

Calcul de la PMD

1	ETAT DE L'ART	97
1.1	DIFFERENTS TYPES DE ROTATION ET LEURS CARACTERISTIQUES	98
1.2	FORMALISME D'ETUDE DU DGD DANS LES FIBRES VRILLEES	100
1.2.1	<i>Propriétés de la PMD des fibres vrillées dans le régime court.....</i>	<i>101</i>
1.2.2	<i>Propriétés de la PMD des fibres vrillées dans le régime long.....</i>	<i>102</i>
1.2.3	<i>Effet d'un vrillage externe uniforme sur la PMD.....</i>	<i>106</i>
1.2.3.1	DGD d'une fibre vrillée uniformément : prise en compte de la biréfringence circulaire	107
1.2.3.2	Fibre vrillée sinusoïdalement.....	108
2	VRILLAGE SINUSOÏDAL VS VRILLAGE TRIANGULAIRE.....	109
2.1	LE VRILLAGE TRIANGULAIRE DANS LE REGIME $T/L_b \ll 1$	110
2.2	METHODE DE CALCUL	111
2.3	COMPARAISONS NUMERIQUES DES VRILLAGES TRIANGULAIRES ET SINUSOÏDAUX.....	113
2.3.1	<i>Calcul du DGD en fonction de A_{max}, T pour différentes valeurs de L_b.....</i>	<i>113</i>
2.3.2	<i>Comportement vis à vis d'un vrillage uniforme parasite</i>	<i>118</i>
2.3.3	<i>Conclusion du paragraphe.....</i>	<i>121</i>
2.4	ETUDE DU VRILLAGE TRIANGULAIRE EN FONCTION DE LA LONGUEUR DE BATTEMENT	122
2.4.1	DGD et vecteur PMD associés à N périodes	122
2.4.2	Régime $0 \leq A_{max} \leq T\beta/4$: cas des fibres de type spécial.....	124
2.4.3	Régime $A_{max} \gg T\beta/4$: cas des fibres NZDSF et RDF	126
2.4.4	Etude de l'enveloppe de l'évolution du DGD.....	128
3	CONCLUSION DU CHAPITRE.....	130

Au chapitre précédent, nous avons présenté les phénomènes de biréfringence de phase et de groupe dans des fibres invariantes selon l'axe de propagation. Cette description n'est valable que sur des courtes distances, car du fait des imperfections liées au processus de fabrication, le profil d'indice vu par la lumière va varier en fonction de la distance de propagation. Lorsque la longueur de propagation excède quelques mètres, ces imperfections entraînent des phénomènes de couplages entre les modes propres de propagation et les équations de propagation présentées au chapitre précédent ne sont plus adaptées à la description de la propagation de la lumière polarisée. Un formalisme prenant en compte le couplage entre les modes propres de polarisation doit être utilisé afin de décrire correctement la PMD. Ainsi, au produit de la biréfringence de groupe et de la distance de propagation, quantité parfaitement définie tout au long d'une fibre "idéale", on substitue la différence de temps de groupe (DGD de l'anglais Differential Group Delay) entre deux états principaux de polarisation, dont les caractéristiques évoluent en fonction de la position dans une fibre réelle. Étudier la PMD dans une fibre réelle revient donc à étudier les états principaux de polarisation. Le formalisme adapté à cette étude, qui découle des équations de Maxwell, est le formalisme de Jones. Au formalisme de Jones, permettant une description en terme de champ électrique complexe des effets de polarisation, on associe le formalisme de Mueller permettant une description en terme d'intensité des effets de polarisation. Ces deux formalismes sont utilisés indifféremment dans la littérature lorsqu'il s'agit d'étudier la PMD sur de grandes longueurs de fibre. Nous allons donc en faire fréquemment usage dans ce chapitre. Nous introduisons auparavant les notations que nous utiliserons tout au long du chapitre. La biréfringence linéaire notée $\Delta\beta$ dans les chapitres précédents sera ici désignée par β_l .

L	: Longueur de la fibre
β_l	: Biréfringence linéaire intrinsèque
L_b	: Longueur de battement intrinsèque ($L_b = 2\pi/\beta_l$)
$\Delta\tau$: Différence de temps de groupe locale ($\Delta\tau = \partial\beta_l / \partial\omega$)
$\theta(z_b)$: Angle de rotation de la fibre
A_{max}	: Amplitude maximale de l'angle de rotation de la fibre
T	: Période spatiale de la rotation de la fibre
$\tau(z)$: Taux de rotation, $\theta(z_b) = \int_0^{z_b} \tau(u) du$
X^T	: Transposé de la grandeur X
$U(z', z)$: Matrice de Jones entre les abscisses z' et z

$$\vec{\beta}_f(z_b) = \begin{pmatrix} \beta_l \\ 0 \\ -2\tau(z_b) \end{pmatrix} \quad \text{: Vecteur biréfringence local dans le repère tournant avec les axes de la fibre.}$$

$$\Delta = \sqrt{(T\beta_l / 4)^2 + A_{max}^2} \quad \text{: Déphasage induit par une demi-période de fibre}$$

2δ , \vec{e}_δ : Déphasage et axe propre équivalent au biréfringent associé à une période de vrillage de la fibre

Enfin, nous utiliserons au § 2 une notation exponentielle de la matrice de Jones $U = \exp(-j\vec{n} \cdot \vec{\sigma} \cdot \phi)$ [Gordon]. Ce formalisme est présenté de façon plus précise en Annexe I.

1 Etat de l'art

Une méthode efficace permettant de réduire la PMD dans une fibre biréfringente consiste à provoquer une rotation des axes propres lors de l'étirage. L'alternance des axes rapides et lents qui en résulte permet de réduire la dispersion des temps de propagation engendrée par la biréfringence. Cette rotation peut être permanente, i.e. figée de façon structurelle dans le verre, ou provisoire, i.e. une torsion mécanique de la fibre. Cette dernière solution présente le désavantage de provoquer des contraintes dans la fibre qui, dans le meilleur des cas, engendrent de la biréfringence circulaire [Ulrich79], et dans le pire des cas, conduisent à la casse de la fibre. On utilise donc en pratique la première solution. Du point de vue technique, la rotation des axes propres est engendrée au cours du fibrage. La *figure III.1* représente une tour de fibrage. La préforme est désignée par le numéro 10, la fibre par le numéro 25. Nous rappelons qu'une force est exercée sur la fibre, (symbolisée par les flèches droites) et qu'une succession de poulies (cadre en pointillés) permet de guider la fibre jusqu'à un système d'enroulement. L'objectif est de provoquer une rotation de la partie "liquide" du cône de fibrage (partie 15) afin que celle-ci soit conservée lorsque la fibre descend et se refroidit, tout en évitant d'engendrer des contraintes de torsion. Cet objectif peut être atteint de deux manières différentes :

Par une rotation de la préforme autour de son axe longitudinal [Barlow] : Cette méthode engendre une rotation uniforme de la fibre et est peu utilisée à l'heure actuelle car elle est difficile à mettre en œuvre techniquement. Elle présente de plus l'inconvénient de provoquer l'accumulation de rotations parasites dans les bobines de conditionnement.

Par une rotation de la fibre autour de son axe longitudinal : Pour éviter cette accumulation, on doit moduler périodiquement la rotation de la fibre, afin de désenrouler périodiquement la rotation parasite. Cette technique permet en théorie de réduire le vrillage parasite de façon très importante, même si en pratique l'imperfection des réglages mécaniques ne permet pas de l'éliminer totalement. Les deux principaux procédés utilisant cette technique portent le nom de procédé AT&T et procédé FSU. Dans le procédé AT&T, la rotation est engendrée à la base de la tour de fibrage par une poulie oscillante. La partie provoquant la rotation de la fibre est encadrée en pointillé sur la *figure III.1*. Elle est représentée vue de dessus dans la *figure III.2*. Nous désignons par γ , l'angle déterminé par les plans contenant les poulies 292, 293 et 200 et le plan contenant la poulie 291. Lors de l'étirage de la fibre, une force est exercée à l'extrémité de la fibre (*figure III.1*). Lorsque $\gamma = 0$ (Partie gauche de la *figure III.2*), cette force provoque la rotation des différentes poulies (symbolisée par les flèches circulaires sur les mêmes figures). Dans cette configuration, aucune force exceptée la force de traction, n'est exercée sur la fibre, de sorte qu'elle ne tourne pas autour de son axe. Lorsqu'un angle $\gamma \neq 0$ (Partie droite de la *figure III.2*) est imposé et maintenu dans le temps, la force de traction provoque la rotation de la poulie 291, qui en retour exerce une force non colinéaire à l'axe de la fibre. Il en résulte une rotation de la fibre autour de son axe longitudinal.

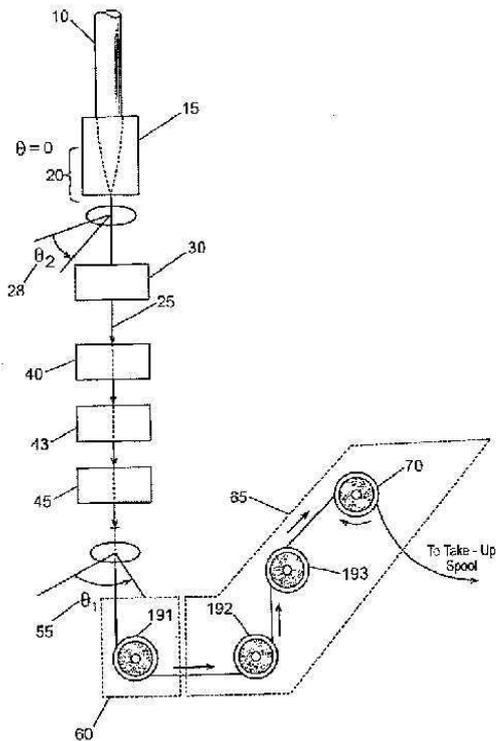


figure III.1 : représentation d'une tour de fibrage et du système de guidage de la fibre

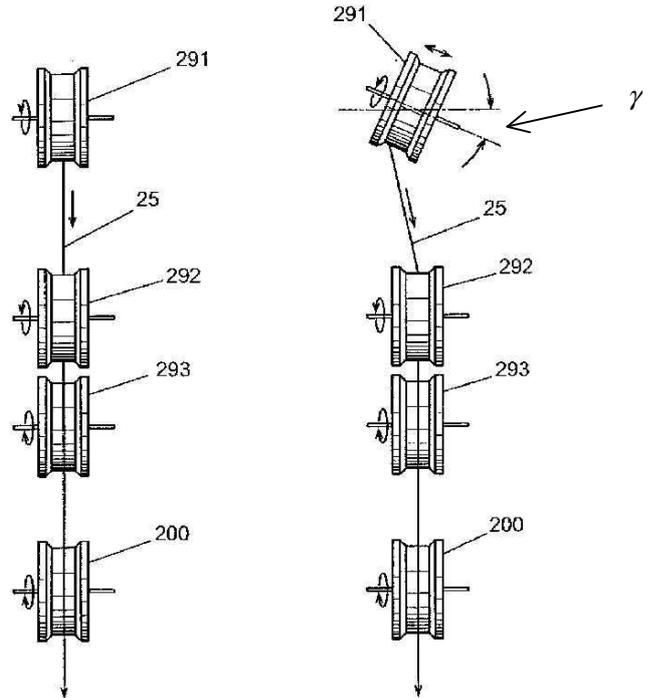


figure III.2 : représentation du système ATT

Cette rotation "mécanique de la fibre" est transmise le long de la fibre (la rotation est symbolisée par les angles θ_1 et θ_2 sur la figure III.1, la différence d'amplitude traduit un retard à la transmission de la rotation) jusqu'au cône de fibrage où elle y est inscrite, puis figée lorsque la fibre redescend et refroidit. Dans le procédé FSU, la rotation mécanique de la fibre est mise en œuvre à l'aide de quatre poulies oscillantes se situant légèrement au-dessus de la poulie oscillante du procédé AT&T. Le principe conduisant à la rotation de la fibre est identique à celui que nous avons décrit précédemment. Les taux de rotation obtenus avec ce procédé sont, en général, moins importants et distribués de façon plus uniforme que dans le procédé AT&T. Nous allons dans la suite passer en revue l'ensemble des rotations qui peuvent être engendrées à l'aide des méthodes présentées précédemment, ainsi que les conséquences sur l'évolution de la PMD.

1.1 Différents types de rotation et leurs caractéristiques

Différentes formes de rotation sont abordées dans la littérature : rotations uniformes, sinusoïdales, modulées en fréquence et/ou en amplitude. Elles sont recensées dans le tableau III.1. Le taux de rotation $\tau(z)$ représente la vitesse de rotation de la fibre en rad/m (la vitesse spatiale avec laquelle la fibre tourne autour de son axe longitudinal) :

$$\tau(z) = \frac{d\theta(z)}{dz}$$

équation III.1

où $\theta(z)$ est l'angle de rotation cumulé (que nous appellerons profil de rotation) qui s'exprime en radian et qui permet de définir les différents types de rotation appliquées.

	Taux de rotation $\tau(z)$
Rotation uniforme	$\propto \frac{A_{\max}}{T}$
Rotation sinusoïdale	$\frac{\pi A_{\max}}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T} z\right)$
Rotation modulée en fréquence	$\frac{\pi A_{\max}}{T} \sin\left\{2\pi \left[\left(\frac{2\pi}{T} z\right) + f_m \sin\left(\frac{2\pi}{t} z\right)\right]\right\}$
Rotation modulée en amplitude	$\frac{\pi A_{\max}}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{t} z\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T} z\right)$

Tableau III.1 : taux de rotation associés aux principaux profils de rotation. A_{\max} et T représentent l'amplitude maximale de rotation et la période de rotation dans une fibre vrillée sinusoïdalement, de sorte que $\pi A_{\max} / T$ représente la vitesse de rotation maximale. Nous conservons cette notation pour les autres types de rotation.

Le profil uniforme présente l'avantage de conduire à des calculs entièrement faisables analytiquement. Il est donc simple à modéliser et son efficacité²⁶ vis à vis de la réduction de la PMD augmente lorsque le nombre de tours par longueur de battement augmente [Nolan]. Comme nous l'avons dit au paragraphe d'introduction, ce type de rotation n'est pas appliqué en pratique et on lui préfère des rotations sinusoïdales. D'un point de vue technique, les rotations sinusoïdales présentent l'avantage de prévenir, en théorie, l'accumulation de contraintes de torsion dans les fibres. Du point de vue théorique, les profils de rotation sinusoïdaux présentent la particularité de rendre le DGD périodique, lorsque certaines relations reliant la longueur de battement, l'amplitude et la période de rotation sont satisfaites [Chen02a, Galtarossa01b]. Dans le cas où ces conditions ne sont pas réunies, le DGD présente une évolution globalement linéaire entrecoupée d'oscillations de très faibles amplitudes. La pente moyenne de cette évolution peut être associée au coefficient de PMD pour les longues distances de propagation. Pour un profil de rotation fixé, la réduction du DGD peut donc être affectée lorsque la biréfringence, par exemple, varie fortement dans une même fibre. Pour surmonter ce problème, des profils de rotation modulés en fréquence et/ou en amplitude ont été proposés [Li98]. L'idée est d'utiliser des profils de rotation dont le spectre est suffisamment large et dense pour s'adapter aux variations de la biréfringence. La réduction du DGD, quoique plus importante dans le cas d'une rotation sinusoïdale parfaitement adaptée, serait ainsi imposée sur une plage de longueur de battement plus étendue.

²⁶ Le terme "efficacité" d'un certain type de vrillage sera associée par la suite à sa capacité à diminuer la PMD.

L'étude précise de l'efficacité de ces différents profils de rotation repose sur le calcul du DGD en fonction de la distance. Nous présentons dans le paragraphe suivant les deux principaux modèles de calcul du DGD.

1.2 Formalisme d'étude du DGD dans les fibres vrillées

Dans ce paragraphe nous présentons les principaux résultats concernant l'étude de la PMD dans les fibres vrillées. Le calcul du DGD peut être abordé à l'aide du formalisme de Jones ou à l'aide du formalisme de Mueller. Dans ces deux formalismes, le DGD est obtenu en quantifiant la sensibilité de la polarisation en un point z de la fibre, vis à vis d'une variation de la fréquence du signal en entrée. Nous présentons brièvement l'équation d'évolution du champ électrique (formalisme de Jones) et rappelons l'équation d'évolution du vecteur PMD (formalisme de Mueller) afin de fixer les notations utilisées dans ce paragraphe.

Nous utilisons ici le formalisme de Jones pour décrire la propagation du champ électrique dans un milieu biréfringent linéaire de biréfringence β_1 , dont les axes propres évoluent avec la distance. En repérant la direction des axes propres par l'angle $\theta(z)$ et en utilisant une base circulaire pour repérer les états de polarisation, le vecteur de Jones associé au champ électrique vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial z} = i \frac{\beta_1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \exp(2i\theta(z)) \\ \exp(-2i\theta(z)) & 0 \end{pmatrix} \mathbf{J} \quad \text{avec} \quad \theta(z) = \int_0^z \tau(u) du$$

équation III.2

L'intégration de l'équation III.2 permet d'obtenir le vecteur de Jones et par conséquent la matrice de Jones pour toutes les valeurs de z . En dérivant ensuite par rapport à la fréquence ω , on obtient le DGD grâce à l'équation A I.7 de l'Annexe I. Le formalisme de Mueller est utilisé pour calculer l'évolution du vecteur PMD (équation I.18) dans un repère tournant avec les axes propres de la fibre [Galtarossa01b] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_1}{\partial z} &= \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} + 2\tau \Omega_2 \\ \frac{\partial \Omega_2}{\partial z} &= -\beta_1 \Omega_3 - 2\tau \Omega_1 \\ \frac{\partial \Omega_3}{\partial z} &= \beta_1 \Omega_2 \end{aligned}$$

équation III.3

Le DGD est ensuite obtenu grâce au module du vecteur PMD. Lorsque β_1 et $\tau(z)$ sont quelconques, l'intégration numérique de l'équation III.2 et de l'équation III.3 est nécessaire. Cependant, lorsque le profil de rotation de la fibre est périodique et lorsque le rapport T/L_b est petit devant 1, les équations différentielles précédentes peuvent être traitées par des méthodes perturbatrices. Une expression analytique du DGD est donnée au premier ordre en T/L_b par l'intégrale suivante [Chen02a, Pizzinat03a] :

$$DGD(z) = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \left| \int_0^z \exp[-2i\theta(u)] du \right|$$

équation III.4

Dans une fibre vrillée, le DGD est égal au produit de la biréfringence de groupe, $\partial \beta_1 / \partial \omega$, et d'une fonction des paramètres de rotation de la fibre. Nous verrons que la valeur de cette fonction est toujours inférieure à z , quelle que soit la fonction de rotation, de sorte que le vrillage de la fibre réduit toujours la PMD. Nous allons dans la suite analyser le comportement du DGD dans les fibres vrillées dans le régime déterministe et dans le régime aléatoire.

1.2.1 Propriétés de la PMD des fibres vrillées dans le régime courte distance

Pour illustrer le comportement des fibres vrillées sinusoïdalement, on utilise l'équation III.4 avec $\tau(z) = (\pi A_{\max} / T) \sin((2\pi / T)z)$. Après calcul de l'intégrale on obtient :

$$DGD(z) = \frac{\partial \beta_1}{\partial z} \sqrt{R^2(z) + I^2(z)}$$

équation III.5

avec

$$R(z) = J_0(A_{\max})z + \frac{T}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{2n}(A_{\max})}{2n} \sin\left(2n \frac{2\pi}{T} z\right) \quad I(z) = \frac{T}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{2n+1}(A_{\max})}{2n+1} \sin\left((2n+1) \frac{2\pi}{T} z\right)$$

équation III.6

équation III.7

où les J_n sont les fonctions de Bessel d'ordre n . Le DGD comporte donc une partie évoluant linéairement avec la distance, et une partie évoluant périodiquement avec la distance. Lorsque l'amplitude maximale de l'angle de rotation A_{\max} est égale à un zéro de la fonction J_0 , le DGD est une fonction périodique. Pour les autres valeurs de A_{\max} , le DGD va croître linéairement lorsque z est grand, de sorte qu'il est bien approché par l'équation III.8 :

$$DGD(z) \approx \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} |J_0(A_{\max})| z$$

équation III.8

Lorsque $T \ll L_b$, le DGD est indépendant de la biréfringence, de la période de rotation de la fibre, et dépend de A_{\max} à travers la fonction de Bessel d'ordre 0. Il est, de plus, proportionnel au DGD de la fibre non vrillée $(\partial \beta_1 / \partial \omega)z$. La réduction du DGD est quantifiée par le module de la fonction de Bessel d'ordre 0. La figure III.3 représente le DGD (normalisé par le DGD d'une fibre non vrillée) dans une fibre vrillée sinusoïdalement. Les cercles indiquent des exemples de valeurs de A_{\max} pour lesquelles le DGD évolue linéairement ou périodiquement avec la distance.

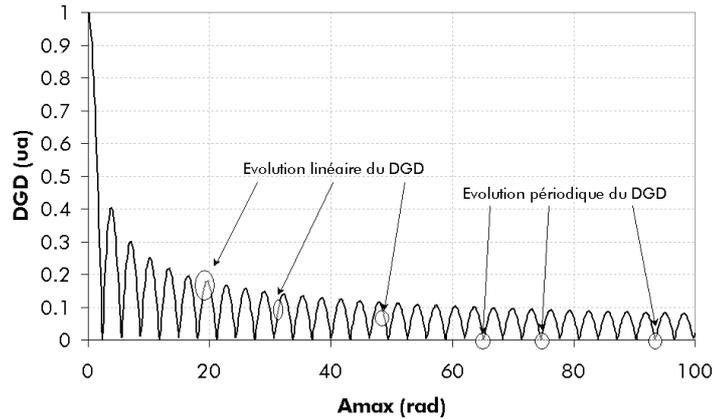


figure III.3 : Evolution du DGD normalisé dans une fibre vrillée sinusoidalement en fonction de A_{\max}

1.2.2 Propriétés de la PMD des fibres vrillées dans le régime long

La description de l'évolution du DGD dans le régime longue distance nécessite la prise en compte des effets aléatoires. Nous présentons dans un premier temps les modèles permettant de décrire le comportement aléatoire de la biréfringence, puis dans un second temps, nous nous intéressons à l'interaction de ces effets aléatoires avec les rotations déterministes des axes propres et à l'effet de ces interactions sur le DGD. Il va sans dire que le DGD est maintenant une variable aléatoire que nous allons décrire par sa distribution et les différents moments qui lui sont associés. Trois modèles aléatoires sont généralement utilisés dans la littérature pour décrire la composante aléatoire de la biréfringence. Chaque modèle est défini à partir du vecteur biréfringence $\vec{\beta} = \beta_1 \vec{e}_1 + \beta_2 \vec{e}_2 + \beta_3 \vec{e}_3$, où $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ sont les composantes du vecteur biréfringence sur la sphère de Poincaré.

Modèle 1. La biréfringence comprend deux termes, un terme déterministe $\vec{\beta}$, et un terme aléatoire perturbatif $\vec{\gamma}(z)$: $\vec{\beta}(z) = \vec{\beta} + \vec{\gamma}(z)$. Ce premier modèle est basé directement sur la notion de couplage d'énergie présentée au chapitre I. Les couplages d'énergie ont lieu à des endroits discrets dans la fibre et sont engendrés par des rotations aléatoires des axes ou des changements de phase aléatoires.

Modèle 2. Le module du vecteur biréfringence est fixé, tandis que son orientation évolue de façon aléatoire [Wai]. Ce modèle suppose que la valeur de la biréfringence ne change pas, et que seuls les axes propres évoluent aléatoirement en fonction de la distance selon un processus de Wiener, i.e. l'angle de rotation obéit à l'équation différentielle $(d\theta / dz) = \sigma_F \eta(z)$, où σ_F est une constante et $\eta(z)$ un bruit blanc. Ce modèle suppose donc, que l'ellipticité de la fibre par exemple est constante tout le long de la fibre, ce que l'on sait être faux dans la réalité. Ce modèle est appelé FMM dans la littérature pour "Fixed Modulus Model".

Modèle 3. Dans le troisième modèle [Wai] appelé RMM pour "Random Modulus Model", le module et l'orientation du vecteur biréfringence linéaire évoluent de façon aléatoire dans la fibre. Les composantes du vecteur biréfringence obéissent à l'équation différentielle [Wai, Oksendal] :

$$\frac{\partial \beta_i(z)}{\partial z} = -\frac{\beta_i(z)}{L_F} + \sqrt{\frac{\langle \beta^2 \rangle}{L_F}} \eta_i(z) \quad i=1,2 \text{ et } \beta_3 = 0$$

équation III.9

η_1 et η_2 sont des bruits blancs gaussiens indépendants de moyenne nulle, et de variance unité. L_F est la longueur de corrélation du vecteur biréfringence. Elle représente la longueur de fibre au bout de laquelle, le vecteur biréfringence a perdu la mémoire de son évolution antérieure. Dans ce modèle on suppose qu'il n'y a pas de biréfringence circulaire, ce qui semble être une hypothèse raisonnable pour les fibres télécoms si on ne tient pas compte de l'effet du conditionnement. Chaque composante de $\vec{\beta}(z)$ est, d'après l'équation III.9, une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance $\langle \beta^2 \rangle / 2$ ce qui conduit à une distribution de Rayleigh pour la biréfringence et à une distribution uniforme pour la direction des axes propres [Wai] :

$$\text{pdf}(\beta) = \frac{\pi\beta}{2\langle \beta \rangle^2} \exp\left(-\frac{\pi\beta^2}{4\langle \beta \rangle^2}\right) \text{ pour } \beta \geq 0 \text{ et } 0 \text{ sinon}$$

$$\text{pdf}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \text{ pour } 0 \leq \theta < 2\pi$$

équation III.10

La longueur de corrélation L_F s'obtient à partir de la fonction d'auto-corrélation du vecteur biréfringence :

$$\langle \vec{\beta}(z) \cdot \vec{\beta}(z+u) \rangle = \frac{2}{\pi} \langle \beta \rangle^2 \exp\left(-\frac{z}{L_F}\right)$$

équation III.11

Ces trois modèles de biréfringence représentent les données d'entrées nécessaires au calcul de la PMD dans une fibre présentant une distribution de biréfringence aléatoire. La résolution des équations conduit à un DGD dont la distribution de probabilité est Maxwellienne, et dont la valeur moyenne est donnée par l'équation :

$$\langle DGD \rangle = \frac{8}{\sqrt{3}\pi} \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} L_F \left(\exp\left(-\frac{z}{L_F}\right) + \frac{z}{L_F} - 1 \right)^{1/2}$$

équation III.12

Lorsque la longueur de fibre est très supérieure à L_F , l'expression se simplifie, et la valeur moyenne du DGD devient :

$$\langle DGD \rangle = \frac{8}{\sqrt{3}\pi} \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \sqrt{L_F} \sqrt{z}$$

équation III.13

Le DGD croît donc comme la racine carrée de la longueur de fibre et est proportionnelle à la racine carré de la longueur de corrélation. Plus cette longueur est faible, i.e. plus les effets aléatoires sont importants et plus la valeur moyenne du DGD est faible. On définit dans la littérature une longueur de

couplage L_c correspondant à la longueur au bout de laquelle la puissance initialement contenue dans un mode de polarisation est équirépartie sur les modes propres locaux [Corsi99a]. Dans les modèles 2 et 3, la longueur de couplage et la longueur de corrélation sont identiques. Ce n'est en revanche pas le cas dans le modèle 1, où la longueur de corrélation du vecteur biréfringence est infinie [Wai]. Cette dernière remarque associée au fait que la longueur de corrélation est une grandeur mesurable par des techniques POTDR [Galtarossa04, Wuilpart01] renforce l'intérêt pour les deux modèles associés à la description de l'évolution du vecteur biréfringence. Nous allons dans la suite étudier l'impact de ces modèles sur l'évolution de la PMD dans une fibre vrillée.

Chen modélise l'effet de la distribution aléatoire de la biréfringence dans l'hypothèse où la période de rotation de la fibre est inférieure à la longueur de couplage, i.e. $T < L_c$. Il définit une fibre de longueur L comme une concaténation aléatoire de N tronçons de longueur égale à la longueur de couplage L_c et suppose que les couplages entre modes propres de polarisation ont lieu aux interfaces entre tronçons. Ce modèle permet de traiter les différences de temps de groupe accumulées selon chaque tronçon comme des quantités indépendantes. La valeur moyenne du DGD est alors simplement :

$$\langle DGD \rangle = \sqrt{\sum_{i=1}^{L/L_c} DGD_i^2}$$

équation III.14

où DGD_i est le DGD accumulé sur un tronçon. Deux situations peuvent se présenter :

- Situation 1 : Le vrillage déterministe est tel que $J_0(A_{max}) \neq 0$. L'expression de la valeur moyenne de $\Delta\tau$ est obtenue en insérant $DGD_i = (\partial\beta_l / \partial\omega) |J_0(A_{max})|$ dans l'équation III.14 ce qui conduit au résultat 1 du tableau III.2.
- Situation 2 : Le vrillage déterministe est tel que $J_0(A_{max}) = 0$. Le DGD évolue périodiquement dans le régime courte distance. En appelant $\langle \Delta\tau^2 \rangle_T$ la valeur quadratique moyenne du DGD

sur une période de vrillage, i.e. $\langle \Delta\tau^2 \rangle_T = \int_0^T DGD_i^2 dz$, on obtient le résultat 2 du tableau III.2. Il

est important de noter que dans cette situation, le DGD peut augmenter lorsque la longueur de couplage diminue : les perturbations aléatoires de la rotation de la fibre ou de la biréfringence détruisent les relations conduisant à une évolution périodique du DGD. Ceci se traduit de façon statistique par une augmentation du DGD.

Dans ces deux situations, les différences de temps de groupe suivent une distribution Maxwellienne dont les valeurs moyennes sont données dans le tableau III.2.

Cas 1 : Evolution linéaire et $T < L_c$	Cas 2 : Evolution périodique et $T < L_c$
$\langle \Delta\tau(z) \rangle = J_0(A_{max}) \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \sqrt{L_c} \sqrt{z}$	$\langle \Delta\tau(z) \rangle \propto \langle \Delta\tau^2 \rangle_T \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{L_c}}$

Tableau III.2 : Expressions du DGD dans le régime longue distance dans une fibre dont le profil de rotation est sinusoïdal

Galtarossa utilise le formalisme de Mueller et résout l'équation du vecteur PMD en utilisant les modèles 2 et 3 et distingue les situations suivantes : $T/L_b \gg 1$, $T/L_b \approx 1$ et $T/L_b < 1$. Lorsque $T < L_b$, un traitement perturbatif de l'équation III.3 permet de déterminer une expression analytique de la valeur moyenne du DGD :

$$\langle DGD \rangle = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \Phi \sqrt{L_F} \sqrt{z}$$

équation III.15

Φ est une fonction permettant de rendre compte de l'effet combiné du couplage de mode aléatoire et déterministe sur le DGD. Elle dépend de la longueur de corrélation L_F , et de la fonction de rotation de la fibre. Cette fonction est représentée sur la figure III.4 pour différentes valeurs de L_F , T et A_{max} (A_0 sur la figure).

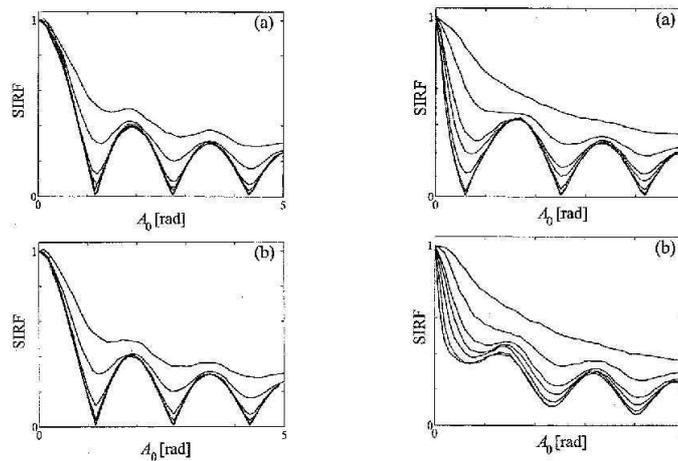


figure III.4 : Evolution du rapport de la valeur moyenne du DGD sur fibre vrillée et de la valeur moyenne du DGD sur fibre non vrillée en fonction de l'amplitude maximale de rotation pour un profil de rotation sinusoïdal. Les calculs sont effectués dans l'hypothèse de courte période ($T < L_b$ à gauche) et longue période ($T \geq L_b$ à droite). Les modèles FMM (modèle 2) et RMM (modèle 3) sont utilisés dans les deux cas, et sont représentés respectivement par les figures du haut et du bas. Sur chaque figure, les courbes du bas représentent des grandes longueurs de corrélation (faible couplage de mode), les courbes du haut des faibles longueurs de corrélation (fort couplage de mode).

Dans ce cas présent, le modèle de distribution de la biréfringence n'importe pas sur la valeur moyenne du DGD (figures III.4 (a) et (b) de gauche) et le comportement de la PMD est similaire à celui que l'on obtient dans une fibre ne présentant pas de biréfringence aléatoire²⁷. En revanche lorsque, $T/L_b \approx 1$ ou $T/L_b \gg 1$, et $L_F < L_b$, les deux modèles conduisent à des résultats différents concernant l'évolution du DGD en fonction de l'amplitude de rotation. En particulier, lorsque le FMM (modèle 2) est utilisé, les

²⁷ La fonction Φ tend vers la fonction de Bessel d'ordre 0 lorsque $L_F \rightarrow \infty$

conditions rendant le DGD périodique continuent d'exister, alors qu'elles disparaissent dans le RMM (modèle 3) (figures III.4 (a) et (b) de droite). Les résultats présentés sur la figure III.4 montrent que l'efficacité du vrillage se détériore lorsque la longueur de corrélation décroît. Ce comportement est d'autant plus marqué que le rapport T/L_b est petit. Ce comportement s'explique par le fait que lorsque $T \ll L_F$, l'évolution du DGD est gouvernée par les effets de rotation déterministe, tandis que lorsque $T/L_F \approx 1$ ou $T/L_F > 1$ les effets aléatoires contribuent au DGD sur des échelles de distance comparables à celles sur lesquelles les effets de rotation déterministes s'exercent. Les deux types de rotation peuvent donc s'influencer et se détruire mutuellement. En conclusion, nous pouvons dire que les trois modèles de biréfringence aléatoires présentés conduisent à des résultats cohérents en ce qui concerne la valeur moyenne du DGD dans le régime longue distance lorsque $T/L_F \ll 1$. La situation $T/L_F \geq 1$ nécessite des approfondissements. Du point de vue physique, il semble cependant que le troisième modèle soit le plus vraisemblable. Nous verrons au chapitre IV que ce point de vue est validé expérimentalement dans la littérature par des mesures de distribution de la biréfringence. Nous rappelons cependant que ces modèles supposent que la biréfringence est linéaire, et négligent donc toute présence de contraintes engendrant de la biréfringence circulaire. Or, nous avons vu dans le paragraphe d'introduction de ce chapitre que la biréfringence circulaire est toujours présente dans les bobines de conditionnement. De plus, le processus de câblage induit, lui aussi, des torsions mécaniques. Nous étudions donc dans le paragraphe suivant, l'effet de torsions externes sur le DGD dans le régime courte distance.

1.2.3 Effet d'un vrillage externe uniforme sur la PMD

La torsion mécanique d'une fibre optique, engendre de la biréfringence circulaire par effet photo-élastique [Ulrich79]. Un élément biréfringent initialement linéaire soumis à cette torsion devient elliptique. La biréfringence circulaire qui y est engendrée est proportionnelle au taux de rotation τ et au coefficient de contrainte optique g [Ulrich79]. La valeur du coefficient g est comprise entre 0.13 et 0.145 dans les fibres de télécommunication, et varie relativement peu en fonction du dopage dans les fibres faiblement dopées au Germanium [Ulrich79]. Pour décrire l'effet d'une torsion sur la PMD nous utilisons ici le formalisme de Mueller. Le vecteur biréfringence d'un milieu biréfringent linéaire dont les axes propres sont repérés par l'angle $\theta(z)$, et soumis à une torsion τ est donné par :

$$\vec{\beta}(z) = \begin{pmatrix} \beta_1 \cos(2\theta(z) + 2\tau z) \\ \beta_1 \sin(2\theta(z) + 2\tau z) \\ g\tau \end{pmatrix}$$

équation III.16

La prise en compte de la variation du coefficient g avec la fréquence conduit au vecteur PMD local suivant :

$$\bar{\Omega}_{local}(z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \cos(2\theta(z) + 2\tau z) \\ \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \sin(2\theta(z) + 2\tau z) \\ \frac{\partial g}{\partial \omega} \tau \end{vmatrix}$$

équation III.17

L'effet du vrillage externe uniforme est étudié respectivement par Schuh et par Li [Schuh95, Li04] sur des fibres initialement non vrillées ou vrillées sinusoidalement.

1.2.3.1 DGD d'une fibre vrillée uniformément : prise en compte de la biréfringence circulaire

Pour des grandes longueurs de fibre, L'expression du DGD dans une fibre vrillée de façon uniforme est donnée par [Schuh95] :

$$DGD(z) = \frac{\left| \beta_1 \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} + \frac{\partial g}{\partial \omega} (g-2)\tau^2 \right|}{\sqrt{\beta_1^2 + (g\tau - 2\tau)^2}} z$$

équation III.18

Le DGD s'annule pour une valeur de $\tau_o = \sqrt{-\beta_1 (\partial \beta_1 / \partial \omega) / [(g-2)(\partial g / \partial \omega)]}$ (β_1 et sa dérivée par rapport à la fréquence sont des grandeurs de même signe)²⁸. En dessous de cette valeur, le couplage de mode induit par la rotation des axes prédomine sur la "PMD circulaire", ce qui entraîne une diminution du DGD. Au-delà de cette valeur, la "PMD circulaire" devient prédominante et le DGD augmente linéairement avec le taux de rotation. Cette augmentation linéaire permet de mesurer la dérivée du coefficient g avec la fréquence. Les valeurs de $\partial g / \partial \omega$ sont obtenues de façon expérimentale par Schuh sur des fibres de type DSF (Dispersion Shifted Fiber). Il montre qu'une bonne approximation de la dépendance de g avec la fréquence est donnée par $\alpha(g/\omega)$, où le coefficient α vaut environ 0.09 dans les fibres DSF, et varie peu en fonction du dopage ($0.08 < \alpha < 0.09$). L'évolution du DGD normalisé par rapport au DGD en l'absence de vrillage est représentée sur la figure III.5 en fonction du taux de rotation pour $L_b = 5$ m. Comme g et $\partial g / \partial \omega$ dépendent peu du dopage, τ_o ne va dépendre que de la biréfringence et de sa dérivée par rapport à la fréquence. Plus le produit $\beta_1 (\partial \beta_1 / \partial \omega)$ est grand, plus le taux de rotation de transition entre un régime de décroissance du DGD et un régime de croissance sera élevé. Ce dernier point suggère que la PMD des fibres non vrillées à fortes biréfringences est moins sensible que celle des fibres à faibles biréfringences à la torsion induite lors du conditionnement.

²⁸ En toute rigueur, pour cette valeur du taux de rotation, l'évolution du DGD en fonction de la distance est sinusoidale.

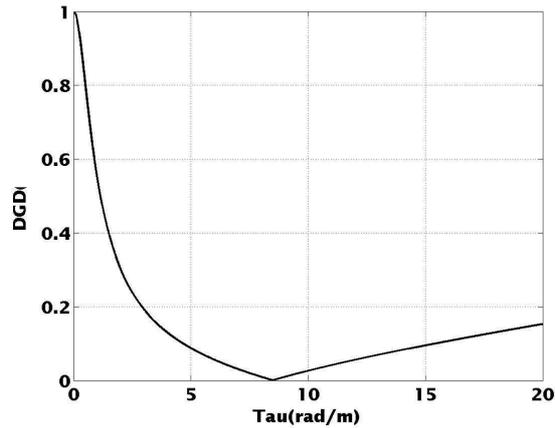


figure III.5 : Evolution du DGD normalisé dans une fibre biréfringente initialement non vrillée en fonction du taux de torsion τ

1.2.3.2 Fibre vrillée sinusoïdalement

Schuh à également étudié l'effet d'un vrillage externe sur une fibre vrillée sinusoïdalement [Schuh98]. La figure III.6 représente l'évolution du DGD dans une fibre vrillée sinusoïdalement, telle que, $A_{max}=12.56$ rad, $T=8$ m et $L_b=2.5$ m ou 4.5 m. Le comportement vis à vis de la torsion est sensiblement différent de celui des fibres vrillées uniformément pour les faibles valeurs de τ où le DGD oscille fortement. Pour les très fortes valeurs de τ , on retrouve en revanche l'influence du terme circulaire de la biréfringence qui fait croître le DGD linéairement.

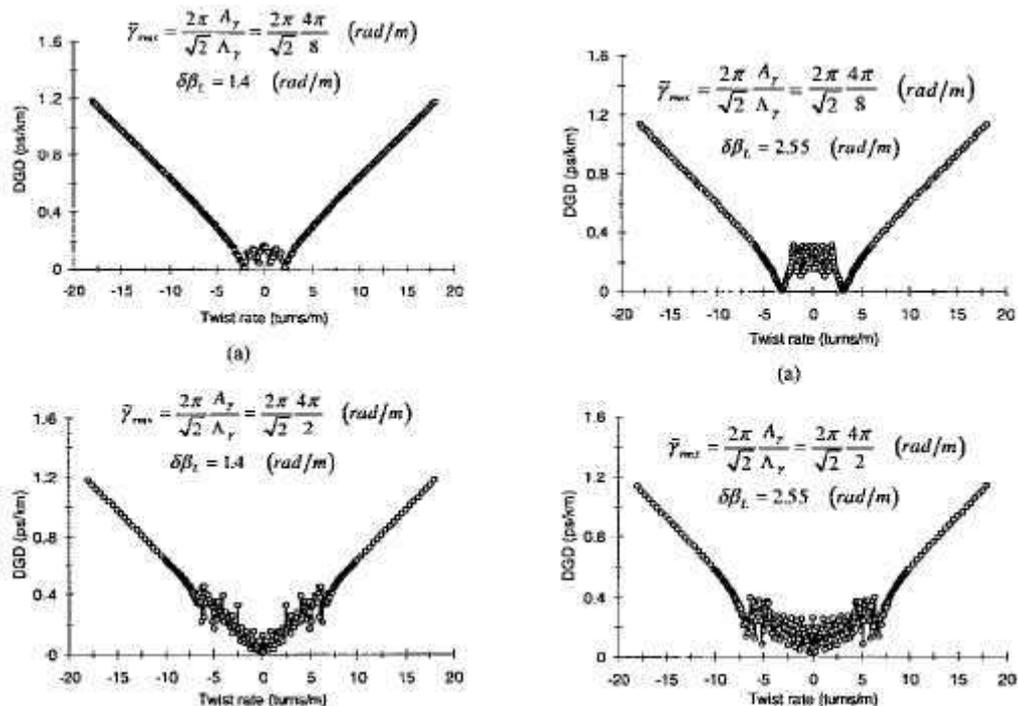


figure III.6 : Evolution du DGD dans une fibre vrillée de manière sinusoïdale en fonction d'une torsion externe uniforme ; sur les figures de gauche $\Delta\beta_L=1.4$ m^{-1} tandis que sur les figures de droite $\Delta\beta_L=2.55$ m^{-1} ; l'amplitude maximale de la rotation est de 4π rad ; la période de rotation est de 8 m sur les figures du haut, et de 2m sur les figures du bas.

Le comportement oscillatoire tend à diminuer en amplitude lorsque la période diminue (voir les deux figures du bas), mais tend aussi à persister pour des valeurs de τ plus grandes. Dans tous les cas, le comportement oscillatoire du DGD est hautement indésirable du point de vue du processus de fabrication. En effet, des valeurs de vrillage parasite de l'ordre de 0-3 trs/m sont fréquentes dans les bobines de conditionnement, une mauvaise optimisation de la rotation de la fibre pourra donc provoquer des fluctuations importantes du DGD. Lorsqu'on souhaite vriller une fibre de façon périodique lors de l'étirage, il faut veiller à obtenir un taux de vrillage maximal important afin de réduire l'amplitude des oscillations engendrées par la torsion parasite.

Cet état de l'art montre que la PMD est fortement affectée par la composante aléatoire de la biréfringence. L'approche envisagée dans la littérature pour réduire la PMD consiste à imprimer une rotation périodique à la fibre. En général, la PMD d'une fibre vrillée dépend de l'ensemble des paramètres β_1 , T et A_{max} . Certaines combinaisons de ces paramètres permettent d'obtenir une évolution périodique du DGD en fonction de la distance dans la fibre. Cette propriété est très intéressante mais est cependant impossible à obtenir dans la pratique pour deux raisons :

- Il est très difficile d'un point de vue technique de garantir des valeurs de T et de A_{max} avec une précision suffisante.
- La biréfringence évolue de façon aléatoire dans la fibre de sorte que les combinaisons rendant le DGD périodique évoluent avec la position dans la fibre.

Lorsque la longueur de battement est très importante comme dans les fibres SMF ($L_b \approx 20$ m), on peut, cependant, obtenir une réduction importante de la PMD en réduisant la période de rotation de la fibre. Lorsque $T/L_b \ll 1$, le DGD ne dépend que de A_{max} et décroît rapidement avec A_{max} . Lorsque la longueur de battement est petite comme dans les fibres de type spécial ($L_b < 1$ m), une limite technique apparaît et il devient difficile de se placer dans le régime $T/L_b \ll 1$. La PMD des fibres de type spécial est donc a priori une fonction complexe des paramètres β_1 , T et A_{max} . Afin de contourner cette limite, de nouveaux profils de rotation permettant d'obtenir des réductions importantes de la PMD, mais avec des taux de vrillage moins importants ont été recherchés. C'est dans cette optique que les rotations modulées en amplitude et en fréquences ont été proposées dans la littérature. En raison du nombre de paramètres à optimiser pour obtenir une bonne réduction de la PMD dans les fibres vrillées avec de tels profils, nous avons opté pour une approche différente. Nous proposons au paragraphe suivant une approche consistant à modifier simplement la forme de la rotation. Nous montrons au paragraphe suivant, qu'un vrillage triangulaire des axes permet de réduire considérablement le DGD ceci quelle que soit la biréfringence, sans modifier la période et l'amplitude maximale de rotation.

2 Vrillage sinusoidal vs vrillage triangulaire

Dans les références [Galtarossa01b] et [Nolan], les auteurs étudient divers profils de rotation dans le régime tel que $T/L_b \ll 1$. Parmi les profils étudiés, le profil sinusoidal semble le plus efficace, et c'est celui qui est le plus étudié dans la littérature. Suite à des essais de fibrage montrant une très bonne efficacité des rotations triangulaires nous avons décidé d'étudier le profil de rotation triangulaire de façon plus approfondie. Nous comparons dans ce paragraphe, le vrillage triangulaire et sinusoidal des

axes vis à vis de la valeur du DGD sur des fibres à faibles et fortes biréfringences, avec et sans contraintes de torsion externes. Ce profil de rotation présente de plus l'avantage d'être abordable analytiquement pour l'ensemble des valeurs des paramètres β_1 , T et A_{max} . Nous utilisons cette particularité afin d'étudier le comportement du DGD dans une fibre vrillée triangulairement vis à vis de la biréfringence.

2.1 Le vrillage triangulaire dans le régime $T/L_b \ll 1$

La raison première de l'étude d'un vrillage triangulaire provient d'essais de rotation réalisés à Conflans. Nous avons noté que les formes de rotation triangulaires obtenaient de bons résultats vis à vis de la PMD sur des fibres à faibles biréfringences. Nous étudions donc dans ce paragraphe le profil de rotation triangulaire dans le régime $T/L_b \ll 1$ grâce à l'équation III.4. Nous définissons une rotation triangulaire des axes de période T et d'amplitude maximale A_{max} comme suit :

$$\theta(z) = \begin{cases} 2A_{max}z/T & 0 < z < T/2 \\ 2A_{max}(1 - z/T) & T/2 < z < T \end{cases}$$

équation III.19

En utilisant l'équation III.4 pour une longueur de fibre correspondant à un nombre entier N de période, on obtient l'expression suivante du DGD :

$$\Delta\tau(NT) = \frac{\partial\beta_1}{\partial\omega} \left| \frac{\sin A_{max}}{A_{max}} \right| NT$$

équation III.20

Le DGD, dans une fibre faiblement biréfringente vrillée triangulairement, évolue ainsi en sinus cardinal de l'amplitude maximale de la rotation. Les valeurs de résonance sont obtenues pour la fibre vrillée triangulairement lorsque A_{max} est un multiple de π . Si l'on compare les fonctions sinus cardinal et bessel d'ordre 0, associées respectivement au vrillage triangulaire et sinusoïdal, on se rend compte que le DGD d'une fibre vrillée triangulairement est toujours inférieure au DGD d'une fibre vrillée sinusoïdalement (voir figure III.7). La décroissance du DGD avec A_{max} , si l'on s'affranchit des effets de résonance, est plus rapide dans la fibre vrillée triangulairement. Ceci se confirme mathématiquement par le comportement asymptotique des fonctions de Bessel d'ordre 0, et sinus cardinal qui sont respectivement en $1/\sqrt{A_{max}}$ et $1/A_{max}$. La décroissance dans la fibre vrillée triangulairement est donc $\sqrt{A_{max}}$ fois plus rapide que dans la fibre vrillée sinusoïdalement. Physiquement, ce comportement ressemble à un principe de moindre action, au sens où il semble préférable vis à vis du DGD, que la fibre ne s'arrête jamais de tourner, plutôt que d'alterner des phases de rotation très lentes et très rapides.

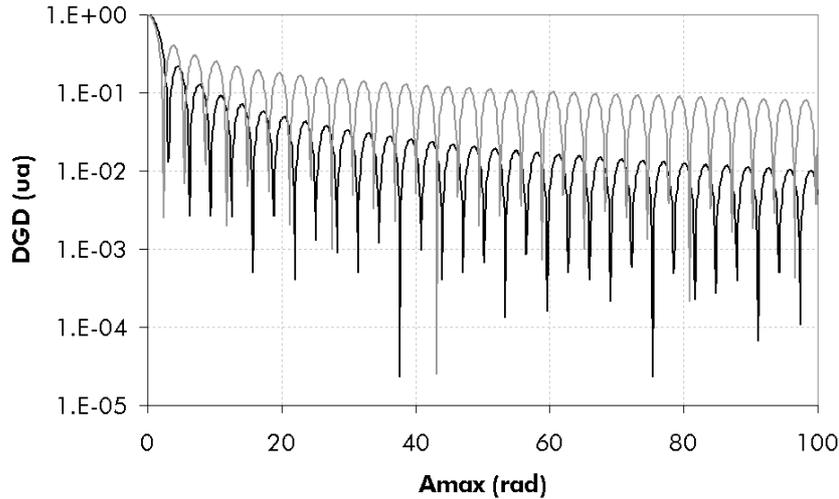


figure III.7 : Comparaison de l'évolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé dans des fibres à faible biréfringence vrillée triangulairement (en noir) et sinusoidalement (en gris)

L'équation III.20 n'étant valide que pour $T \ll L_b$, elle n'est pas applicable sur des fibres de types spécial ($10 \text{ cm} < L_b < 1 \text{ m}$) et est en limite d'application pour les fibres de types NZDSF $1 \text{ m} < L_b < 10 \text{ m}$ ce qui nous amène à la seconde raison nous ayant poussé à étudier le vrillage triangulaire : une rotation triangulaire étant une succession de rotation uniforme, le calcul du DGD peut se faire aisément de façon entièrement analytique. On peut de ce fait avoir des informations intéressantes sur l'influence de la biréfringence sur le DGD. Nous commençons, à l'aide d'une méthode numérique, par comparer l'efficacité des deux profils pour des longueurs de battement comprises entre 10 cm et 10 m. Puis dans un second temps, nous étudions analytiquement le DGD d'une fibre vrillée triangulairement.

2.2 méthode de calcul

Nous utilisons la version discrétisée de l'équation d'évolution du vecteur PMD (équation I.18) pour effectuer les calculs du DGD dans les fibres vrillées. Le calcul est effectué comme suit :

- On définit une concaténation de N tronçons sur une fibre de longueur L.
- Pour chaque tronçon, on définit une valeur de la biréfringence et une orientation des axes propres.

Calcul du DGD :

- Calcul du vecteur PMD local $\Delta \vec{\tau}_N = \frac{\partial \beta_N \vec{e}_N}{\partial \omega}$, où \vec{e}_N est le vecteur de Stokes associé aux axes propres du tronçon N.

- Calcul de la matrice de Mueller R_N du tronçon N à partir de β_N et de \vec{e}_N .

- Calcul du vecteur PMD au bout de N tronçons puis calcul de son module.

Le calcul de la matrice de Mueller est effectué en utilisant l'expression **A I.11** [Gordon] :

$$R_N = I_d + \sin(\beta_N \Delta z)(\vec{e}_N \times) + [1 - \cos(\beta_N \Delta z)](\vec{e}_N \times)(\vec{e}_N \times)$$

équation III.21

Chaque vecteur de Stokes unitaire associé aux axes propres des tronçons est défini de la manière suivante :

$$\bar{e}_N = \frac{1}{\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2}} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix}$$

équation III.22

où les β_i sont les composantes du vecteur biréfringence sur la sphère de Poincaré dans une base $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$. $\beta_N = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2}$ représente la biréfringence locale du tronçon.

Dans les simulations que nous avons effectuées pour comparer les profils sinusoidaux et triangulaires nous avons supposé que la biréfringence de la fibre était linéaire et constante sur chaque tronçon. Pour un tronçon biréfringent linéaire, dont les axes propres font un angle θ_N avec l'axe x de la fibre, le vecteur de Stokes associé à l'axe propre est :

$$\bar{e}_N = \begin{pmatrix} \cos 2\theta_N \\ \sin 2\theta_N \\ 0 \end{pmatrix}$$

équation III.23

L'angle θ_N étant donné par une fonction sinusoidale ou triangulaire suivant le cas. Les paramètres A_{max} et T sont définis dans le tableau III.3 et sur la figure III.8 :

Profil Triangle	Profil sinus
$\theta(z) = \begin{cases} 2A_{max}z/T & 0 < z < T/2 \\ 2A_{max}(1-z/T) & T/2 < z < T \end{cases}$	$\theta(z) = \frac{A_{max}}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T} z\right) \right)$

Tableau III.3

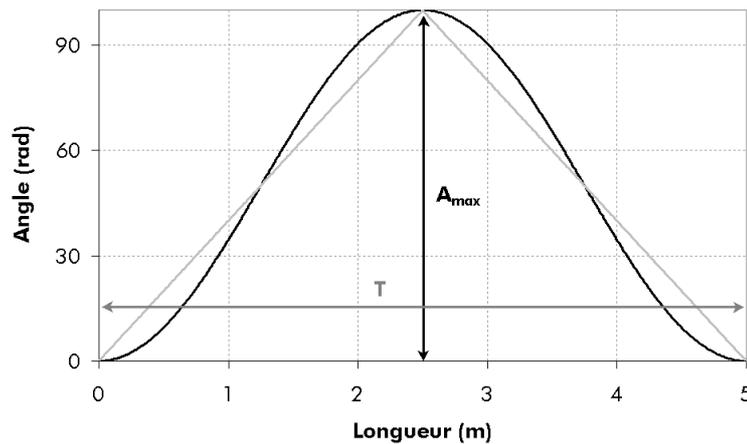


figure III.8 : profil de rotation triangulaire et sinusoidal utilisés pour les calculs de PMD

La biréfringence locale est une constante que nous fixons au départ de la simulation. Le vecteur PMD local est donné par :

$$\Delta \vec{\tau}_N = \frac{\partial \beta_N}{\partial \omega} \vec{e}_N$$

équation III.24

La biréfringence de groupe est calculée en négligeant la dépendance de l'indice effectif avec la longueur d'onde : $\frac{\partial \beta_N}{\partial \omega} = \frac{\lambda}{cL_b}$. Pour les simulations concernant l'impact d'un vrillage externe, nous avons pris en compte l'effet de la biréfringence circulaire engendrée par la torsion ainsi que sa dispersion avec la longueur d'onde. Le vecteur de Stokes unitaire associé à chaque tronçon est obtenu en combinant l'équation III.22 et l'équation III.16 :

$$\vec{e}_N = \begin{pmatrix} \cos 2\theta_N \cos 2\varepsilon_N \\ \sin 2\theta_N \cos 2\varepsilon_N \\ \sin 2\varepsilon_N \end{pmatrix}$$

équation III.25

avec $\cos 2\varepsilon_N = \frac{\beta_N}{\delta\beta_N}$, $\sin 2\varepsilon_N = \frac{g\tau}{\delta\beta_N}$ et $\delta\beta_N = \sqrt{\beta_N^2 + g^2\tau^2}$

Le vecteur PMD devient :

$$\Delta \vec{\tau}_N = \begin{pmatrix} \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \cos 2\theta_N \\ \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} \sin 2\theta_N \\ \frac{\partial g}{\partial \omega} \tau \end{pmatrix}$$

équation III.26

L'angle θ_N est obtenu pour chaque tronçon en sommant l'angle accumulé de façon interne (fonction triangle ou sinus) et l'angle accumulé de façon externe (pour la fonction sinus par exemple $\theta_N = (A_{\max} / 2)(1 + \cos((2\pi / T)N\Delta z)) + \tau N\Delta z$).

2.3 Comparaisons numériques des vrillages triangulaires et sinusoïdaux

2.3.1 Calcul du DGD en fonction de A_{\max} , T pour différentes valeurs de L_b

Dans ce paragraphe, nous calculons numériquement le DGD dans une fibre vrillée sinusoïdalement et triangulairement pour trois longueurs de battement différentes et une longueur de fibre de 100 m. La première valeur de L_b correspond aux longueurs de battements mesurées sur des fibres SMF, $L_b \approx 10$ m, la seconde aux longueurs de battements mesurées sur des fibres NZDSF, $L_b \approx 1$ m, et la troisième aux longueurs de battements mesurées sur des fibres de type spécial, $L_b \approx 10$ cm. Pour chaque longueur de battement, nous étudions l'évolution du DGD en fonction de l'amplitude maximale de rotation A_{\max} pour trois valeurs de la période de rotation, T=1 m, 4.6 m et 9.55 m. On représente sur chaque figure, les résultats de simulations du profil triangulaire par des carrés et ceux du profil

sinusoïdal par des triangles. Nous avons rajouté en parallèle la fonction de Bessel J_0 en gris, et la fonction sinus cardinal en noir.

Les figures III.9 à III.11 représentent le calcul du DGD pour $L_b=10$ m. On note que la concordance entre les expressions analytiques III.8 et III.20 est très bonne pour les périodes $T=1$ m et 4.6 m sur toute la plage de A_{max} et pour $A_{max}>10$ rad pour $T=10$ m. On peut constater que le DGD obtenu pour un vrillage sinusoïdal et triangulaire évolue très peu en fonction de la période de rotation conformément aux équations III.8 et III.20. On note ensuite que la valeur du DGD obtenue par vrillage triangulaire est toujours inférieure à la valeur du DGD obtenu par vrillage sinusoïdal et qu'elle décroît plus vite en fonction de A_{max} .

Les figures III.12 à III.14 représentent le calcul du DGD pour $L_b=1$ m. On note que la décroissance en fonction de A_{max} du DGD obtenu pour un vrillage triangulaire est toujours plus importante que celle obtenue pour un vrillage sinusoïdal. Pour $T=1$ m, les profils triangulaires et sinusoïdaux possèdent quasiment la même efficacité que pour la longueur de battement précédente. Cette efficacité commence à diminuer pour les périodes 4.6 m et surtout $T=10$ m, où le profil sinusoïdal ne devient efficace (le DGD est divisé par 10) qu'à partir de $A_{max}>80$ rad. On note de plus que les points de résonance commencent à disparaître au faible A_{max} pour le profil sinusoïdal. Une bonne réduction du DGD est donc possible à l'aide du profil triangulaire pour des fibres de type SMF lorsque $A_{max}>50$ rad, le DGD est au moins divisée par 10 pour chaque période. Pour le profil sinusoïdal, l'efficacité est discutable, le DGD n'est divisé par 10 que lorsque $T=1$ m et $A_{max} > 60$ rad.

Enfin, les figures III.15 à III.17 représentent le calcul du DGD pour $L_b=10$ cm. Les profils sinusoïdaux et triangulaires perdent dans presque tous les cas leurs efficacités. On note qu'une réduction appréciable du DGD est obtenue à l'aide du profil triangulaire lorsque $T=1$ m et $A_{max} > 50$ rad et que les points de résonance disparaissent progressivement sur le profil sinusoïdal lorsque T augmente, mais qu'ils restent présents pour le profil triangulaire, ceci sera expliqué à l'aide de l'expression analytique du DGD dans une fibre vrillée triangulairement que nous développons au paragraphe 2.4.

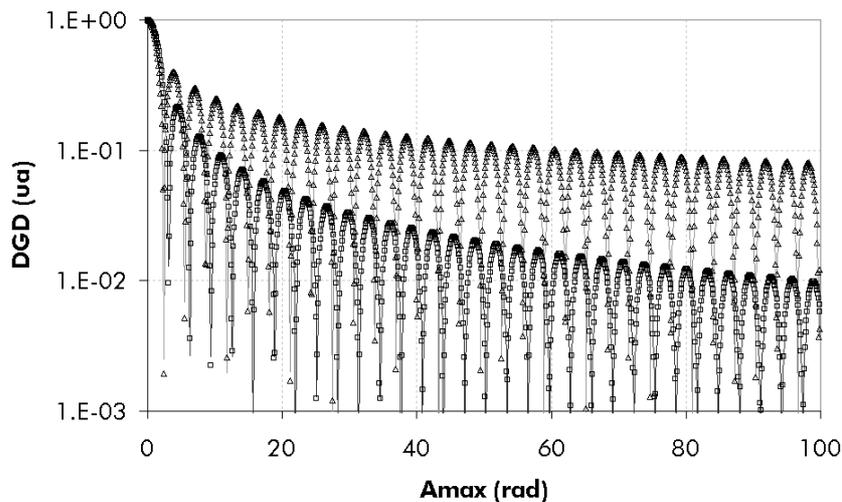


figure III.9 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=1$ m et $L_b=10$ m; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

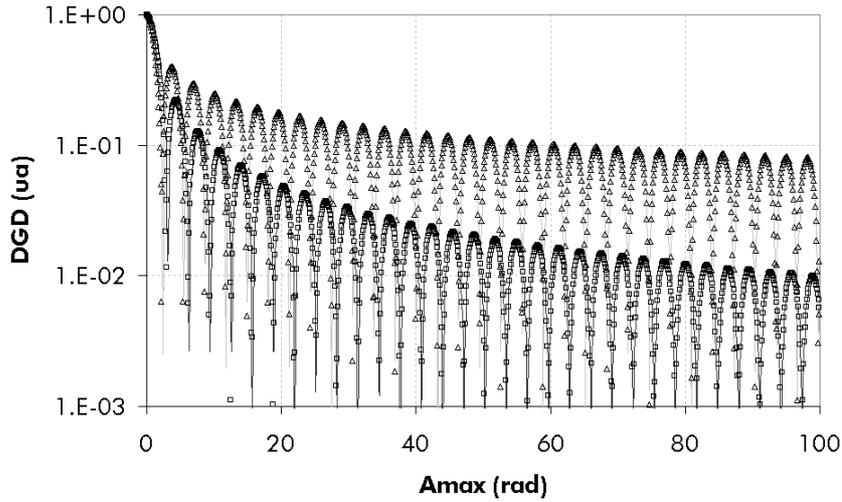


figure III.10 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=4.6m$ et $L_b=10 m$; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

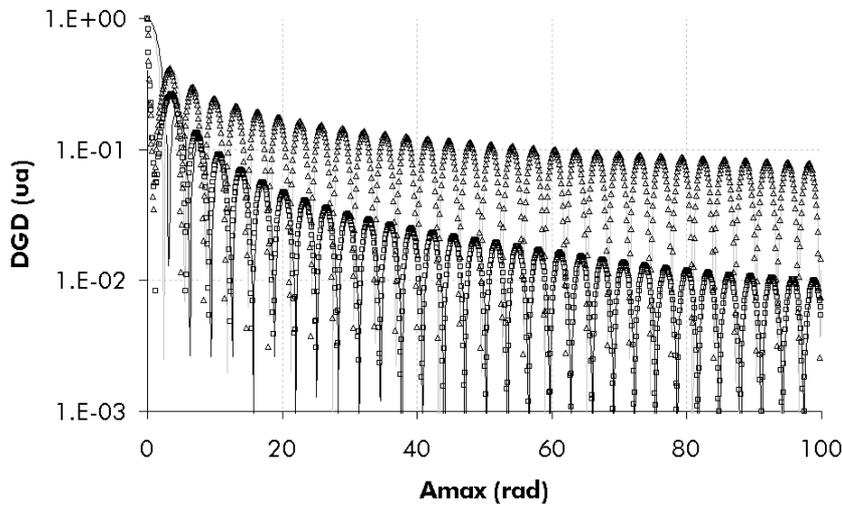


figure III.11 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=9.55 m$ et $L_b=10 m$; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

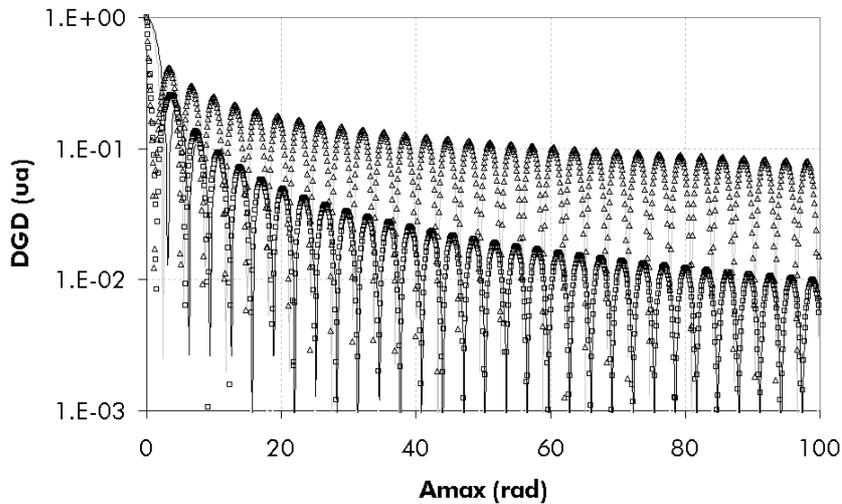


figure III.12 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=1 m$ et $L_b=1 m$; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

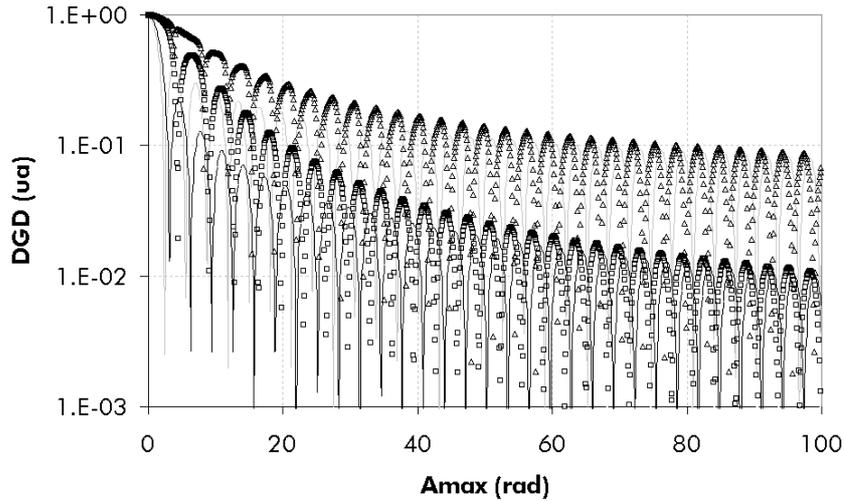


figure III.13 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=4.6$ m et $L_b=1$ m; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

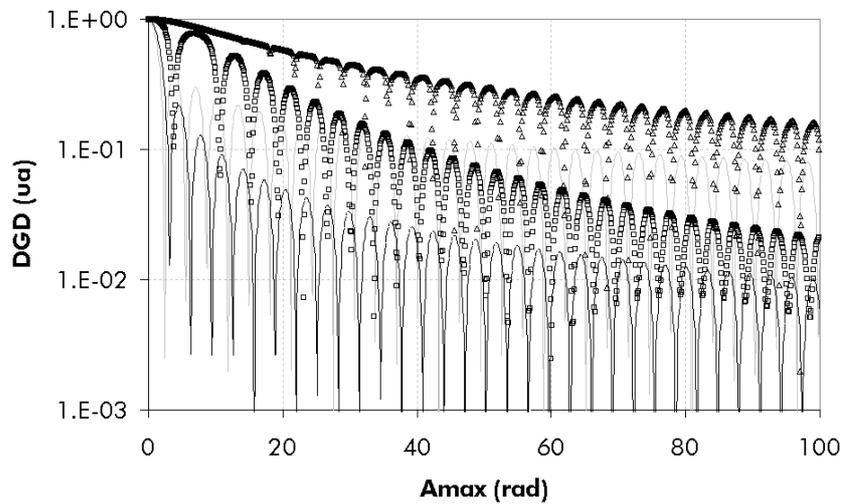


figure III.14 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=9.55$ m et $L_b=1$ m; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

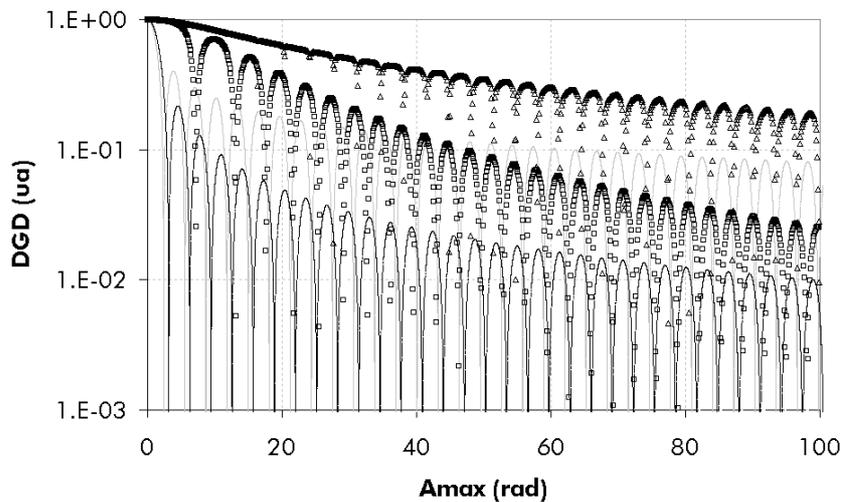


figure III.15 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=1$ m et $L_b=10$ cm; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

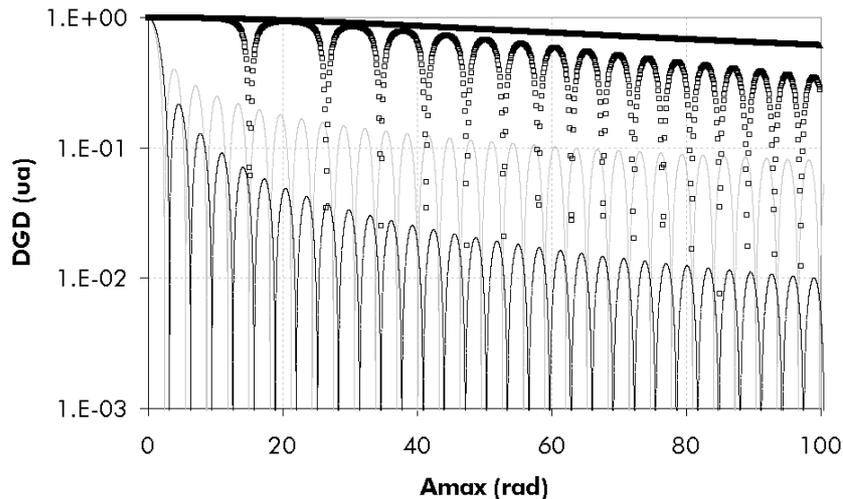


figure III.16 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=4.6$ m et $L_b=10$ cm; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

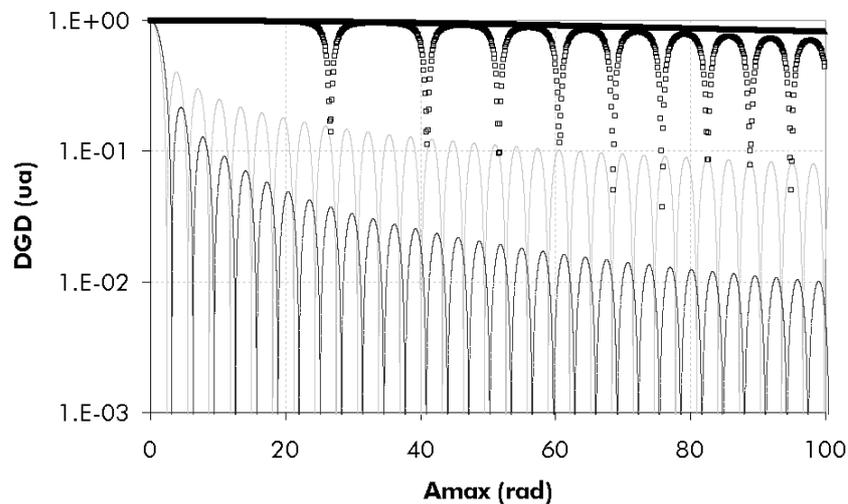


figure III.17 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé en fonction de A_{max} , pour $T=9.55$ m et $L_b=10$ cm; les carrés représentent le vrillage triangulaire ; les triangles représentent le vrillage sinusoïdal

On peut tirer trois conclusions de ces simulations. La première concerne l'efficacité relative des deux profils de rotation : un vrillage triangulaire des axes propres est dans tous les cas plus efficace qu'un vrillage sinusoïdal du point de vue de la réduction du DGD. La seconde concerne l'efficacité des vrillages périodiques en général : pour une longueur de battement donnée, réduire le DGD revient à augmenter le A_{max} et réduire T (i.e. augmenter le taux de rotation maximum de la fibre). La dernière conclusion enfin concerne l'évolution "des points de résonance": nous avons pu constater que ceux ci dépendent fortement de l'ensemble des paramètres $\Delta\beta_1$, T et A_{max} et tendent à disparaître lorsque le taux de rotation diminue. L'importance de ces points de résonance doit cependant être relativisée : d'une part les effets aléatoires vont "gommer" les points de résonance de sorte que la courbe de variation du DGD en fonction des paramètres A_{max} et T apparaît lissée dans la réalité [Galtarossa02a, Chen02b]. D'autre part, il est utopique de vouloir "viser" un point de résonance du point de vue technique. En effet la précision maximale que nous pouvons atteindre dans la réalité sur le nombre de

tour imposé à la fibre est de l'ordre de $\frac{1}{2}$ tours, soit π radians, ce qui correspond plus ou moins à la distance entre deux minima dans les courbes précédentes. Le comportement du DGD doit être appréhendé de façon globale, ce que nous ferons dans le paragraphe 2.4. Ces résultats ont été obtenus en supposant que la biréfringence est linéaire et déterministe. Nous prenons en compte dans le paragraphe suivant l'impact du conditionnement à travers une torsion uniforme surimposée à la rotation imprimée lors du fibrage. Nous comparons alors l'efficacité respective des deux profils de rotation.

2.3.2 Comportement vis à vis d'un vrillage uniforme parasite

Nous présentons dans ce paragraphe des simulations du DGD d'une fibre soumise à un vrillage triangulaire ou sinusoïdal en fonction d'une torsion τ appliquée à la fibre. Nous comparons ensuite les comportements relatifs des profils triangulaires et sinusoïdaux. Les figures III.18 à III.21 représentent le comportement du DGD d'une fibre vrillée de manière sinusoïdale et d'une fibre vrillée triangulairement en fonction du taux de vrillage uniforme τ . Les valeurs des paramètres de fibrage sont dans les deux cas $A_{max}=100$ rad, $T=2$ m, $L=1000$ m, $\tau=0-60$ rad/m (0-10 tours/m). Des longueurs de battement de 10 cm, 1 m, 2 m et 3 m ont été utilisées. De manière générale, on constate que le DGD fluctue de façon importante pour les faibles valeurs de τ , et que ces fluctuations sont plus importantes pour le profil de rotation sinusoïdal. La diminution des fluctuations, et l'augmentation linéaire avec le taux de vrillage provient de la contribution de plus en plus importante de la biréfringence circulaire qui croît linéairement avec le taux de vrillage uniforme. La relative faiblesse des fluctuations pour le profil de rotation triangulaire pour les valeurs de L_b supérieure à 10 cm est en revanche plus difficile à expliquer. Ce dernier point ainsi que le comportement du profil de rotation triangulaire vis à vis du profil de rotation sinusoïdal pour la longueur de battement 10 cm renforce l'intérêt de ce profil pour une utilisation process. Les figures III.22 à III.25 représentent des simulations pour $T=4$ m et pour les mêmes paramètres que précédemment. Les comportements observés pour cette valeur de la période sont similaires au cas précédent. On note cependant qu'en général, le DGD fluctue de manière plus importante pour les deux profils de rotation. Le profil de rotation triangulaire reste cependant plus fiable. Ce comportement rejoint celui observé par Siddiqui sur de faibles taux de rotation (cf 0). On observe de plus un décrochage du DGD pour le profil de rotation triangulaire pour des valeurs de τ proches de 55 rad/m pour les trois dernière valeurs de la longueur de battement.

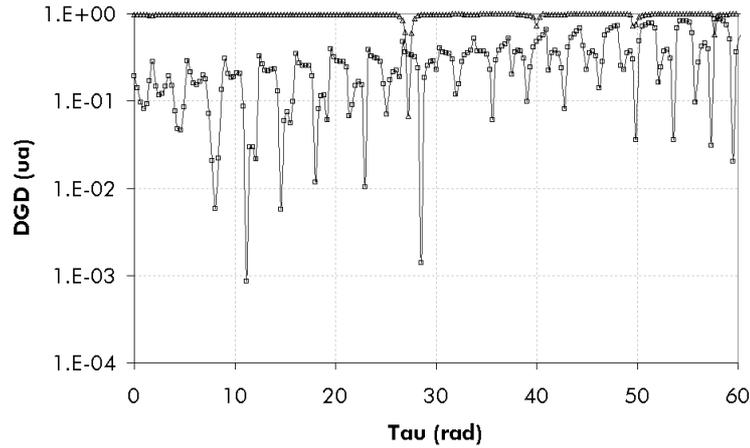


figure III.18 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusôïdalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=2$ m ; la longueur de battement vaut 10 cm

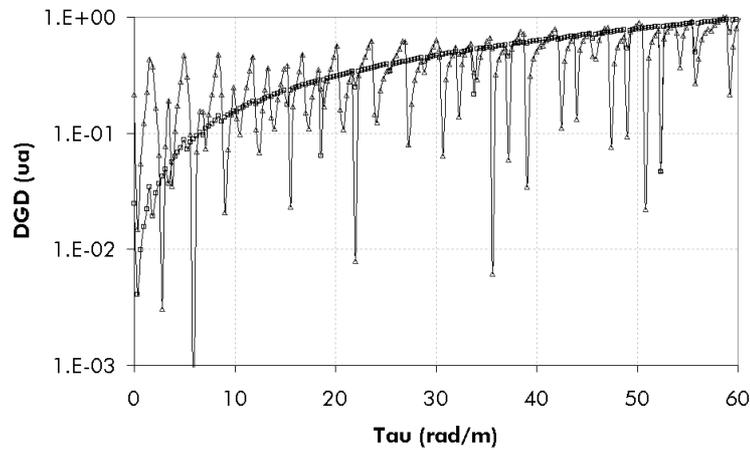


figure III.19 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusôïdalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=2$ m ; la longueur de battement vaut 1 m

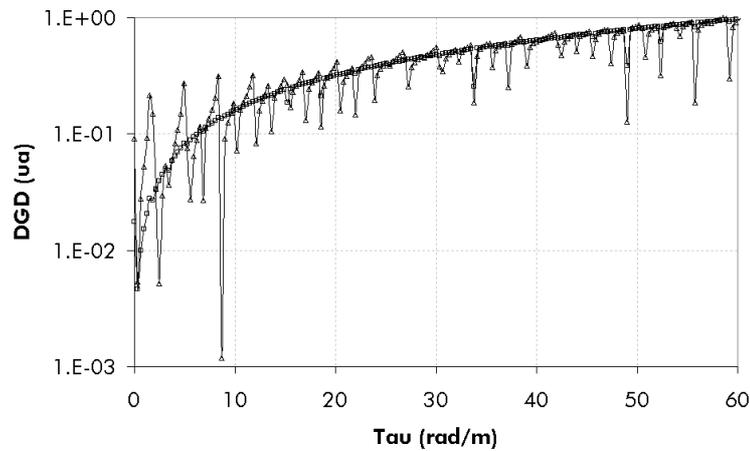


figure III.20 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusôïdalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=2$ m ; la longueur de battement vaut 2 m

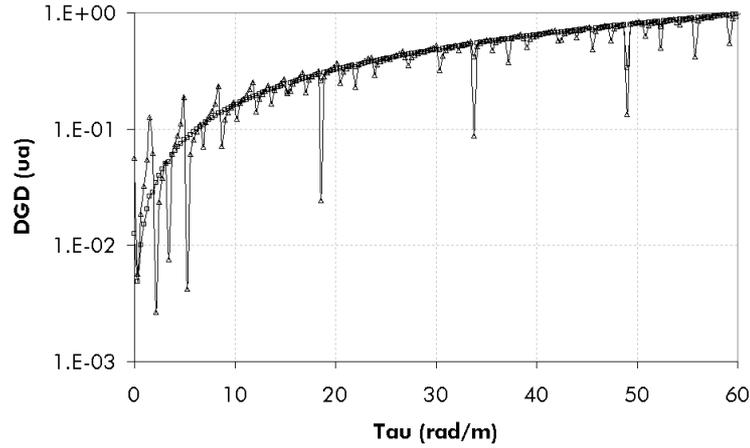


figure III.21 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusoidalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=2$ m ; la longueur de battement vaut 3 m

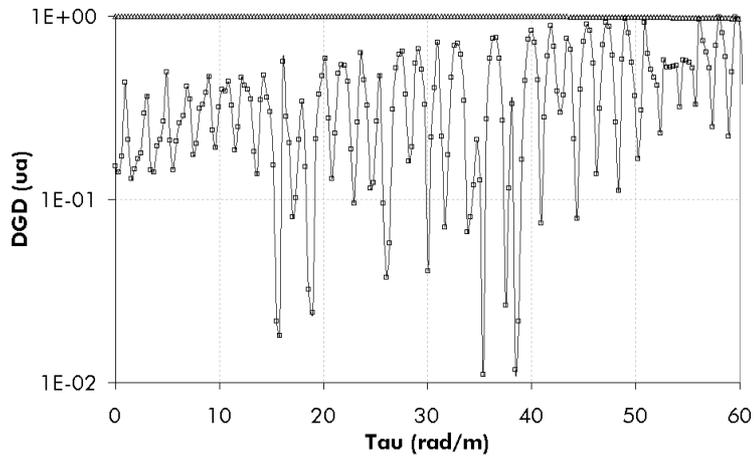


figure III.22 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusoidalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=4$ m ; la longueur de battement vaut 10 cm

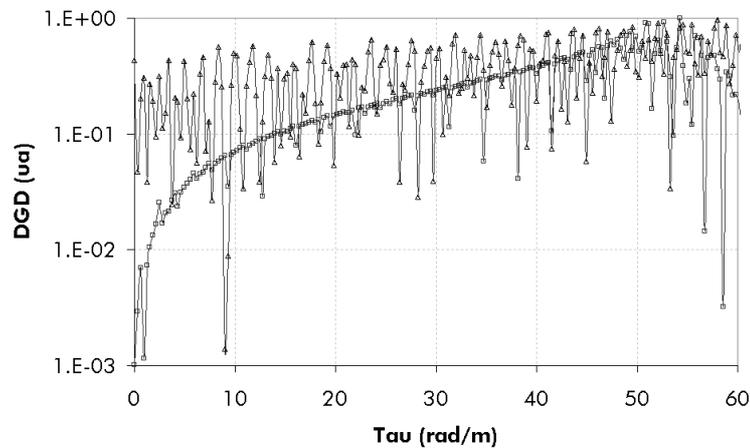


figure III.23 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusoidalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=4$ m ; la longueur de battement vaut 1.08 m

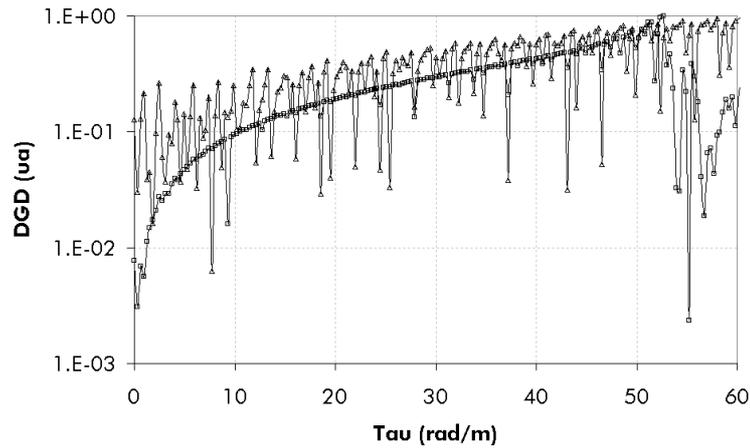


figure III.24 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusoidalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=4$ m ; la longueur de battement vaut 2.08 m

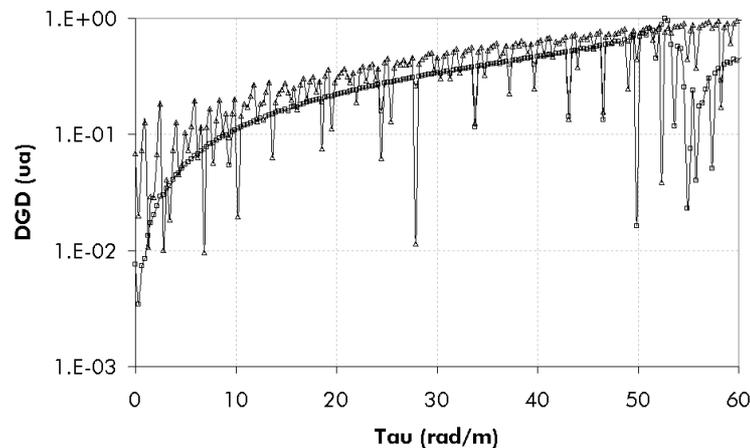


figure III.25 : Evolution du DGD normalisé par rapport au cas non vrillé de fibres vrillées triangulairement (carré) et sinusoidalement (triangle) en fonction du taux de rotation externe. Les paramètres de rotation sont $A_{max}=100$ rad, $T=4$ m ; la longueur de battement vaut 3.07 m

Ces simulations montrent que le vrillage triangulaire est toujours plus stable vis à vis des contraintes de torsion engendrées lors du conditionnement. Nous ne possédons cependant pas d'explications

satisfaisantes sur les origines de cette résistance, et de façon plus générale sur l'origine des fluctuations observées lorsqu'une fibre vrillée périodiquement est soumise à un vrillage externe uniforme.

2.3.3 Conclusion du paragraphe

Nous avons montré numériquement qu'une rotation triangulaire des axes propres est plus efficace qu'une rotation sinusoidale pour toutes les valeurs de la longueur de battement et qu'elle est plus résistante aux contraintes de torsion engendrées lors du conditionnement. Des expressions analytiques du DGD disponibles pour les deux types de rotation lorsque $T \ll L_b$ confirment les tendances numériques. Ces données numériques et analytiques permettent de comprendre le

comportement du DGD vis à vis de la biréfringence et des paramètres de fibrage dans les fibres de types SMF et NZDSF. Une description analytique du domaine $L_b < T$ n'est pas disponible dans la littérature, excepté pour de faible valeur de A_{max} [Pizzinat03a]. Nous allons dans le paragraphe suivant décrire une méthode permettant de déterminer l'expression analytique du DGD dans une fibre soumise à un vrillage triangulaire de ses axes propres. Cette expression analytique va nous permettre, entre autres, d'obtenir des informations supplémentaires sur l'effet de la biréfringence dans les fibres vrillées de type spécial.

2.4 Etude du vrillage triangulaire en fonction de la longueur de battement

Nous calculons dans ce paragraphe une expression analytique du DGD d'une fibre dont les axes évoluent de façon triangulaire avec la distance [Bouquet]. Nous utilisons cette expression pour mieux comprendre l'impact de la biréfringence, de l'amplitude maximale et de la période de la rotation sur l'évolution de la PMD dans une fibre vrillée périodiquement. Notre objectif est de dégager des paramètres clés ou des comportements clés intéressants pour la réduction du DGD et sa mesure. Nous utilisons, dans ce paragraphe, la représentation exponentielle de la matrice de Jones exposée en Annexe I. Nous déterminons dans un premier temps la matrice de Jones du milieu biréfringent équivalent à la fibre située entre l'abscisse 0 et l'abscisse T . Nous en déduisons ensuite la matrice de Jones associée à N périodes ainsi que le vecteur PMD et le DGD. Nous étudions enfin différents régimes délimités par le rapport $T\beta/4A_{max}$ et obtenons une expression extrêmement simple du DGD.

2.4.1 DGD et vecteur PMD associés à N périodes

L'angle de rotation θ de la fibre évolue entre 0 et T selon la fonction triangle donné dans le tableau III.3. La matrice $U(T,0)$ est obtenue en concaténant la matrice de Jones du milieu biréfringent situé entre 0 et $T/2$ et la matrice de Jones du milieu biréfringent situé entre $T/2$ et T . La matrice de Jones d'un milieu biréfringent uniformément twisté s'exprime de la façon suivante entre les abscisses z et z' [Pellat Finet] :

$$U(z', z) = \exp(-j\sigma_3\theta(z')) \exp\left(-j(\beta_1\sigma_1 - 2\tau\sigma_3)\frac{z'-z}{2}\right) \exp(j\sigma_3\theta(z))$$

équation III.27

Les matrices $\exp(-j\sigma_3\theta(z'))$, $\exp(j\sigma_3\theta(z))$ sont les matrices de passage du repère fixe au repère tournant avec les axes propres de la fibre. En concaténant les matrices de Jones de chaque demi-période et en utilisant l'équation III.27, on obtient la matrice de Jones suivante pour le milieu biréfringent compris entre 0 et T (Annexe II.1) :

$$U(T,0) = \cos \delta I_d - j\hat{e}_\delta \sin \delta$$

équation III.28

où \bar{e}_δ et 2δ sont respectivement le vecteur propre et le déphasage de l'élément biréfringent équivalent au tronçon de fibre compris entre 0 et T. Le vecteur \bar{e}_δ vérifie l'équation III.29 :

$$\bar{e}_\delta = \frac{1}{\sin \delta} \left(\frac{\sin 2\Delta T}{2\Delta} \frac{\beta_1}{2} \bar{e}_1 + \left(\frac{\sin \Delta}{\Delta} \right)^2 \frac{T}{2} \beta_1 A_{max} \bar{e}_2 \right)$$

équation III.29

où $2\Delta = 2\sqrt{(T\beta_1/4)^2 + A_{max}^2}$ est le déphasage de l'élément équivalent au tronçon de fibre compris entre 0 et T/2. C'est un paramètre clé pour la suite des calculs. Les expressions de $\cos \delta$ et $\sin \delta$ sont données en Annexe II.1. Elles dépendent de A_{max} , T et β_1 . Il est intéressant de remarquer ici que quelles que soient les valeurs de ces trois paramètres, l'élément biréfringent équivalent au tronçon de fibre compris entre 0 et T reste toujours linéaire. On obtient la matrice de Jones associée à N périodes en concaténant N matrices de Jones $U(T,0)$. Comme la fonction de rotation de la fibre est périodique et comme la biréfringence linéaire est supposée constante, les éléments biréfringents compris entre kT et (k+1)T pour k=1 à N sont identiques. Il est donc possible d'écrire la matrice de Jones de N éléments de la façon suivante :

$$U(NT,0) = (\cos \delta I_d - j\hat{e}_\delta \sin \delta)^N = \cos N\delta I_d - j\hat{e}_\delta \sin N\delta$$

équation III.30

A partir de cette expression on peut calculer le vecteur PMD associé à N tronçons (Annexe II.2) :

$$\bar{\Omega} = 2N \frac{\partial \delta}{\partial \omega} \bar{e}_\delta - 2 \left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right| \sin^2(N\delta) \left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right|^{-1} \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \times \bar{e}_\delta + \left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right| \sin(2N\delta) \left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right|^{-1} \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega}$$

équation III.31

Les vecteurs \bar{e}_δ , $\left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right|^{-1} \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega}$ et $\left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right|^{-1} \left(\frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right) \times \bar{e}_\delta$ étant des vecteurs unitaires et orthogonaux, le DGD s'obtient directement à partir de l'équation III.31 :

$$DGD(NT) = 2\sqrt{N^2 \left(\frac{\partial \delta}{\partial \omega} \right)^2 + \left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right|^2 \sin^2 N\delta}$$

équation III.32

L'expression générale du DGD comporte deux termes, un terme évoluant périodiquement avec le nombre de période et un terme évoluant linéairement avec le nombre de période. Suivant la distance de propagation z (A_{max} , T et L_b étant fixés), le DGD va d'abord passer par une phase transitoire (z allant de 0 à quelques périodes T) pendant laquelle il va osciller fortement. Au-delà de cette phase, l'évolution linéaire du DGD est dominante. On va voir dans la suite, que l'importance de cette évolution transitoire est d'autant plus grande que $T\beta_1/4$ est grand devant A_{max} . En utilisant les expressions de $\cos \delta$, $\sin \delta$ ainsi que l'expression de \bar{e}_δ , on peut calculer explicitement $\partial \delta / \partial \omega$ et $\partial \bar{e}_\delta / \partial \omega$. On obtient après calcul les expressions suivantes des deux termes intervenant dans l'équation III.32 :

$$\left| \frac{\partial \bar{e}_\delta}{\partial \omega} \right|^2 \sin^2 N\delta = \left(\frac{T\beta_l / 4}{\Delta} \right)^2 \left(\frac{A_{max}}{\Delta} \right)^2 \left(1 - \frac{\sin 2\Delta}{2\Delta} \right)^2 \left(\cos^2 \Delta + \frac{A_{max}^2}{\Delta^2} \sin^2 \Delta \right)^{-2} \frac{T^2 \Delta \tau^2}{16} \sin^2 N\delta$$

équation III.33

$$N^2 \left(\frac{\partial \delta}{\partial \omega} \right)^2 = \left(\frac{\sin \Delta}{\Delta} \right)^2 \left(\frac{A_{max}}{\Delta} \right)^4 \left(1 + \left(\frac{T\beta_l}{4A_{max}} \right)^2 \frac{\Delta}{\tan \Delta} \right)^2 \left(\cos^2 \Delta + \frac{A_{max}^2}{\Delta^2} \sin^2 \Delta \right)^{-1} \frac{T^2 \Delta \tau^2}{4} N^2$$

équation III.34

Ces expressions dépendent de β_l , A_{max} , N , T , Δ et du DGD local $\Delta\tau = \partial\beta_l / \partial\omega$. Δ peut se simplifier lorsque l'un des deux termes A_{max} ou $T\beta_l/4$ est dominant par rapport à l'autre (i.e. on étudie le comportement du rapport $4A_{max} / T\beta_l$ qui représente physiquement le nombre de tour par longueur de battement). On donne dans le tableau suivant la valeur typique charnière de A_{max} (i.e. cas $A_{max} = T\beta_l/4$) en fonction du type de fibre et de T .

	$T \approx 1 \text{ m}$	$T \approx 4 \text{ m}$
NZDSF : $L_b \approx 4 \text{ m} \rightarrow 10 \text{ m}$		$A_{max} \approx 1.6 \leftarrow 0.63 \text{ rad}$
RDF : $L_b \approx 1 \text{ m} \rightarrow 2 \text{ m}$		$A_{max} \approx 6.3 \leftarrow 3 \text{ rad}$
Fibres de type spécial : $L_b \approx 10 \text{ cm} \rightarrow 50 \text{ cm}$	$A_{max} \approx 16 \leftarrow 3 \text{ rad}$	$A_{max} \approx 64 \leftarrow 12 \text{ rad}$

Tableau III.4 : valeurs charnières de A_{max} en fonction du type de fibre

Les valeurs de A_{max} utilisées en usine sont de l'ordre de 100 rad. Elles dépassent donc largement les valeurs charnières des fibres NZDSF et RDF²⁹ ; on peut donc supposer que pour ces fibres $A_{max} \gg T\beta_l/4$. Pour les fibres de type spécial en revanche, les valeurs charnières de A_{max} sont très élevées de sorte qu'en usine $A_{max} \approx T\beta_l/4$.

Dans la suite nous allons étudier le comportement du DGD dans deux régimes : le premier régime est tel que A_{max} est au plus de l'ordre de $T\beta_l/4$ (Cas des fibres de type spécial ; § 2.4.2) : Cette situation représente physiquement une fibre dont le nombre de tour par longueur de battement est faible ou moyen (i.e. l'évolution de la polarisation dans la fibre est principalement dominée par la biréfringence). Le second régime est tel que $A_{max} \gg T\beta_l/4$ (Cas des fibres NZDSF et RDF ; § 2.4.3) : Cette situation représente physiquement une fibre dont le nombre de tour par longueur de battement est très élevé (i.e. l'évolution de la polarisation dans la fibre est principalement dominée par la rotation de la fibre)

2.4.2 Régime $0 \leq A_{max} \leq T\beta_l/4$: cas des fibres de type spécial

La figure III.26 et la figure III.27 correspondent au calcul du DGD en fonction de A_{max} pour une période $T=19.2 \text{ m}$, une longueur de battement de 11.23 cm (soit $\beta_l = 56 \text{ rad/m}$) et une longueur de

²⁹ Les fibres de type RDF sont des fibres à dispersion inversée.

fibre $L=96\text{ m}$ ($N=5$) et $L=960\text{ m}$ ($N=50$). Les cercles noirs représentent les simulations et les traits pleins noirs l'équation III.32.

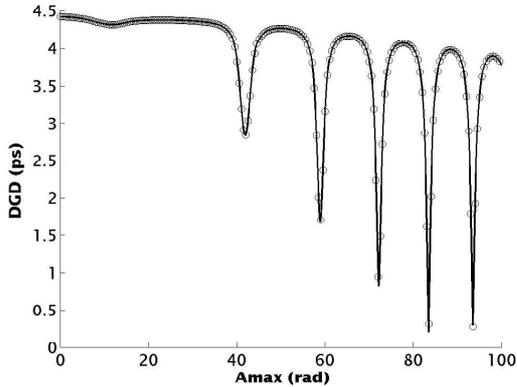


figure III.26 : Evolution du DGD en fonction de A_{max} pour une longueur de fibre $L=5T$

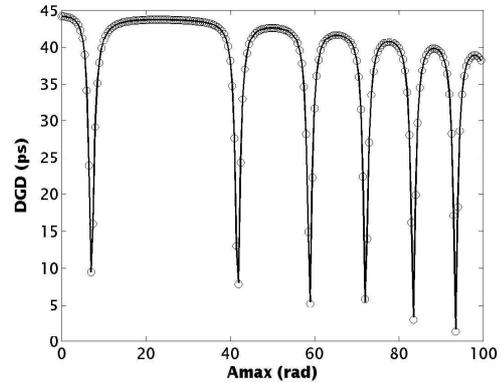


figure III.27 : Evolution du DGD en fonction de A_{max} pour une longueur de fibre $L=50T$

On peut constater tout d'abord que les valeurs du DGD obtenues analytiquement et numériquement sont en très bon accord, ce qui valide les équations III.32, III.33 et III.34 pour ce jeu de paramètres. On remarque ensuite sur ces figures que les minimums du DGD sont mieux marqués pour $L=960\text{ m}$ et se rapprochent de la valeur zéro, et que plus A_{max} augmente à L constant plus les minimums tendent vers zéro. Pour comprendre ces résultats, il faut s'intéresser respectivement aux comportements du terme proportionnel à N et au comportement du terme proportionnel à $\sin N\delta$ en fonction de A_{max} , T et L_b . La figure III.28 représente l'équation III.34 en pointillé, et l'équation III.33 en traits pleins pour des paramètres de simulation identiques à ceux utilisés pour les figures III.26 et III.27. On peut constater que sur cette plage de A_{max} , les minimums de l'équation III.34 atteignent la valeur zéro et semblent correspondre aux maximums de l'équation III.33.

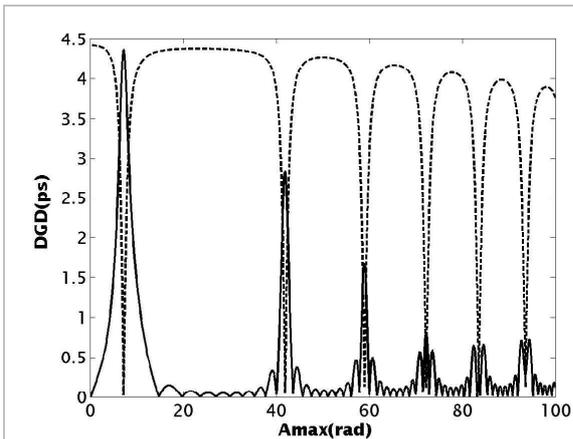


figure III.28 : Evolution du terme linéaire et du terme sinusoïdal en fonction de A_{max}

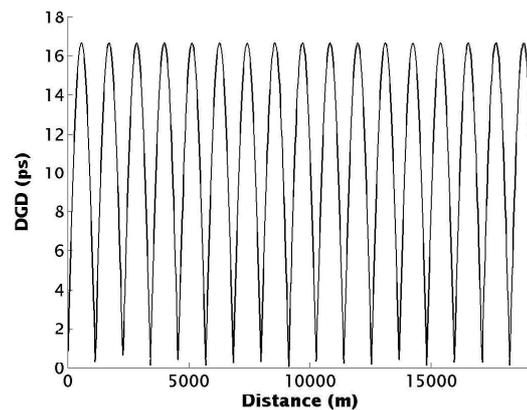


figure III.29 : Evolution périodique du DGD en fonction du nombre de période

Les "points de résonance" sont obtenus pour des valeurs nulles de l'équation III.34, soit pour :

$$\frac{\tan \Delta}{\Delta} = -\frac{(\beta_1 T / 4)^2}{A_{max}^2}$$

équation III.35

Dans ce cas, le DGD est une fonction périodique du nombre de période comme représentée sur la figure III.29 pour les paramètres de simulation de la figure III.28 et $A_{max}=7,105$ rad. On peut constater ensuite sur la figure III.28 que plus A_{max} augmente, plus la contribution de l'équation III.33 dans la valeur du DGD diminue, ce qui explique la forme similaire des figures III.26 et figure III.27 aux forts A_{max} . La différence entre les courbes de ces deux figures aux faibles A_{max} provient donc du terme sinusoïdal, et reflète le comportement transitoire du DGD :

- Aux faibles longueurs, le comportement oscillatoire domine. Les valeurs de "résonance" du DGD sont très peu différentes des autres valeurs (celles donnant un comportement linéaire du DGD) et sont donc peu marquées dans la courbe DGD en fonction de A_{max} (voir la figure III.26 aux deux premières résonances en particulier).
- Aux grandes longueurs, le comportement linéaire domine. Les valeurs de "résonances" du DGD sont faibles devant les autres valeurs et sont donc très marquées dans la courbe DGD en fonction de A_{max} .

Aux grandes longueurs, le DGD pour des fibres de type spécial est dominé par le terme linéaire (équation III.34) lorsque A_{max} est différent d'une valeur de résonance. Du fait des variations aléatoires de la biréfringence et de la difficulté de garantir un A_{max} et un T strictement constant tout au long de la fibre du point de vue du processus de fabrication, on peut supposer que ces résonances n'existent pas sur les fibres réelles ou qu'elles sont fortement atténuées. De ce fait, seule l'évolution "globale" du DGD avec les paramètres A_{max} , T , $\Delta\beta$ est importante. Pour une fibre de type spécial réelle, le DGD sera donc décrit correctement par l'expression suivante :

$$DGD(L = N \times T) = L \Delta\tau \left| \frac{\sin \Delta}{\Delta} \right| \left(\frac{A_{max}}{\Delta} \right)^2 \underbrace{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{T\beta_1 / 4}{A_{max}} \right)^2 \frac{\Delta}{\tan \Delta} \right)^2 \left(\cos^2 \Delta + \frac{A_{max}^2}{\Delta^2} \sin^2 \Delta \right)^{-1}}_{*}$$

équation III.36

Le DGD est proportionnel au DGD local $\Delta\tau$, à la longueur L de fibre, à la valeur absolue du sinus cardinal de Δ , et à un terme supplémentaire (*) dépendant de A_{max} , T , β_1 de façon complexe. Il est important de remarquer que le DGD dépend explicitement de la biréfringence, ceci de façon non linéaire. Cette dépendance complexe permet d'expliquer la sensibilité importante des fibres de type spécial à la longueur de battement, ainsi qu'à ses variations avec la longueur d'onde.

2.4.3 Régime $A_{max} >> T\beta_1/4$: cas des fibres NZDSF et RDF

L'expression du vecteur PMD et du DGD est obtenue lorsqu'à T et β_1 fixé, A_{max} devient très grand ou lorsqu'à A_{max} fixé, la période de rotation de la fibre devient très petite devant la longueur de battement à la longueur d'onde de calcul. Après calcul, on constate que le terme $N^2 (\partial\delta / \partial\omega)^2$ devient très supérieur au terme $|\partial \bar{e}_\delta / \partial\omega|^2 \sin^2 N\delta$ quel que soit N et pour presque toutes les valeurs de A_{max}

, T et β_1 (valeurs de résonances exclues puisqu'elles annulent $\partial \bar{e}_\delta / \partial \omega$). les équations III.32 et III.34 se réduisent alors aux équations III.37 et III.38 (Annexe II.3) :

$$\bar{\Omega} = 2N \frac{\partial \delta}{\partial \omega} \bar{e}_\delta$$

équation III.37

$$DGD(L = N \times T) = L \Delta \tau \left| \frac{\sin A_{max}}{A_{max}} \right|$$

équation III.38

avec

$$\bar{e}_\delta = \frac{\sin A_{max}}{|\sin A_{max}|} \cos A_{max} \bar{e}_1 + |\sin A_{max}| \bar{e}_2$$

équation III.39

On retrouve le résultat du § 2.1 : le DGD d'une fibre optique dont les axes ont été vrillés de façon triangulaire évolue en sinus cardinal de l'amplitude maximum de rotation de la fibre ; les états principaux de polarisation ne dépendent que de A_{max} (ils sont notamment indépendants de la longueur d'onde). Lorsque A_{max} est un multiple de π , l'évolution du DGD est périodique. La figure III.29 représente les deux composantes des états principaux de polarisation calculées à l'aide des paramètres de simulation précédents. La courbe en pointillé et la courbe en trait pleins représentent respectivement les projections selon \bar{e}_1 et \bar{e}_2 des états principaux de polarisation calculés numériquement. Les cercles et les étoiles représentent respectivement les composantes selon \bar{e}_1 et \bar{e}_2 données par l'équation III.39.

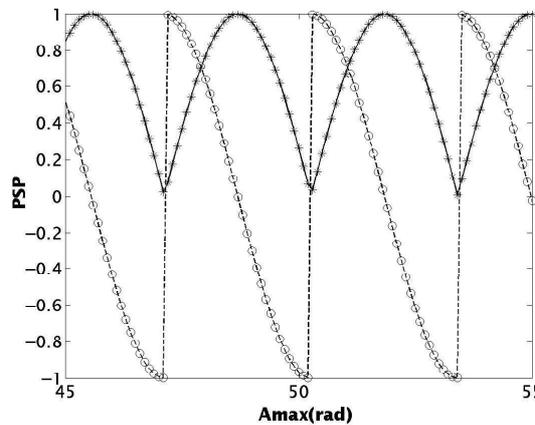


figure III.29 : Evolution des PSP en fonction de A_{max} lorsque $T < L_b$

Contrairement aux fibres de type spécial, le DGD des fibres NZDSF et RDF est donnée par une expression extrêmement simple : l'équation III.38. Comme pour les fibres de type spécial, le DGD est proportionnel au DGD local, et à la longueur L de fibre. En revanche, la dépendance aux autres paramètres A_{max} , T , β_1 est uniquement contenue dans le sinus cardinal de A_{max} . Le DGD est donc indépendant de la période T de la rotation de la fibre, et surtout il ne dépend pas explicitement de la biréfringence. La sensibilité des fibres NZDSF et RDF à la biréfringence est donc beaucoup moins importante que celle des fibres de type spécial.

2.4.4 Etude de l'enveloppe de l'évolution du DGD

Nous nous intéressons dans ce paragraphe à l'impact relatif de l'amplitude maximale de rotation A_{max} , de la période T et de la biréfringence β_l dans l'évolution du DGD. Nous faisons l'hypothèse que seule "l'enveloppe" du DGD est une information pertinente, compte tenu des effets aléatoires et de l'incertitude sur les valeurs des rotations appliquées. Pour déterminer cette enveloppe, nous négligeons le terme périodique (équation III.33) et nous cherchons les valeurs de A_{max} , T et β_l qui permettent de découpler l'évolution des termes périodiques en Δ des autres termes dans l'équation III.36 [Bouquet]. Nous obtenons ainsi une expression extrêmement simple décrivant l'enveloppe de l'évolution du DGD en fonctions de A_{max} , T et β_l :

$$NT \frac{\partial \beta_l}{\partial \omega} \frac{\sqrt{A_{max}^2 + (T\beta_l/4)^4}}{\Delta^2}$$

équation III.40

Les figures III.30 et III.31 représentent l'évolution du DGD calculé grâce à l'équation III.40 et représenté en trait continu, puis l'évolution du DGD calculé grâce à l'équation III.32 et symbolisé par des carrés. La figure III.30 et la figure III.31 représentent le DGD calculé sur une période et sur 100 périodes. Sur chaque figure, le DGD est calculé pour trois valeurs de la biréfringence, 1 rad/m, 12 et 56 rad/m. La période de 5 m est choisie pour être de l'ordre de grandeur des longueurs de battement usuelles, i.e. T compris entre 1 m et 20 m. A partir de l'équation III.40, on peut discuter plus simplement de l'impact de la biréfringence sur le DGD dans les fibres vrillées triangulairement. On constate premièrement que le produit de la biréfringence et de la période apparaît à la puissance quatre au dénominateur, et que l'amplitude de rotation maximale apparaît à la puissance deux. En fonction des valeurs relatives de la période et de la longueur de battement, l'impact du terme $(T\beta_l/4)^2$ évolue plus rapidement que le terme A_{max}^2 .

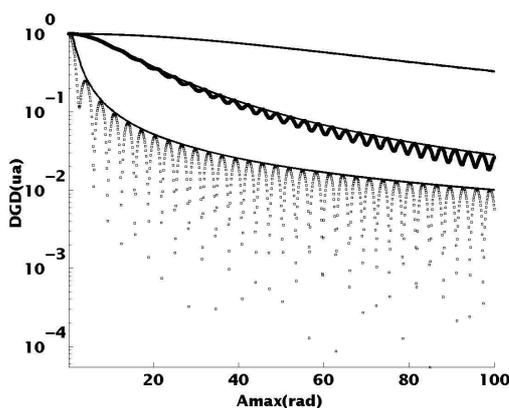


figure III.30 : Evolution du DGD et évolution de l'enveloppe du DGD en fonction de A_{max} pour une longueur de fibre $L=T$

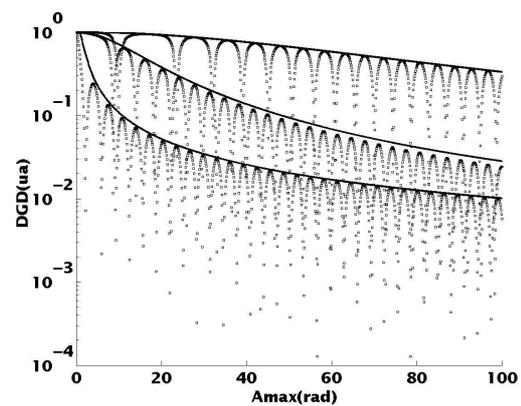


figure III.31 : Evolution du DGD et évolution de l'enveloppe du DGD en fonction de A_{max} pour une longueur de fibre $L=100T$

On note ensuite, que le DGD obtenu au bout de 1 période fixe le DGD obtenu au bout d'un nombre quelconque de période, i.e. $DGD(NT) \leq NDGD(T)$. Ce comportement est une caractéristique des fonctions de rotation périodiques, elle peut être démontrée en utilisant la décomposition de Floquet de

la matrice de Jones de la fibre vrillée. Cette décomposition permet d'écrire la matrice de Jones de n'importe quel milieu vrillé périodiquement sous la forme suivante :

$$U(z,0) = \Lambda(z) \exp - j\hat{F}z$$

équation III.41

où $\Lambda(z)$, \hat{F} sont deux matrices présentant les propriétés suivantes :

- $\Lambda(z) = \Lambda(z+T)$ avec $\Lambda(0) = I_d$
- \hat{F} est indépendant de z

Ces deux propriétés permettent de déduire que $U(NT,0) = \exp - j\hat{F}NT$. Dans le cas d'une rotation triangulaire nous avons pu obtenir une expression analytique et $\hat{F}T = \delta \hat{e}_\delta$. Dans le cas d'une rotation périodique quelconque en revanche, il est beaucoup plus difficile d'obtenir une expression analytique et on doit avoir recours à des méthodes perturbatives [Casas]. Dans tous les cas, Le vecteur \vec{F} représente une sorte de vecteur biréfringence effectif, et son module F la biréfringence effective associée au biréfringent équivalent situé entre les abscisses $z=0$ et $z=T$. Ce résultat généralise la notion de vecteur biréfringence effectif développée par [Ellison00a] lorsque la biréfringence est très faible. Ainsi, pour les grandes longueurs de fibre, on peut déterminer la forme de l'évolution du DGD à partir de l'évolution sur une période. Cette propriété de la PMD des fibres vrillées périodiquement présente un intérêt du point de vue de la mesure. Nous verrons, en effet, dans le chapitre concernant la mesure à l'aide de méthodes réflectométriques, que la PMD peut être estimée en théorie sur les fibres à faibles biréfringences à l'aide de cette notion de biréfringence effective. Dans le cas de fibres à forte biréfringence, le DGD est relié à la dérivée par rapport à la fréquence de la grandeur F .

3 Conclusion du chapitre

Nous avons étudié dans un premier temps le comportement de la PMD dans les fibres vrillées. Nous avons vu qu'une rotation périodique permet de réduire de façon significative la valeur du DGD et permet de limiter l'accumulation de vrillage parasite engendrant de la biréfringence circulaire. Nous avons vu, d'un point de vue théorique, que les vrillages périodiques permettent d'annuler périodiquement la valeur du DGD. Du fait de la présence d'une composante aléatoire dans la biréfringence, ces effets de résonance sont détruits. De fait, seule l'évolution "globale" du DGD en fonction de la biréfringence et des paramètres de vrillage possède une réelle signification. Afin de faire face aux distributions de biréfringence, des rotations modulées en amplitude et en fréquence ont récemment été proposées.

Du fait du nombre de paramètres à optimiser du point de vue théorique et technique nous avons opté pour une solution plus simple en conservant une rotation périodique mais en modifiant la forme de la rotation. Nous avons alors comparé une forme triangulaire du vrillage et une forme sinusoïdale. Il ressort de cette étude qu'un vrillage triangulaire des axes propres de la fibre offre deux avantages comparés à une rotation sinusoïdale :

- *Il permet d'obtenir une meilleure réduction du DGD ceci quelles que soient les valeurs de la biréfringence et des paramètres de vrillage.*
- *Il offre une meilleure résistance aux contraintes de torsion externes. Les oscillations du DGD observées aux faibles valeurs de torsions lorsque la rotation de la fibre est sinusoïdale sont pratiquement éliminées lorsque la rotation de la fibre est triangulaire.*

Nous avons ensuite étudié le vrillage triangulaire de façon analytique. Nous avons pu obtenir une expression simple qui majore les valeurs de DGD et permet d'obtenir aisément le comportement global en fonction de la biréfringence et des paramètres de vrillage.

Nous mentionnons cependant qu'une rotation triangulaire parfaite est impossible à obtenir du point de vue technique. Il est en effet mécaniquement impossible d'inverser instantanément le sens de rotation de la fibre. Ainsi, lorsqu'un profil de rotation triangulaire est théoriquement visé, le profil de rotation obtenu réellement, présente nécessairement des temps d'arrêt. L'effet de ces temps d'arrêt sur la valeur du DGD reste à approfondir. Nous verrons cependant au chapitre IV, que le profil de rotation triangulaire obtenu sur fibre est très proche d'un profil de rotation triangulaire réel. On peut donc estimer que les résultats théoriques présentés dans ce chapitre restent raisonnablement valables dans la réalité.