pour but de faire coïncider les entrées de flux générées par les actifs avec les sorties prévisibles de façon à calquer la structure des actifs avec celle des engagements. Plusieurs techniques ALM permettent de construire un portefeuille d'actifs réalisant cette adéquation. Nous allons en examiner quelques-unes unes afin d'en donner un aperçu. Nous commencerons par examiner la technique du *cash-flow matching* en appliquant les deux méthodes que sont la programmation linéaire et la dédication. Nous examinerons ensuite la technique de l'*immunisation*.

3.5 Cash-flow matching

Dans cette méthode, il faut sélectionner un portefeuille obligataire afin que les flux futurs permettent de faire face aux besoins de fonds. Généralement, une multitude de portefeuilles permettent de produire les flux futurs attendus. Si nous considérons uniquement des obligations facilement négociables, sans risque de défaut de contrepartie et non assorties de clause de remboursement anticipé, le prix constitue alors l'unique critère de choix entre ces portefeuilles de telle sorte que le portefeuille optimal sera celui qui générera les flux futurs au coût minimal.

3.5.1 La dédication

Pour chaque flux de sortie probable de fonds, un flux d'entrée de fonds identique est généré. Nous appellerons ce résultat la dédication, et le portefeuille d'actifs ainsi obtenu sera nommé "portefeuille dédicacé".

Nous commencerons par prendre une obligation dont l'échéance se situe au même moment que la sortie de fonds la plus éloignée et nous investissons dans cette obligation un montant égal à la sortie probable de fonds pour cette échéance. Nous déduisons les coupons de cette obligation des sorties de fonds qui sont situées aux échéances antérieures. Nous répétons l'algorithme ci-dessus pour l'avant dernier flux de sortie et ainsi de suite jusqu'à avoir épuisé tous les flux de sorties de fonds. Nous aurons ainsi "*matché*" tous les flux de fonds.

Pour illustrer notre propos, nous allons utiliser les cash-flows que nous avons déterminés auparavant. Pour faciliter la représentation de l'exemple, nous nous restreindrons aux 15 premières années, année de début non comprise[2].

Dans le tableau ci-dessous, nous avons obtenu les cash-flows "bruts" d'un portefeuille obligataire. Le but de la dédication est d'obtenir dans la colonne de droite et pour chacune des années les valeurs des flux probables des engagements futurs tels que nous les avons déterminés lors de l'inventaire.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Nominal		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	
Remboursement		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	
Taux facial		2.8%	3.0%	3.2%	3.4%	3.6%	3.8%	4.0%	4.2%	4.4%	4.6%	4.9%	5.0%	5.0%	5.0%	5.0%	
2000	Prix	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-100.0	-1500.0
2001	1	102.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	161.9
2002	2		103.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	159.1
2003	3			103.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	156.1
2004	4				103.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	152.9
2005	5					103.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	149.5
2006	6						103.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	145.9
2007	7							104.0	4.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	142.1
2008	8								104.2	4.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	138.1
2009	9									104.4	4.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	133.9
2010	10										104.6	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	129.5
2011	11											104.9	5.0	5.0	5.0	5.0	124.9
2012	12												105.0	5.0	5.0	5.0	120.0
2013	13													105.0	5.0	5.0	115.0
2014	14														105.0	5.0	110.0
2015	15															105.0	105.0
	TRI	2.80%	3.00%	3.20%	3.40%	3.60%	3.80%	4.00%	4.20%	4.40%	4.60%	4.90%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	4.49%

Tableau 7 : flux "bruts" du portefeuille obligataire

Il est également possible d'utiliser un mélange d'obligations avec coupons et d'obligations zéro-coupons dans la composition du portefeuille dédicacé.

La formalisation de l'algorithme que nous avons décrit plus haut nous conduit aux définitions et expressions suivantes :

N Nombre d'obligations utilisées dans le portefeuille

L_k Engagements de l'année k

CF_k Cash-flow de la $k^{\text{ème}}$ obligation à l'année k

C_k Cumul des coupons des échéances postérieures à soustraire

A_k Quantité de la $k^{\text{ème}}$ obligation à acheter

I_k Coupon versé par la $k^{\text{ème}}$ obligation

Q_k Poids de la $k^{\text{ème}}$ obligation dans le portefeuille

$$\begin{cases} C_k = 0 & , \quad k = N \\ C_k = I_{k+1} \cdot A_{k+1} + C_{k+1} & , \quad k = N-1, N-2, N-3, ..., 3, 2, 1 \end{cases}$$

$$A_k = \frac{L_k - C_k}{CF_k}$$

$$Q_k = \frac{A_k}{\sum_{i=1}^{N} A_i} \quad , \quad \sum_{i=1}^{N} Q_k = 1$$

Dans l'exemple donné dans le tableau 8 ci-dessous, nous avons réalisé un "*exact matching*", car les flux des sorties et des entrées coïncident exactement.

S'il n'existe pas d'obligations dont la durée correspond exactement à celle désirée, nous devrons en sélectionner une dont la durée se rapproche le plus possible, avec pour hypothèse que la gestion de la trésorerie permet de s'accommoder de ce biais. Ce qui nous intéresse, ce sont les équilibres globaux. Pour les très longues durées (au-delà de 15 à 20 ans), il peut arriver que nous ne trouvions pas d'obligations pour l'échéance souhaitée, ce qui montre les limites de ce modèle.

[2] Normalement la dédication devrait se faire sur toutes les échéances, ce qui dans notre exemple reviendrait à utiliser 38 obligations pour couvrir l'étendue complète.

	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nominal		**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**
Remboursement		**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**
Taux facial		**2.8%**	**3.0%**	**3.2%**	**3.4%**	**3.6%**	**3.8%**	**4.0%**	**4.2%**	**4.4%**	**4.6%**	**4.9%**	**5.0%**	**5.0%**	**5.0%**	**5.0%**
	CF_k	102.80	103.00	103.20	103.40	103.60	103.80	104.00	104.20	104.40	104.60	104.90	105.00	105.00	105.00	105.00
	C_k	165.99	154.87	143.35	131.51	119.43	107.17	94.81	82.40	69.99	57.64	45.13	32.97	21.41	10.42	0.00
	L_k	**558.0**	**537.0**	**514.7**	**491.4**	**467.1**	**442.0**	**416.3**	**390.3**	**364.3**	**338.4**	**313.0**	**288.3**	**264.3**	**241.1**	**218.8**
	A_k	3.8136	3.7099	3.5988	3.4807	3.3560	3.2259	3.0917	2.9554	2.8189	2.6844	2.5540	2.4316	2.3132	2.1972	2.0839
	Q_k	8.6%	8.4%	8.1%	7.9%	7.6%	7.3%	7.0%	6.7%	6.4%	6.1%	5.8%	5.5%	5.2%	5.0%	4.7%

2000	**Prix**	**-381.4**	**-371.0**	**-359.9**	**-348.1**	**-335.6**	**-322.6**	**-309.2**	**-295.5**	**-281.9**	**-268.4**	**-255.4**	**-243.2**	**-231.3**	**-219.7**	**-208.4**	**-4431.5**
2001	1	392.0	11.1	11.5	11.8	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	558.0
2002	2		382.1	11.5	11.8	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	537.0
2003	3			371.4	11.8	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	514.7
2004	4				359.9	12.1	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	491.4
2005	5					347.7	12.3	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	467.1
2006	6						334.8	12.4	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	442.0
2007	7							321.5	12.4	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	416.3
2008	8								307.9	12.4	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	390.3
2009	9									294.3	12.3	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	364.3
2010	10										280.8	12.5	12.2	11.6	11.0	10.4	338.4
2011	11											267.9	12.2	11.6	11.0	10.4	313.0
2012	12												255.3	11.6	11.0	10.4	288.3
2013	13													242.9	11.0	10.4	264.3
2014	14														230.7	10.4	241.1
2015	15															218.8	218.8
																TRI	**4.39%**

Tableau 8 : portefeuille obligataire dédicacé

3.5.2 Modèles de programmation linéaire

Dans ce modèle, comme dans le précédent, nous connaissons les besoins de fonds. De plus, nous disposons d'un univers d'obligations dont les paiements des coupons ont lieu à ces mêmes moments. Parmi cet univers d'obligations, nous cherchons à obtenir le portefeuille ayant le coût minimal et permettant de faire face à nos engagements.

P_j	Prix de la $j^{\text{ème}}$ obligation , $j=1, 2, \dots, N$
L_t	Engagements de l'année t , t=$1, 2, \dots, T$
x_j	Nombre d'obligations j à acquérir
$CF_{t,j}$	Cash-flow de la $j^{\text{ème}}$ obligation au temps t (coupon ou coupon et prix de remboursement)

Fonction objectif:

$$\min x_0 = \sum_{j=1}^{N} P_j \cdot x_j$$

Contraintes:

$$\begin{cases} \sum_{\wedge j=1}^{N} CF_{t,j} \cdot x_j \geq L_t & , \quad t = 1,2,\dots,T \\ x_j \geq 0 & , \quad j = 1,2,\dots,N \end{cases}$$

Ce problème de programmation linéaire a toujours une solution, à condition qu'il existe pour chaque période t au moins une obligation qui génère un cash-flow positif pendant cette période.

Nous constatons que la première série de contraintes peut engendrer des liquidités excédentaires dont la réutilisation dans les périodes suivantes n'est pas prévue. Cette limitation peut être résolue.

Si nous définissons E_t comme étant les liquidités engendrées par le portefeuille et non consommées par les engagements à la période t, elles peuvent alors être transférées sur la période suivante. Si r_t représente le taux d'intérêt sur le marché au début de la période t, nous pouvons réécrire notre modèle comme suit:

Fonction objectif:

$$\min x_0 = \sum_{j=1}^{N} P_j \cdot x_j$$

Contraintes:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{N} CF_{t,j} \cdot x_j + E_{t-1} \cdot (1+r_t) - E_t = L_t & , \quad t = 1,2,...,T \\ x_j \geq 0 & , \quad j = 1,2,...,N \\ E_k \geq 0 & , \quad k = 1,2,...,T \\ E_0 = 0 & \end{cases}$$

Ce deuxième modèle de contraintes apporte une amélioration, car il permet de trouver un portefeuille dont le coût est inférieur au modèle précédent. Nous voyons par contre immédiatement que nous devrons poser des hypothèses concernant le taux de réinvestissement à court terme futur des liquidités inemployées r_t. Même si nous attribuons une valeur nulle à ce taux, ce deuxième modèle de contraintes sera toujours meilleur que le premier.

Comme dans la dédication, nous devons sélectionner les obligations dont les durées se rapprochent le plus de celles des engagements, et il peut également arriver que nous ne trouvions pas d'obligations tombant à proximité de l'échéance souhaitée. Cette possibilité est automatiquement traitée dans notre second modèle de contraintes, puisque nous avons un transfert des liquidités inemployées entre les périodes.

3.5.3 Limites du cash-flow matching

Nous avons déjà abordé une des premières limitations de ce modèle, à savoir le manque d'obligations pour des durées longues, ce qui pose un problème puisque les pensions sont versées pour des durées qui peuvent atteindre 40 ans ou plus.

Nous devons également ne pas perdre de vue que les cash-flows des engagements sur lesquels nous nous basons ne sont que des cash-flows probables puisqu'ils sont pondérés par les probabilités de survies. Une sous-mortalité aura des conséquences désastreuses pour la caisse de pensions, puisque les cash-flows des engagements seront supérieurs à ceux que procurent les actifs.

La technique du cash-flow matching ne permet pas de prévoir des stratégies combinant des actions dans le portefeuille, car les flux financiers générés ne sont pas certains.

La méthode du cash-flow matching peut être mise en œuvre assez facilement, mais elle n'est pas totalement satisfaisante pour la gestion d'une caisse de pensions.

3.6 Immunisation

Le but de l'immunisation d'un portefeuille est de le rendre pratiquement insensible aux variations des taux d'intérêts. Nous dirons qu'un portefeuille est immunisé pour une période donnée, si sa valeur, à la fin de la période et quelle que soit l'évolution des taux d'intérêts, est au moins égale à celle qui aurait été observée si les taux d'intérêts étaient restés constants.

La base utilisée dans les modèles d'immunisation a été formulée par Macaulay en 1938. Il a proposé une mesure qui exprime la dimension temporelle des cash-flows, à savoir la *duration Macaulay*. Celle-ci a conduit à la définition de la duration modifiée, qui mesure la sensibilité d'une série de cash-flows au taux d'intérêt. Sur la base de ces concepts, Redington a formulé sa théorie de l'immunisation qui vise à synchroniser l'évolution d'actifs et d'engagements dont les cash-flows sont connus. C'est ce modèle classique de la théorie de l'immunisation que nous allons étudier.

3.6.1 Le modèle de Redington

Redington considère une compagnie d'assurance avec une série d'engagements déterminés. Au lieu de se demander comment il peut choisir les actifs de telle sorte que tous les engagements futurs puissent être couverts avec certitude, il propose de découper le problème en une série de plus petits problèmes. Il se pose la question suivante: "Comment puis-je choisir mes actifs de façon telle que, si je peux couvrir mes engagements aujourd'hui, je peux être sûr de pouvoir les couvrir demain, quelles que soient les variations de taux d'intérêts dans le temps?".

Si le problème peut être résolu pour une petite période, il peut l'être a fortiori à la fin de cette période pour la période suivante, de sorte que les engagements peuvent être couverts pour ces deux périodes. Ce raisonnement peut alors être répété de proche en proche jusqu'à l'échéance finale des engagements.

Selon Redington, deux règles doivent être respectées pour immuniser un portefeuille:

1. La valeur actuelle des actifs doit être égale à la valeur actuelle des engagements.
2. La moyenne pondérée des échéances des cash-flows des actifs doit être égale à la moyenne pondérée des échéances des cash-flows des engagements.

Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes:

1. La structure des taux se déplace parallèlement à elle-même, c'est-à-dire que la diminution ou l'augmentation des taux à court ou long terme est la même en pourcentage.
2. Les déplacements de la structure des taux sont parfaitement corrélés.

3. Les cash-flows des actifs et des engagements sont certains; en d'autres termes, ils sont connus pour chaque instant et ils ne changeront plus.

Remarquons ici que ces hypothèses sont fortes et qu'elles se vérifient que rarement dans la réalité.

La solution au problème de Redington est basée principalement sur la sensibilité des valeurs actuelles des actifs et des engagements au taux d'intérêt. La valeur actuelle d'un investissement à long terme sera plus sensible aux variations de taux d'intérêt qu'un investissement à court terme.

Dans les graphiques à la figure 2 ci-dessous, nous représentons la relation qui existe entre la valeur actuelle et le taux de rendement ou pour les obligations, le taux de rendement à l'échéance.

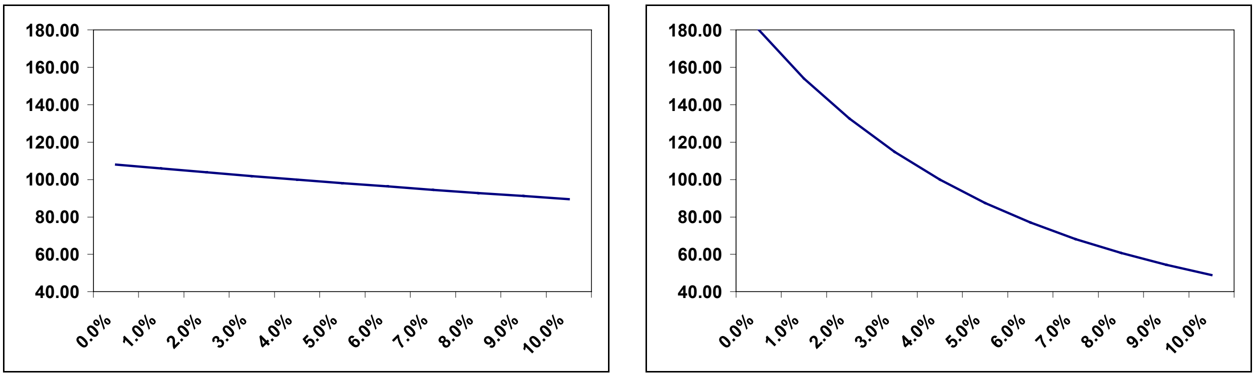

Figure 2 : comparaison du prix d'un investissement à court terme et d'un investissement à long terme en fonction du rendement à l'échéance

Nous voyons que la courbe pour l'investissement à court terme est relativement plate comparée à la courbe d'investissement à long terme qui est relativement raide. Dans les deux cas, les pentes sont négatives et mesurent la sensibilité de la valeur actuelle des investissements au taux d'intérêt. Plus la pente est forte, plus sensible sera la valeur actuelle à un changement du taux d'intérêt.

Dans les graphiques des figures 3 et 4 ci-dessous, nous avons esquissé des courbes fictives représentant la valeur actuelle des actifs (A = assets), respectivement des engagements (L = liabilities) en fonction du taux d'intérêt.

Si r_0 représente le taux d'intérêt prévalant sur le marché aujourd'hui et que la valeur actuelle des actifs est égale à celle des engagements, alors les 2 courbes coïncident au point d'abscisse r_0.

Une augmentation du taux d'intérêt a pour effet que la valeur actuelle des actifs devient inférieure à celle des engagements dans la figure 3 gauche et devient supérieure dans celle de droite. A contrario, une diminution du taux implique que la valeur actuelle des actifs devient supérieure à celle des engagements dans la figure 3 gauche et devient inférieure dans celle de droite. Dans le cas où la valeur actuelle des actifs deviendrait inférieure à celle des engagements, nous pourrons nous trouver en face d'un problème de solvabilité.

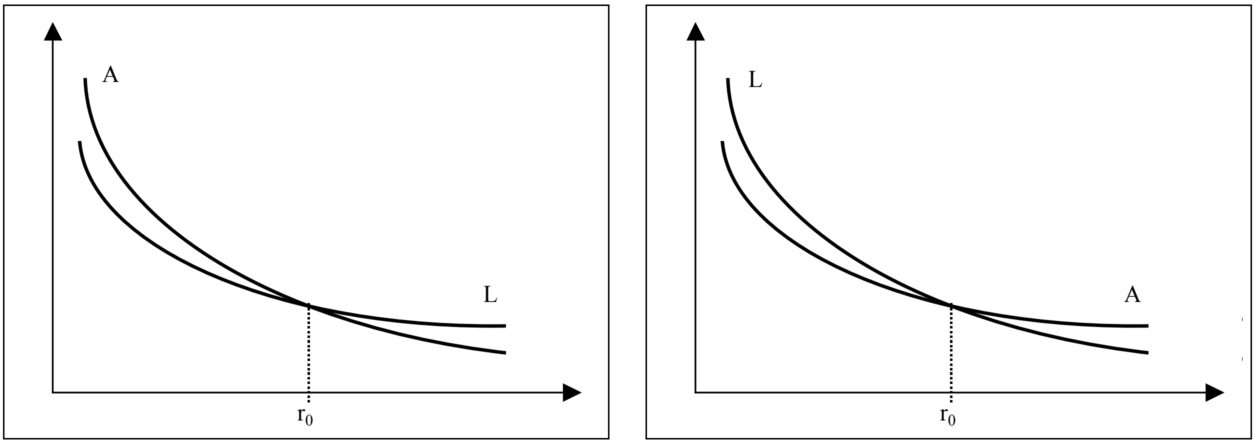

Figure 3 : valeur actuelle des actifs et des engagments en fonction du taux d'intérêt

Si le *matching* était parfait entre les actifs et les passifs, les deux courbes devraient coïncider. Dans cette hypothèse en cas d'augmentation ou de diminution des taux, la valeur actuelle des actifs serait toujours égale à celle des engagements et il n'y aurait aucun risque de solvabilité. Cette situation idéale est cependant difficile à construire en pratique.

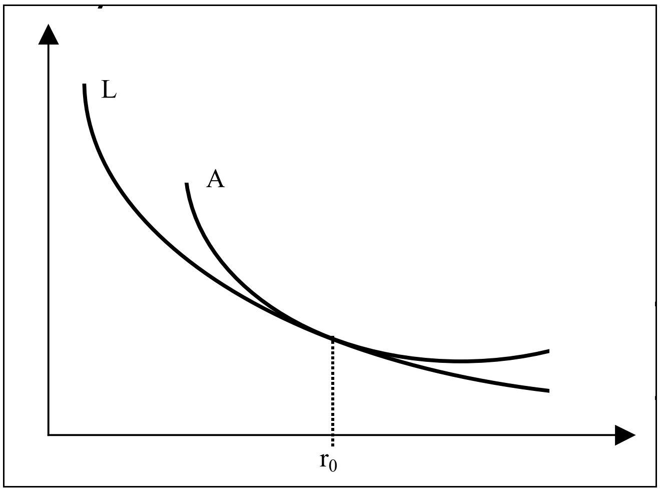

Figure 4 : condition d'immunisation selon Redington

La figure 4 ci-dessus représente les conditions nécessaires d'immunisation selon Redington, à savoir: égalité de la valeur actuelle des actifs et des passifs au taux prévalant aujourd'hui, et égalité des pentes des tangentes. Dans ce cas, que les variations de taux d'intérêts soient positives ou négatives, la valeur actuelle des actifs sera égale ou supérieure à la valeur actuelle des engagements.

La pente de la courbe des cash-flows est donnée par la dérivée première de la valeur actuelle par rapport au taux de rendement. Nous posons:

CF_t Cash-flow au temps t des actifs ou des engagements
VA Valeur actuelle de ces cash-flows

$$\frac{d}{dr}VA = \frac{d}{dr}\left[\sum_{t=1}^{T}\frac{CF_t}{(1+r)^t}\right] = -\frac{1}{1+r}\sum_{t=1}^{T}\frac{t \cdot CF_t}{(1+r)^t}$$

Si nous divisons cette dérivée première par rapport à la valeur initiale, nous obtenons alors la mesure du risque du taux d'intérêt; en d'autres termes, ce rapport mesure la variation relative de la valeur actuelle si le taux de rendement varie.

$$D_m = \frac{\frac{d}{dr}VA}{VA}$$

L'expression D_m est appelée *duration modifiée* dans la littérature. En pratique, nous utilisons la plupart du temps une autre mesure qui découle de celle-ci et qui est connue sous le nom de *duration Macaulay*. Cette dernière peut s'interpréter comme étant la moyenne pondérée par les temps d'arrivée des cash-flows actualisés.

$$D = (1+r)\cdot D_m = \frac{\sum_{t=1}^{T}\frac{t \cdot CF_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{CF_t}{(1+r)^t}}$$

La solution qu'apporte Redington au problème de garantir la solvabilité d'une caisse de pensions, sans réaliser de matching des cash-flows, consiste donc à choisir un portefeuille d'actifs qui satisfait les deux conditions d'immunisation suivantes:

1. la valeur actuelle de ce portefeuille doit être égale à la valeur actuelle des engagements et,
2. la duration des actifs doit être égale à la duration des engagements.

Un tel portefeuille est dit "*immunisé*", pour autant que la convexité des actifs soit supérieure à celle des engagements et donc que la courbe des actifs soit située au-dessus de la courbe des engagements comme c'est le cas à la figure 4. La convexité est basée sur la dérivée seconde de la valeur actuelle des cash-flows par rapport au taux de rendement.

Nous avons également que la duration d'un portefeuille de N obligations est égale à:

$$D_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot D_i$$

où

$$w_i = \frac{VA_i}{VA} \quad , \quad VA = \sum_{i=1}^{N} VA_i$$

Nous allons maintenant examiner l'effet de la variation des taux sur un portefeuille d'actifs constitué de deux obligations. La première obligation est une zéro-coupon arrivant à maturité dans 2 ans, la seconde obligation a un taux facial de 8% et est remboursée au pair dans 5 ans.

Dans la première étape, nous allons calculer le poids de chacune des obligations dans le portefeuille d'actifs afin d'égaliser les durations.

i 6%

	Passif			Actif					
				Obligation 1			Obligation 2		
t	**CF**	**VA**	**VA * t**	**CF**	**VA**	**VA * t**	**CF**	**VA**	**VA * t**
1	100.00	94.34	94.34				8.00	7.55	7.55
2	100.00	89.00	178.00	100.00	89.00	178.00	8.00	7.12	14.24
3	100.00	83.96	251.89				8.00	6.72	20.15
4	100.00	79.21	316.84				8.00	6.34	25.35
5	100.00	74.73	373.63				108.00	80.70	403.52
		421.24	1214.69		89.00	178.00		108.42	470.80
Durations			2.88			2.00			4.34
Composition du portefeuille pour immuniser le passif						62.3%			37.7%

Figure 5 : poids des obligations pour égaliser les durations du passif et de l'actif

Nous devons également déterminer la quantité que nous devons acheter de chacune des obligations pour égaliser le montant du passif et de l'actif.

i	**w_i**	**Montant à investir**	**Prix**	**Nombre**
1	62.3%	262.32	89.00	2.95
2	37.7%	158.92	108.42	1.47
		421.24		

Figure 6 : quantité d'obligations à acheter

Nous allons enfin tester la sensibilité aux variations des taux d'intérêts du portefeuille ainsi constitué

	Taux d'intérêts										
	2%	3%	4%	5%	5.5%	6%	6.5%	7%	8%	9%	10%
Passif	471.35	457.97	445.18	432.95	427.03	421.24	415.57	410.02	399.27	388.97	379.08
Obligation 1	96.12	94.26	92.46	90.70	89.85	89.00	88.17	87.34	85.73	84.17	82.64
Obligation 2	128.28	122.90	117.81	112.99	110.68	108.42	106.23	104.10	100.00	96.11	92.42
Actif	471.32	457.95	445.17	432.95	427.03	421.24	415.57	410.02	399.26	388.95	379.05
Différence	-0.0293	-0.0170	-0.0077	-0.0020	-0.0005	0.0000	-0.0005	-0.0020	-0.0082	-0.0187	-0.0335

Figure 7 : sensibilité aux variations des taux d'intérêts

Nous voyons que notre exemple est un cas à éviter, puisque la valeur actuelle des actifs est inférieure à celle des engagements. Il faudrait plus d'obligations pour couvrir les échéances des engagements.

En évitant le flux manquant de la première année, nous arrivons à construire un portefeuille immunisé dont la valeur actuelle des actifs est toujours supérieure à celle des passifs.

i 6%

	Passif			Actif					
				Obligation 1			Obligation 2		
t	CF	VA	VA * t	CF	VA	VA * t	CF	VA	VA * t
1	100.00	94.34	94.34	100.00	94.34	94.34	8.00	7.55	7.55
2	100.00	89.00	178.00				8.00	7.12	14.24
3	100.00	83.96	251.89				8.00	6.72	20.15
4	100.00	79.21	316.84				8.00	6.34	25.35
5	100.00	74.73	373.63				108.00	80.70	403.52
		421.24	1214.69		94.34	94.34		108.42	470.80
Durations			2.88			1.00			4.34
Composition du portefeuille pour immuniser le passif						43.6%			56.4%

	Taux d'intérêts										
	2%	3%	4%	5%	5.5%	6%	6.5%	7%	8%	9%	10%
Passif	471.35	457.97	445.18	432.95	427.03	421.24	415.57	410.02	399.27	388.97	379.08
Obligation 1	98.04	97.09	96.15	95.24	94.79	94.34	93.90	93.46	92.59	91.74	90.91
Obligation 2	128.28	122.90	117.81	112.99	110.68	108.42	106.23	104.10	100.00	96.11	92.42
Actif	471.92	458.28	445.32	432.98	427.04	421.24	415.58	410.05	399.39	389.21	379.50
Différence	0.5757	0.3114	0.1332	0.0320	0.0079	0.0000	0.0076	0.0297	0.1145	0.2485	0.4260

3.6.2 Limite du modèle de Redington

Les limites concernent en premier lieu les hypothèses du modèle en relation avec la structure des taux d'intérêts.

Selon la première hypothèse, la structure des taux se déplace parallèlement à elle-même. En réalité, nous observons que les taux à court terme sont plus volatiles que les taux à long terme, de sorte que nous ne pouvons pas parler de déplacement parallèle de la structure des taux. La seconde hypothèse est également enfreinte par la réalité, dans la mesure où la corrélation entre les taux à long terme et les taux à court terme est également imparfaite. Il en résulte que si les taux à court terme augmentent d'un pour-cent, non seulement les taux à long terme varient de moins d'un pour-cent, mais la variation de ces taux à long terme n'est en outre que partiellement déterminée par la variation des taux à court terme.

Une autre remarque peut être formulée pour les conditions d'immunisations. La solution de l'application du modèle de Redington n'est valable que pour un court moment. Une variation des taux d'intérêts, ou tout simplement l'écoulement du temps, feront changer les durations respectives de l'actif et du passif de la caisse de pensions, ce qui implique que des ajustements réguliers du portefeuille seront nécessaires pour rétablir l'immunisation.

4 Modélisation dynamique

Nous avons jusqu'à présent étudié des techniques ALM permettant de construire un portefeuille dont la structure est adaptée aux engagements. Nous devons néanmoins constater que cela ne nous permet pas de l'appliquer directement à une caisse de pensions puisque nous avons considéré jusqu'à présent que le cas des caisses de pensions fermées. Nous devons intégrer dans nos études le fait que la population d'une caisse de pensions est composée à la fois de rentiers et d'actifs, et qu'en outre cette population évolue au cours du temps, ceci induit que nos études ALM devront en intégrer le caractère dynamique. Un autre problème lié aux techniques précédentes est que des cash-flows non prévus peuvent arriver n'importe quand lorsqu'un assuré actif devient invalide ou s'il décède.

L'ALM permet d'aller bien au-delà de la technique de l'adaptation simultanée des durations des engagements et du portefeuille des actifs et propose de mettre en œuvre des modèles de projections intégrant en même temps l'actif et le passif d'une caisse de pensions.

Ces études sont couramment appelées "*modèles ALM*" et ils visent à projeter l'évolution future du passif et de l'actif en fonction de toute une série d'hypothèses. Ces hypothèses constituent la clé de voûte d'un modèle ALM. De la qualité de ces hypothèses dépendra la qualité des projections que nous aurons obtenues.

Ces hypothèses sont de deux ordres : *démographique* et *économique*.

Les hypothèses démographiques concernent l'évolution future de la population de la caisse de pensions, à savoir:

1. les probabilités de décès,
2. les probabilités de quitter l'entreprise, donc la caisse de pensions,
3. le taux de rotation du personnel,
4. le taux de croissance du personnel,
5. etc.

Les hypothèses économiques concernent quant à elles:

1. les rendements attendus des investissements,
2. la loi des rémunérations,
3. l'inflation,
4. etc.

Le résultat de ces projections permet de composer un portefeuille d'actifs adapté à la caisse de pensions. Un modèle ALM doit permettre de déterminer quelle est l'allocation stratégique des actifs qui respecte le mieux les objectifs de la caisse de pensions.

Ces objectifs dépendent du plan de prévoyance de la caisse de pensions et de l'aversion aux risques des responsables de celle-ci.

Nous allons passer en revue deux modèles ALM, un modèle déterministe et un modèle stochastique.

Dans le modèle déterministe, nous supposons que tous les paramètres du modèle évoluent exactement comme prévu à l'origine. Dans le modèle stochastique, les paramètres n'évoluent pas exactement de la manière prévue initialement, mais peuvent s'écarter de leur espérance mathématique. Nous allons dans une première étape voir les éléments nécessaires à l'établissement d'un modèle déterministe. Le modèle stochastique est un prolongement de ce dernier.

Ce type de modélisation ALM est relativement récent, de sorte qu'il existe relativement peu de véritable littérature sur le sujet. Nous avons néanmoins pu trouver des articles généraux et également obtenus plusieurs exemples d'études ALM concrètes.

4.1 Terminologie

En principe dans le jargon comptable, une provision est affectée à un but déterminé alors qu'une réserve ne l'est pas. Dans la pratique des assurances et des caisses de pensions, le terme réserve est néanmoins couramment utilisé. Lorsque nous parlons de réserve mathématique, il faudrait en fait utiliser le terme de provision mathématique.

De même dans le domaine de la finance, nous parlons de rendement pour désigner les revenus et les plus ou moins-values sur capitaux réalisés. Nous parlons de performance lorsque nous évaluons tous les revenus et toutes les plus ou moins-values réalisés ou non. Cependant, dans la suite de notre document, nous utiliserons indistinctement le terme de rendement.

4.2 Remarques

Nous considérerons toujours l'utilisation d'un système de financement collectif pour les risques décès et invalidités. D'autre part, vu la diversité des règlements des caisses de pensions et que la caisse peut être en primauté de cotisations ou de prestations, nous ne rentrerons pas dans le détail des calculs à effectuer.

4.3 Modèle déterministe

4.3.1 But

Le but de l'étude est de permettre à la caisse de pensions, pour une stratégie de placement donnée et compte tenu de l'évolution projetée du passif, de:

1. vérifier que le rendement des placements et les cotisations seront suffisants,
2. vérifier que le degré de couverture est suffisant; supérieur à 100% s'il n'y a pas de garantie publique,
3. vérifier que les liquidités permettent de couvrir les besoins de fonds.

Dans le modèle déterministe, nous devrons, si nous voulons tester plusieurs hypothèses sur les paramètres (c'est-à-dire plusieurs scénarios), dérouler la projection autant de fois que c'est nécessaire. Nous pourrons ainsi tester plusieurs combinaisons de portefeuilles avec différentes hypothèses touchant l'effectif des actifs et les taux d'adaptation. Il est également possible de voir l'impact des plus ou moins-values sur les actifs et par conséquent voir ce qu'il advient du degré de couverture. Nous pourrons aussi vérifier l'impact d'un changement dans le taux de cotisation.

4.3.2 Méthodologie

Pour entreprendre une étude de ce type, nous devons obtenir de la caisse de pensions et de l'entreprise les informations suivantes pour mettre en œuvre la projection:

1. Le règlement de la caisse de pensions nous fournissant les bases de calcul de toutes les prestations et les règles concernant le financement.
2. L'état des placements de la caisse de pensions ainsi que les données ou documents permettant d'estimer les revenus générés par ceux-ci.
3. Les provisions constituées pour gérer les risques sur les actifs, les provisions mathématiques.
4. La liste détaillée des données individuelles des assurés actifs et des bénéficiaires de rentes.
5. La croissance, décroissance ou stagnation globale attendue dans l'évolution du personnel (le remplacement des départs volontaires ou involontaires étant effectué automatiquement).
6. Les données passées concernant le turnover; plus précisément la loi de probabilité de quitter l'entreprise, l'âge d'embauche moyen, le salaire initial moyen et la répartition par sexe.
7. Le règlement de placement; s'il n'existe pas, les directives de l'OPP2 s'appliquent pour les limites de placement.

L'établissement du modèle devra permettre de faire varier certains paramètres au cours du temps. En effet, il n'est pas raisonnable d'attendre une croissance uniforme dans le personnel, par exemple, pour les 10 ou 20 prochaines années alors que notre modèle va se dérouler sur cette période.

4.3.3 Projection du passif

4.3.3.1 Hypothèses

L'évolution des engagements de la caisse de pensions est simulée en faisant des projections basées sur un ensemble d'hypothèses.

Les événements suivants ont des influences sur l'évolution du passif de la caisse de pensions:

1. départ à la retraite avec choix de la rente
2. départ à la retraite avec choix du capital (complément du point précédent)
3. démission d'un actif
4. décès d'un actif
5. invalidité d'un actif
6. décès d'un rentier
7. renouvellement du personnel
8. croissance ou décroissance attendue du personnel de l'entreprise
9. croissance des salaires, générale et individuelle (mérite ou avancement)
10. croissance des rentes

Nous considérerons également les réserves déjà constituées pour les alimenter ou les utiliser selon les résultats et les règles définies par la caisse de pensions.

Départ à la retraite

Il est nécessaire que la caisse de pensions établisse des statistiques concernant les départs à la retraite avec le choix de la rente, ce paramètre ne se trouvant pas dans les tables actuarielles comme EVK90, par exemple, de plus il dépend directement du type d'entreprise. Nous supposerons que tous les actifs deviennent rentiers ou prennent le capital à l'âge normal de la retraite de la caisse de pensions. Par contre, il conviendrait de prendre en compte les retraites anticipées prévisibles en cas de restructuration de l'entreprise, ce qu'un modèle simplificateur ne saurait prendre en compte de manière aisée.

Démissions

Nous devrons établir la loi de probabilité de démission en fonction de l'âge et de la durée des rapports de services.

Renouvellement – Croissance du personnel

Nous devrons déterminer pour le renouvellement et pour la croissance l'âge moyen d'engagement. Ce critère sera à définir en fonction de l'entreprise, une loi générale étant certainement très compliquée à établir.

Décès - Invalidité

Nous devrons peut-être, en fonction de l'expérience passée, faire des ajustements pour l'invalidité et éventuellement sur la mortalité si les projections sont faites sur une période relativement longue, car nous devons prendre en compte l'évolution de la longévité.

Croissance des salaires et de rentes

Nous devrons, en tenant compte de l'expérience de l'entreprise, déterminer une formule qui définit l'évolution des salaires des actifs, que cette évolution soit générale ou individuelle comme par exemple, tenir compte des promotions futures. De même, nous établirons des hypothèses pour l'adaptation des rentes. Ces hypothèses peuvent se résumer à des taux constants sur toute la période.

4.3.4 Projection de l'actif

Les actifs de la caisse de pensions peuvent être classés selon plusieurs catégories, que les professionnels appellent également véhicules de placement. Nous pouvons énumérer les grandes catégories suivantes:

- Liquidités
- Obligations en francs suisses
- Obligations en monnaies étrangères
- Actions suisses
- Actions étrangères
- Immobilier

Pour chacune de ces catégories, nous pouvons nous attendre à une certaine espérance de rendement et chacune de ces mêmes catégories nous expose à des risques qui seront exprimés par leurs écarts types. A noter que dans le modèle déterministe, cette notion n'est pas automatiquement prise en compte.

Le total ainsi que les montants et la répartition initiale des actifs de la caisse de pensions sont connus, puisqu'ils ressortent du bilan de celle-ci.

Nous utiliserons comme premier portefeuille pour notre projection celui qui correspond le mieux à la répartition actuelle tout en étant situé sur la frontière efficiente (pour un rappel, voir le point 4.3.7). D'autres portefeuilles pourront être utilisés pour les projections afin de constater l'impact d'une stratégie plus ou moins agressive que celle qui prévaut dans la caisse de pensions aujourd'hui.

Les événements suivants ont des influences sur l'évolution de l'actif de la caisse de pensions:

1. paiement des rentes
2. paiement des prestations de sorties (retraite ou démission)
3. encaissement des cotisations
4. encaissement des rendements (coupons, dividendes, etc.)

Nous voyons immédiatement que les prestations et que les cotisations découlent de la projection et des hypothèses adoptées au passif. Les rendements en découleront également de manière induite mais dans une plus faible mesure après investissement dans les différents véhicules de placement.

Une fois que la projection d'une année est effectuée, en fonction des hypothèses choisies, la répartition du portefeuille n'est plus celle fixée au départ. Il convient alors de rétablir les proportions, ainsi que d'alimenter ou d'utiliser les provisions et de comptabiliser les plus ou moins-values des différentes catégories pour l'année considérée.

4.3.5 Congruence des flux

Nous veillerons également à ce que la différence des flux des actifs et des flux des passifs, compte tenu des liquidités, permette de faire face au paiement des prestations et des frais de la caisse de pensions.

Dans le cas où cette différence ne serait pas positive, la caisse de pensions devrait réaliser des actifs pour faire face à ses engagements. Cette analyse doit être faite en plus du déroulement du modèle, car celui-ci ne peut pas répondre directement à cette question. Nous pouvons nous référer pour cette partie au cash-flows matching que nous avons eu l'occasion d'aborder précédemment.

4.3.6 Déroulement de la projection

Le déroulement de la projection s'effectue en parallèle pour les passifs et les actifs avec une périodicité annuelle, car les résultats des calculs des passifs influencent directement les calculs des actifs. Nous tiendrons compte du vieillissement des cotisants et des rentiers lors du déroulement de la projection.

Pour prendre en compte les départs, les décès et l'invalidité des actifs, nous utiliserons les probabilités respectives. Nous compléterons l'effectif des actifs de façon à coller à une stagnation ou une croissance ou décroissance attendue. Les rentiers décéderont également de manière graduelle en laissant également graduellement des conjoints survivants et des orphelins.

4.3.7 Frontière efficiente - rappel

Sont efficients les portefeuilles qui, pour une espérance de rendement donnée, minimisent la variance ou lorsque pour une variance donnée, ils maximisent l'espérance de rendement.

Tout portefeuille ayant un rendement moindre que E_0 sera sous-optimal puisque plus risqué tout en ayant un rendement moindre que le portefeuille ayant le même risque, mais situé au-dessus de E_0. L'intersection E_0, σ_0 est aussi appelée "Portefeuille à Variance Minimum Absolue" (PVMA). Sera également sous-optimal tout portefeuille dont la composition le situera dans la zone située à l'intérieur de la frontière de la figure 8 ci-dessous.

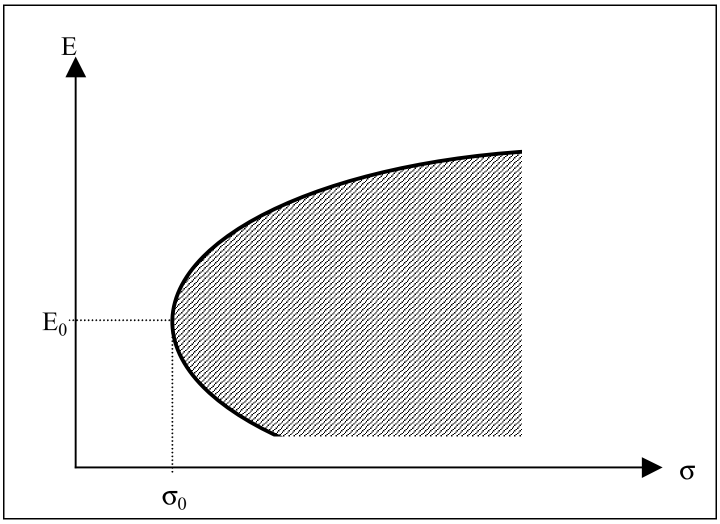

Figure 8 : frontière efficiente

<u>Hypothèses:</u>

- Il existe N titres risqués dont nous connaissons les espérances de rendement E_i et les variances/covariances σ_{ij} avec $i = 1,..,N$ et $j = 1,..,N$.
- La totalité de la richesse est investie et il n'y a aucune contrainte sur les positions à découvert.

E_p Espérance de rendement du portefeuille

<u>Problème:</u>

$$\min_{x_i} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}$$

<u>Contraintes:</u>

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \cdot E_i = E_p$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

En résolvant le système par la minimisation du Lagrangien, on obtient la solution suivante sous forme matricelle:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \cdots & & E_1 & 1 \\ & \sigma_2^2 & & \cdots & & E_2 & 1 \\ & & \sigma_3^2 & \cdots & & E_3 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \cdots & \sigma_N^2 & E_N & 1 \\ E_1 & E_2 & E_3 & \cdots & E_N & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{W} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \\ \lambda_1 \\ \lambda_1 \end{bmatrix}}_{\vec{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ E_p \\ 1 \end{bmatrix}}_{\vec{c}}$$

d'où les pondérations dans les actifs pour un rendement donné sont:

$$\vec{x} = W^{-1} \cdot \vec{c}$$

En introduisant l'espérance de rendement souhaitée dans le vecteur $\vec{c}$ de la formule ci-dessus, nous obtiendrons les pondérations pour chacun des actifs.

4.3.8 Limite du modèle déterministe

Nous voyons que le principal défaut du modèle déterministe est de dérouler la projection chaque fois que nous souhaitons modifier un paramètre. Si nous désirons gérer plusieurs paramètres, nous devrons dérouler la projection en n'en modifiant qu'un seul à la fois. Nous devrons également conserver les résultats afin de pouvoir comparer ceux-ci en fonction de toutes les variations.

4.4 Modèle stochastique

4.4.1 But

Le but de ce modèle est de pallier les limitations du modèle déterministe. Dans ce modèle, nous ne fixerons plus seulement des valeurs moyennes pour chacune des hypothèses, mais nous fixerons en plus leur écart-type. Cela permettra à chacun des paramètres de s'écarter de l'espérance mathématique.

Nous supposerons que les paramètres de la simulation sont distribués selon une loi de probabilité et de cette façon nous pourrons obtenir une multitude de réalisations pour chacun des paramètres et donc obtenir une multitude de comportements pour les engagements et les actifs de la caisse de pensions.

En réalité, le résultat de la caisse de pensions dans N années dépend de la combinaison des diverses valeurs que peuvent prendre les nombreux paramètres de projection. En théorie, il faudrait considérer toutes les combinaisons possibles des différentes valeurs de ces paramètres et également tenir compte des corrélations entre les différents paramètres.

Il est aisé d'imaginer que les combinaisons théoriquement possibles sont si nombreuses qu'il est irréalisable d'effectuer le calcul pour chacune d'entre elles. Nous allons donc procéder à un échantillonnage aléatoire de ces combinaisons. Si l'échantillonnage est réalisé un nombre suffisant de fois, nous pourrons considérer que les résultats se rapprocheront de ceux que nous aurions obtenus en procédant effectivement à toutes les combinaisons possibles. Ce type de simulation est couramment appelé "méthode de Monte-Carlo".

Nous pouvons également distinguer deux types de modèles stochastiques. Pour le premier, nous déterminons la réalisation des paramètres au début de chaque projection, alors que pour le second, les réalisations des paramètres sont générées pour chaque année, nous générons alors un processus stochastique.

Ce second modèle est beaucoup plus compliqué, car il faudrait tenir compte non seulement des corrélations entre les paramètres, mais également des corrélations sur plusieurs années pour un paramètre donné. Par exemple, le taux d'inflation de l'année $t+1$ dépend de celui de l'année t.

Dans notre survol, nous allons examiner le premier modèle, c'est-à-dire le plus simple des modèles stochastiques.

4.4.2 Simulation de l'actif et du passif

Le modèle stochastique est basé sur le modèle déterministe que nous avons vu auparavant. Les différences sont les suivantes:

1. Les réalisations, de chacun des paramètres de la simulation, sont générées aléatoirement et distribuées selon une loi Normale ou Lognormale de moyenne μ et d'écart-type σ.
2. Nous utiliserons un générateur de scénarios qui permettra de simuler un comportement possible de chacun des paramètres de projection. Pour un ensemble de taux de cotisation, d'un portefeuille donné et d'un échantillonnage des autres paramètres nous pouvons déterminer le résultat de cette projection sur *N* années. Nous répétons ensuite cette projection pour un autre échantillonnage des paramètres, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'échantillon des combinaisons des valeurs de ces paramètres soit représentatif. Nous répétons ensuite cette procédure pour tous les scénarios envisagés; à savoir pour tous les couples de taux de cotisations et de portefeuilles.

Au lieu de considérer que le rendement des actions suisses, par exemple, est invariablement fixé à 10%, nous pouvons supposer qu'il sera distribué selon une loi Normale de moyenne $\mu = 10\%$ et d'écart type $\sigma = 20\%$ comme dans la figure 9 ci-dessous. Pour les paramètres ayant un profil asymétrique, nous pourrons utiliser une distribution Lognormale.

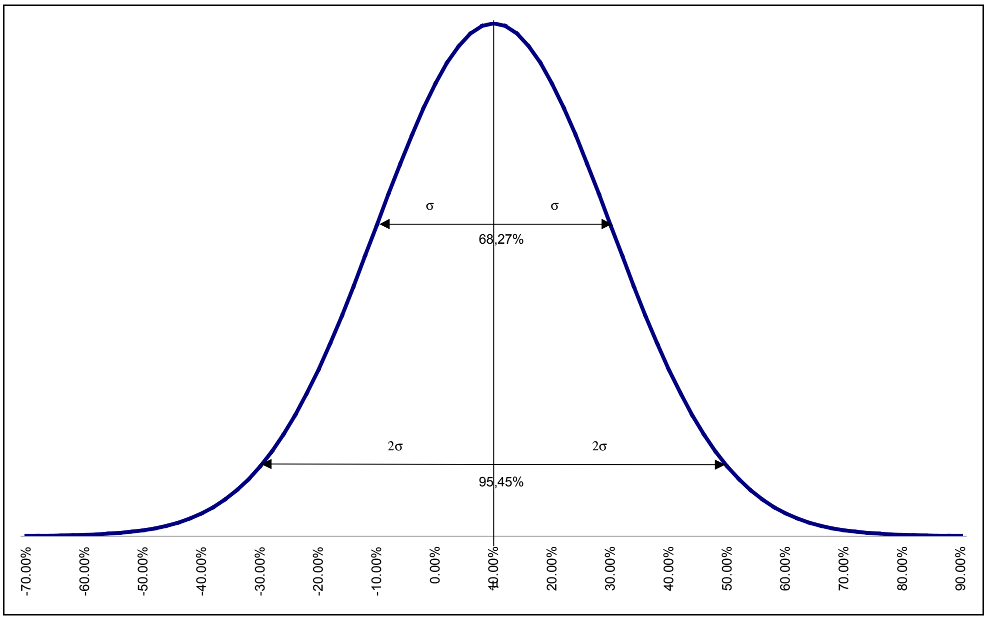

Figure 9 : distribution Normale d'un paramètre

Il peut également être souhaitable de fixer des corrélations entre certains paramètres, par exemple entre l'indexation des rentes et l'adaptation des salaires.

4.4.3 Réponses typiques données par un modèle stochastique

Les exemples que nous donnons ci-dessous sont purement illustratifs et ne sauraient représenter une réalité quelconque.

- Etant donné une stratégie de placement et un taux de cotisation, quel sera le taux de couverture et avec quelle probabilité pour les années futures?

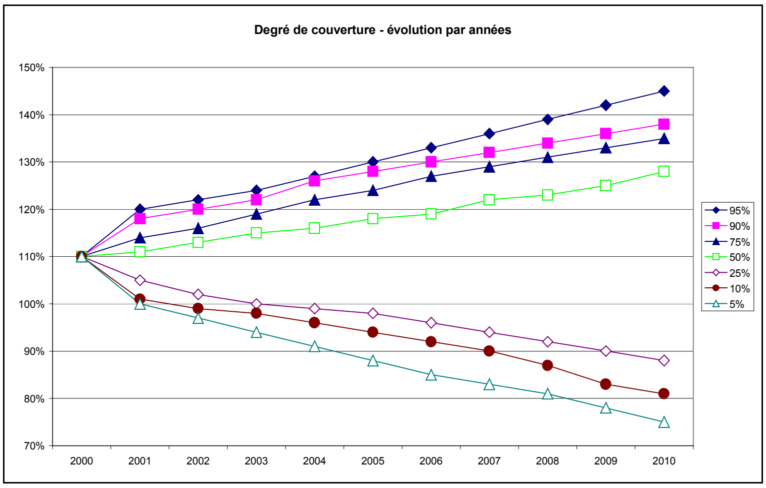

Figure 10 : illustration de la répartition probable du degré de couverture sur une période de 10 ans pour un taux de cotisation donné et une stratégie de placement donnée

Le graphique de la figure 10 ci-dessus indique le degré de couverture par année, les séries de données indiquant les percentiles 5%, 10%, 25%, 50%, 75%, 90% et 95%. Dans notre cas, par exemple, en 2010 il y aura moins de 5% de probabilité que le taux de couverture soit en dessous de 75% et il y a moins de 5% de probabilité qu'il soit au-dessus de 145%.

- Etant donné un taux de cotisation, quel sera dans 10 ans le taux de couverture et avec quelle probabilité pour différentes stratégies de placement?

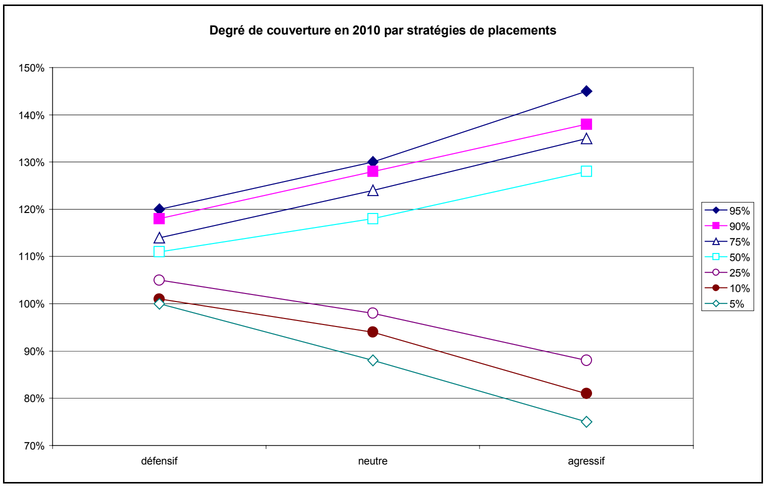

Figure 11 : illustration de la répartiton probable du degré de couverture après 10 ans pour un taux de cotisation donné en fonction de différentes stratégies de placements

- Etant donné plusieurs taux de cotisations et plusieurs stratégies de placement, quelle sera dans 10 ans la probabilité de sous-financement?

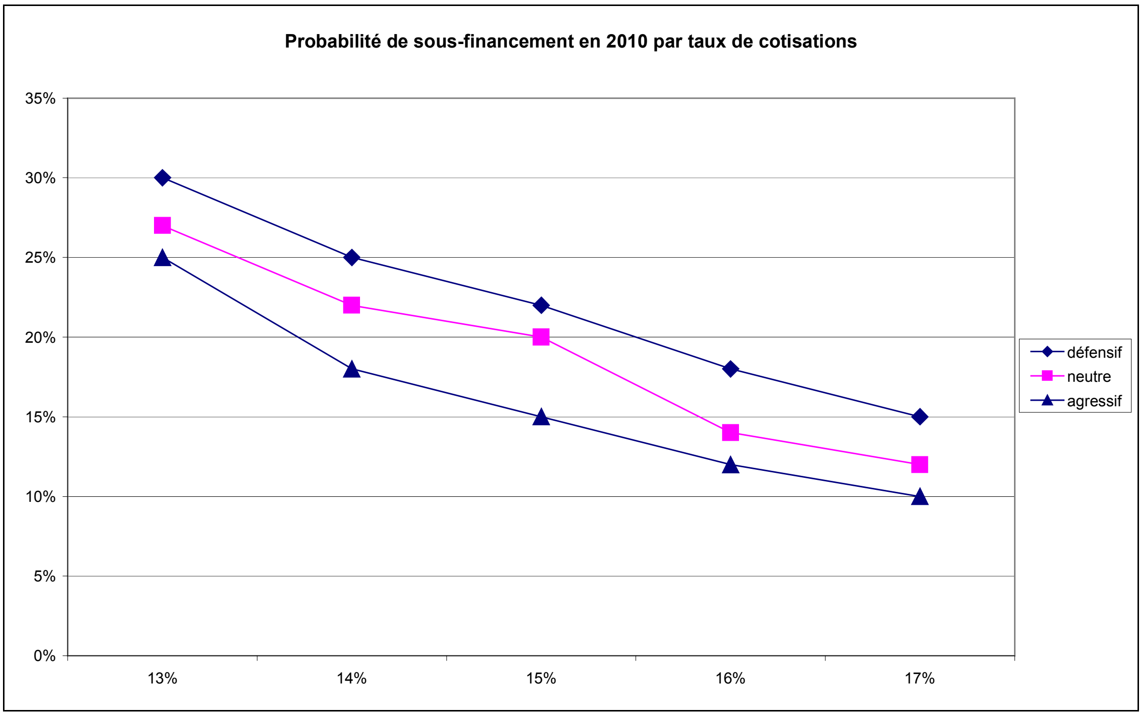

Figure 12 : illustration de la probabilité de sous-financement après 10 ans en fonction de plusieurs taux de cotisations et en fonction de différentes stratégies de placements

4.4.4 Implémentation

La réalisation de ce type de simulation nécessite de mettre au point un logiciel dont les contraintes sont les suivantes:

- introduction des données personnelles des rentiers et des actifs,
- intégration facile de la multitude de variantes de plans de prévoyances qui peuvent se présenter en fonction de la caisse de pensions,
- description facile de la structure des actifs et des revenus en découlant,
- facilité à décrire les règles concernant les réserves,
- introduction des autres paramètres en pouvant les faire évoluer dans le temps,
- et enfin rapidité des calculs pour effectuer toutes les projections.

Une partie de ces contraintes fait penser à l'utilisation d'une base de données tandis que la souplesse de description des règles de calcul fait penser à un tableur. Nous ne répondrons pas à cette question, il convient de toute façon de privilégier la rapidité des calculs et de concevoir une solution permettant de concilier rapidité, flexibilité et évolutivité.

Il existe différentes méthodes pour générer un nombre aléatoire distribué selon une loi Normale ou Lognormale de moyenne μ et d'écart-type σ. L'auteur a déjà eu l'occasion d'étudier quelques méthodes. Nous invitons le lecteur à se référer à la bibliographie s'il souhaite approfondir ce sujet. Dans le logiciel Excel, il est possible d'obtenir un nombre aléatoire distribué selon une loi normale en utilisant conjointement les fonctions "LOI.NORMALE.INVERSE" et "ALEA". Cependant, l'utilisation de ce logiciel pour ce genre de simulation ne nous paraît pas adapté.

Les résultats de chacune des simulations devront être stockés dans une base de données permettant l'analyse selon plusieurs dimensions. Ces dimensions sont le taux de cotisation, la stratégie de placement et enfin les années. Les données suivantes (au minimum) seront stockées: le total des actifs, le total des engagements actuariels, le total des passifs, les recettes ainsi que les dépenses.

En effectuant les regroupements et les calculs nécessaires, nous pourrons répondre aux questions telles que nous les posons au point 4.4.3 ci-dessus.

Nous pouvons écrire ces programmes d'extractions ou alors utiliser des logiciels prévus pour les analyses multidimensionnelles, tels qu'ils sont conçus pour les "Datas Warehouses", qui permettent de manipuler, calculer et visualiser les données.

4.4.5 Limites du modèle stochastique

Nous devons garder à l'esprit que la qualité des simulations produites dépendra entièrement de l'estimation des paramètres et de la qualité et de l'objectivité de ces derniers.

La qualité de la simulation dépendra aussi des hypothèses concernant la distribution des paramètres. Par exemple, il n'est pas raisonnable de supposer que le taux de croissance des salaires est distribué selon une loi Normale, car il est possible de se trouver en présence de salaires négatifs si le taux est inférieur à –100%. Pour ce paramètre, il est plus judicieux d'opter pour une distribution asymétrique comme la loi Lognormale.

Une modélisation est forcément réductrice, la réalité étant souvent beaucoup trop complexe pour être représentée de manière simple et exhaustive. Il est nécessaire de faire des compromis lorsque nous mettons ce genre d'outil en œuvre, sinon nous risquons d'obtenir un modèle pas suffisamment maniable.

5 Conclusion

Nous avons eu l'occasion lors de ce travail de constater que les modèles ALM dynamiques utilisent des concepts qui ne sont pas forcément très récents et nous font utiliser les techniques empruntées à l'actuariat, à la finance et à la statistique.

Comme nous l'avons déjà souligné, il n'existe pas actuellement de véritable littérature sur ce sujet. Il ne se passe, par contre, pas un mois sans qu'un article ou une présentation (rédigé ou présenté par un cabinet d'actuaires) ne tente de démontrer les bienfaits de l'ALM et en présentant ce concept comme étant tout nouveau.

De solides connaissances informatiques ou une collaboration interdisciplinaire avec des programmeurs est indispensable pour implémenter et utiliser les outils les plus adéquats pour le modèle stochastique.

Nous aurions souhaité mettre en œuvre un modèle stochastique, mais le temps à disposition étant relativement limité, cela n'a pas été possible et serait allé beaucoup plus loin que l'objectif d'un travail de séminaire. Il aurait alors inclus toute la souplesse, l'évolutivité et la rapidité forcément nécessaire pour ce genre de logiciel. Ce genre de démarche nécessite obligatoirement un investissement en temps relativement considérable.

Comme nous avons déjà eu l'occasion de le souligner, ces études sont un outil précieux dans le cadre de l'aide à la décision des gestionnaires de caisses de pensions, mais elles ne sont et ne restent qu'une aide à la décision!

6 Références

- Anthony, J. (1999) *Was darf der Stiftungsrat als Minimum an Reporting erwarten?*, Prévoyance Professionnelle Suisse 9/99 p. 689-693
- Bergendahl,G. Janssen, J. (1999) *Principles for the control of Asset Liability Management strategies in banks and insurance companies*, Applications in Finance, Investments, and Banking, Kluwer Academic Publishers p. 21-61
- Kemp, M. (1996) *Asset/Liability modeling for pension funds*, Staple Inn Actuarial Society
- Langmeier, R. (1998) *Simulation: application au système bonus-malus en responsabilité civile automobile*, http://www.langmeier.ch/docs/simulation.pdf
- Perspectives'99 - *La gestion des réserves face à l'évolution de la LPP – Compte rendu des présentations du jeudi 25 novembre 1999*, Banque Cantonale Vaudoise
- Rätner, E. (1999) *Asset/Liability-Studien als Grundlage der Anlagestrategie*, Prévoyance Professionnelle Suisse 9/99 p. 663-674
- Shiu, Elias S.W. (1993) *Asset/Liability management : From Immunization to option-pricing theory*, Financial Management of Life Insurance Companies, Kluwer Academic Publishers p. 151-166
- Society of Actuaries (1998) *Actuarial Principles of Asset-Liability Management*, http://www.soa.org/library/alm.htm
- Society of Actuaries (1998) *Asset-Liability Professional Management Specialty Guide*, http://www.soa.org/library/aa-1-98.pdf
- Wilkie, A.D. (1995) *More on a stochastic asset model for actuarial use*, British Actuarial Journal Volume 1 Part V p. 777-964

7 Annexes

A Normes de placements de l'OPP2 avant les modifications envisagées

Section 3: Placement de la fortune

Art. 49 24 Définition de la fortune
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 La fortune au sens des articles 50 à 60 comprend la somme des actifs inscrits au bilan commercial, sans un éventuel report de perte.
2 Elle peut aussi être complétée par les valeurs de rachat des contrats d'assurance collective. Celles-ci doivent être considérées comme des créances au sens de l'article 53, lettre b.

Art. 49*a* 25 Tâche de gestion
(art. 51, 1 er et 2 e al., art. 71, 1 er al., LPP)
L'institution de prévoyance fixe clairement les objectifs et les principes à observer en matière d'exécution et de contrôle du placement de la fortune de façon que l'organe paritaire puisse assumer pleinement sa tâche de gestion.

Art. 50 Sécurité et répartition du risque
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 Le placement de la fortune de l'institution de prévoyance doit satisfaire en priorité aux exigences de la sécurité.
2 L'institution de prévoyance doit choisir soigneusement les placements à opérer en tenant compte du but poursuivi et de la grandeur de l'institution.
3 Elle doit répartir ses disponibilités entre les différentes catégories de placements, des débiteurs de qualité irréprochable ainsi qu'entre plusieurs régions et secteurs économiques.

Art. 51 Rendement
(art. 71, 1 er al., LPP)
L'institution de prévoyance doit tendre à un rendement correspondant aux revenus réalisables sur le marché de l'argent, des capitaux et des immeubles.

Art. 52 Liquidité
(art. 71, 1 er al., LPP)
L'institution de prévoyance doit veiller à ce que les prestations d'assurance et de libre passage puissent être versées dès qu'elles sont exigibles. Elle répartit sa fortune, de façon appropriée, en placements à court, à moyen et à long terme.

Art. 53 Placements autorisés
(art. 71, 1 er al., LPP)
La fortune de l'institution de prévoyance peut être placée en:
a. Des montants en espèces;
b. Des créances libellées en un montant fixe, notamment des avoirs sur compte de chèques postal ou en banque, des obligations d'emprunts, y compris des obligations convertibles ou assorties d'un droit d'option, ainsi que d'autres reconnaissances de dettes, qu'elles soient incorporées ou non dans des papiers-valeurs;
c.26 des maisons d'habitation ou à usage commercial – y compris des immeubles en propriété par étage et des constructions en droit de superficie – et des terrains à bâtir;
d.27 des participations à des sociétés qui se consacrent exclusivement à l'acquisition et à la vente d'immeubles, ainsi qu'à la location et à l'affermage de leurs propres immeubles (sociétés immobilières);
e.28 Des actions, bons de participation et bons de jouissance et d'autres papiers-valeurs et participations similaires, ainsi que des parts sociales de sociétés coopératives; le placement sous forme de participations à des sociétés ayant leur siège à l'étranger est admis, lorsque ces titres sont cotes en bourse.

Art. 54 Limites des placements
(art. 71, 1 er al., LPP)
Les limites suivantes sont applicables aux placements:
a.[29] 100 pour cent: aux créances contre un débiteur ayant son siège ou son domicile en Suisse, mais à raison de 15 pour cent au plus par débiteur, sauf s'il s'agit de créances envers la Confédération, un canton, une banque ou une institution d'assurance;
b. 75 pour cent: aux titres de gages immobiliers sur des immeubles selon l'article 53, lettre c; la valeur de nantissement ne devra toutefois pas dépasser 80 pour cent de la valeur vénale; les lettres de gage suisses sont traitées comme des titres de gages immobiliers;
c.[30] 50 pour cent: aux immeubles selon l'article 53, lettre c, situés en Suisse et aux participations à des sociétés immobilières dont au moins la moitié de la fortune se compose d'immeubles situés en Suisse;
d. 30 pour cent: aux actions, titres assimilables à des actions, et autres participations à des sociétés dont le siège est en Suisse, mais à raison de 10 pour cent au plus par société;
e. 30 pour cent: aux créances contre un débiteur ayant son siège ou son domicile à l'étranger, mais à raison de 5 pour cent au plus par débiteur;
f. 20 pour cent: aux monnaies étrangères et créances libellées en monnaies étrangères convertibles, mais à raison de 5 pour cent au plus par débiteur; ne sont pas soumis à cette limitation les placements libellés en monnaies étrangères qui servent à la couverture de droits à des prestations d'assurance en monnaies étrangères;
g.[31] 25 pour cent: aux actions et titres assimilables à des actions d'une société dont le siège est à l'étranger, mais à raison de 5 pour cent au plus par société;
h.[32] 5 pour cent: aux immeubles selon l'article 53, lettre c, situés à l'étranger et aux participations à des sociétés immobilières dont plus de la moitié de la fortune se compose d'immeubles situés à l'étranger.

Art. 55 Limites globales
(art. 71, 1 er al., LPP)
Les limites globales suivantes sont en outre applicables aux placements:
a. 100 pour cent: aux montants en espèces et créances libellées en un montant fixe;
b. 70 pour cent: aux immeubles, actions, titres assimilables à des actions et autres participations;
c.[33] 50 pour cent: aux placements selon l'article 54, lettres d et g;
d. 30 pour cent: aux placements selon l'article 54, lettres e et f;
e.[34] 30 pour cent: aux placements selon l'article 54, lettres f et g.

Art. 56 Placements indirects
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 Les parts de fonds de placements suisses et les droits envers des fondations qui servent uniquement à placer la fortune d'institutions de prévoyance et sont soumises à la surveillance de la Confédération sont assimilés aux placements directs de la catégorie correspondante.
2 L'institution de prévoyance peut placer sa fortune auprès de ces institutions, sans égard aux limitations par débiteur ou par entreprise, à condition que les directives de placement de ces dernières respectent les limitations correspondantes prévues à l'article 54.

Art. 56*a* [35] Instruments financiers dérivés
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 L'institution de prévoyance ne peut investir que dans des instruments financiers dérivés découlant des placements prévus à l'article 53.
2 La solvabilité de la contrepartie et la négociabilité doivent être prises en considération en tenant compte des particularités de chaque instrument dérivé.
3 Tout engagement d'une institution de prévoyance résultant d'opérations sur dérivés ou qui peut résulter de l'exercice du droit, doit être couvert.
4 L'utilisation d'instruments financiers dérivés ne doit pas exercer d'effet de levier sur la fortune globale.
5 Les limites prévues aux articles 54 et 55 doivent être respectées à l'égard des instruments financiers dérivés.
6 Sont déterminants en matière de respect de l'obligation de couverture et de limites les engagements qui, pour l'institution de prévoyance, peuvent découler, dans le cas le plus extrême, des instruments financiers dérivés lors de leur conversion en sous-jacent.
7 Tous les instruments financiers dérivés non échus doivent figurer intégralement dans les comptes annuels.

Art. 57 Placements chez l'employeur
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 Dans la mesure où elle est liée à la couverture des prestations de libre passage et à celle des rentes en cours, la fortune ne peut être placée sans garantie chez l'employeur. [36]
2 Des placements sans garantie chez l'employeur ne sont admis que jusqu'à concurrence de 20 pour cent au plus de la fortune de l'institution de prévoyance.[37]
3 Une participation financière chez l'employeur est toutefois limitée à 10 pour cent au plus de la fortune.
4 Les créances de l'institution de prévoyance envers l'employeur doivent être rémunérées d'un intérêt conforme à celui du marché.

Art. 58 [38] Garantie
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 La garantie des créances envers l'employeur doit être efficace et suffisante.
2 Sont réputés garantie:
a. La garantie de la Confédération, d'un canton, d'une commune ou d'une banque soumise à la loi fédérale sur les banques et les caisses d'épargne [39] ;
b. Les gages immobiliers jusqu'à concurrence des deux tiers de la valeur vénale de l'immeuble; les immeubles de l'employeur qu'il affecte à des fins industrielles, commerciales ou artisanales ne peuvent toutefois être mis en gage que jusqu'à concurrence de la moitié de leur valeur vénale.
3 Dans des cas particuliers, l'autorité de surveillance peut autoriser d'autres sortes de garanties.

Art. 58*a* [40] Obligation d'informer
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 Lorsque des contributions réglementaires n'ont pas été versées, l'institution de prévoyance doit en informer son autorité de surveillance dans un délai de trois mois à partir de la date d'échéance contractuelle.
2 Avant d'effectuer de nouveaux placements sans garantie chez l'employeur, lorsqu'il n'est pas clairement établi que les placements envisagés ne concernent pas uniquement les moyens qui peuvent être placés de cette façon en vertu de l'article 57, 1er et 2e alinéas, l'institution de prévoyance doit informer son autorité de surveillance des nouveaux placements en les justifiant de manière suffisante.
3 L'institution de prévoyance doit informer son organe de contrôle des communications au sens des 1er et 2e alinéas.

Art. 59 Ecarts
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 L'institution de prévoyance peut, dans un cas particulier, s'écarter des normes fixées aux articles 53 à 55, 56*a*,1er et 5e alinéas, et 57 à la condition que:[41]
a. Des circonstances spéciales le justifient et que
b. Le but de prévoyance ne soit pas mis en péril.
2 Dans son rapport annuel, elle doit établir, en s'appuyant sur l'avis d'une personne qualifiée, que ces écarts sont justifiés.
3 Si des placements opérés sans garantie chez l'employeur dépassent la limite fixée à l'article 57, 2 e alinéa, l'institution de prévoyance doit joindre à son rapport à l'autorité de surveillance une attestation de qualité certifiant la solidité financière de l'employeur.

Art. 60 Délais d'adaptation
(art. 71, 1 er al., LPP)
1 Si l'institution de prévoyance ne remplit pas les conditions permettant un écart, ou si elle ne présente pas une justification suffisante, l'autorité de surveillance ordonne l'adaptation des placements.
2 L'autorité fixe le délai d'adaptation, qui sera de cinq ans au plus, en tenant compte du degré d'urgence.

B Obligations de la Confédération Suisse

Name	Maturity	Mat. Yld.	Close	Bid	Ask	Last	Time
4.5 EIDG 00	10/06/2000	2.43	100.20	100.15	100.35		
7 EIDG 01	09/07/2001	3.11	104.70	104.45	104.65		
5.5 EIDG 01	07/10/2001	3.33	103.10	103.10	103.30	103.10	15:36:35
6.5 EIDG 02	05/02/2002	3.53	105.15	105.35	105.55		
4.5 EIDG 02	08/07/2002	3.42	102.25	102.25	102.33	102.30	13:19:40
6.25 EIDG 02	15/07/2002	5.73	101.05	100.70	101.00		
6.25 EIDG 03	07/01/2003	3.43	107.25	107.10	107.30		
6.75 EIDG 03	11/06/2003	3.50	109.40	109.55	109.65	109.60	16:36:30
6.5 EIDG 04	10/04/2004	3.47	110.50	111.05	111.25	111.15	16:24:22
4.5 EIDG 04	07/10/2004	3.49	104.00	104.15	104.20	104.10	16:18:00
5.5 EIDG 05	06/01/2005	3.49	108.75	108.60	108.70	108.65	16:54:06
7 EIDG 05	10/09/2005	4.65	111.00	110.70	111.30		
4.5 EIDG 06	08/04/2006	3.60	104.60	104.70	104.90	104.80	16:53:54
6.25 EIDG 06	05/11/2006	4.36	110.60	110.50	111.50		
4.5 EIDGENOSSEN 07	10/06/2007	3.69	104.70	104.90	105.10	105.00	16:53:47
4.25 EIDG 08	08/01/2008	3.73	103.05	103.35	103.55	103.45	16:53:37
3.25 EIDG 09	11/02/2009	3.74	95.79	96.38	96.40	96.35	16:59:37
3.5 EIDG 10	07/08/2010	3.85	96.55	97.00	97.15	97.05	16:58:20
4.25 EIDG 11	02/12/2011	3.90	103.20	102.90	103.40		
4.25 EIDG 12	25/02/2012	3.82	103.90	103.00	104.00		
2.75 EIDG 12	10/06/2012	3.95	88.20	88.55	88.65	88.55	16:51:08
4 SCHW EIDGEN 13	11/02/2013	3.98	99.50	100.15	100.25	100.15	16:59:49
4.25 EIDG 14	06/01/2014	4.03	102.25	102.00	102.40		
4.25 EIDG 17	05/06/2017	4.20	99.75	100.80	101.80	100.65	14:50:49
4 EIDG 23	11/02/2023	4.45	93.56	95.50	97.50		
4 EIDG 28	08/04/2028	4.33	94.40	94.75	95.75	94.75	16:54:53
4 EIDG 49	06/01/2049	4.64	87.70	87.75	88.75		

Tableau 9 : obligations de la Confédération Suisse – clôture du 7.4.2000

Les "anomalies" dans les rendements à échéance (par exemple 6.25 EIDG 02) proviennent d'un exercice prochain d'une clause de remboursement anticipé par la Confédération.