

---

## Le miroir résonnant

### 5.1 Vers un modulateur de phase pure

Le chapitre précédent a permis la représentation du coefficient de réflexion d'un réseau résonnant suivant l'approche phénoménologique des modes couplés. Cette étude a abouti à plusieurs propriétés intéressantes du coefficient de réflexion permettant entre autre l'établissement d'une méthode de caractérisation des paramètres phénoménologiques d'un réseau résonnant. Dans ce chapitre nous allons étendre cette étude au cas plus particulier d'une structure 100% réfléchissante sur une large bande : le miroir résonnant. Ce composant optique n'aura pour effet que d'induire un déphasage à l'onde réfléchie. Il s'agit donc d'un modulateur de phase pur.

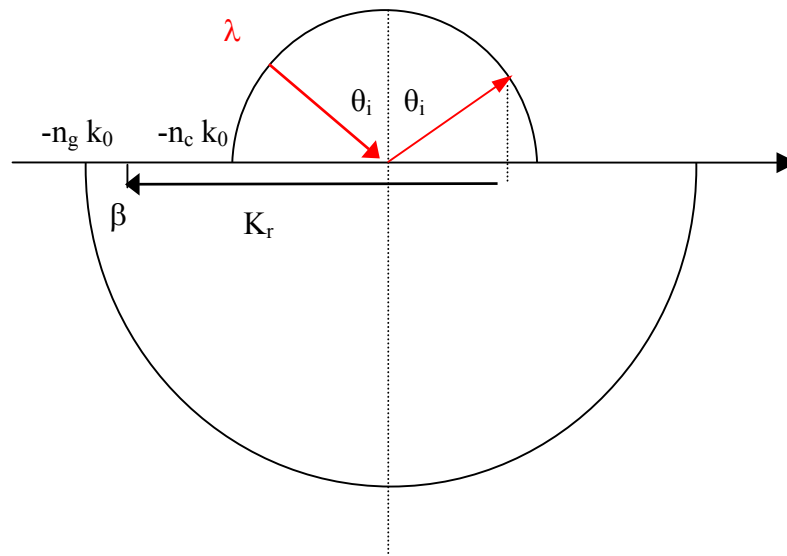
#### *a. Principe du miroir résonnant*

Le concept de miroir résonnant est simple. Il s'agit d'un réseau résonnant réfléchissant la totalité de l'onde excitatrice dans le milieu incident sur une large bande spectrale ou angulaire. Ce miroir aura la particularité de n'induire qu'un déphasage pur à l'onde incidente. Il suffit donc d'annihiler la modulation d'amplitude en empêchant toute perte énergétique liée à la transmission de l'onde et à sa diffraction dans les ordres autres que zéro.

La solution au problème de pertes par transmission est simple : il suffit de placer un miroir en guise de substrat. Ainsi, sur une large bande spectrale, toute l'onde sera réfléchi sans perte théoriquement dans le milieu incident.

La solution au problème de pertes par les ordres diffractés n'est guère plus compliquée : il suffit de réduire le pas du réseau de diffraction de façon à ce qu'aucun champ propagatif ne soit diffracté dans le milieu incident. Cependant, il convient quand même d'avoir au minimum un ordre diffracté dans le guide afin d'exciter le mode (cf. fig. 5.1). Cette double-condition se traduit sur la constante de propagation  $\beta$  du mode par :

$$-n_g k_0 \leq \beta \leq -n_c k_0 \tag{5.1}$$



**Figure 5.1 : représentation dans l'espace réciproque d'un réseau résonnant à la condition de synchronisme.**

D'après l'équation (2.14) exprimant la constante de propagation  $\beta$  du mode à l'aide de la formule des réseaux de diffractions en transmission (p.44), le pas du réseau de diffraction  $\Lambda$  doit vérifier l'inégalité suivante afin qu'un seul ordre ne soit diffracté dans le guide et aucun dans le milieu incident :

$$\frac{\lambda_0}{n_g + n_c \sin \theta_i} \leq \Lambda \leq \frac{\lambda_0}{n_c (1 + \sin \theta_i)} \tag{5.2}$$

où  $n_g$  et  $n_c$  sont respectivement les indices de réfraction du guide et du milieu incident,  $\theta_i$  l'angle d'incidence du faisceau de longueur d'onde  $\lambda_0$ .

Le miroir résonnant est donc un simple réseau résonnant dont le substrat est un miroir et dont le pas  $\Lambda$  satisfait l'équation (5.2). Ainsi, l'onde n'a qu'une possibilité pour fuir la structure : l'ordre zéro réfléchi. Ce composant optique fonctionne donc comme un miroir. Par conséquent, pour un angle donné, l'onde incidente excitera le mode du guide mais n'affectera pas sa réponse en amplitude. Seule la phase sera changée suivant la condition d'excitation. Si le paramètre d'étude est la longueur d'onde, alors ce composant est un modulateur de phase spectrale pur. Le schéma du miroir résonnant basique est exposé dans la figure 5.2.

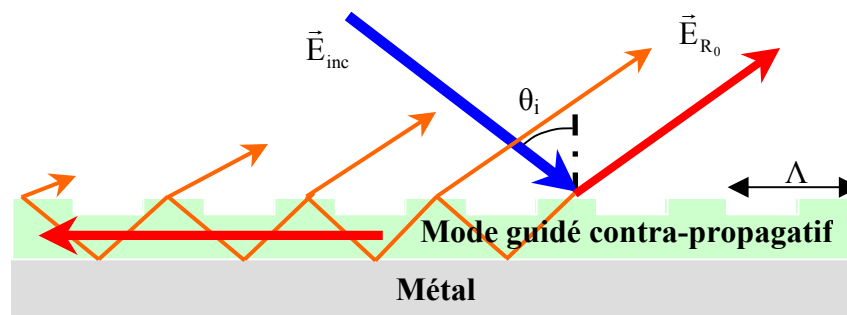


Figure 5.2 : schéma de principe du miroir résonnant.

### *b. Phase spectrale induite par le déphaseur*

Un modulateur de phase pur est donc concevable à partir d'un simple réseau résonnant. Ce composant optique, appelé miroir résonnant, permet donc de n'apporter aucune modulation d'amplitude à l'onde incidente quelle que soit sa désynchronisation avec la condition d'excitation du mode guidé. Le module du coefficient de réflexion sera donc toujours de 100%. Cependant, l'onde incidente se couple quand même au mode. Ceci se traduit par un déphasage uniquement. Nous avons vu dans le chapitre précédent que ce déphasage varie en fonction de la désynchronisation de l'onde excitatrice avec le mode. En conséquence, la phase spectrale induite par la structure varie en fonction de la longueur d'onde. En vue d'une mise en application de ce modulateur de phase pure, il est nécessaire de connaître les fonctions de phases auxquelles il donne accès. Pour ce faire, l'étude menée précédemment sur le coefficient de réflexion va être approfondie dans le cas spécifique du miroir résonnant. Cette étude sera basée sur l'évolution de

la longueur d'onde  $\lambda$ , mais une étude analogique donnera des résultats identiques en terme de fréquence spatiale  $k$  ou d'angle d'incidence  $\theta_i$ .

Par l'expression (4.15) du chapitre 4, nous avons montré qu'il était possible d'écrire le coefficient de réflexion d'un réseau résonnant suite à une excitation par une onde plane monochromatique sous la forme :

$$r(\lambda) = r_0 - \frac{a_\lambda}{(\lambda - \lambda_0) + j\Delta\lambda} \quad (5.3)$$

où  $r_0$  est la réflexion de Fresnel (hors résonance),  $\lambda_0$  la longueur d'onde d'excitation du mode,  $a_\lambda$  une constante complexe liée au coefficient de couplage  $\kappa$ , et  $\Delta\lambda$  la largeur spectrale de résonance. Dans le cas d'un miroir résonnant, si le miroir est considéré parfait donc sans perte, le coefficient de réflexion de la structure a toujours un module égal à 1 en particulier la réflexion de Fresnel. La représentation polaire du coefficient de réflexion est donc un cercle de rayon 1 et tangent au cercle unité à la résonance. Par conséquent ce sera le cercle unité et son centre C sera l'origine du repère.

$$z_0 = r_0 + j \frac{a_\lambda}{2\Delta\lambda} = 0$$

Dans ce cas, le coefficient de découplage  $a_\lambda$  est étroitement lié à la réflexion de Fresnel  $r_0$  puisque isoler  $a_\lambda$  dans l'expression précédente conduit à :

$$a_\lambda = 2j\Delta\lambda r_0 \quad (5.4)$$

Remarquons que comme  $|r_0| = 1$ ,  $|a_\lambda| = 2\Delta\lambda$  et le coefficient de réflexion s'écrit :

$$r(\lambda) = r_0 \left( 1 - \frac{2j\Delta\lambda}{(\lambda - \lambda_0) + j\Delta\lambda} \right)$$

Après regroupement puis simplification, on obtient :

$$r(\lambda) = r_0 \left( \frac{(\lambda - \lambda_0) - j\Delta\lambda}{(\lambda - \lambda_0) + j\Delta\lambda} \right) = r_0 \left( \frac{j(\lambda - \lambda_0) + \Delta\lambda}{j(\lambda - \lambda_0) - \Delta\lambda} \right)$$

d'où :

$$r(\lambda) = r_0 \cdot \left( \frac{(\Delta\lambda + j(\lambda - \lambda_0))^2}{(\lambda - \lambda_0)^2 + \Delta\lambda^2} \right) = e^{j\left(\varphi_0 + 2\arctan\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda}\right)\right)}$$

Le déphasage spectral induit par l'excitation d'un mode dans un réseau résonnant s'écrit donc :

$$\varphi(\lambda) = \varphi_0 + 2\arctan\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda}\right) \quad (5.5)$$

Le miroir résonnant permet de générer des profils spectraux (ou angulaires) de phase suivant une fonction arctangente de  $2\pi$  d'amplitude. Ce profil est le seul possible ce qui est un inconvénient majeur pour un modulateur de phase : le miroir résonnant est statique. Le seul paramètre encore inconnu analytiquement reste la largeur de résonance. Cette quantité est étroitement liée au coefficient de rayonnement  $\alpha$  comme nous l'avons vu dans le paragraphe 4.1. La largeur de résonance dépend donc, comme le coefficient  $\alpha$ , de la « force » du réseau (profondeur, facteur de remplissage et contraste d'indice), c'est à dire de la capacité du réseau à diffracter l'énergie dans les ordres autres que zéro. La largeur de résonance, adaptable par le biais des paramètres optogéométriques, est le seul paramètre permettant de modifier le déphasage. Il sera possible d'adapter l'étendue spectrale de la variation de phase à l'aide de ce paramètre.

## 5.2 Adaptation de la largeur de résonance

Nous venons de voir que la fonction de phase induite par un miroir résonnant à travers la résonance est une fonction arctangente d'amplitude  $2\pi$  dont la largeur spectrale est ajustable par le biais des paramètres optogéométriques. Ce paramètre est étroitement lié au coefficient de rayonnement  $\alpha$ . Il est donc possible de concevoir un modulateur de phase spectrale pur à l'aide d'un réseau résonnant. De plus, ce composant diffractif sera également un modulateur de phase angulaire pur, par exemple pour une application comme une lame anisotrope à déphasage accordable en fonction de l'angle d'incidence.

Etudier la variation de la largeur spectrale ou angulaire de résonance revient donc à étudier la variation du coefficient de rayonnement  $\alpha$  de la structure. Deux visions du problème permettent

de trouver un moyen d'ajuster ce coefficient  $\alpha$  : une vision générale du réseau résonnant ainsi qu'une étude de la matrice de diffraction dans le cas particulier du miroir résonnant.

*a. Positionnement du problème de l'ajustement de la largeur de résonance*

Le coefficient de rayonnement  $\alpha$  est un paramètre phénoménologique. Il a donc une signification physique mais sa relation analytique avec les paramètres opto-géométriques de la structure n'est pas directe. En d'autres termes il est impossible de déterminer directement la structure qui nous donnera sous certaines conditions d'incidence prédéfinies les paramètres phénoménologiques recherchés. Ce problème est connu sous le nom de problème inverse. Généralement celui-ci est même plus complexe puisque pour les applications à base de réseaux résonnants certaines conditions sont imposées. En effet, les applications orientées filtres pour les télécommunications imposent une réflexion de 100% pour une longueur d'onde spécifique  $\lambda_0$  et sur une bande spectrale très étroite (grand coefficient de radiation). Pour d'autres applications comme les capteurs biologiques par exemple, on souhaite généralement avoir un fort contraste entre la réflexion anormale et hors résonance : on impose donc une réflexion de Fresnel  $r_0$  nulle. Dans cette section, nous allons étudier l'évolution du coefficient de rayonnement  $\alpha$  ainsi que des largeurs de résonance angulaire  $\Delta\theta$  et spectrale  $\Delta\lambda$  suivant une variation des paramètres optogéométriques de la structure.

*b. Adaptation de la largeur de résonance sous conservation de la configuration équivalente guide d'onde d'un réseau résonnant*

Le but est ici de trouver une méthode permettant d'atteindre une largeur de résonance angulaire ou spectrale voulue. Ces paramètres sont liés de façon proportionnelle au coefficient de rayonnement  $\alpha$  par les expressions (4.7) et (4.13). Or il est connu dans la littérature que ce coefficient  $\alpha$  varie de façon croissante avec la profondeur  $\sigma$  du réseau de diffraction [Sychugov 1980]. Il est donc facile d'adapter le coefficient de rayonnement de la structure en ajustant la profondeur du réseau. Cependant, si seul ce paramètre varie, l'épaisseur équivalente et par conséquent l'indice effectif du guide varieront.

En ce qui concerne la largeur de résonance angulaire  $\Delta\theta$  (expression (4.7) p.85), la constante de proportionnalité est liée à la longueur d'onde  $\lambda_0$ , l'indice du superstrat  $n_c$  ainsi qu'à l'angle d'incidence excitant le mode  $\theta_0$ . Cette angle est celui qui permet d'exciter le mode et correspond donc à un indice effectif  $n_e$  qui lui-même dépend de l'épaisseur équivalente de guide d'onde  $w_{eq}$ . Toute modification de l'indice effectif ou de l'épaisseur équivalente du guide d'onde induira donc une modification dans la constante de proportionnalité entre le coefficient de radiation et la largeur de résonance angulaire. La largeur de résonance spectrale  $\Delta\lambda$  (expression (4.13) p.88) est, quant à elle, liée au coefficient de rayonnement par une constante de proportionnalité dépendant directement de l'indice effectif et de l'épaisseur équivalente du guide d'onde. En conséquence, si le coefficient de rayonnement varie de manière monotone il n'en sera pas forcément de même pour les largeurs de résonance. Il faut donc garder les relations de proportionnalité entre celles-ci (4.7 , 4.13) et le coefficient de rayonnement  $\alpha$  constantes lors de la variation de la profondeur du réseau de diffraction.

Le problème du réseau résonnant peut être résolu analytiquement à l'aide de la méthode de Rayleigh Fourier valable lorsque le rapport profondeur / pas de réseau est inférieur à 7 % [Sychugov 1997, Avrutsky 1987, Wirgin 1981]. Mais cette condition n'est pas toujours vérifiée notamment dans le cas des réseaux profonds. Déterminer analytiquement les paramètres optogéométriques d'une structure donnant la largeur de résonance souhaitée devient alors difficile. Une méthode doit donc être élaborée permettant de faire converger la largeur de résonance vers la valeur souhaitée par ajustement d'un paramètre optogéométrique. Le principe consiste à augmenter la profondeur du réseau  $\sigma$  en adaptant l'épaisseur de la couche du guide d'onde de façon à conserver la même configuration équivalente de guide d'onde. Ainsi les largeurs de résonance spectrale et angulaire seront toujours proportionnelles au coefficient de rayonnement dans les mêmes rapports. Il devient alors possible de converger vers la largeur de résonance souhaitée simplement en augmentant la profondeur du réseau de diffraction, c'est à dire en augmentant le coefficient de rayonnement  $\alpha$ .

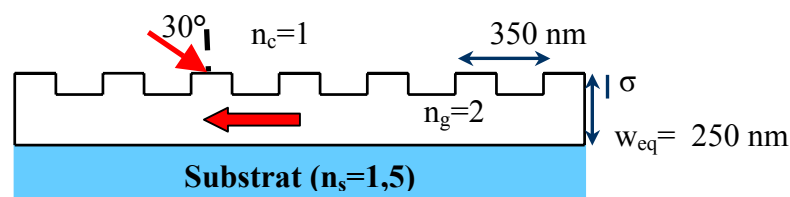


Figure 5.3 : schéma de la structure simulée numériquement.

Une étude numérique est menée ci-après sur un réseau résonnant classique afin de confirmer cette méthode. La structure, représentée sur la figure 5.3, consiste en une couche de haut indice de réfraction type  $\text{HfO}_2$  ( $n_g = 2$ ) d'épaisseur équivalente  $w_{\text{eq}} = 250$  nm déposée sur un substrat bas indice  $\text{SiO}_2$  ( $n_s = 1,5$ ). Cette structure est placée dans l'air ( $n_c = 1$ ). Le réseau de diffraction est un réseau binaire de pas  $\Lambda = 350$  nm. Sa profondeur varie de 10 nm à 150 nm.

Cette structure est excitée à l'aide d'un onde plane de longueur d'onde  $\lambda_0 = 800$  nm polarisée TE avec un angle d'incidence de  $\theta_0 = 30^\circ$ . Le mode a alors un indice effectif  $n_e = 1,785$ . Après calcul du coefficient de proportionnalité dans chaque cas, les expressions (4.7) et (4.13) peuvent s'écrire dans le cas particulier de cette structure sous les formes suivantes où  $\alpha$  est en  $\text{nm}^{-1}$  :

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= 8423\alpha \\ \Delta\lambda &= 40014\alpha\end{aligned}\tag{5.6}$$

La structure est simulée numériquement toujours à partir de la méthode modale vraie et du programme élaboré par N. Lyndin [Lyndin 2006]. Entre deux simulations, la profondeur du réseau est augmentée et l'épaisseur de la sous-couche guide adaptée de sorte à obtenir un mode excité à  $30^\circ$  et conserver ainsi un indice effectif et une épaisseur équivalente constantes. Le coefficient de réflexion complexe est alors calculé autour de la résonance suivant une variation de la longueur d'onde puis de l'angle d'incidence. Les largeurs de résonance sont alors calculées suivant la méthode de caractérisation développée dans le chapitre précédent pour chaque profondeur de réseau. Dans le même temps, le coefficient de radiation est donné pour chaque cas par le programme.

Les résultats obtenus pour la largeur angulaire sont donnés dans la figure 5.4. La largeur de résonance est tout d'abord calculée à partir des courbes du coefficient de réflexion autour de la résonance analysées suivant la méthode du chapitre 4 et notamment les expressions (4.32). Ces résultats sont ensuite comparés aux calculs par le biais de l'équation (5.6) et les valeurs numériques du coefficient de rayonnement  $\alpha$  calculées par le programme. On remarque que la variation de la profondeur du réseau suivant la méthode préconisée permet bien de faire varier de façon monotone la largeur de résonance angulaire. De plus, les deux courbes diffèrent très peu, les résultats du chapitre 4 liant la largeur de résonance angulaire  $\Delta\theta$  au coefficient de rayonnement  $\alpha$  de l'expression (4.7) sont une nouvelle fois vérifiés dans cet exemple.



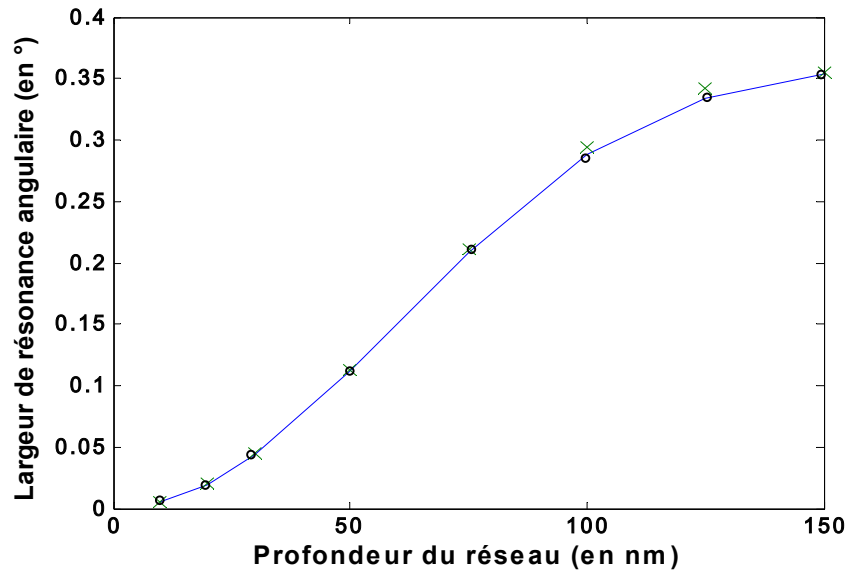


Figure 5.4 : évolution de la largeur de résonance angulaire en fonction de la profondeur du réseau. Analyse par la méthode du chapitre 4 en trait continu et utilisation des expressions (5.6) en croix.

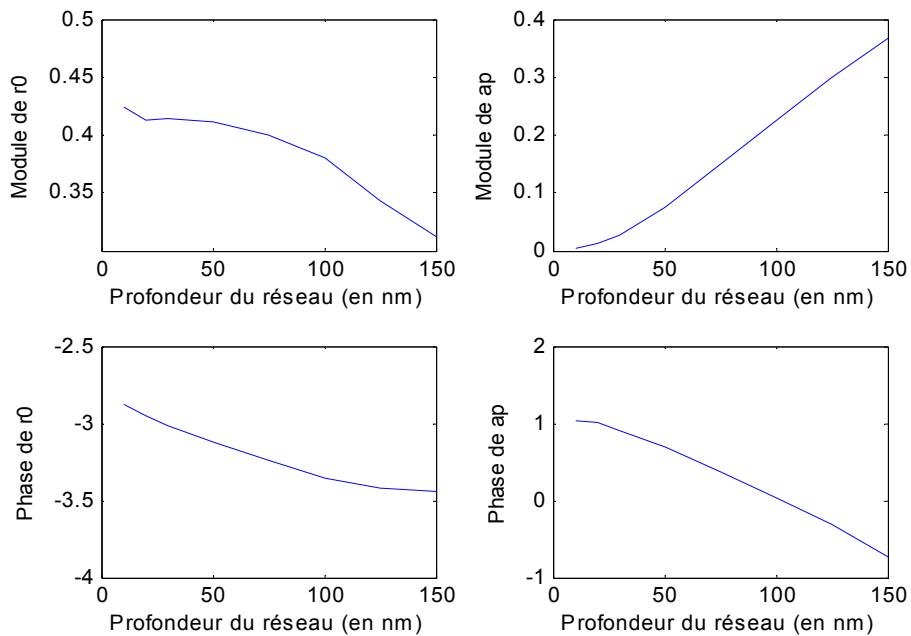


Figure 5.5 : évolution suivant le même échantillonnage de la réflexion de Fresnel en amplitude (haut gauche) et en phase (bas gauche) ainsi que du coefficient de découplage en amplitude (haut droite) et en phase (bas droite) en fonction de la profondeur du réseau à épaisseur équivalente constante.

La méthode de caractérisation de réseau résonnant, développée dans la partie 2 du chapitre 4 à partir des conditions de réflexions minimale et anormale, permet également de déterminer tous les paramètres phénoménologiques. Ainsi, la figure 5.5 donne à titre illustratif l'évolution de la réflexion de Fresnel  $r_0$  et du coefficient de découplage  $a_0$ . L'épaisseur équivalente étant constante, la réflexion de Fresnel varie très peu en amplitude et en phase. Au niveau du coefficient de découplage, il est à noter que l'amplitude semble évoluer de façon linéaire à partir d'un certain seuil de profondeur.

Les résultats obtenus pour la largeur spectrale sont maintenant donnés dans la figure 5.6. La largeur de résonance est tout d'abord calculée à partir des courbes du coefficient de réflexion autour de la résonance analysées suivant la méthode du chapitre 4 et notamment les expressions (4.33). Ces résultats sont ensuite comparés aux calculs par le biais de l'équation (5.6) et des valeurs numériques du coefficient de radiation  $\alpha$  calculées par le programme. On remarque que la variation de la profondeur du réseau suivant la méthode préconisée permet bien de faire varier de façon monotone la largeur de résonance spectrale. De plus, les deux courbes différant très peu, les résultats du chapitre 4 liant la largeur de résonance spectrale  $\Delta\lambda$  au coefficient de radiation  $\alpha$  (4.13) sont une nouvelle fois vérifiés dans cet exemple.

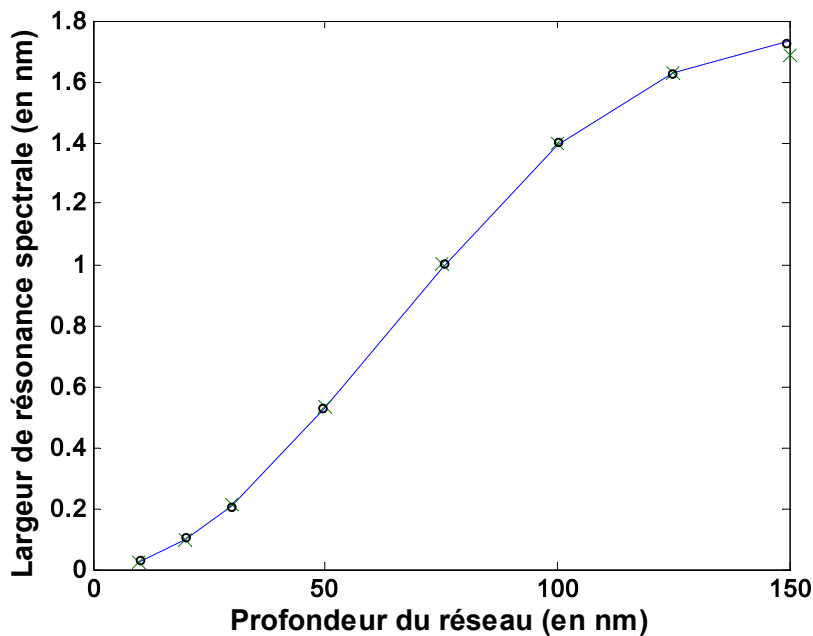


Figure 5.6: évolution de la largeur de résonance spectrale en fonction de la profondeur du réseau. Analyse par la méthode du chapitre 4 en cercles reliés et utilisation des expressions (5.6) en croix.

*c. Etude par matrice de diffraction de la largeur de résonance d'un miroir résonnant*

Dans cette section, une étude du coefficient de réflexion d'un miroir résonnant est menée à l'aide de la matrice de diffraction. Cette étude permettra de comprendre l'évolution de la largeur de résonance en fonction de l'épaisseur d'une couche tampon insérée entre le réseau résonnant et le miroir. Un réseau résonnant d'indice  $n_g$  déposé sur un substrat d'indice  $n_b$  est d'abord considéré. A ce dernier correspond une matrice de diffraction  $S$  comme définie dans la section 2.5. Un miroir sans perte est alors rajouté à une distance  $w_b$  de l'interface guide-substrat dans le substrat. Le milieu jouant initialement le rôle de substrat se transforme alors en couche tampon insérée entre le guide et le miroir. Nous ferons ici l'hypothèse que cette couche n'a qu'un effet déphaseur. L'intégralité de l'onde transmise  $D_s$  dans la couche tampon est ainsi réinjectée dans le guide avec un déphasage  $\varphi_b$  induit par la double traversée de la couche tampon et la phase de la réflexion sur le miroir comme le montre la figure 5.7.

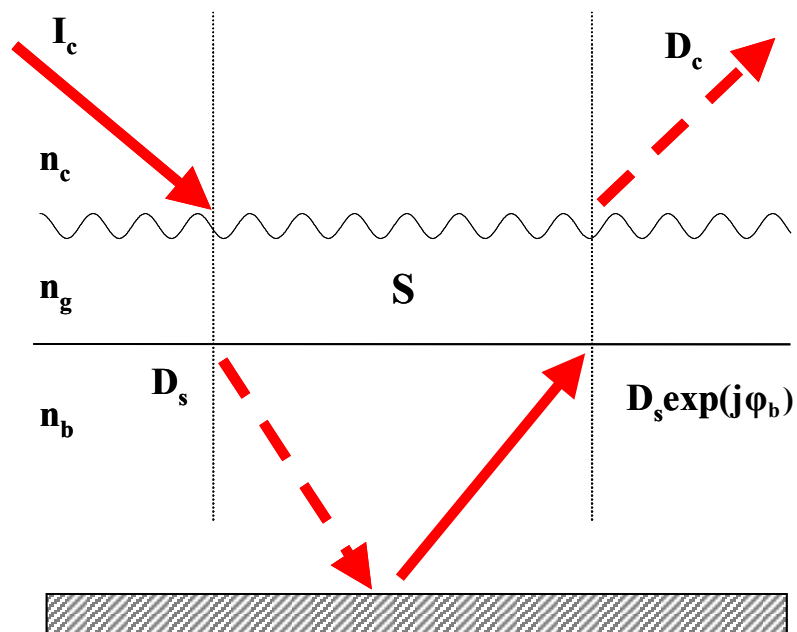


Figure 5.7 : principe de l'étude de la matrice de diffraction d'un miroir résonnant.

D'après l'équation (2.19) exprimée dans le paragraphe 5 du chapitre 2, le champ réfléchi  $D_c$  peut s'écrire en fonction du champ incident  $I_c$  et du champ diffracté dans la couche tampon  $D_s$  :

$$\begin{pmatrix} D_c \\ D_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{cc} & S_{sc} \\ S_{cs} & S_{ss} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_c \\ D_s e^{j\phi_b} \end{pmatrix}$$

Un système de deux équations à deux inconnues est donc obtenu :

$$\begin{cases} D_c = S_{cc} I_c - S_{sc} D_s e^{2j\phi_b} \\ D_s = S_{cs} I_c - S_{ss} D_s e^{2j\phi_b} \end{cases}$$

En isolant dans la deuxième équation le champ diffracté dans la couche tampon, on trouve :

$$D_s = \frac{S_{cs} I_c}{1 - S_{ss} e^{j\phi_b}}$$

Puis en substituant  $D_s$  par cette expression dans la première équation du système, on peut calculer le champ réfléchi  $D_c$  :

$$D_c = S_{cc} I_c + \frac{S_{sc} S_{cs} I_c e^{j\phi_b}}{1 - S_{ss} e^{j\phi_b}}$$

Le coefficient de réflexion est alors donné par le rapport des champs réfléchi  $D_c$  et incident  $I_c$ , soit :

$$r = S_{cc} + \frac{S_{sc} S_{cs} e^{j\phi_b}}{1 - S_{ss} e^{j\phi_b}} \quad (5.7)$$

En remplaçant les différents éléments de la matrice de diffraction par leurs expressions phénoménologiques (3.9) explicitées dans le chapitre 3, nous allons pouvoir exprimer le coefficient de réflexion obtenu par un tel miroir résonnant à l'aide des différents paramètres phénoménologiques du réseau résonnant de base :

$$r(k) = \left( r_{0c} + \frac{a_{cc}}{k - k_p} \right) + \frac{\left( t_{0c} + \frac{a_{cs}}{k - k_p} \right) \left( t_{0s} + \frac{a_{sc}}{k - k_p} \right) e^{j\phi_b}}{1 - \left( r_{0s} + \frac{a_{ss}}{k - k_p} \right) e^{j\phi_b}}$$

où  $r_{0i}$  et  $t_{0i}$  représentent respectivement les réflexion et transmission de Fresnel pour une onde incidente provenant du milieu  $i$ , et  $a_{ij}$  sont les coefficients de découplage pour une onde incidente

provenant du milieu  $i$  et émergent dans le milieu  $j$  et  $k_p$  est le pôle de la matrice de diffraction. Les équations suivantes détaillent le calcul permettant d'aboutir à une expression quasi-analytique du coefficient de réflexion  $r(k)$  dans le cas d'un miroir résonnant. Le lecteur ne souhaitant pas s'attarder sur ces détails pourra directement passer à l'expression (5.8).

Développons donc l'expression précédente. Nous obtenons :

$$r(k) = r_{0c} + \frac{a_{cc}}{k - k_p} + \frac{t_{0c} t_{0s} e^{j\phi_b}}{(1 - r_{0s} e^{j\phi_b}) - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{k - k_p}} + \frac{\frac{t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc}}{k - k_p} e^{j\phi_b}}{(1 - r_{0s} e^{j\phi_b}) - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{k - k_p}} + \frac{\frac{a_{cs} a_{sc}}{(k - k_p)^2} e^{j\phi_b}}{(1 - r_{0s} e^{j\phi_b}) - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{k - k_p}}$$

Mettons alors  $\frac{a_{cc}}{k - k_p}$  en facteur sur les quatre derniers termes de l'expression précédente puis

multiplions les trois derniers termes par  $\frac{k - k_p}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}$  au numérateur et au dénominateur :

$$r(k) = r_{0c} + \frac{a_{cc}}{k - k_p} \left[ 1 + \frac{\frac{t_{0c} t_{0s} e^{j\phi_b}}{a_{cc}} (k - k_p)^2}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}} + \frac{\frac{t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc}}{a_{cc}} \frac{e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}} (k - k_p)}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}} + \frac{\frac{a_{cs} a_{sc}}{a_{cc}} \frac{e^{j\phi_b}}{(1 - r_{0s} e^{j\phi_b})}}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}} \right]$$

Maintenant nous pouvons remplacer le coefficient  $\frac{a_{cs} a_{sc}}{a_{cc}}$  par  $a_{ss}$  comme nous l'avons dans

l'expression (3.14) puis mettons les termes entre parenthèses sur le même dénominateur : les termes ne dépendant pas de  $(k - k_p)$  s'annulent. Une simplification par  $(k - k_p)$  est donc possible :

$$r(k) = r_{0c} + \frac{a_{cc} + t_{0c} t_{0s} \frac{e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}} (k - k_p) + (t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc}) \frac{e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}}$$

En mettant tout au même dénominateur puis en regroupant les termes, le coefficient de réflexion s'écrit :

$$r(k) = \frac{\left( r_{0c} + \frac{t_{0c} t_{0s} e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}} \right) (k - k_p) + (t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc} - r_{0c} a_{ss}) \frac{e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}} + a_{cc}}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\phi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\phi_b}}}$$

Posons alors  $r_0 = r_{0c} + \frac{t_{0c} t_{0s} e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}}$  puis en factorisons par cette quantité. Le coefficient de réflexion du miroir résonnant s'écrit sous la forme d'un pôle et d'un zéro :

$$r(k) = r_0 \frac{k - \left( k_p + \frac{(t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc} - r_{0c} a_{ss}) \frac{e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}} - a_{cc}}{r_0} \right)}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}}}$$

ou encore :

$$r(k) = r_0 + \frac{\frac{(t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc} - r_{0c} a_{ss}) \frac{e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}} + a_{cc}}{r_0} + \frac{a_{ss} e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}}}{k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}}}$$

Après simplification du numérateur, nous obtenons une expression quasi-analytique du coefficient de réflexion d'un miroir résonnant :

$$r = r_0 + \frac{a_{cc} + (t_{0s} a_{cs} + t_{0c} a_{sc}) \frac{e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}} + t_{0c} t_{0s} a_{ss} \left( \frac{e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}} \right)^2}{r_0 \left( k - k_p - \frac{a_{ss} e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}} \right)} \quad (5.8)$$

où la phase  $\varphi_b$ , induite par la réflexion sur le miroir et la propagation de l'onde dans la couche tampon, est directement liée à l'épaisseur  $w_b$  de cette couche par la relation :

$$\varphi_b(w_b) = \frac{2\pi \sqrt{n_b^2 - n_c^2 \sin^2 \theta_i} w_b}{\lambda_0} + \Phi_m \quad (5.9)$$

La constante  $\Phi_m$  correspond à la phase induite par la réflexion sur le miroir ( $\pi$  dans le cas d'un miroir métallique parfait). Comme le montre l'expression (5.8), le coefficient de réflexion admet une périodicité en terme de phase donc en terme d'épaisseur de la couche tampon. Comme nous l'avons vu dans la section 1.d du chapitre 3, et notamment par l'expression (3.11), le coefficient de rayonnement est la partie imaginaire du pôle de réflexion. Le coefficient de rayonnement  $\alpha'$

du miroir résonnant peut, par conséquent, être calculé analytiquement à partir des paramètres phénoménologiques du réseau résonnant qui le constitue et de l'épaisseur de la couche tampon qui détermine la phase  $\varphi_b$  d'après l'expression (5.9) :

$$\alpha' = \alpha + \text{Im} \left( \frac{a_{ss} e^{j\varphi_b}}{1 - r_{0s} e^{j\varphi_b}} \right) \quad (5.10)$$

On constate logiquement que la variation du coefficient de rayonnement d'un miroir résonnant ne dépend que des paramètres de la matrice  $S$  liés à une incidence provenant du substrat. Ce coefficient variera périodiquement avec la phase et l'épaisseur de la couche tampon comme le montre l'expression (5.10). Nous allons démontrer ceci par l'intermédiaire d'un exemple numérique suivant.

La structure suivante (fig. 5.8) est simulée numériquement ci-après à l'aide de la méthode modale vraie. Une couche de 200 nm type  $\text{HfO}_2$  d'indice  $n_g = 2$  est déposée sur un substrat de quartz d'indice  $n_s = 1,5$ . Un réseau binaire de pas  $\Lambda = 400$  nm est gravé dans cette dernière sur une profondeur  $\sigma$  de 80 nm. Cette structure est excitée par une onde polarisée TE de longueur d'onde  $\lambda_0 = 800$  nm sous un angle d'incidence  $\theta_i$  de  $22^\circ$  environ. Les paramètres phénoménologiques des éléments de la matrice de diffraction de cette structure sont alors calculés numériquement par le programme à l'aide de la méthode modale vraie [Lyndin 2006]. Le coefficient de radiation vaut alors  $\alpha = 639 \text{ cm}^{-1}$ , la réflexion de Fresnel pour une excitation via le substrat vaut  $r_{0s} = 0.20e^{-1.60j}$  et le coefficient de découplage  $a_{ss}$  pour une onde provenant du substrat puis se découplant dans le substrat vaut  $760e^{0.23j} \text{ cm}^{-1}$ .

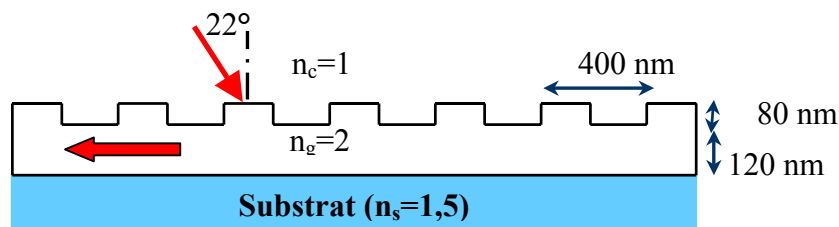


Figure 5.8 : schéma de la structure simulée numériquement.

Un miroir métallique sans perte (partie réelle de la permittivité égale à  $-33$  et partie imaginaire nulle) est alors inséré dans le substrat à une certaine distance  $w_b$  du guide. Ce miroir induit une phase  $\Phi_m$  égale à  $\pi$  rad. La phase totale est calculée à l'aide de l'expression (5.9) pour plusieurs valeurs d'épaisseur de la couche tampon  $w_b$  comprises entre 0 et 1000 nm, puis insérée dans l'expression quasi-analytique (5.10) du coefficient de rayonnement d'un miroir résonnant. Pour chaque valeur de  $w_b$ , ce même coefficient de rayonnement est calculé numériquement à partir du programme. Les résultats obtenus sont regroupés sur la figure 5.9.

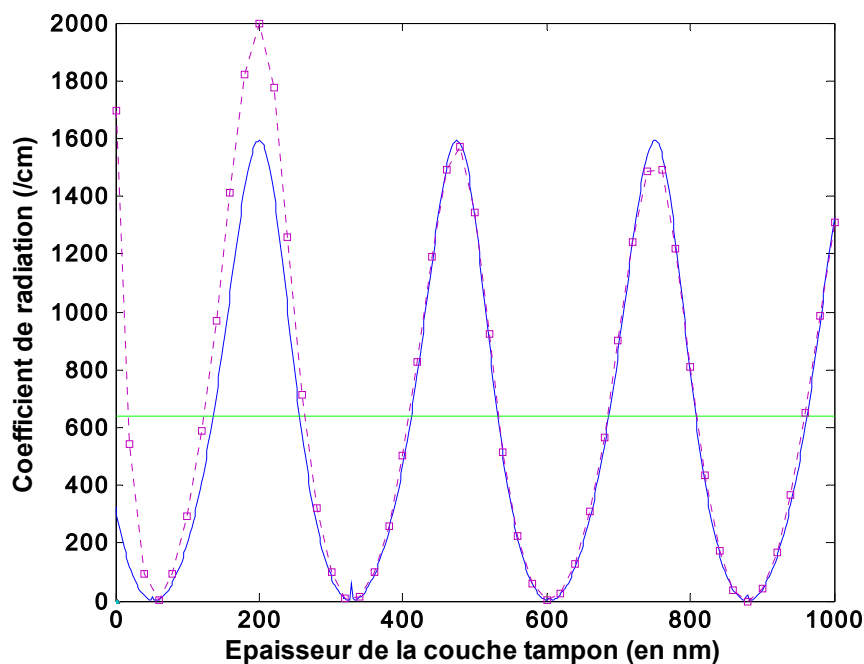


Figure 5.9 : évolution du coefficient de radiation en fonction de l'épaisseur de la couche tampon.

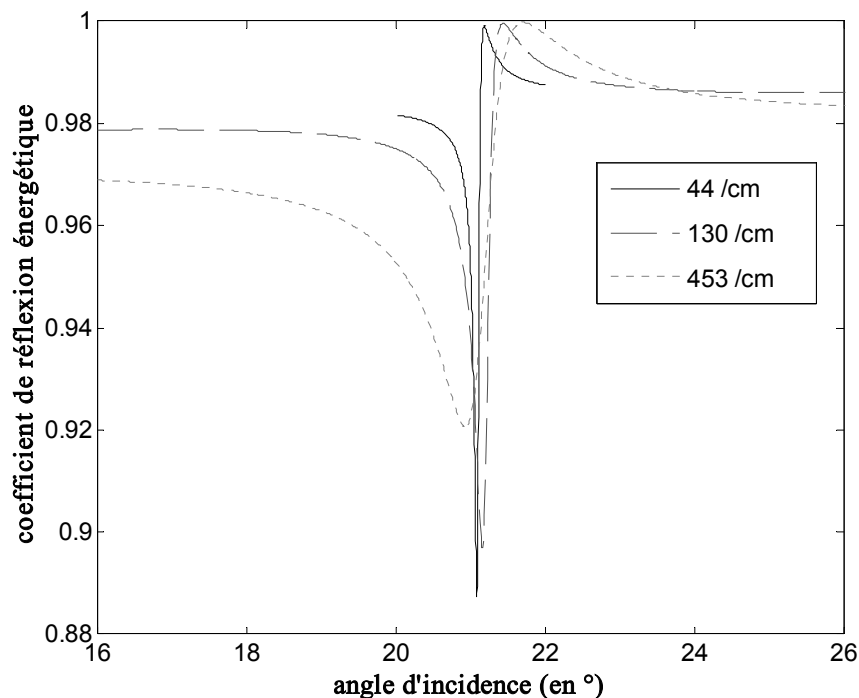
En pointillés marqueurs carrés : résultats du programme de N. Lyndin, en continu : résultats obtenus par l'étude de la matrice de diffraction.

On constate que le coefficient de radiation varie périodiquement avec l'épaisseur de la couche tampon atteignant même une valeur nulle et dépassant sa valeur sans miroir. Les deux courbes sont quasiment superposées, ce qui confirme la validité de notre hypothèse : la couche tampon peut être assimilée à un élément déphaseur et ne perturbe pas les paramètres phénoménologiques du réseau résonnant. Une légère différence intervient pour de faibles épaisseurs de la couche tampon. Cette différence est due au fait que, dans ces conditions, le guide d'onde n'est pas assez



isolé du métal. La configuration équivalente du guide d'onde est donc modifiée de façon non négligeable. De plus, d'un point de vue technologique, il sera préférable de viser un maximum de la courbe de façon à limiter l'erreur sur le coefficient de rayonnement  $\alpha$  liée à l'erreur sur l'épaisseur de la couche tampon. En effet, une erreur de 10 nm sur un sommet induit une variation de la valeur de  $\alpha$  de 3 % alors que la même erreur sur un front induit une variation de  $\alpha$  non négligeable de 25 %.

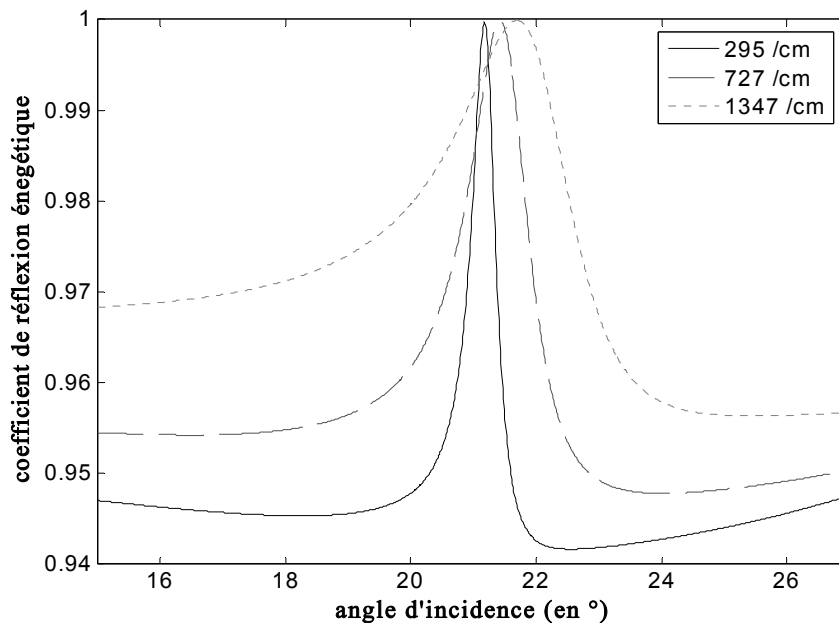
Le deuxième avantage à se placer au sommet de cette courbe est une question de conservation d'énergie dans le cas d'un miroir métallique à perte (partie imaginaire de la permittivité égale à 2 dans l'exemple suivant). En effet, le coefficient de réflexion énergétique donné pour une épaisseur quelconque (ici  $w_b = 650$  nm) de la couche tampon donne les courbes de la figure 5.10. On constate que ce coefficient de réflexion passe par un minimum de plus en plus faible lorsque le coefficient de rayonnement augmente. Ce résultat est essentiellement lié au fait que le mode n'est pas parfaitement isolé du métal.



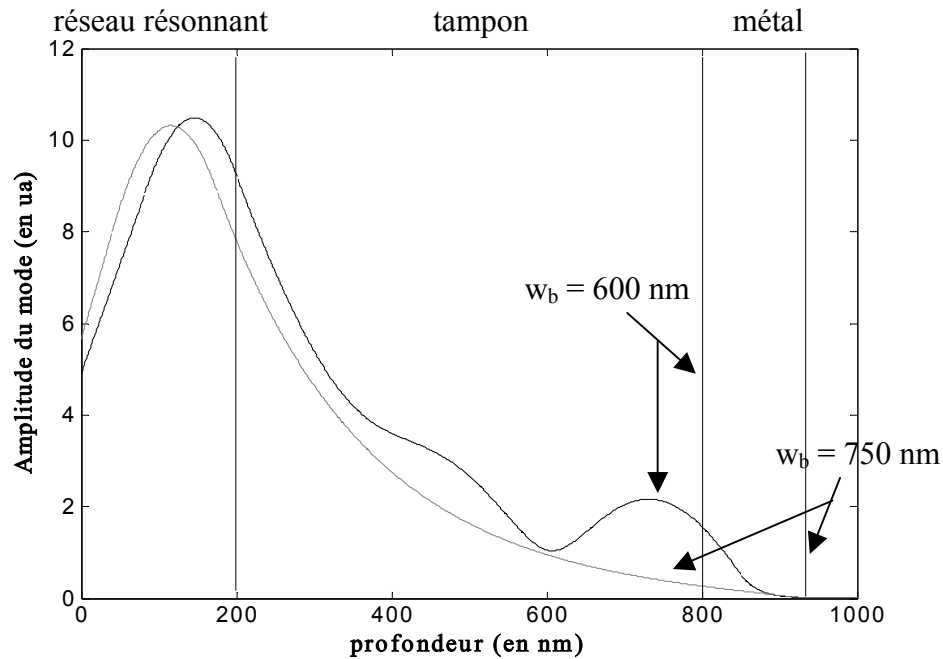
**Figure 5.10 : réponse en amplitude autour de la résonance du coefficient de réflexion pour différents coefficients de radiation dans le cas d'une épaisseur de couche tampon non adaptée.**

**La configuration équivalente guide d'onde est identique d'un cas à l'autre.**

Le fait que le mode ne soit pas parfaitement isolé du métal se traduit par une allure particulière de champ modal comme le montre la figure 5.12. (courbe grise). Ce champ est alors non négligeable au niveau du miroir métallique et par conséquent les pertes énergétiques sont accrues. Plus le coefficient de rayonnement  $\alpha$  diminue, plus le champ modal est concentré dans le guide, et plus le minimum du coefficient de réflexion est faible. En revanche, en adaptant l'épaisseur de la couche tampon de façon à être sur un sommet ( $w_b = 750$  nm), on constate qu'il n'y a plus de minimum. La courbe de réflexion de la figure 5.11 montre qu'autour de la résonance le coefficient de réflexion est toujours supérieur à la réflexion hors-résonance. Les pertes totales d'une source dont la largeur spectrale ou angulaire est de l'ordre de grandeur de la largeur de résonance sont ainsi grandement limitées. Nos observations sont liées au fait que dans ces conditions le mode est parfaitement isolé du métal (cf. fig 5.12). Le champ modal a alors un comportement exponentiellement décroissant dans la couche tampon. Il est alors très faible au niveau du métal et seul l'effet résonnant est observable sur le coefficient de réflexion.



**Figure 5.11 : réponse en amplitude autour de la résonance du coefficient de réflexion pour différents coefficients de radiation dans le cas d'une épaisseur de couche tampon optimisée. La configuration équivalente guide d'onde est identique d'un cas à l'autre.**



**Figure 5.12 : représentation du champ modal dans la structure pour des épaisseurs de couche tampon de 600 nm (courbe noire) et 750 nm (courbe grise).**

Deux méthodes ont donc été développées afin d'ajuster la largeur de résonance d'un réseau résonnant. La première, valable pour tout réseau résonnant, consiste à ajuster la profondeur du réseau de diffraction tout en conservant la même configuration équivalente du guide d'onde. La deuxième méthode, valable pour le cas spécifique des miroirs résonnants, consiste à ajuster l'épaisseur d'une couche tampon insérée entre le miroir et le guide d'onde. La largeur de résonance varie alors de façon périodique. Une expression quasi-analytique est obtenue pour le coefficient de réflexion du miroir résonnant, permettant ainsi de s'approcher de la résolution du problème inverse dans ce cas particulier. Cette étude théorique a également un but technologique puisqu'elle permet de trouver des positions pour lesquelles les erreurs sur les épaisseurs de couches déposées minimiseront la variation de largeur spectrale de résonance. De plus, en adaptant cette épaisseur, il est possible d'isoler parfaitement le mode du miroir métallique donc de limiter les pertes énergétiques. Une combinaison des deux méthodes sera donc utile pour la conception d'un modulateur de phase spectrale pur.

Maintenant que la phase induite par un miroir résonnant a été étudiée théoriquement, nous allons apporter une preuve expérimentale du phénomène.

### 5.3 Démonstration expérimentale de la phase spectrale induite par un miroir résonnant

Le but est ici de démontrer expérimentalement que le déphasage spectral induit par un miroir résonnant se présente bien sous la forme d'une fonction arctangente de  $2\pi$  d'amplitude. Pour cette étude, le miroir utilisé sera un miroir métallique en or. En effet, le substrat d'or a une permittivité complexe qui se traduit par des pertes énergétiques. A la résonance, l'onde s'accumule dans le guide et le champ vu par le métal augmente, induisant de plus fortes pertes. Il en découle une diminution du module de réflexion à l'approche de la résonance qui ne sera pas toujours égal à 1.

La structure étudiée est constituée d'un substrat d'or de permittivité  $\epsilon_m = -33 + 0,6j$  sur lequel est déposé en deux étapes un réseau résonnant en résine (shiplely SPR 505A) comme le montre la figure 5.13. La conception a été réalisée pour une longueur d'onde de 800 nm. L'indice de réfraction de cette résine pour cette longueur d'onde est de 1,602. Dans un premier temps, la sous-couche guide d'épaisseur 125 nm est déposée à l'aide d'une tournette. Cette couche subit un "hard-bake" spécifique de sorte à la rendre insensible à une exposition UV et insoluble lors du développement. Ensuite, la couche de résine, qui deviendra le réseau de profondeur 240 nm, est déposée puis exposée sur un montage holographique à l'aide d'un laser Helium-Cadmium émettant à la longueur d'onde de 442 nm. La structure est caractérisée après développement par AFM afin de vérifier profondeur et profil du réseau de diffraction, puis par un montage de Littrow pour déterminer le pas exact.

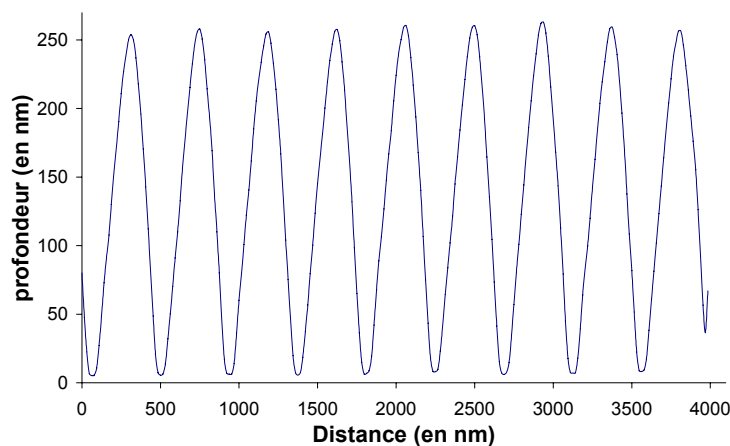
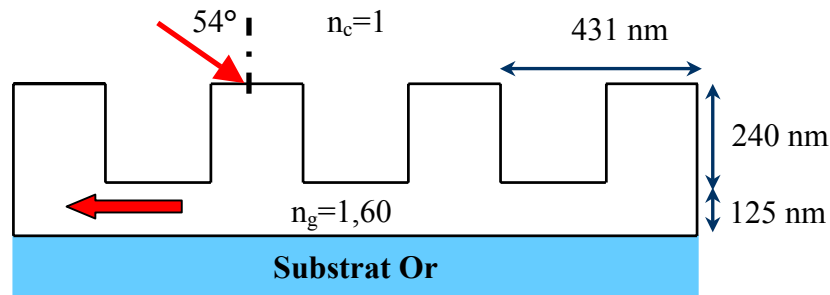


Figure 5.17 : caractérisation au microscope à force atomique du réseau de diffraction fabriqué en résine.

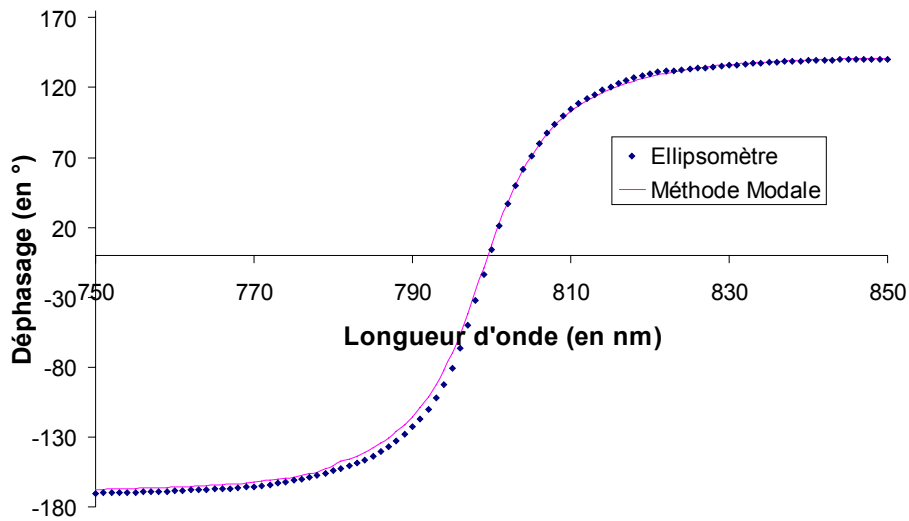
La figure 5.17 montre le profil du réseau obtenu. La grande profondeur et le faible pas font que ce profil mesuré est probablement loin du profil binaire réel. Cependant la caractérisation AFM permet de vérifier l'homogénéité de l'échantillon ainsi que sa profondeur et son facteur de remplissage. Une période de 431 nm est mesurée pour un facteur de remplissage de 0,3. Dans une telle structure représentée sur la figure 5.18, un mode TE est excité à une longueur d'onde de 800 nm arrivant sous une incidence de  $54^\circ$ .



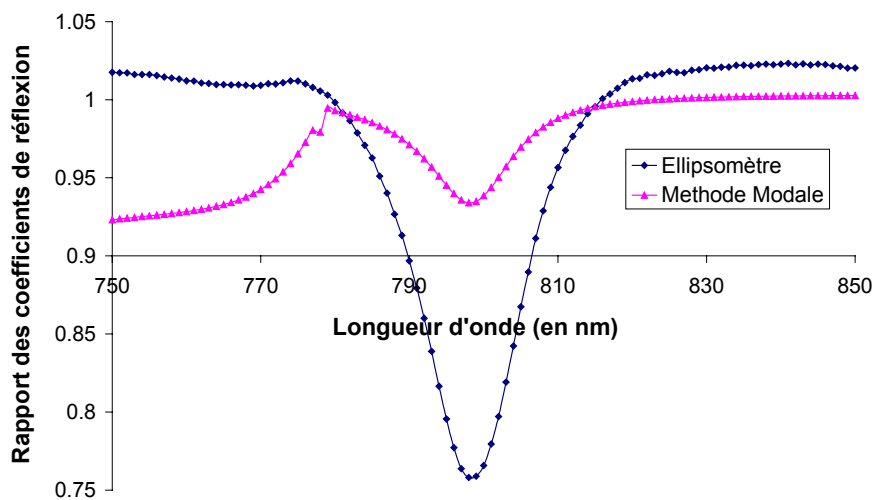
**Figure 5.18 : structure fabriquée pour la démonstration expérimentale de la phase spectrale induite autour de la résonance.**

La résonance se traduit dans le domaine spectral par un pic d'absorption lié aux pertes du métal dans le module et par un déphasage présumé suivre une fonction arctangente d'amplitude  $2\pi$ . Ce mode guidé ne peut être excité que par une onde polarisée TE. En polarisation TM et sous ces mêmes conditions, le coefficient de réflexion sera quasiment constant au voisinage de 800 nm. Par conséquent, la méthode préconisée pour caractériser expérimentalement l'échantillon est l'ellipsométrie. Cette méthode permet de mesurer le rapport des coefficients de réflexions TE et TM sous forme complexe [Azzam 1987]. L'exploitation de ces résultats donne la phase spectrale induite par la résonance à une constante près (phase de la réflexion en polarisation TM).

Les mesures ont été effectuées à l'aide d'un ellipsomètre à modulation de phase UVISEL NIR de Jobin Yvon [Jobin 2007]. Les résultats expérimentaux sont ensuite confrontés aux résultats numériques simulés par le biais de la méthode modale vraie [Lyndin 2006]. Les courbes précédentes permettent de comparer les deux cas tout d'abord en terme de phase (figure 5.19), puis de module (figure 5.20).



**Figure 5.19 : différence des phases des coefficients de réflexion TE et TM.**  
 continu : calcul numérique, carrés : mesures ellipsométriques.



**Figure 5.20 : rapport des modules des coefficients de réflexion TE et TM.**  
 triangles : calcul numérique, carrés : mesures ellipsométriques.

En ce qui concerne la phase, on constate sur la figure 5.19 que valeurs numériques et expérimentales sont très proches. Le profil de phase arctangente de  $2\pi$  d'amplitude est donc confirmé expérimentalement. En ce qui concerne le module, les deux courbes de la figure 5.20 semblent différentes. Cependant, la largeur de résonance à mi-hauteur est à peu près équivalente

( $\Delta\lambda = 13$  nm). La différence est en grande partie due à une sous-estimation des pertes liées à l'or du substrat.

## 5.4 Conclusion

Nous venons donc de concevoir un nouveau type modulateur de phase pur à l'aide d'un réseau résonnant. Ce composant, appelé miroir résonnant, peut aussi bien être un modulateur de phase angulaire et jouer le rôle de lame de phase accordable que modulateur de phase spectrale pur appliqué à la mise en forme temporelle d'impulsions ultra-brèves. Un développement de l'analyse phénoménologique du réseau résonnant dans le cas d'un miroir résonnant a permis de montrer que le profil de phase obtenu est une fonction arctangente de  $2\pi$  d'amplitude. La preuve expérimentale a été apportée par le biais de mesures éllipsométriques.

Le problème inverse n'étant pas encore résolu dans le cas général des réseaux résonnants, une méthode d'ajustement de la largeur de résonance a été développée puis démontrée numériquement. Celle-ci consiste à augmenter le coefficient de rayonnement via la profondeur du réseau de diffraction tout en conservant la même configuration équivalente guide d'onde. Cette méthode est utilisable pour tous types de réseaux résonnants. Une deuxième méthode a été développée sur la base de la matrice de diffraction dans le cas d'un miroir résonnant. Elle a abouti à la démonstration quasi-analytique de l'évolution périodique de la largeur de résonance suivant l'épaisseur d'une couche tampon insérée entre le guide d'onde et le miroir. Cette étude théorique, confirmée numériquement à l'aide d'un exemple, permet de s'approcher de la résolution du problème inverse dans le cas du miroir résonnant. Cette étude théorique a également un but technologique. Nous avons montré que l'adaptation de l'épaisseur de la couche tampon permet de minimiser les pertes de la structure ainsi que de trouver des points de fonctionnement pour lesquels l'erreur sur les épaisseurs de couches, engendrée par la technologie de dépôt, aura un effet minimisé sur la largeur de résonance obtenue.

Le chapitre suivant vise le développement d'une application précise du miroir résonnant. Celui-ci sera utilisé comme modulateur de phase spectrale pur dans le cas de la mise en forme temporelle d'impulsions lasers ultra-brèves.