

Chapitre 5

Bâtiment bizona

5.1 Description du bâtiment

Nous abordons maintenant une structure thermique plus complexe que la paroi tricouche traitée précédemment. Il s'agit d'un bâtiment bizona qui, comme son nom l'indique, se compose de deux pièces (on dit aussi deux zones). La zone *nord* est assez inerte (isolation et petite surface vitrée) et la zone *sud* largement vitrée (15% de sa surface sud). Le mur mitoyen est constitué d'une couche de béton de 5cm seulement afin de favoriser les échanges dynamiques entre les deux zones. Une porte supposée ouverte sépare les deux zones et fait intervenir un échange d'air de $0.001m^3s^{-1}$ réciproque entre les deux zones. La figure 5.1 donne la description du bâtiment étudié.

L'intérêt de cet exemple est d'étudier le comportement de la méthode d'amalgame lorsque plusieurs composants sont thermiquement couplés et sollicités par plusieurs excitations (flux solaire et température d'air extérieur sur l'ensemble des composants de l'enveloppe du bâtiment). Mais avant de présenter les résultats de notre démarche, nous allons faire une étude préliminaire de la réduction au moyen de la troncature modale. On retrouvera alors une partie de nos conclusions sur la troncature modale (§2.2).

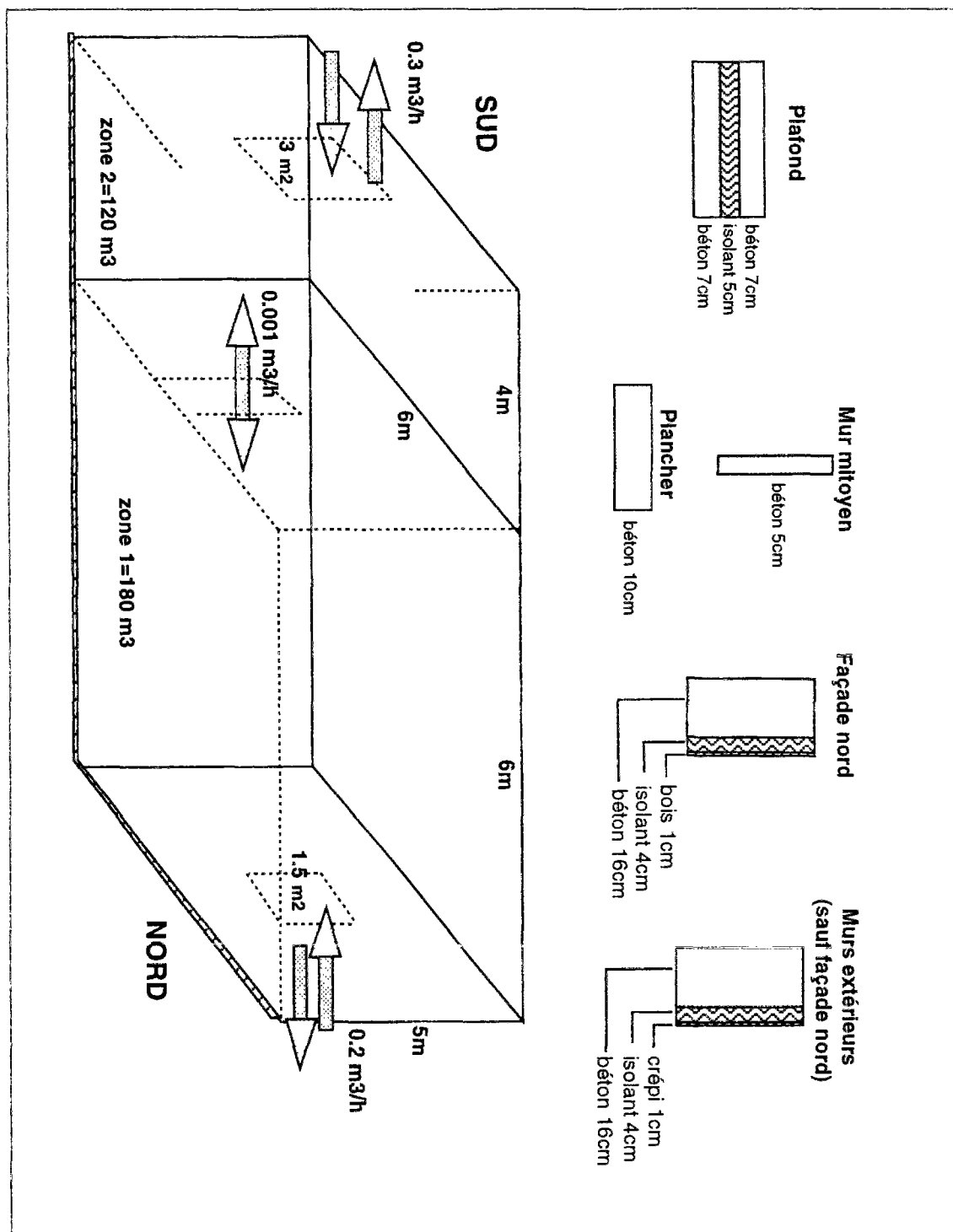


Figure 5.1: Description du bâtiment bizona.

numéro	Heures	Minutes	Secondes	numéro	Heures	Minutes	Secondes
1	11	59	5.29	11	2	51	45.74
2	8	6	2.94	12	2	45	52.92
3	7	44	0.57	13	2	0	44.60
4	7	42	20.94	14	0	44	22.66
5	7	42	8.87	15	0	41	32.97
6	7	42	4.95	16	0	40	4.35
7	7	27	18.58	17	0	40	4.34
8	6	24	30.18	18	0	40	4.31
9	3	48	20.24	...			
10	3	45	54.01	174	0	0	10.23

Tableau 5.1: Constantes de temps du bâtiment bizona.

5.2 Etude préliminaire

Le modèle d'état modal du bâtiment bizona a été obtenu grâce au logiciel $m2m^1$ qui utilise la méthode des différences finies. Le modèle est de dimension 174, c'est à dire reposant sur 174 modes propres. Le nombre de nœuds est égal à celui des modes propres. On donne dans le tableau 5.1 quelques constantes de temps caractéristiques du bâtiment étudié. Les modes propres $V_1(M) \cdots V_{10}(M)$ sont donnés dans les figures 5.2 et 5.3. Pour faciliter la lecture des modes propres et des figures qui vont suivre, les différents composants du bâtiment ont été numérotés comme indiqué sur le tableau 5.2 ci-après. On retrouve cette numérotation sur le mode 1.

L'examen des constantes de temps et des modes propres du bâtiment permet de faire deux remarques:

- Il existe des constantes de temps numériquement voisines. Tel est le cas pour les cinq constantes de temps $\tau_3 \cdots \tau_7$. D'autre part, on trouve dans le bâtiment cinq parois identiques dans leur structure: il s'agit des composants 4,6,7,8, et 9 du tableau 5.2. Les modes propres associés à ces cinq constantes de temps, c'est à dire $V_3(M) \cdots V_7(M)$, sont spatialement localisés dans les cinq composants cités. Si les cinq constantes de temps sont numériquement voisines, il n'en est pas de même pour l'aspect spatial des modes propres associés. En fait, on peut montrer [49] que s'il y a m parois identiques alors il y a des valeurs propres multiples. L'ordre de multiplicité est $m-1$. Les modes propres associés aux valeurs propres multiples sont localisés strictement dans les parois, en particulier les volumes d'air ne sont pas excités dans ces modes (on dit que ces modes sont inobservables sur l'air). Il existe un mode dont la valeur propre est proche de la valeur multiple mais distincte. Le mode associé est cette fois observable sur l'air

¹ $m2m$, Logiciel générateur de modèles modaux de bâtiments multizones, Groupe Informatique et Systèmes Energétiques (GISE), Ecole des Mines de Paris - Ecole Nationale des Ponts et chaussées.
Auteur: G. Lefebvre.

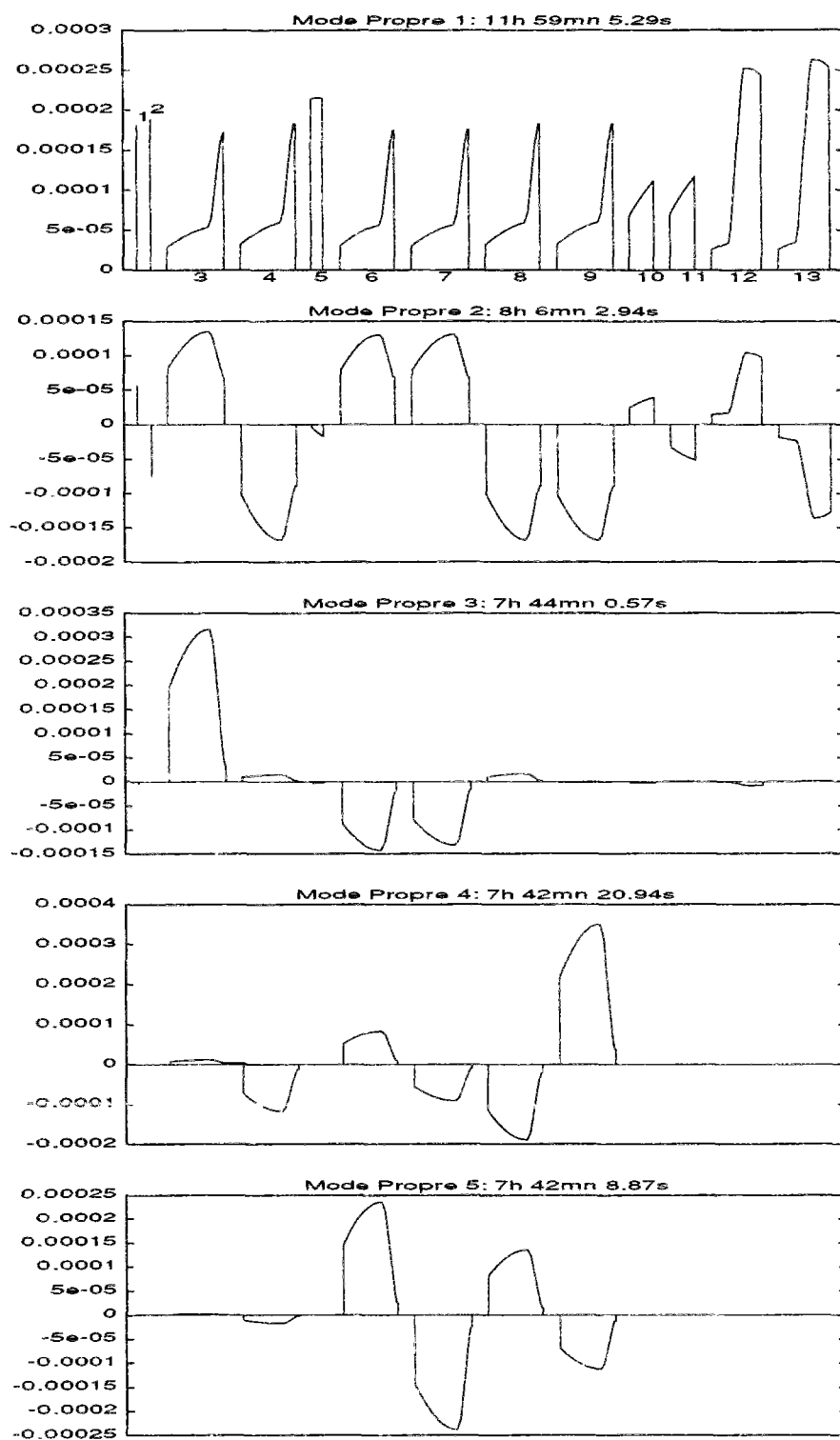


Figure 5.2: Modes propres 1 à 5 du bâtiment bizona.

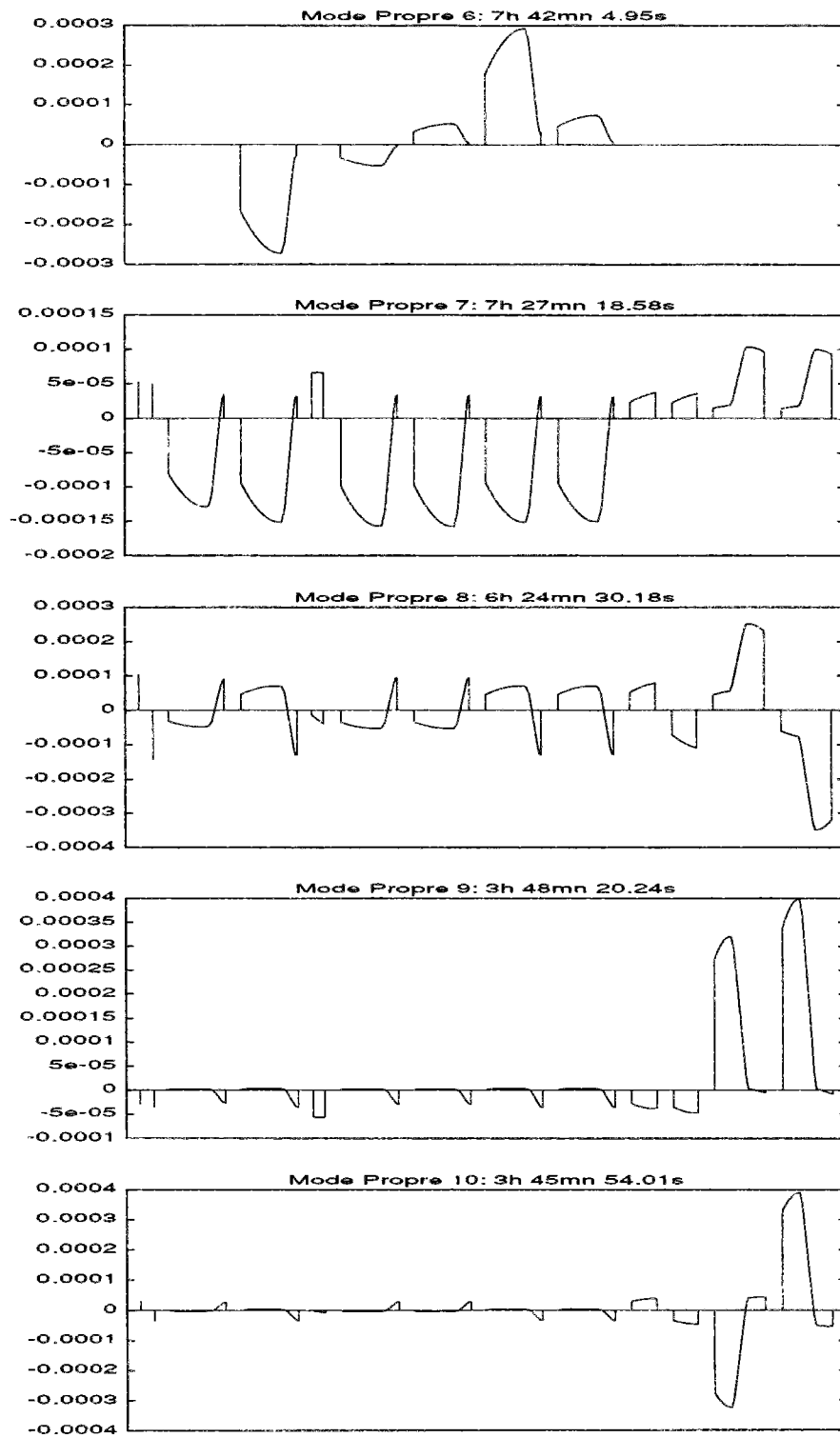


Figure 5.3: Modes propres 6 à 10 du bâtiment bizona.

Composant	Numéro
zone 1	1
zone 2	2
mur nord	3
mur sud	4
mur mitoyen	5
mur ouest 1 (chambre nord)	6
mur est 1 (chambre nord)	7
mur ouest 2 (chambre sud)	8
mur est 2 (chambre sud)	9
Plancher 1 (chambre nord)	10
Plancher 2 (chambre sud)	11
Plafond 1 (chambre nord)	12
Plafond 2 (chambre sud)	13

Tableau 5.2: Numérotation des composants du bâtiment bizonne.

et sa forme spatiale dans les parois identiques est semblable (cas du mode 7). La faible densité de notre maillage explique le fait que numériquement, $\tau_3 \cdots \tau_6$ sont différentes. La démonstration n'est rigoureusement établie que dans le cas où il n'existe pas de couplage par rayonnement entre les parois, mais seulement des échanges de type convection. Nous reprendrons ce point ci-dessous.

► La décroissance des constantes de temps n'est pas rapide. En effet, la dixième constante de temps a encore une valeur de $0.3\tau_1$.

Les deux remarques précédentes permettent de prévoir dès maintenant l'effet de la troncature modale sur le modèle. En effet, le caractère localisé des modes propres autorise généralement une troncature pour une (ou quelques) sortie donnée. Il est alors préférable de sélectionner les modes propres importants relativement au couple entrée-sortie en question (méthode de type Litz décrite au §2.2.3). Pour illustrer ceci, considérons le couple

sortie: température d'air de la zone 1 (T_{zone1}).

entrée: échelon unitaire de température extérieure (T_{ext}).

pour lequel nous mettons en œuvre une réduction à l'ordre 6 par troncature modale. Le spectre de la réponse indicielle² associé au couple entrée-sortie est donné dans la figure

²Rappel: lorsque toutes les sollicitations sont nulles sauf la $j^{\text{ème}}$ composante qui est égale à un échelon de Heaviside, la $i^{\text{ème}}$ sortie est donnée par

$$y_{ij} = S_{ij} \left(1 - \sum_{m=1}^N \frac{H_{im} B_{mj}}{S_{ij}} e^{-\lambda_m t} \right)$$

et les quantités réelles $\left(\alpha_{ij}^m = \frac{H_{im} B_{mj}}{S_{ij}} \quad m = 1 \cdots N \right)$ sont les valeurs des raies associées aux différents

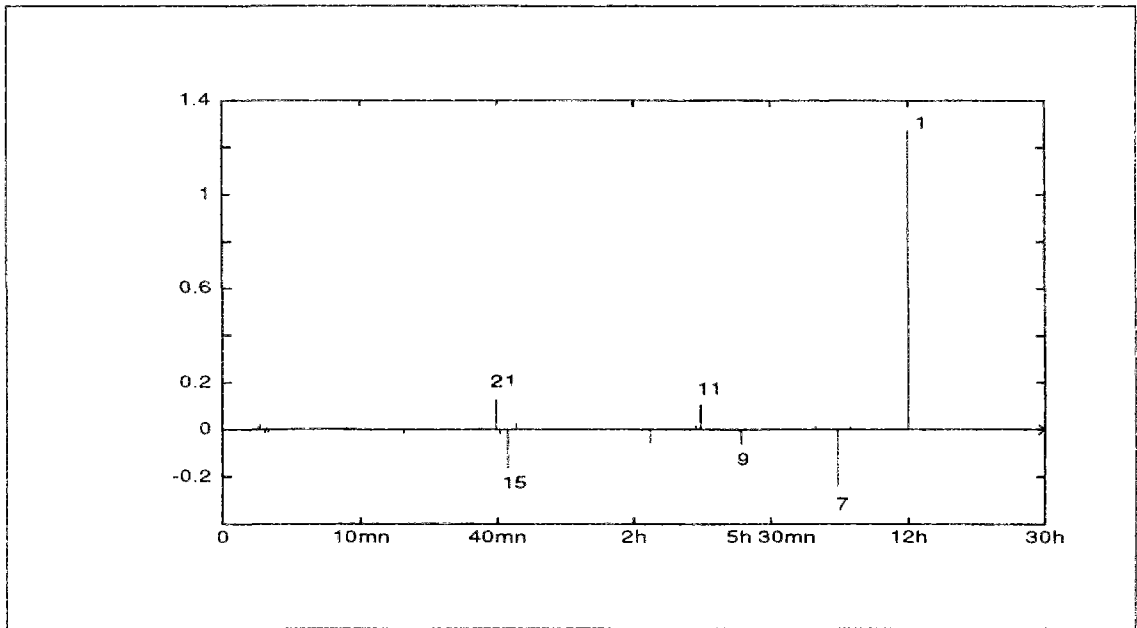


Figure 5.4: Spectre de réponse indicielle de la zone 1 à un échelon unitaire de T_{ext} .

5.4: dans l'ordre décroissant des hauteurs de raies, les modes propres importants sont **1,7,15,21,11 et 9**.

Remarquons que les modes 3,4,5 et 6 ne sont pas sélectionnés par le critère de Litz. En fait, en regardant leurs formes spatiales (figures 5.2 et 5.3), on voit qu'ils ont des amplitudes insignifiantes au niveau des deux zones. Il sont donc inobservables pour ces deux sorties. Mais l'inobservabilité n'est pas intrinsèque car elle est relative à un petit nombre de sorties. Le critère de Litz reposant sur l'observabilité (et la commandabilité), les modes 3,4,5 et 6 ne peuvent être sélectionnés. Par contre, pour d'autres critères (les critères énergétiques par exemple), on ne peut pas garantir que les modes de ce type aient systématiquement des dominances faibles.

Les différents critères de troncature esquissés au §2.2 sont testés ici. Les modes sélectionnés par les différents critères sont résumés dans le tableau 5.3. Les critères de type énergétique (dominance et dominance pondérée) donnent ici les mêmes résultats.

La figure 5.5 montre les évolutions temporelles de la sortie T_{zone1} données par les quatre méthodes de troncature que nous venons de citer. On y remarque que la troncature selon le critère de Marshall est la plus dégradée de $t = 0$ à $t = 28h$ environ: les constantes de temps 1 à 6 concernent les temps d'évolution lente. Le meilleur modèle tronqué est donné par le critère de Litz qui sélectionne des modes propres mieux répartis dans le temps et

modos propres. La méthode de Litz convient alors de considérer comme importants les n modes ayant les raies les plus grandes.

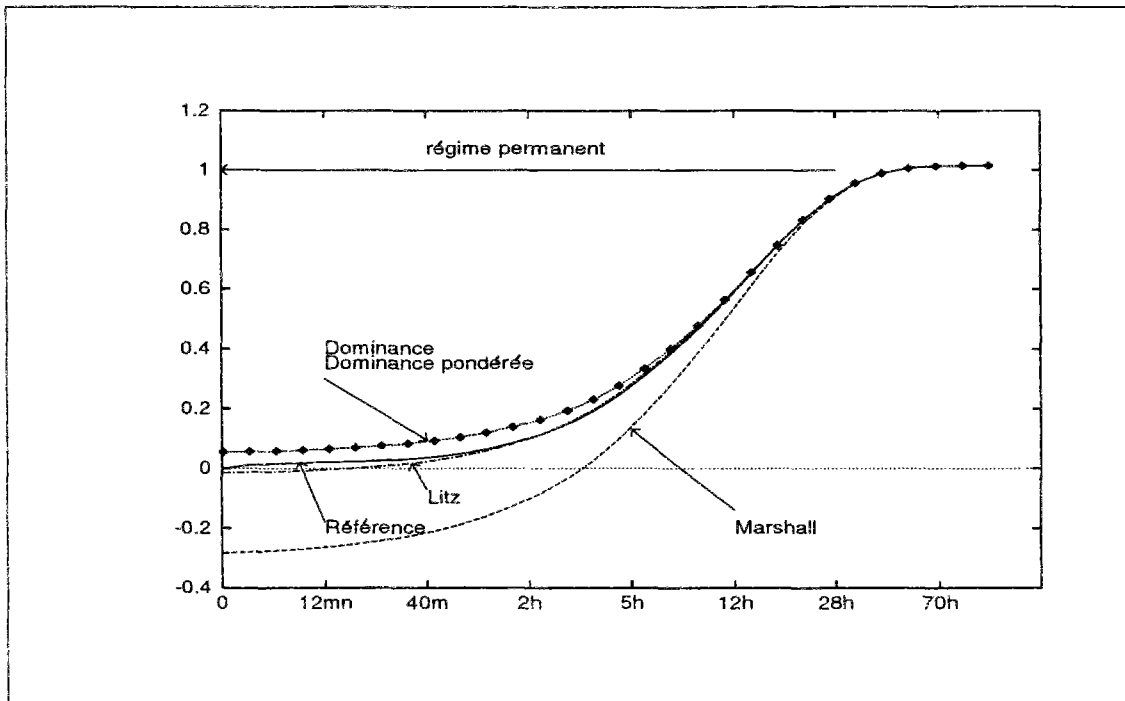


Figure 5.5: Réponse indicielle de la T_{zone1} donnée par les différents modèles tronqués.

critère	modes importants dans l'ordre de sélection
Marshall	1, 2, 3, 4, 5, 6
Litz	1, 7, 15, 21, 11, 9
Dominance	1, 7, 5, 9, 3, 6
Dominance pondérée	1, 7, 9, 5, 3, 6

Tableau 5.3: Sélection des modes par les différents critères de troncature modale

d'amplitude importante au niveau de la zone 1. Les critères énergétiques (dominance et dominance pondérée) donne une courbe biaisée mais acceptable car l'écart ponctuel avec la courbe de référence ne dépasse pas $0.05^{\circ}C$. L'avantage des critères énergétiques est de présenter des résultats similaires à ceux de la figure 5.5 quel que soit le point de sortie. En effet, les critères énergétiques ordonnent les modes propres d'après leurs rôles pour l'ensemble des nœuds et des sollicitations. Ceci n'est pas le cas pour le critère de Litz qui demande une sélection de modes pour chaque sortie observée.

5.3 Amalgame modal

Le modèle modal élaboré (dimension 174) va être réduit en utilisant ici la version automatique de la méthode d'amalgame. Autrement dit, nous allons rechercher le plus petit modèle réduit vérifiant la contrainte³

$$\overline{\mathcal{M}} < \overline{\mathcal{M}}_{max}$$

Le tableau 5.4 ci-dessous les dimensions n respectant quelques contraintes d'erreur.

contrainte $\overline{\mathcal{M}}_{max}$ ($^{\circ}C$)	ordre n du modèle réduit
0.1	1
0.05	2
0.01	6
0.005	9
0.001	14

Tableau 5.4: Exemples de contraintes d'erreur et de valeurs "n" correspondant.

5.3.1 Les sous-espaces d'amalgame

A titre d'exemple, considérons le cas où $\overline{\mathcal{M}}_{max} = 0.01$ $^{\circ}C$. La plus petite dimension du modèle amalgamé respectant cette contrainte d'erreur est $n = 6$ (ce choix permet ici de comparer au modèle de §5.2). Les sous-espaces d'amalgame correspondants sont donnés dans le tableau 5.5 ci-dessous où les modes principaux sont encadrés. Les sous-espaces sont donnés selon l'ordre dans lequel les modes principaux ont été trouvés. Seul le premier mode propre n'est pas modifié. Remarquons que les modes **1,5,7 et 9** ont été aussi sélectionnés par les deux critères énergétiques.

5.3.2 Les modes amalgamés

Nous nous intéressons au troisième sous-espace d'amalgame composé du mode principal $V_{11}(M)$ et des modes mineurs $V_{12}(M)$ et $V_{13}(M)$. Nous avons choisi ce sous-espace parce qu'il contient un nombre faible de modes propres ce qui facilite notre illustration. Le mode amalgamé résultant de ce sous-espace est donné par

$$\tilde{V}_3(M) = \omega_3(1) V_{11}(M) + \omega_3(2) V_{12}(M) + \omega_3(3) V_{13}(M)$$

³Pour la signification de $\overline{\mathcal{M}}$, on peut se référer au §3.5.

sous-espace	1	2	3	4	5	6
composition	1	7 2, 3	11 12, 13	9 10	15 14, 19	5 4, 6
en modes		8			20, 21, 25, 26	16, 17, 18, 22 23, 24, 30, 31 ... 40, 70, 71, 72 76, 77, 78, 86
	dim 1	dim 4	dim 3	dim 2	dim 145	dim 19

Tableau 5.5: répartition de l'espace des modes propres en 6 sous-espaces d'amalgame

$$\text{avec: } \omega_3(1) = 1.000 \quad \omega_3(2) = -0.161 \quad \omega_3(3) = -0.303$$

Cette combinaison linéaire est représentée dans la figure 5.6. La modification apportée au mode principal est intéressante à interpréter:

Les deux zones évoluent quasiment de la même manière. Les thermogrammes des modes 11, 12 et 13 montrent que les composants 5 (mur mitoyen), 10 (plancher 1), 11 (plancher 2), 12 (plafond 1) et 13 (plafond 2) sont fortement excités. La combinaison linéaire est réalisée de telle sorte que l'effet du mur mitoyen soit "effacé". En effet, le mur mitoyen, ne joue plus le rôle de barrière thermique si les deux zones évoluent de la même façon. Le mode amalgamé simplifie le bâtiment en "une zone équivalente couplée aux composants 10, 11, 12 et 13. Les composants 10 et 11 ont la même amplitude dans le mode amalgamé. Il en est de même pour les composants 12 et 13.

5.3.3 Simulation de l'évolution thermique

Nous nous intéressons ici à l'évolution thermique de l'ensemble des composants du bâtiment bizone. Les résultats qui suivent sont obtenus pour la situation suivante

- ▶ Plage temporelle $\mathcal{D}_t = [0, \infty]$.
- ▶ La seule entrée non-nulle est T_{ext} qui est un échelon unitaire.
- ▶ Champ de température initial nul.

Dans une première étape, les modèles que nous testons sont au nombre de trois:

- ▶ Le modèle tronqué obtenu par le critère de Marshall, et qui repose sur les modes 1,2,3,4,5 et 6. Ce modèle est noté **(M.Mar)**

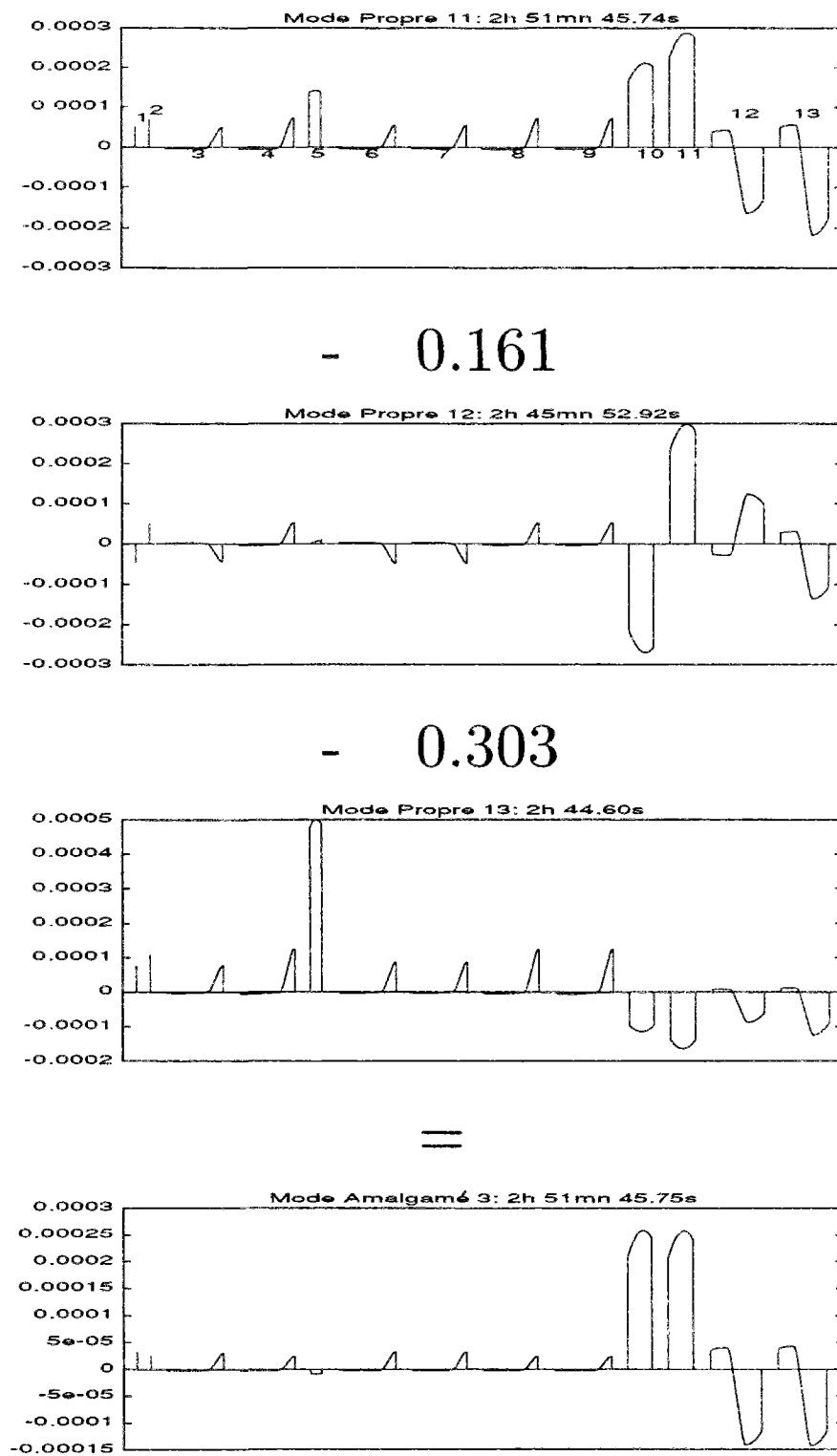


Figure 5.6: Obtention du troisième mode amalgamé

- ▶ Le modèle principal reposant sur les 6 modes principaux qui sont 1,5,7,9,11 et 15. On le note (M.Pri)
- ▶ Le modèle amalgamé d'ordre 6 qui vérifie $\overline{M} < 0.01^\circ C$. On le désignera par (M.Ama)

Comme auparavant, pour repérer les différents composants du bâtiment, nous gardons la numérotation du tableau 5.2. On place sur l'axe "x" les composants du bâtiment⁴. Sur cet axe, on laissera entre deux composants successifs un espace symbolique mais nécessaire à la lisibilité de la figure. L'axe "y" représente le temps. L'échelle utilisée est de type logarithmique. L'axe "z" (vertical) est la température.

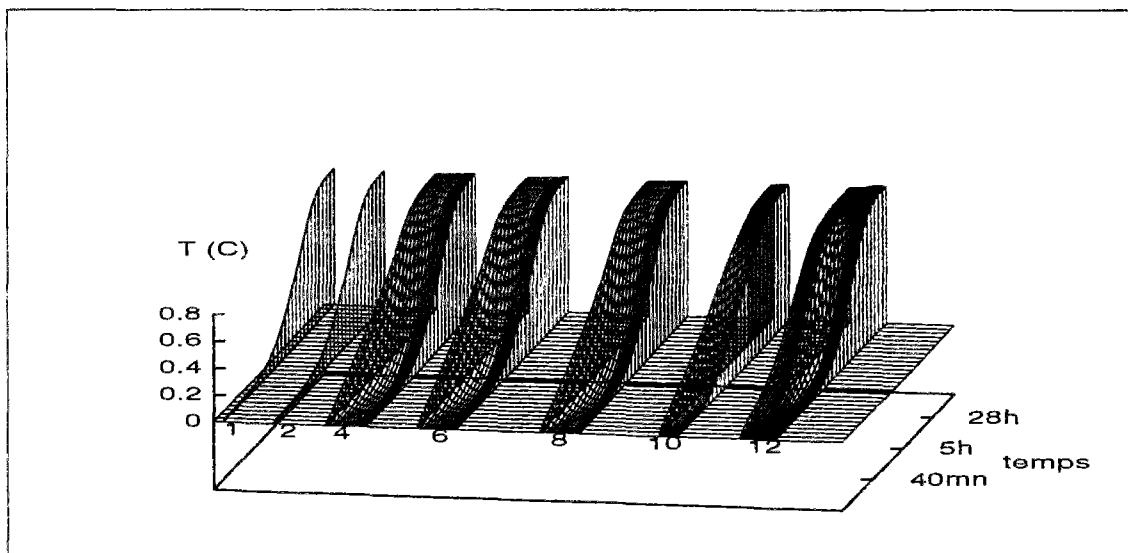


Figure 5.7: Réponse en température de quelques composants du bâtiment (M.Ref).

On peut voir sur la figure 5.7 l'évolution dans le temps des composants 1,2,4,6,8,10 et 12 du bâtiment. Le nombre de composants est volontairement limité à sept par souci de clarté de la figure. Le régime permanent est atteint par l'ensemble des composants à partir de $t = 50h$ environ.

⁴En fait sur l'axe des "x", chaque composant est figuré proportionnellement à sa dimension caractéristique (son épaisseur). Cela suffit car la diffusion thermique est ici supposée être monodimensionnelle dans les parois. Pour les zones d'air, elle sont représentées chacune par un point puisqu'on admet l'homogénéité de la température d'air.

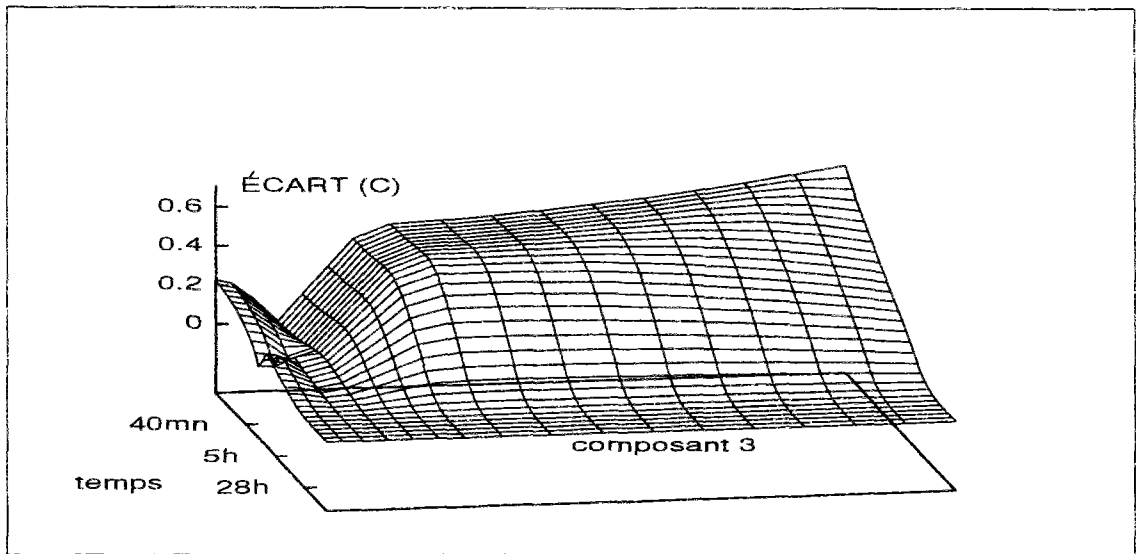


Figure 5.8: Ecart spatio-temporel de température entre (M.Mar) et (M.Ref).

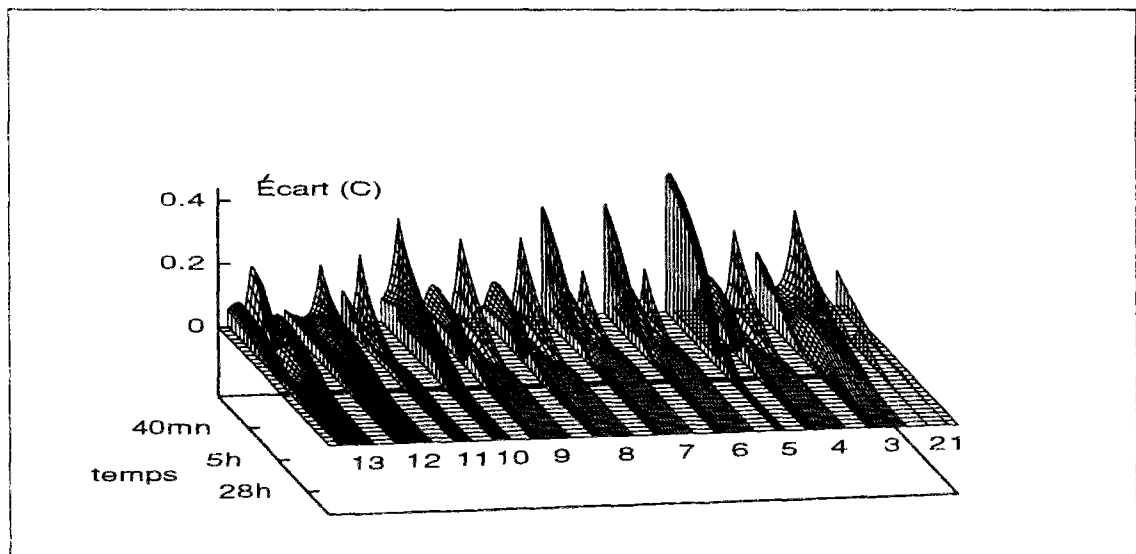


Figure 5.9: Ecart spatio-temporel de température entre (M.Pri) et (M.Ref).

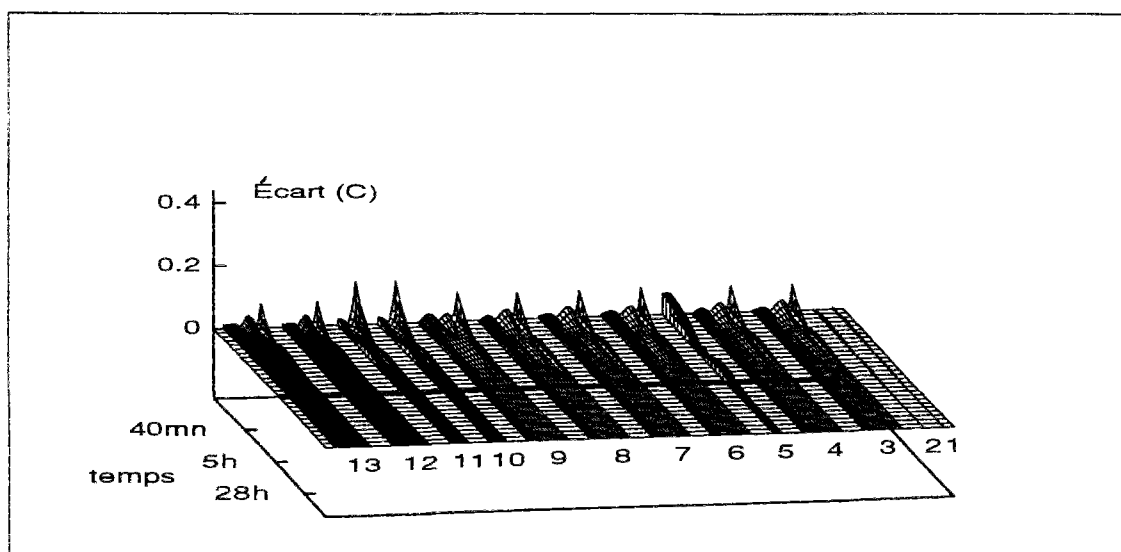


Figure 5.10: Écart spatio-temporel de température entre (M.Ama) et (M.Ref).

Pour comparer les quatre modèles cités ci-dessus, nous allons procéder comme pour le cas de la paroi tricouche étudiée: tracer le champ écart spatio-temporel entre chaque modèle et la référence (M.Ref).

La figure 5.8 montre l'écart spatio-temporel de température entre (M.Mar) et (M.Ref) pour le composant 3 du bâtiment (mur nord). Par souci de clarté, nous avons limité cette figure à un seul composant. Les résultats sont similaires avec tous les autres composants. Les erreurs du (M.Mar) dépassent 0.6°C au début de l'évolution thermique.

L'écart entre le (M.Pri) et (M.Ref) est donné sur la figure 5.9. Le maximum d'erreur se situe sur le composant 5 (mur mitoyen) et est d'environ 0.4°C . Les erreurs restent grandes mais décroissent beaucoup plus rapidement que dans le cas précédent (critère de Marshall).

A l'exception du premier mode principal, les autres modes principaux sont corrigés par amalgame modal. Le tableau 5.5 permet de voir la répartition des modes mineurs autour des modes principaux avant la correction. La figure 5.10 montre l'écart spatio-temporel entre (M.Ama) et (M.Ref). On remarque immédiatement que le niveau général de l'erreur est beaucoup plus faible que dans les deux cas précédents: le maximum d'erreur qui se situe au début de la simulation reste inférieur⁵ à 0.1°C , et ceci dans chaque composant. Dès que le temps de simulation dépasse 10mn, l'erreur reste inférieure à 0.005°C .

⁵l'écart maximal constaté numériquement est de 0.08°C .

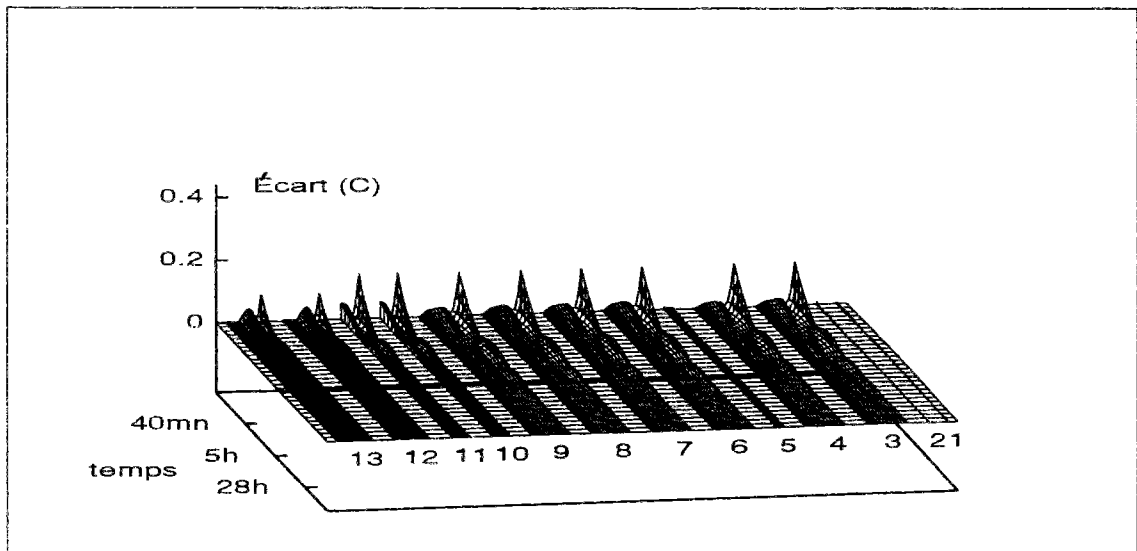


Figure 5.11: Écart spatio-temporel de température entre (M.Agr) et (M.Ref).

5.3.4 Réduction par l'agrégation

Nous avons mis en œuvre la méthode d'agrégation de Michaïlesco résumée au §2.3.2. Afin de pouvoir effectuer une simple comparaison avec notre démarche, le modèle réduit recherché est d'ordre 6. La méthode d'agrégation a été mise en œuvre en considérant les sorties en température aux 174 nœuds de la discrétisation. Les modes sélectionnés par ordre décroissant de leurs contributions énergétiques sont: **1,7,9,11,13** et **15**. Sur cet exemple, les modes dominants sélectionnés par la méthode d'agrégation ne diffèrent des modes principaux que peu: c'est le mode 13 qui est retenu au lieu du mode 5 (voir tableau 5.5). L'écart spatio-temporel de température entre (M.Agr) et (M.Ref) est représenté sur la figure 5.11. On notera que les résultats sont de même qualité que ceux de la figure 5.10. L'erreur très légèrement supérieure obtenue avec l'agrégation est liée au caractère quasi-optimal de la cette dernière.

Dans une autre étape, au lieu de sélectionner les modes dominants d'après leurs contributions énergétiques, nous avons **forcé** l'algorithme d'agrégation à choisir ses modes dominants identiques à ceux des modes principaux d'amalgame (modes **1,5,7,9,11** et **15**). Les résultats obtenus sont donnés dans la figure 5.12. Contrairement à la figure 5.11, le modèle agrégé est ici pratiquement équivalent au modèle amalgamé sauf au niveau du mur mitoyen (composant 5). Il est alors possible de donner deux conclusions:

- ▶ La première concerne le choix des modes dominants dans la méthode d'agrégation. En effet lorsqu'on remplace les modes de plus grande contribution énergétiques par les modes principaux, l'écart spatio-temporel de température entre (M.Agr) et (M.Ref) diminue légèrement (voir les figures 5.11 et 5.12). Le critère qui permet de choisir les modes principaux est donc pertinent.
- ▶ La méthode d'agrégation comporte une étape (étape 2 du §2.3.2) qui per-

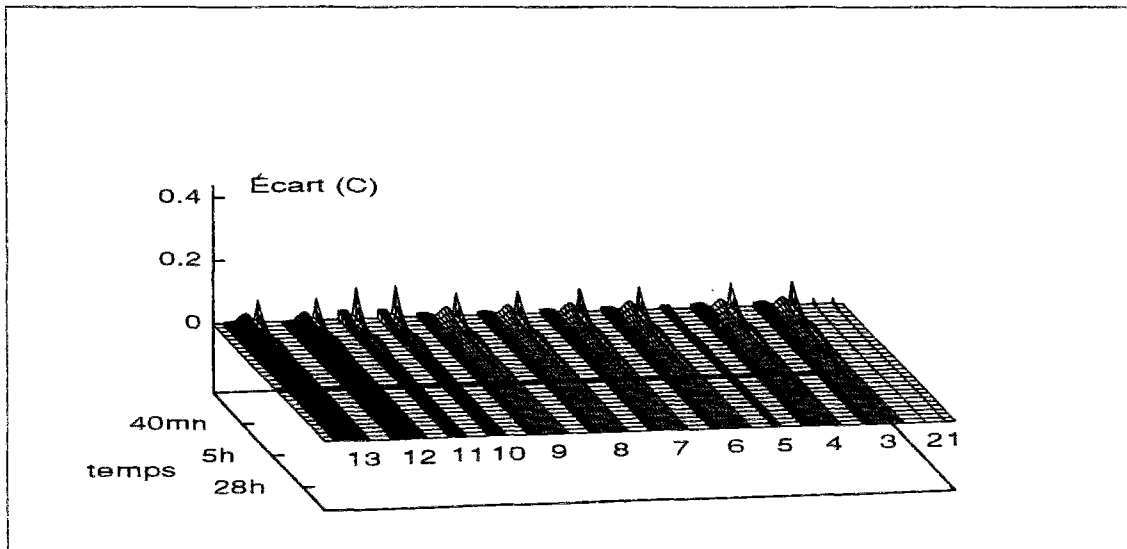


Figure 5.12: Écart spatio-temporel de température entre (M.Agr) et (M.Ref). Le (M.Agr) repose sur les modes dominants 1,5,7,9,11 et 15

met de calculer des "pseudo-modes"⁶ au nombre de six dans cet exemple. Ces pseudo-modes s'apparentent alors à une synthèse de l'espace des modes du (M.Ref). Cette synthèse est faite de manière optimale puisqu'elle est obtenue par minimisation directe et explicite du critère d'erreur. Mais elle est faite de façon globale: c'est l'ensemble des modes propres du (M.Ref) qui sont "condensés" dans quelques pseudo-modes, ceux-ci n'étant plus orthogonaux. Au contraire, dans la méthode d'amalgame, les modes mineurs sont d'abord répartis autour des modes principaux pour former des sous-espaces, et la correction se fait indépendamment sur ces derniers. L'équivalence des résultats présentés sur les figures 5.10 et 5.12 prouvent que les démarches d'amélioration dans les deux méthodes sont aussi pertinentes. On peut conclure que la contrainte d'orthogonalité dans la méthode d'amalgame ne dégrade pas la qualité des résultats.

5.4 Erreurs de réduction

Comme pour la paroi tricouche étudiée précédemment, nous étudions maintenant l'évolution de la mesure $\overline{\mathcal{M}}$ lorsque la taille du modèle réduit augmente $n = 1, 2, 3 \dots$. la figure 5.13 montre la fonctionnelle $\overline{\mathcal{M}}(n)$ pour les modèles (M.Mar), (M.Pri) et (M.Ama).

La courbe $\overline{\mathcal{M}}(n)$ associée au (M.Mar) est en forme d'escalier. Les "paliers horizontaux"

⁶Pour l'agrégation, nous utilisons la dénomination "pseudo-modes" tout en sachant qu'ils ne vérifient pas les propriétés des modes propres. En particulier, il ne sont pas orthogonaux entre eux.

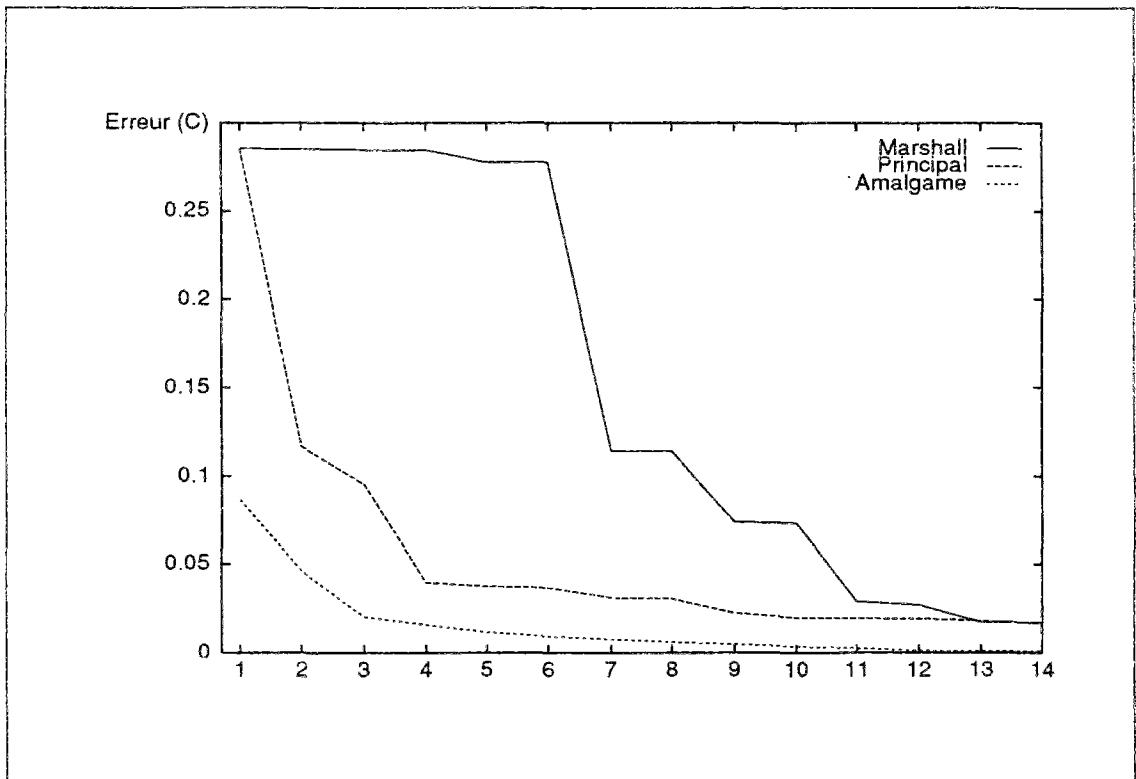


Figure 5.13: Evolution de la mesure $\overline{\mathcal{M}}$ en fonction de n .

sont dûs aux modes négligeables au sens de $\overline{\mathcal{M}}$. Au contraire, chaque "rampe décroissante" correspond au rajout d'un mode principal. En réalité, ce type de courbe est aussi un moyen efficace pour repérer les modes importants d'un modèle thermique, et tout repose sur le choix de la mesure de l'erreur exploitée. Sur la courbe de $\overline{\mathcal{M}}(n)$ associée au (M.Pri), les "paliers horizontaux" disparaissent car seuls les modes qui engendrent une rampe décroissante de l'erreur sont sélectionnés. Ceci fait que, à ordre égal, le (M.Pri) est plus précis que le (M.Mar).

On peut noter sur la figure la différence entre les modèles (M.Mar) et (M.Pri). Par ailleurs, l'évolution de l'erreur du modèle amalgamé est plus régulière que celle des deux autres modèles, ce qui est un avantage. En effet, on est certain qu'une augmentation de l'ordre conduit bien à une amélioration du modèle (ceci est particulièrement vrai aux ordres faibles). Nous avons vérifié sur cet exemple que le (M.Ama) d'ordre 6 est équivalent au (M.Mar) d'ordre 50 environ.

5.5 Rôle de la pondération sur les sollicitations

La mise en œuvre pratique de la méthode d'amalgame - comme toutes les méthodes de minimisation - nécessite le choix du type des sollicitations. Pour notre part, la méthode a été implémentée pour des sollicitations échelons unitaires. Par conséquent, si la sollicitation utilisée dans la simulation n'a pas la forme d'un échelon, il n'est pas sûr que le modèle réduit soit optimal relativement à celle-ci. On va donc soumettre les différents modèles réduits à des sollicitations variables dans le temps.

Par ailleurs, le modèle de référence comporte au total neuf sollicitations:

- ▶ la température extérieure [K]
- ▶ deux puissances de chauffe (deux chambres) [W]
- ▶ six densités de flux solaire (sur les différentes façades) [Wm^{-2}].

Nous avons ici un modèle thermique comprenant des sollicitations variées. Aussi, comme nous l'avons expliqué au §3.5.1, il est nécessaire d'effectuer des pondérations sur les sollicitations si l'on veut que le modèle réduit soit aussi précis quelle que soit la sollicitation. D'après la technique donnée au §3.5.1, le facteur de pondération de la sollicitation "j" est

$$P_{jj} = \bar{S}_j^{-1} \quad \text{avec} \quad \bar{S}_j = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q S_{ij}$$

où q est le nombre de points de la discrétisation spatiale (ici $q=174$). A titre d'exemple, les facteurs de pondération de la sollicitation T_{ext} et des deux puissances de chauffe sont donnés dans le tableau 5.6 ci-dessous.

sollicitations	T_{ext}	puiss. de chauffe 1	puiss. de chauffe 2
facteurs de pondération	0.9912	255.045	214.823

Tableau 5.6: Facteurs de pondérations des sollicitations.

Exceptionnellement pour les bâtiments, on peut aussi faire un autre calcul "simplifié" pour obtenir **un facteur de pondération commun** pour les deux sollicitations en puissance de chauffe. On se base sur la loi des déperditions thermiques du bâtiment en régime permanent. On trouve⁷ alors un facteur de pondération compris entre 150 et 300.

⁷En régime permanent, les échanges de chaleur entre l'intérieur et l'extérieur du bâtiment peuvent être approchés par [41]

$$\text{Déperditions [Watts]} = G V \Delta T$$

G [$Wm^{-3}K^{-1}$] est le coefficient de déperdition en régime permanent dont la valeur est généralement située entre 0.5 et $1Wm^{-3}K^{-1}$. Le volume V [m^3] du bâtiment est ici de $300m^3$. ΔT [$^{\circ}C$] est l'écart de température entre l'intérieur et l'extérieur du bâtiment.

Pour avoir un écart ΔT voisin de $1^{\circ}C$, il faut fournir une puissance de chauffe comprise entre 150 (pour

Avec les pondérations du tableau ci-dessus, nous appliquons l'amalgame modal. Nous désignons maintenant le modèle amalgamé obtenu par **(M.Ama-Pondéré)** pour le distinguer du **(M.Ama)** obtenu sans pondération. La partition de l'espace d'état modal réalisée n'est plus celle de §5.3. Elle est maintenant donnée dans le tableau 5.7.

sous-espace	1	2	3	4	5	6
composition	1	7 3,4	8 , 2, 6, 71	9 10	11 12, 13	15 14, 17
en modes		5	76, 80, 117, 129 131, 132, 133, 145 148, 149, 150, 151 152, 155, 156, 159 161, 162, ...		16, 23	18, 19, 20, 21 22, 24, 25, 26 27, 28, 29, 30 31, 32, 33, 34 35, 36 ...
	dim 1	dim 4	dim 31	dim 2	dim 5	dim 131

Tableau 5.7: répartition de l'espace des modes propres en 6 sous-espaces d'amalgame

La comparaison des thermogrammes spatiaux des modes amalgamés des **(M.Ama)** et **(M.Ama-Pondéré)** montre que seuls deux modes sont différents (les autres sont identiques ou très proches):

- ▶ $\tilde{V}_2(M)$ du **(M.Ama)**. Ce mode résulte de la combinaison des modes du sous-espace H_2 (voir tableau 5.5).
- ▶ $\tilde{V}_3(M)$ du **(M.Ama-Pondéré)** qui est la combinaison des modes du sous-espace H_3 (voir tableau 5.7).

Les thermogrammes spatiaux de ces deux modes sont donnés dans la figure 5.14. Contrairement à $\tilde{V}_2(M)$, les deux zones du bâtiment sont excités dans $\tilde{V}_3(M)$. Alors que le mode $\tilde{V}_2(M)$ du **(M.Ama)** est inobservable au niveau de la sortie considérée, $\tilde{V}_3(M)$ est très excité au niveau des deux zones. Par ailleurs sur ce dernier mode on constate que

- les deux raies associées aux zones 1 et 2 sont de signe contraire
- le mur mitoyen (composant 5 excité) présente un gradient thermique

Ces constatations expriment un effet de retard entre les deux zones (conduction dans le mur mitoyen) d'une part et un déséquilibre thermique entre elles d'autre part (une zone qui se réchauffe au dépend de l'autre).

On peut aussi illustrer cet effet de retard par l'utilisation des spectres de réponse indicelle pour le couple (sortie: T_{zone2} , entrée: puiss. de chauffe dans la zone 1). Le spectre de la figure 5.15 est obtenu à partir du **(M.Ama)** alors que celui de la figure 5.16 à partir du **(M.Ama-Pondéré)**. Sur le premier spectre, la raie 2 - celle associée à $\tilde{V}_2(M)$ du

$G=0.5Wm^{-3}K^{-1}$) et 300W (pour $G=1Wm^{-3}K^{-1}$). Si l'on veut utiliser des échelons unitaires pour les sollicitations en puissance de chauffe, il faut alors pondérer ces dernières par un facteur compris entre 150 et 300.

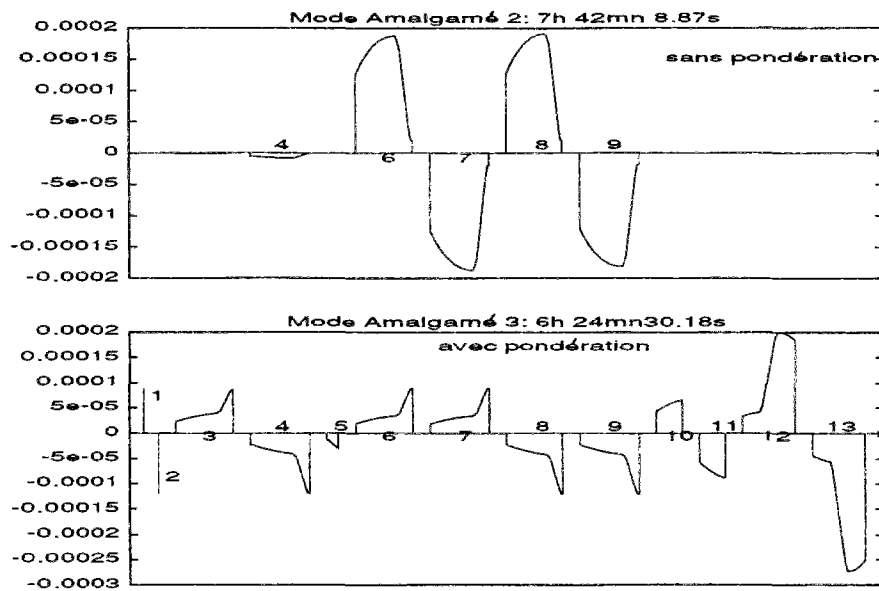


Figure 5.14: Modes amalgamés: $\tilde{V}_2(M)$ de (M.Ama) et $\tilde{V}_3(M)$ de (M.Ama-Pondéré)

(M.Ama) - est quasiment nulle. Ce mode est donc inobservable au niveau de la sortie considérée. Au contraire sur le second spectre, la raie 3 - associée à $\tilde{V}_3(M)$ du (M.Ama-Pondéré) - est très importante. Son signe est négatif: elle introduit donc un retard au niveau de la sortie observée.

A) Sollicitation en température

La première sollicitation, la température extérieure en période d'été, varie entre 20 à 30°C selon une sinusoïde décrite⁸ par la figure 5.17. La période du signal (T_{ext}) est de 24h.

Intéressons-nous à l'évolution de la température de la zone 1. Dans la figure 5.18, on compare les modèles tronqués au (M.Ref). Les modèles tronqués - tous d'ordre 6 - testés sont au nombre de cinq:

- le modèle (M.Mar) issu du critère de Marshall (§2.2.2).
- le modèle (M.Lit) issu du critère de Litz (§2.2.3) (soll: T_{ext} , sortie: T_{zone1}).
- le modèle (M.Dom1) issu du critère de dominance (§2.2.4).
- le modèle (M.Dom2) issu du critère de dominance pondéré dans le temps (§2.2.5).
- le modèle (M.Pri) reposant sur les modes principaux d'amalgame (voir tableau 5.7)

La simulation est faite pour les 3ème et 4ème jour pour éliminer l'effet de la condition initiale. L'examen de la figure 5.18 montre que le (M.Mar) est le moins précis. Le

⁸La loi de variation utilisée ici est donnée par $T_{ext} (°C) = 25 + 5 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$ où $T = 1$ Jour est la périodes du signal

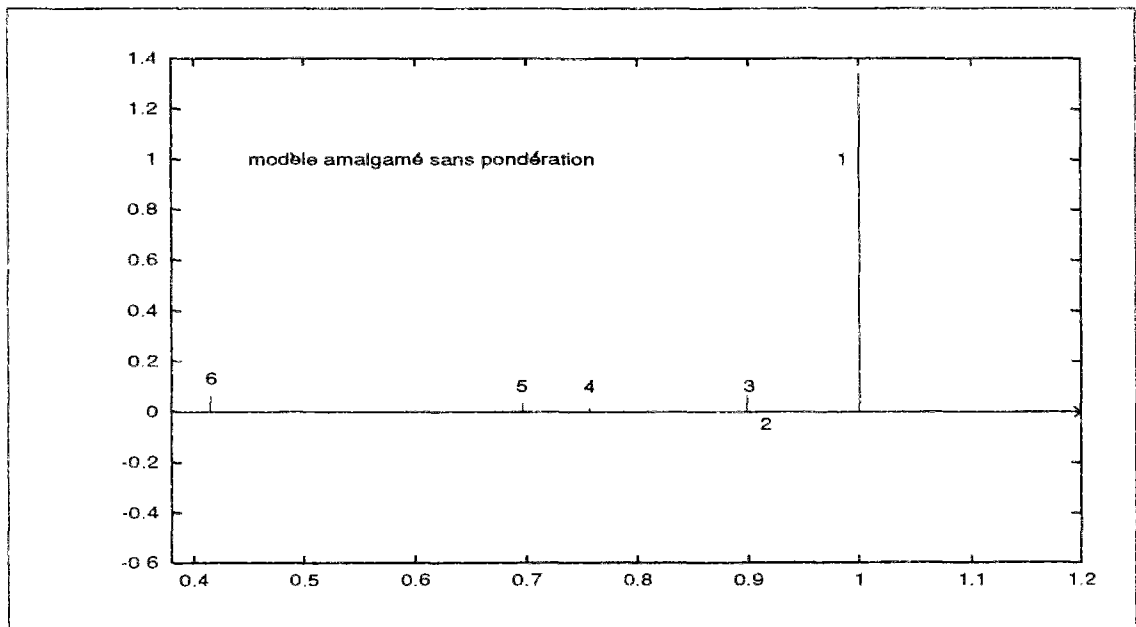


Figure 5.15: Spectre de réponse indicielle obtenu du (M.Ama) (solicitation: puissance de chauffe dans la zone 1, réponse: T_{zone2}).

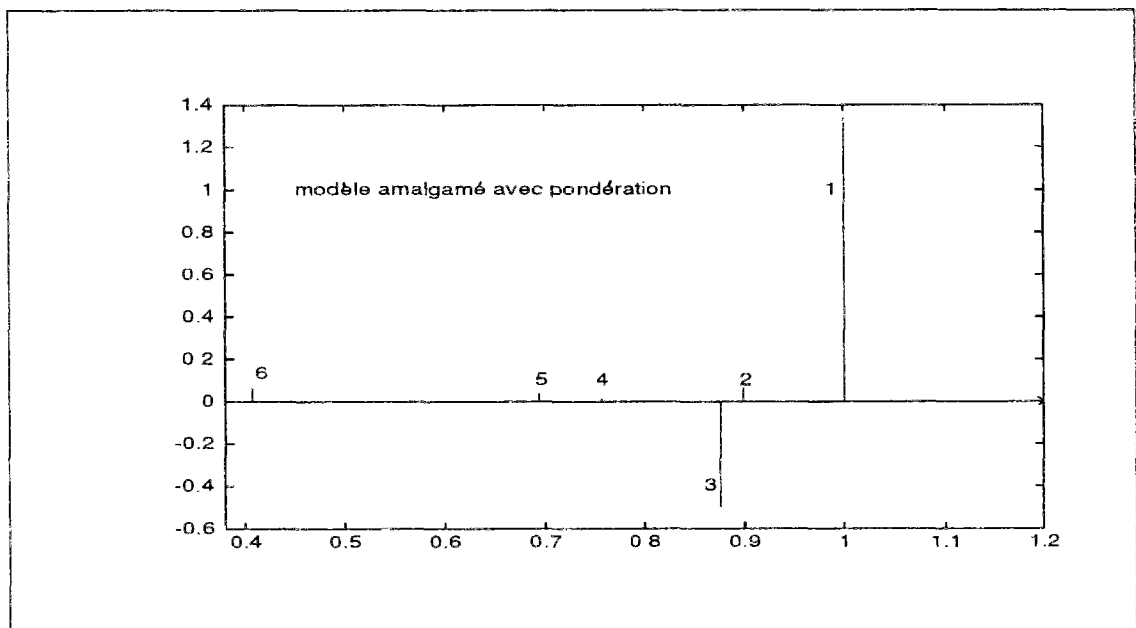


Figure 5.16: Spectre de réponse indicielle obtenu du (M.Ama-Pondéré) (solicitation: puissance de chauffe dans la zone 1, réponse: T_{zone2}).

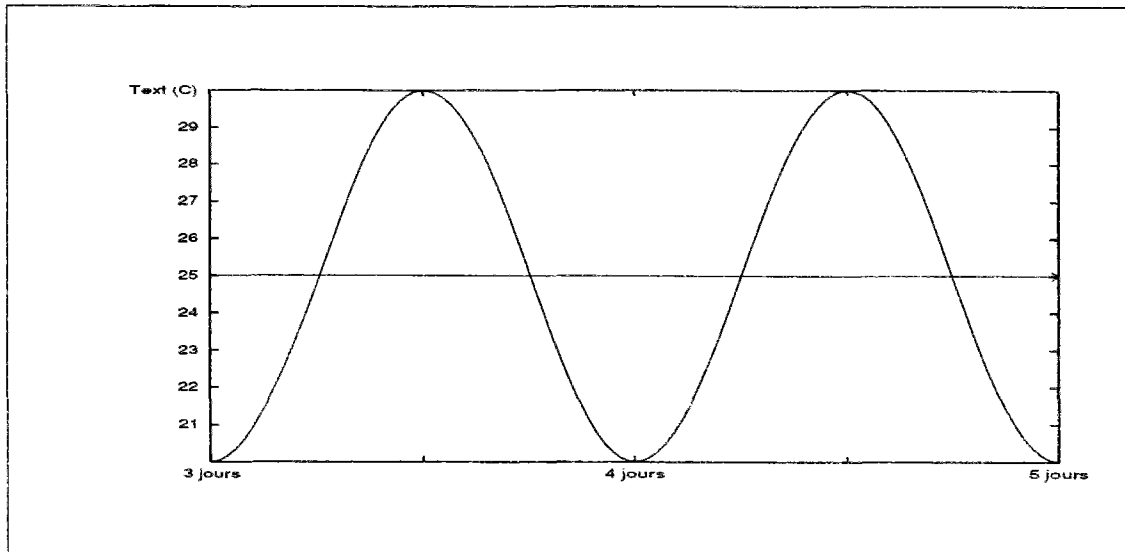


Figure 5.17: Sollicitation en température extérieure.

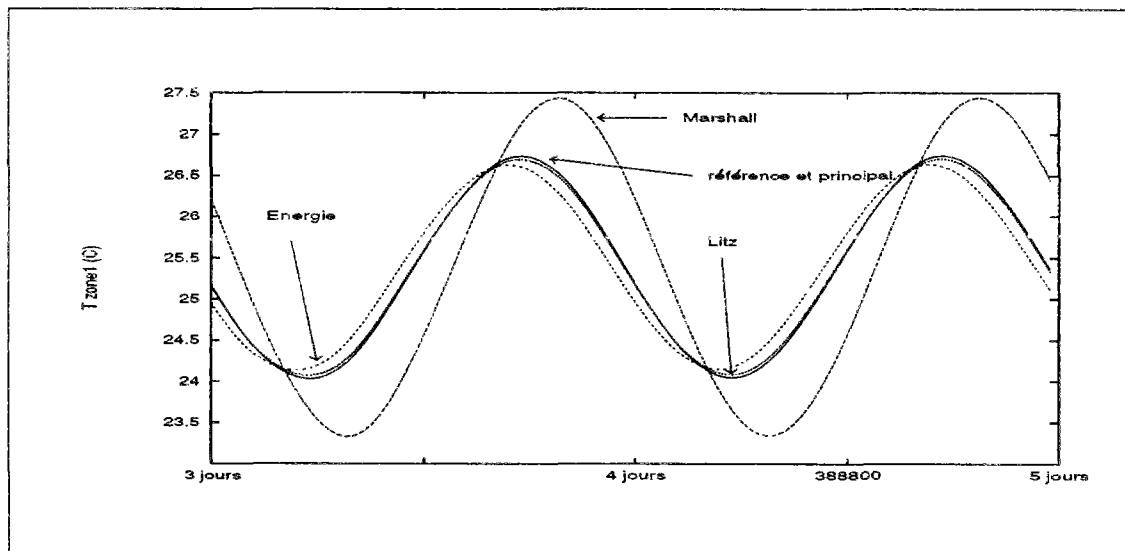


Figure 5.18: Simulation de T_{zone1} par des modèles tronqués.

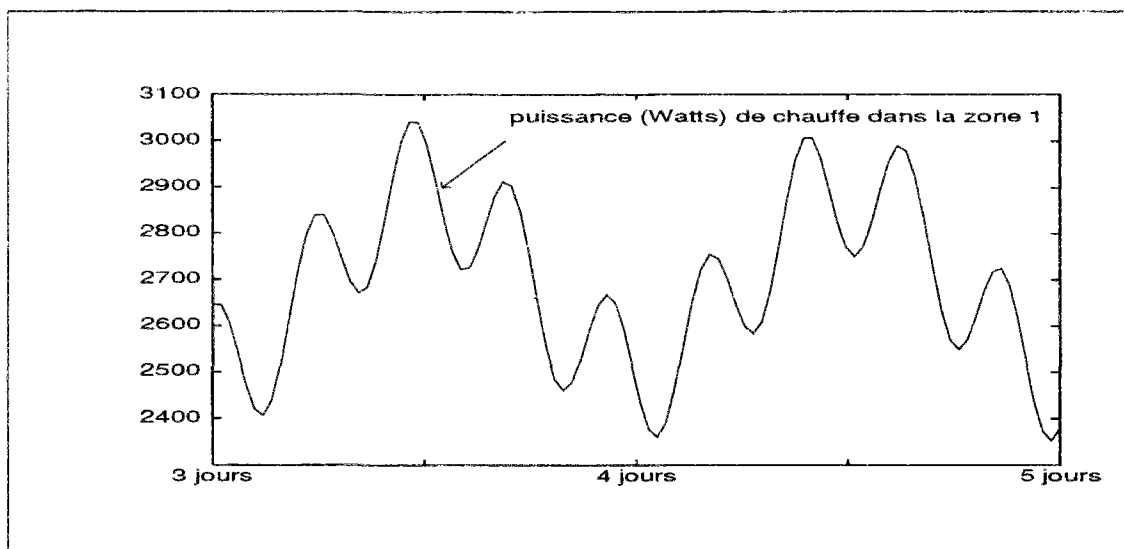


Figure 5.19: Sollicitation en puissance de chauffe de la zone 1.

(M.Lit) est très proche de la référence. Le critère de Litz a sélectionné pour le couple entrée/sortie considéré les modes: 1, 7, 15, 21, 11 et 9. Les (M.Dom1) et (M.Dom2) sont ici identiques et reposent sur les modes: 1, 7, 5, 9, 3, et 6. Sur le figure 5.18, la courbe de réponse associée à ces deux critères est peu biaisée. En ce qui concerne le (M.Pri), il est quasiment équivalent au (M.Ref).

Le (M.Pri) étant équivalent au (M.Ref), nous ne montrons pas ici la simulation effectuée à partir du (M.Ama-Pondéré). En effet ce dernier ne peut être que plus précis que le (M.Pri). Notons que le (M.Agr) donne aussi d'excellents résultats.

B) Sollicitation en puissance de chauffe

La deuxième sollicitation est la puissance de chauffe dans la zone 1 en période d'hiver. La loi de variation - volontairement choisie⁹ - de la sollicitation est donnée dans la figure 5.19.

Avec le (M.Ama-Pondéré), on simule l'évolution T_{zone2} sous l'effet de la puissance de chauffe dans la zone 1. Les résultats obtenus à partir des (M.Ama-Pondéré) et (M.Agr-Pondéré)¹⁰ sont donnés dans la figure 5.20. Ces résultats sont très proches de la référence. Notons que (M.Ama-Pondéré) est un peu plus précis que le (M.Agr-Pondéré).

⁹Cette loi est donnée par une superpositions de deux signaux (fonctions sinus et cosinus)

$$Puissance (Watts) = 2700 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t - \frac{\pi}{2}\right) + 150 \cos\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right)$$

où $T_1 = 1$ Jour et $T_2 \simeq 5h 30mn$ sont les périodes des deux signaux.

¹⁰le modèle agrégé obtenu après pondération sur les sollicitations en puissance de chauffe.

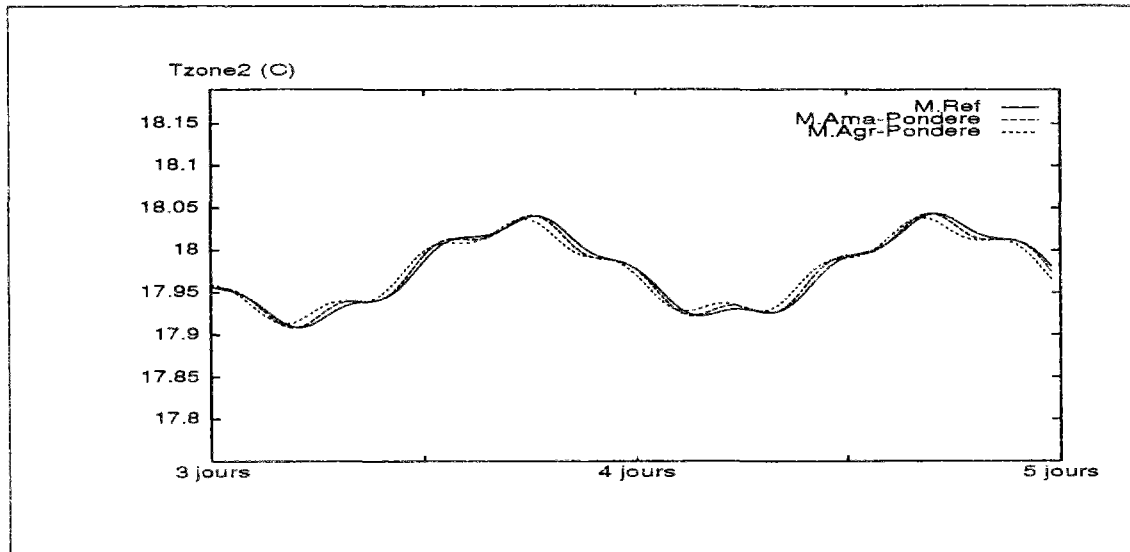


Figure 5.20: Simulation de T_{zone2} par les (M.Ama-Pondéré) et (M.Agr-Pondéré)

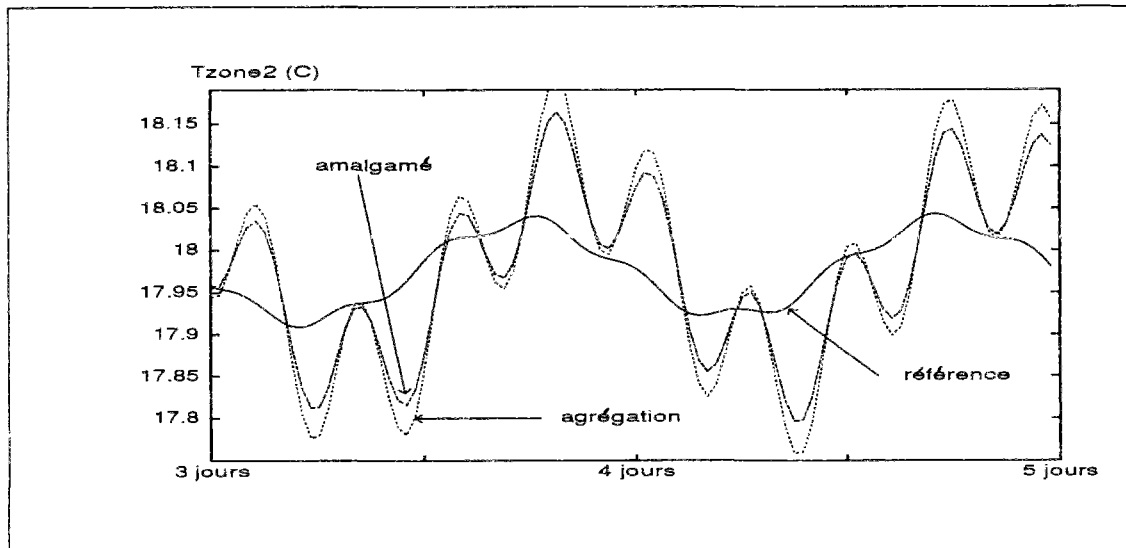


Figure 5.21: Simulation T_{zone2} par les (M.Ama) et (M.Agr).

Pour montrer l'intérêt de la pondération sur les sollicitations, on donne dans la figure 5.21 les résultats obtenus à partir du **(M.Ama)** (sans pondérations). Les résultats ne sont guère surprenants compte tenu de l'analyse précédente sur les modes amalgamés:

- ▶ le **(M.Ama)** considère que les deux zones évoluent de la même manière en éliminant le rôle du mur mitoyen.
- ▶ le **(M.Ama-Pondéré)** retrouve un mode amalgamé qui crée un retard entre les deux zones.

