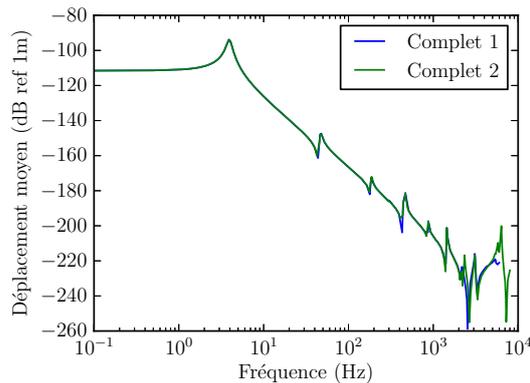
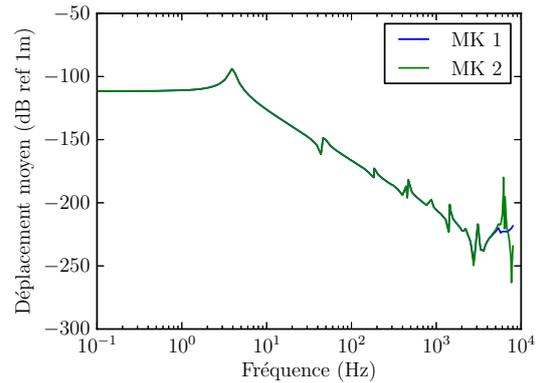


Calcul de la réponse acoustique



(a) Calcul complet



(b) Projection sur un base modale avec amortissement

FIGURE 2.9 – Déplacement moyen de la structure, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4)

2.2.1 Méthode numérique

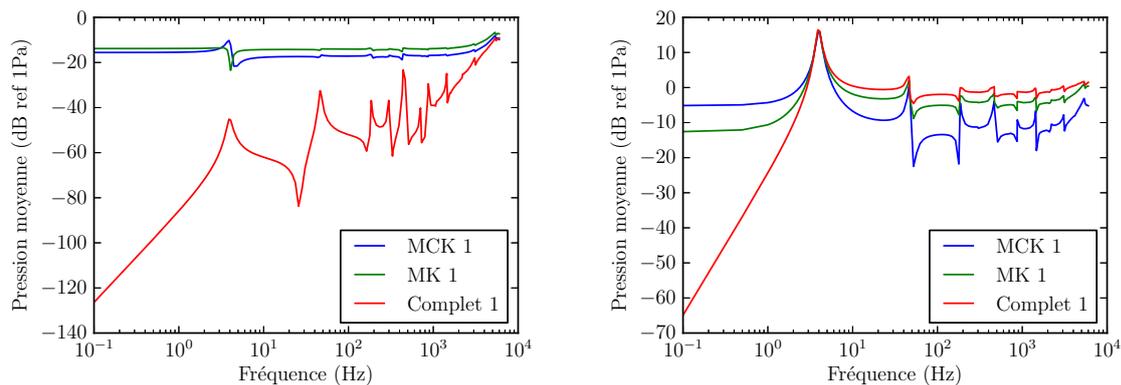
Une des grandeurs d'intérêt dans le cadre de l'étude vibroacoustique d'un système industriel est la pression acoustique rayonnée par le dispositif. Accéder à cette grandeur permet de faire des choix de dimensionnement pour permettre de réduire le bruit émis par la structure.

Si le cas test traité au paragraphe précédent est considéré, les grandeurs calculées par la résolution du problème éléments finis (\mathbf{u}, p, φ) sont les déplacements de la structure, la pression dans le fluide et le potentiel des déplacements.

Cependant la résolution effectuée précédemment a été réalisée en faisant l'hypothèse que la pression rayonnée n'avait que peu d'influence sur le comportement de la structure. Bien que cette hypothèse soit vérifiée au vu des résultats de déplacements issus d'un calcul complet prenant en compte le rayonnement acoustique, cette hypothèse ne peut pas forcément être étendue à la réponse acoustique.

Si la pression acoustique moyenne dans la demi-sphère supérieure est considérée, les mêmes comparaisons peuvent être réalisées entre les différentes méthodes de calcul que celle réalisée pour la réponse moyenne de la structure, au paragraphe (2.1.4).

La valeur de la pression (Fig.2.10a) et (Fig.2.10b) au sein de la demi-sphère supérieure et de la cavité située sous la plaque vibrante sont différentes dans le cas des analyse harmonique projetée sur les base modales étudiées et dans le cas d'un calcul complet prenant en compte le rayonnement acoustique sous la forme d'une matrice



(a) Pression dans la demi-sphère supérieure (b) Pression dans la cavité inférieure

FIGURE 2.10 – Pression moyenne, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab. 2.4)

d'impédance. La différence est plus significative dans la demi-sphère supérieure, ce qui est cohérent avec la disposition des conditions aux limites d'impédance, qui sont situées sur la paroi de la demi-sphère, les parois de la cavité étant modélisées par des murs. Les différences observées s'expliquent par l'absence de prise en compte de la composante de rayonnement acoustique dans le calcul de la base modale, le code éléments finis utilisé permettant uniquement le calcul d'une base modale pour un fluide confiné. Cette limitation intrinsèque au choix réalisé quant au logiciel éléments finis peut être levée en utilisant des conditions aux limites de type Couche absorbante parfaitement adaptée ou des éléments infinis. Cependant ces modélisations n'étant pas présentes dans les outils disponibles, il a été décidé de se limiter à une base modale obtenue avec un fluide confiné et de calculer la réponse acoustique par un chaînage.

Comme le déplacement de la structure est faiblement influencé, par l'absence de matrice d'impédance dans le calcul de la base modale, une autre approche est utilisée pour permettre d'accéder à la valeur de la pression rayonnée par la structure dans le fluide. Cette approche consiste en un calcul direct du champ acoustique à partir des grandeurs de déplacement de la structure, obtenues par le calcul éléments finis. Un calcul purement acoustique est donc réalisé, en ne considérant que le domaine fluide. Pour réaliser ce calcul, les mêmes conditions aux limites sont imposées au domaine fluide que pour le calcul vibroacoustique, cependant la structure est supprimée et un chargement en vitesse imposée est ajouté au niveau de l'interface fluide-structure, chargement calculé à partir des données du calcul vibroacoustique.

Afin de valider ce choix de modélisation pour le calcul de la pression acoustique, les résultats obtenus seront comparés aux résultats issus des calculs vibroacoustiques réalisés pour le système complet, avec une matrice d'impédance.

Mise en œuvre pour une unique onde plane

Pour réaliser le calcul de la pression acoustique rayonnée il est nécessaire dans un premier temps de définir le chargement acoustique pour chaque fréquence étudiée. Ici le chargement acoustique est un chargement en vitesse, normal à la surface sur laquelle est appliqué ce chargement, le calcul acoustique se déroule donc suivant le cheminement algorithmique :

Algorithme 2 : Calcul de la pression acoustique

Données : Maillage ; Résultats du calcul vibroacoustique $\mathbf{u}(\omega)$

Résultat : pression dans le fluide $p(\omega)$

début

 Définition du problème acoustique;

 Calcul des matrices éléments finis;

pour *chaque valeur de ω* **faire**

 Calcul du chargement $V(\omega)$;

 Résolution du problème matriciel

Le chargement acoustique pour chaque valeur de fréquence est quant à lui est obtenu par :

Algorithme 3 : Calcul du chargement pour ω

Données : Résultats du calcul vibroacoustique $\mathbf{u}(\omega)$

Résultat : chargement $V(\omega)$

début

 calcul d'un chargement unitaire ;

 calcul des normales aux éléments ;

 projection de $(j\omega \mathbf{u}(\omega))$ sur la normale ;

 produit entre le vecteur unitaire et le vecteur projeté ;

Comme pour le calcul des chargements, dans le cadre de l'étude vibroacoustique, le calcul d'un vecteur chargement unitaire permet de prendre en compte les surfaces élémentaires des éléments finis auxquels nous appliquons le chargement de vitesse.

2.2.3 Comparaison à un calcul complet

Comme pour les calculs de la réponse vibratoire de la structure et de la réponse acoustique présentés aux paragraphes (2.1.4) et (2.2.2), la réponse acoustique obtenue par le calcul acoustique pur est comparée aux résultats issus d'un calcul complet. Ainsi on trace le champ de pression dans le domaine fluide obtenu pour une fréquence donnée par un calcul complet, par un calcul projeté sur base modale et par le calcul acoustique décrit au paragraphe précédent (Fig.2.11).

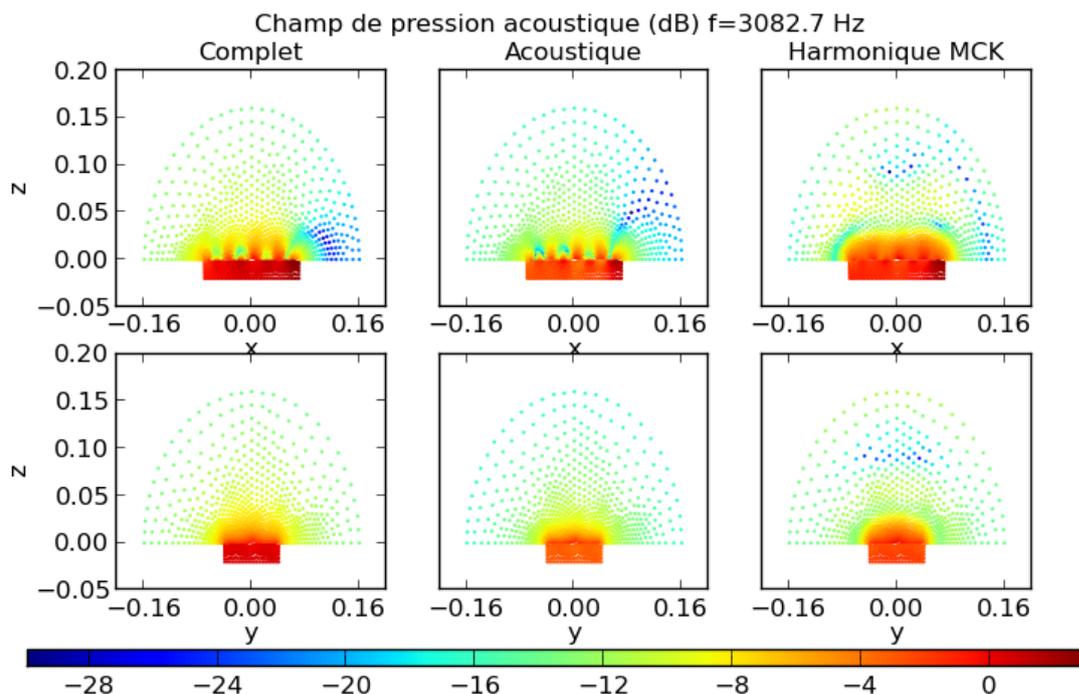


FIGURE 2.11 – Champ de pression dans le domaine fluide

Le résultat obtenu par le calcul acoustique est sensiblement similaire au résultat obtenu par le calcul complet, ceci valide bien l'hypothèse selon laquelle le rayonnement acoustique a une influence négligeable sur le comportement de la structure. Il est donc possible de calculer la pression acoustique rayonnée à partir du déplacement de la structure.

Si l'on considère le spectre de pression moyen dans la demi-sphère supérieure obtenu par le calcul complet et par le calcul acoustique (Fig. 2.12), on observe un comportement similaire au comportement observé pour la réponse vibratoire de la structure au paragraphe (2.1.4). Les résultats obtenus par les deux méthodes sont sensiblement similaires jusqu'à une fréquence d'environ 6000 Hz , puis ils affichent un comportement différent. Il est cohérent que les différences observées dans le comportement vibratoire se reflètent sur la réponse acoustique calculée à partir de ces derniers.

2.3 Réponse à un champ de pression

2.3.1 Champ de pression généré par tirage de phase

Afin de comparer les résultats numériques issus de la méthode de calcul par somme d'ondes planes présentées au paragraphe suivant, la réponse du système a également été modélisée en utilisant la méthode des tirages de phases. Cette méthode consiste en l'obtention du champ de pression pariétale en considérant une phase Gaussienne

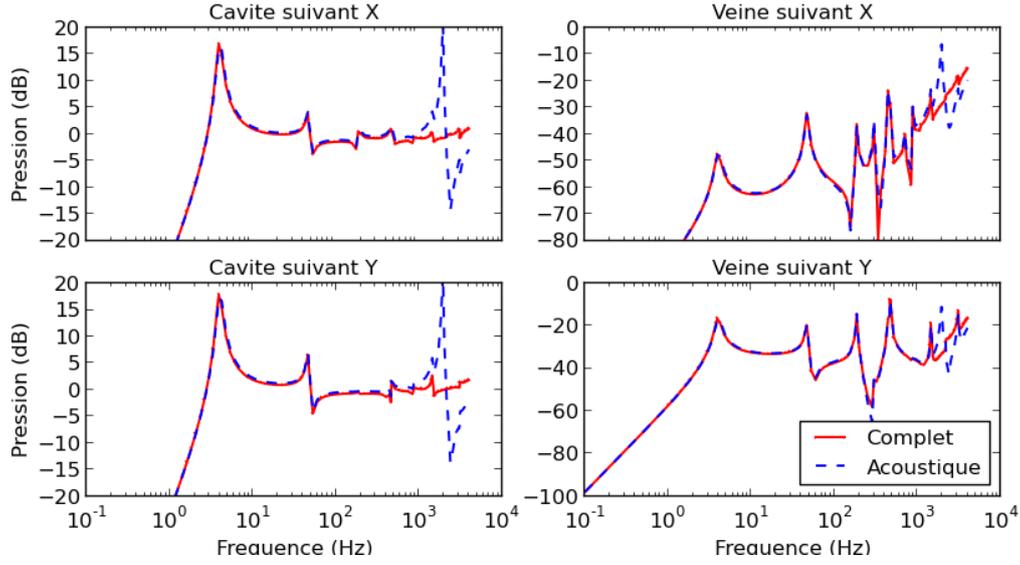


FIGURE 2.12 – Spectre de pression dans le domaine fluide

aléatoire, la réponse du système est obtenue en moyennant les réponses pour un nombre important de tirages. La formulation de cette méthode, présentée au paragraphe 1.2.2.3 est décrite par l'équation (Eq. 1.18) formulée par Ricot et al., 2012.

Cette équation est rappelée ici :

$$p^{(n)}(\mathbf{x}_i, \omega) = \sum_{j=1}^N H_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \omega) \Gamma_j^{(n)} \quad \text{avec} \quad \Gamma_j^{(n)} = e^{i\phi_j} \quad (2.35)$$

La réponse de la structure est liée à une bonne estimation du champ de pression pariétale, pour chaque tirage. Cette dernière est principalement influencée par la convergence de l'intégration du spectre de pression pariétale défini dans le domaine spatio-temporel. Ainsi trois cas distincts peuvent être considérés :

- Si la longueur de corrélation Uc/ω est grande devant les dimensions de la structure, alors la discrétisation éléments finis utilisée pour modéliser le système est suffisante ;
- Si la longueur de corrélation est de l'ordre des dimensions des mailles éléments finis, il est nécessaire de définir une discrétisation plus fine afin de calculer le champ de pression ;
- Si la longueur de corrélation est très petite devant les dimensions des mailles éléments finis, la somme peut être approchée par la valeur obtenue quand $j = i$.

Pour le maillage éléments finis étudié et pour les paramètres d'écoulement considérés, la convergence de la méthode des tirages de phase est observée en fonction de la discrétisation du maillage et du nombre de tirages réalisé.

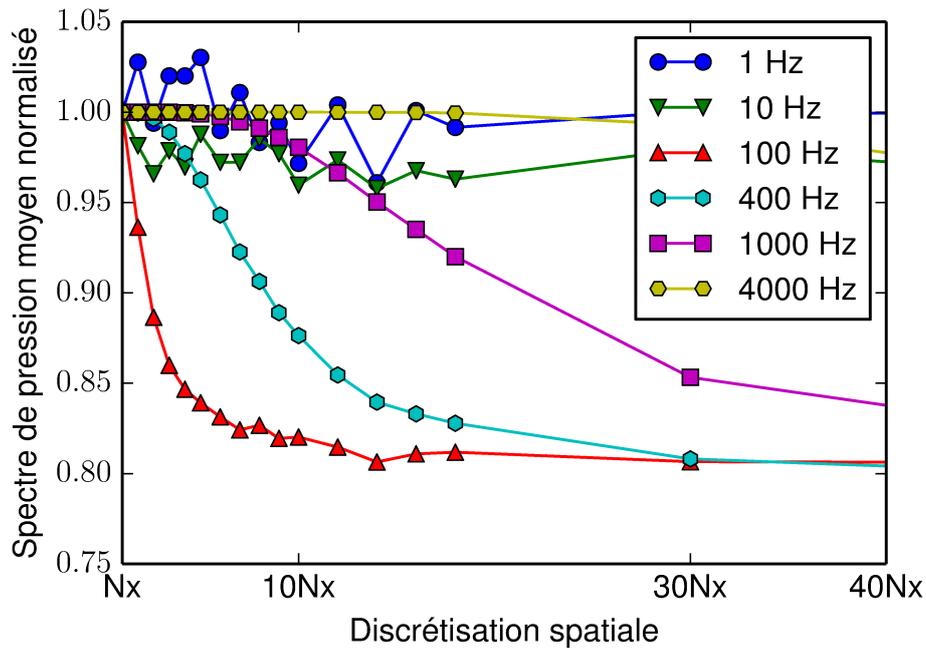


FIGURE 2.13 – Spectre de pression moyen en fonction de la discrétisation spatiale pour différentes fréquences

Dans un premier temps, 50 tirages sont réalisés pour différentes fréquences et différentes discrétisations de la structure (Fig. 2.13). Le spectre de pression moyen de la structure est tracé, ce spectre étant normalisé par le résultat obtenu pour une discrétisation spatiale Nx correspondant à la discrétisation spatiale longitudinale utilisée pour l'analyse modale. Si les trois cas de discrétisation, fonction de la longueur de corrélation, sont considérés, les observations suivantes peuvent être formulées. Pour une fréquence inférieure à $10Hz$, la discrétisation éléments finis Nx est suffisante pour l'obtention du spectre de pression pariétale, la longueur de corrélation est supérieure à la dimension des éléments finis. Pour des fréquences comprises entre $10Hz$ et $4000Hz$ il faut un grand nombre de points pour réaliser une discrétisation spatiale permettant d'obtenir un résultat convergé pour le spectre de pression. Pour des fréquences supérieure à $4000Hz$, la distance de corrélation devient très petite et il est alors possible de ne considérer la somme que pour $i = j$, une bonne convergence peut donc être obtenue avec le maillage utilisé pour l'analyse modale.

L'étude de sensibilité au maillage du champ de pression calculé par la méthode des tirages de phase a été réalisé en considérant la discrétisation longitudinale de la structure, mais cette étude peut également être réalisée en considérant la discrétisation transversale, les résultats obtenus étant similaires. Si la discrétisation utilisée pour réaliser le calcul des champs de pression est la même que celle utilisée afin de réaliser

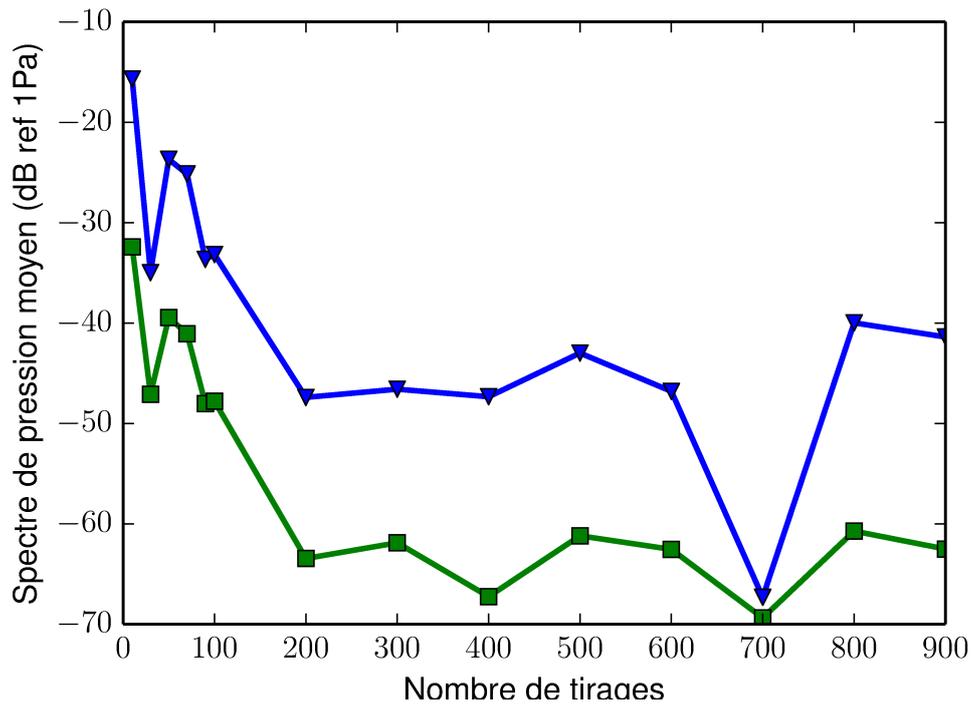


FIGURE 2.14 – Spectre de pression moyen en fonction du nombre de tirages

les calcul modaux, le champ de pression sera surestimé pour les fréquences comprises entre $10Hz$ et $4000Hz$.

Concernant la sensibilité du résultat au nombre de tirages de phases, les spectres de pression moyens en fonction du nombre de tirages réalisés sont observés, figure (Fig.2.35) pour différentes fréquences. Le nombre de tirages nécessaire à la convergence du spectre de pression semble être de l'ordre de 100 à 200 pour le système considéré. Dans la suite de l'étude, le nombre de tirages réalisés pour calculer la réponse vibratoire de la structure sera fixé à 100.

2.3.2 Réponse par la méthode des ondes planes

2.3.2.1 Étude de convergence

Afin de mettre en œuvre la modélisation par la méthode des ondes planes telle que définie par l'équation (Eq.1.107) qui est formulée de manière discrète sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_{r,s} \frac{\Gamma_{pp}(k_r, k_s, \omega)}{4\pi^2} \Delta k_r \Delta k_s |H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)|^2 \quad (2.36)$$

Il est nécessaire de définir une discrétisation du domaine des nombres d'ondes permettant d'obtenir la convergence de la somme vers la solution intégrale. Pour obtenir cette discrétisation, nous nous intéressons donc aux fonctions de transfert (Fig.2.15) et au modèle de spectre en nombre d'onde fréquence. En effet, il n'est pas souhaitable de

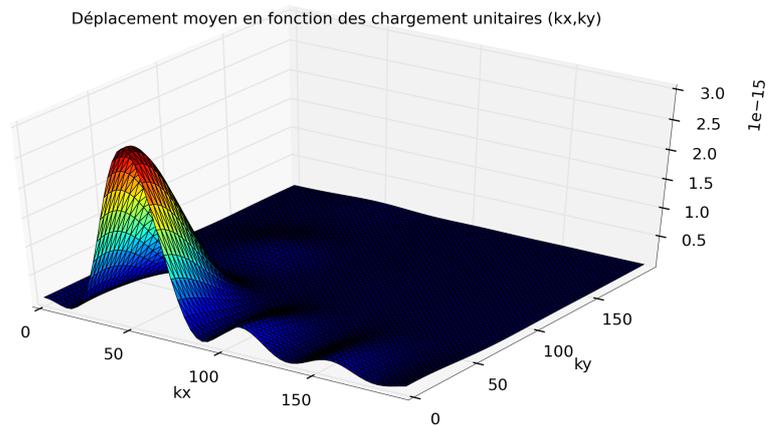


FIGURE 2.15 – Fonction de transfert moyenne pour une fréquence de 200Hz et une discrétisation avec 28000 nombres d’onde $H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)$

réaliser un grand nombre de calculs de la solution à l’équation (Eq.2.36) pour différents cas afin d’étudier la convergence de cette dernière en fonction du domaine choisi et du nombre d’ondes planes nécessaires à la convergence de la somme dans ce domaine. Les caractéristiques de l’équation (Eq.2.36) sont donc étudiées afin de déterminer des paramètres permettant de choisir au mieux le domaine des nombres d’ondes et le nombre d’onde planes, permettant la convergence de la somme.

Etant donné que les résultats sont calculés par projection sur base modale, les fonctions de transfert $H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)$ peuvent être considérées comme combinaison linéaire des transformées de Fourier spatiale des déformées modales Ψ_i , pour les $i \in N$ modes propres considérés :

$$H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega) = \sum_i a_i \Psi_i(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega) \quad (2.37)$$

Avec a_i les coefficient modaux obtenus par la résolution du problème harmonique.

Pour une fréquence donnée, la somme définie par l’équation (Eq.2.36) est donc convergente si la discrétisation en nombre d’onde nous permet d’interpoler correctement l’ensemble des transformées de Fourier spatiales des déformées modales (Fig.2.16) ainsi que le spectre de pression défini dans le domaine des nombres d’onde fréquence.

Dans un premier temps il est nécessaire de définir le domaine d’intégration dans l’espace des nombres d’ondes. Ainsi, si les transformées de Fourier des déformées modales sont considérées, la position du maximum de ces transformées de Fourier correspond à la valeur des nombres d’onde de flexion longitudinaux et transversaux du système pour le mode considéré. Il s’agit de la valeur maximale de la fonction filtre réalisée par la structure pour le mode considéré. Ainsi, pour la base modale considérée, si la

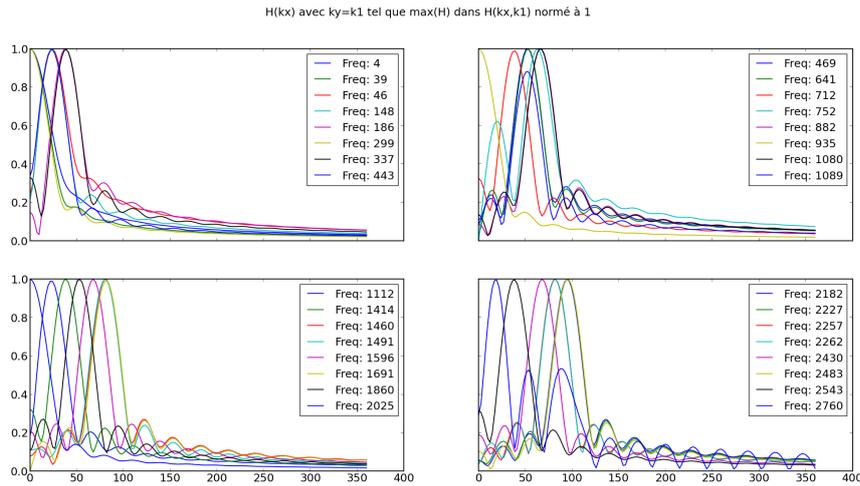
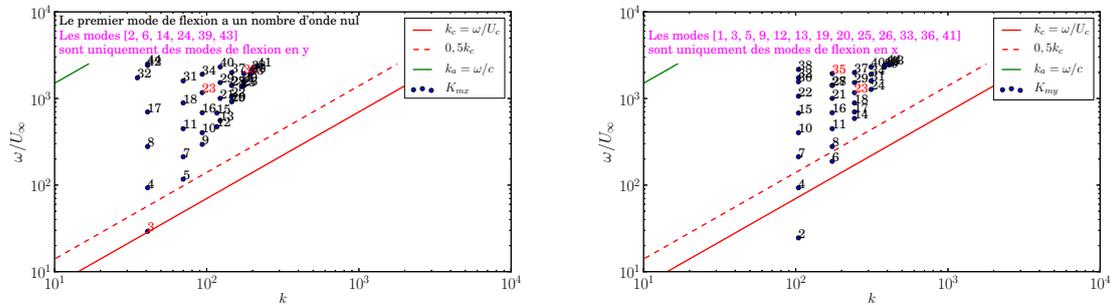


FIGURE 2.16 – Transformées de Fourier des déformées modales



(a) Nombres d'onde de flexion longitudinale (b) Nombres d'onde de flexion transversale

FIGURE 2.17 – Nombres d'onde de flexion en fonction de la fréquence pour les différentes déformées modales

position de ces maxima est tracé, en fonction de la fréquence, pour les nombres d'ondes longitudinaux (Fig. 2.17a) et transversaux (Fig. 2.17b), il est possible de définir un domaine d'intégration. En effet, les ondes planes dont de vecteurs d'ondes (kx, ky) très supérieures aux valeurs des nombres d'ondes de flexions longitudinaux et transversaux verrons leur contribution fortement filtrée par la structure.

La position du pic convectif en fonction de la fréquence ω/Uc est également tracé (Fig. 2.17a) et (Fig. 2.17b). Les ondes planes de vecteurs d'ondes (kx, ky) de l'ordre du double de la valeur du pic convectif verrons également leur contribution fortement filtrée par le spectre de pression pariétale.

Etant donnée la position des maxima des transformées de Fourier des déformées modales, le domaine d'étude est décomposé en plusieurs sous-domaine et la convergence en fonction du nombre d'ondes planes est étudiée pour chaque sous domaine. Un premier domaine est défini pour des nombres d'onde situés entre 0 et 10, ce domaine

correspond aux modes propres ne comportant qu'une seule composante de flexion, suivant kx ou suivant ky . Un second domaine est défini pour des nombres d'onde situés entre 10 et 10^3 , ce domaine correspondant à la position de la majorité de nombres d'onde de flexion pour la base modale considérée, qui comprend les 40 premiers modes de la structure, dans la bande de fréquence 0 – 4000Hz. Un troisième domaine, pour des nombres d'onde compris entre 10^3 et 10^6 correspond au pic convectif sur la bande de fréquence considérée. Finalement la réponse de la structure à des ondes planes de vecteurs d'onde situés dans des domaines de nombre d'onde supérieure à 10^6 permet de considérer la contribution de ces ondes planes à la réponse globale, les contributions observées pour ces vecteurs d'ondes sont sensées être fortement filtrées par le spectre de pression et par le spectre de réponse de la structure.

Sur les différents domaines considérés, une discrétisation de l'ordre de 50 points permet une bonne intégration des transformées de Fourier des déformées modales et du spectre de pression pariétale calculé avec le modèle de Corcos. Afin de vérifier que cette discrétisation permet bien d'obtenir un résultat convergé pour l'équation (Eq.2.36), la réponse de la structure à une excitation sous la forme d'une somme d'ondes planes est tracée (Fig.2.18). Cette somme est définie par 100 valeurs de ky réparties logarithmiquement dans l'intervalle $[0, 10^3]$ et 100 valeurs de kx réparties logarithmiquement dans les différents intervalles étudiés.

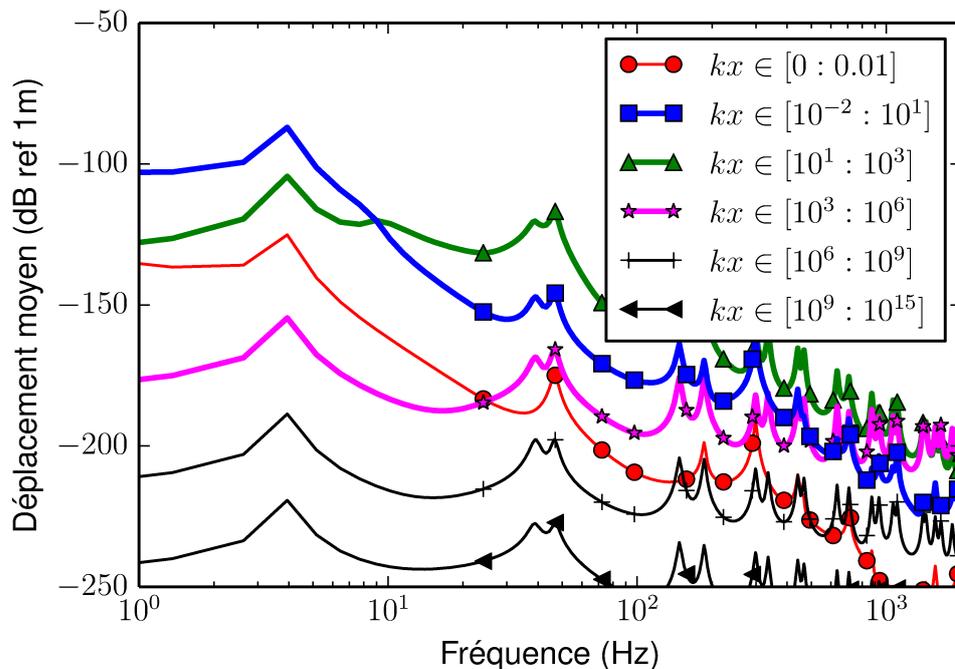


FIGURE 2.18 – Réponse moyenne de la structure en fonction de la fréquence pour différents domaines de définition de la somme d'ondes planes

Pour les domaines $kx \in [10^6 : 10^9]$ et $kx \in [10^9 : 10^{13}]$ les résultats obtenus sont inférieurs d'un ordre de grandeur de $50dB$ aux résultats obtenus pour des nombres d'ondes inférieures. Il y a bien un filtrage des contributions des ondes planes calculées pour des nombres d'onde très supérieurs aux nombres d'onde de flexion et au nombre d'onde convectif. Dans la suite de l'étude le domaine d'intégration sera limité aux nombres d'onde inférieurs à $k = 10^6$. La même considération peut être réalisée pour le domaine $kx \in [0 : 0.01]$, pour la suite de l'étude le domaine situé entre 0 et 10 sera donc discrétisé en considérant le domaine $kx \in [10^{-2} : 10^1]$ auquel sera ajouté le nombre d'onde nul $k = 0$.

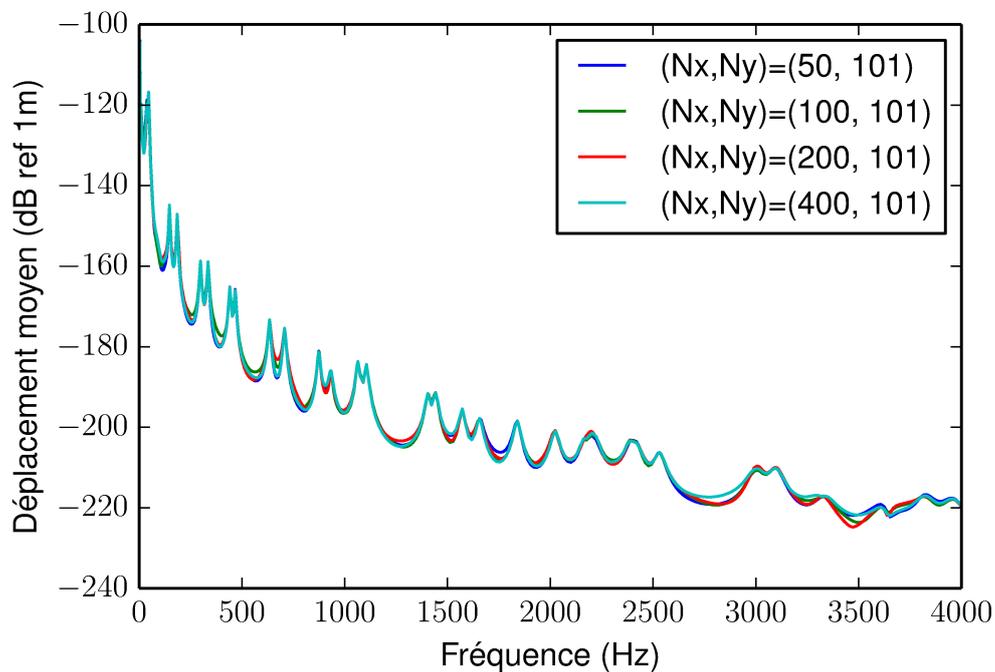


FIGURE 2.19 – Réponse moyenne de la structure en fonction de la fréquence pour différentes discrétisations

Pour les trois domaines d'intégration, $[0 : 10]$; $[10 : 10^3]$ et $[10^3 : 10^6]$, une étude de convergence est réalisée en fonction du nombre d'ondes planes utilisées pour décrire le champ de pression dans chacun de ces domaines. Ainsi pour le domaine $[10 : 10^3]$, (Fig. 2.19), il apparaît que la réponse est sensiblement bien convergée à partir de 50 points pour la discrétisation en nombre d'onde dans la direction longitudinale.

Les mêmes observations ayant été réalisées quant à la discrétisation et aux domaines, dans le cadre de la discrétisation du domaine des nombres d'onde transverse ky , les mêmes discrétisations seront utilisées pour kx et pour ky . La discrétisation retenue est donc constituée de 300 points dans les directions longitudinales et transversales, chaque domaine étant discrétisé par 100 valeurs de nombre d'onde. Le nombre d'ondes

planes défini par cette discrétisation est donc de l'ordre de 90000.

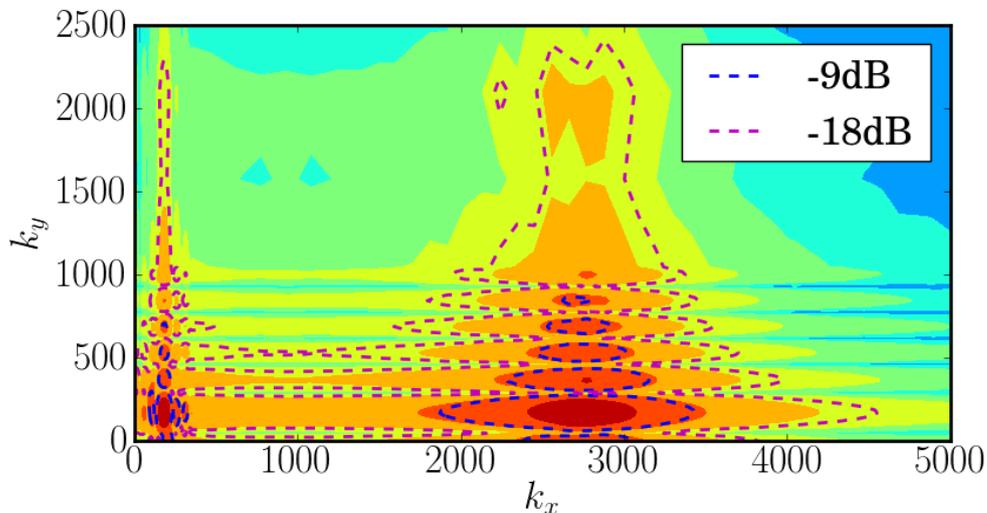


FIGURE 2.20 – Produit entre le spectre de Corcos et la transformée de Fourier du mode d'ordre 35 de fréquence propre 3160 Hz

En ce qui concerne la répartition des points dans les différents domaines, l'étude des produits entre les transformées de Fourier des déformées modales et le modèle de spectre de Corcos, (Fig. 2.20), pour les différents modes propres de la base modale est réalisée. Cette étude fait apparaître un pic de faible largeur pour les bas nombres d'onde, induit par la transformée de Fourier de la déformée modale et un pic plus large correspondant au pic convectif du spectre d'excitation, pour des nombres d'onde plus élevés. La discrétisation est choisie avec un pas logarithmique, dans les différents domaines, afin de disposer de plus de valeurs de nombres d'onde pour représenter le pic lié à la fonction de transfert de la structure, situé dans les bas nombres d'onde et ainsi mieux intégrer ce dernier.

2.3.2.2 Obtention des coefficients modaux

Une fois les chargements réduits calculés pour les différentes ondes planes, les fonctions de transfert $H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega)$ sont obtenues par résolution du système matriciel éléments finis, projeté sur la base modale, pour chaque fréquence et chaque cas de chargement :

$$H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega) = \sum_i a_i(k_x, k_y, \omega) \phi_i(\mathbf{Q}) \quad (2.38)$$

Avec $i \in N$ le numéro d'ordre du mode (\mathbf{u}, p, φ) : ϕ_i et a_i les coefficients modaux calculés par la méthode des éléments finis.

La connaissance de ces fonctions de transfert permet alors de résoudre l'équation (2.36) afin de calculer la réponse de la structure à une excitation de couche limite turbulente. Comme les résultats des calculs harmoniques projetés donnent accès aux coefficients modaux des fonctions de transfert, l'équation (2.36) est transformée afin de faire apparaître la formulation modale (Eq. 2.38). Ainsi, dans le cadre d'une projection des fonctions $H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega)$ sur une base modale, cette équation se reformule de manière discrète :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_{m=0}^{N_k} \frac{\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)}{4\pi^2} \sum_i a_i(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega) \phi_i(\mathbf{Q}) \sum_j a_j^*(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega) \phi_j^*(\mathbf{Q}) \Delta k_x \Delta k_y \quad (2.39)$$

De la même manière, il est possible d'exprimer l'auto-spectre de déplacement de la structure projeté sur la base modale (\mathbf{u}, p, φ) :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = f(\mathbf{Q}, \omega) f^*(\mathbf{Q}, \omega) \quad (2.40)$$

$$= \sum_i \alpha_i(\omega) \phi_i(\mathbf{Q}) \sum_j \alpha_j^*(\omega) \phi_j^*(\mathbf{Q}) \quad (2.41)$$

Si on considère les coefficients $b_{ij} = a_i a_j^*$ et $\beta_{ij} = \alpha_i \alpha_j^*$, il vient :

$$\sum_{ij} \beta_{ij}(\omega) = \sum_{m=0}^{N_k} \frac{\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)}{4\pi^2} \sum_{ij} b_{ij}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega) \Delta k_x \Delta k_y \quad (2.42)$$

Calculer la réponse de la structure revient à calculer les coefficients β_{ji} tels que :

$$\beta_{ij}(\omega) = \sum_{m=0}^{N_k} \frac{\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)}{4\pi^2} b_{ij}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega) \Delta k_x \Delta k_y \quad (2.43)$$

Deux approches sont utilisées afin d'obtenir ces coefficients :

- La première approche consiste en l'évaluation exacte des N^2 équations (2.43) ; $\forall i, j \in [1..N]^2$. Il s'agit donc de réaliser N^2 intégrations sur un domaine de taille N_k
- La seconde approche consiste à simplifier la solution en faisant l'hypothèse que les auto-spectres $\phi_i(\mathbf{Q}) \phi_i^*(\mathbf{Q})$ des modes (\mathbf{u}, p, φ) forment une base pour l'auto-spectre de la réponse. Cette hypothèse se formule sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_i c_i \phi_i(\mathbf{Q}) \phi_i^*(\mathbf{Q}) \quad (2.44)$$

Dans le cadre de cette hypothèse, l'équation (2.39) est évaluée pour M points \mathbf{x}_n avec $(N < M \ll N^2)$. Il s'agit donc d'évaluer M intégrations sur un domaine de taille N_k . Cette résolution permet d'accéder à l'auto-spectre de déplacement de la structure en ces M points.

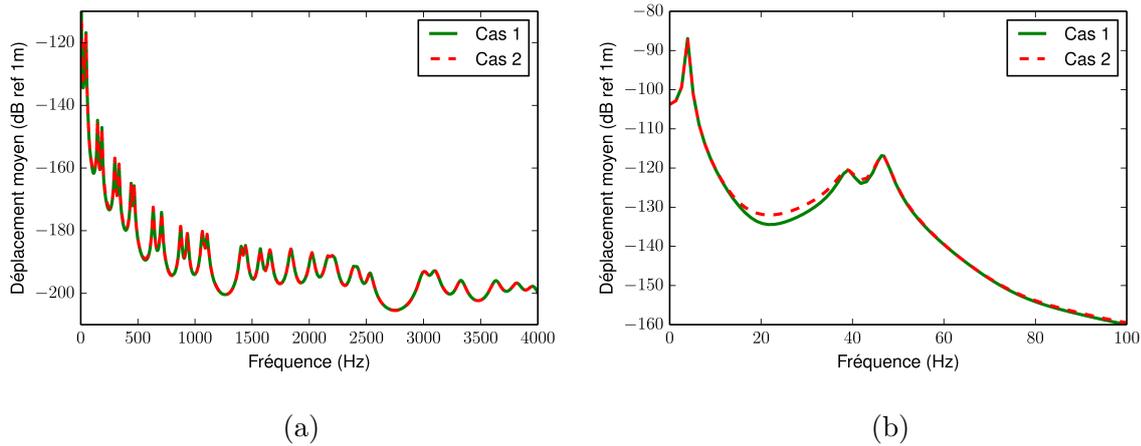


FIGURE 2.21 – Spectre de déplacement moyen calculé avec les deux méthodes d’obtention des coefficients modaux

Les coefficients c_i de l’équation (2.44) sont alors obtenus par la résolution du système linéaire sur-défini de taille $M \times N$:

$$\begin{cases} S_{vv}(\mathbf{x}_1, \omega) \\ \dots \\ S_{vv}(\mathbf{x}_M, \omega) \end{cases} = \begin{cases} \sum_1^N c_i \phi_i(\mathbf{x}_1) \phi_i^*(\mathbf{x}_1) \\ \dots \\ \sum_1^N c_i \phi_i(\mathbf{x}_M) \phi_i^*(\mathbf{x}_M) \end{cases} \quad (2.45)$$

Pour les deux méthodes présentées ici, un calcul a été effectué en considérant une structure excitée par une couche limite turbulente modélisée par le spectre de Corcos, dans la bande de fréquence $0 - 4000 Hz$. Comme la base modale considérée est constituée des 40 premiers modes de la structure, la première méthode d’obtention des coefficients modaux nécessite le calcul de 1600 intégrales, la seconde méthode ayant pour sa part été évaluée sur 48 points de la structure. Les résultats obtenus (Fig 2.21) sont similaires, indépendamment du choix effectué quant au moyen d’obtention des coefficients modaux.

La seconde méthode, qui suppose une hypothèse quant à l’auto-spectre de déplacement de la structure présentent bien les mêmes niveaux pour les fréquences propres que ceux observés avec la méthode complète. Les niveaux observés entre deux fréquences propres quant à eux sont légèrement sur-estimés si on considère la seconde méthode. Ainsi l’écart relatif entre les deux moyens d’obtention des coefficients modaux (Fig 2.22), est quasi nul à proximité des fréquences propres et augmente quand on s’éloigne de ces dernières, les pics sont donc sensiblement bien représentés. En moyenne l’écart est relativement faible sur la bande de fréquence considérée.

Pour le problème étudié, les résultats obtenus par la seconde méthode sont satisfaisants, ce sont en effet les niveaux élevés du spectre qui sont d’intérêt dans le cadre de l’étude vibratoire de la structure. Cette approche à l’avantage de grandement réduire les temps de calculs de la réponse vibratoire. Ainsi pour les calculs effectués ici,

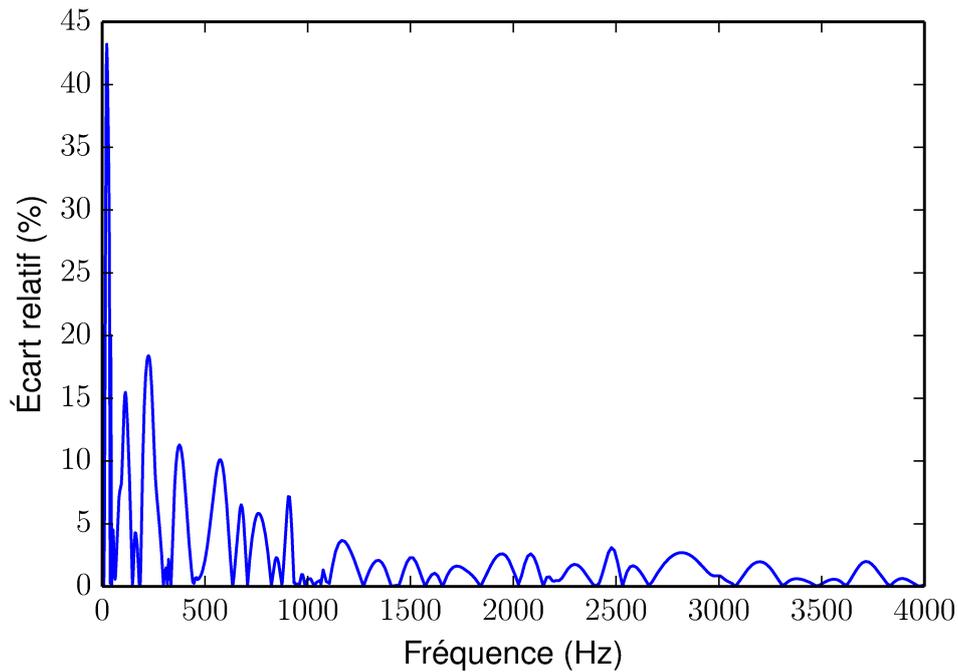


FIGURE 2.22 – Écart relatif entre les deux méthodes d’obtention des coefficients modaux

avec une base modale comportant 40 modes, un facteur de l’ordre de 30 est observé concernant le temps nécessaire à l’obtention du spectre vibratoire de la structure par les deux méthodes.

2.3.3 Comparaison des résultats obtenus par tirages de phase et par la méthode des ondes planes

2.3.3.1 Spectre de déplacement de la structure

Afin de valider le calcul numérique de la réponse vibratoire de la structure les calculs effectués avec la méthode des ondes planes sont comparés aux calculs réalisés avec la méthode des tirages de phase. Les calculs sont réalisés en considérant le modèle de Corcos pour décrire le comportement de la couche limite turbulente.

Etant donné que les expressions permettant le calcul de la réponse vibratoire sont obtenues en considérant l’expression normalisée du spectre en nombre d’onde fréquence ainsi que l’expression normalisée du spectre en espace fréquence, il est nécessaire de choisir un modèle d’auto-spectre de pression en fréquence afin d’obtenir des grandeurs physiques pour le comportement vibratoire.

L’auto-spectre $\Phi(\omega)$ de fréquence choisi pour comparer les résultats est le modèle formulé par Goody. Le résultat de l’équation (2.36), obtenue sous forme normalisée,

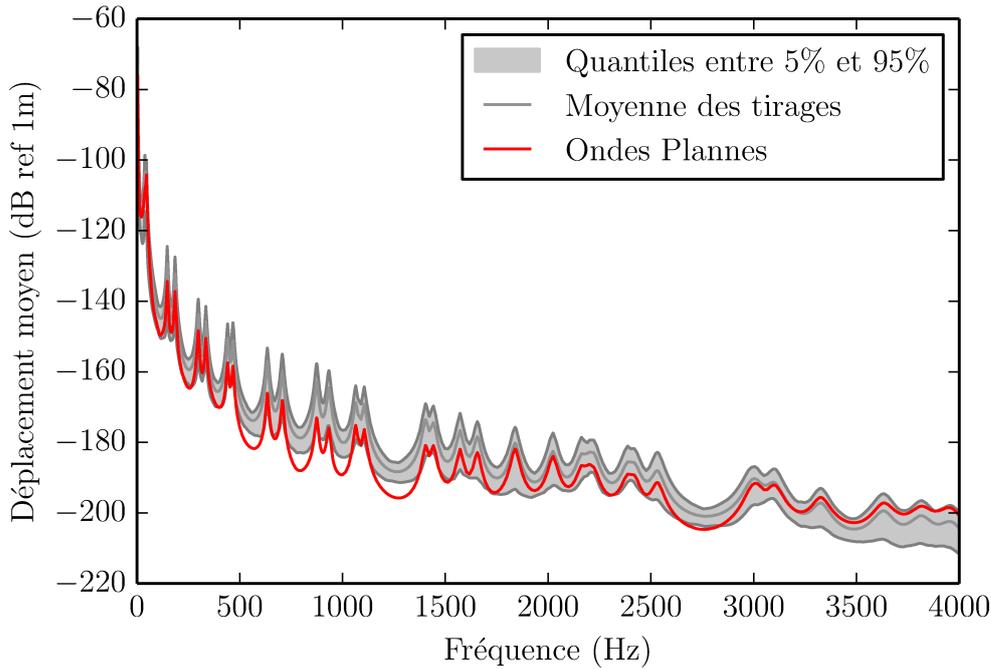


FIGURE 2.23 – Spectre de déplacement moyen de la structure en fonction de la fréquence obtenu avec un modèle de Corcos

$\tilde{S}_{vv}(\mathbf{Q}, \omega)$, doit donc être factorisée avec la formulation :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{U_c^2 \Phi(\omega)}{2\pi\omega^2} \tilde{S}_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) \quad (2.46)$$

De la même manière le résultat du calcul du champ de déplacement obtenu en considérant la réponse harmonique sur base modale de la structure à un champ de pression réalisé par tirage de phase, $\tilde{H}(x, y, \omega)$ doit être factorisé par :

$$H(x, y, \omega) = \Phi(\omega) \tilde{H}(x, y, \omega) \quad (2.47)$$

Le spectre de déplacement obtenu par la méthode des ondes planes $S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega)$ peut alors être comparé au spectre de déplacement obtenu pour chaque tirage $|H^{(n)}(x, y, \omega)|^2$, ainsi qu'à la moyenne de ce spectre sur l'ensemble des tirages $\overline{|H^{(n)}(x, y, \omega)|^2}$ (Fig. 2.23) et (Fig. 2.24).

Ainsi il apparaît sur la figure (Fig. 2.23), que les résultats obtenus par la méthode des tirages de phase sont surestimés sur la bande de fréquence $50\text{Hz} - 2\text{kHz}$ par rapport aux résultats obtenus en considérant la méthode des ondes planes. Comme le calcul des tirages de phases a été réalisée en considérant une discrétisation spatiale pour la structure, égale à la discrétisation éléments finis utilisée pour réaliser le calcul modal, ces résultats sont cohérents avec les observations faites au paragraphe (2.3.1) quant à la

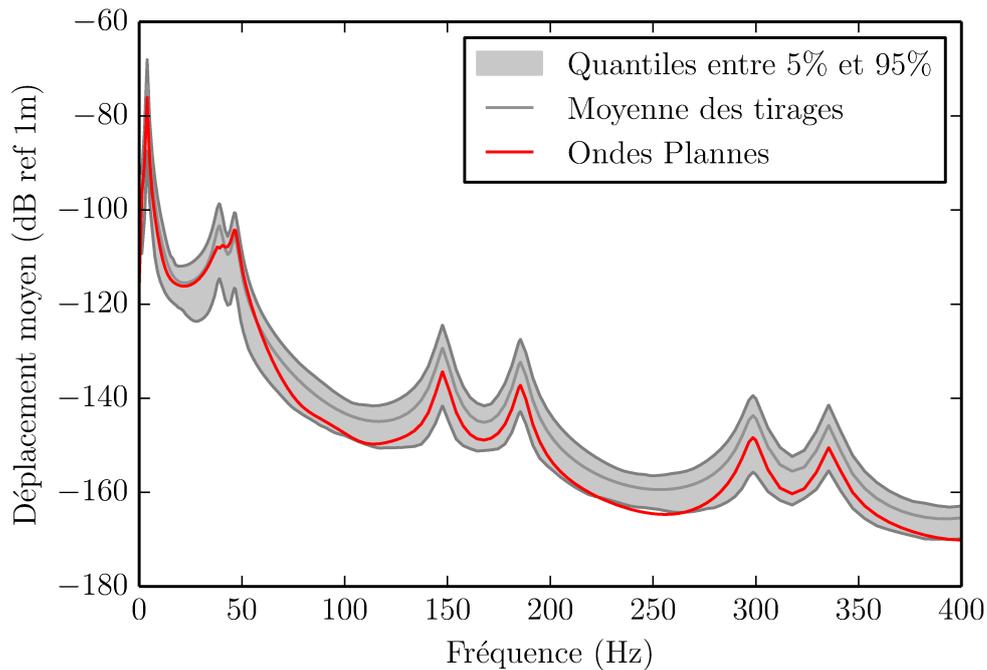


FIGURE 2.24 – Spectre de déplacement moyen

convergence de la méthode des tirages de phases. Le champ de pression est surestimé par cette méthode si la discrétisation spatiale est insuffisante.

La réponse de la structure à un ensemble de chargements aléatoires, décrits par une loi uniforme continue, obtenus par la fonction `random` de la bibliothèque Python NumPy a également été calculée. Cette réponse est comparée à la réponse calculée en considérant des tirages de phases aléatoires ainsi que le spectre d'auto-corrélation de ce type de signal (Fig. 2.25).

Pour le chargement aléatoire considéré, les résultats obtenus par tirages de phases tendent à surestimer la réponse moyenne de la structure sur la bande de fréquence $50\text{Hz} - 2\text{kHz}$, ce qui est cohérent avec les observations faites au paragraphe (2.3.1) ainsi que dans le cas d'une excitation de couche limite turbulente modélisée par un spectre de Corcos.

Réaliser le calcul de la réponse d'une structure à une couche limite turbulente en considérant le tirage d'une phase aléatoire ne permet pas d'obtenir des résultats satisfaisant pour le modèle étudié avec la discrétisation spatiale choisie. Augmenter la discrétisation spatiale permettrait d'améliorer les résultats mais aux prix d'un coût de calcul important.

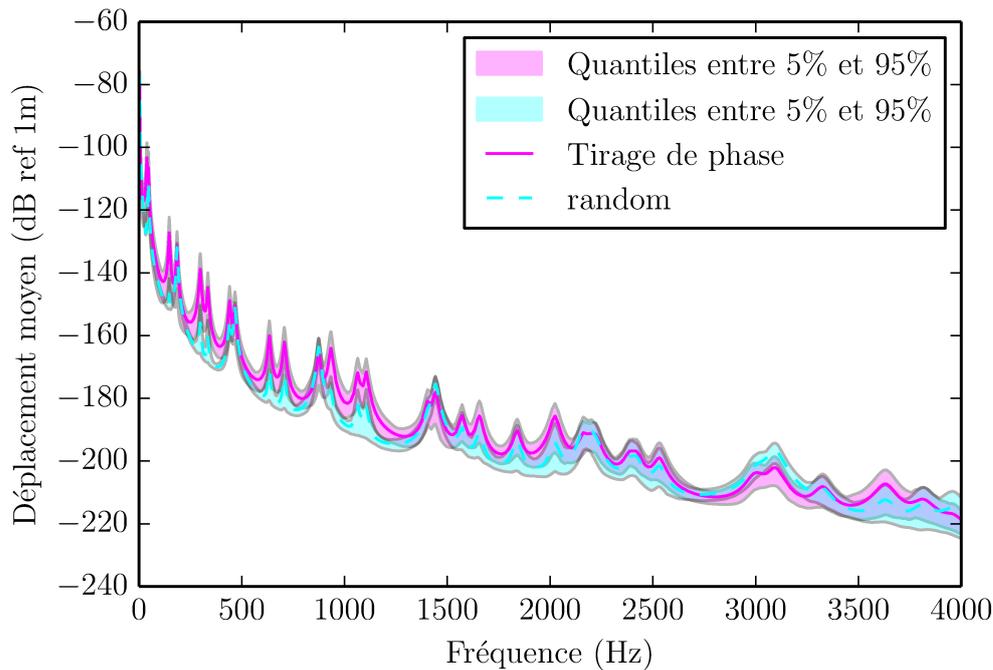


FIGURE 2.25 – Spectre de déplacement moyen de la structure en fonction de la fréquence pour un chargement aléatoire défini par une loi uniforme continue

2.3.3.2 Durée des calculs

Tant pour le calcul de la réponse de la structure à une excitation de couche limite turbulente en considérant une modélisation par somme d'onde planes que pour le calcul par la méthode des tirages de phases, le choix a été fait de résoudre les systèmes matriciels en projetant ces derniers sur une base modale. Il est donc nécessaire de calculer la réponse modale du système dans les deux cas, les temps de la réponse modale sont donc rappelés ici avec l'ensemble du temps nécessaire au calcul de la réponse en déplacement (2.5).

	Ondes planes	Tirages de phase
Analyse modale	5h40min	5h40min
Calcul des chargements réduits	~ 2min	~ 3h
Calcul de N coefficients (Cas 1)	~ 3min	~ 1min
Calcul de N^2 coefficients (Cas 2)	~ 12min	~ 1min
Projection dans la base physique	~ 1min	~ 1min

TABLE 2.5 – Durée des calculs pour 500 fréquences, 90000 vecteurs d'ondes et 100 tirages

Si les tirages de phases sont considérés, la majorité du temps de calcul est liée à l'obtention des différents champs de pression, pour chaque tirage et pour chaque fréquence, ainsi qu'à la projection de ces champs. L'opération la plus consommatrice

en temps consiste en l'obtention de la décomposition de Cholesky de la matrice du spectre de pression, afin de résoudre l'équation (2.35). Concernant la modélisation en somme d'onde planes, l'opération numérique la plus lourde consiste en l'intégration sur l'espace des nombres d'onde afin d'obtenir les coefficients modaux.

Dans les deux cas le temps nécessaire à l'obtention de la réponse par résolution des systèmes réduits, pour chaque cas de chargement, qu'il s'agisse des chargements ondes planes ou des chargements obtenus par tirage de phase, sont négligeables devant les temps nécessaires aux autres calculs.

Pour la discrétisation en vecteur d'onde considérée, le calcul est convergé pour la somme d'ondes planes et ce dernier est plus rapide que le calcul réalisé par tirage de phase, bien que ce dernier ne soit pas convergé pour la discrétisation spatiale considérée. Le choix d'une résolution par somme d'ondes planes est donc judicieux dans le cadre de la structure étudiée.

2.3.4 Réponse acoustique

Dans le cadre de l'étude de la réponse d'une structure à un spectre d'excitation de couche limite turbulente, seul l'auto-spectre de déplacement de la structure est obtenu par la méthode des ondes planes. Il est ainsi possible d'écrire la réponse en déplacement $f(\mathbf{Q}, \omega)$ sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = f(\mathbf{Q}, \omega)f^*(\mathbf{Q}, \omega) \quad (2.48)$$

La formulation définie par l'équation (Eq.2.48) est obtenue par projection sur la base modale des différents problèmes harmoniques issus de la discrétisation ondes planes. Le résultat obtenu par la méthode est donc également un résultat faisant apparaître la base modale :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_i \alpha_i(\omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \sum_j \alpha_j^*(\omega)\phi_j^*(\mathbf{Q}) \quad (2.49)$$

Ici ϕ_i et α_i correspondent respectivement au mode propre d'ordre i et au coefficient modal associé à ce mode.

Si la formulation de l'équation (2.44) est considéré, les coefficients c_i sont réels et il est possible de formuler la réponse en déplacement de la structure sous la forme :

$$f(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_i \alpha_i(\omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \quad \text{Avec } \alpha_i = \sqrt{c_i} \quad (2.50)$$

Si la formulation de l'équation (2.43), alors N^2 coefficients β_{ij} sont connus pour chaque fréquence. Les coefficients α_i solutions de la réponse en déplacements de la structure sont donc obtenus en résolvant le système $\beta_{ij} = \alpha_i\alpha_j^*$.

La réponse de la structure $f(\mathbf{Q}, \omega)$ est alors utilisée afin de définir le chargement en vitesse $[i\omega f(\mathbf{Q}, \omega)]$ permettant le calcul de la pression acoustique rayonnée dans la demi-sphère supérieure.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre différentes méthodes ont été étudiées quant à la réponse vibroacoustique d'une structure soumise à un écoulement de type couche limite turbulente. Les différentes méthodes présentées offrent des résultats similaires concernant le spectre de la réponse vibratoire. Cependant, le modèle par somme d'ondes planes semblent présenter certains avantages par rapport au modèle par tirages de phase. Ce modèle permet en effet un calcul plus rapides des résultats dans le cadre de l'étude réalisée ici. Il est également intéressant de noter que la modélisation en somme d'ondes planes fait apparaître les modèles de spectres de pression pariétales plus tard dans la résolution que le modèle par tirage de phases, une partie des calculs peut donc être réalisée indépendamment du choix de spectre de pression pariétale réalisé aux étapes ultérieures. La modélisation en somme d'ondes planes permet aussi l'utilisation d'un plus grands nombres de spectre de pression pariétaux, car cette dernière nécessite moins d'hypothèses sur ces différents spectres.