

# Modélisation et simulation du comportement mécanique

---

L'analyse du comportement de nos matériaux montre qu'une modélisation pertinente de leur comportement doit s'appuyer sur une approche mécanique tenant compte des phénomènes de cavitation, ou tout du moins de leur effet mécanique. Le formalisme thermodynamique développé par Lemaître et Chaboche s'appuyant sur une variable interne d'endommagement dissipative est privilégié.

Ce chapitre est dédié à la présentation de la loi de comportement développée dans le cadre de notre travail. Pour une première exploration du potentiel de cette approche, nous simplifierons le modèle en admettant un comportement isotrope, élastique endommageable en petites déformations, viscoplastique isotherme avec endommagement et écrouissage au-delà du seuil. Nous mènerons cette démarche jusqu'au stade de la validation numérique via une implémentation dans ABAQUS. Nous en déduirons les perspectives clefs pour la poursuite de cette étude.

---

# Notations

## Opérateurs

$X$	Scalaire
$\bar{X}$	Valeur moyenne de $X$
$\vec{X}$	Vecteur de composantes $X_i$
$\underline{\underline{X}}$	Tenseur du second ordre de composantes $X_{ij}$
$\underline{\underline{\underline{X}}}$	Tenseur d'ordre 4 de composantes $X_{ijkl}$
$\dot{X}$	Dérivée temporelle de $X$ : $\dot{X} = \frac{\partial X}{\partial t}$
$\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{Y}}$	Double produit contracté de $\underline{\underline{X}}$ et $\underline{\underline{Y}}$
$\langle X \rangle$	$\langle X \rangle = X$ si $X > 0$ et $\langle X \rangle = 0$ si $X < 0$
$X_I$	Premier invariant de $\underline{\underline{X}}$ : $X_I = Tr(\underline{\underline{X}})$
$X_{II}$	Deuxième invariant de $\underline{\underline{X}}$ : $X_{II} = \frac{1}{2} Tr(\underline{\underline{X}}^2)$
$X_{III}$	Troisième invariant de $\underline{\underline{X}}$ : $X_{III} = \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{X}}^3)$
$\underline{\underline{1}}$	Tenseur unité
$\underline{\underline{X}}'$	Déviateur de $\underline{\underline{X}}$ : $\underline{\underline{X}}' = \underline{\underline{X}} - \frac{1}{3} X_I \underline{\underline{1}}$
$\delta$	Symbole de Kronecker : $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$
$J_1$	$J_1(\underline{\underline{X}}) = X_I$
$J_2$	$J_2(\underline{\underline{X}}) = 3 X'_{II}$
$J_3$	$J_3(\underline{\underline{X}}) = \frac{27}{2} X'_{III}$

## Symboles

$D$	Paramètre d'endommagement
$D_c$	Endommagement critique
$\underline{\underline{D}}$	Tenseur d'endommagement d'ordre 4
$e$	Energie interne spécifique
$E$	Module d'élasticité d'Young
$f$	Fonction critère de plasticité
$G$	Module de cisaillement élastique
$K$	Module de compression hydrostatique élastique

$\vec{n}$	Vecteur normal
$\vec{q}$	Vecteur courant de chaleur
$r_d$	Densité volumique de production interne de chaleur à distance
$r$	Variable d'écroissage scalaire
$R$	Force associée à la variable d'écroissage isotrope
$s$	Entropie spécifique
$t$	Temps
$T$	Température
$V$	Volume
$Y$	Taux de restitution d'énergie élastique
$\varepsilon_{eq}$	Déformation équivalente au sens de von Mises
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tenseur des déformations totales
$\underline{\underline{\varepsilon}}'$	Tenseur déviateur des déformations totales
$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$	Tenseur des déformations élastiques
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	Tenseur des déformations viscoplastiques
$\varepsilon_H^e$	$\varepsilon_H^e = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)$
$\underline{\underline{\varepsilon}}^{e'}$	Déviateur du tenseur des déformations élastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \underline{\underline{\varepsilon}}^{e'} + \varepsilon_H^e \underline{\underline{1}}$
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e$	Tenseur des vitesses de déformation élastique
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p$	Tenseur des vitesses de déformation viscoplastique
$\lambda$	Coefficient d'élasticité de Lamé
$\mu$	Coefficient de cisaillement de Lamé
$\nu$	Coefficient de Poisson
$s \rho$	Masse volumique
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes dans le matériau endommagé
$\sigma_s$	Contrainte seuil de plasticité
$\sigma_H$	Contrainte hydrostatique
$\sigma_{eq}$	Contrainte équivalente au sens de von Mises
$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$	Tenseur des contraintes effectives
$\underline{\underline{\sigma}}^{ve}$	Tenseur des contraintes viscoélastique dans le matériau endommagé
$\underline{\underline{\sigma}}'$	Tenseur déviateur des contraintes
$\sigma_{ij}$	Composantes de $\underline{\underline{\sigma}}$
$\sigma_i$	Composantes principales de $\underline{\underline{\sigma}}$
$\varphi$	Potentiel de dissipation visqueuse
$\varphi^*$	Potentiel dual de dissipation visqueuse
$\Phi$	Puissance spécifique de dissipation
$\Psi$	Energie libre spécifique
$\Omega$	Potentiel de dissipation viscoplastique

## V.1.CADRE THERMODYNAMIQUE GENERAL

Le formalisme thermodynamique des processus irréversibles développé par J. Lemaître et J.L. Chaboche [1,2] (inspiré des travaux de Kachanov (1958) et Rabotnov (1968)) offre un cadre à la fois rigoureux et ouvert à la prise en compte phénoménologique de nos observations physiques. Ce formalisme respecte de part sa construction les lois d'équilibre, de conservation de masse et d'énergie ainsi que le second principe de la thermodynamique (inégalité de Clausius Duhem).

L'écriture des lois de comportement à partir d'un tel formalisme thermodynamique permet d'envisager les différents couplages entre les phénomènes physiques, dans notre cas, le couplage plasticité - endommagement, avec l'assurance que l'écriture mathématique serait thermodynamiquement admissible.

Nous nous attachons dans un premier temps à rappeler les principes thermodynamiques de base [1,2,3,4]. Les paragraphes suivants décrivent d'une manière plus détaillée la loi de comportement que nous avons adoptée.

### V.1.A. ENONCES FONDAMENTAUX DE LA THERMODYNAMIQUE

Le système thermodynamique est un milieu continu formé de particules matérielles. A chaque particule sera associé un voisinage supposé homogène qui sera considéré comme un sous système thermodynamique.

#### **Premier principe :**

Dans le cadre des petites perturbations, l'expression locale de la conservation d'énergie dans un système isolé (ou premier principe de la thermodynamique) est donnée par l'équation [V-1].

$$\rho \frac{de}{dt} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} + r_d - \text{div } \vec{q} \quad [\text{V-1}]$$

où  $\rho$  est la masse volumique ;  $e$  est l'énergie interne spécifique ;  $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$  est le tenseur de vitesses de déformation ;  $\underline{\underline{\sigma}}$  est le tenseur de contrainte ;  $r_d$  est la densité volumique de production interne de chaleur à distance ;  $\vec{q}$  est le vecteur courant de chaleur dirigé vers les températures les plus basses.

#### **Deuxième principe – entropie :**

Le second principe de la thermodynamique postule que le taux de production d'entropie dans un système isolé est toujours supérieur ou égal au taux de chaleur reçue divisé par la température (forme locale : équation [V-2]).

$$\rho \frac{ds}{dt} + \text{div } \frac{\vec{q}}{T} - \frac{r_d}{T} \geq 0 \quad [\text{V-2}]$$

où  $s$  est l'entropie spécifique et  $T$  la température.

#### **Inégalité de Clausius Duhem :**

L'inégalité fondamentale contient le premier et le second principe. En petites perturbations cette inégalité prend l'expression donnée à l'équation [V-3]. Elle traduit le fait qu'un processus irréversible est dissipatif.

$$\rho \left( T \frac{ds}{dt} - \frac{de}{dt} \right) + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad}} T}{T} \geq 0 \quad [\text{V-3}]$$

La forme la plus courante de l'inégalité de Clausius Duhem (équation [V-4]) s'obtient en introduisant l'énergie libre spécifique  $\psi = e - Ts$  dans l'équation [V-3].

$$\underbrace{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \rho(\dot{\psi} + s\dot{T})}_{\phi_1} - \underbrace{\vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad}} T}{T}}_{\phi_2} \geq 0 \quad [\text{V-4}]$$

Cette relation fait intervenir les sources d'irréversibilité que sont la dissipation intrinsèque volumique  $\phi_1$  et la dissipation thermique volumique  $\phi_2$ . Un processus irréversible est thermodynamiquement admissible si l'inégalité de Clausius Duhem est satisfaite à chaque instant de son évolution.

La donnée de l'expression du potentiel d'énergie libre permet de déterminer  $\phi_1$ , mais au préalable il est nécessaire de définir les variables d'état.

### ***Méthode de l'état local :***

Si le système thermodynamique n'est pas dans un état d'équilibre, alors la thermodynamique fait appel à l'axiome de l'état local. Le postulat de base est que l'état thermomécanique d'un milieu matériel en un point et à un instant précis est complètement défini par les valeurs instantanées de variables d'état ne dépendant que du point considéré et qui traduisent ses caractéristiques géométriques, mécaniques ou physico-chimiques. Les dérivées temporelles de ces variables n'intervenant pas pour définir l'état, cette hypothèse implique que toute évolution peut être considérée comme une succession d'états d'équilibre.

Le choix des variables d'état assure l'adéquation de l'écriture thermodynamique à la réalité physique des phénomènes que nous cherchons à modéliser.

## V.1.B. POTENTIEL THERMODYNAMIQUE – LOIS D'ETAT

Nous supposons l'état du matériau défini par sa température, sa déformation, son endommagement et son évolution microstructurale (i.e. son écrouissage). Nous distinguons les variables observables et les variables internes.

### ***Variables observables :***

Ce sont les variables imposées par les écritures mécaniques et thermodynamiques et directement mesurables. Il s'agit de la température  $T$  et de la déformation totale  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  (en petites perturbations).

### ***Variables internes :***

Les variables internes représentent les phénomènes dissipatifs observés expérimentalement. La viscoplasticité de nos matériaux mise en évidence avec les essais de traction, compression et cisaillement nécessite l'introduction de la variable déformation viscoplastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ .

Des processus d'endommagement se développent dans nos polypropylènes. Une variable scalaire d'endommagement  $D$  leur a été associée et a été mesurée grâce à l'évolution des propriétés élastiques du matériau. Il convient de compter  $D$  dans les variables internes nécessaires à la description du comportement de nos matériaux.

Nous avons également montré l'existence d'un troisième phénomène dissipatif : l'écrouissage. Il se manifeste par le phénomène de durcissement observé en grandes déformations. Pour représenter l'écrouissage supposé isotrope de nos matériaux, nous pouvons choisir une variable interne de nature scalaire  $r$ .

Nous admettons l'hypothèse de la partition de la déformation ( $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ ). La déformation,  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ , se décompose alors en deux variables internes : déformation élastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ , et viscoplastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ . Ce choix conditionne le traitement ultérieur des équations. Nous ne rentrons pas ici dans le détail des écritures et ne rappelons que les résultats principaux.

On montre que le potentiel d'énergie libre  $\rho\psi$  qui s'écrit  $\rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, \underline{\underline{\varepsilon}}^e, T, r, D)$  se réduit à  $\rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, T, r, D)$  du fait de l'application de cette hypothèse.

Les forces thermodynamiques associées aux variables thermodynamiques sont définies par les lois d'état à partir du potentiel thermodynamique. La contrainte est la force associée à la déformation élastique alors que  $\underline{\underline{X}}$

est la force associée à la déformation plastique. Soit  $Y$  la force associée à l'endommagement et  $R$  la force associée à l'écroissage isotrope. L'énergie libre du système est donc régie par le système d'équations [V-5].

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \\ \underline{\underline{X}} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p} \\ s = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \\ Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D}, Y \geq 0 \\ R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial r} \end{array} \right. \quad [V-5]$$

L'application de l'hypothèse de partition de la déformation conduit à l'identité :  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{X}}$ . L'ensemble des variables ainsi introduites est réuni Tableau V-1. La contrainte et l'entropie sont définies par ailleurs. La loi d'évolution reliant la variable d'endommagement au taux de restitution d'énergie peut être déduite de nos observations expérimentales. Ce point fera l'objet du paragraphe suivant. La force associée à la variable d'écroissage est ici seulement définie par les lois d'état découlant du potentiel thermodynamique. Pour décrire l'évolution de ces processus dissipatifs il faut un formalisme complémentaire ; c'est l'objet du potentiel de dissipation.

Variables observables	Variables internes	Variables associées
Déformation totale : $\underline{\underline{\varepsilon}}$		$\underline{\underline{\sigma}}$ : Contrainte
Température : $T$		$S$ : Entropie spécifique
	Déformation élastique : $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$	$\underline{\underline{\sigma}}$ : Contrainte réversible
	Déformation viscoplastique : $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	$-\underline{\underline{\sigma}}$ : Contrainte de rappel ou back stress
	Variable d'écroissage isotrope : $r$	$R$ : Force associée à l'écroissage isotrope
	Variable d'endommagement : $D$	$Y$ : Taux de restitution de l'énergie élastique

Tableau V-1 Bilan des variables thermodynamiques.

### Loi d'endommagement

L'évolution des propriétés élastiques de nos matériaux au cours d'essais de traction cyclée nous a permis de proposer un modèle phénoménologique d'évolution de la variable d'endommagement scalaire supposée isotrope. La généralisation  $3D$  de cette expression phénoménologique (équation [V-6]) fait intervenir  $Y$  la force thermodynamique associée à  $D$ .  $Y$  est équivalente à un taux de restitution d'énergie élastique lors d'un accroissement d'endommagement à contrainte et température constantes.

$$D = D_c \times \tanh \left( \left( \frac{Y - Y_{th}}{Y_0} \right)^s \right) \quad [V-6]$$

où :  $Y_{th}$  est le retard à l'endommagement ;  $D_c$  est la valeur de saturation ;  $Y_0$  et  $s$  gouvernent la cinétique de l'endommagement (Fig. V-1). Dans le cas d'un matériau élastique isotrope, il existe une relation simple reliant  $Y$  à la contrainte sous chargement en traction (équation [V-7]).

$$Y = \frac{\sigma^2}{2E(1-D)^2} = \frac{1}{2} E \varepsilon_e^2 \quad [V-7]$$

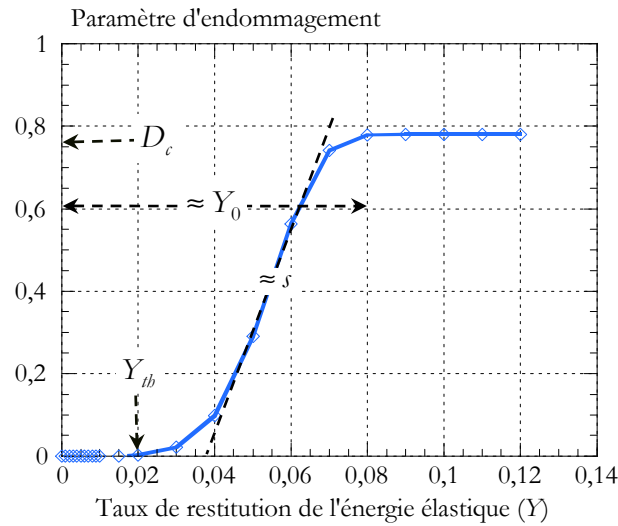


Fig. V-1 Schématisation des paramètres de la loi d'endommagement phénoménologique.

Le couplage entre l'expression du paramètre d'endommagement et la déformation permet de prendre en compte implicitement la dépendance à la vitesse de l'endommagement observée expérimentalement (chapitre III).

### V.1.C. POTENTIEL DE DISSIPATION

On postule l'existence d'un potentiel de dissipation (ou pseudo-potentiel)  $\varphi$  dépendant des variables flux  $\left( \underline{\dot{\varepsilon}}^p, \dot{r}, \dot{D}, \frac{\vec{q}}{T} \right)$ . Ce potentiel est une fonction positive, nulle à l'origine et convexe par rapport à ses arguments. Ces propriétés suffisent pour que l'inégalité de Clausius Duhem soit vérifiée. Les lois complémentaires découlent de l'application de la propriété de normalité (équation [V-8]).

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\sigma} = \frac{\partial \varphi}{\partial \underline{\dot{\varepsilon}}^p} \\ \overrightarrow{\text{grad}} T = - \frac{\partial \varphi}{\partial \left( \frac{\vec{q}}{T} \right)} \\ Y = \text{fonction}(\dot{D}) \\ R = - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{r}} \end{array} \right. \quad [\text{V-8}]$$

Il est souvent plus commode d'exprimer les variables flux par rapport aux forces thermodynamiques. On définit alors un potentiel  $\varphi^*(\underline{\sigma}, R, Y, \overrightarrow{\text{grad}} T)$  dual de  $\varphi$  par rapport aux variables  $\underline{\dot{\varepsilon}}^p, \dot{r}, \dot{D}$  et  $\frac{\vec{q}}{T}$ .  $\varphi^*$  est une fonction positive, nulle à l'origine, convexe et dérivable. Ainsi, la propriété de normalité est conservée et les lois complémentaires s'écrivent (équation [V-9]) :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{\sigma}} \\ -\frac{\bar{q}}{T} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial (\overrightarrow{\text{grad}} T)} \\ \dot{D} = \text{fonction}(Y) \\ -\dot{r} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial R} \end{cases} \quad [\text{V-9}]$$

Le second principe de la thermodynamique est toujours satisfait par construction. En remplaçant  $\dot{\psi}$  par son expression dans l'équation [V-4], le premier terme  $\Phi$  de l'inégalité fondamentale devient (équation [V-10]) :

$$\Phi = \underline{\sigma} : \dot{\underline{\varepsilon}}^p - R\dot{r} + Y\dot{D} - \frac{\bar{q}}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \quad [\text{V-10}]$$

En substituant les variables flux par leurs expressions données à l'équation [V-9],  $\Phi$  devient (équation [V-11]):

$$\Phi = \underline{\sigma} : \frac{\partial \varphi^*}{\partial \underline{\sigma}} + R \frac{\partial \varphi^*}{\partial R} + Y\dot{D} + \frac{\partial \varphi^*}{\partial (\overrightarrow{\text{grad}} T)} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \quad [\text{V-11}]$$

$Y\dot{D}$  est toujours positive. Etant données les propriétés de convexité et de nullité à l'origine de  $\varphi^*$ , l'inégalité de Clausius Duhem est vérifiée (équation [V-12]):

$$\Phi \geq \varphi^*(\underline{\sigma}, R, Y, \overrightarrow{\text{grad}} T) - \varphi^*(0,0,0,0) \geq 0 \quad [\text{V-12}]$$

La donnée des expressions analytiques des potentiels  $\rho\psi$  et  $\varphi$  ou  $\varphi^*$  permet de particulariser la loi de comportement et d'en délimiter le cadre physique. Ce sera l'objet des paragraphes V.2 et V.3.

## **V.2. COMPORTEMENT ELASTIQUE ENDOMMAGEABLE**

L'analyse des propriétés mécaniques à faibles déformations (DMA) a démontré l'existence de phénomènes viscoélastiques. Cependant, la contribution des phénomènes visqueux reste relativement faible et se traduit par un module visqueux  $G''$  respectivement 10 fois et 50 fois, plus petit que le module élastique  $G'$  pour le matériau chargé et le matériau non chargé. L'hypothèse d'un comportement élastique linéaire pourrait donc être acceptable.

Nous avons également démontré que les phénomènes d'endommagement sont amorcés dès les faibles déformations. La modélisation mécanique du comportement de nos matériaux va donc reposer sur un formalisme thermodynamique élastique isotherme et endommageable.

Les essais DMA menés aux faibles déformations dans deux directions perpendiculaires des plaques injectées ont montré l'isotropie initiale du matériau chargé. La réponse de nos matériaux est toutefois sensible au mode de chargement. Dans un premier temps, et par souci de simplification, nous supposons que le comportement élastique de nos matériaux est isotrope initialement et reste isotrope au cours du chargement.

### **V.2.A. POTENTIEL D'ENERGIE LIBRE**

Les hypothèses d'isotropie et de linéarité du comportement élastique de nos matériaux imposent au potentiel  $\rho\psi$  d'être un invariant quadratique du tenseur des déformations (équation [V-13]).  $\psi$  est alors une combinaison linéaire du carré du premier invariant  $(\varepsilon_I^e)^2 = (Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e))^2$  et du second invariant  $\varepsilon_{II}^e = \frac{1}{2} Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)^2$ .

$$\rho\psi = \frac{1}{2} \left( \lambda (\varepsilon_I^e)^2 + 4\mu \varepsilon_{II}^e \right) \quad [\text{V-13}]$$



$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé.

La propriété d'isotropie de la déformation élastique nous amène à introduire le module de cisaillement élastique  $G$  et le module de compression hydrostatique élastique  $K$ . L'expression du potentiel d'énergie libre s'écrit (équation [V-14]) :

$$\begin{aligned}\rho\psi &= \frac{1}{2} \left( \frac{3K-2G}{3} (\varepsilon_I^e)^2 + 4G \varepsilon_{II}^e \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( K (\varepsilon_I^e)^2 + 4G \varepsilon_{II}^e \right)\end{aligned}\quad [V-14]$$

Dans cette équation  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  représente la déformation déviatorique élastique.

En faisant intervenir le module d'Young  $E$  et le coefficient de poisson  $\nu$ , le potentiel thermodynamique prend l'expression donnée à l'équation [V-15].

$$\rho\psi = \frac{1}{2} \left( \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_I^e)^2 + 2 \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{II}^e \right) \quad [V-15]$$

### V.2.B. LOI DE COMPORTEMENT

La loi d'état s'obtient par (équation [V-16]) :

$$\underline{\underline{\sigma}}^e = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = K Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) \underline{\underline{1}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad [V-16]$$

Le couplage de l'élasticité avec l'endommagement implique que les contraintes et déformations dépendent de l'état de l'endommagement. La contrainte effective prend alors l'expression équation [V-17] :

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^e &= \frac{K Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) \underline{\underline{1}} + 2G \underline{\underline{\varepsilon}}^e}{1-D} \\ &= \frac{E_0}{3(1-2\nu)} Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) \underline{\underline{1}} + \frac{E_0}{2(1+\nu)} \underline{\underline{\varepsilon}}^e\end{aligned}\quad [V-17]$$

où  $E_0$  est le module d'Young initial avant l'amorçage de l'endommagement.

## V.3. COMPORTEMENT VISCOPLASTIQUE ENDOMMAGEABLE

L'analyse qualitative des essais de traction, compression et cisaillement mettent en évidence l'influence de la vitesse de sollicitation et de l'endommagement sur le comportement de nos matériaux d'où le choix du formalisme viscoplastique endommageable.

Nous continuerons d'appliquer les hypothèses d'isothermie et d'isotropie, dont nous mesurerons l'impact dans les paragraphes suivants.

La loi de comportement, au cours de la déformation viscoplastique, découle de la particularisation du potentiel d'énergie libre et du potentiel de dissipation ainsi que du choix du critère de plasticité.

### V.3.A. POTENTIEL D'ENERGIE LIBRE

Les résultats obtenus en traction cyclique montre que la variable d'endommagement atteint un plateau de saturation en grandes déformations alors qu'un phénomène d'écrouissage sa manifeste par un durcissement. Les variables d'écrouissage et d'endommagement peuvent donc être dissociées.

De plus, le comportement élastique et l'écrouissage sont de natures physiques différentes et peuvent exister séparément. En effet, l'écrouissage peut faire intervenir des glissements au niveau des chaînes contrairement à la déformation élastique. Ainsi, le découplage entre ces deux phénomènes est légitime. Le phénomène d'écrouissage

peut également être associé à des processus sensibles à la température. Ces considérations permettent d'écrire l'énergie libre sous la forme d'une partition d'une énergie liée à la déformation élastique endommageable  $\psi^e$  et une énergie d'écroutissage  $\psi^r$  (équation [V-18]).

$$\rho\psi = \rho\psi^e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, D) + \rho\psi^r(r) \quad [V-18]$$

L'expression de la force d'écroutissage découle des observations phénoménologiques du comportement de nos matériaux. Elle permet de reproduire les courbes contrainte - déformation des trois sollicitations simples (traction - compression - cisaillement). Ainsi, cette expression permet de prendre en compte l'existence d'un seuil ( $Q_3$ ), le crochet observé à l'amorçage de la plasticité ( $Q_2 \times (1 - \exp(-b_2 r))$ ), le plateau de contrainte ( $Q_1 r \exp(-b_1 r)$ ) ainsi que le durcissement en grandes déformations ( $b_3 r^3 + b_4 r^2 + b_5 r$ ) (Fig. V-2). Ces expressions se rapprochent de celles utilisées par Tillier et al. [5] dans un modèle multiplicatif de loi de comportement viscoplastique de type G'Sell-Jonas [6,7] reliant la contrainte à la déformation plastique.

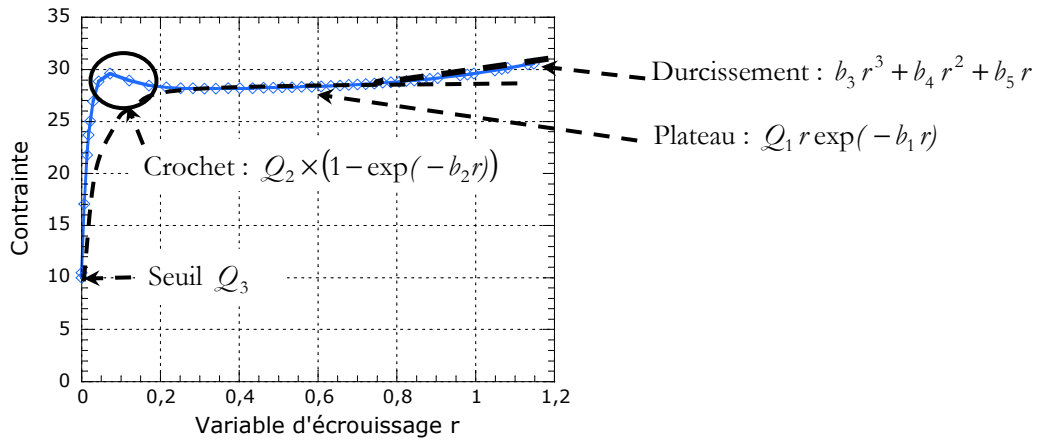


Fig. V-2 Schématisation des paramètres de la loi d'écroutissage.

Nous choisissons donc l'expression générale de l'équation [V-19] pour  $\rho\psi^r$  :

$$\begin{cases} \rho\psi^r = h(r) \\ h(r) = -\frac{Q_1}{b_1} \left( r + \frac{1}{b_1} \right) \exp(-b_1 r) + Q_2 \left( r + \frac{\exp(-b_2 r)}{b_2} \right) + \left( \frac{b_3}{4} r^4 + \frac{b_4}{3} r^3 + \frac{b_5}{2} r^2 \right) \end{cases} \quad [V-19]$$

La force thermodynamique  $R$  associée à  $r$  peut être calculée en appliquant la loi d'état [V-5]. On obtient alors :

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{\partial \psi}{\partial r} = \rho \frac{\partial \psi^r}{\partial r} = h'(r) \\ &= (Q_1 r \exp(-b_1 r)) + (Q_2 \times (1 - \exp(-b_2 r))) + (b_3 r^3 + b_4 r^2 + b_5 r) + Q_3 \end{aligned} \quad [V-20]$$

Nous serons amené à simplifier cette forme en tenant compte de nos observations dans la phase de validation.

### V.3.B. POTENTIEL DE DISSIPATION

Suivant le formalisme général du paragraphe V.1.C, on définit un potentiel de dissipation  $\phi^*$  (équation [V-21]), dans lequel  $r$  ou  $D$  interviennent uniquement en tant que variables de paramétrage.

$$\phi^* = \Omega = \Omega(\underline{\underline{\sigma}}, R, Y; r, D) \quad [V-21]$$

Les phénomènes liés à la déformation viscoplastique peuvent intervenir sans endommagement, de même les phénomènes d'endommagement peuvent avoir lieu sans écoulement plastique macroscopique significatif dans le

matériau. Pour traduire ce découplage, on fait intervenir deux composantes dans le potentiel de dissipation (équation [V-22]) :

$$\begin{cases} \Omega = \Omega_p + \Omega_D \\ \Omega_p = \Omega_p(\underline{\tilde{\sigma}}, R) \\ \Omega_D = \Omega_D(Y) \end{cases} \quad [V-22]$$

$\Omega_p$  donne l'expression des surfaces équipotentielles dans l'espace des contraintes.  $\Omega_D$  est le potentiel d'endommagement.

La contrainte apparaît dans le potentiel de dissipation au travers de l'expression de la surface de charge  $f(\underline{\tilde{\sigma}})$ , la variable d'écroutissage  $r$  à travers la force d'écroutissage  $R$ . L'expression donnée au potentiel de dissipation viscoplastique est la suivante (équation [V-23]) :

$$\Omega_p = \zeta(f(\underline{\tilde{\sigma}}) - R) \quad [V-23]$$

$\zeta$  est une fonction mathématique adoptant le plus souvent la forme de puissance (équation [V-24])[1,2] :

$$\Omega_p = \frac{K}{N+1} \left\langle \frac{f(\underline{\tilde{\sigma}}) - R}{K} \right\rangle^{N+1} \quad [V-24]$$

où  $K$  et  $N$  sont des paramètres à ajuster. L'opérateur  $\langle \rangle$  appliqué à un scalaire  $X$  renvoie  $0$  si  $X < 0$  et  $\langle X \rangle = X$  si  $X > 0$ .

En appliquant les lois complémentaires de l'équation [V-9], on obtient (équation [V-25]):

$$\dot{r} = -\frac{\partial \Omega}{\partial R} = -\frac{\partial \Omega_p}{\partial R} = \left\langle \frac{f(\underline{\tilde{\sigma}}) - R}{K} \right\rangle^N \quad [V-25]$$

La vitesse de déformation viscoplastique découle du potentiel par dérivation. En appliquant la loi de normalité, l'expression suivante de la loi de comportement est obtenue (équation [V-26]) :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \frac{\partial \Omega_p}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} = \frac{\partial f(\underline{\tilde{\sigma}})}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} \left\langle \frac{f(\underline{\tilde{\sigma}}) - R}{K} \right\rangle^N \quad [V-26]$$

Ainsi, la vitesse de déformation plastique est reliée à  $\dot{r}$  par l'expression donnée à l'équation [V-27].

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \dot{r} \frac{\partial f(\underline{\tilde{\sigma}})}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} \quad [V-27]$$

Le choix de l'expression de la surface de charge  $f(\underline{\tilde{\sigma}})$  définit complètement la loi de comportement viscoplastique endommageable.

### **Relation entre la variable d'écroutissage et la déformation plastique cumulée :**

En écrivant la vitesse de déformation plastique cumulée, il est possible de relier la variable d'écroutissage à la déformation viscoplastique cumulée (équation [V-28]) .

$$\begin{aligned} \left( \underline{\dot{\varepsilon}}^p \right)^2 &= \frac{2}{3} \underline{\dot{\varepsilon}}^p : \underline{\dot{\varepsilon}}^p \\ &= \frac{2}{3} \dot{r}^2 \left( \frac{\partial f(\underline{\tilde{\sigma}})}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} : \frac{\partial f(\underline{\tilde{\sigma}})}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} \right) \end{aligned} \quad [V-28]$$

Ainsi, la variable d'écroutissage dépend à la fois de la vitesse de déformation plastique cumulée et de la dérivée du critère de plasticité (équation [V-29]).

$$\dot{r} = \underline{\dot{\varepsilon}}^p \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{\partial f(\underline{\tilde{\sigma}})}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} : \frac{\partial f(\underline{\tilde{\sigma}})}{\partial \underline{\tilde{\sigma}}} \right)} \quad [V-29]$$

### V.3.C. SURFACE DE CHARGE D'UN MATERIAU INCOMPRESSIBLE

La frontière entre domaine élastique et viscoplastique est le lieu des points qui satisfont un critère  $f$  (équation [V-30]). L'équation de la frontière du domaine élastique  $f$  est une fonction de l'état de contrainte, de l'endommagement ainsi que de la variable d'érouissage.

$$f = f(\underline{\sigma}, R, D) \text{ avec } \begin{cases} f \leq 0 \Leftrightarrow \text{élasticité} \\ f > 0 \Leftrightarrow \text{viscoplasticité} \end{cases} \quad [\text{V-30}]$$

L'expression du critère de plasticité fait intervenir a priori toutes les composantes du tenseur des contraintes. L'hypothèse d'isotropie du comportement impose que le critère soit invariant par changement de repère.  $f$  est donc une fonction des invariants du tenseur des contraintes  $(J_1, J_2, J_3)$ .

Les résultats expérimentaux de traction uniaxiale ont souligné la sensibilité du comportement mécanique de nos polypropylènes à la pression hydrostatique. Nous éliminons donc a priori tous les critères isochores comme celui de von Mises.

### V.3.D. SURFACES DE CHARGE IMPLIQUANT LA PRESSION HYDROSTATIQUE

Il existe deux classes de critères : linéaires en pression et non-linéaires dans l'espace des invariants du tenseur des contraintes (équation Fig. V-3). Nous donnerons ici quelques exemples de ces critères comparés au tableau V-2.

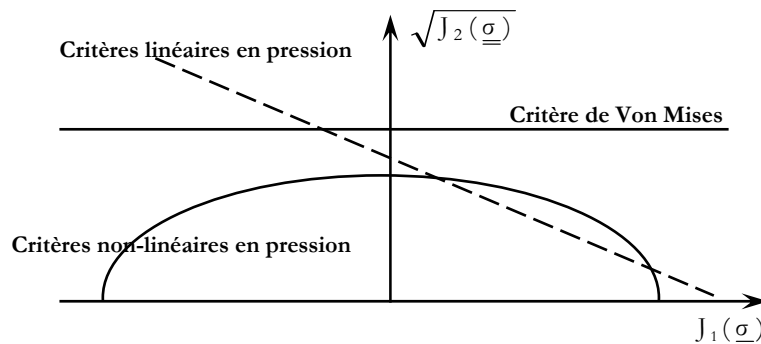


Fig. V-3 Schéma des classes de critères dépendants de la pression hydrostatique.

#### V.3.D.1. CRITERES LINEAIRES EN PRESSION

L'expression de la surface de charge  $f$  découle de celle de von Mises ou de Tresca mais dépend aussi linéairement de la pression hydrostatique.

- Critère de Sternstein & Ongchin

Sternstein & Ongchin [8] ont proposé de faire intervenir la pression dans l'expression du critère de von Mises par formulation additive (équation [V-31]).

$$f(\underline{\sigma}) = \sqrt{J_2(\underline{\sigma})} - \mu_m J_1(\underline{\sigma}) - \sigma_0 \quad [\text{V-31}]$$

$J_1$  et  $J_2$  sont les premier et deuxième invariants du tenseur des contraintes ;  $\mu_m$  et  $\sigma_0$  sont des caractéristiques du matériau.

- Critère de Drucker Prager

Un des critères que l'on retrouve de manière récurrente dans les codes de calcul usuels est celui de Drucker Prager [9] (équation [V-32]). Il est notamment très utilisé dans les problèmes tribologiques de contact. Les paramètres du critère sont alors reliés aux paramètres de frottement de Coulomb.

$$f(\underline{\sigma}) = \alpha J_1(\underline{\sigma}) + \sqrt{J_2(\underline{\sigma})} + p \quad [V-32]$$

$\alpha$  et  $p$  sont des caractéristiques du matériau reliées aux paramètres de frottement de Coulomb.

Le principal inconvénient de ces critères est l'absence de borne à la contrainte d'écoulement pour un chargement en compression.

- Critère de Smith & Sidebottom

Le critère de Smith & Sidebottom présente l'avantage d'exprimer de manière explicite la différence entre un chargement en traction et en compression dans les matériaux endommageables (d'après [10]) (équation [V-33]). Dans l'expression du critère, les auteurs font intervenir le rapport  $\delta$  entre la contrainte en compression et celle en traction à taux de déformation identique. Le deuxième avantage de ce critère réside en la dépendance des paramètres du critère à la déformation, ils sont donc écrouissables par construction.

$$f(\underline{\sigma}) = -3C_s J_1(\underline{\sigma}) + \frac{C_D}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2(\underline{\sigma})} + p \quad [V-33]$$

$C_s$  et  $C_D$  sont des fonctions de la déformation (équation [V-35]).

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{\delta - 1}{2\delta} \\ C_D &= \frac{\sqrt{3}}{2\delta} (\delta + 1) \end{aligned} \quad [V-34]$$

Dans ces expressions,  $\delta$  est le rapport entre la contrainte en compression et la contrainte en traction.

### V.3.D.2. CRITERES NON-LINEAIRES EN PRESSION

- Critère de Cam Clay

Le critère de Cam Clay (d'après [11]) (équation [V-35]) est couramment employé dans le domaine de la mécanique des sols.

$$f(\underline{\sigma}) = \alpha \left( J_1(\underline{\sigma}) \right)^2 + \sqrt{J_2(\underline{\sigma})} + p \quad [V-35]$$

$\alpha$  et  $p$  sont des caractéristiques du matériau. Ils sont souvent reliées à des modèles de frottement interne.

- Critère de Raghava et al.

Raghava et al. [12] ont proposé une écriture prenant en compte la différence entre les contraintes d'écoulement en traction et en compression et la dépendance à la pression hydrostatique (équation [V-36]).

$$f(\underline{\sigma}) = 6(\sigma_c - \sigma_T) J_1(\underline{\sigma}) + J_2(\underline{\sigma}) - 2\sigma_c \sigma_T \quad [V-36]$$

où :  $\sigma_c$  est la contrainte d'écoulement en compression et  $\sigma_T$  est la contrainte d'écoulement en traction.

- Critère d'Ehlers

L'étude de matériaux fragiles, a conduit Ehlers [13] à proposer un critère de plasticité piézo-dépendant faisant intervenir 7 paramètres (équation [V-37]).

$$f(\underline{\sigma}) = \sqrt{\frac{\alpha}{2} \left( J_1(\underline{\sigma}) \right)^2 + \delta^2 \left( J_1(\underline{\sigma}) \right)^4 + J_2(\underline{\sigma}) \left( 1 - \frac{2}{3\sqrt{3}} \gamma \sin(3\theta) \right)^m} - \beta J_1(\underline{\sigma}) + \varepsilon \left( J_1(\underline{\sigma}) \right)^2 - \sigma_Y \quad [V-37]$$

où:  $\alpha, \delta, \gamma, m, \beta, \varepsilon$  et  $\sigma_Y$  sont des caractéristiques du matériau ;  $\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( \frac{3\sqrt{3} J_3(\underline{\underline{\sigma}})}{2\sqrt{(J_2(\underline{\underline{\sigma}}))^3}} \right)$  est l'angle de Lode indiquant la position des contraintes dans le plan du déviateur  $\pi$ .

- Critère d'Aubertin & Li

Le critère d'Aubertin & Li [14] (équation [V-38]) a été développé pour la description de la plasticité des roches et des matériaux fragiles faiblement poreux. Dans le plan des invariants du tenseur des contraintes, ce critère admet comme asymptote le critère de Drucker Prager à contraintes principales élevées et à faible porosité. Le critère pourrait adopter une allure elliptique pour certains jeux de paramètres.

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{J_2(\underline{\underline{\sigma}})} - F_0 F_\pi \quad \text{avec} \quad \begin{cases} F_0 = \sqrt{\alpha^2 \left( (J_1(\underline{\underline{\sigma}}))^2 - 2a_1 J_1(\underline{\underline{\sigma}}) \right) + a_2^2 - a_3 \left( J_1(\underline{\underline{\sigma}}) - J_c \right)^2} \\ F_\pi = \left( \frac{b}{\sqrt{b^2 + (1-b^2) \sin^2(45^\circ - 1,5\theta)}} \right)^v \end{cases} \quad [\text{V-38}]$$

Dans cette équation :  $\alpha, a_1, a_2, a_3, v, b$  et  $J_c$  sont des caractéristiques du matériau ;

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad \text{où } \phi \text{ est l'angle de friction selon le modèle de Coulomb ;}$$

$$a_1 = \left( \frac{\sigma_c - \sigma_T}{2} \right) - \left( \frac{\sigma_c^2 - (\sigma_T/b)^2}{6\alpha^2(\sigma_c + \sigma_T)} \right) ;$$

$$a_2 = \sqrt{\sigma_c \sigma_T \left( \frac{\sigma_c + (\sigma_T/b^2)}{3(\sigma_c + \sigma_T)} - \alpha^2 \right)} ;$$

$\sigma_c, \sigma_T$  sont les contraintes d'écoulement en compression et en traction ;

$$v = \exp(-v_1 J_1(\underline{\underline{\sigma}})) ;$$

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( \frac{3\sqrt{3} J_3(\underline{\underline{\sigma}})}{2\sqrt{(J_2(\underline{\underline{\sigma}}))^3}} \right).$$

- Critère de Hu & Pae

Le critère de Hu & Pae (d'après [15], équation [V-39]) a été employé dans le domaine des mousses polymères pour rendre compte de l'importance des contraintes principales sur leur comportement plastique.

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = J'_2(\underline{\underline{\sigma}}) - \sum_{i=0}^n \alpha_i \left( J_1(\underline{\underline{\sigma}}) \right)^i \quad [\text{V-39}]$$

$\alpha_i$  sont des constantes caractéristiques du matériau ;  $J'_2(\underline{\underline{\sigma}})$  est le second invariant du déviateur du tenseur des contraintes.

Le paramètre  $n$  est souvent pris égal à 2 [15,16]. Le critère prend alors la forme donnée à l'équation [V-40].

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = J'_2(\underline{\underline{\sigma}}) - \alpha_1 J_1(\underline{\underline{\sigma}}) - \alpha_2 \left( J_1(\underline{\underline{\sigma}}) \right)^2 - \alpha_0 \quad [\text{V-40}]$$

Lyon [16] a proposé une interprétation physique des paramètres de ce critère (équation [V-41]).

$$\begin{cases} \alpha_1 = G\beta(T + T_0) \\ \alpha_2 = \frac{G}{9K} \\ \alpha_0 = K^2 \end{cases} \quad [V-41]$$

où :  $G$  est le module de cisaillement élastique ;  $T$  est la température et  $T_0$  est la température de référence ;  $\beta$  est le coefficient d'expansion thermique ;  $K$  est le module de compression hydrostatique élastique.

- Critère de Gurson

L'expression du critère de Gurson [17] (équation [V-42]) fait intervenir la fraction volumique de porosité,  $f$ . Lorsque celle-ci est nulle, le critère de Gurson dégénère en celui de von Mises. Rappelons qu'au delà d'une certaine pression hydrostatique le modèle n'autorise pas la fermeture de cavités.

$$\left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0}\right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_0}\right) - (1 + f^2) = 0 \quad [V-42]$$

où :  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente au sens de von Mises ;  $\sigma_0$  est la contrainte d'écoulement de la matrice ;  $\sigma_m$  est la contrainte moyenne ;  $f$  est la fraction volumique de cavités.

Les critères linéaires en pression ne bornent pas la contrainte au seuil de plasticité pour une pression hydrostatique compressive, nous privilégierons donc les critères de forme conique. Certains critères non linéaires développés dans le cadre de la mécanique des roches font intervenir des paramètres de frottement interne difficiles à justifier pour la description de la plasticité de nos polymères (Tableau V-2). Nous avons également pris le parti de garder une description macroscopique du problème en éliminant les critères dont les paramètres nécessitent une identification microscopique tel que celui de Gurson ou qui font intervenir un grand nombre de paramètres tels que les critères d'Ehlers et d'Aubertin & Li.

<b>Eléments pris en compte</b>	<i>Pression hydrostatique</i>	<i>Frottement</i>	<i>Paramètres liés à l'écoulement en traction / compression</i>	<i>Densité de cavités</i>	<i>Forme conique (à l'exclusion des droites)</i>	<i>Nombre de paramètres</i>
<b>Critères de plasticité</b>						
<i>Critère de Sternstein &amp; Ongchin</i>	×					2
<i>Critère de Drucker Prager</i>	×	×				2
<i>Critère de Smith &amp; Sidebottom</i>	×		×			3
<i>Critère de Cam Clay</i>	×	×			×	2
<i>Critère de Raghava et al.</i>	×		×		×	2
<i>Critère d'Ehlers</i>	×				×	8
<i>Critère d'Aubertin &amp; Li</i>	×	×			×	7
<i>Critère de Hu &amp; Pae</i>	×				×	3
<i>Critère de Gurson</i>	×			×	×	2

Tableau V-2 Tableau comparatif des critères de plasticité.

### V.3.E. SURFACE DE CHARGE CHOISIE

Nous avons opté pour un critère à trois paramètres ajustables qui présente un bon compromis entre les points exposés plus haut. Ce critère est de forme elliptique dans l'espace plan des invariants du tenseur des contraintes (équation [V-43]). Il présente l'avantage d'allier une certaine aisance d'identification (faible nombre de paramètres) à une allure convexe à dérivées verticales à  $J_2 = 0$ . Cette allure elliptique permet d'éviter les singularités lors des calculs numériques.

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{a \left( J_1(\underline{\underline{\sigma}}) + J_{1C} \right)^2 + J_2(\underline{\underline{\sigma}})} - \sigma_Y \quad [V-43]$$

$a, J_{1C}$  et  $\sigma_Y$  sont des caractéristiques du matériau.

$J_{1C}$  correspond à l'abscisse du centre de l'ellipse. Il est non nul et traduit la dissymétrie traction/compression.  $\sigma_Y$  correspond à un seuil de plasticité.  $a$  gouverne l'allongement de l'ellipse (Fig. V-4). Si  $a = 0$ , l'expression du critère elliptique devient celle du critère de von Mises.

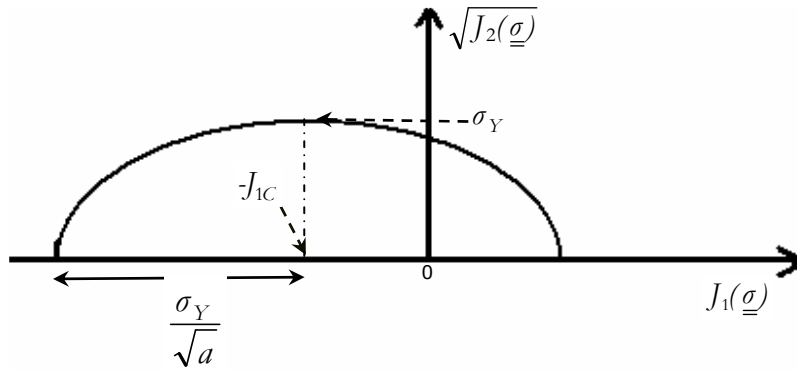


Fig. V-4 Schématisation des paramètres du critère de plasticité.

### V.4. LOI DE COMPORTEMENT

Les évolutions de la vitesse de déformation plastique et de  $\dot{r}$  sont à présent totalement données (équation [V-44]).

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \left( 3\underline{\underline{\sigma}}' + \frac{a}{3} J_1(\underline{\underline{\sigma}}) \mathbf{1} \right) \left\langle \frac{\sqrt{a \left( J_1(\underline{\underline{\sigma}}) + J_{1C} \right)^2 + J_2(\underline{\underline{\sigma}})} - \sigma_Y - R}{K} \right\rangle^N \\ \dot{r} = \left\langle \frac{\sqrt{a \left( J_1(\underline{\underline{\sigma}}) + J_{1C} \right)^2 + J_2(\underline{\underline{\sigma}})} - \sigma_Y - R}{K} \right\rangle^N \end{cases} \quad [V-44]$$

La loi de comportement va par la suite découler de l'application de l'hypothèse de partition de la déformation ( $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ ).

Pour valider ce formalisme il nous faut l'implémenter dans un code de calcul et utiliser l'ensemble de notre base de données. En comparant les résultats expérimentaux à ceux de la modélisation numérique du comportement de nos matériaux sous différents types de chargement, nous serons à même d'estimer les apports et limitations de cette écriture. C'est l'objet de la partie suivante.



## V.5. VALIDATION NUMERIQUE

Notre formalise a été implémenté sous forme de routine utilisateur (UMAT) dans Abaqus 6.3 au centre de mise en forme des matériaux [18] rendant ainsi possible la modélisation par éléments finis du comportement de structures.

Nous disposons d'une base de données expérimentales comprenant des sollicitations simples (traction uniforme et cyclée sur éprouvettes lisses, compression et cisaillement) et complexes (traction sur éprouvettes entaillées, impact sur plaques et gouttières). Les essais simples sont suffisamment bien instrumentés pour servir de base d'identification des paramètres de la loi de comportement. Cependant, tous nos paramètres sont identifiables à partir des trois premiers types d'essais. Les essais de cisaillement, ainsi que les sollicitations complexes, serviront donc de cas de validation des paramètres identifiés.

Nous présenterons ici successivement le protocole d'identification des paramètres de notre modèle puis les essais de validation. Nous considérerons d'abord les essais les plus simples (traction monotone puis cyclée, compression et cisaillement). Compte tenu des imperfections du modèle nous justifierons malgré tout ses apports en décrivant l'apport de ses composantes : piézo-dépendance du critère de plasticité et endommagement. Les essais de traction sur éprouvette entaillée seront alors utilisés pour une validation en situation complexe. Enfin, nous utiliserons des données issues d'un test plus complexe que nos essais : essais d'Arcan.

### V.5.A. IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE LA LOI DE COMPORTEMENT

Le cadre général que nous avons adopté pour la loi de comportement endommageable ne tient pas compte du couplage thermomécanique. Or, nous avons souligné l'importance de la dissipation intrinsèque et son influence sur le comportement mécanique de nos polypropylènes. Pour être en accord avec ces observations, l'identification des paramètres de la loi de comportement est entreprise à partir des contraintes de traction isothermes, c'est-à-dire la contrainte corrigée des effets de la dissipation intrinsèque (telle que définie au chapitre III), en fonction des déformations et vitesses de déformation longitudinales locales. Nous jugerons de la validité de nos identifications en utilisant nos mesures de déformations et de vitesses locales longitudinales et transverses. Un premier jeu de paramètres est estimé d'après le protocole suivant (Fig. V-5) :

- L'évolution de la déformation transverse en fonction de la déformation longitudinale en traction permet de calculer le coefficient de Poisson ;
- La contrainte corrigée des effets de la dissipation intrinsèque et la déformation longitudinale en traction permettent d'accéder au module d'Young ;
- Les paramètres d'endommagement ( $Y_{th}$ ,  $Y_0$ ,  $s$  et  $D_c$ ) sont estimés sur les essais de traction cyclique en fonction de la déformation plastique ;
- Les contraintes au seuil de plasticité portées dans l'espace des invariants du tenseur des contraintes donnent accès aux paramètres du critère de plasticité :  $\sigma_Y$ ,  $J_{1c}$  et  $a$ .

Tous les paramètres sont ensuite ajustés sur l'ensemble des essais de traction uniforme sur éprouvettes lisses, traction cyclique et compression sur la plage de vitesses  $1 - 10 \text{ mm/s}$ .

										<i>Essais nécessaires à l'identification des paramètres</i>	
<b>Elasticité</b>	$E$	$\nu$								⇒	Traction
<b>Endommagement</b>	$Y_{th}$	$Y_0$	$s$	$D_c$						⇒	Traction cyclique
<b>Viscoplasticité</b>	$\sigma_Y$	$K$	$N$	$J_{1c}$	$a$					⇒	} Traction (≠vitesses) - Compression
<b>Ecrouissage</b>	$Q_1$	$b_1$	$Q_2$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$Q_3$		⇒	

Fig. V-5 Récapitulatif des paramètres de la loi de comportement et des essais utilisés pour les identifier.

Notre loi complète comporte donc 19 paramètres. De fait nous pouvons réduire ce nombre à 12 sans dégrader la solution compte tenu des incertitudes de mesures. Les paramètres qui se sont pas révélés nécessaires sont ceux de l'écrouissage :  $Q_2, b_2, b_3, b_4, b_5$  et  $Q_3$ . En effet :

- $Q_2$  et  $b_2$  visent à reproduire un crochet de traction. Il s'est avéré que nos paramètres d'endommagement suffisent à décrire celui que nous observons;
- $b_3, b_4$  et  $b_5$  sont les paramètres du durcissement structural, phénomène de faible ampleur au sein de nos polymères même s'il est significatif. Ils peuvent donc être négligés sans incidence majeure sur la qualité de la modélisation numérique dans la majorité des cas ;
- $Q_3$  traduit l'existence d'un seuil de plasticité. Il est redondant avec le seuil  $\sigma_Y$  inhérent à l'expression du critère de plasticité.

Pour juger de l'importance des termes d'endommagement, nous identifions systématiquement deux fois nos paramètres : d'abord en tenant compte de l'endommagement puis en le négligeant. Les valeurs adoptées pour les polypropylènes de l'étude dans chacune de ces configurations sont récapitulées de Tableau V-3 à Tableau V-6.

<b>Elasticité</b>	$E$ (MPa)	$\nu$			
	2000	0,4			
<b>Endommagement</b>	$Y_{th}$ (MPa)	$Y_0$ (MPa)	$s$	$D_c$	
	-	0,35	0,5	0,76	
<b>Viscoplasticité</b>	$\sigma_Y$ (MPa)	$K$ (MPa.s)	$N$	$J_{1c}$ (MPa)	$a$
	20	20	4	2	0,09
<b>Ecrouissage</b>	$Q_1$ (MPa)	$b_1$			
	500	100			

Tableau V-3 Jeu de paramètres de la loi de comportement endommageable pour le matériau BMT222.

<b>Elasticité</b>	$E$ (MPa)	$\nu$			
	2000	0,4			
<b>Endommagement</b>	$Y_{th}$ (MPa)	$Y_0$ (MPa)	$s$	$D_c$	
	1000	-	-	-	
<b>Viscoplasticité</b>	$\sigma_Y$ (MPa)	$K$ (MPa.s)	$N$	$J_{1c}$ (MPa)	$a$
	5	8	8	18	0,05
<b>Ecrouissage</b>	$Q_1$ (MPa)	$b_1$			
	500	100			

Tableau V-4 Jeu de paramètres de la loi de comportement sans la prise en compte de l'endommagement pour le matériau BMT222.

<b>Elasticité</b>	$E$ (MPa)	$\nu$			
	1800	0,4			
<b>Endommagement</b>	$Y_{th}$ (MPa)	$Y_0$ (MPa)	$s$	$D_c$	
	-	0,35	0,4	0,76	
<b>Viscoplasticité</b>	$\sigma_Y$ (MPa)	$K$ (MPa.s)	$N$	$J_{1c}$ (MPa)	$a$
	15	14	6	18	0,07
<b>Ecrouissage</b>	$Q_1$ (MPa)	$b_1$			
	500	100			

Tableau V-5 Jeu de paramètres de la loi de comportement endommageable pour le matériau BA238G9.

<b>Elasticité</b>	$E$ (MPa)	$\nu$			
	1800	0,4			
<b>Endommagement</b>	$Y_{th}$ (MPa)	$Y_0$ (MPa)	$s$	$D_c$	
	1000	-	-	-	
<b>Viscoplasticité</b>	$\sigma_Y$ (MPa)	$K$ (MPa.s)	$N$	$J_{1c}$ (MPa)	$a$
	5	8	19	19	0,06
<b>Ecrouissage</b>	$Q_1$ (MPa)	$b_1$			
	500	100			

Tableau V-6 Jeu de paramètres de la loi de comportement sans la prise en compte de l'endommagement pour le matériau BA238G9.

Ces coefficients sont difficilement comparables un à un. On notera toutefois que la « rigidité » plus importante du matériau chargé se retrouve au niveau des modules d'élasticité et des seuils. On peut aussi noter que le fait de négliger les termes d'endommagement force l'expérimentateur à sous estimer les termes viscoplastiques.

### V.5.B. VALIDATION LORS DE SOLLICITATIONS SIMPLES

Nous avons identifié nos paramètres sur des courbes contrainte-déformation. La première validation envisageable consiste à reproduire des essais de laboratoire, en termes d'évolutions temporelles des grandeurs intrinsèques et globales. Cela permettra en croisant nos résultats de vérifier que notre loi reproduit les effets de localisation.

Sauf indication contraire, les simulations présentées dans la suite ont été obtenues avec le jeu de paramètres donné au Tableau V-3 en ce qui concerne le matériau chargé et au Tableau V-5 pour le matériau BA238G9. Nous détaillons ici dans l'ordre: les tractions monotones puis cyclées sur éprouvettes lisses, les compressions et les cisaillements.

En effet, la validation du modèle d'endommagement implique la simulation des essais de traction cyclique de charges-décharges partielles qui nous ont permis de mesurer expérimentalement l'évolution de la variable d'endommagement  $D$ .

Enfin, les essais de cisaillement Iosipescu n'ont pas été inclus dans notre base d'identification et sont donc des cas tests intéressants.

#### V.5.B.1. TRACTION UNIFORME SUR EPROUVETTES LISSES

##### **Maillage**

Pour raison de symétries,  $1/8$  de l'éprouvette de traction est maillé (Fig. V-6). Un déplacement est imposé aux nœuds de tête avec une vitesse constante de  $0,08 \text{ mm/s}$  (BMT222) ou  $0,008 \text{ mm/s}$  (BA238G9) et de  $20 \text{ mm/s}$  de sorte à reproduire des essais de vitesses de sollicitation avoisinant  $0,005$  et  $4 \text{ s}^{-1}$  pour le BMT222 (vitesses maximales atteintes telles que définie au chapitre III) et avoisinant  $0,0005$  et  $3 \text{ s}^{-1}$  pour le BA238G9. A ce stade, il est important de préciser que les essais conduits à ces vitesses n'ont pas été employés au cours de l'identification et d'optimisation des paramètres de la loi de comportement. Les résultats présentés correspondent aux moyennes des valeurs nodales au niveau de la section médiane et nous utiliserons la déformation axiale nominale sur nos courbes (équation [V-45]).

$$\left( \varepsilon_{yy} \right)_{relative} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad [V-45]$$

où  $L$  est la longueur de l'élément solide considéré.

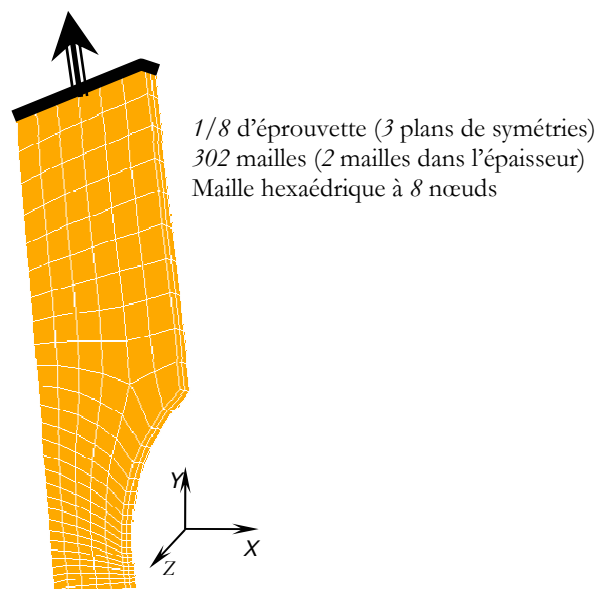


Fig. V-6 Maillage utilisé pour la simulation numérique d'essais de traction sur éprouvettes lisses.

### Validation à partir des grandeurs intrinsèques

La localisation de la déformation (Fig. V-7) dans la zone utile et son homogénéité transverse numériques sont conformes à ce que nous avons observé sur les champs expérimentaux (chapitre III) :

- La zone déformée est plus petite que la zone utile conformément aux mesures de champs par corrélation d'images ;
- La déformation est homogène dans une section transverse.

Par contre, le calcul indique que la déformation est homogène dans l'épaisseur contrairement à nos observations. On ne peut pas exclure que notre maillage soit trop fin pour saisir un gradient cœur/peau mais il est plus vraisemblable que les hétérogénéités expérimentales résultent d'un effet de microstructure, donc d'hétérogénéité du matériau non prise en compte dans le calcul numérique.

On notera sur le calcul, l'existence d'une « langue » de déformation sur le congé de raccordement que nous n'avons pas mis en évidence sur nos essais. Toutefois, l'usinage n'est pas assez précis pour assurer que les rayons de courbure numériques et expérimentaux soient parfaitement identiques. De plus, la déformation en cette zone est toujours très inférieure à celle du ligament central et il est possible que notre dépouillement expérimental manque de précision pour mettre en évidence cette zone.

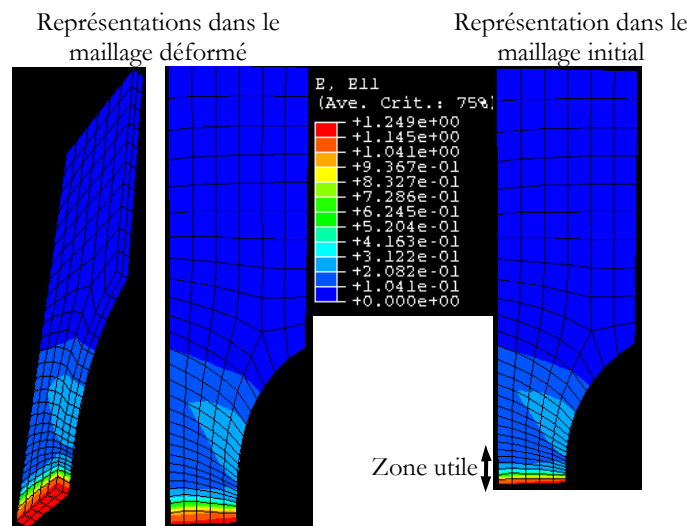


Fig. V-7 Champ de déformation longitudinale simulé. Traction sur éprouvettes lisses en BMT222. Essai à  $4 s^{-1}$ ,  $\left( \varepsilon_{yy} \right)_{relative} = 1,2$ .

Les évolutions de la déformation longitudinale sur le ligament sont comparées aux mesures expérimentales aux figures Fig. V-8 à Fig. V-11.

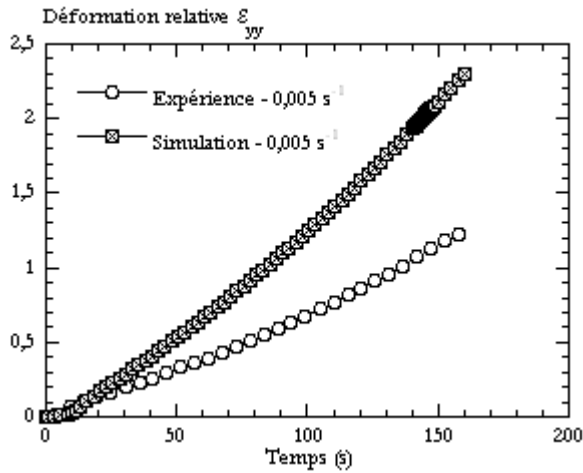


Fig. V-8 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction à  $0,005\text{ s}^{-1}$  du BMT222.

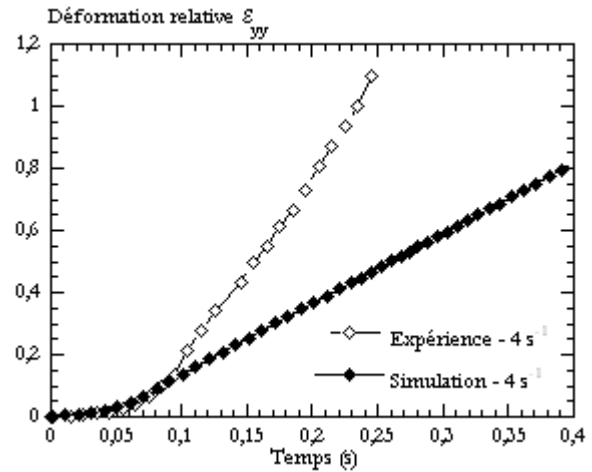


Fig. V-9 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction à  $4\text{ s}^{-1}$  du BMT222.

La reproduction de la vitesse de sollicitation est satisfaisante en début d'essais. Un écart significatif est observé par la suite. La transition apparaît toujours un peu après que le seuil de plasticité apparent soit atteint, c'est-à-dire après localisation (Fig. V-12 et Fig. V-14). L'écart est très vite supérieur à notre dispersion expérimentale (inférieure à 10 %).

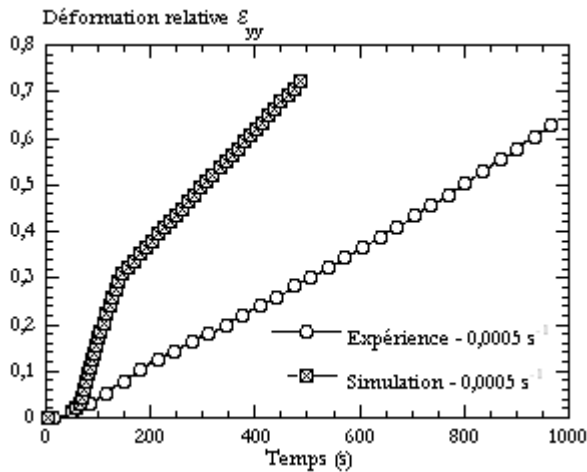


Fig. V-10 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction à  $0,0005\text{ s}^{-1}$  du BA238G9.

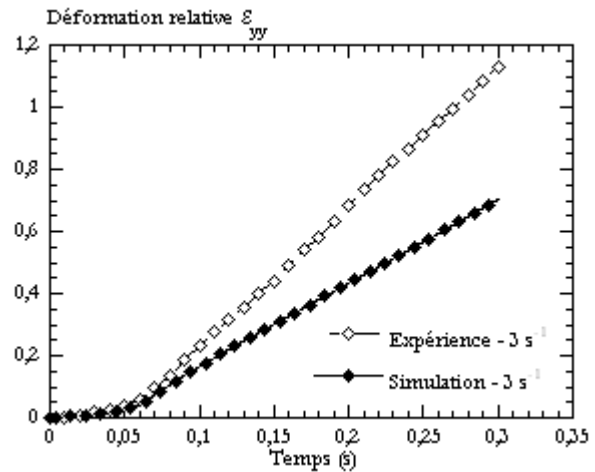


Fig. V-11 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction à  $3\text{ s}^{-1}$  du BA238G9.

Peut-être notre prise en compte de la sensibilité à la vitesse de sollicitation, bien que satisfaisante au regard des courbes contrainte – déformation et de la précision expérimentale de  $1,5\text{ MPa}$  (Fig. V-12 et Fig. V-14), est-elle insuffisante pour reproduire le détail de la localisation des déformations (non prise en compte de la viscoélasticité).

Retenons malgré tout que notre modèle permet de reproduire les courbes contrainte-déformation pour nos deux matériaux et sur toute la gamme de mesure. Plus intéressant encore est sa capacité à reproduire le faible niveau de la déformation transverse (Fig. V-13 et Fig. V-15). Les erreurs relatives peuvent sembler parfois importantes mais il convient de rappeler qu'il s'agit d'une déformation faible inférieure à 5 % et donc très sensible aux incertitudes de calcul et de mesure.

La déformation transverse est toutefois sous estimée dans la plupart des cas. Peut être peut-on remettre en cause l'hypothèse d'isotropie de l'endommagement. Ainsi, la dilatation, surestimée dans le sens transverse s'oppose à la réduction de section entraînant une moindre déformation transverse dans la simulation numérique. Cette explication pourrait aussi s'appliquer à nos erreurs sur la déformation longitudinale : un modèle isotrope peut conduire à surestimer  $\epsilon_{yy}$  pour compenser la sous estimation de  $\epsilon_{xx}$  et respecter les variations de volume. Car, en effet, la variation de volume est bien reproduite (Fig. V-16 et Fig. V-18).

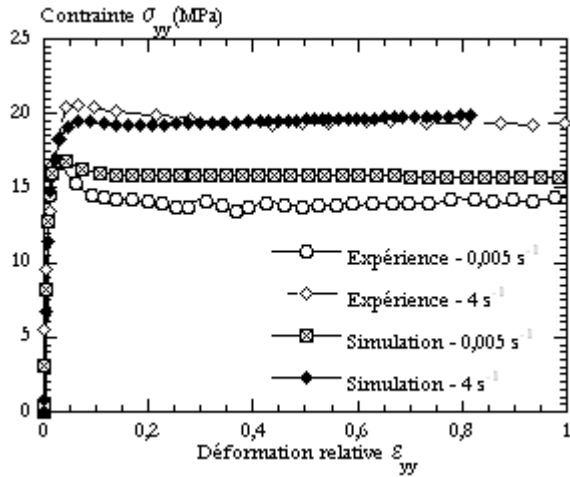


Fig. V-12 Reproduction du comportement intrinsèque en traction uniaxiale du BMT222.

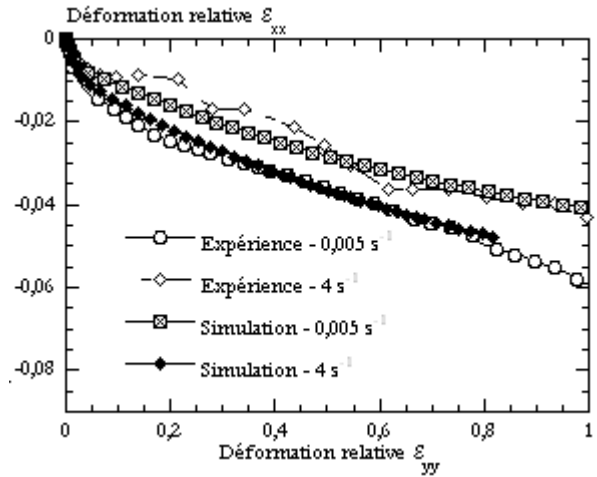


Fig. V-13 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,005 s^{-1}$  et à  $4 s^{-1}$  du BMT222.

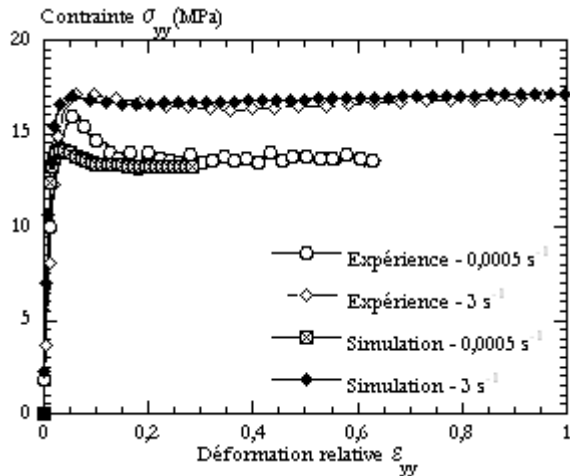


Fig. V-14 Reproduction du comportement intrinsèque en traction uniaxiale du BA238G9.

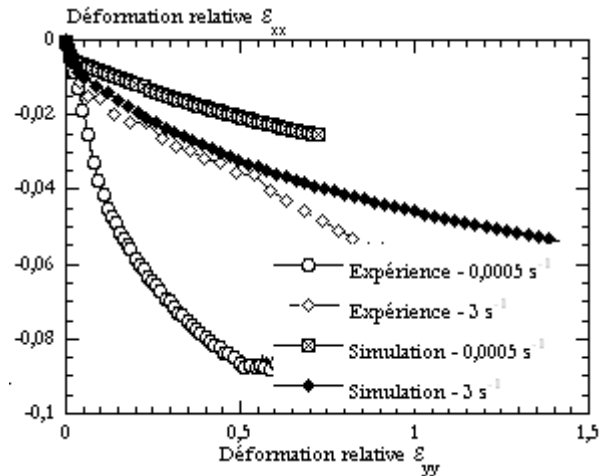


Fig. V-15 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,0005 s^{-1}$  et à  $3 s^{-1}$  du BA238G9.

La cinétique d'endommagement est bien reproduite par le calcul mais le seuil théorique de saturation de  $D$  n'est pas atteint principalement à basse vitesse et pour le matériau non chargé (Fig. V-17 et Fig. V-19). Deux raisons peuvent être avancées pour expliquer cet écart :

- La variable d'endommagement  $D$  est reliée au taux de restitution de l'énergie élastique  $Y$  directement proportionnel à la déformation élastique. Or à basse vitesse la ductilité est plus précoce et donc  $Y$  diminue et  $D$  diminue par conséquent ;
- Nous avons observé expérimentalement que le seuil de saturation est plus faible à plus basse vitesse mais ces mesures ont été conduites sur une plage restreinte de vitesses de déformation ( $0,1$  à  $0,01 s^{-1}$ ), l'extrapolation à une gamme de vitesses plus large peut conduire à une erreur sur le niveau du seuil d'endommagement.

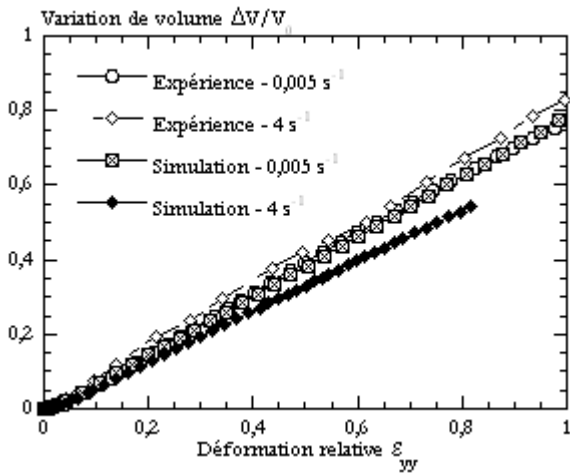


Fig. V-16 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,005 s^{-1}$  et à  $4 s^{-1}$  du BMT222.

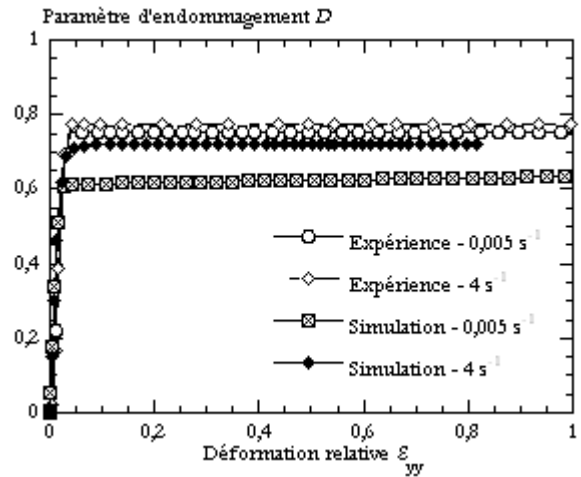


Fig. V-17 Evolution de la variable d'endommagement mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,005 s^{-1}$  et à  $4 s^{-1}$  du BMT222.

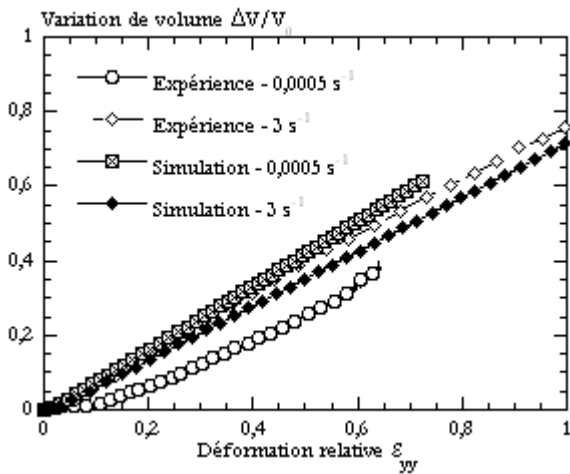


Fig. V-18 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,0005 s^{-1}$  et à  $3 s^{-1}$  du BA238G9.

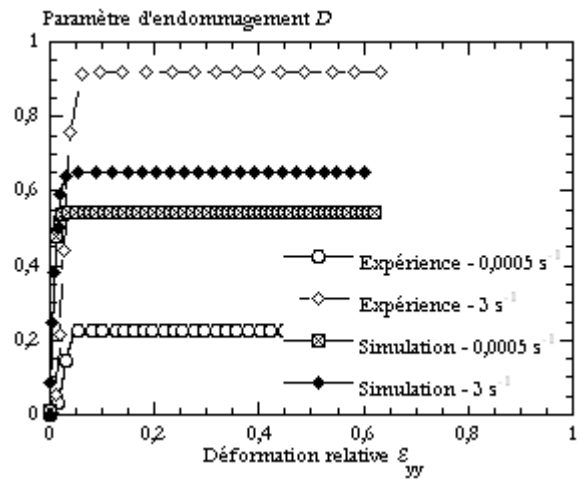


Fig. V-19 Evolution de la variable d'endommagement mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,0005 s^{-1}$  et à  $3 s^{-1}$  du BA238G9.

**Validation à partir des grandeurs globales**

Le modèle numérique reproduit à moins de 13 % près l'évolution de la force jusqu'à l'apparition de la plasticité pour le matériau non chargé (Fig. V-20) alors que l'incertitude expérimentale est de l'ordre de 9%. De ce fait, les forces ainsi que leur sensibilité à la vitesse de déformation sont correctement prédites.

Dans le cas du matériau non chargé, si à la plus grande vitesse les courbes simulées et mesurées sont superposables, un écart de près de 50 N et de 1 mm est observé à basse vitesse au niveau du pic de force (Fig. V-21). Cette erreur peut être imputable à l'hypothèse de l'élasticité qui annihile la dépendance à la vitesse des propriétés à faibles déformations. L'erreur sur la valeur du module d'élasticité peut être suffisante pour entraîner un amorçage 'prématuré' de la plasticité dans le modèle numérique.



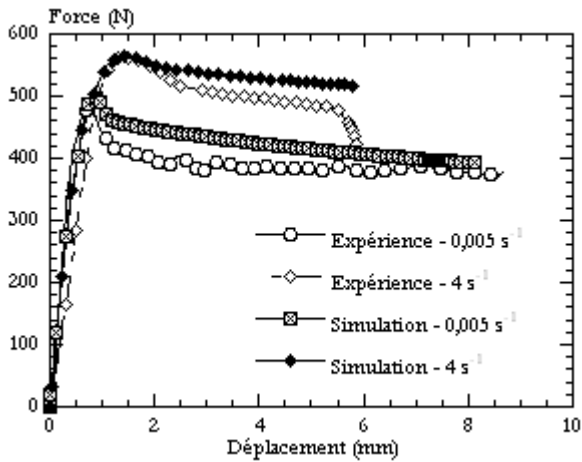


Fig. V-20 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,005 \text{ s}^{-1}$  et à  $4 \text{ s}^{-1}$  du BMT222. Écart maximum de 13% - Incertitude expérimentale  $\pm 9\%$ .

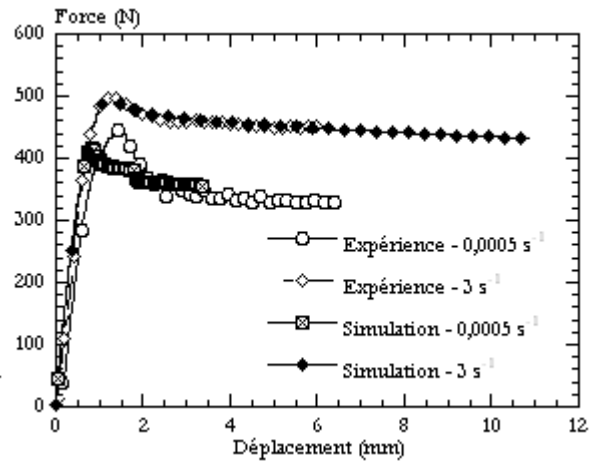


Fig. V-21 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction à  $0,0005 \text{ s}^{-1}$  et à  $3 \text{ s}^{-1}$  du BA238G9. Écart maximum de 12% - Incertitude expérimentale  $\pm 9\%$ .

### V.5.B.2. TRACTION CYCLIQUE

La simulation d'un essai de traction cyclique est effectuée avec le même maillage qu'en traction (Fig. V-6). Un déplacement est imposé aux nœuds de la tête avec une vitesse de  $1 \text{ mm/s}$  soit une vitesse de déformation de l'ordre de  $0,1 \text{ s}^{-1}$  dans la zone utile.

#### Validation à partir des grandeurs intrinsèques

Les chemins de déformations calculés et mesurés pour les deux polypropylènes sont très proches (Fig. V-22 et Fig. V-23). On notera toutefois que l'ampleur des boucles de décharge semble plus faible dans la simulation numérique.

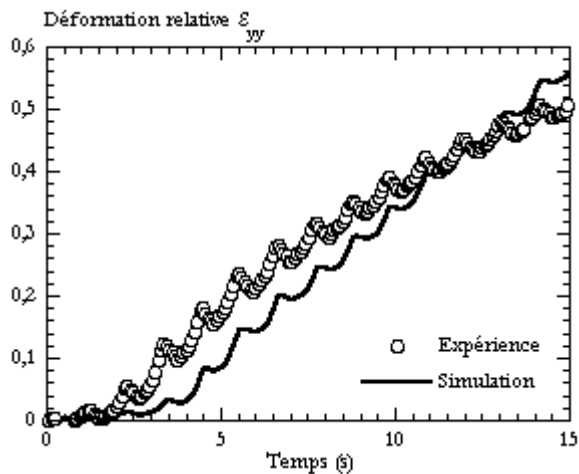


Fig. V-22 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction cyclique du BMT222.

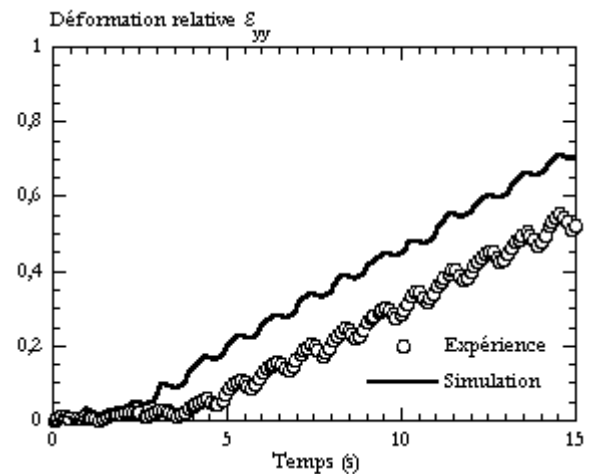


Fig. V-23 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction cyclique du BA238G9.

La déformation transverse et la variation de volume calculées sont satisfaisantes (Fig. V-24 et Fig. V-25) pour le matériau chargé. A contrario, la déformation transverse est sous-estimée et la variation de volume surestimée pour le matériau non chargé (près de 30% en fin d'essai, Fig. V-26 et Fig. V-27).

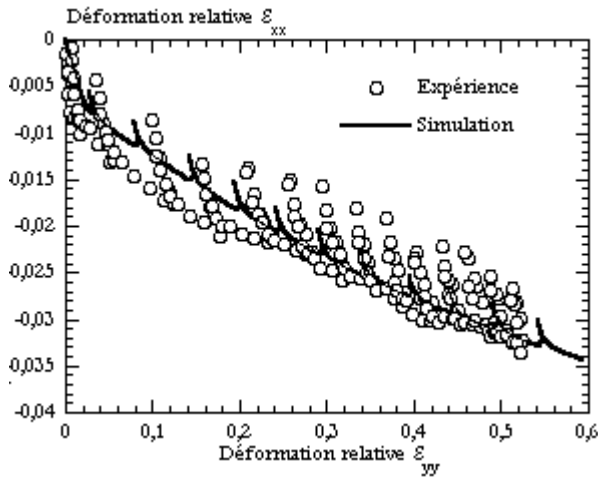


Fig. V-24 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BMT222.

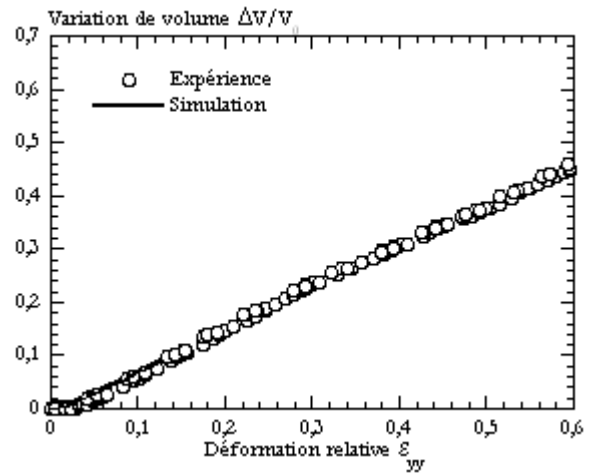


Fig. V-25 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BMT222.

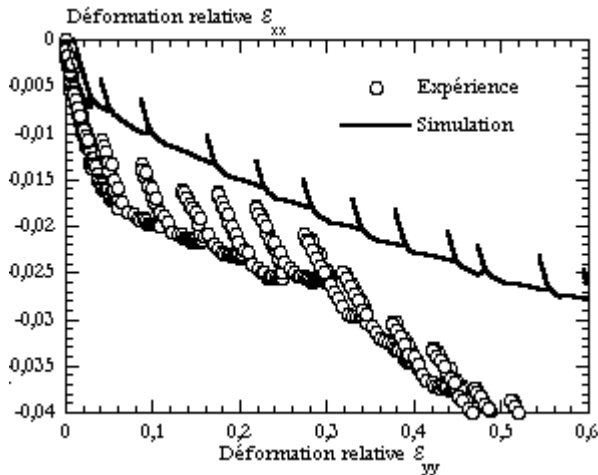


Fig. V-26 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BA238G9.

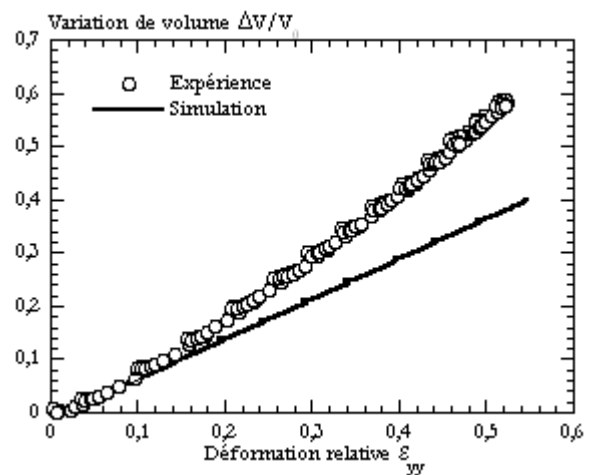


Fig. V-27 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BA238G9.

Les courbes de comportement intrinsèque dénotent une contrainte calculée plus faible que celle mesurée expérimentalement (Fig. V-28 et Fig. V-30). Là encore le matériau non chargé est moins bien représenté par le modèle que le matériau chargé.

La forme de nos cycles contraintes-déformations illustre l'importance des effets viscoélastiques, négligés dans la simulation, par l'existence d'hystérésis expérimentales non reproduites.

Les mêmes conclusions qu'en traction simple peuvent être tirées concernant la variable d'endommagement (Fig. V-29 et Fig. V-31). En effet, le seuil de saturation de  $D$  matérialisé par les points expérimentaux n'est pas atteint à cause du couplage viscoplasticité / endommagement comme nous l'avons suggéré précédemment.

### Validation à partir des grandeurs globales

Comme on pouvait s'y attendre compte tenu de la reproduction du comportement intrinsèque, les niveaux de force calculés sont en deçà des valeurs mesurées au cours des essais (Fig. V-32 et Fig. V-33).

En conclusion, notre modèle est clairement moins efficace en traction cyclée qu'en traction monotone. Sans doute payons nous là, les hypothèses fortes concernant la viscoélasticité et l'isotropie.

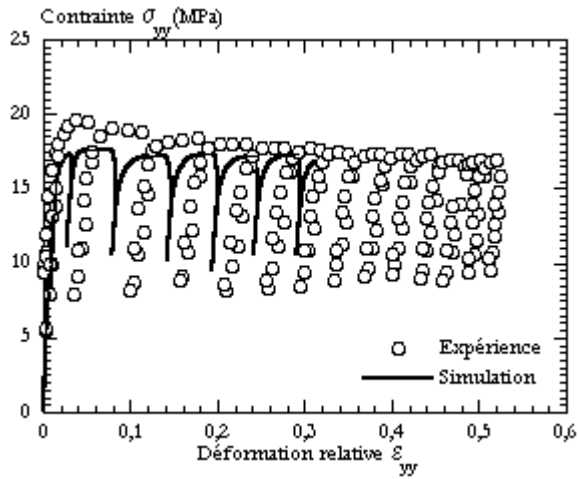


Fig. V-28 Reproduction du comportement intrinsèque en traction cyclique du BMT222.

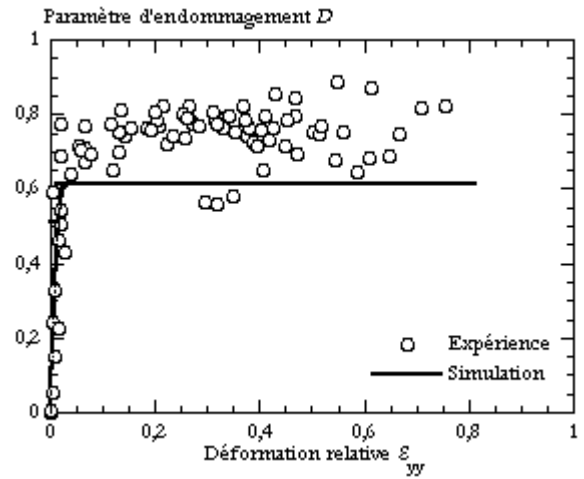


Fig. V-29 Evolution de la variable d'endommagement mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BMT222.

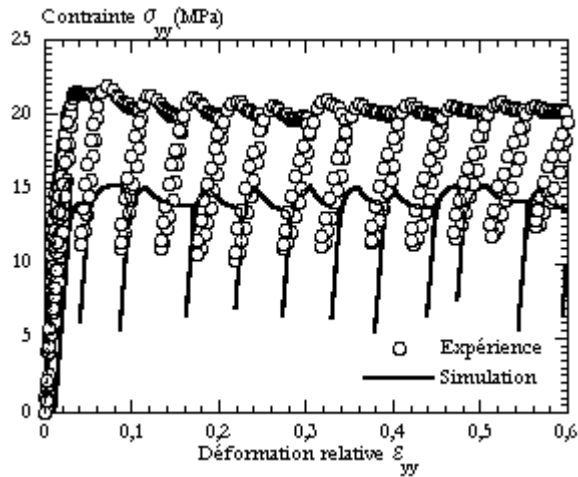


Fig. V-30 Reproduction du comportement intrinsèque en traction cyclique du BA238G9.

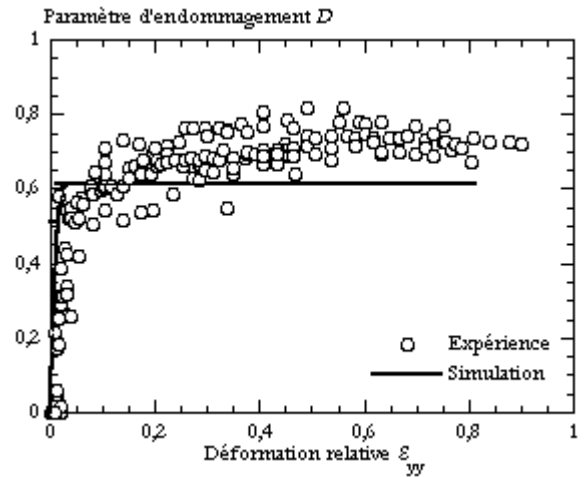


Fig. V-31 Evolution de la variable d'endommagement mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BA238G9.

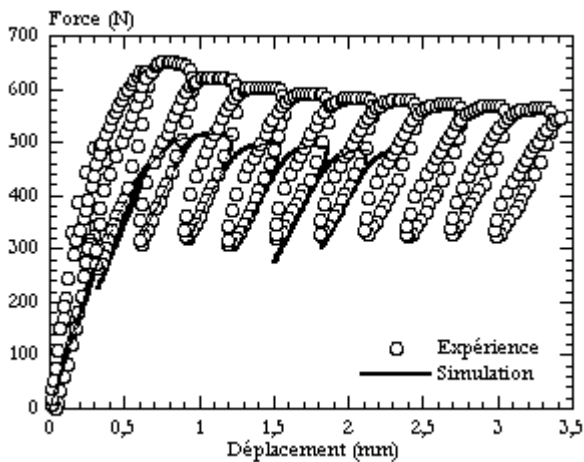


Fig. V-32 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BMT222.

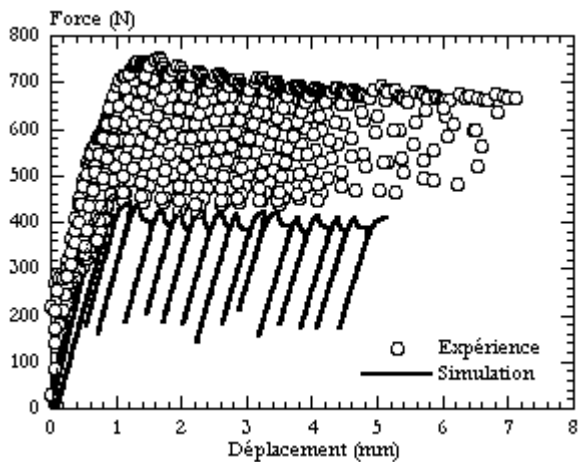


Fig. V-33 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BA238G9.

### V.5.B.3. COMPRESSION

Seules les valeurs de la contrainte au seuil de plasticité ont été employées pour l'identification des paramètres de la loi de comportement. L'essai de compression peut donc être considéré comme un cas de validation possible.

La simulation est menée avec une géométrie de plot de rapport de forme  $L/\varphi = 1$ ,  $L$  étant la hauteur et  $\varphi$  le diamètre de  $11,6 \text{ mm}$  (Fig. V-34). Les calculs sont conduits pour une vitesse de sollicitation constante de  $2 \text{ mm/s}$  dans des conditions de contact glissant.

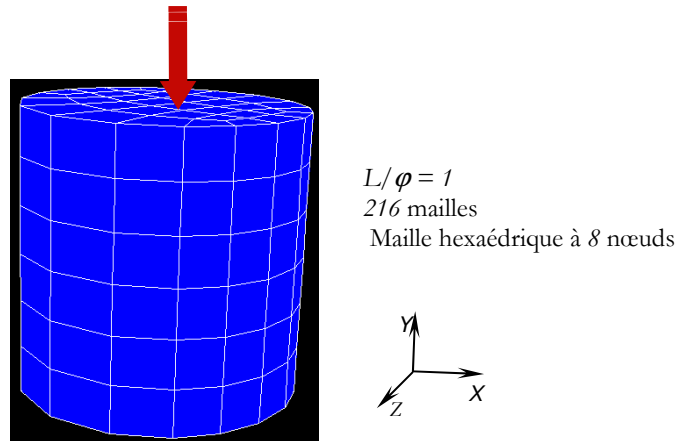


Fig. V-34 Maillage utilisé pour la simulation numérique d'essais de compression entre tas plats.

Les chemins de déformation sont reproduits parfaitement (Fig. V-35 et Fig. V-36). A cela rien d'étonnant puisque, à la différence de la traction, la sollicitation et les conditions de contact forcent une déformation homogène.

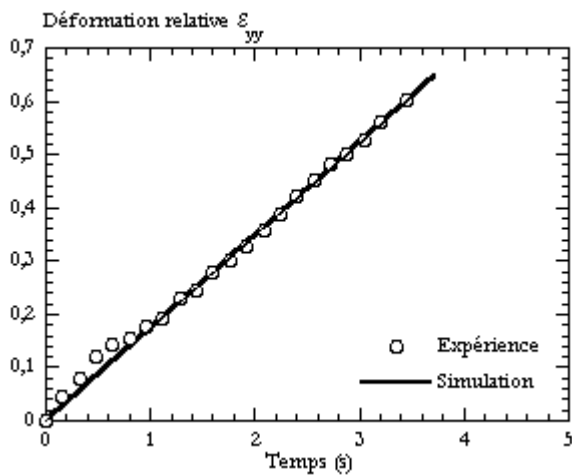


Fig. V-35 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de compression du BMT222.

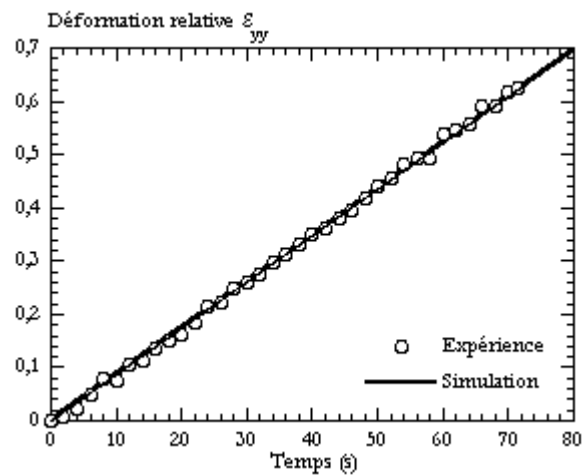


Fig. V-36 Evolution de la déformation longitudinale mesurée ou issue de la simulation d'un essai de compression du BA238G9.

La réponse des matériaux à la sollicitation en compression n'est que partiellement reproduite. Toute la divergence calcul – expérience se retrouve dans les évolutions des contraintes (Fig. V-37 et Fig. V-39). Notre modèle peut traduire la dissymétrie traction-compression mais l'essai de compression reste approché de manière moins satisfaisante que l'essai de traction. L'adoucissement expérimental considérable après le pic de contraintes du matériau chargé, imputable aux charges, n'est pas reproduit. Le niveau de contraintes calculé dans le matériau chargé est par contre sensiblement sous estimé.

L'écart important entre les courbes réelles et simulées est ici imputable à notre hypothèse d'endommagement isotrope. L'impact semble relativement moins grand pour le matériau chargé, sans doute car les charges induisent expérimentalement une cavitation reproduite phénoménologiquement par le modèle.

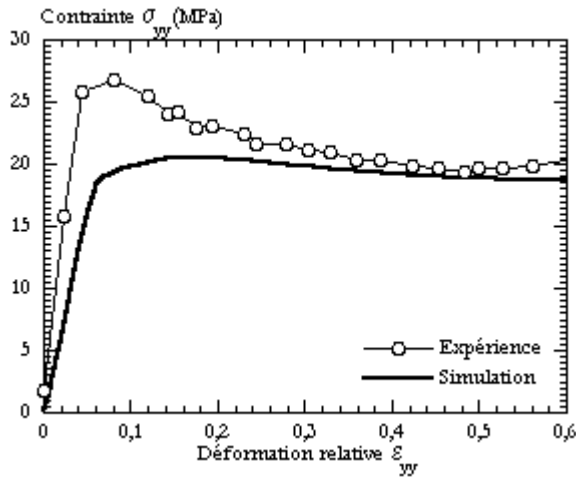


Fig. V-37 Reproduction du comportement intrinsèque en compression du BMT222.

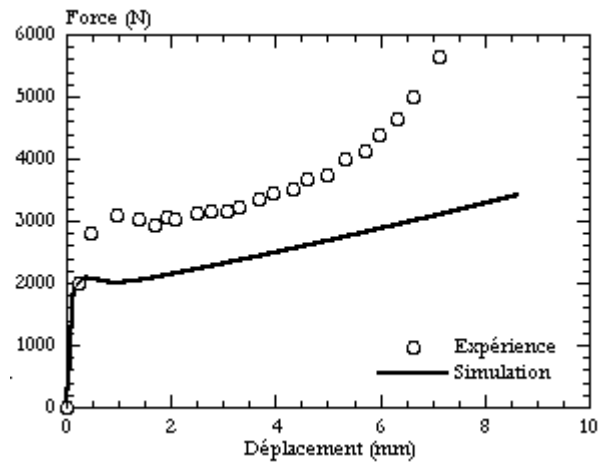


Fig. V-38 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de compression du BMT222.

Le niveau de la contrainte simulée étant inférieur aux valeurs expérimentales, le niveau de force est bien évidemment lui aussi sous estimé (Fig. V-38 et Fig. V-40).

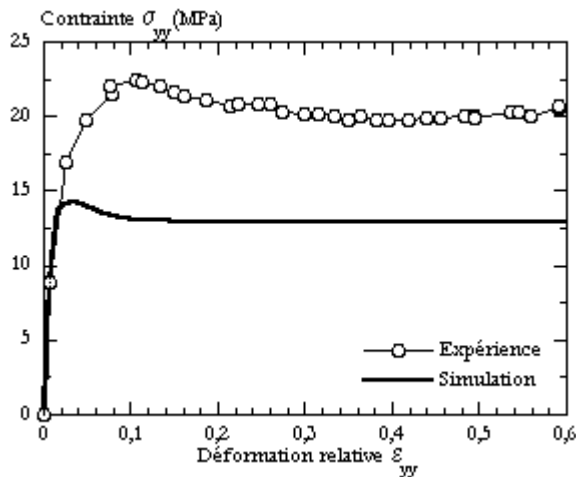


Fig. V-39 Reproduction du comportement intrinsèque en compression du BA238G9.

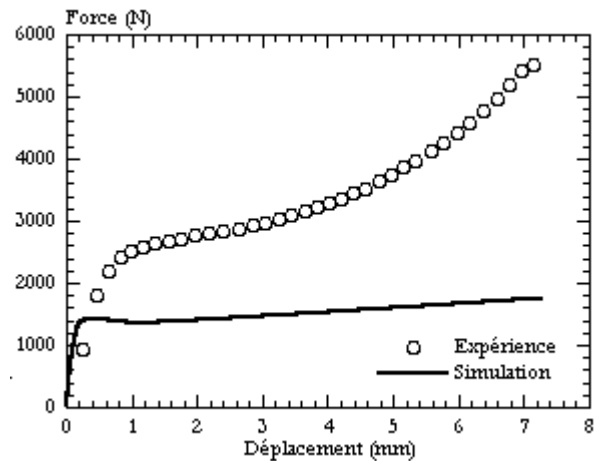


Fig. V-40 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de compression du BA238G9.

#### V.5.B.4. CISAILLEMENT IOSIPESCU

Une géométrie d'éprouvette présentant une entaille d'angle  $90^\circ$  (telle que détaillée au chapitre III) est choisie. Une des têtes est entièrement fixe et la deuxième mobile avec une vitesse de déplacement des noeuds imposée (Fig. V-41) de  $1 \text{ mm/s}$  (soit environ  $0,1 \text{ s}^{-1}$  pour le matériau BMT222 et environ  $0,05 \text{ s}^{-1}$  pour BA238G9) et de  $8,5 \text{ mm/s}$  (soit environ  $\sim 0,5 \text{ s}^{-1}$  pour BMT222 et environ  $0,45 \text{ s}^{-1}$  pour BA238G9). Aux têtes, nous avons associé un comportement de type élastique linéaire de module et de coefficient de Poisson identiques aux paramètres donnés au Tableau V-3 pour le matériau chargé et au Tableau V-5 pour le matériau non chargé.

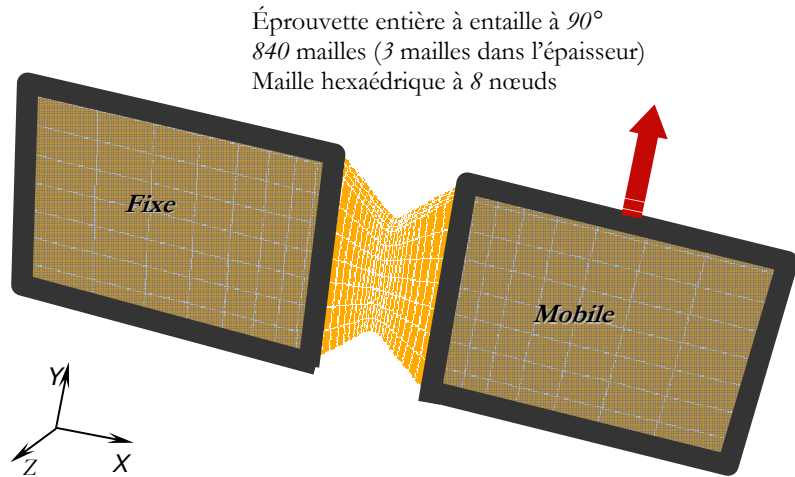


Fig. V-41 Maillage utilisé pour la simulation numérique d'essais de cisaillement Iosipescu.

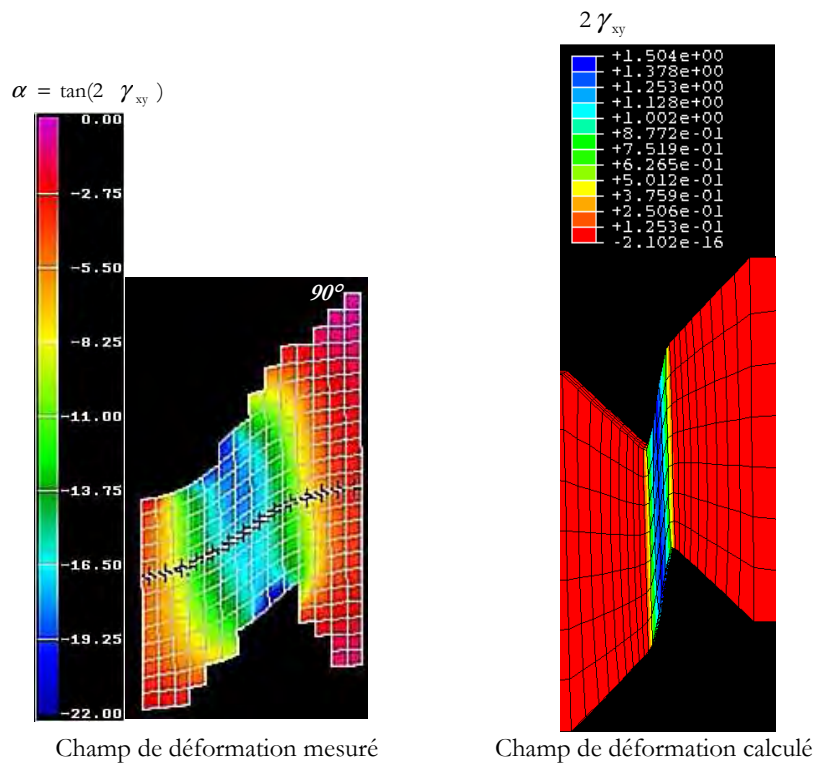


Fig. V-42 Localisation de la déformation en cisaillement mesurée ou calculée au cours de la simulation d'essais de cisaillement Iosipescu du BMT222.

Le champ de déformation en cisaillement calculé est analogue au champ mesuré par corrélation d'images et présente la même hétérogénéité (Fig. V-42). Les taux de déformations calculés sont toutefois nettement supérieurs aux valeurs mesurées et atteignent jusqu'au quintuple en fin d'essai (Fig. V-43 à Fig. V-45).

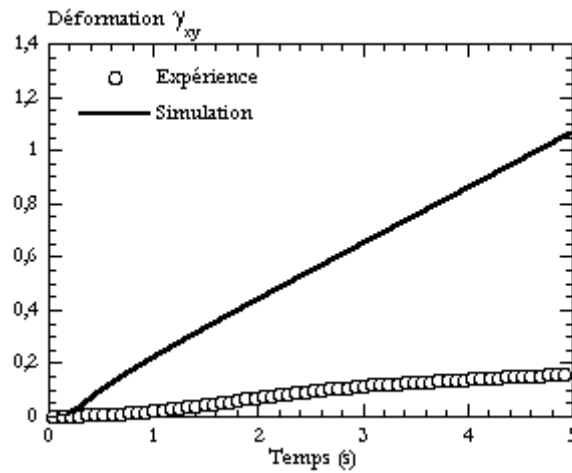


Fig. V-43 Evolution de la déformation en cisaillement mesurée ou issue de la simulation d'un essai de cisaillement Iosipescu à  $0,1 \text{ s}^{-1}$  du BMT222.

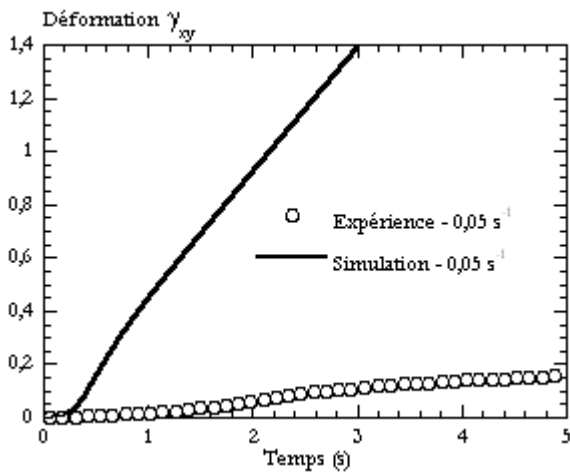


Fig. V-44 Evolution de la déformation en cisaillement mesurée ou issue de la simulation d'essais de cisaillement Iosipescu à  $0,05 \text{ s}^{-1}$  du BA238G9.

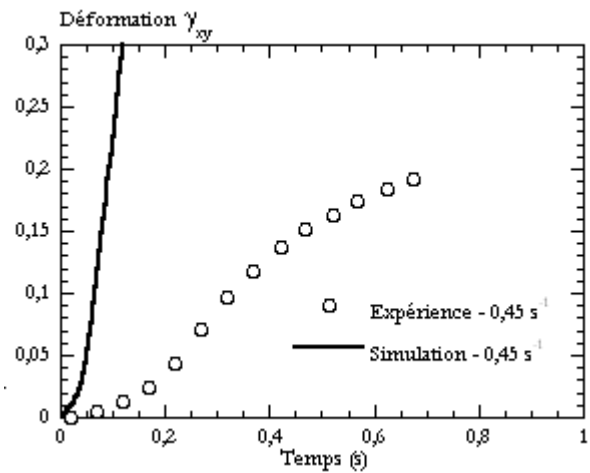


Fig. V-45 Evolution de la déformation en cisaillement mesurée ou issue de la simulation d'essais de cisaillement Iosipescu à  $0,45 \text{ s}^{-1}$  du BA238G9.

On retrouve une déformation longitudinale significative sur les lèvres de l'entaille analogue à celle observée expérimentalement (Fig. V-46). Sur la cartographie de la déformation longitudinale issue de la simulation numérique, il est possible de relever une zone de faible étendue sollicitée en compression et située à la pointe des entailles. Cette zone n'est pas observée en corrélation d'images du fait de sa faible dimension par rapport au maillage adopté qui est directement relié à la taille du mouchetis et aux conditions expérimentales de prise de vue.

Les contraintes sont convenablement reproduites dans le cas du matériau chargé (Fig. V-47 et Fig. V-49). Nous avons observé expérimentalement un phénomène d'endommagement du matériau chargé qui a conduit à un gonflement de la zone sollicitée (chapitre III). Cet endommagement pourrait être en partie pris en compte par la considération de la variable d'endommagement  $D$ . Cependant l'application de cette variable au matériau non chargé qui semble sain de tout endommagement est probablement à l'origine de la sous estimation de la contrainte. L'évolution de la force calculée dans le cas du matériau chargé reste acceptable (Fig. V-48), mais l'écart est nettement plus important dans le cas du matériau non chargé (Fig. V-50).

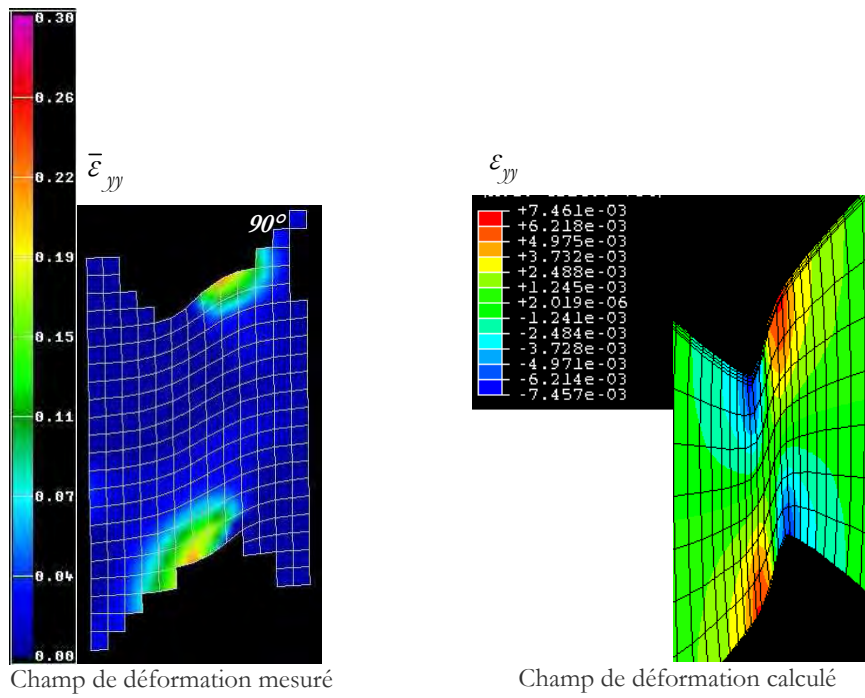


Fig. V-46 Localisation de la déformation longitudinale mesurée ou calculée au cours de la simulation d'essais de cisaillement Iosipescu du matériau BMT222.

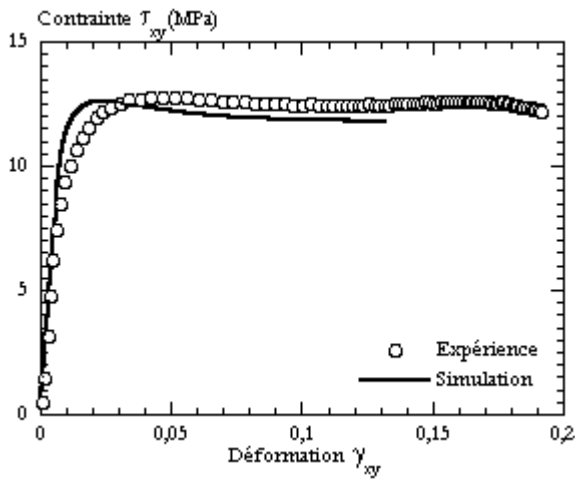


Fig. V-47 Reproduction du comportement intrinsèque en cisaillement Iosipescu à  $0,05 \text{ s}^{-1}$  du BMT222.

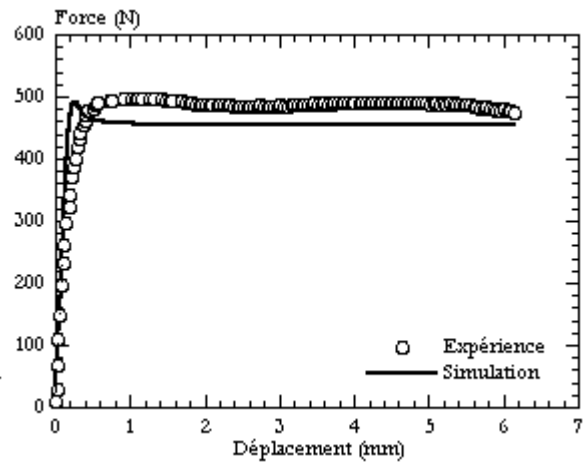


Fig. V-48 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de cisaillement Iosipescu du BMT222.

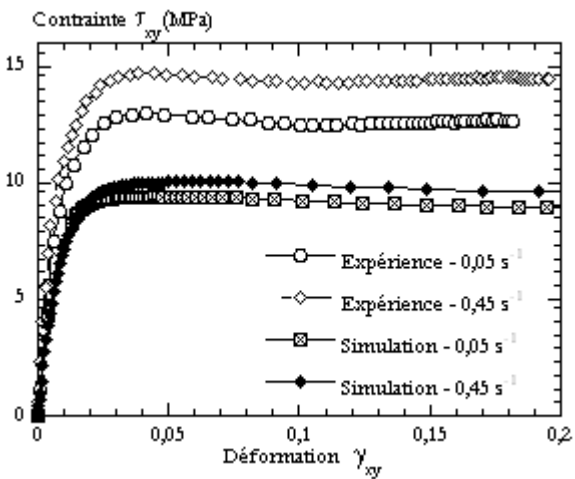


Fig. V-49 Reproduction du comportement intrinsèque en cisaillement Iosipescu du BA238G9.

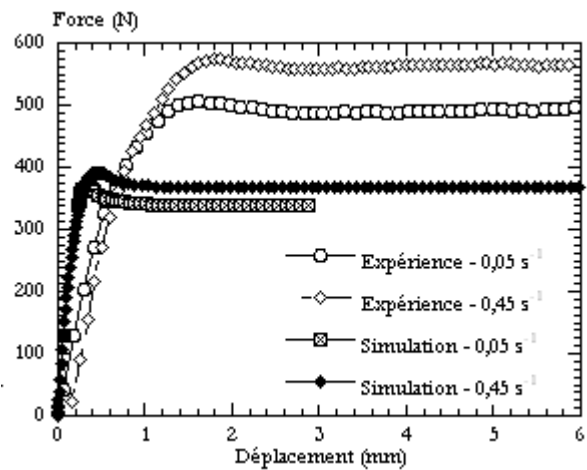


Fig. V-50 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de cisaillement Iosipescu du BA238G9.



## V.5.C. DISCUSSION DE L'APPORT DE NOTRE FORMALISME

### V.5.C.1. APPORT D'UN CRITERE PIEZO-DEPENDANT

Poser notre coefficient  $a$  (Tableau V-3) à 0 revient à admettre un critère de plasticité de von Mises. Mener deux calculs (à  $0,005 s^{-1}$ ) l'un avec  $a$  nul l'autre avec  $a$  non nul, toutes choses égales par ailleurs, permet de juger de l'intérêt d'un critère de plasticité piézo-dépendant.

Le réajustement des paramètres de la loi de comportement n'est pas nécessaire. On peut juger à partir de l'évolution de la contrainte (Fig. V-51) que le seuil de plasticité est correctement reproduit avec l'emploi du critère de von Mises. La divergence entre la simulation et l'expérience, qui s'accroît après le seuil, ne peut être réduite par une optimisation des paramètres liés à la viscosité ou à l'écroutissage. Cet écart est directement lié à une surestimation importante de la déformation transverse (Fig. V-52). De plus, la variation de volume dans la simulation numérique avec le critère de von Mises est nulle (Fig. V-53). Ainsi, la prise en compte d'une variable d'endommagement ne suffit pas à la modélisation du comportement de nos matériaux et l'emploi d'un critère de plasticité dépendant de la pression hydrostatique est nécessaire pour autoriser l'estimation de la variation de volume dans le solide sollicité.

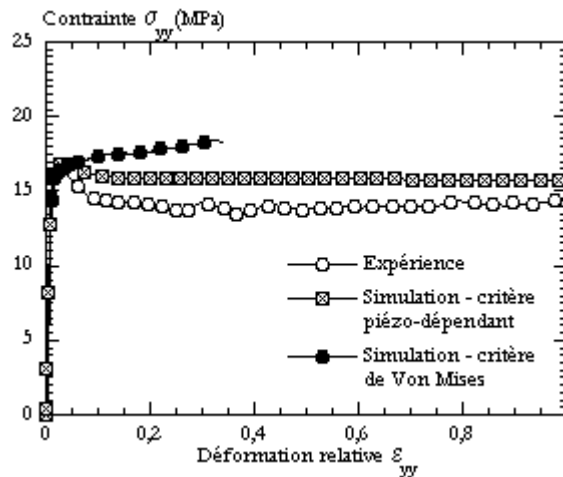


Fig. V-51 Reproduction du comportement intrinsèque du comportement en traction du BMT222. Simulations menées avec un critère de plasticité de von Mises ou piézo-dépendant.

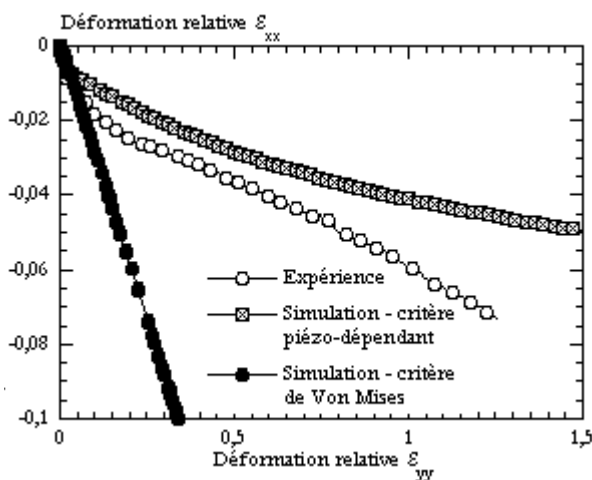


Fig. V-52 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction du BMT222. Simulations menées avec un critère de plasticité de von Mises ou piézo-dépendant.

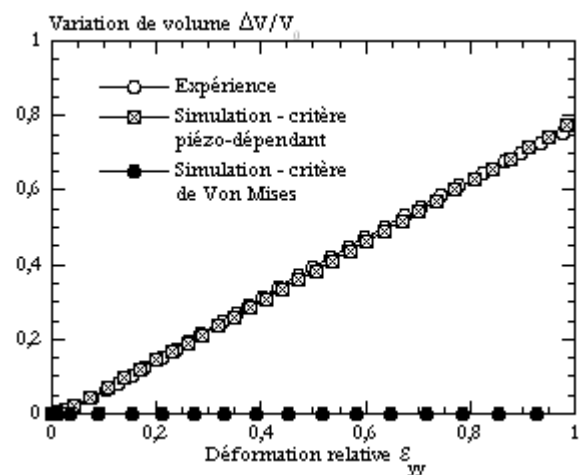


Fig. V-53 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction du BMT222. Simulations menées avec un critère de plasticité de von Mises ou piézo-dépendant.

### V.5.C.2. APPORT D'UNE VARIABLE D'ENDOMMAGEMENT

Afin d'étudier l'apport réel de la variable d'endommagement dans le formalisme, des calculs ont été effectués en négligeant ce paramètre et en réajustant les autres variables (valeurs données au Tableau V-6).

La simulation des essais de traction avec ce jeu de paramètres conduit à la sous-estimation des niveaux de déformations transverses (Fig. V-54) et à la surestimation de la variation de volume (Fig. V-55).

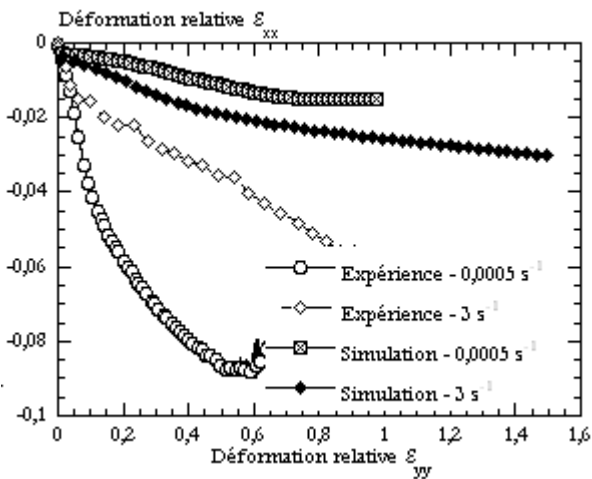


Fig. V-54 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction du BA238G9. Simulation menée sans la prise en compte de la variable d'endommagement.

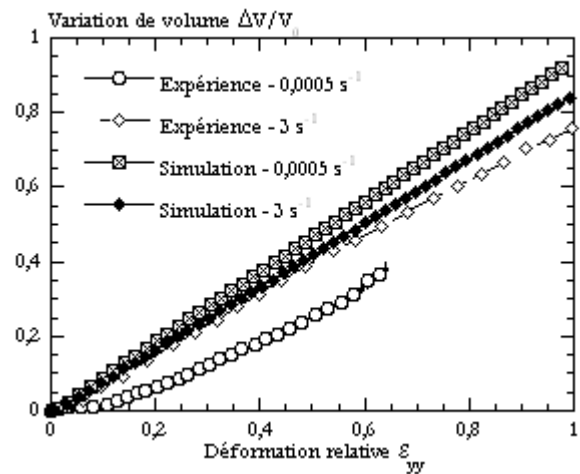


Fig. V-55 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction cyclique du BA238G9. Simulation menée sans la prise en compte de la variable d'endommagement

L'évolution de la contrainte axiale démontre que pour la vitesse de sollicitation avoisinant  $0,0005 \text{ s}^{-1}$  les valeurs calculées sont en parfaite adéquation avec les mesures expérimentales. Par contre, à plus grande vitesse, la simulation avec ce jeu de paramètres conduit à une surestimation du niveau de contraintes entraînant une erreur de l'ordre de 15% alors que l'incertitude expérimentale n'est que de 10%. Il est également possible de relever que le module élastique initial est surestimé à cause de la non prise en compte de l'endommagement. Ainsi, la non prise en compte de l'endommagement conduit à une détérioration de la qualité de reproduction de nos résultats expérimentaux en traction.

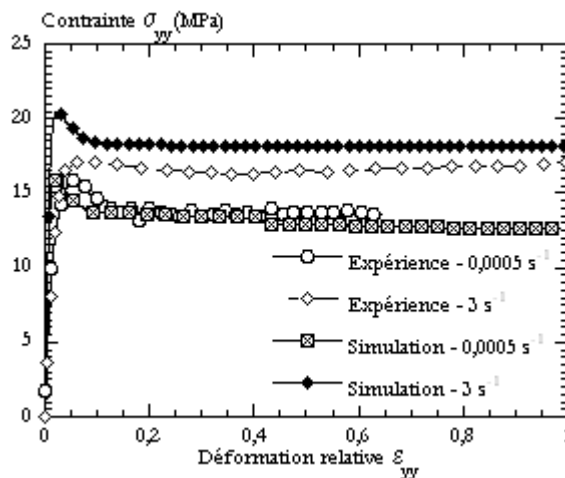


Fig. V-56 Reproduction du comportement intrinsèque du comportement en traction du BA238G9. Simulation menée sans la prise en compte de la variable d'endommagement.

Les simulations d'essais de compression et de cisaillement (Fig. V-57 et Fig. V-58) conduisent à un faible écart entre les valeurs de contraintes calculées et les valeurs mesurées expérimentalement. Cet écart est nettement plus faible que celui observé au cours des simulations avec la variable d'endommagement  $D$ . La valeur du seuil apparent de plasticité en compression est reproduite correctement traduisant la capacité du modèle à reproduire la dissymétrie traction – compression.

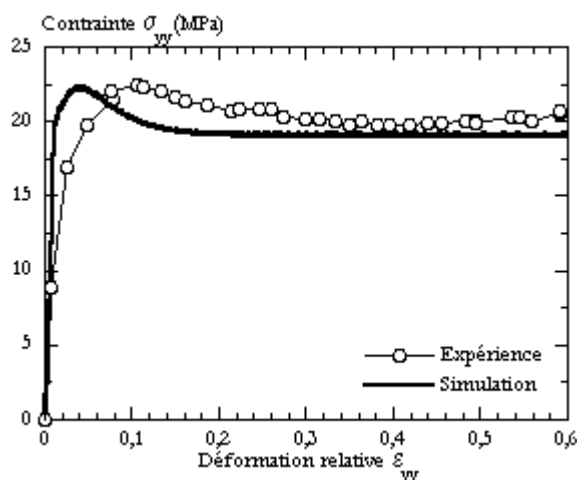


Fig. V-57 Reproduction du comportement intrinsèque du comportement en compression à  $0,1 \text{ mm/s}$  du BA238G9. Simulation menée sans la prise en compte de la variable d'endommagement.

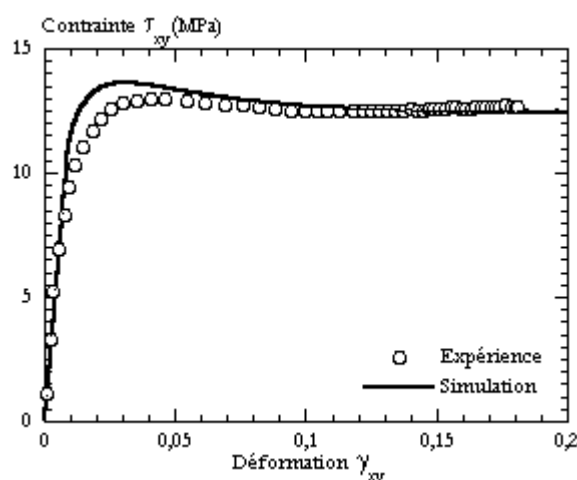


Fig. V-58 Reproduction du comportement intrinsèque du comportement en cisaillement à  $0,05 \text{ s}^{-1}$  du BA238G9. Simulation menée sans la prise en compte de la variable d'endommagement.

Ainsi, l'élimination de la variable d'endommagement du formalisme permet de mieux représenter les grandeurs intrinsèques en cisaillement et en compression mais augmente l'écart à l'expérience en traction.

De fait, la prise en compte de l'endommagement est clairement utile dans les cas où la sollicitation favorise la cavitation (traction pour les deux polymères, compression et cisaillement dans le cas du matériau chargé) mais notre hypothèse d'endommagement isotrope reste grossière dans les autres cas.

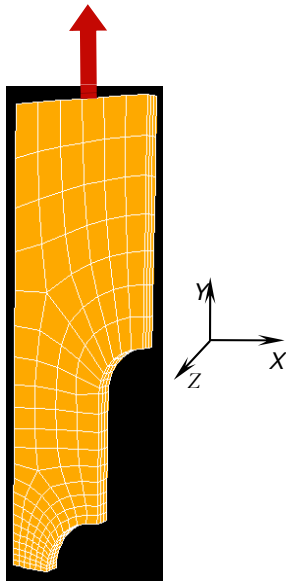
En conclusion, notre modèle avec le critère de plasticité piézo-dépendant suffit à reproduire la dissymétrie du comportement et l'ordre de grandeur des variations de volume en traction. L'endommagement doit être pris en compte mais il paraît nécessaire de considérer un endommagement anisotrope pour une meilleure simulation de tous les types de chargement.

### V.5.D. APPLICATION AUX SOLLICITATIONS COMPLEXES

L'aspect prédictif du modèle de loi de comportement a été examiné dans le cas des chargements simples dans le paragraphe précédent. L'accord entre simulation et expérience devrait également être vérifié pour des sollicitations complexes plus proches de l'application industrielle.

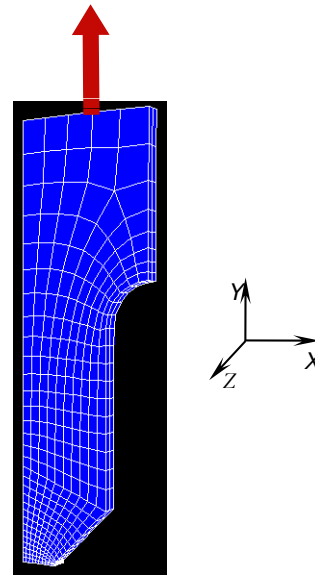
Les essais de traction sur éprouvettes entaillées n'ont pas été utilisés en identification et sont donc des cas de validation intéressants de part la complexité du chargement en pointe d'entaille.

Deux géométries d'éprouvettes ont été retenues pour la simulation des essais de traction sur éprouvettes entaillées: *RC5L8* et *RV1L8* (cf. chapitre III).  $1/8$  d'éprouvette est maillé (Fig. V-59 et Fig. V-60) et un déplacement à la tête de  $10 \text{ mm/s}$ , soit une vitesse de déformation de l'ordre de  $5 \text{ s}^{-1}$ , est imposé.



$1/8$  d'éprouvette (3 plans de symétries)  
444 mailles (3 mailles dans l'épaisseur)  
Maille hexaédrique à 8 nœuds

Fig. V-59 Maillage utilisé pour la simulation numérique d'essais de traction sur éprouvette entaillée à entaille circulaire *RC5L8*.



$1/8$  d'éprouvette (3 plans de symétries)  
846 mailles (3 mailles dans l'épaisseur)  
Maille hexaédrique à 8 nœuds

Fig. V-60 Maillage utilisé pour la simulation numérique d'essais de traction sur éprouvette entaillée à entaille en V *RV1L8*.

Le calcul reproduit parfaitement les champs de déformations sur l'éprouvette à entaille circulaire (Fig. V-61). De plus, la déformation longitudinale en pointe d'entaille est bien reproduite au cours du temps (Fig. V-62). Cette constatation laisse imaginer qu'une partie de la divergence observée sur les essais de traction sur éprouvettes lisses pourrait être extrinsèque au modèle.

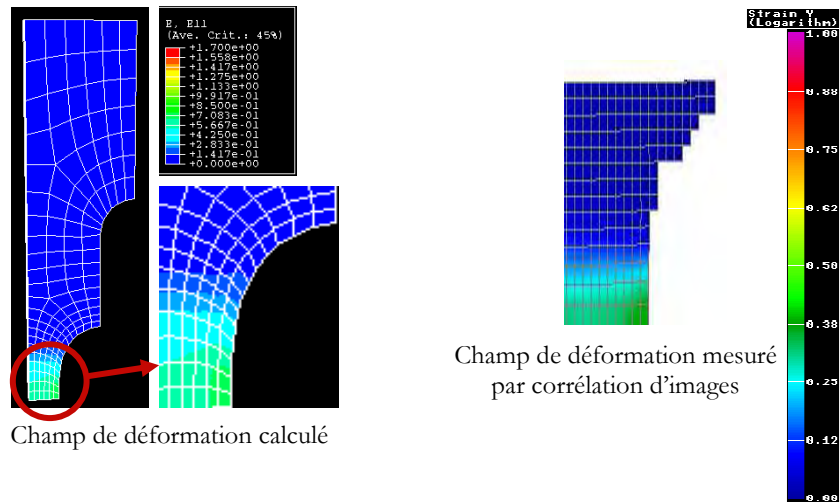


Fig. V-61 Localisation de la déformation longitudinale au cours de la simulation d'essais de traction sur éprouvettes à entaille circulaire du BMT222.  $\left(\varepsilon_{yy}\right)_{relative} = 0,8 \Rightarrow \left(\bar{\varepsilon}_{yy}\right)_{cumulée} = 0,4$ .

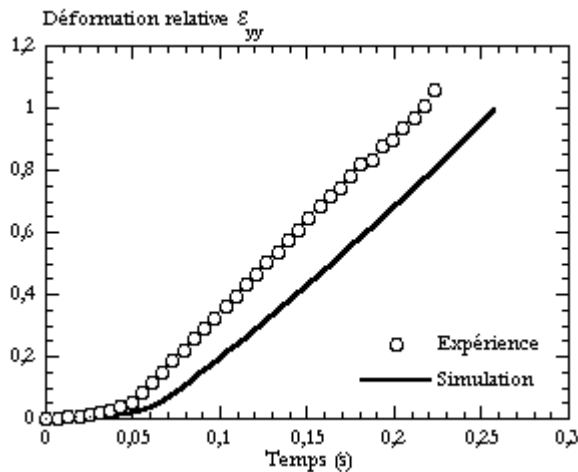


Fig. V-62 Evolution de la déformation longitudinale en point d'entaille mesurée ou issue de la simulation d'un essai de traction sur une éprouvette à entaille circulaire du BMT222.

Les résultats sont légèrement moins satisfaisants pour l'entaille en V. Le champ obtenu par la simulation numérique présente une double localisation de la déformation : en point d'entaille et au niveau du raccord entre le flanc et le fond d'entaille (Fig. V-63). Ce phénomène n'est pas observé sur le champ de déformation mesuré. Il n'est pas exclu que cet écart soit lié au maillage grossier en simulation numérique mais aussi en corrélation d'image qui pourrait dans le premier cas exacerber l'importance de ce phénomène et dans l'autre interdire son repérage. Dans ce cas, la simulation sous estime d'une manière significative la déformation longitudinale en point d'entaille et par conséquent la vitesse de sollicitation (Fig. V-64).

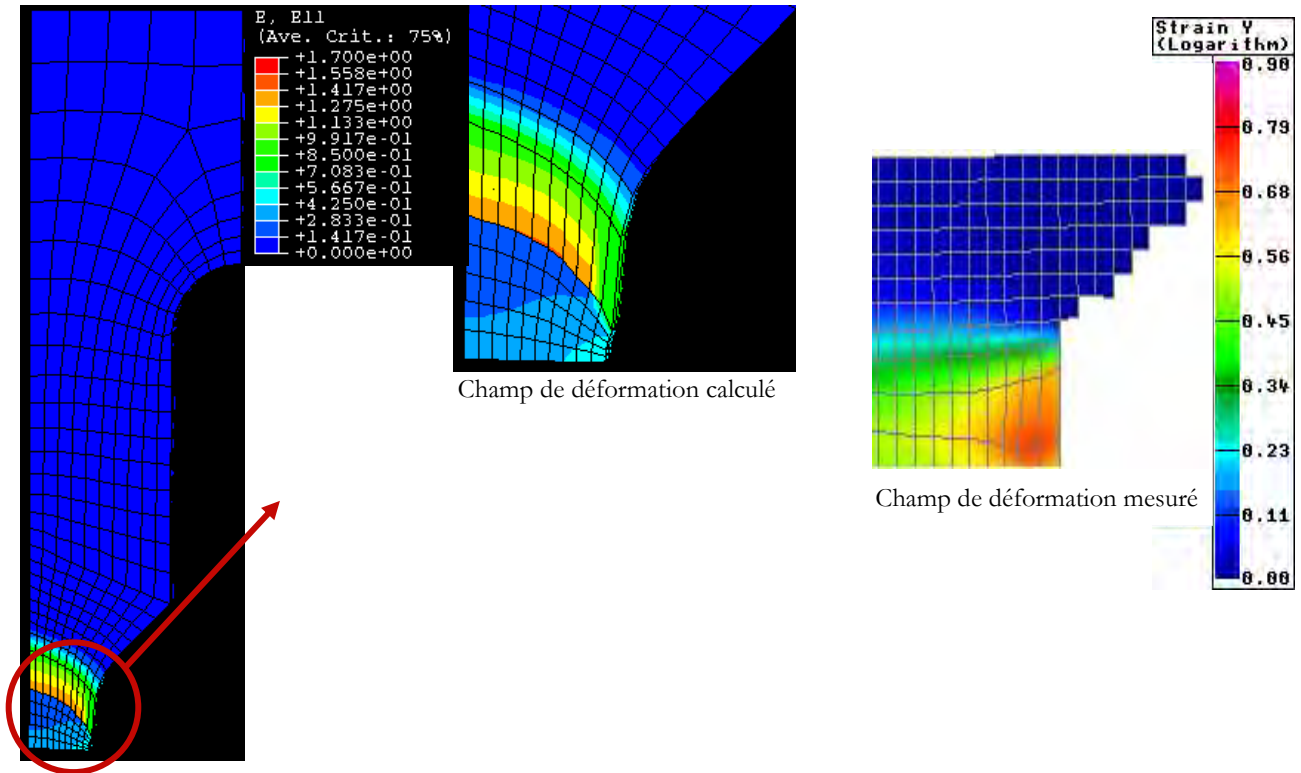


Fig. V-63 Localisation de la déformation longitudinale au cours de la simulation d’essais de traction sur éprouvettes à entaille en V du BMT222.  $(\epsilon_{yy})_{relative} = 0,8 \Rightarrow (\bar{\epsilon}_{yy})_{cumulée} = 0,4$ .

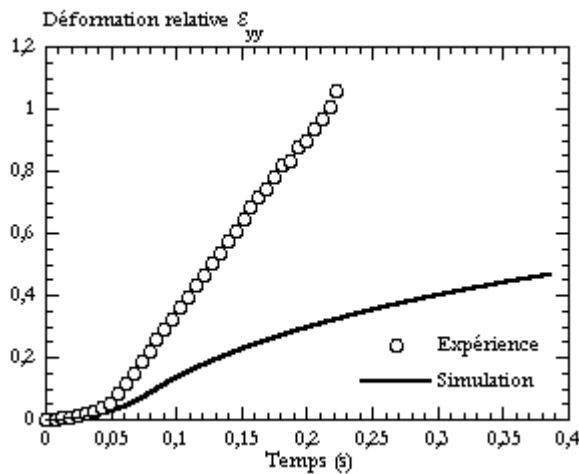


Fig. V-64 Evolution de la déformation longitudinale en point d’entaille mesurée ou issue de la simulation d’un essai de traction sur une éprouvette à entaille en V du BMT222.

Pour les deux géométries, la déformation transverse calculée est en accord avec les valeurs mesurées malgré des erreurs significatives, si l’on tient compte du fait que les valeurs atteintes restent faibles ( $\leq 3\%$ ) (Fig. V-65 et Fig. V-67).

L’évolution de la variation de volume est quant à elle légèrement sous-évaluée (Fig. V-66 et Fig. V-68) mais reste tout à fait satisfaisante.

Les évolutions de l’endommagement sont portées aux graphes Fig. V-70 et Fig. V-72 à titre indicatif. Les valeurs expérimentales sont en réalité le résultat d’un calcul effectué avec la loi phénoménologique d’évolution de l’endommagement obtenue sur éprouvettes lisses et ne tenant pas compte des effets de localisation.

Il est plus difficile de comparer le comportement intrinsèque des matériaux, n’ayant pas accès aux valeurs expérimentales de la contrainte locale du fait de la triaxialité des contraintes en pointe d’entaille et de l’hétérogénéité transverse. Ainsi, nous discuterons à partir des contraintes moyennées sur une section, grandeur technologique.

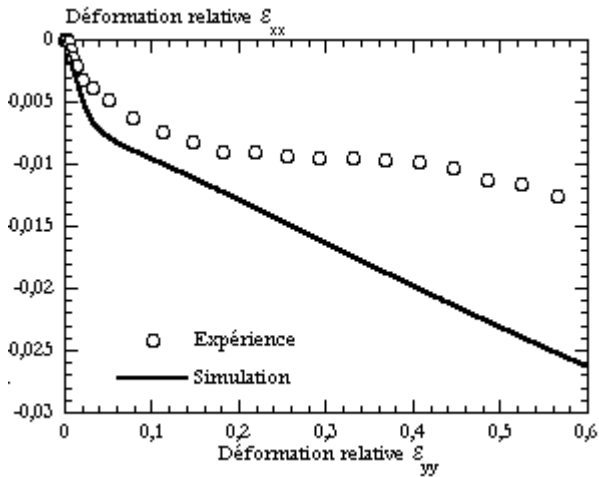


Fig. V-65 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille circulaire du BMT222.

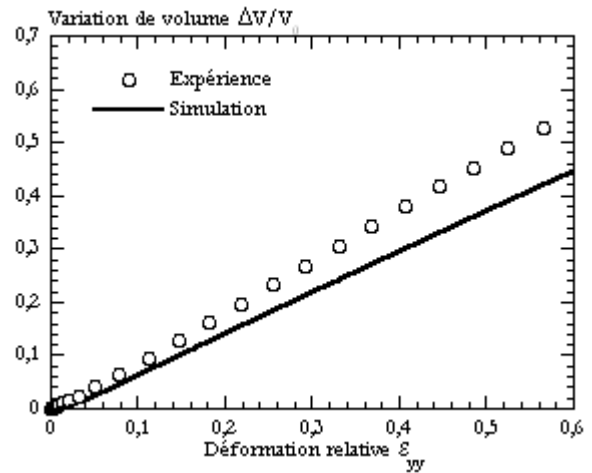


Fig. V-66 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille circulaire du BMT222.

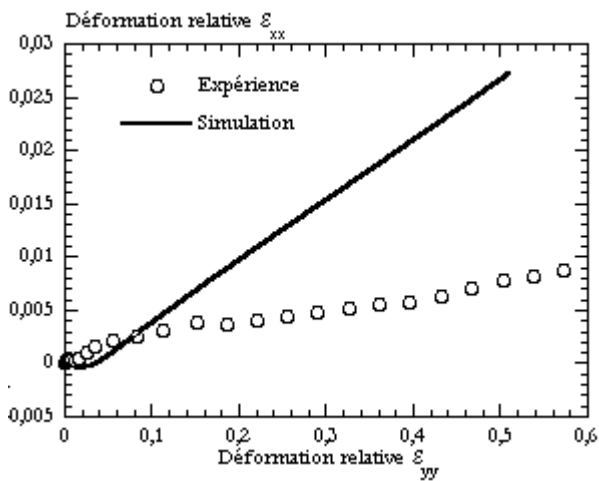


Fig. V-67 Evolution de la déformation transverse mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille en V du BMT222.

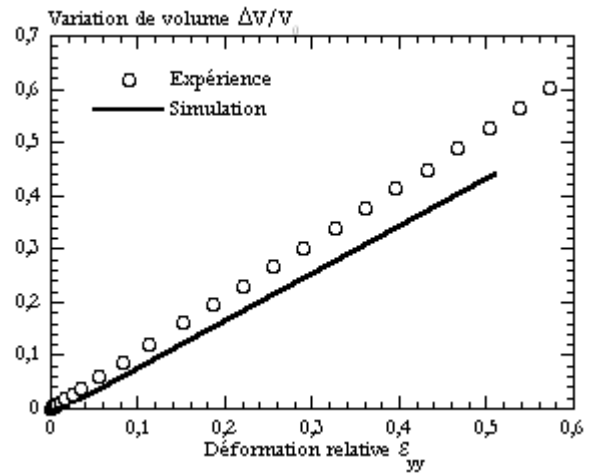


Fig. V-68 Evolution de la variation de volume mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille en V du BMT222.

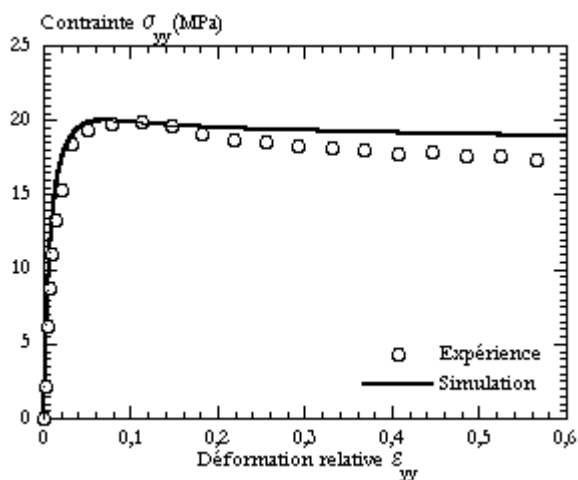


Fig. V-69 Reproduction de la contrainte moyenne en traction sur éprouvette à entaille circulaire du BMT222.

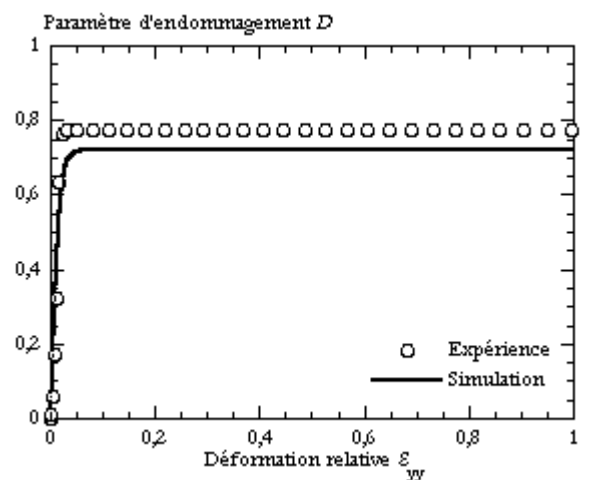


Fig. V-70 Evolution de la variable d'endommagement mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille circulaire du BMT222.

La reproduction de l'évolution de la contrainte moyenne est très satisfaisante pour les deux géométries d'entaille (Fig. V-69 et Fig. V-71). Par voie de conséquence, la force (Fig. V-73 et Fig. V-74) est reproduite à moins de 5 % près, c'est-à-dire dans la fourchette de l'incertitude expérimentale qui est de l'ordre de  $\pm 10$  %.

Il est toutefois important de noter que l'adoucissement de la courbe expérimentale aux déplacements supérieurs à 1,5 mm est perturbé par l'apparition de fissures macroscopiques à cœur des éprouvettes (chapitre III), phénomène non reproduit par le modèle numérique.

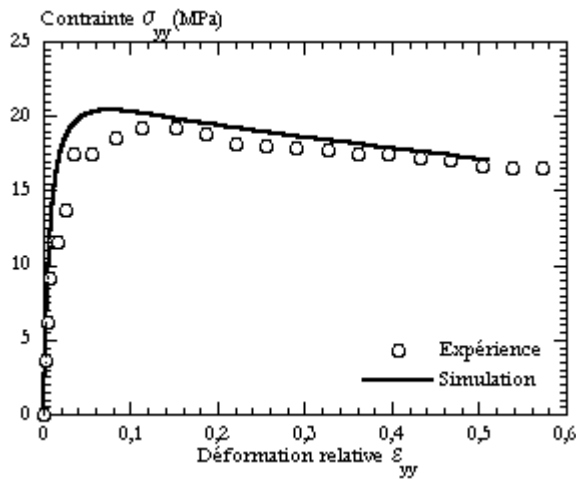


Fig. V-71 Reproduction de la contrainte moyenne en traction sur éprouvette à entaille en V du BMT222.

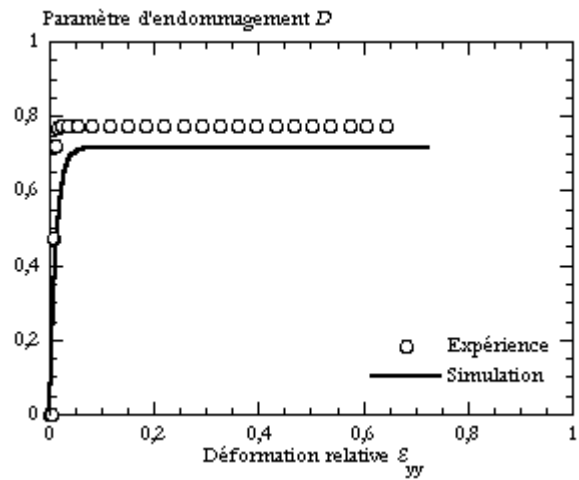


Fig. V-72 Evolution de la variable d'endommagement mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille en V du BMT222.

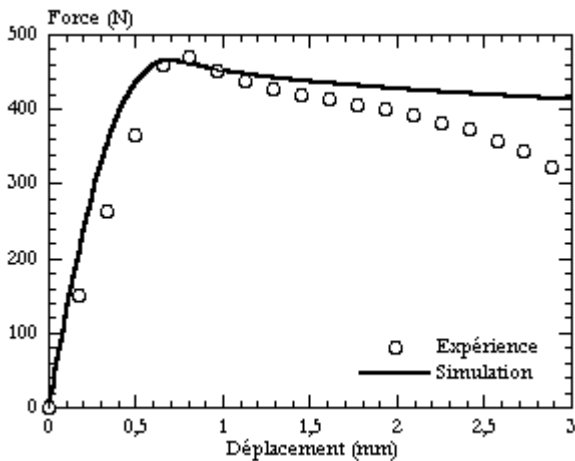


Fig. V-73 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille circulaire du BMT222.

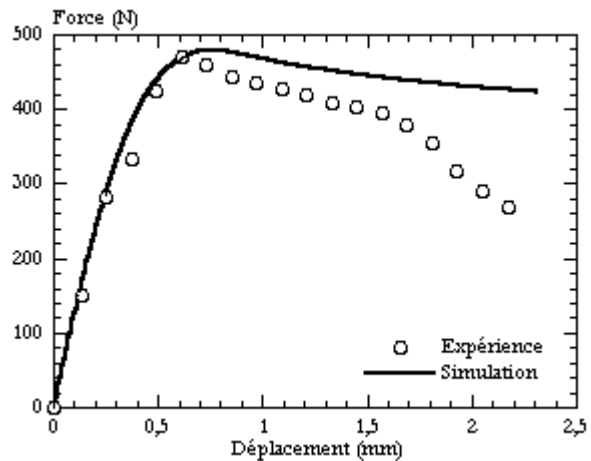


Fig. V-74 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais de traction sur éprouvette à entaille en V du BMT222.

**V.5.E. CONCLUSION**

Notre modèle fait intervenir des paramètres identifiables sur la base d'essais simples décomposée en traction monotone, compression et traction cyclique.

Il reproduit correctement l'ensemble de nos essais de laboratoire en terme de grandeurs globales (force, déplacement). Cet accord s'accompagne d'une représentation des grandeurs locales acceptables même dans le cas de fortes localisations. Ainsi, le modèle numérique reproduit partiellement la dissymétrie traction-compression et permet de prévoir les variations de volume observées lors de traction ainsi que les localisations de déformations en présence d'entailles.

Négliger la viscoélasticité est pénalisant lors de sollicitations non monotones, mais reste admissible dans les autres cas. Par contre, le choix d'un endommagement isotrope conduit à des erreurs significatives sur certains types de chargement du matériau non chargé. Par contre, la prise en compte d'une plasticité piézo-dépendante est globalement satisfaisante.



Pour aller plus loin dans notre validation, nous allons tenter de reproduire un essai plus complexe (de type Arcan) et réalisé sur un matériau proche de celui de notre étude mais de formulation différente. Afin de juger de l'apport dans un contexte industriel de la loi de comportement thermodynamique endommageable proposée dans ce travail, nos résultats seront comparés à ceux obtenus par la simulation des essais d'Arcan avec le logiciel PamCrash™ en employant une loi viscoplastique de type G'Sell-Jonas [6,7] à laquelle une modification du terme de durcissement a été apportée.

## V.6. EXTRAPOLATION AUX ESSAIS D'ARCAN

### V.6.A. PRESENTATION DES ESSAIS

Le montage Arcan est constitué de deux disques métalliques symétriques présentant chacun une série de points de fixation angulairement répartis sur leur périphérie (Fig. V-75) et qui permettent de fixer le montage sur les mors d'une machine de traction standard. C'est en changeant la position des points de fixation des disques que différentes combinaisons de chargement en traction/cisaillement peuvent être obtenues et appliquées aux éprouvettes placées au centre du montage. Les essais ont été conduits à une vitesse de traverse constante de  $10 \text{ mm/min}$  à température ambiante. Quatre angles différents ont été testés :

- $0^\circ$  : correspond à une configuration de traction ;
- $90^\circ$  : correspond à un chargement en cisaillement ;
- $30$  et  $60^\circ$  : correspondent à des états de chargements combinés.

Cette campagne d'essais et les simulations avec la loi viscoplastique ont été conduites par la société Visteon sur un matériau qui n'est pas un des deux étudiés ici. Il s'agit toutefois d'un mélange voisin de notre matériau chargé, il sera désigné par BMT225. Ce polymère est un polypropylène copolymère pigmenté et chargé minéral à  $20 \text{ m\%}$ . La principale différence entre le matériau de la thèse (BMT222) et le BMT225 est que ce dernier ne contient pas de nodules d'élastomères. Ses caractéristiques générales fournies par le producteur sont très proches de celles du BMT222.



Fig. V-75 Montage expérimental des essais Arcan [19].

Plutôt que de reproduire toute la campagne de caractérisation mécanique, nous avons pris le parti d'ajuster par essais/erreurs les paramètres du BMT222 pour reproduire un essai de traction sur le BMT225 (paramètres donnés au Tableau V-7). On constatera qu'ils sont différents essentiellement dans la partie viscoplastique du modèle (Tableau V-3 et Tableau V-7). Les paramètres d'endommagement sont ceux du matériau de la thèse. Notons que les paramètres de la loi visco plastique utilisée dans PamCrash® ont aussi été ajustés sur l'essai à  $0^\circ$ .

Les éprouvettes ont été entièrement maillées de mailles hexaédriques à 8 nœuds d'environ  $1 \text{ mm}^3$  (Fig. V-76). Les conditions aux limites sont celles appliquées aux éprouvettes au cours des expériences avec une tête entièrement fixe et une tête mobile à une vitesse de déplacement imposée.

<b>Elasticité</b>	$E$ (MPa)	$\nu$			
	2200	0,3			
<b>Endommagement</b>	$Y_{th}$ (MPa)	$Y_0$ (MPa)	$s$	$D_c$	
	-	0,35	0,5	0,76	
<b>Viscoplasticité</b>	$\sigma_Y$ (MPa)	$K$ (MPa.s)	$N$	$J_{1c}$ (MPa)	$a$
	13	20	4	2	0,13
<b>Ecrouissage</b>	$Q_1$ (MPa)	$b_1$	$b_3$ (MPa)	$b_4$ (MPa)	$b_5$ (MPa)
	300	100	4,6	-4,5	2

Tableau V-7 Jeu de paramètres de la loi de comportement endommageable pour le matériau BMT225.

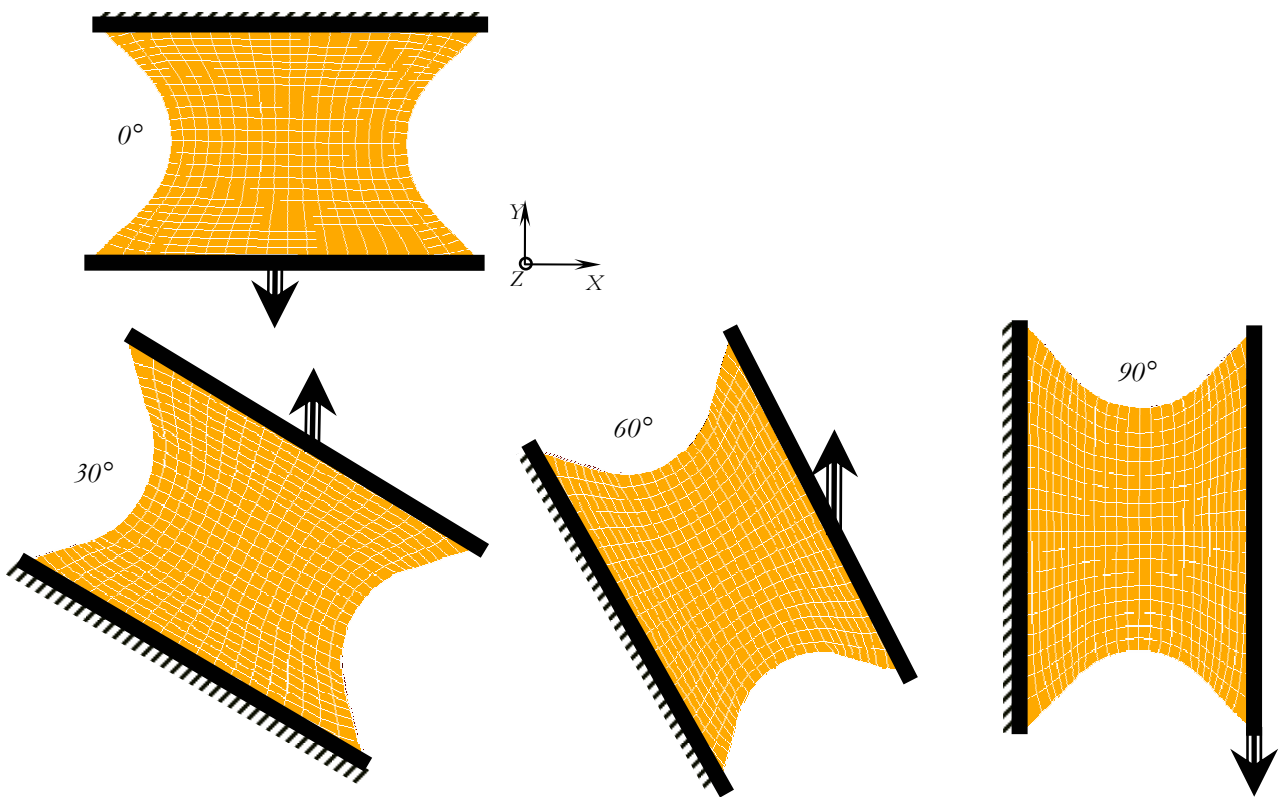


Fig. V-76 Maillage utilisé pour la simulation numérique d'essais d'Arcan.

### V.6.B. VALIDATION A PARTIR DES GRANDEURS GLOBALES

Les mesures expérimentales sont comparées aux valeurs issues de la simulation numérique avec notre loi de comportement (Fig. V-77) et avec la loi viscoplastique (Fig. V-78).

Le modèle numérique que nous avons développé reproduit les valeurs expérimentales aussi bien pour un chargement en traction ( $0^\circ$ ) qu'en cisaillement ( $90^\circ$ ) et ceci jusqu'à l'apparition de l'adoucissement lié probablement à l'amorçage de fissures. Par contre, la force est surévaluée pour les chargements mixtes à  $30$  et  $60^\circ$  mais l'allure des courbes est respectée. Il convient de se rappeler que nous extrapolons des résultats d'un matériau à un autre, or les phénomènes liés notamment à la plasticité ou l'endommagement peuvent être différents du fait de l'absence des nodules d'élastomères et nécessiter un traitement différent au niveau de la loi de comportement.

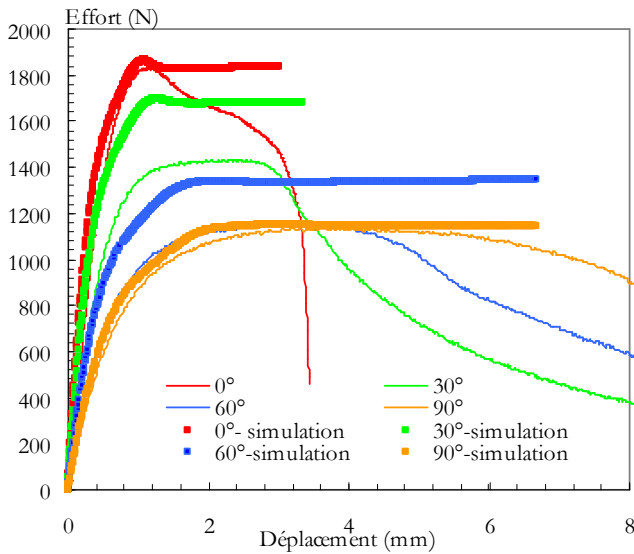


Fig. V-77 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais d'Arcan du BMT225. Simulation menée avec notre loi thermodynamique endommageable.

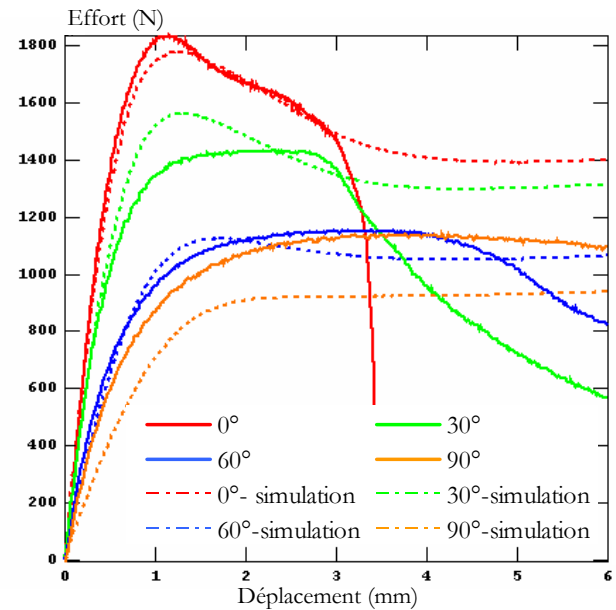


Fig. V-78 Evolution de la force mesurée ou issue de la simulation d'essais d'Arcan du BMT225. Simulation menée avec une loi viscoplastique de type G'Sell-Jonas.

La loi viscoplastique permet de reproduire le niveau de la force mais pas l'allure de la courbe force-déplacement à  $30^\circ$  et  $60^\circ$ . En effet, le calcul exacerbe l'importance du crochet et de l'adoucissement qui s'en suit. La loi viscoplastique est par contre moins efficace pour l'essai de cisaillement que la loi thermodynamique.

Il est difficile à la seule vue de ces courbes de conclure quant à une réelle meilleure modélisation d'une des deux approches. Rappelons ici que nous n'avons pas caractérisé le matériau BMT225. Peut être aurions-nous obtenu de meilleurs résultats si nous avions pu le caractériser plus complètement. L'accord sur la force avec la loi de G'Sell-Jonas ne garantit pas une bonne reproduction des contraintes et déformations. Sur ces points là, notre modèle, quoiqu' imparfait, a été validé.

L'intérêt de notre modèle apparaîtra sur l'analyse des déformées et des lieux de rupture car il tient compte des phénomènes physiques de cavitation et d'endommagement.

### V.6.C. RUPTURE

A partir des champs d'iso-valeurs de différentes grandeurs intrinsèques au moment de la rupture et en comparaison au faciès de rupture des éprouvettes, nous allons nous employer à vérifier les conditions favorables à l'amorçage de la rupture. Ces comparaisons peuvent également nous renseigner sur la qualité prédictive de notre modèle des phénomènes de localisation. Notons que l'instant de la rupture est considéré comme étant celui de l'amorçage de l'adoucissement final sur les courbes force-déplacement.

#### Essai à $0^\circ$ :

Les champs de pression hydrostatique, déformation longitudinale et contrainte de von Mises calculés soulignent une double localisation de la déformation au centre et au niveau du raccord entre le flanc et l'arrondi de l'entaille. La rupture a lieu dans la zone du ligament où deux effets se conjuguent : une concentration d'une pression hydrostatique dilatationnelle et une déformation en traction maximale (Fig. V-79), mais pas sur les lieux de contrainte de von Mises maximale.

#### Essai à $30^\circ$ :

Nous pouvons tirer les mêmes conclusions pour les essais à  $30^\circ$ . En effet, la photo de l'éprouvette rompue montre que deux fissures sont amorcées de chaque côté de l'éprouvette au niveau du raccord entre le plat et