

i j

Calcul analytique des paramètres de la machine à induction polyphasée

Comme montré dans l'équation 2-5, la matrice de résistance statorique est diagonale, chaque phase a sa propre résistance, et pour un bobinage équilibré les résistances des différentes phases se valent. Pour un bobinage statorique caractérisé par : « p » : nombre de paires de pôles, « spp » : nombre d'encoches par pôle et par phase, « n_{cds} » : nombre de conducteurs par encoche, « S_{cds} » : la section d'un conducteur, « a » : nombre de voies en parallèle, « L_{ew} » : longueur d'une tête de bobine et « L_z » : longueur active de la machine, la résistance statorique peut être exprimée comme suit :

$$R_s = \rho \cdot n_{cds} \cdot spp \cdot \frac{2(L_z + L_{ew})}{S_{cds}} \cdot \frac{p}{a^2} \quad 2-48$$

Tel que « ρ » est la résistivité du matériau utilisé pour les conducteurs statoriques (généralement le cuivre ou l'aluminium).

Il faut noter que la résistance statorique exprimée par l'équation 2-48 ne tient pas compte de l'effet de peau, qui est généralement négligeable pour les bobinages classiques à fils ronds (section des fils généralement faible) aux fréquences considérées.

2.2.1.2 Au niveau du rotor

Au niveau du rotor, la matrice de résistance rotorique est exprimée dans l'équation 2-7, où la résistance d'une barre rotorique et la résistance d'une portion d'anneau apparaissent. Pour une barre rotorique de section « S_{cd_r} » et de longueur « L_z », la résistance « en courant continu » ou « DC » est exprimée comme suit :

$$R_{b_{DC}} = \rho \cdot \frac{L_z}{S_{cd_r}} \quad 2-49$$

Les barres d'une cage rotoriques ont généralement une section considérable, l'effet de peau ne peut donc pas être toujours négligé (surtout du fait des harmoniques, si la fréquence des courants rotoriques est importante), le coefficient d'effet de peau peut être exprimé comme suit [38] :

$$K_p = \chi \cdot \frac{\sinh(2\chi) + \sin(2\chi)}{\cosh(2\chi) - \cos(2\chi)} \quad 2-50$$

Tel que :

$$\chi = H_b \cdot \sqrt{\pi \cdot g \cdot f_s \cdot \frac{\mu_0}{\rho} \cdot \frac{W_b}{R_{rotor} \cdot \epsilon_r}} \quad 2-51$$

Tel que : « H_b » est la profondeur radiale d'une barre, « W_b » est la largeur moyenne d'une barre (en unité de longueur), « ϵ_r » est l'ouverture d'encoche rotorique en radians, « R_{rotor} » est le rayon du rotor, « g » est le glissement, « f_s » est la fréquence des courants statoriques.

La résistance « en courant alternatif » ou « AC » est donc :

$$R_{b_{AC}} = K_p \cdot R_{b_{DC}} \quad 2-52$$

Il faut noter que de façon générale, les machines à induction fonctionnent à des faibles valeurs de glissement, et donc le facteur d'effet de peau exprimé dans l'équation 2-50 est proche de « 1 » pour les glissements faibles (faible fréquence rotorique fondamentale). Ce facteur tient compte uniquement de l'harmonique fondamental du courant rotorique. On note que les autres harmoniques, sont généralement à des fréquences beaucoup plus élevées, et peuvent avoir des amplitudes importantes, et peuvent donc amplifier considérablement l'effet de peau.

La résistance d'une portion de l'anneau de court-circuit est généralement déterminée de la même manière, avec la considération de « L_{er} » : longueur de portion de l'anneau et « S_{er} » comme section.

2.2.2 Calcul des inductances

Pour calculer les matrices inductances (dans la base naturelle) d'une machine à induction polyphasée, l'approche par fonction de bobinage est utilisée [60].

2.2.2.1 Notions sur la fonction de bobinage et de densité de conducteurs

La fonction de bobinage est un outil qui représente les contributions spatiales, c.à.d. les caractéristiques géométriques de la machine, dans la création d'un champ tournant, indépendamment des contributions temporelles dues à l'alimentation. En d'autres termes, cet outil permet d'étudier l'influence du bobinage adopté dans une machine, et de pouvoir l'adapter en fonction de l'alimentation.

La force magnétomotrice FMM de la machine est issue d'une interaction entre le courant du stator (harmoniques de temps) et la distribution des conducteurs de phases dans les encoches (harmoniques d'espace). Pour cela on peut exprimer la FMM comme le produit scalaire d'un vecteur courant (dans la base naturelle) et d'un vecteur fonction de bobinage comme suit :

$$f_{mm}(\theta_s, t) = \sum_{n=0}^{N_{ph}-1} i_n(t) W_n(\theta_s) \quad 2-53$$

Tel que : « N_{ph} » est le nombre de phases, « n » est l'indice d'une phase, $W_n(\theta_s)$ est la fonction de bobinage de la phase « n » et « θ_s » est l'angle géométrique du stator.

La Figure 2.3 illustre un exemple de représentation de distribution de bobinage dans un stator à 5 phases, 20 encoches et 8 pôles. Le bobinage est dentaire à double couche, avec un nombre d'encoches par pôle et par phase : « $spp = 0.5$ » (le stator utilisé dans l'étude par Eléments-Finis présentée dans la section 1.2.6.1).

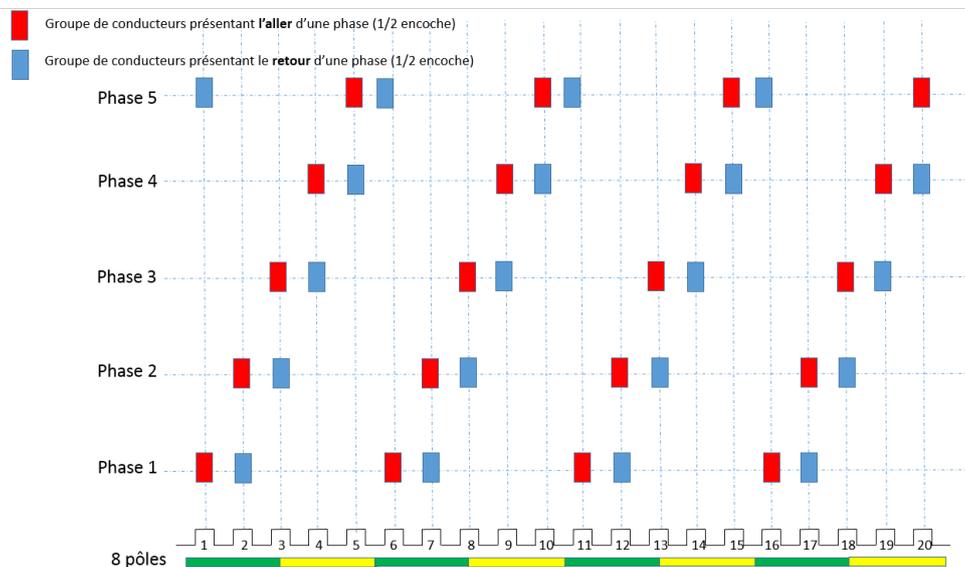


Figure 2.3 : Exemple de distribution des bobines dans un stator à 5 phases, 20 encoches et 8 pôles.

Dans cette représentation, chaque phase est constituée de 4 bobines (une bobine par paire de pôles), chaque bobine est constituée d'un groupe de conducteurs « aller » (en rouge), positionné dans une demi-encoche, et un groupe de conducteurs « retour » (en bleu), inséré dans la moitié de l'encoche adjacente (particularité de ce bobinage dentaire à double-couche). On remarque que le principe de « circularité » entre les phases du bobinage est respecté.

Pour chaque bobinage, on définit le paramètre « indice de circularité » qui caractérise le décalage (en nombre d'encoches statoriques) entre deux phases successives. On remarque que

ce paramètre est : « $i_c = 1$ » pour le bobinage de la Figure 2.3. Pour un bobinage où « $2.spp$ » est entier, ce paramètre peut être exprimé comme suit :

$$i_c = \frac{N_s}{N_{ph} \cdot p} \quad 2-54$$

Tel que : « N_s » est le nombre d'encoches statoriques, « N_{ph} » est le nombre de phases et « p » étant le nombre de paires de pôles.

Pour un bobinage polyphasé, on peut donc définir la notion de périodicité spatiale, qui correspond au nombre minimal d'encoches que l'on doit parcourir pour caractériser entièrement une phase du bobinage. De façon générale, cette périodicité « N'_s » se calcule comme suit :

$$N'_s = \frac{N_s}{\text{pgcd}(N_s, p)} \quad 2-55$$

Par exemple pour le bobinage étudié (Figure 2.3), la périodicité spatiale est :

$$N'_s = \frac{20}{\text{pgcd}(20, 4)} = 5$$

Les forces électromotrices des phases statoriques doivent être déphasées entre elles de « $2\pi_{elec}/N_{ph}$ », une condition doit donc être vérifiée : l'indice de circularité « i_c » doit être multiple du nombre d'encoches par période spatiale « N'_s » divisé par le nombre de phases « N_{ph} ».

La Figure 2.4 illustre la fonction de bobinage correspondante à la représentation de la Figure 2.3.

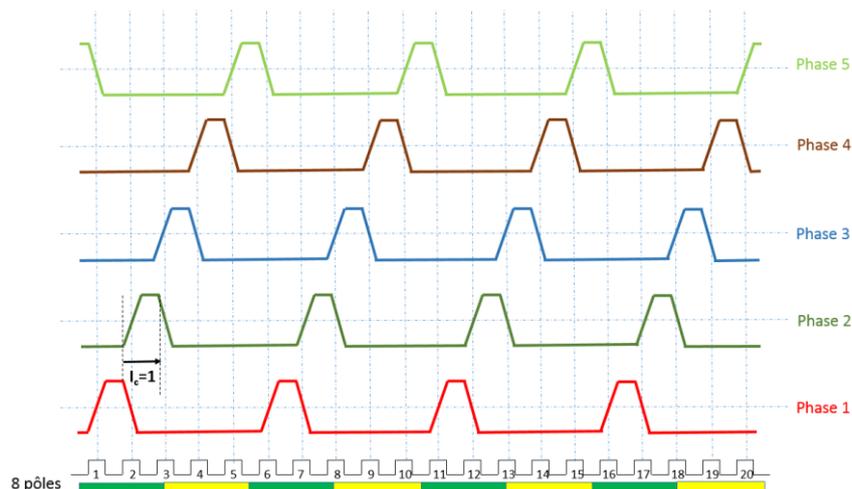


Figure 2.4 : Fonction de bobinage du stator à 5 phases, 20 encoches et 8 pôles.

Pour chaque phase, on remarque que la fonction de bobinage est à sa valeur maximale entre l'aller et le retour d'une bobine (entre deux encoches adjacentes dans ce cas de bobinage), et elle est à sa valeur minimale en dehors de cette zone. Cette fonction, dont la valeur moyenne est nulle, peut être exprimée pour une phase « n » comme suit :

$$W_n(\theta_s) = W_0(\theta_s - n \cdot i_c \cdot \frac{2\pi}{N_s}) \quad 2-56$$

Tel que $n = 0, 1, \dots, N_{ph}-1$. « $W_0(\theta_s)$ » est donc la fonction de bobinage de la phase 1, considérée comme référence. Pour les autres phases, la fonction « $W_n(\theta_s)$ » est donc obtenue par un simple décalage spatial (en respectant la notion de circularité).

Une autre fonction peut caractériser le bobinage d'une machine électrique, c'est « la fonction de densité de conducteurs : $D_n(\theta_s)$ » qui est définie comme suit :

$$D_n(\theta_s) = \frac{1}{R_{int_s}} \frac{dW_n(\theta_s)}{d\theta_s} \quad 2-57$$

Tel que « R_{int_s} » est le rayon intérieur statorique. La fonction de densité de conducteurs représente donc le nombre de conducteurs par unité de longueur pour une position angulaire « θ_s » dans la périphérie interne du stator. La Figure 2.5 illustre cette fonction pour le bobinage de la Figure 2.3.

Par rapport à une phase donnée, on remarque que cette fonction est constante dans les encoches qui contiennent les conducteurs de la phase, et elle est nulle en dehors de ces encoches. La valeur crête de cette fonction, qui s'alterne en séquences positives et négatives, représente le nombre de conducteurs d'une phase, contenus dans une demi-encoche, divisé par l'ouverture d'encoche.

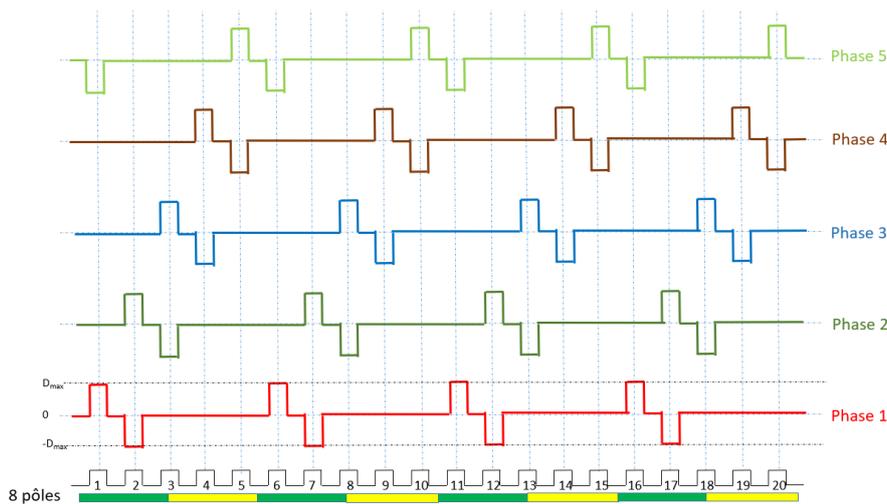


Figure 2.5 : Fonction de densité de conducteurs du stator à 5 phases, 20 encoches et 8 pôles.

Les fonctions de bobinage et de distribution de conducteurs, peuvent être exprimées de façon adimensionnelle, comme suit :

$$w_n(\theta_s) = \frac{1}{n_{cd,s}} W_n(\theta_s) \quad 2-58$$

$$d_n(\theta) = \frac{R_{int_s} \varepsilon_s}{n_{cd,s}} D_n(\theta_s) \quad 2-59$$

Tel que : « $n_{cd,s}$ » est le nombre de conducteurs par encoche statorique et « ε_s » est l'ouverture angulaire de l'encoche au stator.

En remplaçant les expressions 2-57 et 2-58 dans l'expression 2-59 :

$$d_n(\theta_s) = \varepsilon_s \frac{dw_n(\theta_s)}{d\theta_s} \quad 2-60$$

2.2.2.2 Formulation matricielle

La fonction de densité de conducteurs peut être représentée sous forme de matrice qui comprend toutes les phases [61].

$$\underline{D} = \left(\overrightarrow{d_0^{N_s}} \quad \dots \quad \overrightarrow{d_n^{N_s}} \quad \dots \quad \overrightarrow{d_{N-1}^{N_s}} \right) \quad 2-61$$

Tel que $\overrightarrow{d_n^{N_s}}$ représente le vecteur de fonction de distribution des conducteurs de la phase « n » sur les « N_s » encoches statoriques (dimension du vecteur = N_s).

De même, la matrice de fonction de bobinage, contient les vecteurs colonnes $\overrightarrow{w_n^{N_s}}$.

$$\underline{W} = \left(\overrightarrow{w_0^{N_s}} \quad \dots \quad \overrightarrow{w_n^{N_s}} \quad \dots \quad \overrightarrow{w_{N-1}^{N_s}} \right) \quad 2-62$$

Pour le cas du bobinage représenté dans la Figure 2.3, la matrice de distribution de conducteurs peut s'écrire comme suit :

$$\underline{D} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

La matrice de fonction de bobinage peut être obtenue par intégration discrète de la matrice de densité de conducteurs D.

2.2.2.3 Méthode de calcul des matrices inductances

Dans une machine à induction, aussi bien l'inductance d'une phase statorique que d'une phase rotorique est composée de deux termes, un correspondant à la partie du champ magnétique qui traverse l'entrefer (terme dit « magnétisant » avec l'hypothèse d'un champ

magnétique parfaitement radial dans l'entrefer), et l'autre correspondant à la partie du champ qui reste dans le fer sous forme de fuites magnétiques [60]. La matrice d'inductance totale, lié à un bobinage polyphasé de façon générale, peut être exprimée comme suit :

$$\underline{L} = \underline{L}_{\text{mag}} + \underline{L}_{\text{fuite}} \quad 2-63$$

Pour un bobinage à « N_{ph} » phases (placé dans le même circuit magnétique : stator ou rotor), l'inductance magnétisante s'écrit sous forme de matrice de dimension « $N_{\text{ph}} \times N_{\text{ph}}$ » :

$$\underline{L}_{\text{mag}} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1N} \\ L_{21} & L_{22} & \ddots & L_{2N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \dots & L_{NN} \end{bmatrix} \quad 2-64$$

L'inductance « L_{ij} » entre les deux bobines « i » et « j », dépend du flux créé par la bobine « i » et capté par la bobine « j ». En calculant ce flux, l'inductance peut être déterminée. Afin de calculer ce flux, le champ magnétique doit être déterminé à base de la force magnétomotrice, qui à son tour dépend de la longueur des lignes de champ dans l'entrefer. Du point de vue magnétique, la longueur de l'entrefer est augmentée à cause de l'effet des encoches au stator et au rotor pour une machine à rotor à cage, ce qui est représenté classiquement par le coefficient de Carter, ce dernier peut être déterminé comme suit [38] :

- Le coefficient de Carter au niveau du stator :

$$K_{C_s} = \frac{\tau_s}{\tau_s - \gamma_s} \quad 2-65$$

$$\tau_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{\text{int}_s}}{N_s} \quad 2-66$$

$$\gamma_s = \frac{E_{O_s}^2}{5 \cdot e + E_{O_s}} \quad 2-67$$

Tel que : « K_{C_s} » est le coefficient de Carter au stator, « τ_s » est le pas d'encoche au stator, « R_{int_s} » est le rayon interne du stator, « N_s » est le nombre d'encoches au stator, « γ_s » est un coefficient qui dépend de l'ouverture d'encoche au stator et de l'entrefer, « E_{O_s} » est l'ouverture d'encoche statorique en unité de longueur, « e » est la longueur de l'entrefer mécanique.

- Le coefficient de Carter au niveau du rotor :

$$K_{C_r} = \frac{\tau_r}{\tau_r - \gamma_r} \quad 2-68$$

$$\tau_r = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{\text{rotor}}}{N_{\text{bar}}} \quad 2-69$$

$$\gamma_r = \frac{E_{O_r}^2}{5 \cdot e + E_{O_r}} \quad 2-70$$

Tel que : « K_{C_r} » est le coefficient de Carter au rotor, « τ_r » est le pas d'encoche au rotor, « R_{rotor} » est le rayon du rotor, « N_{bar} » est le nombre d'encoches au rotor, « γ_r » est un

coefficient qui dépend de l'ouverture d'encoche au rotor et de l'entrefer, « E_{or} » est l'ouverture d'encoche au rotor en unité de longueur, « e » est la longueur de l'entrefer mécanique.

- Le coefficient de Carter global est :

$$K_c = K_{cs} \cdot K_{cr} \quad 2-71$$

L'entrefer équivalent avec prise en compte du coefficient de Carter est alors :

$$e' = K_c \cdot e \quad 2-72$$

En considérant que le champ dans l'entrefer est parfaitement radial (1D), l'induction magnétique engendrée par la phase « i », sans tenir compte de l'effet de réluctance (considération d'un entrefer constant équivalent), peut être déterminée comme suit :

$$B_i(\theta_s) = \frac{\mu_0}{e'} W_i(\theta_s) i_i \quad 2-73$$

« i_i » étant le courant dans la bobine « i ».

Le flux capté par la bobine « j » est :

$$\phi_j(\theta_s) = \int_0^{2\pi} W_j(\theta_s) B_i(\theta_s) R_{ints} \cdot L_z d\theta_s \quad 2-74$$

Tel que : « L_z » est la longueur active de la machine et le terme « $R_{ints} \cdot L_z d\theta_s$ » représente la surface élémentaire associée au flux magnétique.

En remplaçant l'expression de l'induction engendrée par la bobine « i » :

$$\phi_j(\theta_s) = \frac{\mu_0}{e'} R_{ints} L_z i_i \int_0^{2\pi} W_i(\theta_s) W_j(\theta_s) d\theta_s \quad 2-75$$

En utilisant les fonctions de bobinage adimensionnelles :

$$\phi_j(\theta_s) = \frac{\mu_0}{e'} R_{ints} L_z i_i n_{cd_i} n_{cd_j} \int_0^{2\pi} w_i(\theta_s) w_j(\theta_s) d\theta_s \quad 2-76$$

Donc l'inductance « L_{ij} » peut être exprimée comme suit :

$$L_{ij}(\theta_s) = \frac{\mu_0}{e'} R_{ints} L_z n_{cd_i} n_{cd_j} \int_0^{2\pi} w_i(\theta_s) w_j(\theta_s) d\theta_s \quad 2-77$$

Calcul des inductances magnétisantes au niveau du stator et du rotor

Afin de calculer les matrices inductances magnétisantes au niveau du stator et du rotor, l'expression de l'inductance dans l'équation 2-77 peut être utilisée (il est rappelé que le champ d'entrefer est alors supposé radial). L'intégration peut se faire par le produit scalaire des vecteurs de fonction de bobinage, par exemple l'inductance mutuelle entre les deux phases « i » et « j » du stator peut s'écrire comme suit :

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{e'} R_{ints} L_z n_{cd_s}^2 \vec{w}_i \cdot \vec{w}_j \cdot \frac{2\pi}{N_s} \quad 2-78$$

Par conséquent la matrice de l'inductance magnétisante peut être déterminée par le produit matriciel basé sur la matrice de fonction de bobinage « \underline{W} ».

- La matrice d'inductance magnétisante au stator peut être déterminée comme suit :

$$L_{S_{mag}} = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s}^2 \underline{W}'_s \cdot \underline{W}_s \cdot \frac{2\pi}{N_s} \quad 2-79$$

Tel que \underline{W}_s est la matrice de fonction de bobinage statorique (déterminée par l'intégration discrète sur le pas d'encoche de la matrice de densité de conducteurs).

- Au niveau du rotor la même démarche est utilisée :

$$L_{r_{mag}} = \frac{\mu_0}{e'} R_{rotor} L_z n_{cd_r}^2 \underline{W}'_r \cdot \underline{W}_r \cdot \frac{2\pi}{N_{bar}} \quad 2-80$$

Le rotor étant modélisé comme un bobinage dentaire double couche (Figure 2.1), la matrice \underline{W}_r peut être déterminée par intégration discrète de la matrice \underline{D}_r , cette dernière est de dimension « $N_{bar} \times N_{bar}$ » peut être écrite comme suit :

$$\underline{D}_r = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & \dots & \dots & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & -0.5 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0.5 \end{bmatrix}$$

Le nombre de conducteurs considéré pour une encoche rotorique « n_{cd_r} » est égal à 2, car chaque encoche rotorique est remplie par deux demi-bobines rotoriques équivalentes (Figure 2.1).

2.2.2.5 Calcul des inductances de fuite

L'inductance de fuite correspond aux lignes du champ magnétique qui se rebouclent autour d'une encoche, et donc restent dans le fer et ne passent pas à l'entrefer. L'estimation de ces inductances ne peut pas se faire avec la modélisation analytique de base mais par un calcul complémentaire. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour ce type de calcul [62], et la méthode que l'on va adopter consiste à considérer que les lignes de champ sont perpendiculaires aux faces de l'encoche et se referment dans le fer de façon à former un contour fermé autour des conducteurs sources, comme illustré dans la Figure 2.6 [60][61].

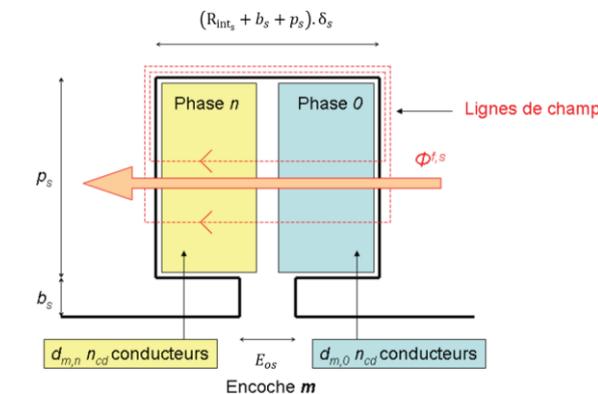


Figure 2.6 : Modélisation du flux de fuite d'une encoche statorique.

En considérant que les lignes de champ sont perpendiculaires à l'encoche, que la phase 0 dans la Figure 2.6 constitue la source, l'expression du champ magnétique H traversant l'encoche « m » du stator est :

$$H = d_{m,0} n_{cd_s} I_0 \left(\frac{1}{3(R_{int_s} + b_s + p_s) \cdot \delta_s} + \frac{1}{E_{os}} \right) \quad 2-81$$

Tel que : « $d_{m,0}$ » est la valeur de la fonction de densité de conducteurs de la phase 0 dans l'encoche « m », « I_0 » est le courant de la phase 0, « b_s » est la hauteur du bec d'encoche statorique, « p_s » est la hauteur d'encoche statorique, « δ_s » est l'angle de l'encoche statorique.

L'expression du flux capté par un conducteur quelconque dans l'encoche « m » est alors :

$$\phi^{f,s} = \mu_0 d_{m,0} n_{cd_s} L_z I_0 \left(\frac{p_s}{3(R_{int_s} + b_s + p_s) \cdot \delta_s} + \frac{b_s}{E_{os}} \right) \quad 2-82$$

Le flux total capté par les conducteurs de la phase « n » placés dans l'encoche « m » est alors :

$$\phi_n^{f,s} = d_{m,n} n_{cd_s} \phi^{f,s} = \mu_0 d_{m,0} d_{m,n} n_{cd_s}^2 L_z I_0 \left(\frac{p_s}{3(R_{int_s} + b_s + p_s) \cdot \delta_s} + \frac{b_s}{E_{os}} \right) \quad 2-83$$

En divisant le flux par le courant, on obtient l'inductance de fuite mutuelle entre les conducteurs des deux phases « 0 » et « n » placés dans l'encoche « m » :

$$l_{n,m}^{fuite} = \mu_0 d_{m,0} d_{m,n} n_{cd_s}^2 L_z \left(\frac{p_s}{3(R_{int_s} + b_s + p_s) \cdot \delta_s} + \frac{b_s}{E_{os}} \right) \quad 2-84$$

L'inductance de fuite mutuelle totale entre deux phases « i » et « j » peut donc être exprimée comme suit :

$$l_{ij}^{fuite} = \mu_0 n_{cd_s}^2 L_z \left(\frac{p_s}{3(R_{int_s} + b_s + p_s) \cdot \delta_s} + \frac{b_s}{E_{os}} \right) \overrightarrow{d_i^{N_s}} \cdot \overrightarrow{d_j^{N_s}} \quad 2-85$$

De façon générale, la matrice d'inductance de fuite au stator peut donc être déterminée par le produit matriciel de $\underline{D_s}$ par sa transposée :

$$L_{s\text{fuite}} = \mu_0 n_{cd_s}^2 L_z \left(\frac{p_s}{3(R_{int_s} + b_s + p_s) \cdot \delta_s} + \frac{b_s}{E_{os}} \right) \cdot \underline{D_s}' \cdot \underline{D_s} \quad 2-86$$

On notera que l'exemple montré dans la Figure 2.6, la disposition des conducteurs correspond plutôt aux machines double couches à bobinage dentaire (un bobinage concentré autour des dents), donc dans chaque encoche deux différentes phases sont insérées. Si on prend l'exemple du bobinage de la Figure 2.3 (dont la matrice $\underline{D_s}$ est précisée à la fin de la section 2.2.2.2), le produit matriciel « $\underline{D_s}' \cdot \underline{D_s}$ » est donc :

$$\underline{D_s}' \cdot \underline{D_s} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Pour ce bobinage, le flux de fuite de la phase « 1 » par exemple, est capté par la phase « 1 » elle-même (ce qui correspond à l'inductance de fuite propre), et il est également capté par les phases « 2 » et « 5 » (ce qui correspond aux inductances de fuites mutuelles). La phase « 1 » n'a donc pas d'inductance de fuite mutuelle avec les phases « 3 » et « 4 », puisque ces deux phases ne sont jamais insérées avec la phase « 1 » dans la même encoche (voir la Figure 2.3).

Cette méthode de détermination de la matrice d'inductance de fuite est aussi valable pour les bobinages à simple couche. Si on prend l'exemple d'un bobinage à 3 phases, à 6 encoches statoriques, avec un pas diamétral en simple couche, dont la matrice \underline{D}_s est :

$$\underline{D}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le produit matriciel « $\underline{D}_s' \cdot \underline{D}_s$ » est donc :

$$\underline{D}_s' \cdot \underline{D}_s = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

On remarque qu'il n'y a pas de flux de fuite mutuels entre des phases différentes, (la matrice d'inductance de fuite est une matrice diagonale), car chaque encoche ne contient que les conducteurs d'une seule phase.

La matrice d'inductance de fuite rotorique peut être déterminée de la même manière, compte tenu de la modélisation de la cage par un bobinage dentaire à double couche équivalent, chaque encoche rotorique peut donc être représentée comme dans la Figure 2.6 (avec des approximations de la géométrie).

2.2.2.6 Calcul des coefficients d'inductance mutuelle stator-rotor

L'inductance mutuelle entre une phase « n » du stator et une phase « k » du rotor, peut être exprimée en se basant sur l'équation 2-77. Vu qu'il s'agit d'une phase au stator et d'une autre au rotor, l'angle mécanique « θ_m » du rotor doit apparaître dans la fonction de bobinage de la phase « k » :

$$L_{sr,n,k}(\theta_m) = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} \int_0^{2\pi} w_n(\theta_s) w_k(\theta_s - \theta_m) d\theta_s \quad 2-87$$

L'inductance mutuelle stator-rotor est caractérisée par une variation périodique en fonction de l'angle mécanique du rotor « θ_m », elle contient donc plusieurs harmoniques, dits d'espace, comme illustré dans l'équation 2-10, qui montre que chaque terme de la matrice d'inductance mutuelle stator-rotor dans la base naturelle est une somme de plusieurs harmoniques d'espace. Chaque harmonique d'inductance, est caractérisé par le coefficient complexe « $(\widehat{M}_{sr})_k$ » (exprimé dans l'équation 2-11). Afin de calculer ces coefficients complexes de l'inductance mutuelle, il est nécessaire de développer la fonction de densité de conducteurs « $d_n(\theta_s)$ » en série de Fourier [63]. Une fonction de densité de conducteurs,

comme celle illustrée dans la Figure 2.5, pour une phase « n » donnée « $d_n(\theta_s)$ », peut être écrite sous forme discrète (sur « N_s » encoches statoriques) comme suit :

$$d_n(\theta_s) = \sum_{q=0}^{N_s-1} d_{q,n} \cdot \Pi_{\varepsilon_s} \left(\theta_s - q \frac{2\pi}{N_s} \right) \quad 2-88$$

Tel que « $d_{q,n}$ » est la distribution des conducteurs de la phase « n » dans l'encoche « q », et « Π_{ε_s} » est une fonction carrée, de largeur « ε_s » (ouverture d'encoche), centrée sur zéro, et dont le développement en série de Fourier est :

$$\Pi_{\varepsilon_s}(\theta_s) = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi v} \sin \left(v \frac{\varepsilon_s}{2} \right) e^{jv\theta_s} \quad 2-89$$

Le développement en série de Fourier de la fonction de densité de conducteurs adimensionnelle « $d_n(\theta_s)$ » peut donc être exprimé comme suit :

$$d_n(\theta_s) = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi v} \sin \left(v \frac{\varepsilon_s}{2} \right) \cdot \left(\sum_{q=0}^{N_s-1} d_{q,n} \cdot e^{-j \cdot v \cdot q \cdot \frac{2\pi}{N_s}} \right) \cdot e^{jv\theta_s} \quad 2-90$$

En utilisant l'équation 2-60, on obtient la fonction de bobinage adimensionnelle (développée en série de Fourier) :

$$w_n(\theta_s) = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{j\varepsilon_s \pi v^2} \sin \left(v \frac{\varepsilon_s}{2} \right) \cdot \left(\sum_{q=0}^{N_s-1} d_{q,n} \cdot e^{-j \cdot v \cdot q \cdot \frac{2\pi}{N_s}} \right) \cdot e^{jv\theta_s} \quad 2-91$$

Chaque harmonique d'espace de la distribution de bobinage est lié à un « facteur de bobinage harmonique ». Ces facteurs de bobinages, peuvent être calculés par une méthode développée dans la publication [63]. Cette méthode consiste à écrire un facteur de bobinage statorique « $K_{w_{s,v}}$ », lié à l'harmonique « v », sous une forme complexe obtenue par la transformée de Fourier discrète de la séquence « $d_{q,0}$ » (phase 0) :

$$\widehat{K_{w_{s,v}}} = \frac{N_{ph}}{N_s} \sum_{q=0}^{N_s-1} d_{q,0} \cdot e^{-j \cdot v \cdot q \cdot \frac{2\pi}{N_s}} \quad 2-92$$

La fonction de bobinage « $w_n(\theta_s)$ » devient alors :

$$w_n(\theta_s) = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \left(\widehat{w_{s,0}} \right)_v \cdot e^{-j \cdot v \cdot i \cdot c \cdot n \cdot \frac{2\pi}{N_s}} \cdot e^{jv\theta_s} \quad 2-93$$

Tel que :

$$\left(\widehat{w_{s,0}} \right)_v = \frac{1}{j\varepsilon_s \pi v^2} \sin \left(v \frac{\varepsilon_s}{2} \right) \frac{N_s}{N_{ph}} \widehat{K_{w_{s,v}}} \quad 2-94$$

En remplaçant l'équation 2-93 dans l'équation 2-87, on obtient :

$$L_{sr,n,k}(\theta_m) = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} \int_{\theta_s=0}^{2\pi} \left(\sum_{v=-\infty}^{+\infty} (\widehat{W_{s,0}})_v \cdot e^{-j.v.i_c.n \frac{2\pi}{N_s}} \cdot e^{jv\theta_s} \right) \left(\sum_{u=-\infty}^{+\infty} (\widehat{W_{r,0}})_u \cdot e^{-j.u.k \frac{2\pi}{N_{bar}}} \cdot e^{ju(\theta_s - \theta_m)} \right) d\theta_s \quad 2-95$$

Dans l'équation 2-95, l'intégrale est toujours nul, sauf pour le cas où « $u=-v$ », dans ce cas on obtient :

$$L_{sr,n,k}(\theta_m) = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} \sum_{v=-\infty}^{+\infty} 2\pi \cdot (\widehat{W_{s,0}})_v (\widehat{W_{r,0}})_{-v} \cdot e^{jv \cdot (\theta_m - i_c \cdot n \frac{2\pi}{N_s} + k \frac{2\pi}{N_{bar}})} \quad 2-96$$

En prenant la partie réelle de l'équation 2-96 :

$$L_{sr,n,k}(\theta_m) = \sum_{v=1}^{+\infty} 2 \operatorname{Real}(\widehat{M_{sr}})_v \cos \left(\theta_m - i_c \cdot n \cdot \frac{2\pi}{N_s} + k \cdot \frac{2\pi}{N_{bar}} \right) \quad 2-97$$

Tel que :

$$(\widehat{M_{sr}})_v = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} 2\pi \frac{\sin(v \frac{\epsilon_s}{2})}{\epsilon_s \pi v^2} \frac{N_s}{N_{ph}} \widehat{K_{ws,v}} \frac{\sin(v \frac{\epsilon_r}{2})}{\epsilon_r \pi v^2} \frac{N_{bar}}{N_{bar}} K_{wr,v} \quad 2-98$$

Tel que « $K_{wr,v}$ » est le facteur de bobinage rotorique :

$$K_{wr,v} = \sin \left(v \frac{\pi}{N_{bar}} \right) \quad 2-99$$

Donc l'équation 2-98 devient :

$$(\widehat{M_{sr}})_v = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} 2\pi \frac{\sin(v \frac{\epsilon_s}{2})}{\epsilon_s \pi v^2} \frac{N_s}{N_{ph}} \widehat{K_{ws,v}} \frac{\sin(v \frac{\epsilon_r}{2})}{\epsilon_r \pi v^2} \sin \left(v \frac{\pi}{N_{bar}} \right) \quad 2-100$$

Le développement a été fait de façon générale pour une machine à induction qui génère des harmoniques d'espace « v » (v : nombre entier). Or, comme expliqué dans la section 2.1.2.4 (plus précisément l'équation 2-24), pour un bobinage ayant un nombre entier d'encoches par paire de pôles et par phase, c.à.d. $2.spp = \text{entier}$ (incluant les bobinages fractionnaires particuliers comme $spp = 0.5, 1.5 \dots$), les harmoniques d'espace générés sont des multiples du nombre de paires de pôles, donc « v » est remplacé par « $v.p$ » dans l'équation 2-100 :

$$(\widehat{M_{sr}})_{vp} = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} 2\pi \frac{\sin(v.p \frac{\epsilon_s}{2})}{\epsilon_s \pi (v.p)^2} \frac{N_s}{N_{ph}} \widehat{K_{ws,v}} \frac{\sin(v.p \frac{\epsilon_r}{2})}{\epsilon_r \pi (v.p)^2} \sin \left(v.p \frac{\pi}{N_{bar}} \right) \quad 2-101$$

Dans les cas où les ouvertures d'encoches statoriques « ϵ_s » et rotoriques « ϵ_r » sont négligeables :

$$\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\sin\left(v.p.\frac{\varepsilon}{2}\right)}{\varepsilon.\pi(v.p)^2} \rightarrow \frac{1}{2\pi(v.p)} \quad 2-102$$

Donc la formule 2-101 peut être simplifiée comme suit :

$$\widehat{(M_{sr})}_{vp} = \frac{\mu_0}{e'} R_{int_s} L_z n_{cd_s} n_{cd_r} \frac{N_s}{2\pi N_{ph}} \cdot \frac{K_{ws,v}}{(v.p)^2} \cdot \sin\left(v.p \frac{\pi}{N_{bar}}\right) \quad 2-103$$

Par ailleurs, c'est cette dernière formule simplifiée (considérant les ouvertures d'encoches négligeables) que l'on retrouve dans la publication [56] (partie Annexe).

2.3 Applications

Dans cette application, l'objectif est de valider les formules de calcul des courants rotoriques (équations : 2-34 à 2-38), du couple moyen (équations : 2-41 à 2-44) et de la démarche de détermination des composantes pulsatoires du couple (équations : 2-45 et 2-46, Table 2.3 et Table 2.4), sur un exemple de machine triphasée classique (l'utilisation d'une seule séquence d'alimentation). Les paramètres (résistances et inductances) de la machine sont calculés grâce à la démarche abordée dans la section précédente (2.2). La validation est faite par la comparaison des résultats de la démarche analytique avec des résultats de simulation par Eléments-finis. Toutes les simulations par Eléments-Finis sont faites sur le logiciel « Ansys Electronics » (Maxwell), avec des courants statoriques sinusoïdaux imposés. Le logiciel E-F, permet la prise en compte de la saturation du matériau magnétique (possibilité de considération d'un matériau ferromagnétique avec caractéristique B(H) non linéaire).

2.3.1 Application sur machine à induction à 3 phases

2.3.1.1 Caractéristiques et géométrie de la machine

La géométrie de la machine à induction triphasée choisie est illustrée dans la Figure 2.7.

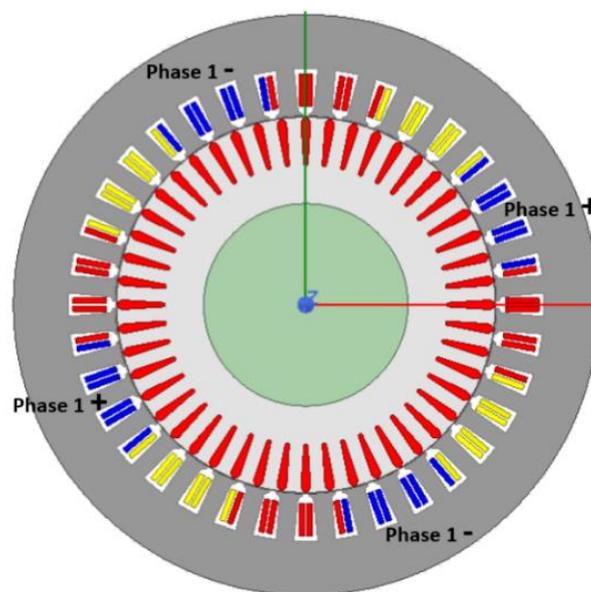


Figure 2.7 : Géométrie et schéma de bobinage de la machine à induction à 3 phases.

Les caractéristiques générales de cette machine sont :

- Nombre de phases, $N_{ph} = 3$;
- Nombre d'encoches statoriques, $N_s = 36$;
- Nombre de barres, $N_{bar} = 48$;
- Nombre de paires de pôles, $p_1 = 2$;
- Courant nominal, $I_s = 325 A_{crête}$;
- Couple nominal, $T = 72 N.m$.

La fonction de densité de conducteurs de cette machine pour la phase « 1 » sur une paire de pôles est la suivante :

$$\underline{D}_{1p} = [0.5 \quad 1 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.5 \quad -1 \quad -1 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Il s'agit d'un bobinage distribué à double couche, à pas diamétral raccourci (avec un raccourcissement de 8/9), ayant 3 encoches par pôle et par phase « spp = 3 ».

La Table 2.5 illustre les dimensions de la machine à induction triphasée au niveau du stator et du rotor.

Dimensions globales	Valeur	Dimensions des encoches	Valeur
Rayon extérieur du stator	100 mm	Ouverture d'encoche au stator	2.6 mm
Rayon intérieur du stator	62.5 mm	Hauteur d'encoche au stator	16.6 mm
Longueur d'entrefer	0.5 mm	Ouverture d'encoche au rotor	1.1 mm
Longueur active	120 mm	Hauteur de barre rotorique	16 mm
		Section de barre rotorique	43 mm ²

Table 2.5 : Dimensions de la machine à induction triphasée.

2.3.1.2 Paramètres calculés analytiquement

Afin de calculer les courants rotoriques (équations : 2-34 à 2-38) et le couple moyen (équations : 2-41 à 2-44), les matrices nécessaires sont :

- Matrice résistance rotorique
- Matrice inductance rotorique
- Matrice inductance mutuelle stator-rotor

Pour la matrice de résistance rotorique (équation 2-7), la résistance d'une barre rotorique doit être déterminée. L'équation 2-49 permet de calculer la résistance DC :

$$R_{b_{DC}} = 1.36 \times 10^{-4} \Omega$$

Comme expliqué dans la section 2.2.1.2, la résistance d'une barre rotorique est impactée par l'effet de peau, le facteur d'effet de peau (qui multiplie la résistance DC pour obtenir la résistance AC) est calculé par l'équation 2-50. Ce facteur dépend de la fréquence rotorique (et donc du glissement). La Figure 2.8 illustre la variation de ce facteur « K_p » (et de la résistance AC « $R_{b_{AC}} = K_p R_{b_{DC}}$ »), en fonction de la fréquence rotorique (pour une fréquence statorique de 50 Hz). Il faut noter que ce facteur d'effet de peau ne tient compte que de l'harmonique fondamental du courant rotorique, « K_p » ne reflète donc pas parfaitement l'effet de peau réel dans les barres, puisque les harmoniques du courant rotorique, généralement pulsant à des fréquences élevées, peuvent avoir des amplitudes considérables, ce qui exacerbe l'effet de peau. Pour la plage de glissement considérée dans cette application (inférieure à 2%), la fréquence rotorique fondamentale est généralement faible, ce facteur est donc proche de « 1 » pour les points de fonctionnement étudiés (section 2.3.1.5).

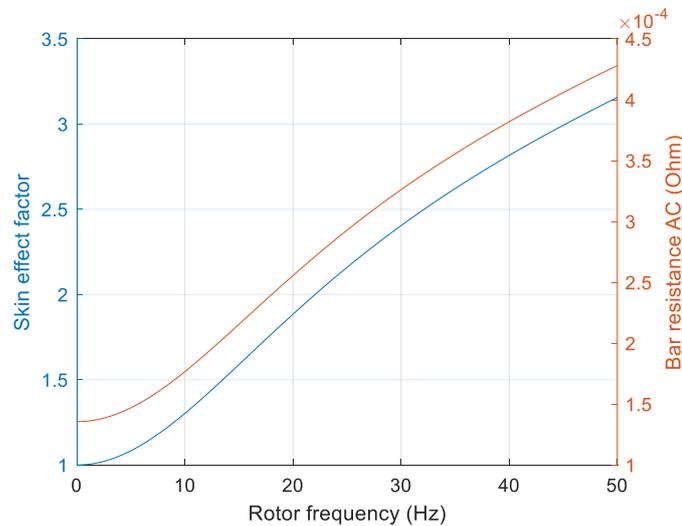


Figure 2.8 : Facteur d'effet de peau, et son impact sur la valeur de la résistance de barre AC, pour la machine triphasée à 48 barres.

La résistance d'une portion d'anneau de court-circuit est de :

$$R_{er} = 1.27 \times 10^{-6} \Omega$$

On remarque qu'elle est négligeable devant la résistance d'une barre rotorique.

La matrice d'inductance rotorique magnétisante (sans tenir compte des inductances de fuites), est déterminée par l'équation 2-80 (Matrice de dimension « $N_{bar} \times N_{bar}$ ») :

$$\underline{L_{r_{mag}}} = \begin{bmatrix} 202 & -4.3 & \dots & -4.3 \\ -4.3 & 202 & \dots & -4.3 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -4.3 & \dots & -4.3 & 202 \end{bmatrix} \times 10^{-8} \text{ H}$$

La matrice d'inductance de fuite rotorique est déterminée grâce à l'approche détaillée dans la section 2.2.2.5 (même approche pour le stator et le rotor) :

$$\underline{L_{r\text{fuite}}} = \begin{bmatrix} 6.2 & -3.1 & 0 & \dots & 0 & -3.1 \\ -3.1 & 6.2 & -3.1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -3.1 & 6.2 & -3.1 \\ -3.1 & 0 & \dots & 0 & -3.1 & 6.2 \end{bmatrix} \times 10^{-7} \text{ H}$$

L'inductance de fuite d'une portion de l'anneau de court-circuit est de :

$$L_{er} = 1.38 \times 10^{-9} \Omega$$

Comme pour la résistance, l'inductance de fuite d'une portion de l'anneau est négligeable devant l'inductance de fuite d'une barre rotorique.

Harmonique d'espace	1p	3p	5p	7p	9p	11p	13p	15p	17p	19p
$\widehat{K_{w_{s,v}}}$	0.93 + 0.16i	0.5 + 0.29i	0.09 + 0.11i	-0.02 - 0.06i	0	-0.02 + 0.06i	0.09 - 0.11i	0.5 - 0.29i	0.93 - 0.16i	0.93 + 0.16i
$K_{w_{s,v}}$	0.95	0.58	0.14	0.06	0	0.06	0.14	0.58	0.95	0.95
Coefficient complexe $(\widehat{M_{sr}})_{vp}$ [μH]	9.2 + 1.62i	1.61 + 0.93i	0.16 + 0.2i	-0.03 - 0.07i	0	-0.01 + 0.03i	0.04 - 0.04i	0.14 - 0.08i	0.18 - 0.03i	0.1 + 0.02i
Module : $M_{sr_{vp}}$ [μH]	9.35	1.85	0.26	0.07	0	0.04	0.06	0.17	0.18	0.11
Angle : $\varphi_{sr_{vp}}$ [rad]	0.174	0.524	0.873	-1.92	0	1.92	-0.873	-0.524	-0.174	0.174

Table 2.6 : Valeurs de $\widehat{K_{w_{s,v}}}$ et de $(\widehat{M_{sr}})_{vp}$ avec leurs modules pour la machine triphasée à 48 barres.

Les coefficients d'inductance mutuelle stator-rotor sont déterminés par l'équation 2-101. On remarque que les facteurs de bobinage harmoniques complexes « $\widehat{K_{w_{s,v}}}$ », définis par l'équation 2-92, sont nécessaires pour la détermination des coefficients d'inductance mutuelle « $(\widehat{M_{sr}})_{vp}$ ». La Table 2.6 montre les facteurs de bobinage harmoniques ainsi que les coefficients d'inductance mutuelle. Il faut noter que pour ce bobinage les harmoniques d'espace de rang pair ne sont pas générés en raison de l'anti-périodicité de la distribution du bobinage (on peut parler de bobinages équilibrés réguliers dans ce cas [64]).

2.3.1.3 Simulations Eléments-Finis

La machine est alimentée par un courant sinusoïdal, de fréquence « $f_s = 50 \text{ Hz}$ » et d'amplitude « $I_s = 80A_{\text{crête}}$ » (25% du courant nominal). Toutes les simulations E-F sont faites sur le logiciel Maxwell en mode transitoire avec rotation imposée au niveau du rotor, avec des courants statoriques imposés. Dans ce cas d'alimentation, la fréquence statorique étant de 50 Hz et le nombre de paires de pôles étant deux, la vitesse de synchronisme est de « $\Omega_s = \frac{f_s \cdot 60}{p} = 1500 \text{ tr/min}$ », la vitesse mécanique du rotor dépend donc du glissement imposé « g » comme paramètre d'entrée dans le modèle Maxwell, tel que « $\Omega_{\text{meca}} = \Omega_s \cdot (1 - g)$ », avec g compris entre 0 et 1.

Compte tenu de la non prise en compte de la saturation magnétique dans la modélisation analytique, les résultats E-F utilisés pour la validation de l'approche analytique ont été obtenus avec la considération d'un matériau linéaire (utilisé pour le stator et le rotor) dans le modèle E-F Maxwell.

Avec le modèle E-F-linéaire Maxwell de cette machine, deux types de simulation ont été faits :

- Simulations paramétriques avec variation de glissement « g », afin de déterminer la variation du couple moyen en fonction du glissement. Ces simulations nécessitent d'importants efforts calculatoires (plusieurs points de fonctionnement), la fréquence d'échantillonnage est donc relativement réduite (20 fois la fréquence des courants statoriques, 1000 Hz dans ce cas).
- Simulations sur un seul point de fonctionnement (une seule valeur de glissement), avec pas de temps d'échantillonnage fin (Dans cette application, fréquence d'échantillonnage de 40 000 Hz). Ces simulations ont pour objectif la détermination de signaux fins du courant rotorique et du couple (pour une analyse harmonique précise). Il peut être noté que cette simulation a nécessité plusieurs dizaines d'heures de calcul, utilisant un ordinateur muni d'une RAM de 256 GB et de deux processeurs de la famille « Intel® Xeon® E5 v4 » (16 cœurs avec fréquence de base de 2.10 Hz).

Le maillage utilisé dans le modèle éléments-finis de la machine à 3 phases est illustré dans la Figure 2.9, et ses paramètres sont détaillés dans la Table 2.7.

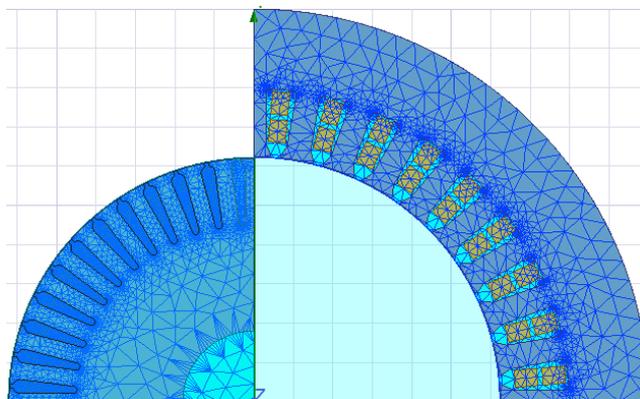


Figure 2.9 : Maillage utilisé dans le modèle E-F-linéaire de la machine à 3 phases.

Partie de la machine	Surface [mm ²]	Nombre d'éléments du maillage	Surface moyenne par élément [mm ²]
Fer statorique	3833.6 (1/4 de machine)	2189	3.3
Fer rotorique	2244.3 (1/4 de machine)	4435	1.5
Une barre rotorique	43.3	410	6.2×10^{-2}

Table 2.7 : Paramètres du maillage utilisé dans le modèle E-F-linéaire de la machine à 3 phases

2.3.1.4 Calcul des courants rotoriques

Avec une machine triphasée, une seule séquence d'alimentation est possible : « la séquence 1 ». Selon l'équation 2-24, dans une machine triphasée, la séquence statorique « $u=1$ » génère dans les courants rotoriques l'ensemble d'harmoniques : $F_u = \{1, -5, 7, -11, 13, -17, 19 \dots\}$, avec les harmoniques pairs nuls pour le bobinage choisi dans cette application. Les harmoniques du courant rotorique induits par les harmoniques spatiaux d'ordre « $v.p$ » ont pour fréquences : « $f_{r_{vp}}$ », qui sont déterminées selon l'équation 2-25.

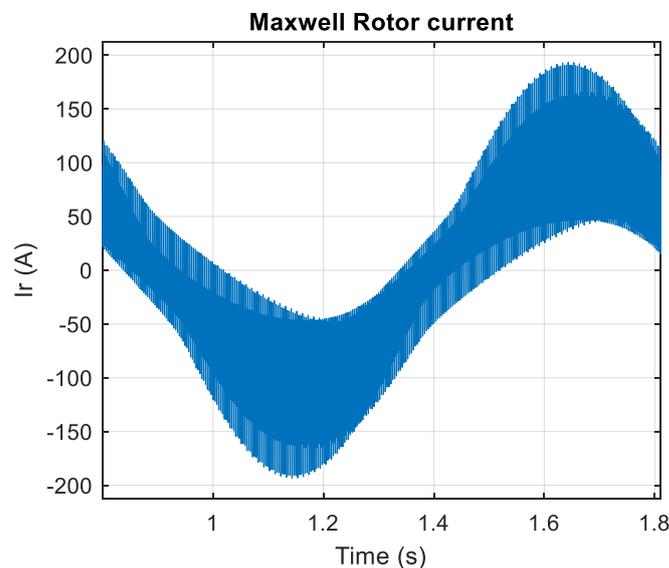


Figure 2.10 : Une période de courant rotorique pour la machine à induction triphasée (résultats E-F Maxwell avec matériau linéaire).

Les fréquences « $f_{r_{vp}}$ » dépendent du glissement (vitesse mécanique du rotor). Afin de valider la démarche analytique de calcul des courants rotoriques (section 2.1.3.1), un seul point de fonctionnement a été simulé sur Maxwell, avec une seule valeur de glissement « $g = 2\%$ » donc une vitesse mécanique de « 1470 tr/min ». La variation du courant rotorique sur une période est illustrée dans la Figure 2.10.

La Table 2.8 montre la comparaison entre les amplitudes du courant rotorique déterminées par l'équation 2-34, et celles provenant de l'analyse harmonique du courant rotorique calculé par Maxwell (Figure 2.10).

Rang d'harmonique	1p	-5p	7p	-11p	13p	-17p	19p
Fréquence [Hz]	1	295	-293	589	-587	883	-881
Amplitude Maxwell [A]	100.2	14.9	3.9	3.6	4.1	30.1	12.9
Amplitude Equation 2-34 [A]	399.4	12.1	3.1	1.3	2.1	7.5	5

Table 2.8 : Harmoniques du courant rotorique pour la machine à induction triphasée.

Au niveau des fréquences, les calculs analytiques concordent avec les résultats E-F-linéaire. Cependant, en ce qui concerne les amplitudes, on remarque une différence sur les ordres de grandeur entre calculs analytique et résultats E-F-linéaire. On remarque que l'approche analytique tends à surestimer l'amplitude du fondamental, et à sous-estimer les amplitudes des autres harmoniques du courant rotorique.

Cela est probablement dû à la modélisation théorique de la cage par un bobinage à double couche équivalent (voir la Figure 2.1), ce qui assume que chaque barre est traversée par deux courants différents (deux phases rotoriques liées à deux boucles de courant différentes), ce qui n'est pas le cas dans la modélisation E-F plus réaliste (où chaque barre est traversée par un courant unique).

On note que cette approche théorique de modélisation de la cage rotorique est largement utilisée dans les travaux scientifiques sur les machines à induction, on cite par exemple les références [56][57].

Malgré ces écarts sur les amplitudes de courant rotorique pour cette application, les résultats de calculs analytiques du couple moyen, basés sur cette approche, concordent avec les résultats E-F-Linéaire, comme cela sera montré dans la prochaine section.

2.3.1.5 Détermination de la caractéristique couple moyen en fonction du glissement

La Figure 2.11 illustre la caractéristique du couple en fonction du glissement (entre 0 et 2%), donc avec une vitesse mécanique entre 1500 tr/min (pour « $g = 0$ ») et 1470 tr/min (pour « $g = 2\%$ »).

Les résultats E-F-linéaire selon le modèle Maxwell (courbe rouge) ont été obtenus grâce à des simulations paramétriques en variant le glissement (la vitesse mécanique du rotor pour une fréquence statorique fixe de 50 Hz). Ces résultats ont été obtenus pour 21 points de fonctionnement (20 valeurs de glissement), donc avec un pas de glissement de 0.1%. Pour chaque simulation (20 au total), 30 périodes statoriques (soit une durée de 30×20 ms) ont été simulées, avec une fréquence d'échantillonnage de 20 fois la fréquence des courants statoriques (20×50 Hz), ce qui fait 600 points de calcul par simulation. En effet, plusieurs périodes statoriques doivent être simulées avant d'atteindre le régime établi numérique, pour une

machine à induction le régime transitoire numérique étant long (atteignant 28 périodes statoriques pour un glissement de 2%, avec « $f_s = 50$ Hz » pour la machine considérée). Le total des points simulés pour obtenir la caractéristique couple/glissement de la Figure 2.11 est donc de « $600 \times 20 = 12000$ points », ce qui nécessite d'importants efforts calculatoires (environ 24 heures de calculs avec les ressources informatiques utilisées).

Cependant, avec la modélisation analytique (la courbe en bleu sur la Figure 2.11), les résultats sont instantanément obtenus. On remarque que les deux courbes ont la même pente à l'origine, et qu'un écart commence à apparaître à partir du point où « $g = 0.2$ ». Sur le point à couple maximum « $g = 1.8\%$ », cet écart est de 6.5% (la différence divisée par le couple maximum des résultats E-F-linéaire). Même si le calcul numérique E-F Maxwell est effectué avec l'hypothèse d'un matériau linéaire, la démarche analytique suppose des hypothèses simplificatrices supplémentaires (champ d'entrefer parfaitement radial 1D, effet d'encoches non pris en compte, estimation théorique des inductances de fuites rotoriques, non prise en compte de l'effet de peau dû aux harmoniques supérieurs dans les barres).

De façon générale, la modélisation analytique (avec l'utilisation des équations 2-41 à 2-44 pour le couple moyen), nous permet d'interpréter l'évolution du couple moyen en fonction du glissement, avec estimation de la contribution de chaque harmonique d'espace généré dans le couple moyen. Pour ce cas de machine, l'harmonique fondamental « $v = 1$ » contribue à presque 100 % du couple total, les autres harmoniques d'espace, n'ont quasiment aucun effet sur le couple moyen total de la machine, comme montré dans la partie (B) de la Figure 2.11, où la courbe bleu (couple total) est quasiment superposée à la courbe orange (couple développé par le 1^{er} harmonique).

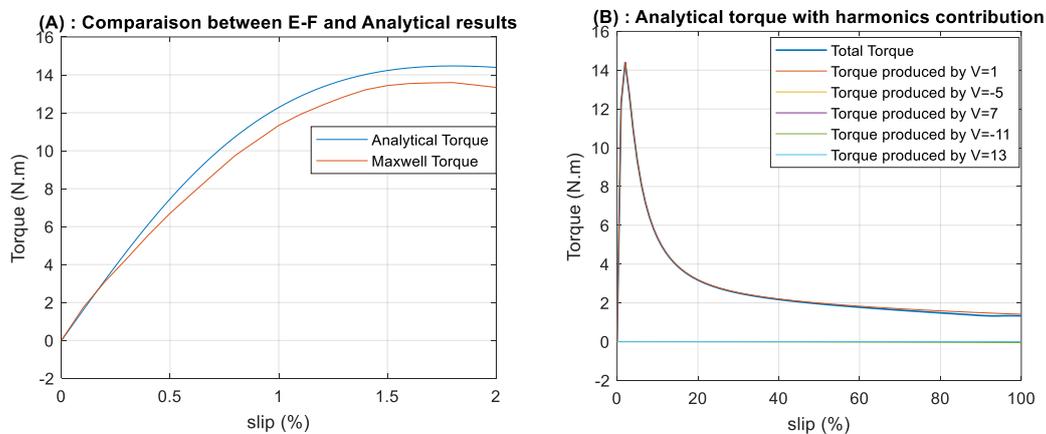


Figure 2.11 : Caractéristique couple-glissement pour la machine à induction triphasée à 48 barres. (A) : comparaison entre calcul analytique, avec considération de « $v = 1$ à 40 », et résultats E-F-linéaire, (B) : calcul analytique pour glissement de 0 à 100%.

Pour déterminer quels sont les paramètres de la machine qui impactent le point à couple maximal, donc la valeur du couple maximal et la fréquence rotorique qui lui correspond (en sachant que la fréquence rotorique est proportionnelle au glissement), il faut analyser l'équation qui exprime le couple pour l'harmonique « $v = u = 1$ » avec « $f_{r_{1p}} = g \cdot f_s$ ». Avec « $v > 0$ » « $f_{r_{1p}} > 0$ », cet harmonique (fondamental), correspond donc à l'équation 2-41. En remplaçant les équations 2-34 (amplitude du courant rotorique) et 2-35 (angle du courant rotorique) dans l'équation 2-41, on obtient :

$$T_{up} = \frac{N_{ph}^2 \cdot N_{bar}}{8} \cdot p \cdot u \cdot I_{su}^2 \cdot M_{srup}^2 \cdot \frac{R_{r\alpha up} \omega_{rup}}{R_{r\alpha up}^2 + L_{r\alpha up}^2 \omega_{rup}^2} \quad 2-104$$

En étudiant la dérivée « $\frac{dT_{up}}{d\omega_{rup}}$ », les expressions de « $\omega_{rup\ opt}$ » permettant d'avoir le couple maximal « $T_{up\ max}$ » peuvent être déduites :

$$\omega_{rup\ opt} = \frac{R_{r\alpha up}}{L_{r\alpha up}} \quad 2-105$$

$$T_{up\ max} = \frac{N_{ph}^2 \cdot N_{bar}}{8} \cdot p \cdot u \cdot I_{su}^2 \cdot M_{srup}^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot L_{r\alpha up}} \quad 2-106$$

Tel que : « $\omega_{rup\ opt} = g_{opt} \cdot 2\pi f_s$ », « g_{opt} » étant le glissement correspondant au couple maximal (1.8% pour cette application). Cette pulsation rotorique fondamentale est donc proportionnelle à la résistance rotorique cyclique liée au plan de Concordia rotorique n° « u.p » (voir section 2.1.2.1), et inversement proportionnelle à l'inductance rotorique cyclique liée au même plan.

Le couple maximal peut être exprimé différemment, en faisant intervenir l'inductance cyclique statorique « $L_{s\alpha u}$ » liée au plan de Concordia statorique n° « u » :

$$T_{up\ max} = \frac{N_{ph}^2 \cdot N_{bar}}{16} \cdot p \cdot u \cdot I_{su}^2 \cdot L_{s\alpha u} \cdot \frac{M_{srup}^2}{L_{s\alpha u} \cdot L_{r\alpha up}} \quad 2-107$$

Or, le coefficient de dispersion de Blondel, lié l'harmonique d'espace « u.p », est défini comme suit :

$$\sigma_{up} = 1 - \frac{M_{srup}^2}{L_{s\alpha u} \cdot L_{r\alpha up}} \quad 2-108$$

La formule 2-107 devient alors :

$$T_{up\ max} = \frac{N_{ph}^2 \cdot N_{bar}}{16} \cdot p \cdot u \cdot I_{su}^2 \cdot L_{s\alpha u} \cdot (1 - \sigma_{up}) \quad 2-109$$

Le facteur de dispersion de Blondel représente le couplage entre le stator et le rotor, tenant compte de l'harmonique d'espace principal « u.p ». Si on considère que ce couplage est parfait, ce facteur est nul :

$$T_{up\ max} = \frac{N_{ph}^2 \cdot N_{bar}}{16} \cdot p \cdot u \cdot I_{su}^2 \cdot L_{s\alpha u} \quad 2-110$$

Selon l'équation 2-79 qui exprime l'inductance magnétisante au stator, et en appliquant la transformation de Fourier de la fonction de bobinage statorique (équation 2-93), l'inductance statorique cyclique « $L_{s\alpha u}$ » liée au plan de Concordia statorique n° « u », est proportionnelle à « $\frac{K_{ws,u}^2}{(u.p)^2}$ ». Pour une machine à induction à un nombre de phases donné, alimentée un courant efficace donné, sous la séquence « u », le couple maximal peut être exprimé (en relation de proportionnalité) comme suit :

$$T_{u \max} \sim \frac{K_{w_{s,u}}^2}{u \cdot p} \quad 2-111$$

2.3.1.6 Analyse du couple pulsatoire

La Figure 2.12 illustre un aperçu de la variation temporelle du couple résultant de la simulation E-F-linéaire, pour la machine triphasée, ainsi que l’analyse du contenu harmonique du couple.

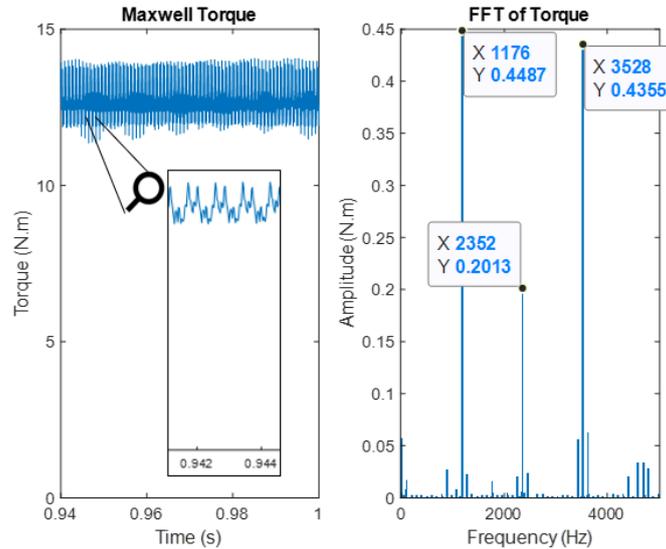


Figure 2.12 : Variation temporelle du couple selon le modèle E-F-linéaire, pour la machine triphasée à 48 barres, avec analyse du contenu harmonique.

Ces résultats ont été obtenus à l’issue d’une simulation avec une fréquence d’échantillonnage de 40 000 Hz, ce qui représente un pas de temps très fin, afin de pouvoir identifier précisément les composantes pulsatoires du couple. Cette simulation a été faite pour un courant statorique de 80 A (25% le courant nominal), une fréquence « $f_s = 50\text{Hz}$ », et une vitesse mécanique de 1470 tr/min (correspondant à un glissement de 2%).

Comme on peut remarquer dans la Figure 2.12, il y a trois composantes principales du couple pulsatoire aux fréquences : 1176, 2352 et 3528 Hz. Pour comprendre l’origine de ces composantes pulsatoires, il est nécessaire de déterminer les interactions entre les harmoniques d’espace (ceux qui sont répartis sur les mêmes plans de Concordia statorique et rotorique).

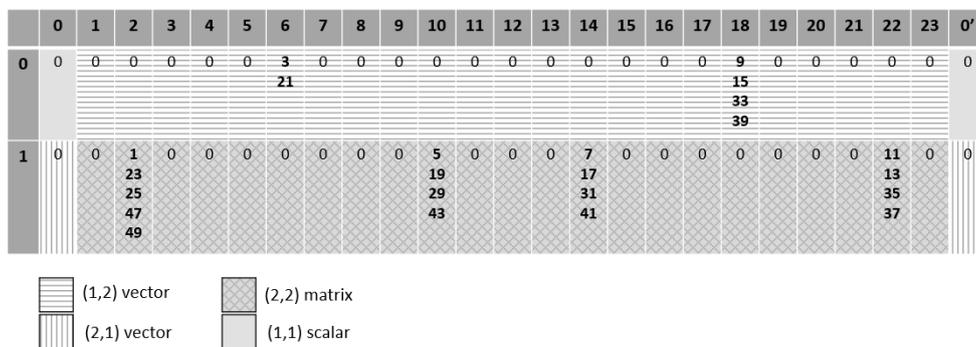


Figure 2.13 : Répartition des rangs des harmoniques d’espace au sein des 23 plans et deux droites rotoriques, 1 plan et 1 droite statorique dans la matrice $L_{sr\alpha\beta}(\theta)$ pour la machine triphasée à 48 barres, à 2 paires de pôles.

La Figure 2.13 illustre la distribution des harmoniques d'espace sur la matrice inductance mutuelle stator-rotor découplée (dans la base de Concordia) $L_{sr\alpha\beta}(\theta)$. Pour simplifier l'écriture, les harmoniques « v.p » sont représentés par les valeurs de « v » dans la figure (avec « v < 50 »). Tous les harmoniques avec « v » pair sont nuls compte tenu de la distribution antisymétrique du bobinage.

La première ligne, indexée « 0 », dans la Figure 2.13 correspond à la composante homopolaire statorique de dimension « 1 », dont les harmoniques d'espace (multiples du nombre de phases) ne sont pas excités car la machine est alimentée par un système équilibré de courants statoriques sinusoïdaux.

La ligne indexée « 1 » correspond au seul plan α - β statorique. On remarque que les harmoniques d'espace (non multiples de 3) se répartissent uniquement sur les cases correspondantes à l'intersection de l'unique plan α - β statorique avec les plans α - β rotoriques : n°2, 10, 14 et 22. Dans chacune de ces 4 cases, plusieurs harmoniques d'espaces sont superposés, et donc comme expliqué dans la section 2.1.3.2, chaque groupe d'harmoniques superposés dans la même case, génère des pulsations de couple.

L'équation 2-45 et la Table 2.3, permettent de calculer précisément la fréquence de chaque composante pulsatoire du couple, générée à cause de l'interaction de deux harmoniques (un de l'inductance mutuelle et l'autre du courant rotorique) répartis sur le même plan rotorique. La Table 2.9 montre ces fréquences dues aux différentes interactions possibles (pour « v < 50 »). Dans cette table, on remarque que chacune des trois fréquences principales qui apparaissent dans l'analyse harmonique du couple résultant de la simulation E-F-linéaire (Figure 2.12), est due à diverses interactions entre harmoniques d'espace (de l'inductance mutuelle) et harmoniques de temps (du courant rotorique).

Plans rotor	2						10				
		1p	23p	25p	47p	49p		5p	19p	29p	43p
	1p	0	1176	1176	2352	2352	5p	0	1176	1176	2352
	23p	1176	0	2352	3528	3528	19p	1176	0	2352	1176
	25p	1176	2352	0	3528	1176	29p	1176	2352	0	3528
	47p	2352	3528	3528	0	4704	43p	2352	1176	3528	0
	49p	2352	3528	1176	4704	0					
Plans rotor	14						22				
		7p	17p	31p	41p			11p	13p	35p	37p
	7p	0	1176	1176	2352		11p	0	1176	1176	2352
	17p	1176	0	2352	1176		13p	1176	0	2352	1176
	31p	1176	2352	0	3528		35p	1176	2352	0	3528
	41p	2352	1176	3528	0		37p	2352	1176	3528	0

Table 2.9 : Fréquences des composantes pulsatoires du couple, générées à cause de l'interaction entre les harmoniques au rotor, pour la machine triphasée à 48 barres.

Pour les trois fréquences de couples pulsatoires identifiées dans la Table 2.9, l'équation 2-45 permet de calculer analytiquement l'amplitude de la pulsation (pouvant résulter de la superposition de plusieurs interactions comme le montre la Table 2.9). La Table 2.10 illustre la comparaison entre les amplitudes déterminées analytiquement et par Eléments-Finis. On remarque que le modèle analytique sous-estime les amplitudes de pulsations de couple par

rapport aux résultats du modèle Eléments-finis, le pourcentage d’erreur augmente de plus en plus pour les fréquences élevées (harmoniques d’espace de rangs élevés). Comme mentionné précédemment, les hypothèses simplificatrices prises pour le modèle analytique (champ d’entrefer radial, saillances non prises en compte, estimation théorique des fuites, résistances rotoriques DC) peuvent expliquer cet écart.

Fréquence	Amplitude E-F-linéaire	Amplitude analytique
1176 Hz	0.450 N.m	0.114 N.m
2352 Hz	0.201 N.m	0.008 N.m
3528 Hz	0.431 N.m	0.028 N.m

Table 2.10 : Comparaison entre amplitudes de composantes pulsatoires du couple, déterminées analytiquement et par Eléments-Finis, pour la machine triphasée à 48 barres.

En se basant sur la Figure 2.13, avec 48 barres, plusieurs superpositions d’harmoniques d’espaces apparaissent, ce qui génère d’importantes composantes pulsatoires du couple. La technique classique pour les atténuer consiste à incliner le circuit rotorique ou statorique. Sinon, sur la base de l’analyse ici proposée, il apparaît que ces interactions pourraient être théoriquement annulées en changeant le nombre de barres. Ainsi avec un rotor à 49 barres au lieu de 48, tous les harmoniques d’espace (considération de « $v < 50$ ») sont séparés et aucune interaction entre eux n’est possible, comme le montre la Figure 2.14.

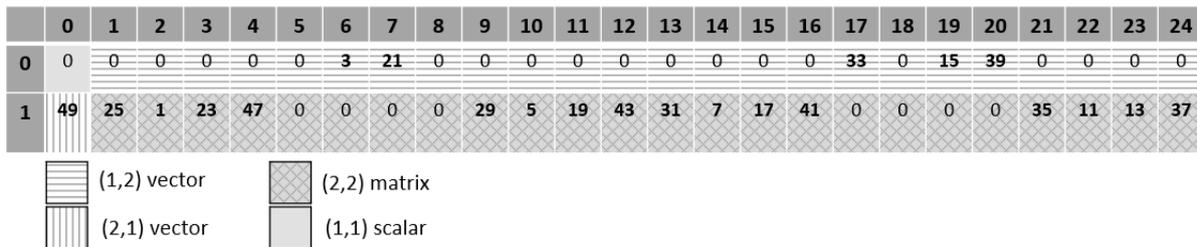


Figure 2.14 : Répartition des rangs des harmoniques d’espace au sein des 24 plans et 1 droite rotorique, 1 plan et 1 droite statorique, dans la matrice $L_{sr\alpha\beta}(\theta)$ pour la machine triphasée à 49 barres.

La Figure 2.15 illustre la comparaison entre le couple développé avec 48 barres et celui développé avec 49 barres. On remarque qu’avec 49 barres avec : les résultats E-F-linéaire (à gauche de la figure) et le calcul analytique (à droite de la figure). Les ondulations ont presque disparu avec 49 barres (légères ondulations, sur la courbe E-F-linéaire, probablement dues aux effets d’encoche pris en compte par Maxwell). Ceci résulte de la répartition des harmoniques d’espace sur différents plans α - β rotoriques, ce qui est mis en évidence dans la Figure 2.14. Les résultats du calcul analytique montrent également la différence entre 48 et 49 barres en matière de pulsations de couple. En comparant entre les courbes, le facteur d’ondulation du couple avec 48 barres est plus important avec les résultats E-F-linéaire, cela étant dû à la sous-estimation des amplitudes avec l’approche analytique (comme montré dans la Table 2.10).

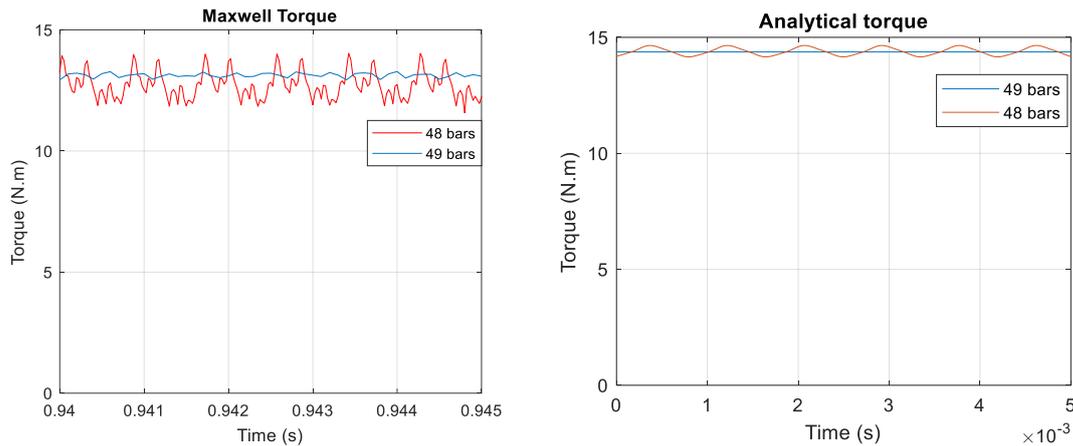


Figure 2.15 : Comparaison entre le couple développé avec 48 barres et 49 barres rotoriques – Résultats E-F-linéaire (à gauche) et calcul analytique (à droite).

Ces résultats sont en accord avec les règles sur les choix du nombre de barres pour une machine à induction triphasée dans la littérature [39], détaillées dans la section 1.2.6.1. En effet, selon ces règles, pour une machine à 36 encoches statoriques à 2 paires de pôles, le nombre de barres 48 présente un couple parasite important, susceptible de gêner la phase de démarrage dans le cas d’une alimentation électrique directe sur un réseau triphasé pour un bobinage classique, c’est-à-dire distribué à épanouissement polaire (référence [39], chapitre 7), ce qui est expliqué grâce à l’approche proposée.

Cependant, ces règles ont été établies pour les machines triphasées avec des bobinages à pas diamétral classiques. Pour une machine à induction avec un nombre de phases dépassant 3, et dont le bobinage n’est pas forcément à pas diamétral, ces règles ne sont plus directement utilisables. C’est dans ce contexte que l’approche d’analyse de répartition des harmoniques d’espace dans la base découplée de Concordia se révèle utile. En particulier, elle permet, pour un bobinage statorique donné (caractérisé par le nombre de phases, d’encoches et de pôles), de choisir des nombres de barres favorisant la réduction des pulsations de couple, ce qui sera mis en évidence dans la deuxième application sur une machine à induction à 5 phases.

Pour conclure par rapport à cette application sur machine triphasée, si on considère uniquement le couple moyen (Figure 2.11), le rotor peut être modélisé par un circuit diphasé équivalent (plan de Concordia contenant l’harmonique d’espace fondamental), comme c’est le cas pour la démarche classique. Cependant, cette réduction de la dimension rotorique (de « N_{bar} » à 2) ne permet pas d’analyser les pulsations du couple, où divers circuits diphasés équivalents doivent être considérés. Par exemple pour la machine triphasée à 48 barres étudiée, les plans de Concordia qui doivent être considérés pour l’analyse du couple pulsatoire sont au nombre de 4 : plans n°2, 10, 14 et 22 (selon la Figure 2.13). La dimension rotorique dans ce cas est réduite de « $N_{\text{bar}} = 48$ » à « 8 » grâce à la modélisation dans la base découplée de Concordia.

2.3.2 Application sur une machine à induction à 5 phases

2.3.2.1 Caractéristiques et géométrie de la machine

Pour cette application, le même cas d’étude présenté dans la section 1.2.6.1 est considéré. La géométrie de la machine est illustrée dans la Figure 2.16.

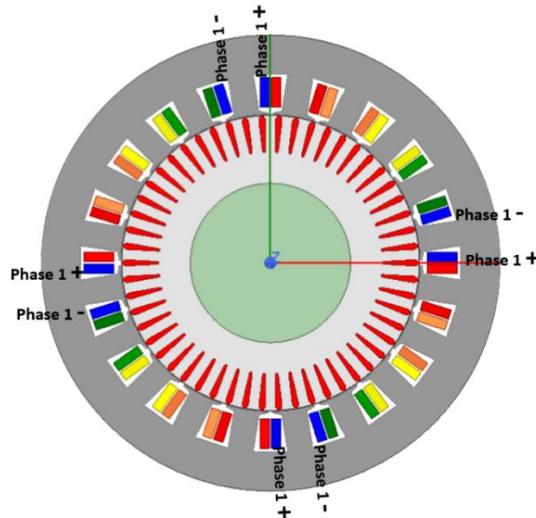


Figure 2.16 : Géométrie et schéma de bobinage de la machine à induction à 5 phases (Stator fixe).

Les caractéristiques générales de cette machine sont :

- Nombre de phases, $N_{ph} = 5$;
- Nombre d'encoches statoriques, $N_s = 20$;
- Nombre de barres, $N_{bar} = 13, 18, 35, 64, 65$;
- Nombre de paires de pôles, $p_1 = 4$;
- Courant nominal, $I_s = 400 A_{crête}$;

Le bobinage est de type dentaire à double couche, avec un nombre d'encoches par pôle et par phase : « spp = 0.5 ». La fonction de densité de conducteurs de cette machine pour la phase « 1 » sur une paire de pôles est la suivante :

$$\underline{D}_{1p} = [0.5 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Dimensions globales	Valeur	Dimensions des encoches	Valeur
Rayon extérieur du stator	130 mm	Ouverture d'encoche au stator	3 mm
Rayon intérieur du stator	90 mm	Hauteur d'encoche au stator	22.3 mm
Longueur d'entrefer	0.5 mm	Ouverture d'encoche au rotor	1.5 mm
Longueur active	150 mm	Hauteur de barre rotorique pour [13, 18, 35, 64, 65] barres	[16.7, 18.6, 21.4, 22.8, 22.8] mm
		Section de barre rotorique pour [13, 18, 35, 64, 65] barres	[340, 251, 132, 73, 72] mm ²

Table 2.11 : Dimensions de la machine à induction à 5 phases, avec différents nombres de barres.

La Table 2.11 montre les dimensions de la machine à induction à 5 phases avec les 5 nombres de barres choisis. Pour ces 5 machines (même stator, 5 différents rotors), les résultats de simulations E-F-non-linéaire (Modèle Maxwell) sous deux alimentations : à la 1^{ère} et la 3^{ème} séquence statorique avec 400 A_{crête} (courant nominal) ont déjà été présentés dans la Figure 1.34. De façon générale, ces résultats ont montré que la capacité de la machine à produire le couple (à iso-courant statorique) augmente avec le nombre de barres, pour les deux séquences d'alimentation.

La quantité totale de cuivre au rotor (cage en cuivre) est la même pour les 5 rotors.

2.3.2.2 Paramètres calculés analytiquement

De même que pour l'application à 3 phases, les matrices nécessaires pour le calcul des courants rotoriques et du couple sont : matrice résistance rotorique, matrice inductance rotorique et matrice inductance mutuelle stator-rotor.

La Table 2.12 montre la résistance DC de barres (équation 2-49) et la résistance calculée d'une portion de l'anneau, pour les 5 rotors. Ces paramètres sont nécessaires pour la détermination de la matrice de résistance rotorique (équation 2-7).

Nombre de barres	13	18	35	64	65
Résistance DC d'une barre [$\mu\Omega$]	7.6	10.3	19.6	35.4	35.8
Résistance d'une portion d'anneau [$\mu\Omega$]	2.57	1.98	1.07	0.59	0.58

Table 2.12 : Valeurs de résistance DC de barres et résistance de portions d'anneau pour les 5 rotors choisis pour la machine à induction à 5 phases.

On remarque que plus le nombre de barres augmente (en gardant la même quantité totale de cuivre), plus la résistance d'une barre augmente, et la résistance d'une portion d'anneau devient de plus en plus négligeable devant celle de la barre. De même que pour l'application sur la machine triphasée, la plage considérée des valeurs de glissement est inférieure à 2%, donc le facteur d'effet de peau dans les barres (défini dans la section 2.2.1.2) est presque unitaire pour les points considérés.

La matrice d'inductance rotorique est définie par l'équation 2-8, les paramètres nécessaires pour la détermination de cette matrice sont :

- L'inductance magnétisante propre d'une barre « $L_{r_{11}}$ » (la même pour toute les barres), et l'inductance magnétisante mutuelle entre deux barres « $L_{r_{1i}}$ » (tel que : $L_{r_{11}} = L_{r_{12}} = L_{r_{1i}} \dots$) ;
- Les inductances de fuite : « L_b » pour une barre rotorique et « L_{er} » pour une portion de l'anneau de court-circuit.

Ces paramètres sont calculés par la démarche analytique (sections 2.2.2.4 et 2.2.2.5), et illustrés dans la Table 2.13.

Chapitre 2 : Modélisation de la machine à induction polyphasée

Nombre de barres	13	18	35	64	65
$L_{r_{11}}$ [μH]	14	10.3	5.3	2.9	2.8
$L_{r_{ii}}$ [μH]	-1.16	-0.6	-0.16	-0.046	-0.044
L_b [μH]	0.11	0.14	0.22	0.36	0.36
L_{er} [μH]	0.042	0.037	0.016	0.009	0.009

Table 2.13 : Paramètres de la matrice inductance rotorique, pour les 5 rotors choisis pour la machine à induction à 5 phases.

De façon générale, l'inductance de fuite d'une portion de l'anneau devient, de plus en plus, négligeable devant celle de la barre rotorique avec l'augmentation du nombre de barres, compte tenu de la distance, qui diminue, entre deux barres adjacentes. On peut conclure qu'avec un grand nombre de barres rotoriques, les anneaux de court-circuit ont moins d'impact sur la modélisation de la cage rotorique.

Harmonique d'espace	1p	2p	3p	4p	5p	6p	7p	8p	9p	10p
Facteur de bobinage harmonique $K_{w_{s,v}}$	0.59	0.95	0.95	0.59	0	0.59	0.95	0.95	0.59	0

Table 2.14 : Facteurs de bobinage harmoniques pour la machine à induction à 5 phases.

Harmonique d'espace	1p	2p	3p	4p	5p	6p	7p	8p	9p	10p
13 barres	29.12	13.35	1.51	1.45	0	0.44	0.52	0.84	0.27	0
18 barres	22.63	13.98	5.44	0.74	0	0.82	1.09	0.54	0.99	0
35 barres	12.16	9.18	5.44	2.11	0	0.78	0.64	0.22	0.04	0
64 barres	6.55	5.18	3.33	1.46	0	0.83	1.04	0.8	0.38	0
65 barres	6.44	5.1	3.28	1.44	0	0.83	1.03	0.8	0.38	0

Table 2.15 : Amplitudes des coefficients harmoniques d'inductance mutuelle stator-rotor « $M_{sr_{vp}}$ » [μH].

La Table 2.14 illustre les facteurs de bobinage harmoniques « $\overline{K_{w_{s,v}}}$ », correspondant au bobinage choisi pour la machine à induction à 5 phases, et qui permettent de calculer les coefficients d'inductance mutuelle stator-rotor (équation 2-101) « $(\overline{M_{sr}})_{vp}$ », dont les amplitudes « $M_{sr_{vp}}$ » sont montrées dans la Table 2.15 (unité : μH).

2.3.2.3 Simulations Eléments-Finis

Les 5 machines sont alimentées par des courants sinusoïdaux, avec deux séquences statoriques dans des simulations séparées : 1^{ère} et 3^{ème} séquence. De même que pour l'application précédente sur machine triphasée, ces simulations sont en mode transitoire avec rotation imposée au niveau du rotor, les courants statoriques sont imposés avec une amplitude nominale de 400 $A_{\text{crête}}$ et une fréquence de 50 Hz pour la 1^{ère} séquence et 150 Hz pour la 3^{ème} séquence. Le matériau considéré pour cette application est de type linéaire.

Avec le modèle E-F-linéaire Maxwell de cette machine, deux types de simulation ont été faits (pour les 5 différents rotors, et avec les deux séquences statoriques (1^{ère} et 3^{ème}) séparément) :

- Simulations paramétriques avec variation de glissement « g », pour la détermination des courbes couple-glissement. La fréquence d'échantillonnage est relativement réduite (20 fois la fréquence des courants statoriques, 1000 Hz dans ce cas), car ces simulations nécessitent d'importants efforts calculatoires.
- Simulations sur un seul point de fonctionnement (une seule valeur de glissement), avec une fréquence d'échantillonnage élevée (10 000 Hz). Ces simulations permettent la détermination de signaux fins pour le courant rotorique et le couple (pour une analyse harmonique précise).

Le maillage utilisé dans le modèle éléments-finis de la machine à 5 phases est illustré dans la Figure 2.17, et ses paramètres sont détaillés dans la Table 2.16.

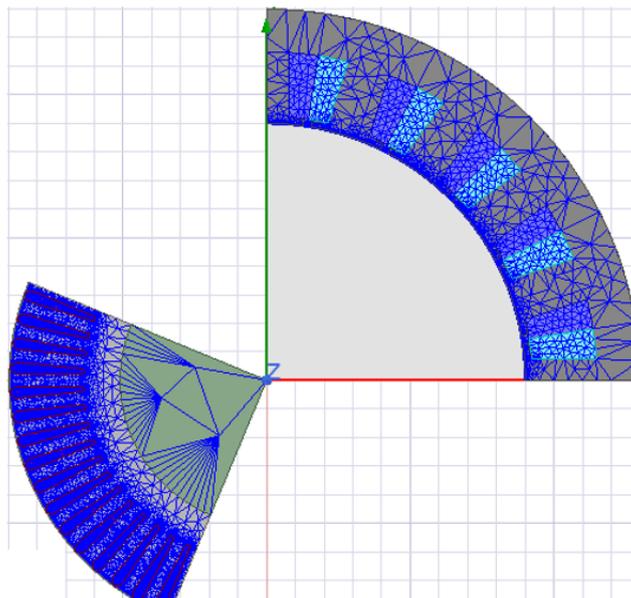


Figure 2.17 : Maillage utilisé dans le modèle E-F-linéaire de la machine à 5 phases.

Partie de la machine	Surface [mm ²]	Nombre d'éléments du maillage	Surface moyenne par élément [mm ²]
Fer statorique	4887.4 (1/4 de machine)	2131	6.6
Fer rotorique	3076.5 (1/4 de machine)	8030	0.8
Une barre rotorique	73	496	8.4×10^{-2}

Table 2.16 : Paramètres du maillage utilisé dans le modèle E-F-linéaire de la machine à 5 phases.

2.3.2.4 Calcul des courants rotoriques

Pour une machine à induction à 5 phases, avec un bobinage où les harmoniques d'espace de rangs pairs ne sont pas nuls (le cas de cette application), l'alimentation avec la séquence statoriques « u=1 », génère les harmoniques d'espace (qui induisent des harmoniques dans les courants rotoriques) : $F_u = p\{1, -4, 6, -9, 11, -14, 16, -19, 21 \dots\}$. Et avec la séquence « u=3 » : $F_u = p\{-2, 3, -7, 8, -12, 13, -17 \dots\}$.

Les résultats E-F-linéaire sur un seul point de fonctionnement sous chacune des deux séquences, sont comparés aux calculs analytiques (section 2.1.3.1). Comme précisé dans la section précédente, le pas d'échantillonnage est assez fin (0.1 ms, pour une période statorique de 20 ms) afin de permettre une analyse précise du contenu harmonique du courant rotorique. Chaque simulation doit permettre de caractériser une période rotorique stabilisée complète (soit 4 s pour la 1^{ère} séquence avec un glissement de 0.5% ou 0.33 s pour la 3^{ème} séquence avec un glissement de 2%) sachant que celle-ci est observable après extinction du régime transitoire numérique (occupant environ 25 périodes statoriques). Ces simulations nécessitent donc des efforts calculatoires très importants (plusieurs jours de calcul avec les ressources utilisées). Pour cela, ces équations de calcul de courants rotoriques ont été validées par comparaison aux résultats E-F-linéaire de la machine ayant 64 barres rotoriques (et pas les 5 machines).

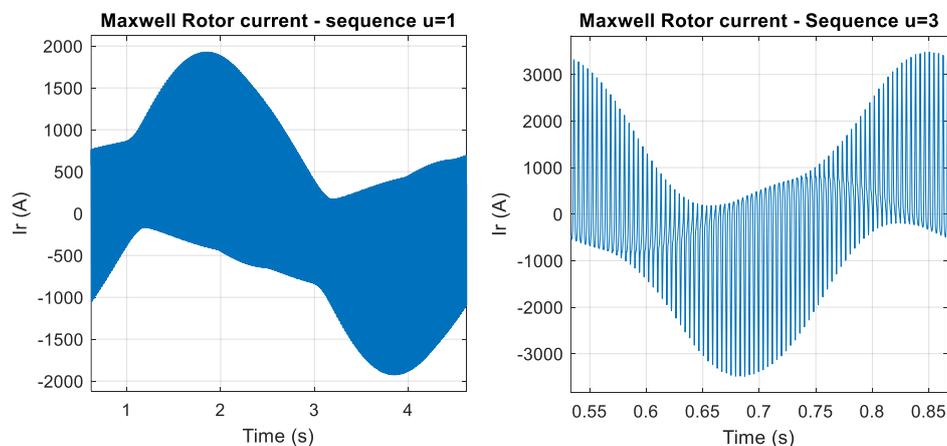


Figure 2.18 : Une période de courant rotorique pour la machine à induction à 5 phases, 64 barres, pour les deux séquences statoriques : 1 et 3 (résultats E-F avec matériau linéaire).

La Figure 2.18 illustre la variation temporelle du courant rotorique sur une période complète pour les deux séquences d'alimentation (1 et 3). La Table 2.17 montre la comparaison entre les amplitudes du courant rotorique déterminées par l'équation 2-34, et celles provenant de l'analyse harmonique du courant rotorique calculé par Maxwell (Figure 2.18).

Séquence : « u = 1 »	Rang d'harmonique	1p	-4p	6p	-9p	11p	-14p	
	Fréquence stator : « f _s = 50 Hz »	0.25	249	-248.5	497.75	-497.25	746.5	
	Glissement : « g = 0.5 % »	Amplitude Maxwell [A]	422	765	331	363	82	54
		Amplitude Equation 2-34 [A]	1271	400	200	87	52	17
Séquence : « u = 3 »	Rang d'harmonique	-2p	3p	-7p	8p	-12p	13p	
	Fréquence stator : « f _s = 150 Hz »	248	3	493	-242	738	-487	
	Glissement : « g = 0.5 % »	Amplitude Maxwell [A]	1050	868	264	241	186	80
		Amplitude Equation 2-34 [A]	1647	784	242	184	64	45

Table 2.17 : Harmoniques du courant rotorique pour la machine à induction à 5 phases, 64 barres, pour les deux séquences statoriques : 1 et 3.

De même que pour l'application à 3 phases, les calculs analytiques de fréquences concordent avec les résultats E-F-linéaire, sous chacune des deux séquences. En revanche, avec l'outil analytique, les amplitudes des harmoniques du courant rotorique de bas rangs sont surestimées, et celles correspondant aux harmoniques de rangs élevés sont sous-estimées, par rapport aux résultats E-F-linéaire. Comme précisé dans la section 2.3.1.4 pour l'application à 3 phases, cela est probablement dû à la modélisation théorique de la cage selon la Figure 2.1, ce qui est différent du cas de la modélisation E-F. De même que pour le cas de la machine triphasée, malgré ces écarts sur les amplitudes du courant rotorique, cette modélisation permet de reproduire les tendances liées au couple moyen, comme le montrera la prochaine section.

2.3.2.5 Détermination de la caractéristique couple moyen en fonction du glissement

La Figure 2.19 illustre la courbe de variation du couple moyen en fonction du glissement (glissement de 0 à 1.2 %, avec un pas de 0.1%) pour les 5 nombres de barres, sous la séquence statorique « u = 1 », avec comparaison entre les résultats E-F-linéaire et les calculs selon la démarche analytique. La Figure 2.20 montre la comparaison sous la séquence « u = 3 ».

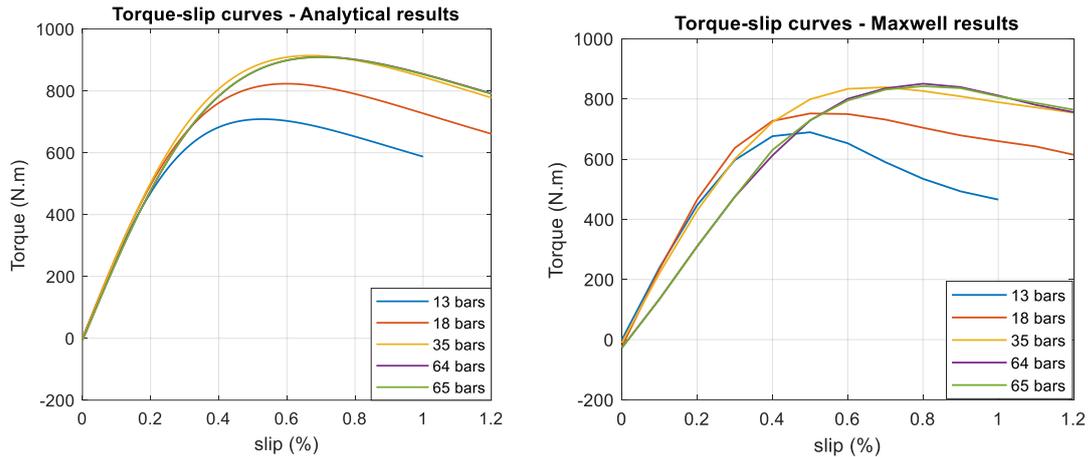


Figure 2.19 : Caractéristique couple-glisement pour la machine à induction à 5 phases, avec les 5 nombres de barres, sous la séquence : « u = 1 » (comparaison entre calcul analytique, avec considération de « v = 1 à 40 », et résultats E-F-linéaire).

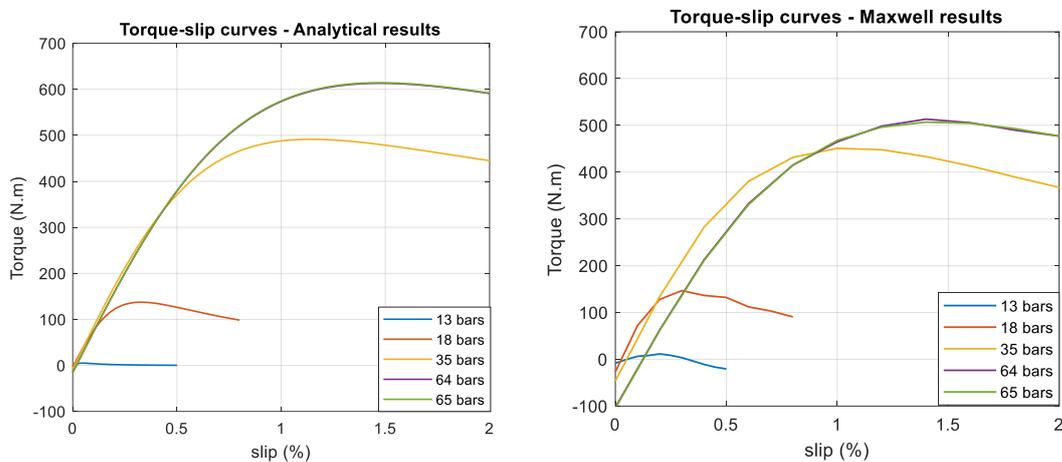


Figure 2.20 : Caractéristique couple-glisement pour la machine à induction à 5 phases, avec les 5 nombres de barres, sous la séquence : « u = 3 » (comparaison entre calcul analytique, avec considération de « v = 1 à 40 », et résultats E-F-linéaire).

Pour la première séquence statorique, on remarque qu’avec un matériau linéaire, le couple maximal augmente avec le nombre de barres, jusqu’à 35 barres. Au-delà de 35, le niveau du couple reste quasiment le même. Le glissement correspondant au couple maximum, augmente aussi avec le nombre de barres. Avec les calculs analytiques, les mêmes tendances sont observées, mais avec des écarts avec les résultats E-F-linéaire. Ces écarts sont montrés en pourcentage pour les points à couple maximal dans la Table 2.18.

Pour la troisième séquence, avec 24 paires de pôles, le couple maximal augmente avec le nombre de barres, même au-delà de 35 barres. En effet, il est nécessaire d’avoir suffisamment de barres par pôle magnétique, et avec 24 pôles magnétiques dans la machine le nombre total de barres doit être assez élevé. On remarque que la machine à 13 barres rotoriques, ne développe quasiment pas de couple sous la troisième séquence. Le glissement à couple maximal augmente également avec le nombre de barres. Les mêmes tendances sont observées entre les résultats E-F-linéaire et les calculs analytiques, mais avec des écarts (comme montré dans la Table 2.18).

La Table 2.18 reporte les valeurs de couple maximal et de glissement de couple maximal pour les différents nombres de barres testés, pour chacune des deux séquences d’alimentation.

En ce qui concerne le couple maximal, les écarts entre les résultats E-F-linéaire et les calculs analytiques sont généralement inférieurs à 10% (écart minimal de 2.7% pour 13 barres) sous la première séquence. Les écarts sont plus importants sous la troisième séquence pour les nombres de barres élevés (autour de 17%). En effet, sous la troisième séquence la polarité est plus grande, on peut donc considérer que les fuites magnétiques ont tendance à augmenter, et de ce fait, l'hypothèse d'un champ radial est moins valable, ce qui conduit à surestimer le couplage stator-rotor.

L'évolution du glissement à couple maximal est globalement la même entre les calculs analytiques et les résultats E-F-linéaire, avec certains écarts dus probablement au petit nombre de points constituant les courbes E-F-linéaire (10 à 12 variations de glissement), alors que les courbes calculées analytiquement sont beaucoup plus fines (calcul quasiment instantané).

Séquence statorique	u = 1					u = 3				
	13	18	35	64	65	13	18	35	64	65
Nombre de barres	13	18	35	64	65	13	18	35	64	65
Couple maximum Analytique [N.m]	709	823	914	909	909	5	137	491	613	614
Couple maximum Maxwell [N.m]	689	752	839	850	843	6	146	451	513	507
Ecart [%]	2.7	8.7	8.2	6.4	7.3	20	6.8	8.3	16.3	17.5
Glissement au couple max Analytique [%]	0.54	0.62	0.68	0.7	0.7	0.05	0.33	1.14	1.47	1.47
Glissement au couple max Maxwell [%]	0.5	0.5	0.7	0.8	0.8	0.2	0.3	1	1.4	1.4

Table 2.18 : : Points à couple maximal sous les deux séquences avec les 5 nombres de barres pour la machine à 5 phases.

Il faut rappeler que l'objectif principal du développement de la démarche analytique de calcul du couple pour la machine à induction polyphasée, est de pouvoir interpréter les « tendances ». Pour cette application de machine à 5 phases, avec différents nombres de barres et différentes séquences, la Table 2.19 montre une analyse de l'évolution de couple maximal et du glissement de couple maximal en fonction du nombre de barres et de la séquence. Cette analyse est basée sur : l'équation 2-105 pour le glissement à couple maximal et l'équation 2-106 pour la valeur du couple maximal.

L'analyse fournie dans la Table 2.19 ne considère que l'harmonique fondamental et néglige les autres harmoniques d'espace générés. En effet, pour cette application de machine à 5 phases, les harmoniques d'espace (hors fondamental) génèrent un couple négatif, généralement d'une valeur négligeable. Le couple développé uniquement par l'harmonique d'espace « u.p » principalement généré par la séquence statorique « u », est donc légèrement

plus élevé que le couple total considérant les couples négatifs générés par les autres harmoniques d'espace. La différence entre le couple total et le couple généré par l'harmonique d'espace fondamental est présentée dans la troisième ligne de la Table 2.19. On remarque que cet écart, est très faible pour la première séquence (inférieur à 1%), et il est légèrement plus élevé pour la séquence « $u=3$ » (autour de 2% sauf pour la machine à 13 barres où le couple total est à la base très faible), en effet, dans le cas de cette séquence, l'harmonique d'espace « $v.p = 2.p$ » produit la partie majeure du couple négatif dû aux harmoniques d'espace, comme illustré dans la Figure 2.21. De façon générale avec ces écarts faibles, l'analyse basée sur les équations 2-105 et 2-106 reste pertinente.

Séquence statorique	u = 1					u = 3				
Nombre de barres	13	18	35	64	65	13	18	35	64	65
Ecart entre le couple développé par « $v = u$ », et le couple total [%]	0.002	0.004	0.2	0.7	0.7	15.4	2.2	1.7	2.6	2.6
$R_{r_{\alpha u}}$ [$\mu\Omega$]	26.7	21.7	12	6.6	6.5	7.5	45.1	74.1	48.5	47.6
$L_{r_{\alpha u}}$ [μH]	15.5	11.2	5.6	2.99	2.94	15.3	11.3	6.2	3.4	3.3
$\omega_{r_{up} opt}$ [rad/s]	1.72	1.94	2.13	2.21	2.21	0.49	3.98	11.98	14.37	14.34
Glissement pour $\omega_{r_{up} opt}$ [%]	0.54	0.62	0.68	0.7	0.7	0.05	0.42	1.27	1.52	1.52
$M_{sr_{up}}$ [μH]	29.1	22.6	12.1	6.5	6.4	1.51	5.44	5.44	3.33	3.28
$u \cdot N_{bar} \cdot \frac{M_{sr_{up}}^2}{L_{r_{\alpha u}}} [\mu H]$	709	823	915.9	916.3	915.7	5.8	140.9	501.8	630.1	631.5

Table 2.19 : Analyse des points à couple maximal sous les deux séquences avec les 5 nombres de barres pour la machine à 5 phases.

Selon l'équation 2-105, le glissement à couple maximal est proportionnel au rapport entre la résistance rotorique cyclique « $R_{r_{\alpha u}}$ » et l'inductance rotorique cyclique « $L_{r_{\alpha u}}$ » (liées au plan rotorique correspondant à « $v.p = u.p$ »). On constate qu'avec l'augmentation du nombre de barres, ce rapport augmente, et donc le glissement augmente. En se basant sur l'équation 2-105, le glissement optimal calculé avec cette démarche mono-harmonique est le même que celui déterminé à la base des courbes analytiques de la Figure 2.19 (correspondant au couple total) sous la séquence « $u = 1$ » pour tous les nombres de barres. Sous la séquence « $u = 3$ » les valeurs de glissement optimal déterminée par l'équation 2-105 sont légèrement décalées par

rapport à celles basées sur les courbes analytiques de la Figure 2.20 (tenant compte du couple négatif généré par les harmoniques d'espace autres que le fondamental).

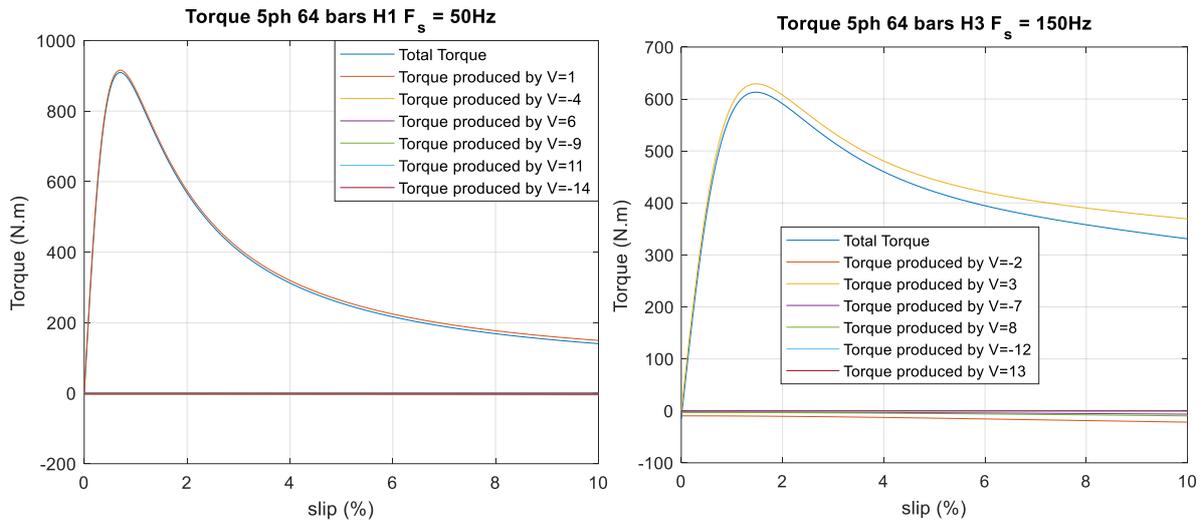


Figure 2.21 : Contribution des harmoniques d'espace dans la production du couple de la machine à 64 barres, sous les deux séquences : 1 et 3 – Calcul analytique.

En se basant sur l'équation 2-106, le couple maximal est proportionnel à « $u \cdot N_{\text{bar}} \cdot \frac{M_{\text{srup}}^2}{L_r \alpha_{\text{up}}}$ », puisque le courant statorique efficace est le même pour tous les nombres de barres et pour les deux séquences. L'évolution de ce rapport en fonction du nombre de barres et de la séquence (dernière ligne de la Table 2.19) justifie les tendances observées concernant le couple moyen (Figure 2.19 et Figure 2.20).

Selon l'équation 2-111, si le couplage entre le stator et le rotor est supposé parfait, c.à.d. le nombre de barres rotoriques est suffisamment élevé pour un nombre de pôles donné, le couple maximal est proportionnel à « $\frac{K_{\text{ws,u}}^2}{(u.p)^2}$ » et ne dépend plus du nombre de barres. Pour cette application, on confirme cela sous la séquence « $u = 1$ », à partir du nombre de barres « 35 » on remarque que le couple maximal est presque stabilisé (nombres de barres testés : 35, 64 et 65) comme le montre la Figure 2.19. Sous la séquence « $u = 3$ », la polarité est plus élevée (12 paires de pôles), la contrainte sur le nombre de barres nécessaire pour un bon couplage entre le stator et le rotor est donc plus forte, ce qui justifie le fait que le couple avec 35 barres n'est plus au même niveau que pour les nombres de barres 64 et 65.

2.3.2.6 Analyse du couple pulsatoire

Les Figure 2.22 et Figure 2.23, donnent un aperçu de la variation temporelle du couple selon la simulation E-F-linéaire, pour la machine à 5 phases sous la 1^{ère} et la 3^{ème} séquence respectivement, ainsi que l'analyse du contenu harmonique du couple. Ces résultats ont été obtenus avec des simulations à une fréquence d'échantillonnage de 10 000 Hz. Les paramètres imposés dans les deux simulations sont :

- Même amplitude du courant statorique sous les deux séquences : 400 A_{crête} (courant nominal) ;
- Fréquences, 1^{ère} séquence : 50 Hz, 3^{ème} séquence : 150 Hz ;

- Vitesses mécaniques, 1^{ère} séquence : 746.25 tr/min (glissement de 0.5%), 3^{ème} séquence : 735 tr/min (glissement de 2%).

Pour la 1^{ère} séquence ($p_1 = 4$), on remarque que les fréquences des composantes pulsatoires principales du couple sont : 1492 Hz, 2488 Hz et 3980 Hz. Pour la 3^{ème} séquence ($p_3 = 12$), les fréquences principales sont : 484 Hz, 3436 Hz, 3920 Hz et 4404 Hz.

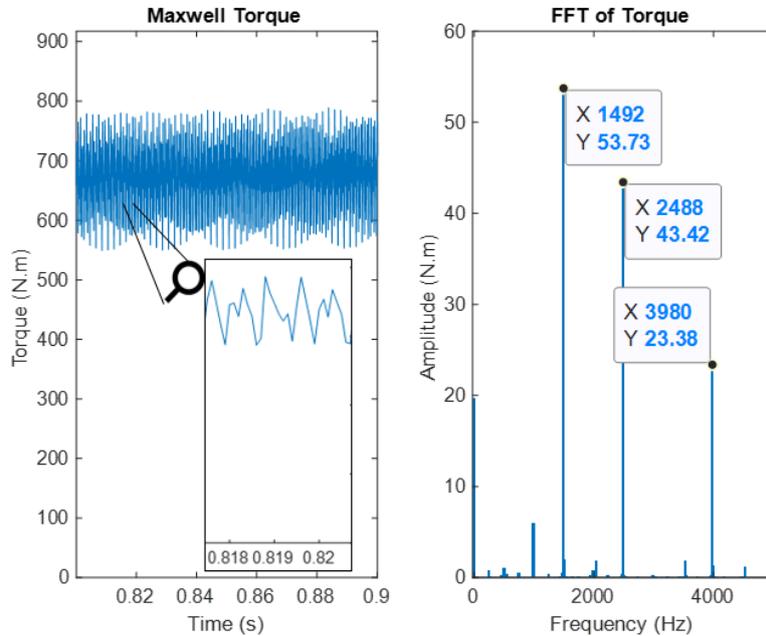


Figure 2.22 : Variation temporelle du couple selon le modèle E-F-linéaire, pour la machine à 5 phases à 64 barres, sous la séquence « u = 1 », avec analyse du contenu harmonique (glissement de 0.5%).

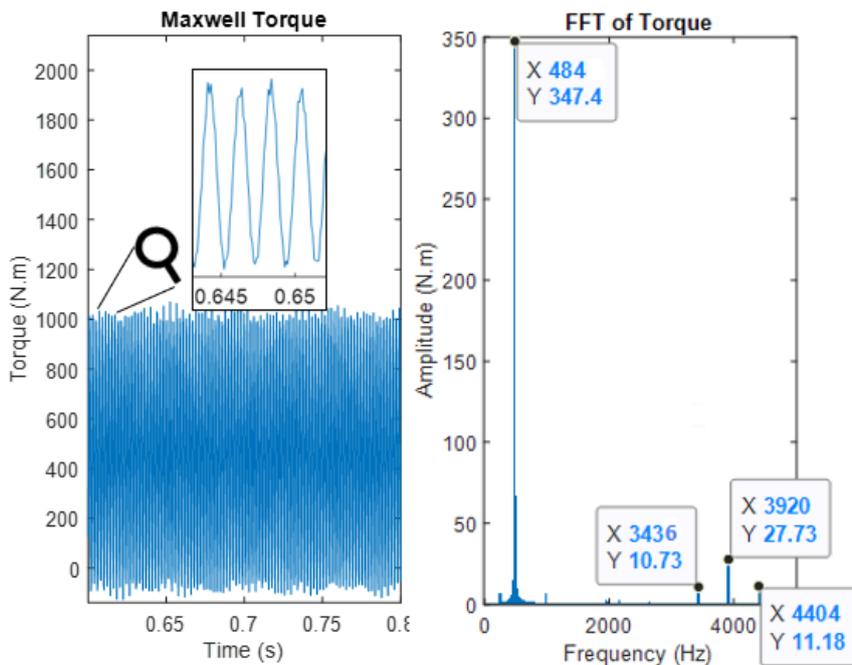


Figure 2.23 : Variation temporelle du couple issu du modèle E-F-linéaire, pour la machine à 5 phases à 64 barres, sous la séquence « u = 3 », avec analyse du contenu harmonique (glissement de 2%).

De même que pour l'application à 3 phases, la répartition des harmoniques d'espace au sein de la matrice d'inductance mutuelle stator-rotor dans la base de Concordia est examinée, dans la Figure 2.24, afin d'identifier les interactions qui sont à l'origine des composantes pulsatoires du couple. Pour simplifier l'écriture, les harmoniques « v.p » sont représentés par les valeurs de « v » dans la figure (avec « $v < 50$ »).

Pour un nombre de phases statoriques de 5, le stator est modélisé par deux plans α - β et une composante homopolaire (ligne indexée 0). Avec 64 barres, le rotor est modélisé en 31 plans α - β et deux composantes homopolaires (colonnes 0 et 0'). Comme on peut remarquer dans la Figure 2.24, pour les deux plans α - β statoriques (deux lignes indexées 1 et 2), les harmoniques d'espace sont répartis uniquement sur les 7 plans α - β rotoriques : 4, 8, 12, 16, 20, 24 et 28 (multiples de la polarité fondamentale « $p_1 = 4$ ») ainsi que les deux composantes homopolaires rotoriques.

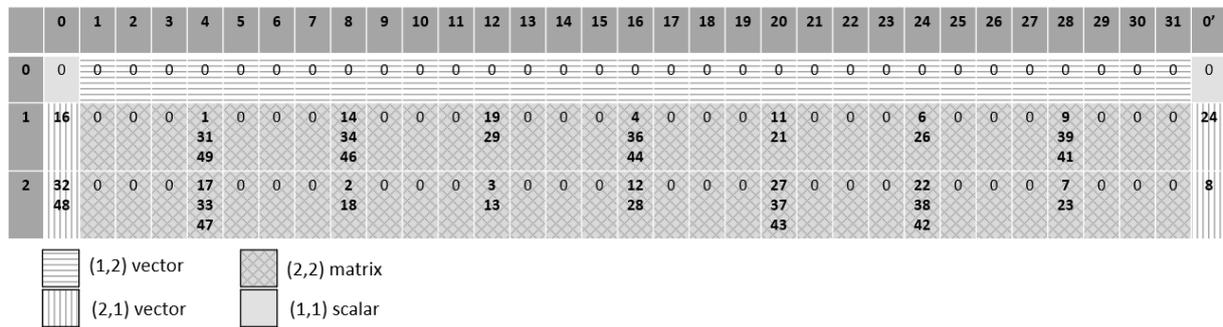


Figure 2.24 : Répartition des rangs des harmoniques d'espace au sein des 31 plans et 2 droites rotoriques, 2 plans et 1 droite statorique, dans la matrice $L_{sr\alpha\beta}(\theta)$ pour la machine à 5 phases à 64 barres, avec $p_1 = 4$.

La 1^{ère} séquence « $u = 1$ » excite les harmoniques répartis sur le premier plan α - β statorique (ligne indexée 1), plusieurs harmoniques sont donc superposés et génèrent des composantes pulsatoires du couple, en plus de l'excitation des deux composantes homopolaires rotoriques. La Table 2.20 montre les fréquences de composantes pulsatoires générées par l'interaction entre les harmoniques au rotor ($v < 50$), calculées à l'aide de la démarche présentée dans les équations : 2-45 et 2-46, la Table 2.3 et la Table 2.4.

Dans la Table 2.20, les trois fréquences de couple pulsatoire prédites (1492 Hz, 2488 Hz et 3980 Hz) correspondent exactement aux fréquences des composantes pulsatoires principales du couple, selon le calcul E-F-linéaire (Figure 2.22), ce qui tend à valider l'approche analytique concernant la détermination des fréquences pulsatoires.

La 3^{ème} séquence « $u = 3$ », excite les harmoniques répartis sur le deuxième plan α - β statorique (ligne indexée 2), donc avec plusieurs superpositions d'harmoniques sur les 7 plans α - β rotoriques excités ainsi que les deux composantes homopolaires rotoriques. La Table 2.21 montre les fréquences générées par ces interactions (selon la même démarche que pour la 1^{ère} séquence). De même que pour la séquence « $u=1$ », les 4 fréquences analytiquement prédites (484 Hz, 3436 Hz, 3920 Hz et 4404 Hz) correspondent exactement aux fréquences des composantes pulsatoires principales qui apparaissent dans la décomposition harmonique du couple E-F-linéaire, Figure 2.23.

Plans rotor	0 (Premier homopolaire rotor)				4				8			
		16p					1p	31p	49p		14p	34p
16p	0 & 1492				1p	0	1492	2488	14p	0	2488	1492
					31p	1492	0	3980	34p	2488	0	3980
					49p	2488	3980	0	46p	1492	3980	0
Plans rotor	12				16				20			
		19p	29p			4p	36p	44p		11p	21p	
	19p	0	2488		4p	0	1492	2488	11p	0	1492	
	29p	2488	0		36p	1492	0	3980	21p	1492	0	
					44p	2488	3980	0				
Plans rotor	24				28				0' (Second homopolaire rotor)			
		6p	26p			9p	39p	41p		24p		
	6p	0	1492		9p	0	2488	1492	24p	0 & 2488		
	26p	1492	0		39p	2488	0	3980				
					41p	1492	3980	0				

Table 2.20 : Fréquences des composantes pulsatoires du couple, générées à cause de l'interaction entre les harmoniques au rotor, pour la machine à 5phases à 64 barres, sous la séquence « u = 1 », selon les équations analytiques 2-45 et 2-46.

Plans rotor	0 (Premier homopolaire rotor)				4				8			
			32p	48p		17p	33p	47p		2p	18p	
	32p	0 & 3436	3920 & 484		17p	0	484	3436	2p	0	484	
	48p	3920 & 484	0 & 4404		33p	484	0	3920	18p	484	0	
					47p	3436	3920	0				
Plans rotor	12				16				20			
		3p	13p			12p	28p			27p	37p	43p
	3p	0	484		12p	0	484		27p	0	3436	484
	13p	484	0		28p	484	0		37p	3436	0	3920
									43p	484	3920	0
Plans rotor	24				28				0' (Second homopolaire rotor)			
		22p	38p	42p		7p	23p			8p		
	22p	0	484	3436	7p	0	484		8p	0 & 484		
	38p	484	0	3920	23p	484	0					
	42p	3436	3920	0								

Table 2.21 : Fréquences des composantes pulsatoires du couple, générées à cause de l'interaction entre les harmoniques au rotor, pour la machine à 5phases à 64 barres, sous la séquence « u = 3 », selon les équations analytiques 2-45 et 2-46.

1 ^{ère} séquence statorique			3 ^{ème} séquence statorique		
Fréquence	Amplitude E-F-linéaire	Amplitude analytique	Fréquence	Amplitude E-F-linéaire	Amplitude analytique
1492 Hz	46.6 N.m	14.8 N.m	484 Hz	347.4 N.m	105 N.m
2488 Hz	40.4 N.m	3.1 N.m	3436 Hz	10.7 N.m	2.7 N.m
3980 Hz	23.3 N.m	1 N.m	3920 Hz	27.7 N.m	2.6 N.m
			4404 Hz	11.2 N.m	0.1 N.m

Table 2.22 : Comparaison entre amplitudes de composantes pulsatoires du couple, déterminées analytiquement et par Eléments-Finis, pour la machine à 5 phases à 64 barres, sous les deux séquences statoriques.

Les amplitudes de couple pulsatoire liées à chacune des fréquences générées peuvent être estimées analytiquement à l'aide des équations 2-45 et 2-46, comme montré dans la Table 2.22. Comme pour l'application triphasée, les amplitudes estimées analytiquement sont sous-estimées par rapport aux résultats E-F-linéaire, avec un pourcentage d'erreur qui augmente de plus en plus pour les fréquences élevées (harmoniques d'espace de rangs élevés). Cela peut probablement être expliqué par l'ensemble d'hypothèses simplificatrices supplémentaires considérées dans la modélisation analytique (champ d'entrefer radial, saillances non prises en compte, estimation théorique des fuites, résistances rotoriques DC).

Clairement, le nombre de barres 64 pour cette machine conduit à des ondulations importantes du couple. Cela résulte des superpositions d'harmoniques d'espace sur les plans α - β rotoriques (comme mis en évidence dans la Figure 2.24). Ces ondulations peuvent être réduites considérablement en changeant le nombre de barres de 64 à 65. La Figure 2.25 illustre la répartition des harmoniques d'espaces sur les différents plans α - β statoriques et rotoriques de la matrice $L_{sr\alpha\beta}(\theta)$ pour le cas du rotor à 65 barres. On remarque dans cette figure qu'il y a beaucoup moins d'interactions en comparant au cas du rotor à 64 barres. En outre, dans ce cas de 65 barres, l'unique composante homopolaire rotorique n'est pas excitée sous les deux séquences (en considérant les harmoniques $v.p < 50.p$).

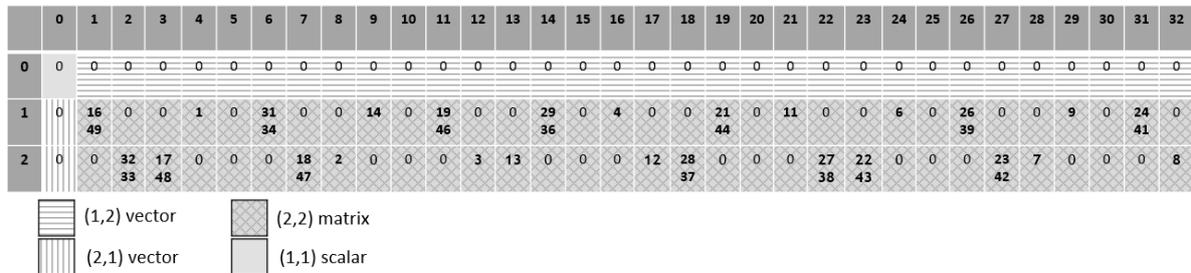


Figure 2.25 : Répartition des rangs des harmoniques d'espace au sein des 32 plans et 1 droite rotoriques, 2 plans et 1 droite statorique, dans la matrice $L_{sr\alpha\beta}(\theta)$ pour la machine à 5 phases à 65 barres, à 4 paires de pôles.

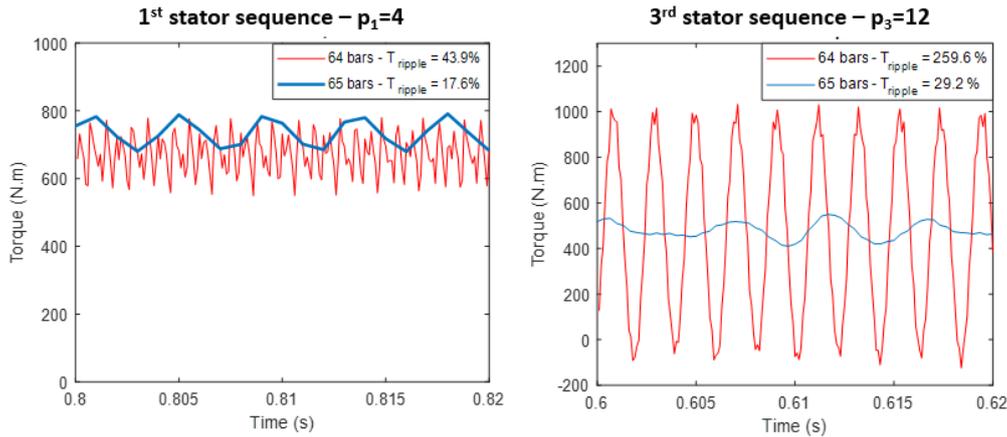


Figure 2.26 : Comparaison entre le couple développé avec 64 barres et celui avec 65 barres rotoriques pour la machine à induction à 5 phases, sous les séquences statoriques : 1 ($g=0.5\%$) et 3 ($g=2\%$) – Résultats E-F-linéaire

La Figure 2.26 illustre la comparaison entre les couples développés par les machines à 64 et à 65 barres sous les deux séquences d’alimentation (résultats E-F-linéaire). On remarque clairement que le facteur d’ondulation est moins important avec la machine à 65 barres sous les deux séquences d’alimentation. En effet, cela est dû à la réduction des interactions entre les harmoniques d’espace et de courant rotorique (moins de superpositions et pas d’harmoniques d’ordre bas répartis sur les homopolaires rotoriques avec 65 barres).

Il faut noter que ces résultats correspondent à un modèle E-F-linéaire (matériau non réaliste) qui a tendance à surestimer les amplitudes d’ondulations du couple. En effet, les résultats qui correspondent au modèle E-F-non-linéaire, avec un matériau ferromagnétique tenant compte de la saturation, pour la même alimentation au stator, illustrés dans la Figure 1.34, montrent des facteurs d’ondulation beaucoup plus bas que dans le cas d’un matériau linéaire, avec les facteurs d’ondulation suivants :

- Modèle E-F-linéaire (non réaliste) :
 - Machine à 64 barres : 43.9% sous la 1ère séquence et 259.6% sous la 3ème séquence ;
 - Machine à 65 barres : 17.6% sous la 1ère séquence et 29.2% sous la 3ème séquence.
- Modèle E-F-non-linéaire (réaliste) :
 - Machine à 64 barres : 27.6% sous la 1ère séquence et 85.9% sous la 3ème séquence ;
 - Machine à 65 barres : 1.8% sous la 1ère séquence et 8.1% sous la 3ème séquence.

La Figure 2.27 illustre la comparaison entre les couples développés par les machines à 64 et à 65 barres sous les deux séquences d’alimentation, avec les résultats de l’outil analytique. Comme remarqué pour l’application de machine à induction triphasée, l’approche analytique permet de distinguer les nombres de barres qui conduisent à des ondulations importantes du couple, mais avec une sous-estimation des amplitudes des composantes pulsatoires du couple par rapport au modèle E-F-linéaire (comme montré dans la Table 2.22).

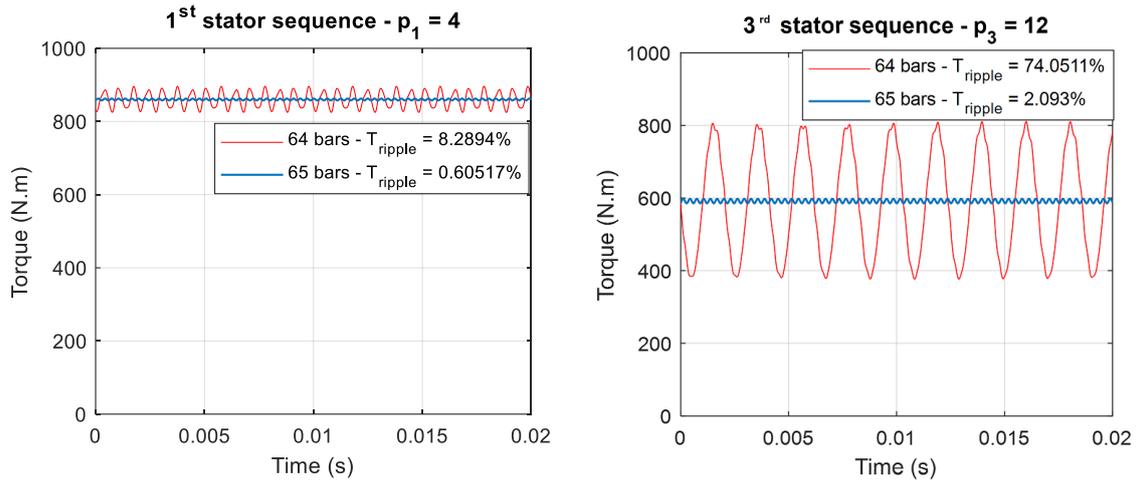


Figure 2.27 : Comparaison entre le couple développé avec 64 barres et celui avec 65 barres rotoriques pour la machine à induction à 5 phases, sous les séquences statoriques : 1 ($g=0.5\%$) et 3 ($g=2\%$) – Calcul analytique

Comme évoqué à la fin de section sur l'application à 3 phases, du point de vue couple moyen, le rotor peut être modélisé par un seul circuit diphasé équivalent (le plan de Concordia contenant l'harmonique d'espace « u.p » généré par la séquence statorique « u ») car la contribution des autres harmoniques peut être négligée (comme montré dans la section 2.3.2.5). Néanmoins, du point de vue pulsations de couple, il est nécessaire de considérer plusieurs plans de Concordia rotoriques. Par exemple pour la machine à 64 barres, selon la Figure 2.24, 2 droites (homopolaires) et 7 plans rotoriques doivent être considérés. La dimension rotorique dans ce cas est réduite de 64 à 16 ($2*7+2$), grâce à la modélisation dans la base découplée de Concordia.

Pour conclure, l'approche analytique développée dans ce chapitre permet de :

- Interpréter la variation du couple en fonction du glissement pour une machine à induction polyphasée, alimentée par une séquence quelconque « u » ;
- Prédire les fréquences de pulsations du couple dues aux interactions entre les harmoniques du flux stator-rotor et du courant rotorique ;
- Déterminer les nombres de barres à éviter pour une configuration de machine à induction donnée (en connaissant le stator et le bobinage au préalable).

Par rapport au calcul par éléments finis, les hypothèses nécessaires à la méthode analytique (saturation non prise en compte, induction parfaitement radiale dans l'entrefer, coefficients de Carter ...) peuvent expliquer les écarts constatés sur les amplitudes des composantes pulsatoires du couple.