Introduction à Prolog

http;//www.enseeiht.fr/lima/ia/Ens/2I_N7/Cours/SIA

MCours.com

Lien avec la logique formelle

Prolog met en œuvre une procédure de réfutation dite linéaire par entrées contrainte par :

- la clause centrale de départ C_0 est une clause négative de la forme clausale associée à la négation de la conjecture
- il n'y a pas vérification que G — $\{C_0\}$ est satisfiable
  - donc pas de garantie de succès (obtention de la clause vide)
- les clauses sont des clauses de Horn (au plus 1 littéral positif)
  - il faut savoir que certains dialectes outrepassent cette contrainte
  - donc pas de garantie de succès
- Prolog propose des prédicats prédéfinis

Lien avec la logique formelle

- certains sont des méta-prédicats de contrôle de la recherche d'une réfutation (ex: not, assert, cut, findall, freeze, etc.)

- la plupart des dialectes sortent du cadre de la logique du premier ordre (ordre supérieur à 1)

- la résolution est binaire sans factorisation
- le littéral effacé de la clause centrale courante est le 1er littéral négatif dans l'ordre d'écriture des littéraux
- il est remplacé par les littéraux non effacés d'une clause de bord (une clause d'entrée) en conservant l'ordre d'écriture :

si $\sigma(l_1) = \sigma(h_1)$ alors

$$Res(\neg l_1 \vee \neg l_2 \vee \ldots \vee \neg l_n,\ h_1 \vee \neg h_2 \vee \ldots \vee \neg h_m)$$
$$= \sigma(\neg h_2 \vee \ldots \vee \neg h_m \vee \neg l_2 \vee \ldots \vee \neg l_n)$$

Lien avec la logique formelle

- les clauses d'entrées (programme Prolog) sont toujours examinées dans le même ordre (ordre d'écriture du programme)
- la plupart des dialectes obligent les clauses à ce regrouper par nom: suites de faits (atomes) ou de règles (clauses) utilisant un même nom de prédicat
- la recherche d'une clause vide se fait en profondeur (et non pas niveau par niveau comme en largeur)
  - pas de garantie de terminaison, donc de succès
- Prolog recherche toutes les clauses vides (pas seulement la 1ère).

Certaines de ces caractéristiques font de Prolog une stratégie non complète

Résolution de problèmes

La programmation logique est particulièrement adaptée à la résolution de problèmes (ex: en IA)

1. Représentation sous forme logique

Un problème est résolu par une démonstration.

Exemple:

On utilise p(X,Y) pour dire X est le père de Y,

gp(X,Y) pour dire X est le grand père de Y.

On définit le grand père ainsi

règle: $\forall X,Y,Z\ p(X,Y) \wedge p(Y,Z) \Rightarrow gp(X,Z)$

faits: p(m,a), p(m,j) et p(j,e)

question: gp(m,e) ? "Marc est-il le grand père d'Eric?"

Résolution de problèmes

Le problème, représenté logiquement, peut être résolu en utilisant le principe de résolution. Il exige de s'appliquer sur des formes clausales:

c1: $gp(X,Z) \vee \neg p(X,Y) \vee \neg p(Y,Z)$ c2: $p(m,a)$ c3: $p(m,j)$ c4: $p(j,e)$

On y ajoute le contraire de la conclusion c0: $\neg gp(m,e)$

On cherche une réfutation de {c0,c1,c2,c3,c4} en utilisant une variante de:

Trouver $n \in N$ tel que $\square \in S_n$ où

$S_0 = \{c1,c2,c3,c4\}$

$S_n = \{$certains résolvants de c et c' / pour certains $c \in S_0 \cup \ldots \cup S_{n-1}$ et certains $c' \in S_{n-1}$ $\}$.

Résolution de problèmes

2. Cadre théorique

   1. Les clauses de Horn

Les éléments de S_n sont tous des clauses de Horn (au plus un atome non nié).

Les faits sont des atomes de la forme (syntaxe Edimbourg):

```
p(m,a).    % les arguments peuvent être des variables ou des constantes
p(m,j).    % ou des expressions fonctionnelles (i.e.: des termes)
p(j,e).
```

Les règles sont de la forme:

```
gp(X,Z):- p(X,Y), p(Y,Z).
```

MCours.com

Faits et règles forment le programme (!-respecter la casse-!)

Résolution de problèmes

Le démenti (question) est de la forme (conjonction d'atomes):

?- gp(G,e),p(P,e). % quel est le grand père G et le père P d'Eric

2. <u>La procédure de preuve de Prolog</u>

- Prolog utilise le démenti comme clause initiale (C_0).
- Il parcourt le programme (du début à la fin) à la recherche de la première clause dont l'atome de tête (situé à gauche de :-) s'unifie (σ) avec l'atome de tête du démenti courant.
- Il lui substitue la queue de clause (située à droite de :-) en remplaçant certaines variables par les valeurs appropriées (σ). Le résultat forme le nouveau démenti courant.

Résolution de problèmes

- Il recherche ainsi en profondeur la clause vide.
- Il les recherche toutes par retour arrière (backtrack).

3. Résolution (voir aussi session)

?- gp(G,e) , p(P,e). % 1er démenti

→ gp(X,Z) :- p(X,Y) , p(Y,Z). % appel de la 1ère clause en "gp"

% gp(G,e) et gp(X,Z) s'unifient: G ← X et Z ← e

% gp(G,e) est remplacé par p(X,Y) , p(Y,e).

?- p(X,Y) , p(Y,e) , p(P,e). % 2ème démenti

→ p(m,j). % appel de la 1ère clause en "p"

% p(X,Y) et p(m,j) s'unifient: , X ← m et Y ← j

% p(m,j) est un fait, on ne substitue rien à p(X,Y) qui disparaît.

?- p(j,e) , p(P,e). % 3ème démenti

Résolution de problèmes

→ p(j,e). % unification triviale: égalité et disparition de p(j,e)

?- p(P,e). % 4ème démenti

→ p(j,e). % P ← j

?- □ % disparition de p(j,e), rien ne reste, c-à-d false

← succès_1 % succès: succès_1: G ← X, X ← m, P ← j

% pas d'autre appel possible que p(j,e) pour p(P,e)

← succès_1 % pas d'autre appel possible pour p(j,e)

→ p(j,e). % appel de p(j,e) pour p(X,Y), X ← j, Y ← e

?- p(e,e) , p(P,e). % aucun appel possible pour p(e,e)

← échec % échec pour la seule tentative d'appel de p(j,e)

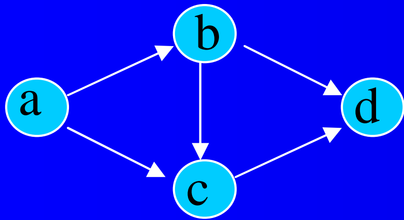
← succès_1 % pas d'autre appel possible pour p(X,Y), 1 seul succès trouvé

% pas d'autre appel possible pour gp(G,e): fin avec ce seul succès.

Programmation logique

1. La Récursivité

Exemple 1:



On note arc(X,Y) le fait qu'il y ait un arc orienté de X vers Y. On note chem(X,Y) le fait qu'il y ait un chemin orienté entre X etY. Le programme est (voir session):

```
arc(a,b).      chem(X,Y):-
arc(a,c).          arc(X,Y).
arc(b,c).      chem(X,Y):-
arc(b,d).          arc(X,I),
arc(c,d).          chem(I,Y).
```

Il y a un chemin entre X et Y si il y a un arc entre ces noeuds ou bien s'il y a un arc entre X et un noeud intermédiaire I et un chemin entre I et Y.

Programmation logique

Exemple 2:

La définition mathématique récursive de la fonction factorielle est:

factorielle(0)=1.

pour tout entier n supérieur à 0,

factorielle(n)=n*factorielle(n-1).

La fonction factorielle est une relation binaire notée fact(X,Y). Le programme est:

```
fact(0,1).
fact(X,Y) :- X > 0, R is X-1, fact(R,S), Y is X*S.
```

(voir session)

Programmation logique

Les listes en SWI-Prolog sont:

- la liste vide [ ].
- la liste énumérative [a, 0, f(_), X] des éléments a, 0, f(_), X.
- la liste générique [X|Y] d'élément de tête X et de queue de listeY.
- la liste mixte [a, 0, f(_), X|Y] commençant par les éléments a, 0, f(_), X et de queue de liste Y.

Exemple 3:

L'appartenance à une liste peut être définie langagièrement:

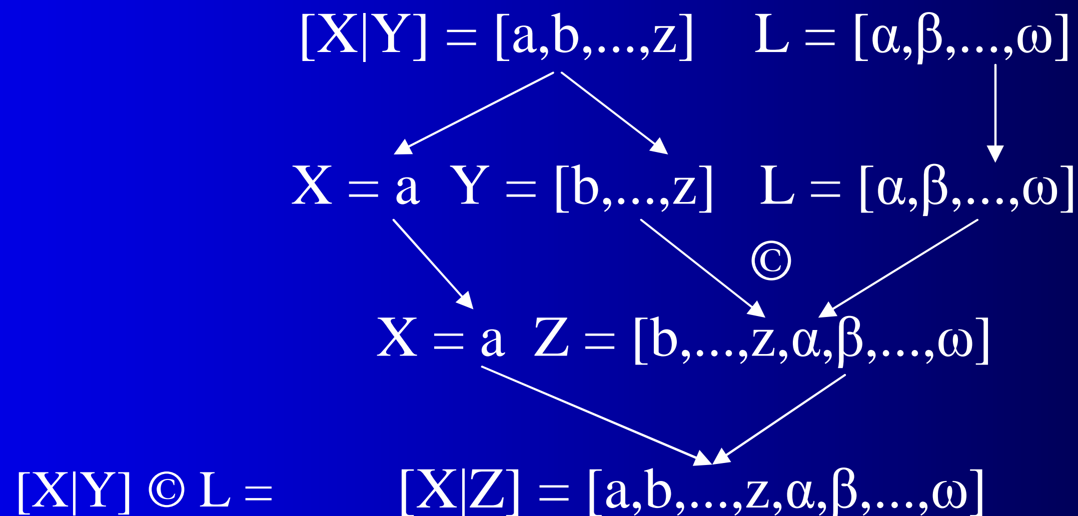
- C'est un fait qu'un élément appartient à une liste qui commence par cet élément.
- Si un élément appartient à une liste alors il appartient à cette liste précédée de n'importe quel élément.

Programmation logique

Le programme est (voir session):

```
element(X,[X|_]).
element(X,[_|L]):- element(X,L).
```

Exemple 4: La concaténation © de 2 listes peut se définir en supposant le problème résolu dans un cas plus simple. Résolution graphique:



Programmation logique

L'argument est similaire à celui de l'exemple 3. Si l'on sait concaténer Y à L, ce qui donne Z, alors on sait concaténer à L la liste Y précédée de n'importe quel élément X. Cela donne [X|Z].

Le programme est:

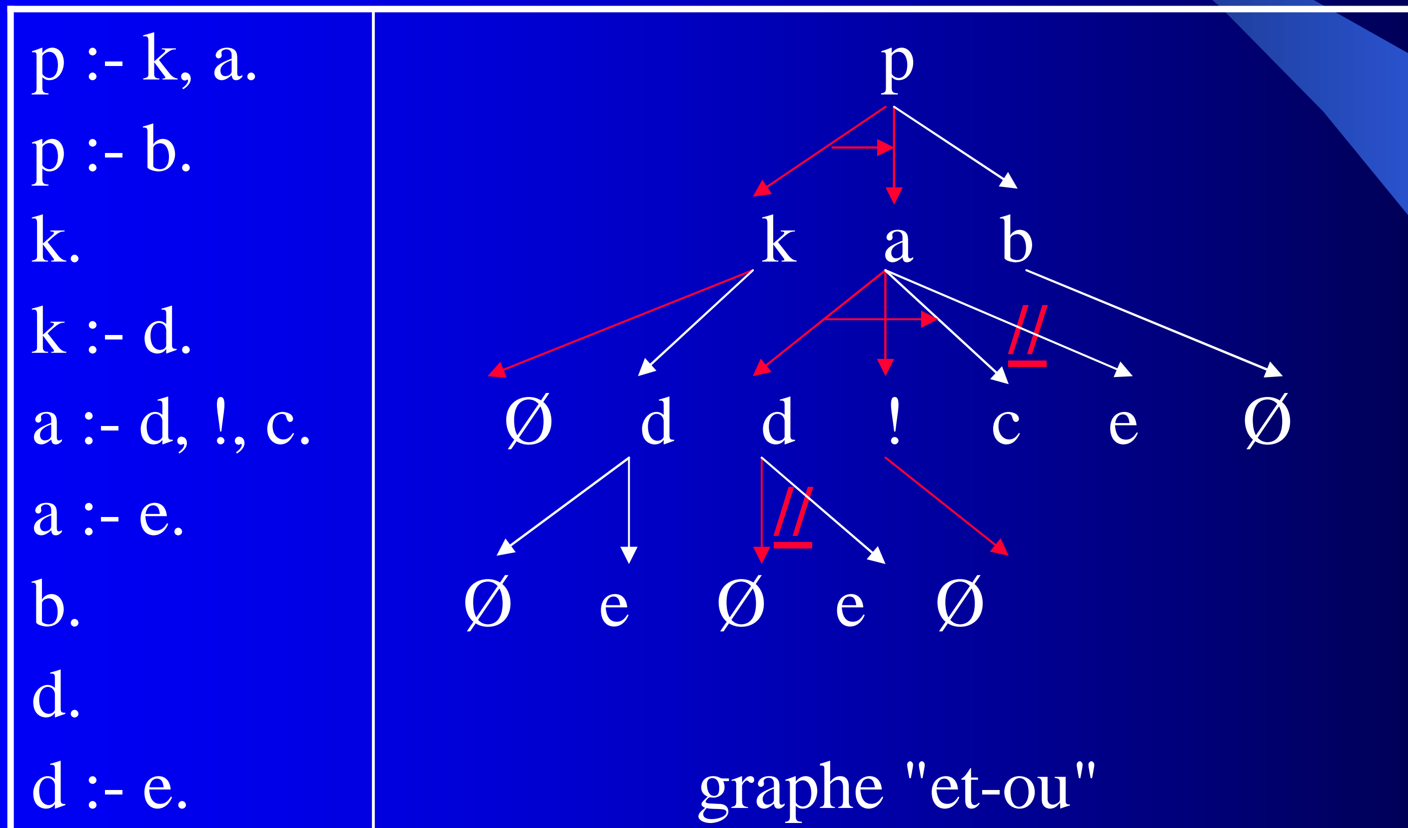
```
concat([], L, L).
concat([X|Y], L, [X|Z]):-
    concat(Y,L,Z).
```

N.B.: A force d'appels récursifs (sur le 1er argument de concat) de [X|Y] à Y, il arrivera que ce 1er argument soit vide. Il faut donc traiter ce cas. (voir session)

Programmation logique

2. Le contrôle

On limite la recherche des solutions à la première d'entre elles grâce au méta prédicat cut (!).



Programmation logique

A la question "est-ce que p?" Prolog se comporte ainsi

→ p % 1er cas de p défini par: p:-k,a
  → k % 1er sous but k de p, 1er cas de k défini par: k.
  ← k succès % k est un fait avéré, k disparaît
1 → a % 2ème sous but a de p, 1er cas de a défini par: a:-d,!,c
    → d % 1er sous but d de a, 1er cas de d défini par: d.
    ← d succès % d est un fait avéré, d disparaît
    → ! % 2ème sous but ! de a (appel n'apparaîssant pas en SWI-Prolog)
    ← ! succès % ! est toujours avéré, il supprime le backtrack sur d (cut 1)
      % et sur a (cut 2)
    → c % 3ème sous but c de a, c non défini
    ← c échec % c ne peut être résolu, en principe backtrack sur les frères
      % précédents de c et sur le père de c: pas de backtrack sur !
    → d % pas d'appel du 2ème cas de d défini par d:-e
      .... % à cause du cut (cut 1), disparition de toute la partie
    ← .... % correspondante
  ← a échec % a ne peut être résolu (or en principe backtrack sur a)

Programmation logique

	→ a	% pas d'appel du 2ème cas de a défini par: a:-e
	...	% à cause du cut (cut 2) et disparition
2	← échec	% de toute la partie correspondante
	→ k	% backtrack sur k, 2ème cas de k défini par: k:-d.
	→ d	% 1er sous but d de k
	← d succès	% 1er cas, d est un fait avéré
	← k succès	% donc k est résolu
1'	→ a.	% k disparaît, appel du 2ème sous but a de p
	...	% et reproduction à l'identique (entre 1' et 2') de toute
2'	← a échec	% la partie concernant l'appel à "a" (de 1 à 2)
	→ d	% backtrack sur d du 2ème cas de k défini par: k:-d.
	→ e	% 2ème cas de d défini par: d:-e
	← e échec	% e ne peut être résolu, backtrack sur d puis sur k puis sur p
	← d échec	% d ne peut être résolu, backtrack sur k puis sur p
	← k échec	% k ne peut être résolu, backtrack sur p
	→ b	% 2ème cas de p défini par: p:-b
	← b succès	% b est un fait avéré, b disparaît
	← p succès	% p est résolu

Programmation logique

En résumé:

Le cut empêche tout backtrack sur ses frères qui le précèdent dans la clause où il apparaît ainsi que sur son père (pas de backtrack sur "d" ni sur "a", voir // du graphe et-ou précédent). Le backtrack reste actif pour tout le reste. (voir session)

3. L'unification

Quelques opérateurs en rapport avec l'égalité:

= , \= , == , \== , =@= , \=@=

Utiliser help*(opérateur)* sous Prolog pour les opérateurs numériques:

is , =:= , =\=

Programmation logique

L'opérateur = ressemble à une affectation

```
?- X = a.
X = a
Yes

?- X = a, Y =[b], Z = [X|Y].
X = a
Y = [b]
Z = [a, b]
Yes
```

Mais c'est plus que cela

```
?- p(a,f(X),g(Z)) = p(Y,f(Y),W).
X = a
Z = _G159
Y = a
W = g(_G159)
Yes
```

MCours.com

Programmation logique

```
?- p(X,Z,g(f(Y))) = p(Y,f(Y),W).
X = _G157
Z = f(_G157)
Y = _G157
W = g(f(_G157))
Yes

?- p(a,f(X),g(Z)) = p(X,Z,g(f(Y))), p(X,Z,g(f(Y))) = p(Y,f(Y),W).
X = a
Z = f(a)
Y = a
W = g(f(a))
Yes
```

L'opérateur = est donc l'unification et \= l'impossibilité à toute unification

Programmation logique

```
?- X \= a.
No          % c'est un échec car il n'est pas impossible d'unifier X et a, il suffirait que X capture a

?- f(X) \= a.        % c'est un succès car il est impossible que f(X) s'unifie à a, et ce pour n'importe
                     % quelle valeur de X
X = _G157
Yes
```

L'opérateur == est le partage d'une valeur "syntaxiquement" identique

```
?- [a] == [a].       % même valeur de part et d'autre
Yes

?- a == b.           % pas même valeur de part et d'autre
No

?- X == a.           % X n'a pas de valeur, aucune valeur commune n'est partagée
No
```

Programmation logique

```
?- X == Y.                    % X et Y n'ont pas de valeur
No

?- X == X.                    % quelle que soit la valeur de X, il la partage avec X
X = _G157
Yes

?-  X = a, Y = a, X == Y.     % X et Y ont une valeur et c'est la même
X = a
Y = a
Yes
```

L'opérateur \== est sa négation

```
?- X \== a.
X = _G157
Yes
```

Programmation logique

```
?- X = a, X \== b.
X = a
Yes
```

L'opérateur =@= est l'identité de structure ou de signature (de nom pour les ctes)

```
?- a =@= a.                % même signature (= nom)
Yes

?- a =@= b.                % pas même signature (= nom)
No

?- X =@= a.                % une variable et une constante n'ont pas même signature
No

?- X =@= Y.                % 2 variables ont même signature (si non liées)
X = _G157                  % attention:  ?- X=a,X=@=Y. retourne un échec
Y = _G158
Yes
```

Programmation logique

```
?- [A,[B,C]] =@= [D,[E,F]].     % mêmes structures
A = _G157
B = _G160
C = _G163
D = _G169
E = _G172
F = _G175
Yes

?- [a,[b,c]] =@= [d,[e,f]].     % les listes ont mêmes structures mais pas les éléments constitutifs
No
```

L'opérateur \=@= est sa négation

```
?- a \=@= b.
Yes
```

Programmation logique

4. La négation

Il faut d'abord comprendre les échecs à la résolution d'un but en Prolog.

Certains dialectes de Prolog échouent sur des buts dont les prédicats ne sont pas définis (cas des versions antérieures de SWI-Prolog).

Il y a alors échec quand il ne trouve aucun moyen de résoudre le but.

La négation en Prolog fonctionne de cette façon. Elle est définie par l'échec.

Not est un méta-prédicat puisque son argument n'est pas un terme mais une expression prédicative (Not est un prédicat d'ordre 2).

Programmation logique

```
1: not(B) :-
        B,        % si B réussit
        !,        % on ne procèdera à aucun backtrack: ni sur B ni sur not (de la clause n°2)
        fail.     % on retourne un échec (nom de prédicat réservé pour l'échec forcé)
2: not(_).        % si B échoue, not(B) de la clause n°1 échoue, il y a backtrack (car le cut
                  % de la clause n°1 n'est pas atteint), la clause n°2 est appelée et elle réussit
```

Exemple:

```
?- not(member(a,[b,c,d])).
Yes
?- not(member(a,[b,a,c])).
No
?- not(member(X,[b,c,d])).        % B = member(X,[b,c,d]) qui réussit (car ∃X ∈ [b,c,d])
No
```

Comparaison avec d'autres langages

1. Langages procéduraux

Une clause de la forme A :- B1,…,Bn. peut s'assimiler à une procédure

```
procedure   A( x⃗ )
begin
        call   B1( x⃗ ),
        …
        call   Bn( x⃗ ),
end
```

à la différence que les variables de $\vec{x}$ ne peuvent pas être réaffectées: une variable pointe vers un individu et non pas vers un emplacement mémoire.

Comparaison avec d'autres langages

2. Langages applicatifs

Comme Lisp:

D'un point de vue conceptuel à "y = f(x)" correspond "f(x,y)"

```
(de fact(x)
(cond((zerop x)1)
      (t (times(x,fact(sub1 x))))))

? (setq x 3)(setq y (fact x))
6
```

```
fact(X,1):-  zerop(X),!.
fact(X,Y):- sub1(X,X1),
            fact(X1,X2),
            times(X,X2,Y).
?- X is 3, fact(X,Y).
X=3
Y=6
```

Programmation logique en SWI - Prolog

3. Références bibliographiques

Pour des détails sur SWI–Prolog: http://www.swiprolog.org/

Voir aussi le support de cours de 2ème année Informatique de l'ENSEEIHT intitulé "Programmation logique"

http://www.enseeiht.fr/lima/ia/Ens/2I_N7/Programmation_Logique/

MCours.com