

Calcul de la biréfringence de phase et de groupe

1	CALCUL DE L'ANISOTROPIE DANS UNE FIBRE OPTIQUE	35
1.1	EFFETS MECANIQUES DANS UNE FIBRE OPTIQUE	36
1.1.1	<i>Définition des déformations</i>	38
1.1.2	<i>Lois de comportement mécanique du verre</i>	39
1.1.3	<i>Dilatation thermique</i>	42
1.2	EXPLICATIONS QUALITATIVES DE L'ORIGINE DES CONTRAINTES DANS UNE FIBRE OPTIQUE	44
1.2.1	<i>Contraintes d'origine thermique</i>	44
1.2.2	<i>Contraintes d'origine mécanique</i>	45
1.3	MODELISATION DES CONTRAINTES	46
1.3.1	<i>Hypothèse de comportement élastique</i>	46
1.3.2	<i>Hypothèse de comportement visco-élasto-thermique</i>	50
1.4	CALCUL DE L'ANISOTROPIE ENGENDREE DANS UNE FIBRE ELLIPTIQUE LORS DU PROCESSUS DE FIBRAGE	56
1.4.1	<i>Maillage de la section de la fibre</i>	56
1.4.2	<i>Effet des contraintes d'origine mécanique sur un profil échelon</i>	57
1.4.3	<i>Comparaison de l'anisotropie des profils en échelons et en W</i>	60
1.5	CONCLUSION DU § 1	67
2	CALCUL DE LA BIREFRINGENCE DE PHASE ET DE GROUPE	69
2.1	MODELE DECOUPLE	69
2.1.1	<i>Calcul de la biréfringence de forme</i>	69
2.1.2	<i>Calcul de la biréfringence de contrainte</i>	74
2.2	MODELE COUPLE	75
2.3	CONCLUSION DU PARAGRAPHE	76
2.4	CALCUL DE LA BIREFRINGENCE DE PHASE ET DE GROUPE DANS UNE FIBRE ANISOTROPE : UTILISATION DE METHODES DE PERTURBATION DE L'EQUATION SCALAIRE	77
2.4.1	<i>Modèles de calcul</i>	77
2.4.1.1	<i>Perturbation de l'équation scalaire pour une fibre elliptique</i>	78
2.4.1.2	<i>perturbation de l'équation scalaire pour un profil circulaire</i>	82
2.4.2	<i>Comparaisons des expressions obtenues dans les deux méthodes</i>	84
2.4.3	<i>Biréfringence de phase dans les fibres de télécommunication faiblement anisotropes</i>	85
2.5	CONCLUSION DU § 2	88
3	CONCLUSION DU CHAPITRE	90

Nous nous intéressons, dans ce chapitre, à la biréfringence et à la PMD dans le régime courte distance. Dans le régime courte distance une fibre optique peut être considérée comme un milieu invariant par translation selon la direction de propagation. En raison de cette invariance, les solutions des équations de Maxwell pour le champ électrique, $\vec{E}(x, y, z)$, sont obtenues sous forme séparable

$$\vec{E}(x, y, z) = e^{-i\beta z} \vec{E}(x, y)$$

équation II.1

où β représente la constante de propagation du mode ; $\vec{E}(x, y) = \vec{E}_t(x, y) + E_z(x, y)\vec{z}$ est le champ électrique du mode, où $\vec{E}_t(x, y) = E_x(x, y)\vec{x} + E_y(x, y)\vec{y}$ est la composante transverse. Cette décomposition du champ électrique traduit une propagation de l'énergie dans la direction longitudinale de la fibre et permet d'identifier les modes de propagation, i.e. des solutions des équations de Maxwell se propageant selon z sans être altérées. Deux types de modes de propagation coexistent dans une fibre optique :

- Les modes guidés correspondent à des valeurs discrètes de la constante de propagation. L'intensité de ces modes est principalement concentrée dans le cœur. Ils sont obtenus à partir des équations de Maxwell en imposant les conditions de radiations de Sommerfeld à l'infini, i.e. une décroissance radiale exponentielle du champ dans la gaine de la fibre.
- Les modes rayonnants correspondent à des valeurs continues de la constante de propagation. Les modes rayonnants sont obtenus en relâchant la condition de Sommerfeld à l'infini. Ils ne satisfont pas la condition de décroissance exponentielle des composantes du champ électrique dans la gaine de la fibre.

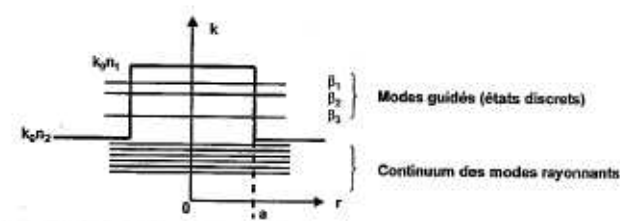


figure II.1 : modes de propagation et constantes de propagation dans une fibre optique au sens d'un "puit quantique" [Pocholle]

Le nombre de modes guidés varie en fonction des caractéristiques du guide (dimensions du guide, profil d'indice, anisotropie). Les fibres pour lesquelles la résolution des équations de Maxwell conduit à l'existence d'une seule constante de propagation sont appelées traditionnellement fibres monomodes. Dans les fibres isotropes et à symétrie circulaire, la constante de propagation du mode fondamental est deux fois dégénérée. Deux modes de propagation orthogonaux (au sens de la polarisation du mode), les modes HE_{11x} et HE_{11y} , se propagent dans la fibre avec la même constante de propagation.

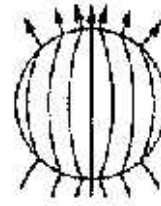
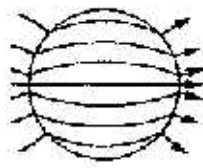


figure II.2 : HE_{11x} et HE_{11y} dans une fibre circulaire isotrope [Zheng]

Lorsque la symétrie circulaire est brisée, on parle alors d'anisotropie géométrique, ces deux modes se propagent en général avec des vitesses de phase différentes selon la direction préférentielle de la polarisation. Cela se traduit par une levée de la dégénérescence du mode fondamental. La différence entre les constantes de propagation représente la biréfringence pour le mode fondamental. On parle dans ce cas de biréfringence de forme. En présence d'anisotropie du matériau, la propagation du champ dépend localement de la direction de polarisation dans la section transverse de la fibre. Il existe donc localement deux directions propres de polarisation orthogonales. Lorsque les axes propres du matériau sont globalement alignés sur l'ensemble de la section de la fibre, la biréfringence est non nulle même si le profil d'indice est circulaire.

Le phénomène de biréfringence dépend donc de nombreux paramètres géométriques et matériaux. La prise en compte de l'ensemble de ces paramètres dans les équations de Maxwell est a priori nécessaire pour appréhender le phénomène de biréfringence de façon correcte dans une fibre de télécommunication. La forme des équations de Maxwell dépend de la permittivité ε du milieu étudié. Lorsque le milieu est anisotrope et invariant par translation selon z , la permittivité est un tenseur qui prend la forme suivante :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

équation II.2

Lorsque le matériau est isotrope, les termes diagonaux sont identiques ($\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$) et les termes croisés sont nuls. La permittivité se réduit donc à une quantité scalaire. On fait appel, dans ce cas, à la notion d'indice optique, n , où $n^2 = \varepsilon$. Dans le cas général, l'anisotropie du matériau se combine à l'anisotropie géométrique. Elles contribuent de façon simultanée à la biréfringence de la fibre.

Lorsqu'on s'intéresse au comportement de la fibre optique en vue d'une application industrielle, on distingue la biréfringence d'origine intrinsèque et la biréfringence d'origine extrinsèque :

- La biréfringence intrinsèque comprend la biréfringence de forme et de contrainte engendrée lors du processus de fabrication. Elle est liée à la géométrie, à la composition du profil d'indice et au procédé de fibrage au cours duquel des contraintes sont engendrées.
- La biréfringence extrinsèque comprend la biréfringence de forme et de contrainte induite par une contrainte externe, i.e. courbure, tension, torsion, pression engendrées lors du

conditionnement. Une fibre optique de télécommunication étant destinée à subir une série de conditionnement (bobine d'expédition, câblage), il est intéressant de connaître les réactions de la fibre vis à vis des contraintes engendrées de façons externes.

Dans les deux cas, la détermination des contraintes résiduelles est une étape nécessaire pour le calcul de la biréfringence. Il est cependant possible de s'affranchir partiellement de l'effet des contraintes extrinsèques dans un environnement industriel par des techniques de conditionnement appropriées. On peut en effet réduire fortement l'impact des contraintes engendrées par la courbure et la tension en effectuant des conditionnements sur des bobines de grand diamètre et sous très faible tension. Les contraintes engendrées par la torsion sont en revanche beaucoup plus difficile à éliminer. Nous dirons simplement ici que l'on peut actuellement garantir des taux de torsion tels que la biréfringence et la PMD mesurées sur bobines de conditionnement possèdent une origine principalement intrinsèque. Nous nous sommes donc concentrés principalement dans ce paragraphe sur la biréfringence engendrée lors du processus de fibrage. Le § 1 sera consacré à la présentation du processus de fibrage d'un point vue thermo-mécanique. Nous expliquerons comment les contraintes apparaissent et présenterons les principales techniques utilisées pour les calculer. Le champ de contrainte résiduel permet ensuite de déterminer l'anisotropie par effet photo-élastique. Nous considérerons ensuite l'anisotropie résiduelle comme une donnée d'entrée nécessaire au calcul de la biréfringence, qui est présenté au § 2.

1 Calcul de l'anisotropie dans une fibre optique

L'objectif de ce paragraphe est de caractériser les forces résiduelles qui persistent dans une fibre optique après le processus de fibrage et qui sont responsables de la modification de l'indice optique par effet photo-élastique [Aben]. En général cette modification dépend de la direction de l'espace, on parle d'anisotropie du matériau. Afin de caractériser cette anisotropie, il nous faut caractériser l'orientation et l'amplitude des efforts exercés en chaque point de la fibre. Pour ce faire, on utilise la notion de contrainte. La contrainte est une notion abstraite destinée à exprimer comment les efforts se répartissent dans un milieu continu. On la définit en effectuant une coupure dans un matériau en équilibre. Si l'on suppose que les actions mutuelles des deux corps S_1 et S_2 définis par la coupure sont des actions à courtes distances représentées par un champ de force, sur chaque élément d'aire $d\vec{S}$ de la surface existe une force de liaison entre les deux parties $d\vec{F} = \vec{C}dS$; \vec{C} est le vecteur contrainte, il a les dimensions d'une force par unité de surface⁵ (figure II.3).

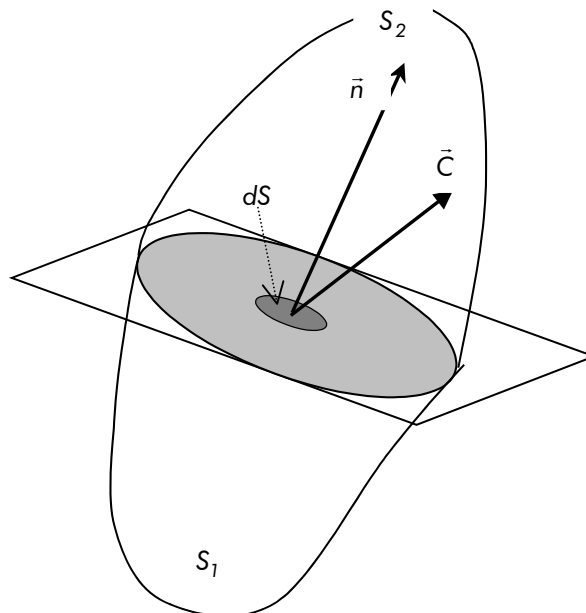


figure II.3 : Vecteur contrainte symbolisant les efforts exercés par la partie S_1 du solide sur la partie S_2

Comme le vecteur contrainte dépend de l'orientation de la surface $d\vec{S}$, il ne permet pas de caractériser l'ensemble des contraintes qui existent en ce point. On considère alors la relation tensorielle [Agassant] entre le vecteur contrainte, et la normale \vec{n} qui permet de définir le tenseur des contraintes σ^6 en chaque point de la fibre : $\vec{C} = \sigma\vec{n}$. Les composantes diagonales de ce tenseur permettent de rendre compte de tractions ou de compressions du matériau au point considéré tandis que les éléments diagonaux permettent de rendre compte de forces de cisaillement. Réciproquement, la connaissance du tenseur des contraintes permet de caractériser la direction et l'amplitude des efforts qui s'exercent en chaque point du solide. Par conséquent, par l'intermédiaire du tenseur des contraintes, nous allons

⁵ Le vecteur contrainte et le tenseur des contraintes sont donnés en Pascal.

⁶ On montre que σ est un tenseur d'ordre deux, réel et symétrique.

pouvoir calculer l'anisotropie. Au niveau structurel, les contraintes et les déplacements de matières se traduisent par des modifications intermoléculaires des propriétés de la silice⁷ ce qui altère le caractère optique isotrope du verre. En considérant que les modifications de l'indice qui en résultent sont faibles, l'indice optique du verre contraint s'obtient à partir du tenseur des contraintes et à partir de l'indice du verre non contraint [Aben] :

$$n_{pq}(r, \theta) = n(r, \theta)\delta_{pq} + \delta n_{pq}(r, \theta) = n(r, \theta)\delta_{pq} + ((C_1 - C_2) \sigma_{pq} + C_2 \text{trace}(\sigma)\delta_{pq})$$

équation II.3

$n(r, \theta)$ représente l'indice en l'absence de contrainte. $\delta n_{pq}(r, \theta)$ représente la perturbation engendrée par le profil de contrainte. δ_{pq} est le symbole de Kronecker, C_1 et C_2 sont les constantes élasto-optiques de la silice dopée [Aben]. Il existe peu de données dans la littérature concernant l'impact des dopants Germanium, Bore et Fluor sur la valeur de ces constantes. Dans la majorité des articles que nous avons rencontrés, les valeurs utilisées correspondaient à celles de la silice pure à $0.546 \mu\text{m}$: $C_1 = -6.5 \times 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}$ et $C_2 = -42.2 \times 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}$ [Primak]. Il semble que ces constantes soient considérées comme très peu dépendantes du dopage dans les fibres faiblement dopées en Germanium [Barlow]. Des études concernant l'impact d'autres dopants semblent pourtant montrer que la composition a un impact non négligeable dans la valeur des coefficients C_1 et C_2 [Aben], [Fuxi]. Le calcul de l'anisotropie découle du calcul du tenseur des contraintes en chaque point de la fibre. Nous présentons dans le paragraphe suivant, les principaux phénomènes responsables de l'apparition d'un champ de contrainte dans une fibre optique à température ambiante. Nous commençons par introduire certaines notions sur le comportement mécanique du verre à haute température, puis nous discutons de l'origine des contraintes proprement dites, en séparant les contraintes engendrées par les fortes variations de température des contraintes engendrées par la tension de fibrage. Nous présentons ensuite différentes techniques utilisées dans la littérature pour décrire le comportement mécanique des fibres lors du processus de fibrage. Enfin, nous présentons un modèle développé à Alcatel Cable pour le calcul des contraintes dans une fibre circulaire. Nous généralisons ce modèle à des fibres possédant des profils d'indices elliptiques.

1.1 Effets mécaniques dans une fibre optique

La présence des contraintes résiduelles, se comprend aisément si on s'intéresse au comportement du verre lors du fibrage. La *figure II.4* représente un cône de fibrage. Nous rappelons que la fibre optique de diamètre (d) de l'ordre de $125 \mu\text{m}$, à température ambiante, est obtenue après étirage d'une préforme⁸ de diamètre (D) de l'ordre de 10 cm chauffée à quelques 2000° . Lors du fibrage un élément de volume de la fibre est donc le siège de déformations et de variations de température très importantes. De manière intuitive, les contraintes sont reliées aux déformations engendrées dans le

⁷ Modification de la densité et de la polarisabilité des molécules

⁸ Par application de la tension de fibrage

matériau et vice versa. Comme les déformations sont figées lorsque la température de la fibre atteint sa valeur finale, un champ de contrainte résiduel va persister dans la fibre à la fin du fibrage.

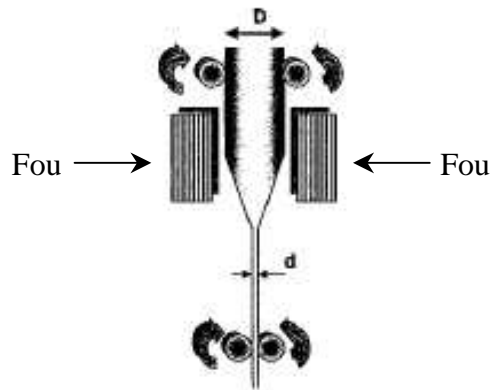


figure II.4 : formation de la fibre : la préforme passe dans le four de fibrage, une goutte de verre se forme et tombe sous l'effet de la gravité. Entre la goutte et la préforme la fibre se forme et est entraînée par la force de fibrage [Pocholle]

Lorsqu'un matériau fondu est refroidi, il cristallise normalement à une température égale à sa température de fusion. Cependant, pour certains matériaux, comme la silice, lorsque le refroidissement est suffisamment rapide, la température de fusion (T_f) peut être franchie sans cristallisation ; on dit alors que le matériau se trouve dans un état de liquide surfondu. Au fur et à mesure que la température diminue, la viscosité⁹ du liquide surfondu augmente rapidement, jusqu'à atteindre une valeur seuil¹⁰ très élevée pour laquelle un "pseudo" état solide, appelé l'état vitreux, apparaît [Zarzycki, Le Parc]. La température correspondante est appelée température de transition vitreuse ou température fictive, nous la noterons T_g . La figure II.5 représente l'évolution du volume spécifique en fonction de la température pour un matériau cristallisant à sa température de fusion et pour un matériau se transformant en verre. On peut constater que le volume spécifique, V , des matériaux usuels présente une discontinuité abrupte à la température de fusion, tandis que pour les matériaux vitreux un changement de la pente apparaît à la température de transition vitreuse. Ce comportement implique que les quantités dérivées telles que le coefficient de dilatation ($\alpha = \partial V / \partial T$)¹¹ présente une variation importante autour de T_g [Zarzycki]. De façon plus générale, au cours du fibrage, les matériaux constituant la fibre passent par différentes "phases" ; de liquide à solide en passant par un état de liquide surfondu.

⁹ La viscosité (cf 1.1.2) caractérise les propriétés d'écoulement d'un fluide ; elle s'exprime en Poise ; plus la viscosité est faible, plus le liquide s'écoule, et réciproquement.

¹⁰ Environ 10^{13} Poises

¹¹ Cf 1.1.3

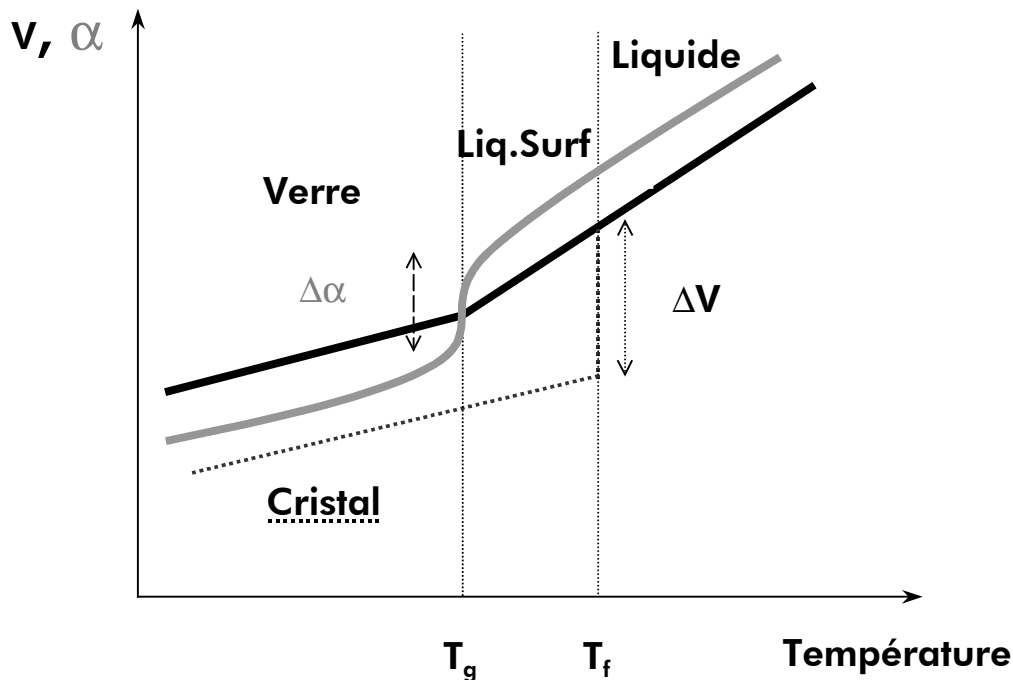


figure II.5 : Evolution du volume spécifique et du coefficient de dilatation dans le verre et dans un cristal en fonction de la température ; au passage de la température de transition vitreuse, le coefficient de dilatation présente une forte variation [Zarzycki]

On comprend donc que les relations entre les contraintes et les déformations ne seront pas les mêmes selon que l'on se situe dans les cas extrêmes d'états solides (faibles déformations) pour les températures inférieures à T_g et liquides (grandes déformations) pour les températures supérieures à T_f . Pour les températures intermédiaires, le comportement du verre vis à vis des déformations est dit visco-élastique. Nous verrons qu'il présente à la fois un caractère élastique et un caractère visqueux ce qui complique la description. Ainsi, la modélisation du fibrage, i.e. l'évolution des contraintes en fonction du temps, nécessite l'emploi de lois différentes permettant de modéliser les différentes phases que les matériaux constituant la fibre vont occuper : lois visqueuses, lois visco-élastiques, et enfin lois élastiques. Nous allons dans la suite préciser quelques notions sur les contraintes et les déformations afin d'aborder d'une part ces différentes lois de comportement et d'autre part de présenter les méthodes de calcul des contraintes engendrées lors du fibrage.

1.1.1 Définition des déformations

La déformation en mécanique est une notion plus intuitive que la contrainte. Elle permet de caractériser l'évolution de la position relative de deux points voisins avant et après déformation du solide. Elle est liée aux déplacements des points engendrés lors de la déformation du solide. Si on dénote par \vec{r}^1 et \vec{r} les positions d'un point après et avant déformation, on définit un champ de vecteur associé au déplacement des points : $\vec{U}(x, y, z) = \vec{r}^1 - \vec{r}$. On montre [Timoshenko, Garrigues] que les déformations sont caractérisées par un tenseur d'ordre deux, dont les composantes sont données par $e_{ij} = 0.5(\partial u_j / \partial x_i + \partial u_i / \partial x_j)$, où u_x , u_y et u_z sont les composantes du vecteur déplacement

, $\vec{U} = u_x \vec{x} + u_y \vec{y} + u_z \vec{z}$, dans un repère cartésien. On parle de loi de comportement mécanique (ou loi macroscopique) lorsque l'on cherche à relier le tenseur des contraintes aux tenseurs des déformations¹². L'intérêt de ces lois apparaît si l'on s'intéresse à la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un élément de volume dV de silice. En appelant \vec{f} la densité volumique des forces externes s'exerçant sur ce volume, on trouve une relation que doit vérifier tout le champ de contrainte en chaque point du solide [Timoshenko, Garrigues] :

$$\text{div} \sigma + \vec{f} = \rho \vec{a}$$

équation II.4

où ρ est la densité volumique du matériau, et \vec{a} l'accélération. Si le solide est statique, l'accélération est nulle, et la relation précédente fournit une équation d'équilibre. Dans le cas général, l'équation II.4 fournit trois équations pour 6 inconnues (les six composantes du tenseur des contraintes), afin de calculer les contraintes dans la section de la fibre, ils nous faut fournir des relations supplémentaires. Ces relations supplémentaires vont être fournies par les lois de comportement que nous avons évoquées précédemment. A partir de ces lois, on peut relier le tenseur des contraintes et les déplacements en chaque point, l'équation II.4 se réduit alors à un système de trois équations aux dérivées partielles pour trois inconnues représentées par les trois composantes du tenseur des déplacements. Connaissant les données d'entrée que sont les forces externes et l'éventuelle accélération du solide on peut calculer les déplacements pour chaque point du matériau et remonter ensuite aux contraintes à l'aide des lois de comportement mécanique. Nous allons donc dans le paragraphe suivant présenter rapidement les différentes lois de comportement que nous aurons à utiliser pour décrire le processus de fibrage. Nous allons utiliser des représentations dites "analogiques" pour illustrer ces différentes lois. Nous nous limiterons à des explications qualitatives sur des matériaux unidimensionnels, puis nous généraliserons directement aux matériaux tridimensionnels. Nous renvoyons le lecteur à des ouvrages spécialisés [Timoshenko, Agassant, Garrigues] pour un exposé plus rigoureux.

1.1.2 Lois de comportement mécanique du verre

Un matériau élastique linéaire idéal réagit à l'application d'une force par une déformation proportionnelle à cette force [Timoshenko]. Un tel matériau est représenté selon les conventions habituelles par un ressort (*figure II.6*). La relation constitutive générale dans un matériau élastique est appelée loi de Hooke. Elle prend la forme suivante dans un matériau mono-dimensionnel :

$$e = \frac{\sigma}{E}$$

équation II.5

¹² Ces lois macroscopiques sont établies par des considérations statistiques et thermodynamiques sur les matériaux étudiés [Zarzycki, Agassant]

Le coefficient de proportionnalité entre les déformations et les contraintes est appelé Module d'Young E , son unité est le Pascal. En dessous de la température de transition vitreuse, le verre se comporte comme un matériau élastique, le module d'Young E est de l'ordre de 73×10^9 Pa et varie en fonction de la composition [Zarzycki]. Il est généralement considéré comme indépendant de la température. La généralisation de la loi précédente à trois dimensions fait intervenir le coefficient de Poisson ν , qui traduit les déformations dans la section transverse à la force :

$$e = -\frac{\nu}{E} \text{Tr}(\sigma) I_d + \frac{1+\nu}{E} \sigma$$

équation II.6

Le coefficient de Poisson est sans dimension, il est compris entre -0.5 et $+0.5$ [Garrigues]¹³. Cette loi est utilisée pour décrire le comportement des matériaux soumis à de petites déformations réversibles ; on parle de théorie des petits déplacements ou théorie élastique linéaire. Nous verrons par la suite que cette notion de linéarité est très importante pour le calcul des contraintes dans des matériaux se comportant de façon élastique. Un matériau visqueux linéaire idéal [Agassant] réagit à l'application d'une force par un flux de vitesse constante proportionnelle à cette force. Il est représenté selon les conventions habituelles par un amortisseur (*figure II.7*), la relation constitutive étant donnée par :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\sigma}{\eta}$$

équation II.7

Le coefficient de proportionnalité η est appelé coefficient de viscosité, son unité est le Poiseuil. Dans la silice, il dépend fortement de la température et de la composition et suit une loi d'Arrhénius $\ln(\eta) = A + B/(T - C)$, où T est la température, A , B et C des constantes dépendantes de la composition [Zarzycki, Agassant]. Le logarithme de la viscosité dans la silice est typiquement compris entre 5 et 50 pour des températures allant respectivement de 2000 °C à 20 °C¹⁴. La généralisation à trois dimensions de l'équation précédente est donnée par :

$$\frac{\partial e_{ij}}{\partial t} = \frac{(\sigma_{ij} - P\delta_{ij})}{2\eta}$$

équation II.8

où $P = -(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$ est la pression hydrostatique.

¹³ Le module d'Young renseigne sur les contraintes longitudinales, tandis que le coefficient de Poisson renseigne sur les contraintes transverses.

¹⁴ Pour donner un ordre d'idée, le verre peut être travaillé en soufflerie lorsque sa viscosité est de l'ordre de 10^7 Poises, en dessous de 150 Poises il commence à couler [Sholze].

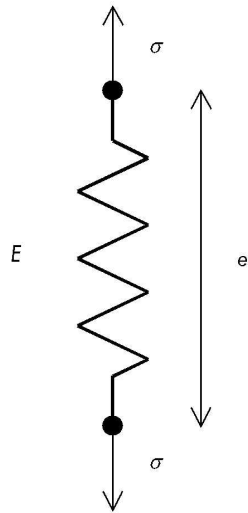


figure II.6 : ressort de raideur E

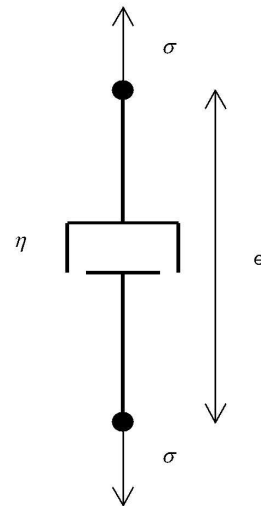


figure II.7 : piston de viscosité η

Connaissant les lois de comportement des matériaux idéaux, on peut les combiner afin de décrire des matériaux réels. Nous présentons dans la suite le comportement viscoélastique, associé au verre se situant en phase de liquide surfondu. Au-dessus de T_f , et en dessous de T_g , on suppose que le verre se comporte respectivement comme un matériau parfaitement visqueux et comme un matériau parfaitement élastique dont nous avons déjà présenté les propriétés.

Un matériau visco-élastique combine les propriétés d'élasticité et de viscosité. Il réagit à l'application d'une force par une déformation instantanée et un flux. Une propriété importante des matériaux visco-élastiques est de conserver la mémoire des états passés : l'état d'un matériau élastique n'est déterminé que par l'état des contraintes à l'instant présent, tandis que l'état d'un matériau visco-élastique est déterminé en plus par l'ensemble des états passés de contrainte qu'il a subi. Sous sa forme la plus générale, la théorie de la visco-élasticité dérivée de ces principes peut décrire des comportements mécaniques complexes et variés. Dans la pratique, on construit fréquemment un modèle visco-élastique par des combinaisons de composants élastiques et visqueux idéaux.

Les modèles les plus simples représentent un matériau visco-élastique par la combinaison en série ou en parallèle d'un composant élastique et d'un composant visqueux : La combinaison en parallèle est connue sous le nom de modèle de Voigt-Kelvin. Dans ce modèle, les deux composants présentent la même déformation alors que la force totale est la somme des forces dues à l'élément élastique et à l'élément visqueux. Le modèle de Voigt-Kelvin est la représentation de base d'un solide visco-élastique, car sa réponse à long terme à l'application d'une force est celle d'un solide (il cesse de se déformer). La combinaison en série est appelée modèle de Maxwell. Dans ce cas la force est la même dans les deux éléments, alors que la déformation totale est la somme des déformations dues à chaque élément. Le modèle de Maxwell est la représentation de base d'un fluide visco-élastique, car sa réponse à long terme à l'application d'une force est celle d'un fluide (il continue à se déformer).

Les considérations précédentes permettent d'obtenir aisément les relations constitutives pour les deux modèles à partir de l'équation II.5 et de l'équation II.7. Nous citons la relation constitutive associée au modèle de Maxwell car le verre à haute température se comporte comme un fluide visco-élastique :

$$\sigma + \frac{\eta}{E} \frac{d\sigma}{dt} = \eta \frac{de}{dt}$$

équation II.9

Si le matériau est soumis à une vitesse de déformation constante, i.e. $e = \partial e / \partial t|_{t=0} t$, on obtient une décroissance exponentielle de la contrainte, $\sigma = \eta \dot{e}_0 [1 - e^{-t/\tau}]$, caractérisée par une constante de temps τ égale à η / E . Lorsque t est très inférieur à la constante de temps, le fluide se comporte de façon élastique et $\sigma = Ee$. Pour un temps t très supérieur à τ , le comportement du fluide devient visqueux, $\sigma = \eta \dot{e}_0$, i.e. le fluide perd la mémoire de son évolution antérieure. A très haute température, la viscosité du verre est très faible d'après la loi d'Arrhenius de sorte qu'un verre soumis à des efforts perd rapidement la mémoire de son évolution antérieure. Cette dernière remarque est importante puisque au fibrage l'histoire thermique du verre dépend du temps. Il existe donc un seuil de température au-delà de laquelle l'histoire mécanique du verre peut être ignorée.

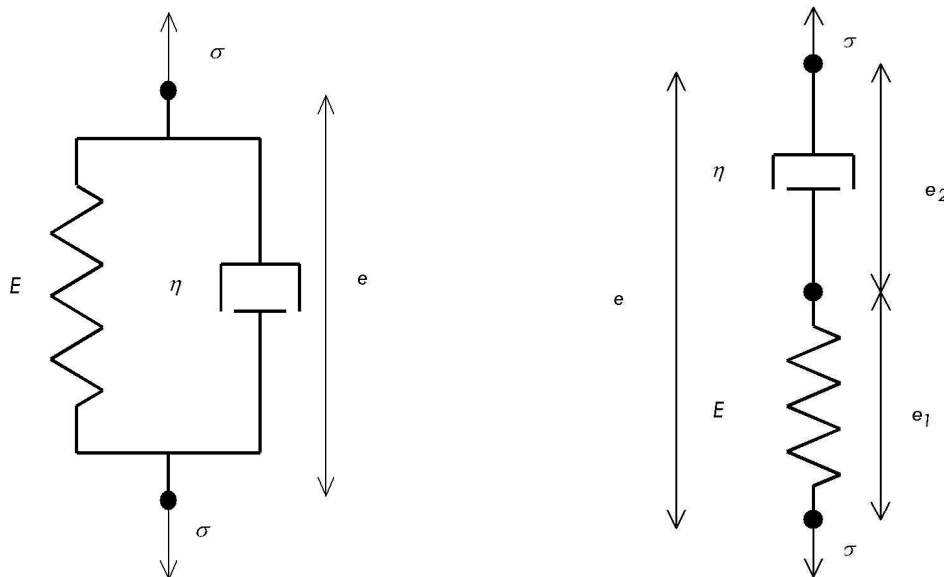


figure II.8 : Représentation schématique des modèles visco-élastiques de Voigt-Kelvin (à gauche) et de Maxwell (à droite).

Les deux modèles précédents ne fournissent que des représentations partielles des propriétés de matériaux visco-élastiques réels. D'autres assemblages constitués de plusieurs composants élémentaires peuvent être construits pour obtenir une modélisation plus complète du comportement du verre avec la température, en particulier pour approcher de façon plus précise l'évolution de la constante de relaxation avec la température [Zarzycki].

1.1.3 Dilatation thermique

Aux déformations que nous venons de présenter que nous qualifierons de déformations d'origine "mécanique"¹⁵ s'ajoutent des déformations dont l'origine est purement thermique : on parle

¹⁵ Elles résultent de l'application d'une force. Dans le cas du fibrage, ce sera la tension de fibrage.

de dilatation du matériau sous l'effet de variation de température. Cette propriété caractérise le fait que la densité d'un matériau varie avec la température, en raison de la modification des distances inter-atomiques moyennes sous l'effet de l'augmentation de la vibration des atomes. Le coefficient de proportionnalité entre la variation de température ΔT et les déplacements est le coefficient d'expansion thermique dont nous avons parlé en introduction. Nous le noterons α , il s'exprime en Kelvin^{-1} :

$$e_{th} = \alpha \Delta T$$

équation II.10

Dans la silice, on suppose en général que le coefficient de dilatation varie peu avec la température dans les phases solides et liquides. En revanche, il présente une transition importante au passage de la phase liquide à la phase solide. On considère que le coefficient de dilatation dans la phase liquide est environ trois fois supérieur à l'amplitude du coefficient de dilatation dans la phase vitreuse. Le coefficient de dilatation dépend en revanche fortement de la composition de la silice dopée. En général pour la silice dopée, $10^{-7} \leq \alpha(\text{K}^{-1}) \leq 10^{-6}$. Pour des variations de température de l'ordre de 1500°C on obtient ainsi des déplacements thermiques inférieurs au mm.

Nous sommes maintenant en possession de l'ensemble des éléments qui permettent de caractériser le champ des contraintes apparaissant lors du fibrage dans une fibre optique. Nous avons insisté sur le fait que les constantes apparaissant dans les lois de comportement dépendaient de la composition et que la viscosité et le coefficient de dilatation dépendaient de la température. Nous devons donc prendre en compte la géométrie multicouche de la fibre, sa composition et le profil de température afin de comprendre les origines des contraintes. Nous allons dans un premier temps expliquer de façon qualitative que les contraintes engendrées lors du processus de fibrage possèdent deux origines principales :

- **Une origine mécanique provenant de la combinaison des déformations d'origine mécanique et de la différence entre les coefficients de viscosité des différentes couches.**
- **Une origine thermique provenant de la combinaison des déformations d'origine thermique et de la différence entre les coefficients d'expansion thermique des différentes couches.**

A notre connaissance, la prise en compte simultanée des deux causes de contrainte n'a jamais été proposée dans le cas d'une fibre de profil non circulaire. Les auteurs se restreignent dans la majorité des cas au calcul des contraintes d'origine thermique. L'hypothèse sous-jacente semble être que les déplacements d'origine mécanique sont principalement longitudinaux. Par conséquent, les contraintes transverses d'origine mécanique sont très faibles devant les contraintes transverses d'origine thermique. Nous détaillons dans un premier temps comment les contraintes d'origine thermique se développent dans une fibre optique, puis nous nous intéressons aux contraintes d'origine mécanique.

1.2 Explications qualitatives de l'origine des contraintes dans une fibre optique

1.2.1 Contraintes d'origine thermique

Nous supposons dans ce paragraphe que les déformations de la fibre sont uniquement élastiques, c'est à dire que la fibre est dans un état solide dans la gamme de température considérée (ici entre 1500°C et 20°C). Quand une fibre optique est refroidie d'une température initiale élevée T_i , à une température finale basse T_f , les régions contenant des dopages différents vont exhiber des coefficients de dilatation différents de sorte que certaines régions vont se contracter plus que d'autres. Si on laisse évoluer par la pensée ces régions séparément, leurs dimensions relatives à la température finale ne seront pas compatibles. La continuité géométrique entre les différentes régions de la fibre implique donc la présence de déformations résiduelles à la température finale et donc la présence de contraintes résiduelles. La *figure 11.9* illustre l'évolution d'une fibre à échelon d'indice subissant un gradient de température $\Delta T = T_f - T_i$. Nous avons représenté, dans cet exemple exagéré, l'évolution de la gaine et l'évolution du cœur prises séparément, et conjointement. On suppose ici que le coefficient d'expansion thermique du matériau de gaine est très petit devant celui du cœur, i.e. les déformations qui seraient engendrées par ΔT dans la gaine maintenue isolée sont très petites devant celles qui seraient engendrées dans le cœur dans les mêmes conditions. Cette situation est illustrée sur la *figure 11.9* du haut, où les dimensions du cœur ont fortement varié tandis que celles de la gaine n'ont pratiquement pas changé. On suppose de plus que la gaine est plus rigide que le cœur de sorte que c'est elle qui fixe les déplacements à leur interface. Lorsque la température diminue, le cœur, qui a tendance à vouloir se contracter (*figure 11.9*, en haut) est retenu par la gaine (*figure 11.9*, en bas) dont les dimensions ne varient pratiquement pas. Il en résulte l'apparition d'un champ de contrainte dans le cœur au fur et à mesure que la température diminue.

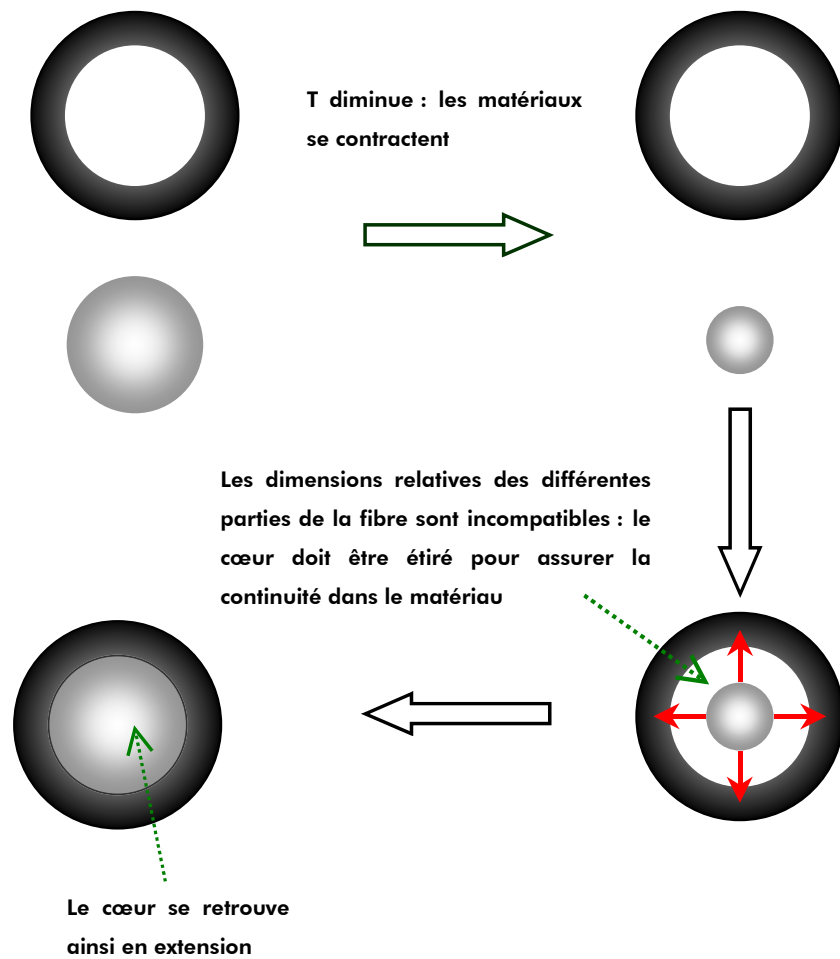


figure II.9 : illustration de l'apparition des contraintes d'origine thermique dans une fibre optique à échelon d'indice

1.2.2 Contraintes d'origine mécanique

Dans le cas d'une fibre à échelon d'indice, les contraintes d'origine mécanique sont engendrées par la tension de fibrage et par la différence entre les coefficients de viscosité des différentes couches de la fibre [Nicolardot, Park99, Yablon]. La figure II.10 représente le bas d'un cône de fibrage d'une fibre à échelon d'indice soumise à une tension de fibrage F . Les viscosités η_c et η_g du cœur et de la gaine sont telles que $\eta_c > \eta_g$. A haute température, les matériaux s'allongent sous l'effet de la tension. Les contraintes engendrées se relaxent très rapidement avec une constante de temps proportionnelle à la viscosité (cf équation II.9 et commentaires). Lorsque la température diminue, le temps de relaxation des contraintes augmente. Le cœur, de viscosité plus grande, a tendance à se solidifier plus rapidement que la gaine (La constante de relaxation des contraintes dans le cœur augmente plus rapidement que dans la gaine).

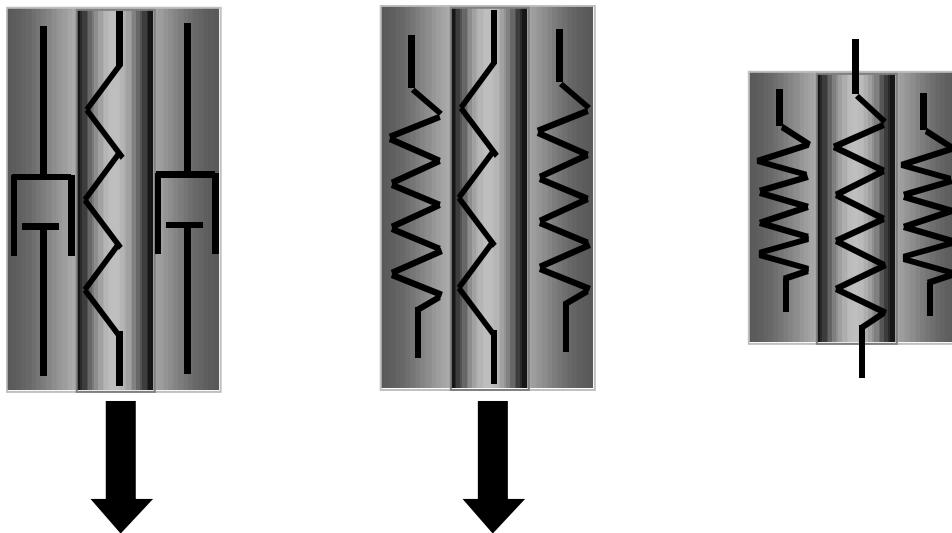


figure II.10 : illustration de l'apparition des contraintes d'origine mécanique dans une fibre optique à échelon d'indice ; à gauche, la gaine est encore visqueuse et se déforme sous l'action de la tension de fibrage ; au milieu la gaine se solidifie ; à droite la tension est relâchée, la gaine se contracte.

Lorsque la fibre a atteint son diamètre final, on peut supposer grossièrement que la gaine est encore visqueuse et le cœur totalement solidifié. Le cœur réagit de façon élastique à la force qui lui est appliquée et supporte toute la tension de fibrage. La gaine réagit de façon visqueuse et s'allonge de façon inélastique sous l'effet de la tension qui lui est appliquée (i.e. les contraintes engendrées sont relaxées quasi-instantanément). Nous avons représenté cette situation sur la *figure II.10* à gauche, où le cœur solidifié se comporte comme un ressort, et la gaine visqueuse comme un piston. Un champ de contrainte stationnaire est atteint rapidement du fait de la faible viscosité de la gaine et est figée lorsque la température descend en dessous de la température de transition vitreuse de la gaine. Ce champ de contrainte, qui correspond à un cœur en extension et à une gaine sous contrainte nulle, est conservé jusqu'au relâchement de la tension (*figure II.10* du milieu). Au relâchement de la tension (*figure II.10* de droite), le cœur aura tendance à se contracter et va entraîner la gaine qui, soumise à la force exercée par le cœur va réagir en opposant une force contraire. Les contraintes dans la section de la fibre se répartissent en fonction de la rigidité relative des deux couches jusqu'à ce que l'équilibre mécanique soit atteint sur la section de la fibre. En supposant, dans notre exemple, que la rigidité de la gaine est plus grande que celle du cœur, cet équilibre correspond à un cœur en forte extension et une gaine en faible compression.

Les raisonnements effectués dans ce chapitre permettent d'obtenir des explications qualitatives sur la présence des contraintes engendrées par les effets thermiques et mécaniques. Nous présentons au chapitre suivant, des méthodes permettant de calculer la répartition des contraintes.

1.3 Modélisation des contraintes

1.3.1 Hypothèse de comportement élastique

Nous présentons dans ce paragraphe, les méthodes de calcul des contraintes d'origine thermique utilisées dans la littérature "opticienne" pour évaluer la biréfringence de contrainte. Si nous

nous limitons à la partie du cône de fibrage où la silice est à l'état solide, i.e. si l'on se situe en dessous de la température de transition vitreuse, on peut se limiter à étudier les déplacements d'origine thermique. Comme nous l'avons énoncé précédemment, cette hypothèse revient à négliger la tension de fibrage, ce qui implique que $\bar{a} = 0$ dans l'équation II.4. En négligeant les forces d'origines externes on obtient ainsi l'équation d'équilibre $\text{div}\sigma = 0$. Nous supposons que la fibre est un cylindre infiniment long et homogène, les composantes σ_{iz} pour $i=x, y$ sont alors nulles par symétrie. On suppose ensuite que les déformations sont uniquement planes, ce qui d'après la loi de Hooke implique que $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$. Ces hypothèses permettent de simplifier le calcul des contraintes en ramenant le problème à trois dimensions précédent à un problème à deux dimensions. L'équation d'équilibre se ramène alors à :

$$\text{div}\sigma_t = 0$$

équation II.11

σ_t est la partie transverse du tenseur des contraintes. On parle d'hypothèses de déformations planes [Timoshenko, Garrigues]. Pour des géométries simples, les solutions de l'équation aux dérivées partielles précédente peuvent être déterminées analytiquement. Pour des géométries complexes, impliquant des zones de différentes formes et tailles, une résolution numérique est nécessaire. Nous présentons dans la suite, quelques configurations géométriques pour lesquelles des résolutions analytiques sont possibles, puis nous présentons un exemple de résolution numérique appliquée à des profils d'indices complexes.

Les méthodes analytiques sont applicables lorsque les coefficients de dilatation sont constants dans les différentes couches de la fibre. Nous citons la méthode de la fonction d'Airy et la méthode des variables complexes en élasticité plane. Dans ces méthodes, les contraintes pour une géométrie particulière s'expriment à l'aide de fonctions intermédiaires, réelles pour la fonction d'Airy [Timoshenko, Garrigues] et complexes pour la méthode des variables complexes [Timoshenko, Tsai]. La linéarité des solutions en théorie de l'élasticité plane, permet de décomposer un problème particulier, en une somme de problèmes plus simples dont on connaît les fonctions solutions. En superposant ces solutions, on peut déterminer les contraintes dans des configurations telles que des fibres à échelon d'indice et/ou à gaine elliptique. Ces méthodes sont utilisées par [Chu82-Chu84], [Varnham], [Tsai] sur différents types de fibres. Nous citons, en particulier les résultats obtenus par [Chu82] pour une fibre à échelon d'indice à cœur elliptique et à gaine infinie. Dans le cœur de la fibre, la méthode de la fonction d'Airy conduit aux valeurs suivantes de σ_{xx}, σ_{yy} :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{1-\nu} \frac{a}{a+b} \\ \sigma_{yy} &= \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{1-\nu} \frac{b}{a+b} \\ \sigma_{xy} &= 0\end{aligned}$$

équation II.12

2a représente la longueur du grand axe de l'ellipse et 2b la longueur du petit axe de l'ellipse ; $\Delta\alpha$ est la différence entre le coefficient de dilatation de la gaine et le coefficient de dilatation du cœur. On a supposé que le module d'Young et le coefficient de Poisson sont identiques dans le cœur et dans la gaine. On peut tirer deux conclusions à partir de ce modèle simple :

- Les contraintes engendrées de façon thermique sont constantes dans le cœur.
- La composante σ_{xx} selon le grand axe de l'ellipse est supérieure à la contrainte σ_{yy} engendrée selon le petit axe.

Lorsqu'on considère une gaine finie, il faut corriger les solutions précédentes par un terme polynomial en a et b [Varhnam], [Tsai]. La différence entre les contraintes au centre est ainsi donnée par (a et b sont normalisé par rapport au rayon de la fibre dans l'équation II.13):

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{1-\nu} \frac{a-b}{a+b} \left[1 - \frac{3}{2} ab(a+b)^2 \right]$$

équation II.13

L'évolution de cette différence¹⁶ est représentée en fonction de l'ellipticité $e=(a-b)/(a+b)$ sur la figure II.11 pour différentes valeurs de b (exprimé en μm sur la figure).

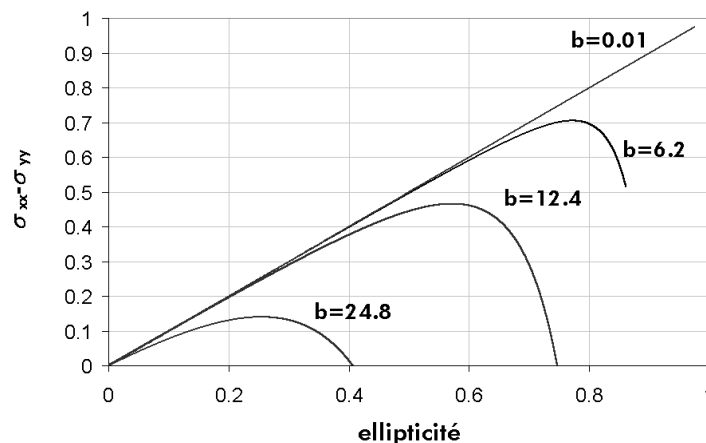


figure II.11 : évolution de la différence $\sigma_{xx}-\sigma_{yy}$ normalisée en fonction de l'ellipticité dans une fibre à échelon d'indice pour différentes valeurs du petit axe de l'ellipse b

La valeur de $b=0$ correspond au calcul de [Chu82], i.e. les dimensions du cœur sont infiniment petites devant celle de la gaine. On peut constater que $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ est d'autant plus fort pour une ellipticité donnée que le cœur est petit. La valeur de $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ augmente de plus avec l'ellipticité jusqu'à ce que celle-ci dépasse une valeur seuil. Au-delà, $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ diminue puis s'annule et change de signe¹⁷.

Lorsque le profil d'indice varie de façon continue dans la section de la fibre, les coefficients de

¹⁶ Normalisé par rapport à $E\Delta\alpha\Delta T / (1-\nu)$

¹⁷ Nous faisons un aparté ici pour commenter ce résultat : pour chaque valeur du rayon de la fibre, il existe une combinaison des paramètres géométriques et matériaux telle que les axes optiques "géométriques" rapides (respectivement lents) et les axes optiques "matériaux" rapides (respectivement lents) sont orthogonaux. On constate néanmoins que les ellipticités nécessaires pour atteindre cette inversion dans les fibres de télécommunication ($b \leq 10 \mu\text{m}$) sont très importantes.

dilatation vont eux aussi varier de façon continue de sorte qu'une résolution numérique de l'équation II.11 devient nécessaire. En général, on utilise une équation aux dérivées partielles pour les déformations transverses lorsqu'on traite numériquement des problèmes de déformation planes. Nous utilisons donc successivement l'équation II.11 d'équilibre, l'équation II.6 de l'élasticité linéaire et l'expression des déformations d'origine thermique. A l'aide de l'expression du tenseur des déformations en fonction des composantes du vecteur déplacement, on obtient une équation aux dérivées partielles pour les deux composantes transverses du déplacement [Timoshenko, Chowdhury00] :

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \alpha(x,y)\Delta T(x,y) \right) + \nu \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} - \alpha(x,y)\Delta T(x,y) \right) \right\} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} - \alpha(x,y)\Delta T(x,y) \right) + \nu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \alpha(x,y)\Delta T(x,y) \right) \right\} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right]$$

équation II.14

$\alpha(x,y)$ est le coefficient de dilatation thermique au point de coordonnées (x,y) , $\Delta T(x,y)$ est le gradient de température imposé au point (x,y) . On peut résoudre cette équation aux dérivées partielles, en imposant aux déplacements d'être continus, et en imposant à la circonférence de la fibre d'être libre de tout effort. A l'aide de cette méthode [Chowdhury00] détermine le profil de contrainte dans une fibre SMF et une fibre NZDSF pour une ellipticité de 5 %. L'évolution du coefficient de dilatation dans la section de la fibre est calculée à partir de la composition. Les résultats des calculs sont représentés, pour une composante diagonale σ_{rr} et pour la composante croisée $\sigma_{r\theta}$ sur la figure II.12 et sur la figure II.13 pour la SMF, sur la figure II.14 et sur la figure II.15 pour la NZDSF. On peut constater que les composantes diagonales du tenseur des contraintes sont supérieures aux composantes croisées pour les deux profils. Cette différence est plus marquée pour le profil d'indice NZDSF qui possède des différences d'indice plus importantes. De plus, de manière générale, le profil de contrainte de la fibre NZDSF est géométriquement plus complexe que le profil de contrainte de la fibre SMF. Nous verrons au chapitre de calcul de la biréfringence que cette complexité ne se traduit pas, comme on s'y attend intuitivement, à un comportement plus complexe de la biréfringence de phase et de groupe de la fibre NZDSF.

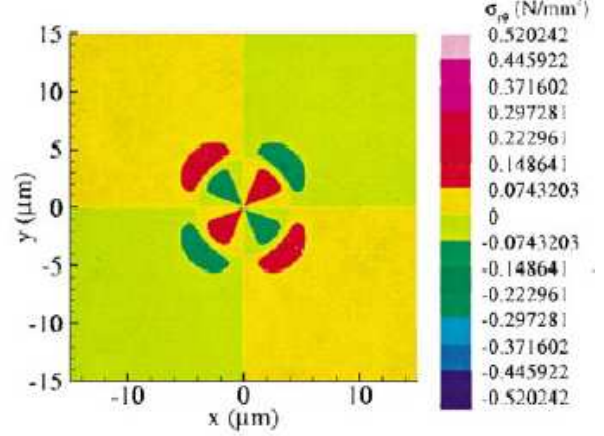
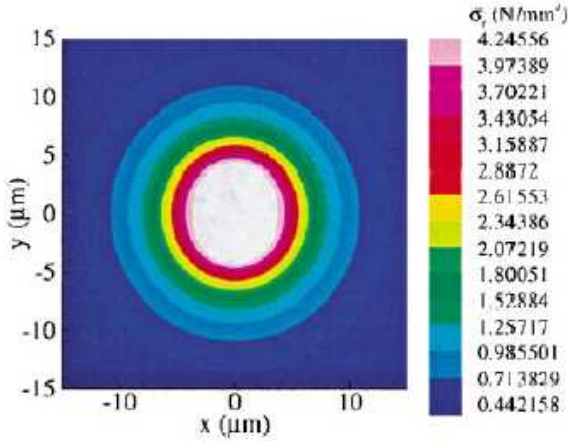


figure II.12 : Evolution de σ_r dans la section de la fibre SMF figure II.13 : Evolution de σ_θ dans la section de la fibre SMF

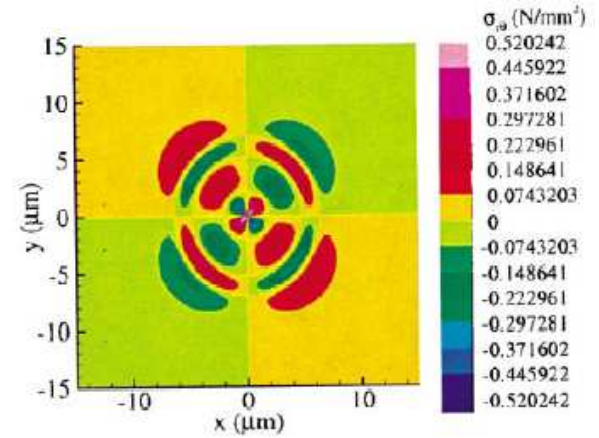
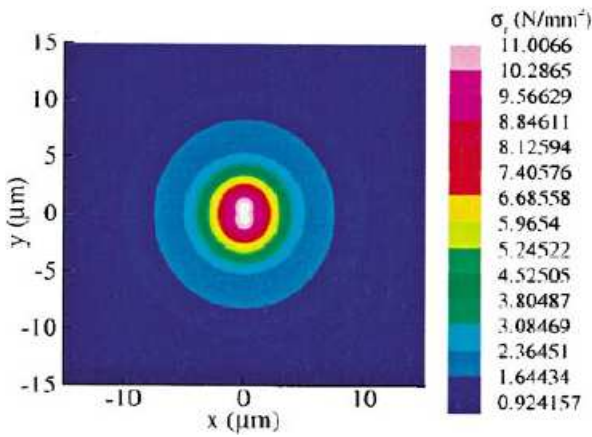


figure II.14 : Evolution de σ_r dans la section de la fibre NZDSF

figure II.15 : Evolution de σ_θ dans la section de la fibre NZDSF

1.3.2 Hypothèse de comportement visco-élasto-thermique

Les méthodes de calcul que nous présentons dans ce paragraphe sont basées sur une approche plus précise du processus de fibrage que les méthodes précédentes, car elles ne se limitent pas à la partie solide du cône de fibrage. L'histoire mécanique et thermique de la fibre est en effet prise en compte à travers un modèle visco-élastique basé sur le modèle de Maxwell présenté précédemment. Nous rappelons que dans ce modèle, le tenseur des taux de déformation est égal à la somme du tenseur des taux de déformation élastique et du tenseur des taux de déformation visqueuse. Pour prendre en compte les effets de la dilatation thermique, on lui rajoute le tenseur des taux de déformation thermique. On obtient alors l'expression suivante :

$$\frac{\partial e_{ij}}{\partial t} = \frac{(\sigma_{ij} - P\delta_{ij})}{2\eta} + \frac{\left[(1 + \nu) \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} - 3\nu \frac{\partial P}{\partial t} \delta_{ij} \right]}{E} + \frac{\partial e_{thij}}{\partial t}$$

équation II.15 : Les différents paramètres intervenant dans cette équation sont a priori des fonctions du temps

Dans le problème que nous considérons, les variables η , α , dépendent a priori de la température. Le profil de température “vu” par la fibre au cours du fibrage est donc un des éléments clés du calcul. La figure II.16 représente un cône de fibrage sur lequel nous avons représenté l'évolution spatiale d'une tranche de silice en fonction du temps.

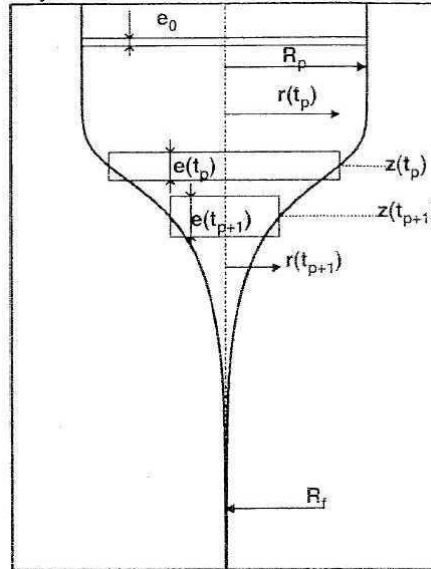


figure II.16 : représentation de l'évolution d'une tranche de silice d'épaisseur e en fonction du temps t (ou de la hauteur) dans le cône de fibrage [Nicolard]

R_p représente le rayon de la préforme, R_f le rayon de la fibre. $r(t_p)$ représente le rayon de la tranche de silice au temps t_p et $e(t_p)$ son épaisseur. L'évolution spatiale de la tranche de silice dans le cône de fibrage est une fonction du temps. Par conséquent, l'évolution de la température de la tranche est, elle aussi, une fonction du temps. Il existe ainsi une relation entre la forme du cône de fibrage, et le profil de température longitudinal, i.e. la dépendance de T avec l'abscisse longitudinale. Le profil de température est obtenu à partir d'un bilan d'énergie sur la tranche de silice à l'abscisse z_p (ou au temps t_p). Celui ci conduit à la relation suivante entre la température de la fibre T , le diamètre de la tranche d et le temps t [Park99] :

$$\frac{T - T_o}{T_s - T_o} = \exp\left(-\frac{4ht}{\rho C_p d}\right)$$

équation II.16

où ρ et C_p représentent respectivement la densité et la chaleur spécifique des matériaux de la fibre. T_o est la température de l'air ambiant et T_s la température de fusion de la silice. h est le coefficient de transfert thermique ($h=7.2 \times 10^{-7}$ cal/cm²s°C). Cette expression montre que connaissant l'évolution du diamètre de la fibre en fonction du temps¹⁸ on peut obtenir sa température (supposée constante sur toute la section) à chaque instant. Connaissant l'évolution de la température en fonction du temps, on peut déterminer l'évolution de la viscosité et du coefficient de dilatation en fonction du temps. On peut

¹⁸ On peut le « mesurer » en fonction de la position en arrêtant le processus de fibrage est en effectuant des mesures de diamètre sur la préforme refroidie. Connaissant la vitesse de fibrage, on peut à partir de la position déterminer le temps correspondant.

de même déterminer les conditions initiales qui vont permettre d'initier le calcul des contraintes. D'après les résultats du § 1.1, et l'équation II.9 nous connaissons l'expression du temps de relaxation des contraintes dans un matériau viscoélastique à trois dimensions : $\tau = 3\eta/E$. On peut estimer un ordre de grandeur des constantes de relaxation autour de la température de fusion de la silice pure, i.e. près de 1500 °C. A 1500 °C, la viscosité de la silice est telle que le modèle de Maxwell décrit correctement l'évolution des contraintes en fonction du temps. En utilisant des données typiques pour la silice ($E=73000$ MPa, $\eta = 10^9$ Poises à 1500 °C), on obtient à l'instant t tel que la température de la fibre est 1500 °C, des temps de relaxation de l'ordre de 0.01 s. En choisissant une température initiale correspondant à un temps $t' = t - 5\tau$, on est sûr qu'au-delà de cette température, toute l'histoire de la fibre a été prise en compte de façon pertinente, i.e. les contraintes n'ont pas encore commencé à se développer. Cette température est estimée de façon expérimentale à environ 1800 °C dans [Nicolardot]. Nous possédons donc toutes les données d'entrées nécessaires à la résolution de l'équation aux dérivées partielles (équation II.15). Nous présentons dans la suite deux approches pour la résolution de cette équation :

- La première est une méthode par éléments finis développée à Conflans [Nicolardot] pour le calcul des contraintes dans des fibres à symétrie circulaire. Nous avons généralisé cette méthode à des fibres à géométrie non circulaire et présentons au paragraphe § 1.4 des résultats de calcul sur des fibres à profil elliptique. Nous présentons ici les résultats obtenus sur les fibres circulaires en insistant sur les hypothèses de modélisation.
- La seconde méthode consiste à calculer les effets thermiques et mécaniques de façon séparée, elle est présentée par [Park99]. En ce qui concerne les contraintes d'origine mécanique, seule la composante selon l'axe z est évaluée, ce qui permet de simplifier la résolution de l'équation II.15.

La résolution de l'équation II.15 dans [Nicolardot] est effectuée par un logiciel de calcul de structure nommé systus. Le logiciel calcule les déplacements engendrés dans la structure par la tension de fibrage et par les variations de température à l'aide d'une méthode par éléments finis. Les déplacements réels sont obtenus par minimisation de l'énergie de déformation W de la structure où W est défini en fonction du tenseur des contraintes et du tenseur des déformations par $W = \int_{\text{volume}} \text{tr}(\sigma \cdot e) dV$.

A l'aide de l'équation II.15 on peut exprimer W à chaque instant en fonction des déformations et donc en fonction des déplacements. A chaque instant le champ de déplacement admissible est celui qui minimisera l'énergie de déformation de la structure. Pour la résolution numérique, la structure est discrétisée en élément. On montre que la minimisation de l'énergie potentielle de la structure réelle conduit à la résolution d'un système linéaire dans la structure discrétisée dont les inconnues sont les valeurs des déplacements aux nœuds des éléments. Un maillage complet du cône de fibrage s'avérerait trop lourd compte tenu des déformations d'amplitudes trop importantes qui ont lieu. La solution adoptée est d'étudier les déplacements et les contraintes dans une fine tranche de silice se déplaçant dans le cône sous l'effet de la tension de fibrage (figure II.16). Connaissant la température initiale, on

pourrait initier le processus de calcul à partir d'un diamètre calculé à partir de l'équation II.16 et d'un champ de contrainte obtenu via la composante visqueuse de l'équation II.15; on résoudrait alors l'équation II.15 en appliquant la force de fibrage à la tranche de silice jusqu'à ce que la température atteigne celle de l'air ambiant. Cette solution peut conduire à des imprécisions sur le diamètre final de la fibre, et donc sur les résultats du calcul. La raison provient du fait que les conditions initiales sont évaluées de façon qualitative. La solution retenue dans [Nicolardot] pour s'affranchir de ces imprécisions consiste à initier le calcul à partir d'une fibre de $125 \mu\text{m}$ exempte de contrainte à une température de 20°C . Le diamètre à haute température est obtenu à partir d'une phase de calcul, où un profil de température fictif et une force de fibrage fictive sont appliqués à la fibre. Ce profil de température fictif et cette force fictive correspondent précisément au profil de température réel et à la tension de fibrage réelle mais inversés par rapport au temps (figure II.17). Lorsque la température déterminée précédemment, est atteinte, le profil de température réel et la tension de fibrage sont appliquée à la fibre, la phase d'extension proprement dite est alors simulée (figure II.17). Le relâchement de la tension de fibrage est pris en compte, à la fin du processus, en imposant une force nulle à la dernière étape de calcul.

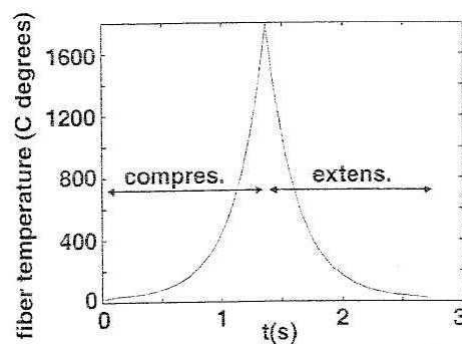


figure II.17 : Phase de compression fictive et phase d'extension réelle de la tranche de silice dopée. La phase de compression fournit les conditions initiales pour le calcul des contraintes et des déplacements lors de l'étirage de la préforme [Nicolardot]

La solution retenue par [Park99] est d'évaluer les contraintes d'origine thermique et mécanique de façon séparée. Dans [Park99], seule la composante axiale est prise en compte dans le calcul des composantes mécaniques, de sorte que l'équation II.15 est simplifiée est aisément intégrable par une méthode de Runge Kunta. Les conditions initiales sont évaluées à la température de relaxation des contraintes définies précédemment¹⁹, où on peut facilement établir une relation entre la force de fibrage, la viscosité des différentes couches et les composantes axiales initiales. Les contraintes d'origine thermique sont calculées en considérant la transition du coefficient de dilatation aux températures de transition vitreuse des différents matériaux.

Nous présentons dans la suite, les résultats obtenus par les deux approches. Les dépendances des coefficients α , η , E et ν en fonctions de la composition sont supposées linéaires dans les deux références. Nous précisons que la variation du coefficient de dilatation à la température de transition

¹⁹ Cette température est estimée à 1600°C dans [Park99], par opposition au 1800°C de [Nicolardot]

vitreuse n'est pas pris en compte dans la référence [Nicolardot]. Ce choix est justifié par la difficulté de garantir une bonne précision sur la sensibilité du coefficient de dilatation vis à vis de la composition et des variations de température. Nous avons donc préféré nous restreindre à des coefficients de dilatation indépendants de la température.

Les figures II.18, et II.19 d'une part et II.20 et II.21 d'autre part correspondent à des calculs des contraintes réalisées respectivement par la méthode [Nicolardot] et par la méthode [Park99] sur une fibre possédant trois couches : le cœur, la gaine et le tube. Les dimensions des deux fibres sont sensiblement les mêmes. La fibre simulée par Nicolardot est fortement dopée en Germanium de sorte que les différences d'indice entre le cœur et la gaine sont respectivement de 27×10^{-3} dans [Nicolardot] et de 4.5×10^{-3} dans [Park99]. Cette différence se répercute au niveau des valeurs des coefficients de dilatation utilisées dans les deux références. Ainsi dans [Nicolardot], le coefficient de dilatation dans le cœur est de 23.5×10^{-7} et constant sur toute la gamme de température. Dans [Park99], en revanche, le coefficient de dilatation dans le cœur varie entre 7.5×10^{-7} en dessous de la température de transition vitreuse, et 22×10^{-7} au-dessus. Nous avons effectué une évaluation séparée et conjointe des effets thermiques et mécaniques afin de les comparer avec les résultats de l'approche utilisée par [Park99]. Les tensions de fibrage utilisées dans les deux références sont respectivement de 76 g dans [Nicolardot] et de 50 g dans [Park99]. Les résultats des calculs montrent des comportements globalement identiques pour les deux composantes des contraintes :

- La composante thermique conduit à une extension dans le cœur, i.e. des composantes de sigma globalement positives dans les deux références (cf figure II.18 et II.20).
- Relativement à la composante thermique, la composante mécanique conduit à une compression dans le cœur, i.e. des composantes de sigma globalement négatives (cf figure II.19 et II.21).

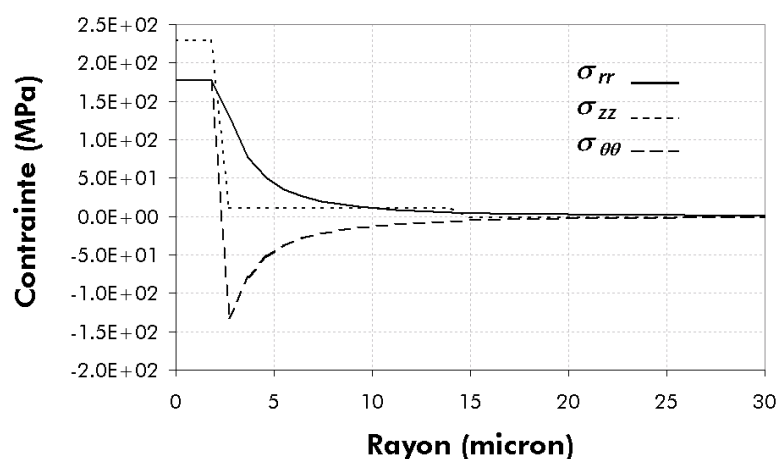


figure II.18 : composantes thermiques des contraintes dans un profil de type échelon [Nicolardot]

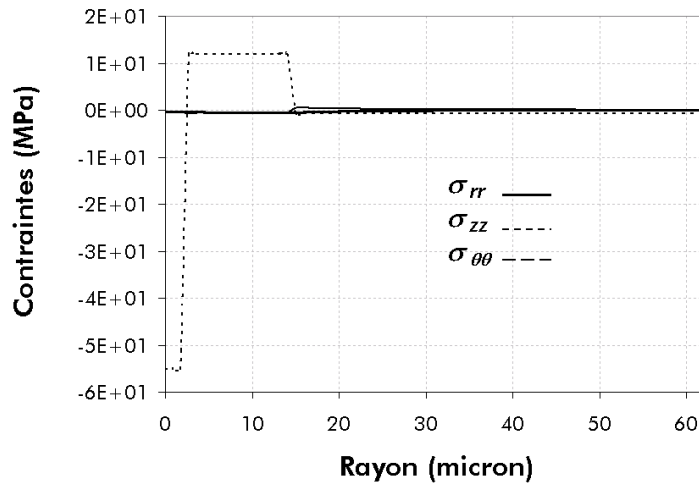


figure II.19 : Composantes mécaniques des contraintes dans un profil de type échelon [Nicolardot]

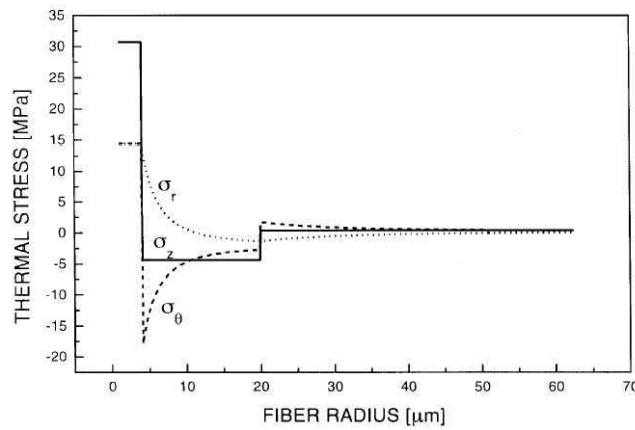


figure II.20 : Composantes thermiques dans un profil de type échelon [Park99]

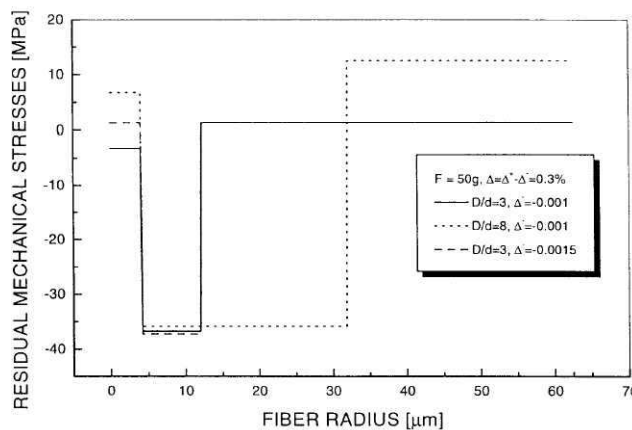


figure II.21 : Composantes mécaniques dans un profil de type échelon [Park99]

On peut noter la forte importance de la composante thermique calculée sur la fibre étudiée par [Nicolardot]. Cette composante étant engendrée par le coefficient de dilatation α , le calcul montre qu'une attention particulière doit être portée à la modélisation des coefficients de dilatation et de

viscosité. En négligeant l'impact de la température de transition vitreuse, on peut estimer grossièrement que les coefficients de dilatation utilisés par [Nicolardot] sont 3 fois supérieurs à ceux utilisés par [Park99]. On note cependant que les contraintes d'origine thermique calculées dans [Nicolardot] sont environ 10 fois supérieures aux valeurs calculées dans [Park99]. La différence entre ces valeurs peut être attribuée pour partie à la prise en compte de la variation du coefficient de dilatation avec la température. On vérifie enfin sur la *figure II.19* que pour une fibre à symétrie circulaire, les contraintes transverses engendrées de façon purement mécanique sont très faibles devant celle qui sont engendrées de façon thermique. La *figure II.22* présente le calcul prenant en compte les composantes mécaniques et thermiques de façon simultanée, en utilisant le modèle de [Nicolardot]. On constate que globalement, pour une géométrie circulaire, les composantes du tenseur des contraintes sont égales à la somme des composantes engendrées de façons thermique et mécanique.

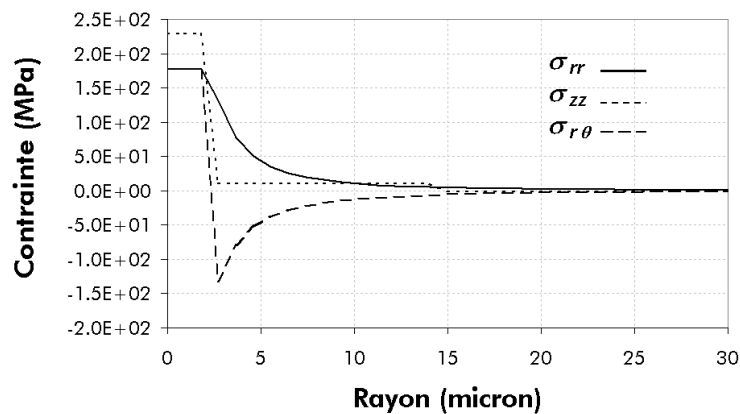


figure II.22 : contrainte radiale, orthoradiale et longitudinale dans un profil de type échelon [Nicolardot]

1.4 Calcul de l'anisotropie engendrée dans une fibre elliptique lors du processus de fibrage

Nous présentons dans ce paragraphe une extension du modèle développé à Conflans [Nicolardot] aux fibres à sections non nécessairement circulaires. La modification majeure repose sur le maillage utilisé pour la résolution : d'un maillage à deux dimensions, nous sommes passés à un maillage à trois dimensions. Nous présentons la forme de maillage utilisée au § 1.4.1 puis des résultats de simulations au § 1.4.2 sur des fibres ayant des profils d'indice de type échelon ou de type W (présence d'une gaine intérieure enterrée par rapport à la gaine extérieure et se situant entre le cœur et la gaine extérieure).

1.4.1 Maillage de la section de la fibre

Un maillage typique d'une tranche de silice est représenté sur la *figure II.23*. Comme nous nous limitons à des géométries elliptiques ou circulaires, seul un quart de la fibre est maillée. Ceci permet de diminuer le nombre de maille et donc de limiter les temps de calcul. Cela impose en revanche que

toutes les couches elliptiques possèdent les mêmes axes principaux. L'épaisseur de la tranche doit être fixée en respectant deux exigences contradictoires. La première exigence est d'ordre physique ; des mesures de diamètres montrent en effet qu'entre 1800°C et 20°C, le diamètre de la fibre varie environ de 140 μm à 125 μm , la tranche doit donc être assez fine afin qu'il soit possible de résoudre suffisamment la conicité de la fibre. La seconde exigence est d'ordre numérique, elle impose que la tranche ne doit pas être trop fine afin d'éviter de trop grandes disparités entre les dimensions relatives des différentes mailles. Cette disparité peut en effet conduire à une anisotropie "numérique" (la résolution conduit à des déplacements de matière beaucoup plus importants selon les plus grandes dimensions des mailles). Etant données les dimensions transverses de la fibre, et les dimensions minimales des différentes couches (les diamètres minimaux pour le cœur sont de l'ordre de 2 μm), l'épaisseur de la tranche est fixée dans notre problème à 1 μm . Cette dimension impose ainsi une restriction sur le nombre de mailles angulaires et sur le nombre de mailles radiales. Nous avons été conduit à ne pas dépasser 10 mailles angulaires, et 60 mailles radiales.

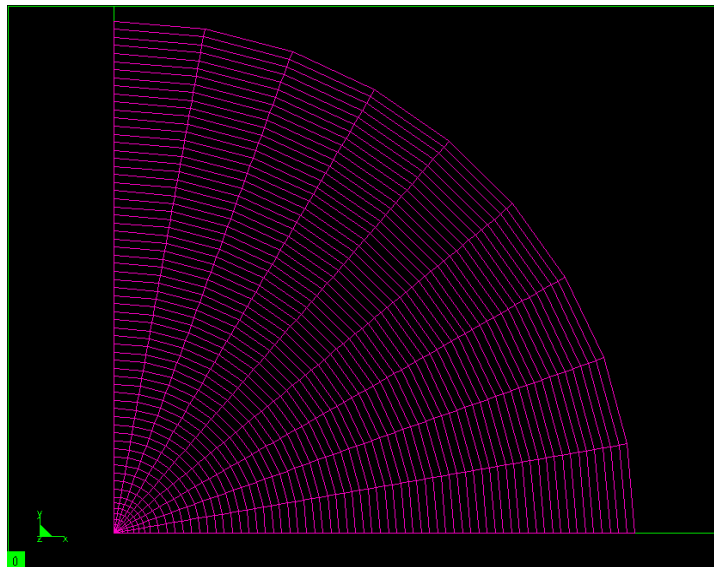


figure 11.23 : maillage d'un quart de fibre représenté dans le plan transverse (x, y)

1.4.2 Effet des contraintes d'origine mécanique sur un profil échelon

Dans ce paragraphe nous évaluons l'effet de la tension de fibrage sur la répartition des contraintes dans une fibre à échelon d'indice. Les caractéristiques de la fibre étudiée sont résumées dans le *tableau 11.1*. Le module d'Young et le coefficient de Poisson ont été choisis identiques dans le cœur et dans la gaine afin de se placer dans des conditions proches de celles utilisées dans la littérature [Chu82, Tsai]. Ils correspondent aux caractéristiques d'une fibre faiblement dopée en germanium communément appelées fibre SSMF (de l'anglais Standard Single Mode Fiber). Le comportement du logarithme de la viscosité en fonction de la température est représenté sur la *figure 11.24*.

	r (μm)	E (MPa)	ν	α(K ⁻¹)	log(η) : [A, B, C]
Cœur	4.35	71.7 × 10 ³	0.162	1 × 10 ⁻⁶	[-5.16, 26625, -374.4]
gaine	62.5	71.7 × 10 ³	0.162	5.8 × 10 ⁻⁷	[-10.22, 37374, -388.8]

tableau II.1 : caractéristiques des matériaux constituant le cœur et la gaine

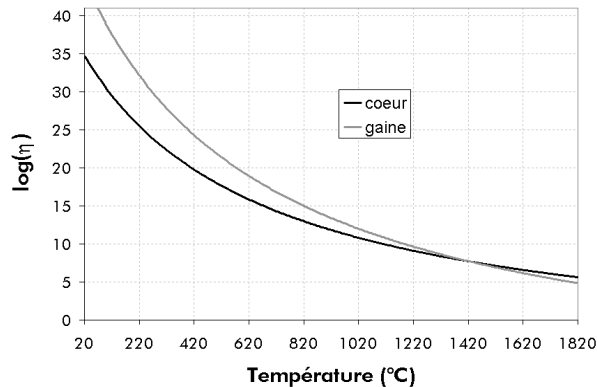


figure II.24 : évolution du logarithme de la viscosité dans le cœur (en noir), et dans la gaine (en gris)

Les figures II.25, II.26 et II.27 présentent les composantes du tenseur des contraintes calculées au centre de la fibre. Les calculs ont été effectués grâce aux données précédentes pour cinq valeurs de l'ellipticité (0, 0.5, 1, 1.5 et 2 %) et pour trois valeurs de la tension de fibrage (0 g, 50 g et 85 g). La figure II.25 représente l'évolution de la différence $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ prise au centre de la fibre en fonction de l'ellipticité. On peut constater que cette différence évolue linéairement avec l'ellipticité quelle que soit la valeur de la tension de fibrage. Si on calcule la pente de la courbe, on trouve une valeur de 13×10^6 MPa/%. Cette valeur est inférieure à celle obtenue en utilisant les équations II.12 et II.13 et les caractéristiques du tableau II.1 : $E\Delta\alpha\Delta T/(1-\nu) \approx 60 \times 10^6$ MPa/%. Ce résultat nous conduit à faire trois remarques :

- 1) Ces deux valeurs sont du même ordre de grandeur.
- 2) Les équations II.12 et II.13 sont obtenues, on le rappelle, en supposant que les déformations sont planes et que le solide traité est un cylindre infiniment long non soumis à une force de traction. Dans un contexte de modélisation d'une partie d'un cône de fibrage, ces hypothèses sont discutables.
- 3) Aucune hypothèse n'est effectuée a priori sur le modèle que nous utilisons. De plus, dans notre problème, les déformations longitudinales sont non négligeables d'une part parce que les déplacements d'origine thermique s'effectuent dans les trois directions de l'espace, et d'autre part parce qu'une force, la tension de fibrage, dirigée selon l'axe longitudinal est appliquée à la fibre.

Ces trois remarques suggèrent qu'une démarche de validation doit être mise en place afin de fixer les domaines de validité des deux modèles.

La figure II.26 représente l'évolution de σ_{xy} et la figure II.27 l'évolution de σ_{zz} en fonction de l'ellipticité. On remarque premièrement que la composante croisée présente des valeurs négligeables

devant les autres composantes pour toutes les valeurs de la tension de fibrage et de l'ellipticité. Deuxièmement, la composante σ_{zz} dépend clairement de la tension de fibrage contrairement aux autres composantes. Enfin, l'ellipticité n'a pas d'influences notables sur les composantes σ_{xy} et σ_{zz} . De façon plus précise, on constate que plus la tension de fibrage augmente, plus la composante σ_{zz} diminue. On passe ainsi d'un matériau en extension au centre pour $T=0$ g et $T=50$ g, à un matériau en compression pour $T= 85$ g. La tension de fibrage joue donc un rôle important dans la valeur des composantes diagonales du tenseur des contraintes.

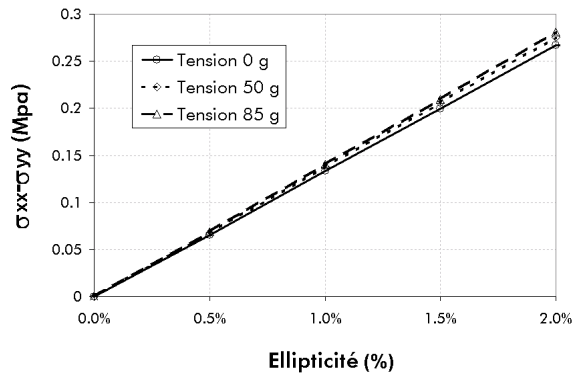


figure II.25 : évolution de la différence entre σ_{xx} et σ_{yy} en fonction de l'ellipticité pour trois valeurs de la tension de fibrage (0 g, 50 g et 85 g)

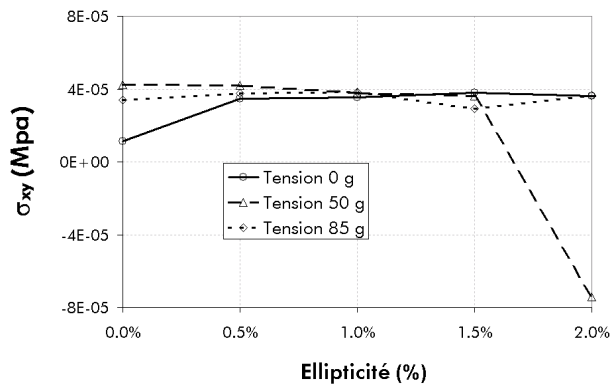


figure II.26 : évolution de σ_{xy} en fonction de l'ellipticité pour trois valeurs de la tension de fibrage (0 g, 50 g et 85 g)

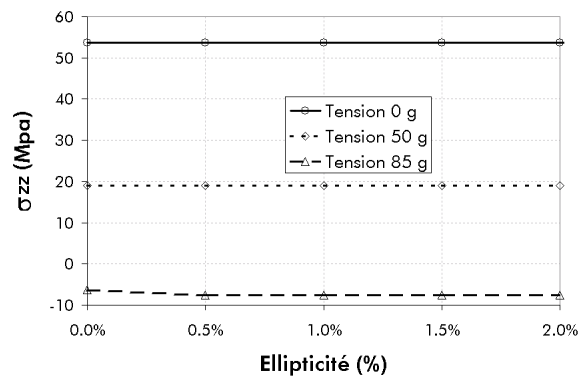


figure II.27 : évolution de σ_{zz} en fonction de l'ellipticité pour trois valeurs de la tension de fibrage (0 g, 50 g et 85 g)

Ces résultats sont à aborder avec prudence, car les caractéristiques des matériaux dépendent fortement du dopage et donc du type de fibre. Les comportements observés dans ce paragraphe peuvent donc varier d'une fibre à l'autre. Néanmoins, la décroissance de σ_{zz} avec la tension de fibrage est un phénomène commun à la plupart des fibres que nous fabriquons et résulte du fait que la viscosité de la gaine est supérieure à celle du cœur. De ce fait la gaine se solidifie plus rapidement que le cœur (les températures de transition vitreuses sont respectivement de 1300 °C et 1170 °C). En exerçant une force sur la fibre on met ainsi la gaine sous tension (les valeurs σ_{zz} sont positives) et ce d'autant plus que l'amplitude de la force est importante. Avant le relâchement de la tension, le cœur et la gaine sont sous tension, et tels que $\sigma_{zz\text{cœur}} < \sigma_{zz\text{gaine}}$ du fait que $T_{g\text{cœur}} < T_{g\text{gaine}}$. Au relâchement de la tension, la gaine exerce une force de compression sur le cœur d'autant plus importante que la tension de fibrage est importante. Lorsque cette tension dépasse un certain seuil, le cœur peut être mis en compression comme c'est le cas pour $T=85$ g sur la fibre que nous étudions. La tension de fibrage semble donc ne jouer un rôle important que pour la composante axiale du tenseur des contraintes. Nous allons dans le paragraphe suivant étudier l'effet de la différence d'indice entre le cœur et la gaine sur la répartition des contraintes en fixant l'ellipticité à 1 % et la tension de fibrage à 85 g.

1.4.3 Comparaison de l'anisotropie des profils en échelons et en W

Dans ce paragraphe nous fixons l'ellipticité à 1% et nous étudions l'effet de la différence d'indice entre le cœur et la gaine sur les contraintes. Cinq profils à échelon d'indice E100, E147, E194, E241 et E288 et quatre profils W (profil à échelon d'indice comportant une gaine intérieure) W147, W194, W241 et W288 ont été étudiés (figure II.28 et II.29).

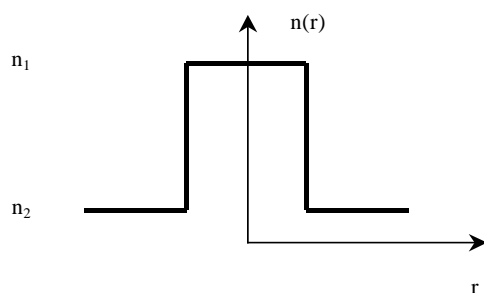


figure II.28 : profil de type échelon

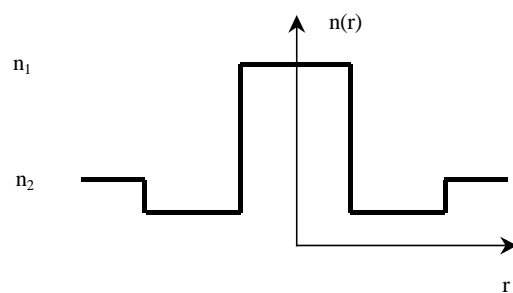


figure II.29 : profil de type W

Le numéro des profils désigne la différence d'indice entre le cœur et la gaine de la fibre. Ainsi la E100 possède une différence d'indice entre le cœur et la gaine de 10×10^{-3} soit à 1550 nm un indice de cœur de 1.454 lorsque l'indice de gaine est égal à 1.444. Pour les profils W, l'indice de la gaine intérieure est de 1.4434 à la même longueur d'onde. Tous ces profils ont été choisis de façon à garantir un indice effectif constant, soit un comportement en courbure et micro courbure équivalent sur l'ensemble de ces profils. De façon plus précise, nous avons fait varier l'indice du cœur, en gardant les caractéristiques des autres couches identiques. Ainsi pour chaque profil, plus la différence d'indice est forte, plus le

rayon du cœur est faible. Les caractéristiques E , ν et α dans le cœur sont représentées en fonction de la différence d'indice entre le cœur et la gaine sur les figures II.30 et II.31.

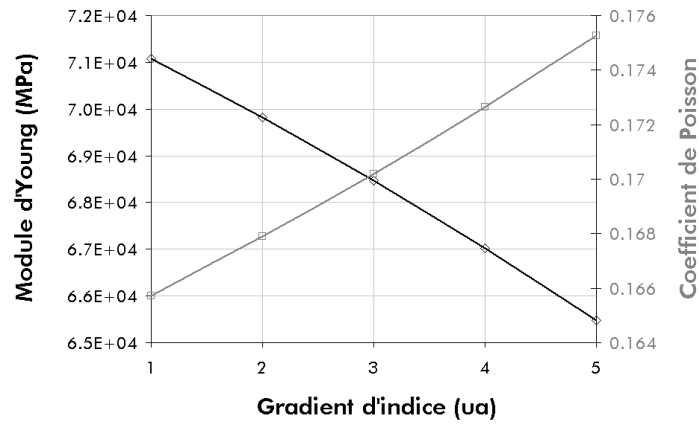


figure II.30 : évolution du module d'Young et du coefficient de Poisson en fonction de la différence d'indice entre le cœur et la gaine.

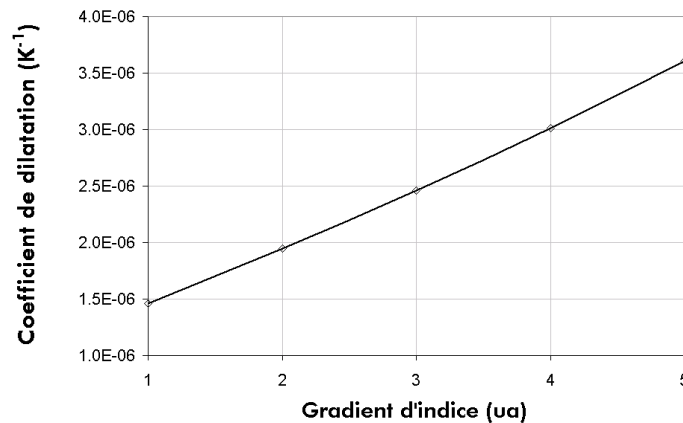


figure II.31 : Evolution du coefficient de dilatation en fonction de la différence d'indice entre le cœur et la gaine

Leurs valeurs dans la gaine extérieure, le tube et la recharge sont résumées dans le tableau II.2.

	Gaine extérieure	tube	recharge
E (MPa)	66.5×10^3	73×10^3	73×10^3
ν	0.161	0.162	0.162
$\alpha(K^{-1})$	5.57×10^{-7}	5.8×10^{-7}	5.8×10^{-8}

tableau II.2 : caractéristiques des matériaux dans la gaine extérieure, le tube et la recharge

De même l'évolution de la viscosité est représentée sur la figure II.32 en fonction de la température pour les cinq profils d'indice. Pour chaque profil, le tenseur des contraintes a été calculé pour une tension de fibrage égale à 85 g.

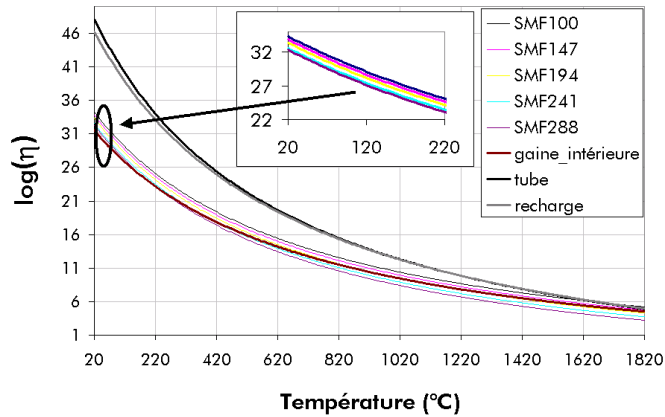


figure II.32 : évolution de la viscosité en fonction de la température pour les cinq profils d'indice. La viscosité dans le cœur (E100, 147, 194, 241 et 288) diminue lorsque la différence d'indice cœur/gaine augmente. Les viscosités dans la gaine intérieure, le tube et la recharge sont identiques pour les cinq profils d'indice

Un exemple de répartition des composantes σ_{xx} et σ_{xy} est représenté sur les figures II.33 et II.34.

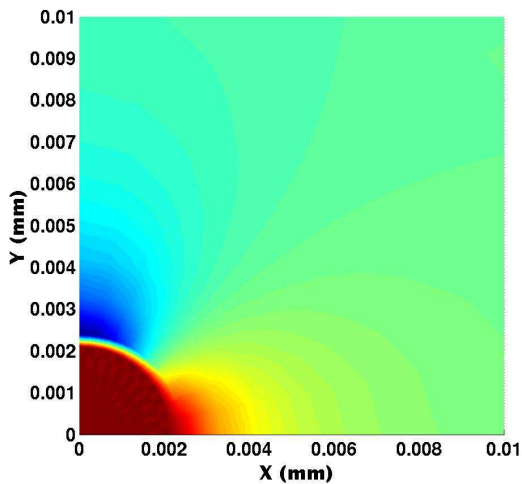


figure II.33 : composante σ_{xx} dans le plan transverse ; l'amplitude des contraintes est exprimée en MPa dans l'échelle colorée

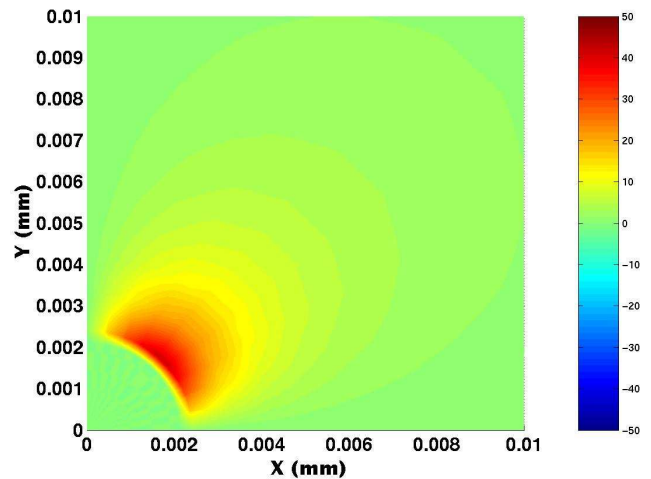


figure II.34 : composante σ_{xy} dans le plan transverse ; l'amplitude des contraintes est exprimée en MPa dans l'échelle colorée

On peut noter que les valeurs de σ_{xx} sont à peu près constantes dans le cœur. Elles dépendent en revanche fortement de l'angle dans la gaine intérieure à l'interface cœur/gaine. La dépendance angulaire de σ_{xx} y est en effet périodique de période π . On observe un comportement identique pour la composante σ_{yy} ²⁰, la composante σ_{zz} ²⁰ ayant quant à elle une répartition angulaire relativement uniforme. La composante σ_{xy} présente, elle aussi, un comportement périodique de période π mais déphasée de $\pi/4$ par rapport à celui des composantes σ_{xx} et σ_{yy} . On constate de plus sur la figure II.34 que σ_{xy} est nulle presque partout, sauf autour de $\theta=45^\circ$, où θ est la coordonnée angulaire.

²⁰ Non représentées ici

Afin d'effectuer un traitement global des composantes du tenseur des contraintes nous avons considéré les valeurs moyennées sur l'angle de chacune des composantes. Dans cette approche, la composante σ_{xy} est nulle en moyenne sur la section de la fibre et nous la négligerons dans la suite devant les autres composantes. A l'aide des composantes diagonales effectives du tenseur des contraintes nous avons calculé l'anisotropie correspondante en utilisant l'équation II.3. Les figures II.35, II.36 et II.37 représentent les corrections δn_{xx} , δn_{zz} et la différence $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ calculées sur chacun des profils échelons.

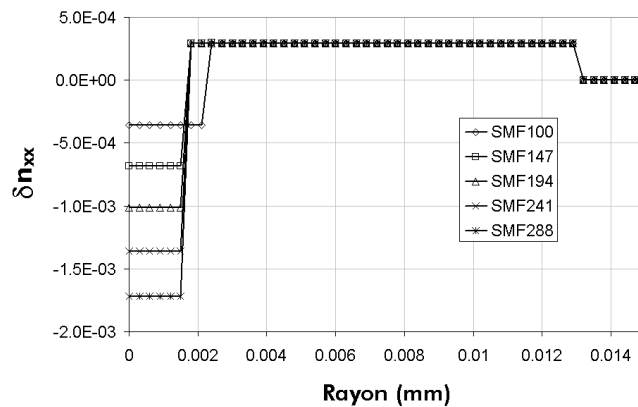


figure II.35 : évolution de δn_{xx} en fonction du rayon pour les cinq profils échelons

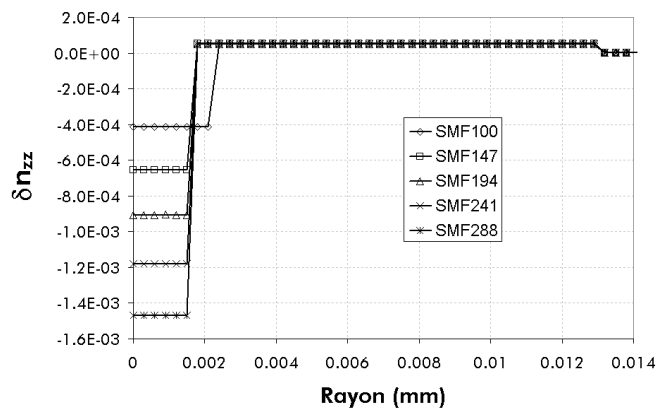


figure II.36 : évolution de δn_{zz} en fonction du rayon pour les cinq profils échelons

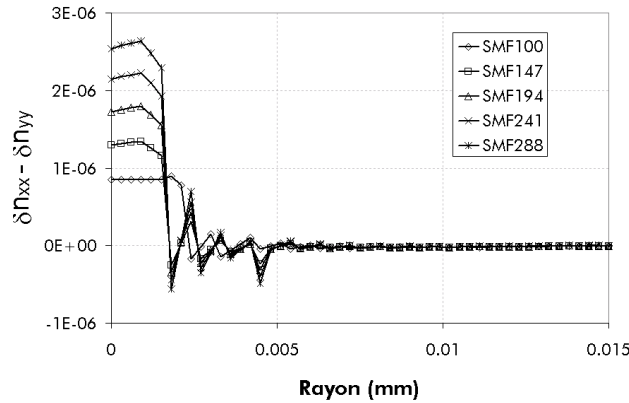


figure II.37 : évolution de la différence $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ en fonction de la différence d'indice entre le cœur et la gaine dans des fibres à échelon d'indice

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ces résultats :

- La première concerne l'importance relative des différentes composantes du tenseur des indices. Du fait que la composante σ_{xy} est nulle en moyenne et d'après l'équation II.3 la correction δn_{xy} est nulle sur toute la section de la fibre.
- Les composantes δn_{xx} , δn_{yy} , δn_{zz} sont constantes dans chaque tranche et on peut constater que dans le cœur les corrections sont toutes négatives, ceci d'autant plus que la différence d'indice entre le cœur et la gaine est importante. Une explication liée à l'augmentation du coefficient de dilatation en fonction de la différence d'indice entre le cœur et la gaine peut être avancée (figure II.31). Ainsi, pour des raisons identiques à celles avancées au § 1.2.1, plus le coefficient de dilatation augmente dans le cœur, plus le cœur va se retrouver en extension après fibrage et plus l'indice vu par les différentes composantes du champ électrique va diminuer. Enfin, les composantes δn_{xx} , δn_{yy} , δn_{zz} ne sont pratiquement pas affectées dans la gaine extérieure dans le tube et dans la recharge. Ce comportement provient de la combinaison de deux facteurs : les valeurs de E , ν , α et η sont inchangées dans ces trois couches pour les cinq profils et leurs dimensions sont supérieures à celles du cœur. Ces deux facteurs confèrent à ces trois couches une rigidité constante et supérieure à celle du cœur. Les déplacements engendrés dans le cœur affectent donc peu l'état mécanique des couches adjacentes.
- Enfin, la différence $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ évolue de façon notable dans le cœur et n'est pratiquement pas affectée dans les autres couches. On peut constater sur la figure II.37 que cette différence augmente de façon linéaire lorsque la différence d'indice entre le cœur et la gaine augmente. L'augmentation linéaire du coefficient de dilatation avec le dopage (figure II.31) peut, ici aussi, expliquer ce comportement.

Les figures suivantes représentent l'effet de l'adjonction d'une couche supplémentaire, la gaine intérieure, sur les contraintes et sur l'anisotropie. Les caractéristiques de cette couche sont résumées dans le tableau II.3. Les matériaux des autres couches, cœur, gaine externe, tube et recharge possèdent les mêmes caractéristiques que les profils échelons correspondants.

	E (MPa)	ν	$\alpha(K^{-1})$	$\log(\eta) : [A, B, C]$
Gaine intérieure	37.3×10^3	0.1532	2.62×10^{-6}	[-5.1, 24197,-401]

tableau II.3 : caractéristiques des matériaux dans la gaine intérieure

Les figures II.38, II.39, II.40 représentent les corrections δn_{xx} , δn_{zz} et la différence $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ calculées sur chacun des profils W. On peut constater que les comportements observés sur les profils échelons se réitèrent sur les profils W, i.e. la composante croisée δn_{xy} est très inférieure presque partout aux composantes diagonales δn_{xx} , δn_{yy} et δn_{zz} , et le module de chaque composante augmente linéairement lorsque la différence d'indice entre le cœur et la gaine augmente. On peut constater cependant que la composante croisée n'est non nulle que dans la gaine intérieure. Enfin la différence principale avec les profils échelons réside dans l'amplitude des corrections sur l'indice. Celles ci sont en effet supérieures sur les profils échelons.

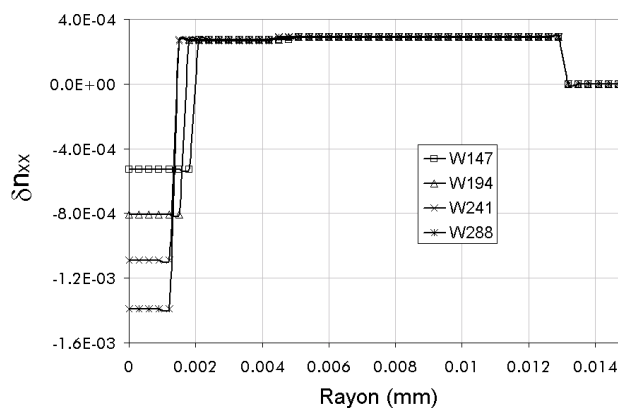


figure II.38 : évolution de δn_{xx} en fonction du rayon pour quatre profils W

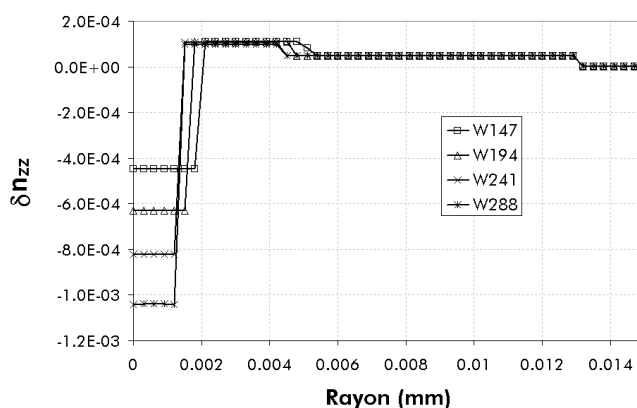


figure II.39 : évolution de δn_{zz} en fonction du rayon pour quatre profils W

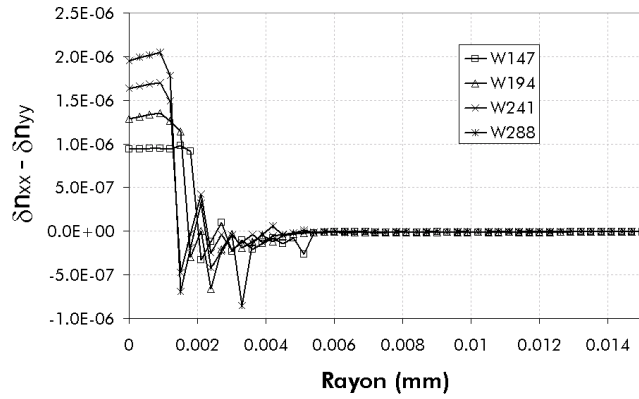


figure II.40 : évolution de $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ en fonction du rayon pour quatre profils W

Sur la figure II.41 et sur la figure II.42 nous avons comparé respectivement la différence $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ et la composante δn_{zz} sur le profil échelon E147 et sur le profil correspondant W147. On peut constater, sur les deux figures, que les corrections à l'indice sont moins importantes sur le profil W. La gaine intérieure, qui est moins visqueuse, moins rigide et se dilate moins que les autres couches, semble jouer le rôle de tampon vis à vis des déplacements et des contraintes imposées par les couches extérieures ce qui diminuerait l'amplitude des contraintes dans le cœur.

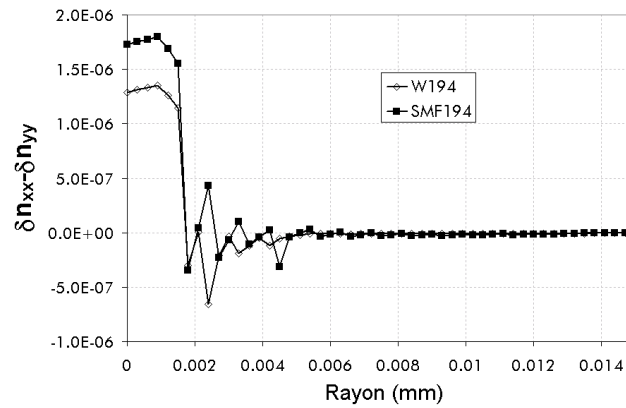


figure II.41 : comparaison de $\delta n_{xx} - \delta n_{yy}$ sur profil échelon et profil W

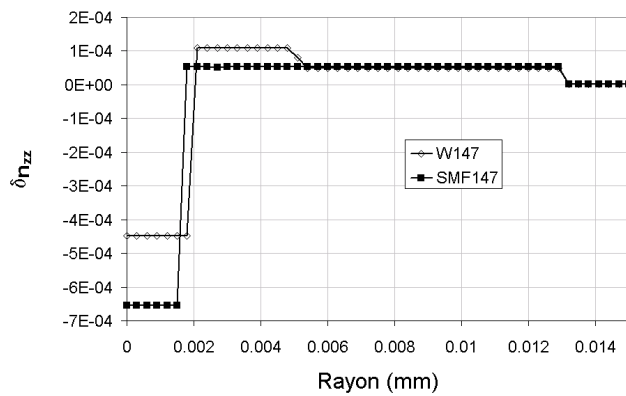


figure II.42 : comparaison de δn_{zz} sur profil échelon et profil W

1.5 Conclusion du § 1

Le fibrage est un processus complexe impliquant de nombreux phénomènes thermomécaniques. Cette complexité est accentuée par le comportement rhéologique singulier du verre. L'importance des déplacements et des variations de température lors du processus de fibrage conduit à l'apparition de contraintes résiduelles. De façon simplifiée, les conditions d'apparition de ces contraintes correspondent à des désaccords des coefficients d'expansion thermique et des coefficients de viscosité des différentes couches. Couplés à un fort gradient de température et à la tension de fibrage, ces désaccords conduisent à l'apparition d'un champ de contraintes résiduel. Les désaccords entre les coefficients d'expansion thermique et les coefficients de viscosité conduisent respectivement à des composantes globalement positives et négatives²¹. Du point de vue de la littérature, lorsqu'on étudie l'effet d'une non circularité d'indice sur le tenseur des contraintes, on néglige les composantes mécaniques. Des modèles analytiques montrent que dans une fibre à échelon d'indice, la différence $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ augmente de façon linéaire avec l'ellipticité pour des faibles ellipticités et pour des petits cœurs. Pour des profils plus élaborés, i.e. pour des fibres possédant un nombre de tranche plus élevée :

- les valeurs globales des contraintes augmentent avec le dopage.
- la complexité de la distribution de la composante croisée σ_{xy} augmente avec le nombre de tranches.

Nous avons utilisé une méthode par éléments finis pour calculer le tenseur des contraintes et surtout l'anisotropie dans des fibres à profil échelon et à profil W engendré lors de l'étirage d'une fibre optique. Notre contribution se résume en deux points :

- 1) *Nous avons, dans un premier temps, étudié l'effet de l'ellipticité sur les contraintes au centre d'un profil échelon composé de deux régions, afin de comprendre pourquoi seule la composante thermique était étudiée dans la littérature quand il s'agissait de calculer l'anisotropie dans une fibre optique. Nous avons pu constater, d'une part, que les composantes diagonales transverses évoluaient linéairement avec l'ellipticité sur un profil simple, et d'autre part, que la tension de fibrage influait peu sur la différence $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$. Ce dernier point justifie, au moins sur un profil très simple et pour les ellipticités envisagées, l'étude des contraintes d'origine thermique uniquement. Nous avons noté que la pente de cette évolution était différente de celle calculée avec les expressions analytiques données par [Chu82] et [Tsai]. Ce point nécessiterait des études supplémentaires afin d'évaluer les domaines de validité des modèles utilisés dans la littérature et du modèle que nous avons utilisé. Néanmoins, nous pensons que l'hypothèse des déformations planes n'est pas adaptée pour l'étude d'un cône de fibrage soumis à une force de traction. De plus, la tension de fibrage est un paramètre clé puisque d'une part elle affecte de façon notable la composante σ_{zz} et d'autre part cette composante intervient dans le calcul des corrections de*

²¹ Matériau respectivement en extension et en compression

toutes les composantes diagonales du tenseur des indices (équation II.3, § 1). Un calcul précis du tenseur des indices implique donc la prise en compte de la tension de fibrage.

- 2) Nous avons ensuite étudié l'anisotropie engendrée dans des fibres de géométrie et de composition plus conforme à la réalité, fibre de type échelon et W, en fixant l'ellipticité à 1% et en faisant varier la différence d'indice dans le cœur. Nous avons décidé de considérer les valeurs moyennées sur l'angle des différentes composantes du tenseur des contraintes afin de nous ramener à des grandeurs ne dépendant que du rayon dans la fibre. Nous avons pu constater que l'amplitude des différentes corrections de l'indice augmente avec la différence d'indice entre le cœur et la gaine. Les composantes diagonales de ce tenseur sont presque partout très supérieures à la composante croisée qui a donc été négligée. Des résultats similaires sont obtenus sur le profil W qui présente cependant une anisotropie beaucoup moins importante que le profil échelon. Ce comportement semblant provenir de la gaine intérieure, de rigidité faible, qui jouerait le rôle de couche tampon face aux couches externes dont les rigidités sont plus importantes (gaine extérieure, tube et recharge).

Nous allons dans le paragraphe suivant, étudier l'effet de l'anisotropie sur la propagation, en nous intéressant particulièrement au calcul de la biréfringence dans une fibre faiblement elliptique et faiblement anisotrope.

2 Calcul de la biréfringence de phase et de groupe

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé l'anisotropie résultant de la présence de contraintes résiduelles dans la fibre optique. Nous allons dans ce paragraphe utiliser cette anisotropie comme donnée d'entrée pour le calcul de la biréfringence intrinsèque. Deux méthodes sont envisagées dans la littérature afin d'appréhender les effets de forme et de contrainte :

- La première méthode, exposée au paragraphe 2.1, est approximative et consiste à séparer les effets de forme et de contrainte. La biréfringence est alors la somme d'un terme de forme et d'un terme de contrainte : $\Delta\beta = \Delta\beta_{forme} + \Delta\beta_{contrainte}$, chaque terme étant évalué indépendamment de l'autre [Rashleigh, Sakai81-Sakai82, Eickhoff81-82].
- La seconde méthode, exposée au paragraphe 2.2, consiste à prendre en compte les effets de forme et de contrainte de façon simultanée [Fontaine93-96, Chowdhury00] : La biréfringence est le résultat de la résolution des équations de Maxwell avec le tenseur permittivité (équation II.2, §1, Chapitre II) pour donnée d'entrée.

2.1 Modèle découplé

La biréfringence de phase est la somme d'un terme de contrainte $\Delta\beta_c$ et d'un terme de forme $\Delta\beta_f$: $\Delta\beta = \Delta\beta_f + \Delta\beta_c$. Par conséquent, la biréfringence de groupe est la somme de la biréfringence de groupe due aux effets de forme et de la biréfringence de groupe due aux effets de contrainte :

$$\Delta\tau = \Delta\tau_f + \Delta\tau_c$$

équation II.17

$\Delta\beta_f$ peut être évalué par perturbation [Sammut, Tjaden, Skorobogatiy02-03, Chowdhury95], ou par des méthodes de résolution numériques des équations de propagation [Vengsarkar92-93, Fontaine93-96]. Deux approches sont généralement utilisées pour évaluer $\Delta\beta_c$. Dans la première, on ne tient pas compte de la distribution du champ sur la section de la fibre. La biréfringence de contrainte est alors simplement proportionnelle à l'anisotropie locale évaluée au centre de la fibre. La biréfringence de groupe correspondante est indépendante de la fréquence [Eickhoff81]. Dans la seconde, le champ électrique, calculé sur une fibre isotrope et circulaire, joue le rôle de facteur de pondération de l'anisotropie locale [Sakai82]. La dépendance de la biréfringence de groupe avec la fréquence devient par conséquent plus complexe. Nous exposons dans le paragraphe 2.1.1 les techniques de calcul de la biréfringence de forme, nous poursuivons au 2.1.2 par le calcul de la biréfringence de contrainte.

2.1.1 Calcul de la biréfringence de forme

La biréfringence de forme est la conséquence d'imperfections géométriques du profil d'indice engendrées lors de la fabrication. On retient principalement la non-circularité du profil d'indice et son

excentrement. Nous décrivons successivement des méthodes exactes de calcul de la biréfringence puis des méthodes perturbatives.

Les équations de propagation pour le champ électrique \vec{E} et pour le champ magnétique \vec{H} prennent la forme suivante dans un milieu isotrope [Snyder83a]:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 n^2 \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \qquad \vec{\nabla} \times \{n^{-2} \vec{\nabla} \times \vec{H}\} = k^2 \vec{H}$$

équation II.18

Les méthodes de résolution numériques sont exactes au sens où elles permettent de résoudre ces équations sans faire d'approximation. L'une des plus utilisée dans le domaine de la propagation d'onde guidée est la méthode des éléments finis [Fontaine93-96], [Silvester]. Celle-ci est particulièrement indiquée pour des problèmes impliquant des géométries et des variations d'indices compliquées. Elle a été appliquée à des fibres elliptiques [Fontaine93-96], ainsi qu'à des fibres à cristaux photoniques [Peyrilloux].

Les autres méthodes de résolution numériques sont appelées méthodes modales. Les champs électriques et magnétiques sont ici développés sur une base de solutions orthogonales que l'on sait calculer aisément. Cette décomposition est ensuite injectée dans les équations de propagation. A l'aide des relations d'orthonormalisation des solutions connues, on ramène le problème à une équation aux valeurs propres algébriques. [Vengsarkar92-93] et [Silvestre] utilisent cette technique en développant les composantes transverses du champ électromagnétique, pour un profil quelconque, (\vec{E}_t, \vec{H}_t) , sur l'ensemble des solutions propres pour un profil échelon circulaire, (\vec{E}_t, \vec{H}_t) . Le calcul de biréfringence est appliquée aux fibres de compensation de dispersion [Vengsarkar93] et aux fibres PCF [Silvestre]. Une bonne concordance entre la méthode des éléments finis et la méthode modale a été démontrée [Fontaine95]. Les méthodes numériques sont donc des méthodes puissantes de par l'étendue des types de fibres et des géométries que l'on peut aborder. Ce sont également des méthodes de résolution exactes, au sens où aucune hypothèse n'est effectuée sur le problème que l'on souhaite traiter. Ces méthodes sont néanmoins complexes à mettre en œuvre et très coûteuses en temps de calcul. Il est par conséquent difficile d'en extraire des informations qualitatives sur le comportement de la solution vis à vis des paramètres caractéristiques du problème étudié. Nous abordons donc dans la suite, des méthodes semi-analytiques : les méthodes perturbatives.

Les méthodes perturbatives [Cohen-Tannoudji] permettent d'obtenir des solutions approchées de problèmes dont on ne peut pas déterminer les solutions exactes de façons analytiques. Elles sont applicables lorsque l'opérateur différentiel \hat{H} , associé à l'équation de propagation exacte, peut se décomposer sous la forme de la somme d'un opérateur différentiel dont on connaît les solutions, que nous appellerons \hat{H}_0 , et d'un opérateur différentiel perturbateur, que nous appellerons \hat{W} . Les solutions propres de \hat{H}_0 sont connues, nous les notons ici \vec{V}_n^{oi} et β_n : $H^o \vec{V}_n^{oi} = \beta_n \vec{V}_n^{oi}$, l'indice i servant à différencier l'ensemble des vecteurs propres associés à une même valeur propre. \hat{W} est supposé petit devant \hat{H}_0 , c'est l'élément perturbateur. Si on s'intéresse à un vecteur propre non

dégénéré \vec{V}_n^o de \hat{H}^o associés à la valeur propre β_n^o , les solutions propres β_n et \vec{V}_n de \hat{H} sont données à l'ordre 1 en \hat{W} par :

$$\beta_n = \beta_n^o + \frac{\langle \vec{V}_n^o \cdot \hat{W} \vec{V}_n^o \rangle}{\langle \vec{V}_n^o \cdot \vec{V}_n^o \rangle} \text{ et } \vec{V}_n = \vec{V}_n^o + \sum_{p \neq n} \sum_i \frac{\langle \vec{V}_p^{oi} \cdot \hat{W} \vec{V}_n^o \rangle}{\beta_p^o - \beta_n^o} \vec{V}_p^{oi}$$

équation II.19

où $\langle \cdot \rangle$ est le produit scalaire défini de telle sorte que $\langle \vec{V}_n \cdot \vec{V}_n \rangle$ représente l'énergie transportée par le mode d'ordre n. Les \vec{V}_p^{oi} représentent les modes d'ordre p de l'opérateur \hat{H}^o . Lorsque la constante de propagation du mode d'ordre n est dégénérée, plusieurs modes vérifient l'équation aux valeurs propres associées à \hat{H}^o . On montre que dans ce cas, \vec{V}_n^o doit être remplacé dans l'équation II.19 par les vecteurs propres de la matrice \mathbf{W} , dont les éléments sont donnés par $\mathbf{W}_{ij} = \langle \vec{V}_n^{oi} \cdot \hat{W} \vec{V}_n^{oj} \rangle$, où i et j parcourent l'ensemble des vecteurs propres associés à la valeur propre β_n^o . Les corrections à β_n^o sont alors données par les valeurs propres de matrice \mathbf{W} . Dans le cas non dégénéré comme dans le cas dégénéré, la méthode des perturbations permet d'évaluer, analytiquement ou semi-analytiquement, l'effet d'une faible perturbation sur un problème que l'on peut aisément résoudre à l'origine.

Les éléments perturbateurs des équations de propagation dans le domaine des fibres de télécommunication, sont l'ellipticité e^2 et éventuellement le paramètre $\Delta = (n_c^2 - n_g^2) / 2n_c^2$ où n_c et n_g sont les indices respectifs du cœur et de la gaine. L'ellipticité est définie, ici, comme le rapport $(a - b) / (a + b)$, où a et b représentent respectivement le grand axe et le petit axe de l'ellipse. Lorsque les deux paramètres sont faibles, i.e. $\Delta, e^2 < 5\%$, ce qui est le cas pour les fibres de télécommunications traditionnelles, des méthodes de perturbation de l'équation de propagation scalaire sont utilisées pour calculer la biréfringence [Sammut, Snyder83a, Tjaden]. Pour des valeurs plus élevées de la différence d'indice entre le cœur et la gaine, des méthodes de perturbation de l'équation vectorielle de propagation sont nécessaires pour calculer la biréfringence [Chowdhury95, Skorobogatiy02-03].

Le point de départ de la méthode de Sammut [Sammut] est l'équation de propagation pour les composantes transverses du champ :

$$\left\{ \nabla_t^2 + n(r, \theta)^2 k^2 - \beta^2 \right\} \vec{E}_t + \vec{\nabla}_t \left(\vec{E}_t \cdot \vec{\nabla}_t \ln n(r, \theta)^2 \right) = 0$$

équation II.20

Le découplage entre les composantes transverses et la composante longitudinale est toujours possible lorsque le milieu est invariant par translation selon l'axe de propagation [Snyder83a]. Cette équation de propagation est la somme de l'équation scalaire et d'un terme en gradient provoquant un couplage entre la polarisation du mode et la structure géométrique du guide (présence d'un gradient d'indice et non circularité de la fibre). Lorsque l'on néglige ce terme, on se réduit à l'équation scalaire. Le terme en

gradient est donc à l'origine des effets de polarisation dans les fibres sans anisotropie de matériau. Il est responsable, en particulier, de la courbure des lignes de champ que l'on observe sur la *figure II.2*. Lorsque le profil de la fibre est non circulaire, ce terme donne ainsi naissance à la biréfringence. En écrivant l'indice $n(r, \theta)$ sous la forme $n(r, \theta) = n_{\text{coeur}}^2 (1 - 2\Delta f(r, \theta))$, où la fonction $f(r, \theta)$ décrit l'évolution radiale et angulaire de l'indice, on obtient l'équation II.21 :

$$\{\nabla_t^2 + n(r, \theta)^2 k^2 - \beta^2\} \vec{E}_t - 2\Delta \vec{\nabla}_t (\vec{E}_t \cdot \vec{\nabla}_t f(r, \theta)) = 0$$

équation II.21

Dans l'approximation de faible guidage, le paramètre Δ est petit devant un, ce qui permet de considérer le terme vectoriel comme un terme perturbateur. On associe alors \hat{H}^0 à l'équation scalaire, et \hat{W} au terme vectoriel. Nous nous intéressons ici au mode fondamental, ou mode d'ordre 0. Ce mode est une solution dégénérée deux fois de l'équation scalaire. La biréfringence du mode fondamental est représentée par la levée de dégénérescence induite par le terme perturbateur en gradient, elle est déterminée par l'expression suivante [Snyder83a, Sammut] :

$$\Delta\beta = \frac{\Delta}{\langle \phi(r, \theta) \cdot \phi(r, \theta) \rangle \beta_s} \left((\mathbf{W}_{xx} - \mathbf{W}_{yy})^2 + 4\mathbf{W}_{xy}^2 \right)^{1/2}$$

équation II.22

où $\mathbf{W}_{ij} = -\langle \vec{E}_i^s \cdot \vec{\nabla}_t (\vec{\nabla}_t f(r, \theta) \cdot \vec{E}_j^s) \rangle$, β_s est la constante de propagation scalaire, et les $\vec{E}_i^s = \phi(r, \theta) \vec{i}$ avec $i = x$ ou y sont tels que $\phi(r, \theta)$ est la solution de l'équation scalaire pour l'indice $n(r, \theta)$. Le produit

scalaire des fonctions g et h est ici défini par $\langle gh \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} fg dx dy$.

L'équation II.22 dépend des solutions scalaires pour le profil $n(r, \theta)$. Si ce dernier est faiblement non circulaire, i.e. si $f(r, \theta) = f^0(r) + f^1(r, \theta)$, où $f^1(r, \theta) \ll f^0(r)$ représente l'écart à la circularité, la partie scalaire de l'équation transverse se met sous la forme d'un terme circulaire et d'un terme perturbateur [Sammut] :

$$\{\nabla_t^2 + k^2 n(r)^2 - \beta^2\} \phi(r, \theta) - 2\Delta k^2 n_{\text{coeur}}^2 f^1(r, \theta) \phi(r, \theta) = 0$$

équation II.23

En utilisant l'équation II.22 avec $\hat{W} = -2\Delta k^2 n_{\text{coeur}}^2 f^1(r, \theta)$, on obtient des solutions propres de l'équation II.23 à l'ordre 1 en \hat{W} :

$$\phi(r, \theta) \vec{i} = \phi^0(r) \vec{i} + \sum_{q>0} \frac{\langle \phi^q \cdot \hat{W} \phi^0 \rangle}{\beta_0^2 - \beta_q^2} \phi^q \vec{i}$$

équation II.24

où q est l'ensemble des indices permettant de repérer les solutions propres, ϕ^q , de l'équation scalaire pour un profil circulaire²². Connaissant les ϕ^q , on peut calculer la biréfringence pour un profil faiblement elliptique à l'aide de l'équation II.22 et de l'équation II.24.

L'avantage de cette méthode repose sur le fait que la résolution de l'équation scalaire pour un profil d'indice circulaire est très rapide. Elle est en revanche restreinte à des problèmes impliquant à la fois des faibles gradients d'indice et des faibles circularités ce qui est acceptable lorsqu'on s'intéresse aux fibres de télécommunication.

Dans la méthode précédente, l'effet de la non circularité est inclus implicitement dans les solutions scalaires de l'équation transverse. Elle suppose donc le terme vectoriel comme une perturbation vis à vis des éventuels écarts de la fibre à la circularité. Dans la référence [Chowdhury95], une démarche plus précise est utilisée : on suppose que l'écart à la circularité est une perturbation de l'équation vectorielle transverse pour un profil circulaire :

$$\underbrace{\left\{ \nabla_t^2 + n(r)^2 k^2 - \beta^2 \right\} \bar{E}_t + \bar{\nabla}_t \left(\bar{E}_t \cdot \bar{\nabla}_t \ln n(r)^2 \right)}_{\hat{H} \cdot \bar{E}_t} + \underbrace{2\Delta \left[k^2 n(r)^2 f(r, \theta) \bar{E}_t + \bar{\nabla}_t \left(\bar{E}_t \cdot \bar{\nabla}_t f(r, \theta) \right) \right]}_{\hat{W} \bar{E}_t} = 0$$

équation II.25

On associe le terme de droite au terme perturbateur de l'équation de propagation transverse pour un profil circulaire, cette dernière étant représentée par le terme de gauche. Les corrections à la constante de propagation sont obtenues à partir des valeurs propres de la matrice \mathbf{W} dont les éléments \mathbf{W}_{ij} sont obtenus grâce à l'équation II.25 et grâce aux solutions de l'équation de propagation vectorielle pour $i=x$ et y pour un profil circulaire :

$$\mathbf{W}_{ij} = -2\Delta \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{E}_i \cdot \left[k^2 n(r)^2 f(r, \theta) \bar{E}_j + \bar{\nabla}_t \left(\bar{E}_j \cdot \bar{\nabla}_t f(r, \theta) \right) \right] ds$$

équation II.26

La méthode proposée par Skorobogatiy [Skorobogatiy02-03] repose sur le fait que les techniques de perturbation précédentes ne permettent pas de traiter les structures guidantes contenant des sauts d'indice abrupts et importants. Les modes propres de la structure circulaire ne constituent pas, en effet, une base adéquate pour décrire les larges variations des solutions réelles dans les régions perturbées du profil d'indice. La méthode proposée dans [Skorobogatiy02-03] consiste à effectuer un changement de coordonnées permettant de transformer le profil d'indice de forme quelconque en un profil d'indice de forme circulaire. Cette transformation des coordonnées est insérée dans les équations de Maxwell ce qui modifie leur forme. Cette modification est ensuite traitée comme une perturbation vis à vis des équations de Maxwell usuelles. Aux techniques traditionnelles consistant à trouver des nouvelles solutions sur une structure dont les interfaces "diélectriques" ont été modifiées, on substitue

²² $\phi^q(r, \theta) = R_m(\beta_n, r) \Theta_{sm}(\theta)$, où $R_m(\beta_n, r)$ est la solution radiale de l'équation de propagation scalaire pour un profil circulaire ; $\Theta_{sm}(\theta) = \cos m\theta$ si $s=1$ et $\Theta_{sm}(\theta) = \sin m\theta$ si $s=-1$ où θ est l'angle polaire dans la section de la fibre ; ainsi $q=(m, n, s)$, où m est le numéro azimutal du mode, n le numéro radial et s permet de différencier les solutions paires et impaires en θ .

une technique consistant à trouver les solutions d'une structure dont les interfaces "diélectriques" restent inchangées (structure circulaire) mais décrite par des équations légèrement modifiées. Sans rentrer dans le détail des calculs, la biréfringence pour un profil d'indice légèrement elliptique est donnée dans ce formalisme pour le mode HE₁₁ par l'expression suivante :

$$\Delta\beta = \frac{e^2}{2} \frac{\omega}{c} \int \left[\left(-n(r)^2 |E_z|^2 + |H_z|^2 \right) + 2 \operatorname{Im} \left(n(r)^2 E_r^* E_\theta - H_r^* H_\theta \right) \right] dr$$

équation II.27

où $E_r, E_\theta, E_z, H_r, H_\theta, H_z$ sont respectivement les coordonnées cylindriques du champ électrique et magnétique des équations non modifiées ; E_r^*, H_r^* sont les complexes conjugués de E_r et H_r ; $\operatorname{Im}()$ représente la partie imaginaire. [Skorobogatiy02] montre en particulier, à l'aide de ce modèle, que pour les fibres à fortes différences d'indice entre le cœur et la gaine, i.e. $\Delta > 10\%$ dans l'article, la PMD de forme est proportionnelle à la dispersion chromatique. La corrélation entre ces deux grandeurs est d'autant plus importante que Δ augmente. Soulignons que ce comportement a été observé sur des fibres de type spécial²³ [Nouchi] possédant des valeurs du paramètre Δ beaucoup moins importantes ($\Delta \approx 0.03$), grâce au modèle scalaire développé par [Sammut].

2.1.2 Calcul de la biréfringence de contrainte

Les effets de la dilatation thermique sur la biréfringence ont été étudiés de nombreuses fois dans la littérature [Kaminov, Rashleigh, Chu82-84, Eickhoff81-82]. Le modèle le plus simple consiste à confondre $\Delta\beta_c$ et l'anisotropie locale au centre de la fibre [Kaminov], i.e. $\Delta\beta_c = \frac{\omega}{c} (n_x - n_y)$. L'anisotropie est évaluée grâce aux composantes selon x et y du tenseur des contraintes. Cette procédure est appliquée par [Chu82] sur la fibre à échelon d'indice présentée au paragraphe 1.3.1 :

$$\Delta\beta_c = (C_1 - C_2) \frac{E}{1 - \nu} \frac{a - b}{a + b} \Delta\alpha\Delta T \cdot \frac{\omega}{c}$$

équation II.28

Dans ce modèle simple (la répartition du champ sur la section de la fibre n'est pas prise en compte), la biréfringence de contrainte dépend linéairement de ω . La biréfringence de groupe globale est obtenue par un déplacement de la biréfringence de groupe engendrée par les effets de forme d'une quantité proportionnelle à l'ellipticité et indépendante de la fréquence.

Un modèle plus raffiné [Sakai82] consiste à prendre en compte la répartition du champ scalaire sur la section de la fibre. Dans une fibre à échelon d'indice à cœur elliptique et gaine circulaire, [Sakai82] obtient la biréfringence par une méthode de couplage de mode [Marcuse]. La prise en compte de la

²³ Par fibres de type spécial nous entendons des fibres à profils particuliers dont nous ne pouvons préciser la structure pour des raisons de confidentialité. Ces fibres possèdent la particularité d'avoir des différences d'indice cœur/gaine très importantes.

répartition du champ a pour conséquence de modifier l'évolution linéaire de la biréfringence de phase avec la fréquence observée avec le modèle précédent.

L'hypothèse de découplage entre les composantes de forme et de contrainte de la biréfringence est séduisante car elle conduit à une forme simple et aisément calculable de la biréfringence de groupe. Cette hypothèse permet pour certains type de fibre de différencier expérimentalement les effets de forme et de contrainte [Eickhoff81]. Dans les fibres de télécommunication, de nombreux profils d'indice présentent des variations d'indice plus complexes que le profil échelon, rendant encore plus complexe la dépendance fréquentielle du champ avec la fréquence. Nous allons voir dans le paragraphe suivant, qu'un modèle traitant les effets de contrainte et les effets de forme de façon simultanée, conduit à des valeurs différentes de celles obtenues avec le modèle présenté dans ce paragraphe.

2.2 Modèle couplé

Dans cette approche, les contributions des effets de forme et de contrainte [Fontaine94-96] sont prises en compte simultanément. La donnée d'entrée du calcul de la biréfringence de phase et de groupe est le tenseur permittivité de la fibre anisotrope. Une première approche consiste à résoudre les équations de propagation par éléments finis en n'effectuant aucune hypothèse sur l'importance de l'anisotropie et de la non circularité du profil d'indice. Cette méthode permet en particulier de traiter des fibres possédant une forte ellipticité. Les méthodes par éléments finis ont été appliquées à des fibres optiques anisotropes [Fontaine94-96], dont le champ des contraintes provient des effets de dilatations thermiques [Tsai]. L'auteur montre numériquement que l'hypothèse d'un découplage entre biréfringences de forme et de contrainte n'est pas raisonnable sur les fibres à très hautes biréfringences. La seconde approche, consiste à considérer l'anisotropie et la non circularité comme une perturbation d'un profil d'indice circulaire dans une fibre isotrope. La méthode proposée par [Chowdhury00] est similaire à celle présentée au paragraphe de calcul de la biréfringence de forme. La non circularité du profil d'indice et l'anisotropie sont ici prises en compte grâce à l'équation. La perturbation est définie par $\delta\epsilon(r, \theta) = \epsilon(r, \theta) - \epsilon(r)$ où $\epsilon(r)$ est la permittivité de la fibre circulaire et isotrope. La méthode de calcul est un peu différente d'une technique de perturbation traditionnelle, mais semble se ramener à une généralisation du traitement effectué par Skorobogatiy [Skorobogatiy02-03] à des permittivités anisotropes. Sans rentrer dans le détail des calculs, les corrections de la constante de propagation sont données par les valeurs propres de la matrice \mathbf{W} , dont les éléments de matrice \mathbf{W}_{ij} , pour $i, j=x$ ou y , sont donnés par :

$$\mathbf{W}_{ij} = \omega \frac{\int_S \vec{E}_i^* \cdot \delta\epsilon(r, \theta) \vec{E}_j ds}{\iint_S (\vec{E}_i^* \times \vec{H}_j + \vec{E}_j \times \vec{H}_i^*) \cdot \vec{e}_z dx dy}$$

équation II.29

La différence entre les valeurs propres correspondantes permet d'obtenir la biréfringence en milieu anisotrope. En utilisant cette méthode sur une fibre SMF et une fibre NZDSF, dont les profils radiaux

sont représentés sur la *figure II.43*, l'auteur évalue la biréfringence de forme et la biréfringence totale sur chacun des deux profils pour une ellipticité de 5 %. Les composantes thermiques des contraintes sont calculées à partir de la résolution de l'équation d'équilibre au paragraphe 1.3.1. Les résultats sont représentés dans le *tableau II.4*.

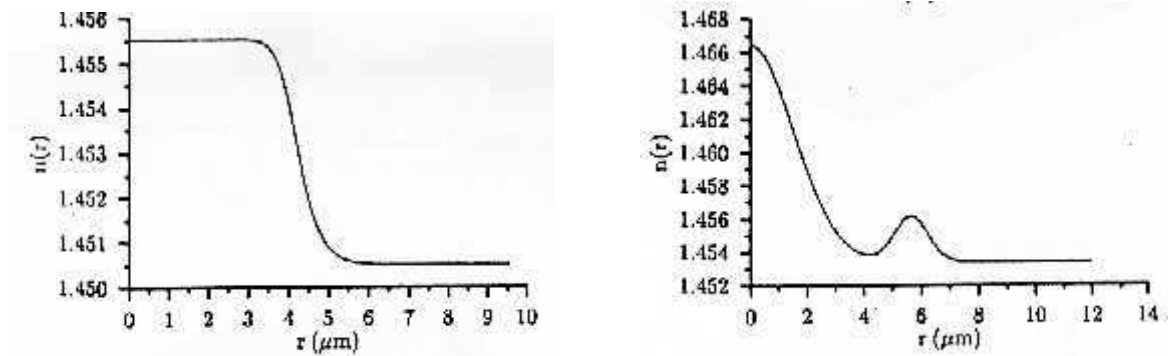


figure II.43 : Profil d'indice utilisé pour le calcul de la biréfringence: Fibre SMF (a) et NZDSF (b).

	$\Delta n_{\text{eff_forme}}$	$\Delta n_{\text{eff_cont}}$	$\Delta \beta_{\text{forme}}$	$\Delta \beta_{\text{cont}}$
SMF	1.5×10^{-5}	3×10^{-5}	1.19	4.2
NZDSF	3.9×10^{-5}	7.6×10^{-5}	6	15.1

tableau II.4 : Calcul de la biréfringence et du DGD linéaire pour un milieu avec et sans contrainte.

Nous rappelons, d'une part, que les contraintes calculées pour le profil NZDSF sont en moyenne deux fois plus importantes que celles calculées pour le profil SMF, et d'autre part, que la répartition géométrique de la composante croisée du tenseur des contraintes est plus complexe pour le profil NZDSF (cf paragraphe 1.3.1). On constate néanmoins que la biréfringence augmente d'un facteur deux sur les deux profils lorsque les contraintes sont prises en compte. En revanche la biréfringence de groupe augmente d'un facteur 4 sur le profil SMF comparé au facteur 2.6 dans la fibre NZDSF. Étant donné que la biréfringence de forme est plus importante dans le profil NZDSF, il semble que la contribution relative des contraintes dans la fibre NZDSF est moins importante que dans la fibre SMF.

2.3 Conclusion du paragraphe

Nous avons présenté dans ce paragraphe, les techniques de calcul de la biréfringence de phase et de groupe dans une fibre de télécommunication. Différentes approches sont utilisées afin d'appréhender les effets de contrainte, et les effets de forme. La première solution consiste à découpler les effets de forme et de contrainte, tandis que la seconde consiste à les prendre en compte de façon simultanée. Du point de vue expérimental, nous mentionnons les résultats de [Legré]. La conclusion de ses travaux semble renforcer l'idée qu'en ce qui concerne les fibres "conventionnelles" les effets de forme et de contrainte doivent être appréhendés de façon simultanée.

2.4 Calcul de la biréfringence de phase et de groupe dans une fibre anisotrope : utilisation de méthodes de perturbation de l'équation scalaire

Nous nous proposons dans ce paragraphe d'utiliser une méthode perturbatrice de l'équation scalaire de propagation afin de calculer la biréfringence dans une fibre faiblement elliptique et faiblement anisotrope. Nous présentons une première approche basée sur un traitement perturbatif séparé de l'ellipticité et des termes vectoriels, puis une seconde approche où nous traitons ces termes simultanément. N'ayant pas eu le temps de mettre en œuvre ces méthodes numériquement, nous utiliserons les résultats du § 1.4 en comparant la biréfringence de forme isotrope évaluée sur les différents profils échelon et W utilisés au § 1.4 et la biréfringence scalaire calculé à partir de ces mêmes profils mais modifiés par l'anisotropie.

2.4.1 Modèles de calcul

La méthode de perturbation de l'équation scalaire présentée au § 2.1.1 est étendue dans ce chapitre à des fibres présentant un profil de contrainte non-circulaire. Le calcul démarre à partir de l'équation d'onde du champ électrique :

$$\left(\Delta^2 + k^2 \varepsilon\right) \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})$$

équation II.30

Les trois composantes du champ sont reliées par la relation constitutive : $\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon \vec{E}) = 0$. En raison de l'invariance par translation selon z de la fibre, les composantes ε_{iz} pour $i=x$ ou y sont nulles sur toute la section de la fibre. On sépare donc ε en une partie transverse ε_t et une partie axiale ε_z . L'hypothèse d'invariance axiale et la relation constitutive, permettent d'écrire l'équation d'onde du champ électrique sous la forme d'une équation de propagation pour la composante transverse du champ électrique \vec{E}_t :

$$\left(\Delta_t^2 + k^2 \varepsilon_t - \beta^2\right) \vec{E}_t = \vec{\nabla}_t \left(\vec{\nabla}_t \cdot \vec{E}_t - \frac{\vec{\nabla}_t \cdot \varepsilon_t \vec{E}_t}{\varepsilon_{zz}} \right) \text{ avec } \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix}$$

équation II.31

Nous simplifions le problème en supposant qu'en chaque point de la section de la fibre les directions principales des contraintes du matériau sont alignées avec les axes de symétrie de la fibre [Fontaine96]. Cela se traduit par une permittivité diagonale sur toute la section de la fibre. Nous supposons de plus que les composantes ε_{xx} et ε_{yy} (que nous noterons désormais ε_x et ε_y) sont constantes dans chaque couche. Compte tenu des résultats du § 1.4, il semble légitime de faire ces hypothèses. Ces dernières nous permettent d'écrire le terme à droite de l'égalité dans l'équation II.31 sous la forme $\vec{\nabla}_t(\vec{P} \cdot \vec{E}_t)$, où $\vec{P} \cdot \vec{E}_t = P_x E_x + P_y E_y$, et :

$$P_x E_x = \left[1 - \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} \right] \frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} E_x \frac{\partial \ln \varepsilon_x}{\partial x} \quad \text{et} \quad P_y E_y = \left[1 - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z} \right] \frac{\partial E_y}{\partial y} - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z} E_y \frac{\partial \ln \varepsilon_y}{\partial y}$$

équation II.32

Nous allons dans les paragraphes suivant utiliser des hypothèses de faible guidage et de faible ellipticité pour chaque composante de ε , afin de traiter ce terme de façon perturbative. Deux approches peuvent être suivies. La première est basée sur une application de la méthode de [Sammut] à une fibre anisotrope faiblement elliptique : le terme en gradient est considéré comme une perturbation de l'équation scalaire pour un profil faiblement anisotrope et elliptique. La seconde est basée sur la méthode d'Alexeyev [Alexeyev], le terme vectoriel et les termes proportionnels à l'ellipticité sont considérés comme des termes perturbateurs de l'équation scalaire pour un profil circulaire. Cette seconde méthode présente l'avantage de simplifier considérablement les calculs.

2.4.1.1 Perturbation de l'équation scalaire pour une fibre elliptique

On décrit le profil d'indice par une fonction f qui dépend des coordonnées transverses x et y : $\varepsilon_i = \varepsilon_{i1}(1 - 2\Delta_i f_i(x, y))$, où ε_{i1} représente la valeur maximale de la permittivité, elle est généralement obtenue dans le cœur. Le paramètre Δ_i est associé à la direction i . Sous l'hypothèse de faible guidage $\Delta_i \ll 1$, on peut effectuer des développements de Taylor au premier ordre en Δ_i des différentes composantes du tenseur ε . On obtient ainsi : $\varepsilon_i / \varepsilon_z \approx (\varepsilon_{i1} / \varepsilon_{z1})(1 - 2\delta_{iz})$ avec $\delta_{iz} = \Delta_i f_i - \Delta_z f_z$ et $(\partial \ln \varepsilon_i / \partial i) = -2\Delta_i (\partial f_i / \partial i)$, pour $i=x$ ou y , ce qui conduit à l'expression suivante des $P_i E_i$:

$$P_i E_i = \left[1 - \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{z1}} (1 - 2\delta_{iz}) \right] \frac{\partial E_i}{\partial i} - \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{z1}} (1 - 2\delta_{iz}) \left(-2\Delta_i \frac{\partial f_i}{\partial i} \right) E_i$$

équation II.33

Nous ne retenons que les termes à l'ordre 1 en Δ_i et négligeons les termes proportionnels à δ_{iz} et obtenons les expressions finales des $P_i E_i$:

$$P_i E_i \approx \left[1 - \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{z1}} \right] \frac{\partial E_i}{\partial i} + 2\Delta_i \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{z1}} E_i \frac{\partial f_i}{\partial i} \quad \text{avec} \quad P_i \approx \left[1 - \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{z1}} \right] \frac{\partial}{\partial i} + 2\Delta_i \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{z1}} \frac{\partial f_i}{\partial i}$$

équation II.34

Comme $\varepsilon_{i1} \approx \varepsilon_{z1}$ et $\Delta_i \ll 1$, nous considérons $\bar{\nabla}_t (\bar{\rho} \cdot \bar{E}_t)$ comme un terme perturbateur de l'équation de propagation. L'équation de propagation se met alors sous la forme d'un terme scalaire (membre de gauche) et d'un terme vectoriel perturbateur (membre de droite) :

$$\underbrace{(\Delta_t^2 + k^2 \varepsilon_t - \beta^2)}_{H^0} \bar{E}_t = \underbrace{\bar{\nabla}_t (\bar{\rho} \cdot \bar{E}_t)}_W$$

équation II.35

Avant de calculer les corrections, nous devons nous intéresser aux solutions propres de la partie scalaire de l'équation de propagation. Dans un milieu dont la permittivité est décrite par un tenseur diagonal, la partie scalaire se réduit au système suivant :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \varepsilon_x(r, \theta) - \beta^2 \right) E_x = 0 \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \varepsilon_y(r, \theta) - \beta^2 \right) E_y = 0 \end{cases}$$

équation II.36

A partir des hypothèses effectuées sur ε , ce système possède deux solutions : une pour laquelle $E_x = \phi_x$ et $E_y = 0$, où ϕ_x est solution d'une équation scalaire pour le profil d'indice $n_x = \sqrt{\varepsilon_x}$, l'autre pour laquelle $E_x = 0$ et $E_y = \phi_y$, où ϕ_y est solution d'une équation scalaire pour $n_y = \sqrt{\varepsilon_y}$. Ces deux solutions correspondent à deux modes propres de propagation dont les états de polarisation sont linéairement polarisés selon x et selon y. On peut donc conclure que les solutions propres de l'équation II.36 sont non dégénérées : nous les notons β_x^s , $\vec{E}_x^s = \phi_x \vec{x}$, pour le mode polarisé selon x, et β_y^s , $\vec{E}_y^s = \phi_y \vec{y}$, pour le mode polarisé selon y [Snyder83b, Snyder86]²⁴. Nous écrivons les constantes de propagation, et la solution de l'équation de propagation transverse à l'ordre 1 en \vec{P} : $\beta_i = \beta_i^s + \beta_i^y$, $\vec{E}_i = \vec{E}_i^s + \vec{E}_i^y$, où β_i^s et \vec{E}_i^s sont les solutions scalaires de l'équation de propagation pour le mode d'ordre 1. β_i^y et \vec{E}_i^y sont les corrections apportées aux solutions scalaires par le terme en gradient. On obtient l'expression de la correction de la constante de propagation scalaire selon l'axe x et selon l'axe y à l'aide de l'équation II.37 :

$$\beta_i^y = - \frac{\left\langle \phi_i, \frac{\partial P_i \phi_i}{\partial i} \right\rangle}{2\beta_i^s \langle \phi_i, \phi_i \rangle}$$

équation II.37

En utilisant l'expression des P_i et en intégrant par partie, on obtient :

$$\beta_i^y = \frac{(1-d_i) \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial i} \right)^2 dx dy - 2\Delta_i d_i \int_0^\infty \int_0^\infty f_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial i^2} dx dy}{2\beta_i^s N_i^o}$$

équation II.38

où nous avons introduit les notations $d_i = \varepsilon_{i1} / \varepsilon_{z1}$ et $N_i^o = \langle \phi_i, \phi_i \rangle$ représente la constante de normalisation du champ scalaire. Pour pouvoir calculer l'effet de la non circularité, il faut connaître les solutions scalaires ϕ_i , β_i^s pour un profil faiblement elliptique. Nous utilisons la méthode décrite au

²⁴ Lorsque les axes propres des différentes couches ne sont pas colinéaires, la direction du champ électrique associée à chaque mode propre peut varier en fonction de la position dans la section de la fibre

paragraphe § 2.1.1 et nous traitons l'ellipticité comme une perturbation. Le profil d'indice est décrit par une fonction f qui dépend des coordonnées cylindriques ρ et θ , $f_i(\rho, \theta) = f_i^\circ(\rho\sqrt{1-e^2\cos^2\theta})$ où ρ est le rayon normalisé de la fibre. La dépendance de $f_i^\circ(\rho, \theta)$ vis à vis des coordonnées cylindriques ρ et θ traduit une déformation du profil d'indice de géométrie initialement circulaire décrit par la fonction $f_i^\circ(r)$ en un profil d'indice de géométrie légèrement elliptique. Les géométries avant et après déformation sont représentées sur la figure II.44:

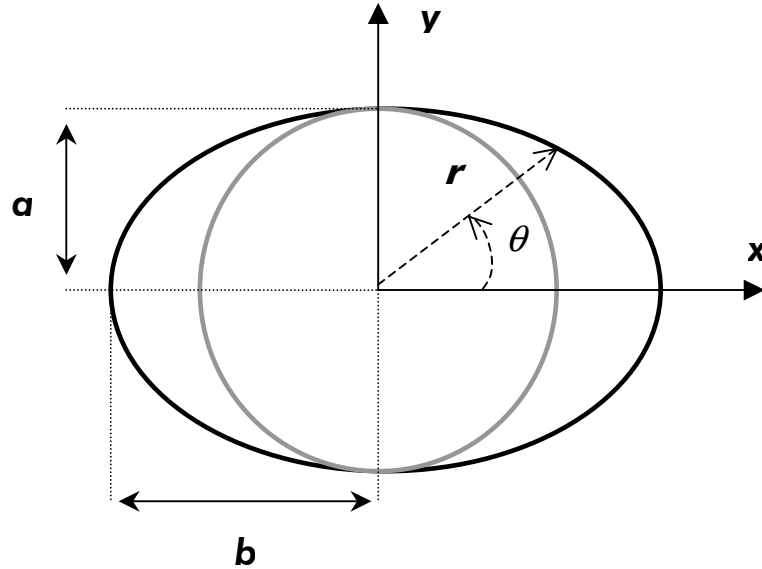


figure II.44 : profil d'indice circulaire (en gris) utilisé pour approcher le profil d'indice elliptique (en noir) : dans cette approche l'aire du profil elliptique est supérieure à l'aire du profil circulaire

L'hypothèse de faible ellipticité permet de développer f_i° en fonction de e^2 :

$$f_i(\rho, \theta) = f_i^\circ(\rho) - e^2(\rho/2)\cos^2\theta(\partial f_i^\circ(\rho)/\partial\rho) = f_i^\circ(\rho) + e^2 f_i^e(\rho, \theta)$$

$f_i^\circ(\rho)$ est la fonction décrivant la distribution radiale de l'indice, i.e. $\varepsilon_i(\rho) = \varepsilon_{i1}(1 - \Delta_i f_i^\circ(\rho))$, où ε_{i1} est la permittivité au centre de la fibre. Cette fonction doit être telle que $f_i^\circ(\rho) = 1$ dans la gaine, de sorte que $\varepsilon_i = \varepsilon_{i2}$, où ε_{i2} est la permittivité dans la gaine, et elle doit décrire des variations d'indice continues dans le cœur. $f_i^\circ(\rho)$ s'écrit donc sous la forme $f_i^\circ(\rho) = H(\rho - 1) + g_i(\rho)H(1 - \rho)$, où g est une fonction décrivant les variations d'indice continues dans le cœur et H est la fonction de Heaviside. A l'aide de cette expression, on obtient facilement la dérivée de la fonction f :

$$(\partial f_i^\circ(\rho)/\partial\rho) = (1 - g_i(1))\delta(\rho - 1) + (\partial g_i(\rho)/\partial\rho)H(1 - \rho)$$

En utilisant les résultats du § 2.1.1, on obtient la constante de propagation à l'ordre 1 en e^2 :

$$\beta_i^s = \beta_i^{s0} - e^2 k^2 n_{ci}^2 \Delta_i \frac{\langle \phi_i^\circ, f_i^e \phi_i^\circ \rangle}{4 \langle \phi_i^\circ, \phi_i^\circ \rangle} \quad \text{avec } i = x, y$$

équation II.39

Afin de calculer le champ scalaire, on utilise l'équation II.19 avec l'expression précédente de f_i^e . Celle ci permet d'obtenir aisément la correction vectorielles dans la gaine puisque les solutions scalaires pour un profil circulaire y sont connues [Sammut]. Dans le cœur en revanche, cette approche conduit à une correction scalaire du champ s'écrivant sous la forme d'une somme infinie (cf [Sammut]). L'évaluation de cette somme posant des problèmes d'ordre numérique, il est plus simple de supposer que la correction scalaire possède la même forme que le terme perturbateur. Comme ce dernier est de la forme $f_i^e \propto -(\rho/2)(\partial f_i^o(\rho)/\partial\rho)(1+\cos 2\theta)$, on donne à la correction scalaire la forme $\phi_i^e(\rho, \theta) = F_{0i}(\rho) + F_{2i}(\rho)\cos(2\theta)$ [Sammut]. Les expressions des deux fonctions inconnues F_{0i} , F_{2i} sont obtenues en les insérant dans l'équation scalaire pour chaque axe propre (équations II.36). On montre alors que ces fonctions vérifient deux équations différentielles dans lesquelles n'interviennent que des fonctions exprimables à partir des solutions scalaires pour un profil circulaire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_{0i}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_{0i}}{\partial \rho} + \alpha^2 (k^2 \varepsilon_i(r) - \beta_i^2) F_{0i} + \left(\frac{8}{\alpha^2} \beta_i^{se} + \frac{2\alpha^2 k^2 \varepsilon_{ci} \Delta_i}{4} \rho \frac{\partial g_i}{\partial \rho} \right) \phi_i^o &= 0 \\ \frac{\partial^2 F_{2i}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_{2i}}{\partial \rho} + \left(\alpha^2 (k^2 \varepsilon_i(r) - \beta_i^2) - \frac{4}{\rho^2} \right) F_{2i} + \left(\frac{2\alpha^2 k^2 \varepsilon_{ci} \Delta_i}{4} \rho \frac{\partial g_i}{\partial \rho} \right) \phi_i^o &= 0 \end{aligned}$$

équation II.40

Les conditions aux limites des deux fonctions F_{0i}, F_{2i} , i.e. leurs valeurs à l'interface cœur gaine sont connues grâce aux expressions précédemment obtenues dans la gaine. Nous sommes maintenant en possession de l'ensemble des éléments qui permettent de calculer les corrections de la constante de propagation scalaire données par l'équation II.39.

A l'aide de l'expression du champ scalaire dans la fibre elliptique et de l'expression du terme perturbateur f_i^e , on obtient les expressions explicites des termes intervenant au numérateur de l'équation II.38 en fonctions de ϕ_i^o , F_{0i} et F_{2i} . Le premier terme du numérateur est donné par l'expression :

$$(1-d_i) \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial i} \right)^2 dx dy = (1-d_i) 2\pi \int_0^\infty \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_i^o}{\partial \rho} \right)^2 + 2e^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \phi_i^o}{\partial \rho} \frac{\partial F_{0i}}{\partial \rho} + \frac{1}{4} \frac{\partial F_{2i}}{\partial \rho} \frac{\partial \phi_i^o}{\partial \rho} + \frac{F_{2i}}{2\rho} \frac{\partial \phi_i^o}{\partial \rho} \right) \right] \rho d\rho$$

équation II.41

et le second terme par :

$$\begin{aligned} 2\Delta_i d_i \int_0^\infty \int_0^\infty f_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} dx dy &= 2\Delta_i d_i \pi \left[(1-g_i(1)) \left(-\frac{\partial X_{0i}}{\partial \rho} - e^2 \left(\frac{\partial Y_{0i}}{\partial \rho} + (-1)^A Y_{2i} + (-1)^A \frac{1}{2} \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \rho} + \frac{1}{8} \left(B \frac{\partial^2 X_{0i}}{\partial \rho^2} + C \frac{\partial X_{0i}}{\partial \rho} \right) \right) \right) \right]_{1+} \text{ avec} \\ F_i &= - \int_0^1 \frac{\partial g_i}{\partial \rho} \frac{\partial X_{0i}}{\partial \rho} \rho d\rho - e^2 \left\{ \int_0^1 \frac{\partial g_i}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial Y_{0i}}{\partial \rho} + (-1)^A Y_{2i} + (-1)^A \frac{1}{2} \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \rho} + \frac{\rho^2}{8} \left(B \frac{\partial^2 X_{0i}}{\partial \rho^2} + C \frac{1}{\rho} \frac{\partial X_{0i}}{\partial \rho} \right) \right] d\rho \right\} \end{aligned}$$

équation II.42

Les coefficients A, B, C et D valent respectivement A=0, B=3 et C=1 pour i=x, et A=1, B=1 et C=3 pour i=y. Nous avons de plus utilisés les notations suivantes : $X_{0i} = 2F_{0i}\phi_i^o$ et $Y_{2i} = 2F_{2i}\phi_i^o$. Si nous prenons en compte l'ensemble des corrections calculées précédemment, nous obtenons pour chaque axe, une constante de propagation égale à la somme de trois termes :

$$\beta_i = \beta_i^{so} + e^2 \beta_i^{se} + \beta_i^v$$

équation II.43

- β_i^{so} représente la constante de propagation scalaire de l'axe i, pour un profil circulaire.
- β_i^{se} représente la correction à la constante de propagation scalaire engendrée par la faible ellipticité de la fibre.
- β_i^v représente la correction vectorielle à la constante de propagation scalaire pour le profil elliptique. Elle dépend elle même de l'ellipticité et de la différence d'indice entre le coeur et la gaine pour l'axe i.

La biréfringence calculée ici dessus est obtenue en supposant que le terme en gradient représente une perturbation de l'équation scalaire pour un profil elliptique. Cette hypothèse impose de calculer le champ scalaire se propageant dans la fibre elliptique et "justifie" la complexité des calculs des corrections scalaires et la place importante que ces dernières prennent dans l'expression de la constante de propagation finale (termes en F_0, F_2). Nous proposons dans le paragraphe suivant, une approche dans laquelle les effets engendrés par l'ellipticité et par le gradient d'indice sont pris en compte simultanément. Cette approche a été utilisée par Alexeyev [Alexeyev] pour calculer les corrections engendrées par une très faible ellipticité dans une fibre isotrope. Nous n'utiliserons de ce fait que des champs scalaires pour un profil circulaire pour calculer la constante de propagation. Nous introduisons en parallèle une paramétrisation du profil d'indice qui permet de simplifier les calculs [Tjaden, Skorogobaty02, Alexeyev].

2.4.1.2 Perturbation de l'équation scalaire pour un profil circulaire

On considère que la fibre est faiblement élliptique et que les dimensions de ses axes sont données par $b=R(1+\zeta)$, et $a=R(1-\zeta)$ [Tjaden], où R représente le rayon d'une couche de la fibre non déformée (le coeur par exemple).

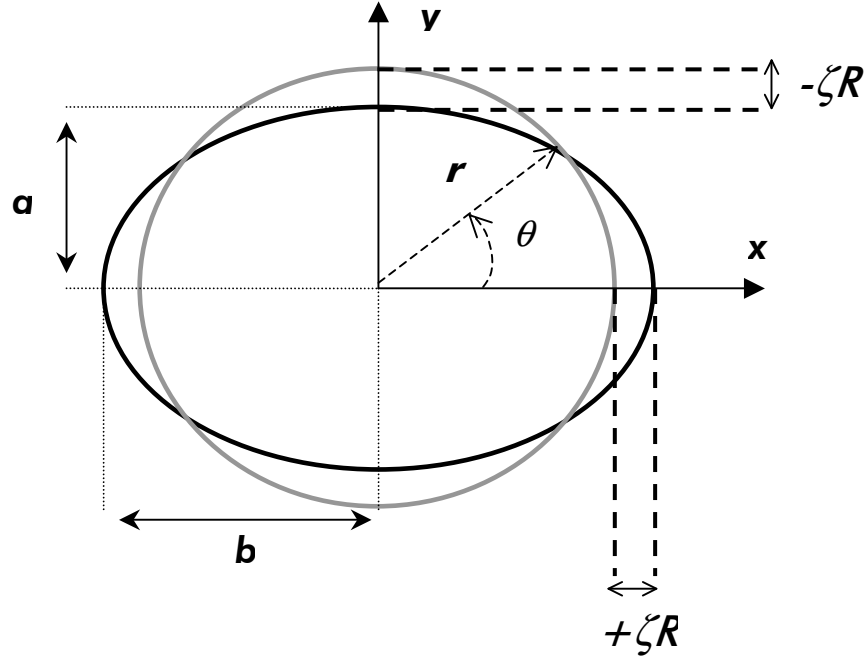


figure II.45 : profil d'indice circulaire (en gris) utilisé pour approcher le profil d'indice elliptique (en noir) : dans cette approche les aires des deux profils sont égales

Lorsque la fibre est faiblement elliptique, $\zeta \approx e^2 / 4$, la fonction f_i décrivant le profil d'indice suivant i peut alors s'exprimer en fonction de e^2 comme suit : $f_i(x, y) = f_i^\circ(x(1 + e^2 / 4), y(1 - e^2 / 4))$. Pour des faibles valeurs de e^2 , la fonction est donnée à l'ordre 1 par $f_i(x, y) = f_i^\circ(x, y) + (e^2 / 4)f_i^e(x, y)$ où $f_i^e(x, y) = (\partial f_i^\circ / \partial x)x - (\partial f_i^\circ / \partial y)y = r(\partial f_i^\circ / \partial r) \cos 2\theta$ et $f_i^\circ(x, y) = f_i^\circ(r)$. En paramétrisant ainsi la déformation des différentes couches de la fibre, on conserve une surface constante au passage de la forme circulaire à la forme elliptique. Nous allons utiliser la nouvelle expression de la permittivité qui découle de cette paramétrisation dans l'équation II.31. Les calculs sont identiques à ceux effectués au paragraphe précédent. Nous effectuons des développements limités à l'ordre 1 en e^2 , et en Δ_i de la permittivité et des fonctions apparaissant dans l'opérateur \bar{P} . Nous réitérons les hypothèses effectuées au paragraphe précédent, et obtenons l'expression des composantes P_i :

$$P_i = (1 - d_i) \frac{\partial}{\partial i} + 2d_i \Delta_i \frac{\partial f_i^\circ}{\partial i} + d_i \Delta_i \frac{e^2}{2} \left(\frac{\partial f_i^e}{\partial i} \right)$$

équation II.44

La correction à la constante de propagation scalaire pour un profil circulaire s'obtient ensuite grâce à l'équation II.37, en utilisant pour ϕ_i , le champ scalaire calculé pour la permittivité circulaire $\varepsilon_i(r)$ ²⁵. Cette procédure simplifie les calculs puisque la seule équation différentielle à résoudre est l'équation de propagation scalaire pour un profil uniforme et circulaire. En intégrant par partie le second terme du

²⁵ C'est ce qui différencie principalement cette approche de la précédente

numérateur de l'équation II.37, on obtient l'expression suivante de la correction à la constante de propagation scalaire :

$$\beta_i^y = \frac{1}{2\beta_i^s N_{o_i}} \left[(1-d_i) \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial i} \right)^2 dx dy + d_i \Delta_i \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\partial f_i^o}{\partial i} \frac{\partial \phi_i^2}{\partial i} dx dy - d_i \Delta_i \frac{e^2}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{\partial f_i^o}{\partial x} x - \frac{\partial f_i^o}{\partial y} y \right) \frac{\partial^2 \phi_i^2}{\partial i^2} dx dy \right] \quad (1) \quad (2) \quad (3)$$

équation II.45

En utilisant des coordonnées cylindriques et en effectuant les intégrations sur la variable angulaire, nous obtenons les expressions des trois termes de correction :

- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial i} \right)^2 dx dy = \pi \int_0^\infty \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} \right)^2 r dr$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_i^o}{\partial i} \frac{\partial \phi_i^2}{\partial i} dx dy = \pi \int_0^\infty \frac{\partial f_i^o}{\partial r} \frac{\partial \phi_i^2}{\partial r} r dr$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial f_i^o}{\partial x} x - \frac{\partial f_i^o}{\partial y} y \right) \frac{\partial^2 \phi_i^2}{\partial i^2} dx dy = (-1)^p \frac{\pi}{2} \int_0^\infty r \frac{\partial f_i^o}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 \phi_i^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i^2}{\partial r} \right] r dr$, où $p=1$ si $i=x$ et $p=-1$ si $i=y$.

La correction scalaire (équation II.39) engendrée par le terme proportionnel à e^2 est nulle. Ce résultat provient de la dépendance angulaire de la perturbation f_i^e qui est en $\cos 2\theta$, comme le mode d'ordre 0 dépend uniquement de la coordonnée radiale, l'intégrale permettant d'obtenir les corrections au premier ordre est nulle. Ainsi, la constante de propagation ne fait intervenir que le champ scalaire et ses différentes dérivées jusqu'à l'ordre deux, et la dérivée du profil d'indice. Son expression est extrêmement simplifiée comparée à celle obtenue dans le paragraphe précédent.

$$\beta_i = \beta_i^{so} + \beta_i^y$$

équation II.46

Nous allons dans le paragraphe suivant comparer et interpréter les deux expressions de la constante de propagation

2.4.2 Comparaisons des expressions obtenues dans les deux méthodes

Dans le modèle du § 2.4.1.1, la constante de propagation du mode polarisé selon la direction \vec{i} peut se mettre sous la forme suivante :

$$\beta_i = \beta_i^{so} + e^2 \beta_i^{se} + (1-d_i) \beta_i^{1v} + (1-d_i) e^2 \beta_i^{2v} + \Delta_i d_i \beta_i^{3v} + \Delta_i d_i e^2 \beta_i^{4v}$$

où les expressions de β_i^{1v} , β_i^{2v} , β_i^{3v} et β_i^{4v} s'obtiennent par identification avec les équations II.41 et II.42. La paramétrisation choisie pour décrire l'ellipse est responsable de la présence de la correction scalaire proportionnelle à l'ellipticité. Nous regroupons les termes proportionnels à e^2 , et nous obtenons la biréfringence sous la forme d'une somme de six termes.

$$\Delta\beta = \underbrace{\beta_x^{so} - \beta_y^{so}}_{(1)} + \underbrace{(1-d_x)\beta_x^{1v} - (1-d_y)\beta_y^{1v}}_{(2)} + \underbrace{\Delta_x d_x \beta_x^{3v} - \Delta_y d_y \beta_y^{3v}}_{(3)} + \underbrace{e^2(\beta_x^{se} - \beta_y^{se})}_{(4)} + \underbrace{e^2[(1-d_x)\beta_x^{2v} - (1-d_y)\beta_y^{2v}]}_{(5)} + \underbrace{e^2(\Delta_x d_x \beta_x^{4v} - \Delta_y d_y \beta_y^{4v})}_{(6)}$$

équation II.47

Les trois premiers termes représentent la biréfringence associée à une fibre circulaire et anisotrope. Les trois derniers termes représentent quant à eux la correction engendrée par la faible ellipticité du profil d'indice. La biréfringence n'est donc pas la somme d'un terme engendré uniquement par les contraintes et d'un terme engendré uniquement par l'asymétrie du guide d'onde puisque les effets de contrainte et de forme sont intriqués dans les termes 4, 5 et 6.

Dans le modèle du § 2.4.1.2, la constante de propagation du mode polarisé selon la direction \vec{i} est égale à la somme de quatre termes :

$$\beta_i = \beta_i^{so} + (1-d_i)\beta_i^{1v} + \Delta_i d_i \beta_i^{2v} + \frac{e^2}{4} \Delta_i d_i \beta_i^{3v}$$

Les expressions de β_i^{1v} , β_i^{2v} et β_i^{3v} s'obtiennent ici aussi par identification avec l'équation II.45, elles sont différentes de celles obtenues dans le modèle précédent. La biréfringence est, par conséquent, la somme de quatre termes :

$$\Delta\beta = \underbrace{\beta_x^{os} - \beta_y^{os}}_{(1)} + \underbrace{[(1-d_x)\beta_x^{1v} - (1-d_y)\beta_y^{1v}]}_{(2)} + \underbrace{[\Delta_x d_x \beta_x^{2v} - \Delta_y d_y \beta_y^{2v}]}_{(3)} + \underbrace{e^2[\Delta_x d_x \beta_x^{3v} - \Delta_y d_y \beta_y^{3v}]}_{(4)}$$

équation II.48

Les trois premiers termes de cette somme représentent la biréfringence dans une fibre anisotrope à profil circulaire. Le dernier terme représentant l'effet de la faible ellipticité du profil d'indice. Cette approche fournit donc, ici aussi, une expression qui ne se met pas sous la forme d'une somme d'un terme engendré uniquement par les contraintes et d'un terme engendré uniquement par l'asymétrie du guide d'onde. Les effets de contrainte et de forme étant intriqués dans le terme 4.

Nous n'avons pas pu, faute de temps, mettre en place numériquement l'une de ces deux méthodes. Nous présentons néanmoins dans le paragraphe suivant une étude qualitative de la biréfringence dans les fibres faiblement anisotropes. Nous comparons pour cela la biréfringence de forme évaluée sur les profils isotropes échelon 100-288 et W147-288 avec la biréfringence de contrainte scalaire ($\beta_x^{os} - \beta_y^{os}$) évaluée sur les profils modifiés par l'anisotropie.

2.4.3 Biréfringence de phase dans les fibres de télécommunication faiblement anisotropes

Compte tenu de la faiblesse du terme δn_{xy} vis à vis des termes δn_{xx} , δn_{yy} , δn_{zz} (cf § 1.4), on peut estimer que les hypothèses que nous avons effectuées au § 2.4 sont valides sur la majeure partie de la section de la fibre. Nous avons donc comparé la biréfringence de contrainte scalaire $\beta_x^{os} - \beta_y^{os}$

(terme 1 des équations II.47 et des équations II.48) et la biréfringence de forme isotrope (terme 6 dans l'équation II.47 lorsque $\phi_x = \phi_y$). Une remarque doit être faite sur le profil d'indice que nous avons utilisé pour le calcul de la biréfringence de forme. Celui-ci correspond au profil dit "sur préforme", c'est à dire qu'il prend en compte les écarts modèles mesures inhérents au procédé de fabrication. Le profil "isotrope" attendu et mesuré sur fibre est donc lui aussi différent du profil sur "préforme" en raison du champ de contrainte engendré dans la fibre. L'indice que nous obtenons en pratique correspond, du fait de la configuration de mesure, à un indice effectif vu par un signal dépolarisé se propageant dans un milieu anisotrope. Ne sachant pas à l'heure actuelle déterminer cet indice, nous avons opté pour le profil sur préforme. Les constantes de propagation β_x^{os} , β_y^{os} sont calculées sur les profils d'indice modifiés à l'aide des corrections δn_{xx} et δn_{yy} évaluées au § 1.4. Les caractéristiques des profils d'indice échelons et W sont résumées dans les tableaux II.5 et II.6 et les résultats des calculs dans les tableaux II.7 et II.8.

On note premièrement, que l'anisotropie tend à faire décroître le paramètre Δ sur les deux types de profil. Deuxièmement, cette diminution se caractérise pour les profils W par une diminution de l'indice dans le cœur et une augmentation dans la gaine intérieure. Enfin, pour tous les profils $\Delta_x > \Delta_y$. Les résultats des calculs effectués à l'aide des profils d'indice précédents sont représentés dans le tableau II.7 pour le profil échelon et II.8 pour le profil W. Une comparaison de l'ensemble des résultats est représentée sur la figure II.46. Trois grandes tendances se dégagent de ces résultats :

- 1) Les biréfringences de forme et de contrainte sont du même ordre de grandeur pour les deux types de profil ; les biréfringences des profils en W sont plus importantes que les biréfringences des profils en échelon.
- 2) La biréfringence de forme est supérieure en valeur absolue à la biréfringence de contrainte et les deux grandeurs augmentent avec la différence d'indice pour les deux profils d'indice.
- 3) La contribution relative des contraintes dans la valeur finale de la biréfringence semble identique pour les deux profils d'indice comme on peut le constater sur la figure II.46.

Il est intéressant de constater de plus que la biréfringence de contrainte est supérieure en valeur absolue dans les profils de type W même si l'anisotropie γ est plus faible que dans les fibres de type échelon. Cette étude étant incomplète, des conclusions définitives sur le comportement de la biréfringence dans ces deux types de profil ne sauraient être tirées. Ces résultats suggèrent cependant que, du point de vue de la biréfringence, les effets de contrainte ont une contribution non négligeable.

	$n_{\text{coeur}} - n_{\text{gaine ext}} (\times 10^3)$
E 100	10.000
E 100x	9.641
E 100y	9.639
E 147	14.700
E 147x	14.016
E 147y	14.015
E 194	19.400
E 194x	18.385
E 194y	18.383
E 241	24.100
E 241x	22.739
E 241y	22.737
E 288	28.800
E 288x	27.078
E 288y	27.076

tableau II.5 : caractéristiques des profils isotropes E147-288 et des profils anisotropes correspondants indicés par x ou y selon que l'on s'intéresse au champ polarisé selon x ou y respectivement ; l'indice de la gaine extérieure est égal à l'indice de la silice à 1550 nm : $n_{\text{gaine int}} = 1.444$

	$n_{\text{coeur}} - n_{\text{gaine ext}} (\times 10^3)$	$n_{\text{gaine int}} - n_{\text{gaine ext}} (\times 10^3)$
W147	14.70000	-6.00000
W147x	14.17030	-5.72456
W147y	14.16930	-5.72443
W194	19.40000	-6.00000
W194x	18.59139	-5.72495
W194y	18.59010	-5.72477
W241	24.10000	-6.00000
W241x	23.00846	-5.72576
W241y	23.00683	-5.72566
W288	28.80000	-6.00000
W288x	27.40745	-5.73341
W288y	27.40549	-5.73319

tableau II.6 : caractéristiques des profils isotropes W147-288 et des profils anisotropes correspondants indicés par x ou y selon que l'on s'intéresse au champ polarisé selon x ou y respectivement ; l'indice de la gaine extérieure est égal à l'indice de la silice à 1550 nm : $n_{\text{gaine int}} = 1.444$

	$\beta_x^{0E} - \beta_y^{0E} \text{ (rad/m)}$	$\Delta\beta_{forme} \text{ (rad/m)}$
E100	1.87	1.15
E147	2.20	2.13
E194	2.44	3.20
E241	2.56	4.32
E288	2.66	5.50

tableau II.7 : résultats des calculs de la biréfringence de contrainte scalaire et biréfringence de forme sur les profils de type échelon

	$\beta_x^{0E} - \beta_y^{0E} \text{ (rad/m)}$	$\Delta\beta_{forme} \text{ (rad/m)}$
W147	2.50	4.94
W194	3.02	7.43
W241	3.46	10.07
W288	3.51	12.85

tableau II.8 : résultats des calculs de la biréfringence de contrainte scalaire et biréfringence de forme sur les profils W

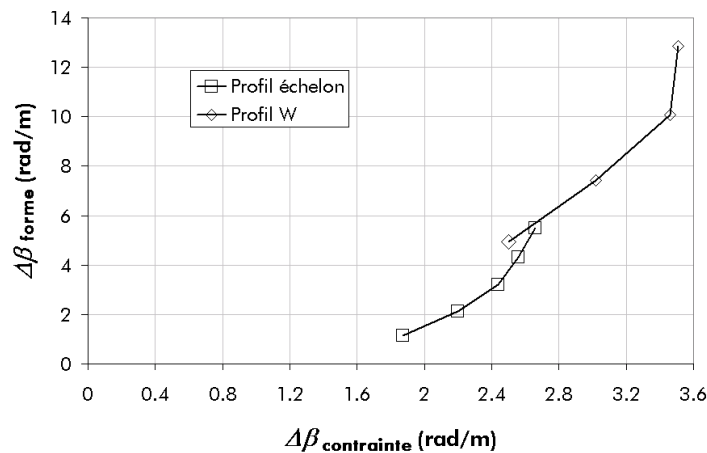


figure II.46 : évolution relative de la biréfringence de forme et de la biréfringence de contrainte scalaire dans les profils échelons et W

2.5 Conclusion du § 2

Dans ce chapitre, nous avons abordé la modélisation de la biréfringence de phase et de groupe dans les fibres de télécommunication faiblement elliptiques et faiblement anisotropes. Dans la littérature, deux approches sont utilisées dans le but de modéliser la biréfringence. La première consiste à évaluer séparément les effets de forme et de contrainte sur la biréfringence tandis que la seconde consiste à les évaluer conjointement. Différentes méthodes de calcul sont utilisées pour le calcul proprement dit, les principales étant les méthodes par éléments finis et les méthodes perturbatives. Très peu d'études ont été effectuées sur l'effet du profil d'indice sur l'anisotropie et sur la biréfringence qui en résulte. La seule référence s'intéressant à ce problème [Chowdhury00] montre que les profils de type

SMF semblent plus affectés par l'anisotropie engendrée par les contraintes que les profils plus complexes de type NZDSF.

Afin d'étudier les contributions relatives des effets de forme et de contrainte, nous avons utilisé une méthode perturbative de l'équation scalaire pour évaluer la biréfringence dans une fibre faiblement elliptique et faiblement anisotrope. Deux approches ont été envisagées : la première est basée sur une méthode développée par [Sammut] et la seconde sur une méthode développée par [Alexeyev]. Compte tenu des résultats du § 1.4, nous avons supposé que la composante croisée du tenseur permittivité est négligeable devant les composantes diagonales. La biréfringence s'obtient par conséquent grâce à la différence entre les constantes de propagation d'un champ électrique se propageant dans une fibre elliptique biaxe. Nous avons, dans un premier temps, calculé la différence entre les constantes de propagation scalaires évaluées sur deux profils d'indice n_x et n_y obtenus par modification du profil isotrope originel. Nous avons ensuite comparé cette valeur avec la biréfringence de forme calculée sur le profil originel. Deux types de fibres ont été étudiés : des fibres de type échelon et des fibres de type W obtenues à partir des profils échelons par rajout d'une gaine intérieure enterrée. Les premiers résultats de calcul montrent que les effets de contrainte sont relativement importants pour les deux profils d'indice. Nous avons constaté d'une part que les valeurs de la biréfringence de forme et les valeurs de la biréfringence de contrainte sont du même ordre de grandeur, et d'autre part qu'elles évoluent de façon linéaire avec la différence d'indice. De plus, la biréfringence de contrainte et la biréfringence de forme sont du même ordre de grandeur pour les deux types de profil, la biréfringence de forme étant supérieure à la biréfringence de contrainte pour les fortes différences d'indice cœur/gaine. Ces premiers résultats penchent en faveur d'une prise en compte des termes négligés dans le calcul des constantes de propagation afin d'aborder le calcul de la biréfringence de façon plus précise.

3 Conclusion du chapitre

Nous avons abordé dans ce chapitre la biréfringence dans le régime courte distance.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la modélisation thermomécanique de l'étirage d'une fibre optique. Nous avons utilisé pour cela un logiciel de calcul de contrainte basé sur la méthode des éléments finis. Un modèle développé à Conflans [Nicolardot] pour le calcul des contraintes dans une fibre circulaire a ainsi été adapté à des géométries elliptiques. Ce modèle nous permet de prendre en compte les contraintes d'origine thermique et les contraintes d'origine mécanique qui proviennent respectivement d'un désaccord entre les coefficients de dilatation et d'un désaccord entre les coefficients de viscosité des différents constituants de la fibre. A l'aide de ce modèle nous avons alors comparé les anisotropies induites sur deux types de profil : des profils de type échelon et des profils de type W, ce dernier étant doté d'une couche enterrée entre le cœur et la gaine. Pour chacun des types, la différence d'indice entre le cœur et la couche adjacente a été modifiée de façon à conserver un indice effectif constant et l'impact sur l'anisotropie a été étudié grâce à l'équation II.3. Nous avons pu faire les observations générales suivantes :

- 1) L'anisotropie augmente linéairement avec la différence d'indice cœur/gaine.
- 2) La composante croisée du tenseur des indices est très faible devant les composantes diagonales.
- 3) L'anisotropie est plus importante dans les profils de type échelon.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à l'effet de l'anisotropie sur la biréfringence. A l'aide du tenseur des indices, et forts des observations précédentes, nous avons proposé une méthode de calcul de la biréfringence basée sur une méthode de perturbation de l'équation scalaire de propagation. Nous avons supposé, compte tenu des résultats précédents, que seules les composantes diagonales du tenseur permittivité avaient une influence notable sur la biréfringence. Nous avons alors obtenu théoriquement les deux corrections vectorielles des constantes de propagation scalaire d'une fibre circulaire dont le matériau est originellement anisotrope et caractérisé par trois "indices" : n_{xx} , n_{yy} et n_{zz} . La différence entre ces constantes de propagation se met sous la forme d'une somme de plusieurs termes associés chacun à différentes composantes de la biréfringence : composantes scalaires et vectorielles associées à une fibre circulaire et anisotrope, et composantes scalaires et vectorielles associées à une fibre anisotrope et faiblement elliptique (cf équations II.47 et II.48). Nous avons alors comparé la biréfringence scalaire calculée à l'aide de n_{xx} et n_{yy} , i.e. différence entre les constantes de propagation scalaires obtenues sur n_{xx} et n_{yy} , avec la biréfringence de forme calculée sur le profil originel n , i.e. la différence entre les constantes de propagation lorsque l'anisotropie tend vers zéro. Nous avons pu faire les observations suivantes :

- 1) Les valeurs de la biréfringence de contrainte scalaire et de la biréfringence de forme sont du même ordre de grandeur.

- 2) *Elles augmentent toutes deux avec la différence d'indice entre le cœur et la gaine, la biréfringence de forme étant supérieure à la biréfringence de contrainte pour les fortes différences d'indice cœur/gaine.*
- 3) *La biréfringence de contrainte scalaire est supérieure dans les profils de type W*

Ces résultats préliminaires nous confortent dans l'idée que les différentes composantes de la biréfringence que nous avons déterminées théoriquement doivent, elles aussi, être étudiées. L'ensemble des résultats précédents montre qu'il est indispensable de prendre en compte le profil de contrainte résiduel afin d'appréhender de façon correcte la biréfringence et par extension la PMD dans un régime où les effets du couplage de mode sont négligeables.

