Les besoins de formation : analyse d'un questionnaire à destination des professeurs de Seconde

Sommaire

À partir des résultats des premières parties de cette thèse, je retiens cinq sources principales de difficultés pour l'enseignement des notions de logique :

1. il n'y a pas de savoir de référence : il ne s'agit pas d'enseigner des notions traitées comme des objets mathématiques, mais d'enseigner des notions qui appartiennent plutôt aux outils du mathématicien. Il n'y a pas de mise en forme stabilisée des connaissances nécessaires à l'utilisation de ces outils qui fasse consensus.
2. Le savoir à enseigner est mal défini : les textes institutionnels actuels (programmes et document ressource) apportent peu de précisions quant aux notions à enseigner : ils ne comblent pas l'absence de savoir de référence évoquée dans le point précédent, les exemples de tâches pour les élèves y sont accompagnés d'une analyse assez pauvre des apprentissages visés ou possibles. D'un manuel à l'autre on trouve des approches très diverses, ce qui témoigne du flou autour des objectifs d'apprentissage… et contribue à l'entretenir.
3. Il y a une contrainte sur l'organisation de l'enseignement : les notions de logique doivent être abordées au fur et à mesure des chapitres, elles ne doivent pas faire l'objet d'un cours, mais éventuellement de temps de synthèse après avoir été rencontrées plusieurs fois en situation.
4. Il y a une hétérogénéité des connaissances des professeurs en logique : certains n'en ont aucune puisque la logique ne fait pas partie de la formation initiale classique, d'autres ont choisi de suivre un cours de logique mathématique dans leur cursus, ou l'ont abordée rapidement au début de leurs études supérieures, ou ont été élèves dans les années soixante-dix.
5. La place de la logique dans les programmes est instable : durant la période des mathématiques modernes, la logique a eu une place importante, associée à l'apprentissage du langage mathématique. Mais dans les décennies qui ont suivi la logique a été, au contraire, exclue des programmes. Ces mouvements, et les vives polémiques qui les ont accompagnés, ont encore une influence sur l'enseignement des mathématiques aujourd'hui.

J'ai élaboré un questionnaire à destination des enseignants (particulièrement des enseignants de lycée et notamment de Seconde) afin de voir s'ils ressentaient ces difficultés. Ce questionnaire avait pour but de dégager quelques traits des pratiques des enseignants en matière d'enseignement des notions de logique, et de mesurer l'impact éventuel de leur réapparition dans les programmes. Avec les résultats de ce questionnaire, je cherche une validation expérimentale du fait que l'on peut considérer les points listés ci-dessus comme des besoins de formation.

7.1 Modalités de passation du questionnaire

Il était proposé aux enseignants de répondre au questionnaire en ligne en se connectant à un site dédié. Il était également possible de télécharger une version électronique du questionnaire à remplir et à me renvoyer (3 personnes seulement ont répondu de cette façon). Cette version est proposée en annexe page 539.

Les réponses proviennent essentiellement de deux canaux :
– une diffusion par mail, notamment sur la liste Adirem pour que les directeurs d'IREM transmettent à leurs animateurs.
– Les stagiaires des stages de formation continue « Initiation à la logique » proposés par l'IREM de Paris. J'avais demandé aux rectorats de diffuser le questionnaire en novembre 2011 afin que les participants au stage en janvier 2012 l'aient rempli, mais je n'ai eu que peu de réponses. Lors du stage 2013, j'ai donc plutôt distribué le questionnaire en version papier [1] lors de la première journée de stage, en laissant les stagiaires le remplir chez eux.

J'ai finalement obtenu 50 réponses : 40 personnes ont rempli le questionnaire en ligne (dont 10 participants au stage 2012), 3 personnes ont téléchargé le questionnaire et me l'ont renvoyé par mail, 7 participants du stage 2013 ont rempli un questionnaire papier.

Le public à qui le questionnaire a été adressé (animateurs IREM et stagiaires), ainsi que le fait que n'ont répondu que des personnes qui ont bien voulu de le faire, sont des biais que j'aurai à l'esprit tout au long de l'analyse.

7.2 Caractéristiques générales des enseignants qui ont répondu

Les premières questions portaient sur des caractéristiques susceptibles d'avoir une influence sur les pratiques des enseignants en matière d'enseignement de notions de logique :
– l'année d'obtention du bac. Elle nous renseigne tout d'abord sur l'ancienneté dans le métier (même si certains enseignants pourraient avoir exercé un autre métier avant, mais cela est plutôt rare), et sur la place de la logique dans l'enseignement du temps où ils étaient eux-même élèves. Des enseignants ayant été élèves durant la période des mathématiques modernes ont au moins des bribes, même lointaines, de formation théorique et une certaine connaissance d'une façon possible d'enseigner des notions de logique, qu'ils la considèrent positivement ou non. Le découpage que j'ai choisi pour les réponses suit donc l'histoire de la logique dans l'enseignement au lycée, et j'ai délimité des périodes à l'intérieur desquelles je considère que l'ancienneté n'a pas une grande

1. J'avais supprimé quelques questions pour réduire le temps nécessaire pour le remplir.

influence :

- les personnes ayant eu leur bac avant 1980, qui ont eu dans leur parcours scolaire la réforme des mathématiques modernes,
- les personnes ayant eu leur bac entre 1980 et 1989, première décennie de la période de la contre-réforme, pendant laquelle l'influence de la période des mathématiques modernes se fait encore sentir.
- les personnes ayant eu leur bac entre 1990 et 1999, deuxième décennie de la période de la contre-réforme,
- les personnes ayant eu leur bac depuis 2000, qui sont encore dans les premières années du métier.

– L'ancienneté dans l'enseignement en classe de Seconde. C'est également un élément important car cette classe présente, par rapport aux autres classes du lycée, la particularité de ne pas être spécialisée. À ce niveau, l'hétérogénéité des élèves ne concerne pas que le « niveau en maths », mais aussi la motivation vis-à-vis des mathématiques, à un degré peut-être plus extrême qu'en Première ou en Terminale.

– La formation en logique mathématique durant la formation initiale. Ces renseignements étaient demandés en fin de questionnaire pour ne pas forcer l'association enseignement de notions de logique/logique mathématique. J'ai classé les réponses pour la formation initiale en 5 niveaux :

- niveau 0 : aucune formation en logique mathématique,
- niveau 1 : élève pendant la période des mathématiques modernes et pas d'autre formation,
- niveau 2 : une initiation en classe préparatoire ou en début d'université,
- niveau 3 : un cours de logique spécifique dans le cursus universitaire,
- niveau 4 : formation universitaire en logique mathématique.

Les tableaux ci-dessous donnent les résultats pour chaque caractéristique :

Pour l'année d'obtention du bac [2] :

Année d'obtention du bac	Avant 1980	Entre 1980 et 1989	Entre 1990 et 1999	Depuis 2000
Nombre d'enseignants	12	9	20	8

FIGURE 7.1 – Année d'obtention du bac des enseignants

Pour l'ancienneté en Seconde [3] :

Ancienneté en Seconde	Moins de 3	Entre 3 et 5 ans	Entre 6 et 10 ans	Plus de 10 ans
Nombre d'enseignants	10	11	11	16

FIGURE 7.2 – Ancienneté en Seconde des enseignants

2. 1 personne n'a pas répondu à cette question.
3. 2 personnes n'ont pas répondu à cette question.

Pour la formation en logique pendant la formation initiale :

Niveau de formation	0	1	2	3	4
Nombre d'enseignants	15	6	22	4	3

FIGURE 7.3 – Niveau de formation en logique des enseignants

Le *savoir à enseigner* étant imprécis, nous pouvons faire l'hypothèse que les différences de formation en logique dans la formation initiale, visibles à travers les résultats ci-dessus, sont particulièrement influentes. Elles rendent d'autant plus difficile la constitution d'un savoir de référence pour l'enseignement de notions de logique. Elles peuvent expliquer en partie les différences constatées dans les manuels de 2010 (cette même diversité des connaissances se retrouvant chez les auteurs de ces manuels).

Le tableau ci-après récapitule l'ensemble des résultats pour ces données [4] :

	Bac avant 1980					Bac entre 1980 et 1989					Bac entre 1990 et 1999					Bac depuis 2000				
Niveau de formation en logique	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
Ancienneté en $2^{nde}<3$	1										2				1	1		2		1
$3 \leqslant$ Ancienneté en $2^{nde} \leqslant 5$						1					2		4	1		1		3		
$6 \leqslant$Ancienneté en $2^{nde}\leqslant 10$			1			1			1	1	3		3	1						
Ancienneté en $2^{nde}>10$		4	5	1			2	2			2									

FIGURE 7.4 – Caractéristiques générales des enseignants ayant répondu

Ce tableau confirme surtout l'hétérogénéité des connaissances en logique mathématiques des enseignants de Seconde. Parmi ceux qui ont répondu au questionnaire :

- la quasi totalité [5] des enseignants qui ont été élèves pendant la période des mathématiques modernes ont des connaissances en logique mathématique, acquises au lycée (puisqu'un enseignement de notions de logique basé sur la logique mathématique était explicitement au programme) et complétées pour certains d'entre eux dans le supérieur (3 enseignants ayant eu leur bac peu après 1980 ont eu également une initiation à la logique mathématique au lycée, ce qui signifie que certains enseignants ont poursuivi un tel enseignement bien qu'il ne soit plus recommandé par le programme).
- Un nombre important d'enseignants (14) ayant eu leur bac après 1980 n'a aucune formation en logique mathématique.
- 22 enseignants ont eu une initiation à la logique mathématique au début de leur études supérieures. Cette pratique semble être constante depuis plusieurs décennies.
- Les enseignants choisissant de faire de la logique dans leur parcours universitaire sont peu nombreux, et sont présents dans toutes les catégories dans la répartition par année d'obtention du bac.

4. Les cases vides correspondent à 0.
5. Une seule personne ayant été élève pendant les mathématiques modernes a répondu qu'elle n'avait pas eu de formation en logique mathématique pendant sa formation initiale.

7.3 Mise en place d'un enseignement de notions de logique et notions travaillées dans la classe

Je présente ici les réponses à la question 3 : **Travaillez-vous sur des notions de logique avec vos élèves de Seconde ?** :

		Déjà avant les nouveaux programmes de 2009			
		OUI	NON	N'enseignait pas	Total
Depuis les nouveaux programmes de 2009	OUI	22	15	9	46
	NON	0	3	1	4
	Total	22	18	10	50

FIGURE 7.5 – Travail sur des notions de logique avant/après 2009

Une bonne moitié des enseignants interrogés intégraient déjà un travail sur ces notions avant que cela ne soit explicitement préconisé par le programme. On peut penser que cela correspond à l'idée très répandue que la logique fait de toute façon partie de l'activité mathématique.

Le nouveau programme a cependant eu une influence, puisque 15 enseignants qui disaient ne pas travailler sur des notions de logique avant les programmes de 2009 disent le faire depuis. Par ailleurs, 9 des 10 enseignants qui n'enseignaient pas avant 2009 proposent un tel travail. Pour ces enseignants, les notions de logique font donc pleinement partie des notions à enseigner [6].

Les 4 enseignants qui disent ne pas travailler actuellement sur des notions de logique, malgré les objectifs fixés par le programme, ont tous un niveau 2 de formation en logique mathématique durant la formation initiale. Leur choix n'est donc pas justifié par l'absence complète de formation en logique mathématique : un seul d'entre eux trouve ses connaissances en logique insuffisantes, pour les trois autres, c'est surtout la difficulté à concevoir des activités qui semble les arrêter (je croise ici les résultats de cette question avec les résultats de la question 5 que nous verrons ultérieurement). Deux d'entre eux

6. La proportion importante d'enseignants ayant répondu qu'ils travaillaient actuellement sur des notions de logique est bien sûr un résultat à relativiser d'une part parce que la moitié des professeurs ayant répondu s'étaient volontairement inscrits à un stage de formation sur la logique, dans l'optique d'intégrer un travail sur des notions de logique à leur enseignement. D'autre part, on peut penser qu'un professeur qui n'aurait pas mis en place un tel travail n'est pas particulièrement motivé pour répondre à un questionnaire sur ce sujet.

sont des enseignants qui ont été élèves au temps des mathématiques modernes, et qui ont une grande ancienneté en tant que professeur de Seconde. Ce qu'il ont vécu au moment des mathématiques modernes ne fonctionne donc pas comme un modèle (nous avons vu que la demande était effectivement bien différente).

Nous allons maintenant voir quelles sont les notions de logique qui doivent, selon les enseignants, être travaillées dans la classe de mathématiques. À partir des réponses à la question 4 : **Quelles sont selon vous les notions de logique qui doivent être travaillées en cours de mathématiques au lycée ? Qu'ont à apprendre les élèves sur ces notions ? Y a t-il des thèmes mathématiques (chapitres) privilégiés pour ce travail ?**, j'ai fait deux analyses lexicographiques.

La première analyse concerne la première partie de la question. Je me suis appuyée sur la liste des notions évoquées par le programme, auxquelles j'ai ajouté la notion de proposition et la notion de variable, comme dans le reste de cette recherche :
- le mot « variable » n'apparaît dans aucune réponse, et même il n'y a rien qui suggère l'idée de cette notion.
- le mot « proposition » apparaît dans 4 réponses, mais dans 3 d'entre elles, il est associé à d'autres termes (« proposition directe et réciproque », « négation d'une proposition », « démontrer qu'une proposition générale est vraie ou fausse »).

Ceci confirme ce qui avait déjà été observé dans les manuels : la notion de variable ne semble pas être vue comme méritant un travail particulier et la notion de proposition, parfois présente au niveau du vocabulaire utilisé, n'est pas non plus vue comme une notion à travailler pour elle-même.

Pour ce qui est des connecteurs ET et OU et de l'implication, j'ai différencié deux formes de présence de ces notions. J'ai parlé de forme « objet » quand le nom du connecteur apparaissait (connecteur ET et OU, ou disjonction et conjonction, implication), que j'ai distingué d'une forme « langagière » quand seule l'expression de ce connecteur dans le discours apparaissait (c'est-à-dire quand apparaissaient seulement les mots « et », « ou », « si… alors »). Les résultats en nombre d'apparition des termes (un terme n'est compté qu'une fois par réponse, même s'il apparaît plusieurs fois) sont les suivants [7] :

Connecteurs ET/OU	Négation	Implication	Quantificateurs
22 (9 forme « objet », 13 forme « langagière »)	15	37 (32 forme « objet », 5 forme « langagière »)	21

FIGURE 7.6 – Nombre de mentions des termes dans les notions à travailler, pour les connecteurs et les quantificateurs

La notion d'implication est très présente dans les réponses, comme nous pouvions nous y attendre vu son rôle central dans l'expression de la plupart des théorèmes et dans le

7. 3 enseignants n'ont pas répondu

raisonnement déductif. On peut dire qu'elle y est presque tout le temps présente, car 9 des 10 réponses qui ne mentionnent pas l'implication en tant que telle, mentionnent des notions qui lui sont associées, telles que réciproque, contraposée, équivalence.

Les connecteurs ET et OU et les quantificateurs apparaissent dans un peu moins de la moitié des réponses, et la négation dans moins d'un tiers des réponses. Notons que les raisons qui poussent à ne pas mentionner ces dernières notions peuvent être opposées : les connecteurs ET et OU peuvent être considérées comme des notions ne posant pas de problème, et donc qui n'ont pas besoin d'être explicitement travaillées, alors que la négation et les quantificateurs peuvent être considérées comme des notions trop difficiles, et donc à éviter. Une interprétation possible de ces réponses amène à nuancer l'influence du programme supposée par les réponses à la question 3. En effet, les connecteurs ET et OU, la négation, les quantificateurs sont explicitement cités par les programmes. Les enseignants interrogés semblent donc choisir dans ce programme des éléments qui leur paraissent plus importants que d'autres.

J'ai également relevé d'autres termes :
- des termes associés à la notion d'implication : les termes « conditions nécessaires, conditions suffisantes » apparaissent 7 fois, le terme « réciproque » apparaît 17 fois, le terme « contraposée » 21 fois, le terme « équivalence » 36 fois (32 fois sous forme « objet », 4 fois sous forme « langagière »).
- Le terme « raisonnement » apparaît 29 fois, ce qui confirme que ce pilier de la logique est plus reconnu que le pilier langage.
- Les notions ensemblistes apparaissent 14 fois. Le travail sur ces notions est donc, pour certains enseignants, associé à la logique, comme c'était le cas au temps des mathématiques modernes. Nous avons cependant vu dans l'analyse des manuels de 2010 que le lien n'était pas fait comme à cette époque entre ensembles et propositions, en considérant l'ensemble des éléments vérifiant une proposition ouverte, mais seulement à travers l'association entre connecteurs ET et OU et intersection et réunion.

La deuxième analyse concerne les domaines ou chapitres du programme privilégiés pour le travail sur des notions de logique. Le tableau ci-dessous donne le nombre d'occurrences des principaux domaines évoqués :

Équations	Inéquations	Fonctions	Intervalles	Ensembles	Probabilités	Géométrie	Algorithmique
10	5	8	8	8	14	17	5

FIGURE 7.7 – Domaines où il est pertinent de travailler sur des notions de logique

Bien qu'elle soit de moins en moins présente dans les programmes, la géométrie reste le lieu privilégié de la logique, notamment associée au raisonnement et à la démonstration, et à tout ce qui tourne autour de l'implication (formulations en *si. . .*, *alors. . .*, réciproque, contraposée, équivalence). Le domaine des probabilités est aussi très présent dans les réponses, souvent associé aux connecteurs ET et OU ou avec les notions ensemblistes. Le domaine des équations et inéquations est souvent mis en relation avec l'implication et l'équivalence. Nous retrouvons dans ces réponses les mêmes associations notions de logique/domaine pertinent pour les travailler que dans le document ressource de 2009 ou dans les propositions d'exercices des manuels.

7.4 Connaissances en logique mathématique et activités trouvées ou conçues pour atteindre les objectifs fixés par le programme

La question 5 interroge les enseignants sur leur sentiment par rapport à leurs connaissances mathématiques et didactiques pour un enseignement de notions de logique : **Dans l'introduction au nouveau programme de mathématiques pour la classe de Seconde de juillet 2009 figure un paragraphe intitulé « raisonnement et langage mathématiques ». Une partie de ce paragraphe était déjà présente dans le programme de 2001, mais il est complété en 2009 et accompagné d'un tableau fixant des objectifs pour le lycée en matière de notations et raisonnement. Pour construire un enseignement permettant d'atteindre les objectifs fixés par le programme :**

- **Vos connaissances en matière de logique mathématique vous paraissent-elles suffisantes ?**
- **Avez-vous trouvé ou conçu facilement des activités à proposer à vos élèves ?**

Je présente les réponses à ces questions[8] dans le tableau à double entrée ci-après. J'y ai différencié les enseignants qui se sont inscrits à un stage de formation continue sur la logique (FC) :

		Connaissances suffisantes		
		OUI	NON	Total
Activités trouvées ou conçues facilement	OUI	15 (dont 4 FC)	6 (dont 3 FC)	21 (dont 7 FC)
	NON	19 (dont 11 FC)	8 (dont 7 FC)	27 (dont 18 FC)
	Total	34 (dont 15 FC)	14 (dont 10 FC)	48 (dont 25 FC)

FIGURE 7.8 – Connaissances suffisantes et activités trouvées ou conçues facilement

8. 2 enseignants n'ont pas répondu à la deuxième question, je n'ai donc considéré dans toute cette partie que 48 réponses.

Même si l'on peut faire l'hypothèse que la catégorie des enseignants qui pensent que leurs connaissances en logique ne sont pas suffisantes est sur-représentée sur l'ensemble des réponses, en raison des inscrits à un stage de formation continue qui représentent la moitié des réponses, ce sentiment existe chez un nombre non négligeable d'enseignants. Je rappelle que le document ressource qui accompagne le programme de 2009 ne prend pas du tout en compte ce besoin de formation théorique, et ne propose rien qui aille dans ce sens. Parmi les 14 enseignants qui disent que leurs connaissances ne sont pas suffisantes, 8 ont un niveau 0 de formation en logique, 2 ont un niveau 1 et 4 ont un niveau 2, dont 2 qui ont été élèves au temps des mathématiques modernes, et 2 plus jeunes. L'analyse du programme et des manuels de 1969 montre qu'il y avait à l'époque un cours assez complet sur les bases de la logique mathématique, au moins pour ce qui est de la logique propositionnelle. Nous pouvons faire l'hypothèse que c'est également le cas des initiations proposées en début du supérieur. Cela n'est pourtant pas suffisant pour ces 6 enseignants. Une première explication possible est que de voir ces connaissances dans un contexte isolé, déconnecté de l'activité mathématique et de l'enseignement, ne leur semble pas suffisant. Une autre explication possible est que ces enseignants ressentent le besoin de connaissances qui dépassent assez largement ce qui va être en jeu dans leurs classes, pour pouvoir avoir du recul. Une dernière explication confirmerait un point de vue déjà évoqué dans ce travail : la logique propositionnelle est insuffisante pour faire des mathématiques, et ce sentiment d'insuffisance peut être dû au fait que c'est surtout cette logique qui a été travaillée.

Ce sentiment de connaissances insuffisantes est cependant minoritaire, même parmi les enseignants qui se sont inscrits à une formation continue sur la logique. Une majorité des enseignants considèrent leurs connaissances suffisantes, et ce même parmi les enseignants de niveau 0 en formation en logique mathématique (6 sur 15). D'où la nécessité, quand on élabore une telle formation, de justifier l'éventuelle présence de ces contenus théoriques, et de remettre en cause ce sentiment de connaissances suffisantes (sentiment que j'ai déjà évoqué, qui peut être dû à une initiation pendant la formation initiale, ou au fait que les enseignants ont su mettre en œuvre ces connaissances dans leur propre pratique mathématique).

Un nombre important d'enseignants disent ne pas avoir trouvé ou conçu facilement des activités pour atteindre les objectifs fixés par le programme (ils sont largement majoritaires parmi les enseignants qui se sont inscrits à un stage de formation continue, et représentent une petite moitié parmi les autres enseignants). Le tableau suivant croise les réponses à cet aspect de la question 5 avec le niveau de formation en logique [9] :

Activités trouvées ou conçues facilement \ Niveau de formation	0	1	2	3	4
OUI	7	3	7	3	1
NON	7	3	14	1	2

FIGURE 7.9 – Activités trouvées ou conçues facilement selon le niveau de formation en logique

Les enseignants qui ont un niveau 0 de formation en logique ne se sentent pas moins armés que les autres pour trouver ou concevoir des activités pour atteindre les objectifs fixés par le programme sur les notions de logique. Ces résultats donnent l'impression que cela est plutôt une difficulté pour des enseignants qui ont un niveau 2 au moins de formation. L'analyse des exercices proposés par les manuels ayant mis en évidence de nombreuses difficultés, on peut penser que cela est du au fait que les quelques connaissances, même minimales, de certains enseignants les incitent plutôt à ne pas utiliser ces exercices.

7.5 Recours à des ressources

Seulement 27 enseignants ont consulté le document ressource de 2009, et parmi eux moins de la moitié disent y avoir trouvé des pistes intéressantes, notamment des idées d'activités à proposer. 18 enseignants ont consulté d'autres documents, notamment des sites sur internet, des travaux issus des IREM ou de l'APMEP, plusieurs manuels de Seconde. Certains d'entre eux ont apprécié la diversité des activités qu'ils y ont trouvées. Le tableau suivant donne les résultats de la consultation de ressources (document ressource de 2009 ou autres) croisés avec la facilité à concevoir ou trouver des activités pour travailler sur des notions de logique :

Activités conçues ou trouvées facilement					
NON (27 réponses)			OUI (21 réponses)		
Aucune ressource consultée	Document ressource de 2009 consulté	Autres ressources consultées	Aucune ressource consultée	Document ressource de 2009 consulté	Autres ressources consultées
14	10 (dont 3 aussi autres ressources)	6 (dont 3 aussi document ressource)	2	15 (dont 7 aussi autres ressources)	11 (dont 7 aussi document ressource)

FIGURE 7.10 – Activités trouvées ou conçues facilement selon la consultation de ressources

9. J'ai également croisé ces résultats avec l'ancienneté, mais cela ne donnait pas de résultats significatifs.

16 enseignants n'ont donc consulté aucune ressource, mais parmi eux, 2 n'ont pas eu de mal à trouver ou concevoir des activités. Je signale que parmi les 14 autres, 10 se sont inscrits à un stage de formation continue. Il reste donc finalement très peu d'enseignants qui ne trouvent pas d'activités et n'en cherchent pas. Ainsi, les enseignants jouent le jeu des objectifs fixés par le programme, et cherchent des activités pour les atteindre. Mais malheureusement, ils ne trouvent pas facilement des activités satisfaisantes. L'analyse du document ressource de 2009 a montré qu'il était effectivement insuffisant, et nous avions déjà noté que l'absence de la logique des programmes entre 1980 et 2009 avait notamment eu pour conséquence le manque de ressources sur les questions d'enseignement des notions de logique.

7.6 Mise en forme de l'enseignement de notions de logique et institutionnalisation des connaissances

Nous avons vu que le programme prônait une certaine ligne de conduite quant à l'enseignement des notions de logique : il ne s'agit pas d'en faire des objets explicites d'enseignement, mais seulement de souligner les nombreux moments où elles sont des outils importants dans l'activité mathématique. C'est à partir d'un extrait du programme que j'ai proposé aux enseignants de réagir sur cette ligne de conduite dans la question 8 : **Le programme de Seconde précise que "les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne doivent pas faire l'objet de cours spécifiques mais doivent prendre naturellement leur place dans tous les chapitres du programme". Selon vous, est-ce effectivement comme cela que doivent être enseignées des notions de logique ? Si oui, pourquoi ? Si non, quelle autre forme serait plus appropriée ?**

Le tableau ci-dessous donne les réponses à la première partie de la question :

Réponse positive	Réponse négative	Réponse mitigée	Absence de réponse
20	6	21	3

Figure 7.11 – Approbation de la ligne de conduite fixée par le programme

Une analyse plus en détail des réponses que j'ai qualifiées de « mitigées » montre que la majorité des enseignants approuvent la ligne de conduite du programme. 18 d'entre eux mettent en avant la nécessité d'un travail sur le long terme, présent au fur et à mesure des chapitres, ce que l'on retrouve par exemple dans la réponse suivante : « Il me paraît naturel d'introduire et de diffuser la notion de logique et de raisonnement tout au long de l'année, ne serait-ce que parce que cela fait partie des bases même des mathématiques ». 8 enseignants approuvent particulièrement la dimension outil préconisée par le programme, ce qu'illustre par exemple la réponse suivante : « Oui. Car il est nécessaire d'expliquer et d'expliciter une notion lorsqu'on en a besoin. Le cours devient un instrument qui permet de réussir ». 12 enseignants insistent sur le fait de ne pas faire de cours séparé, de ne pas être trop formel, ou trop abstrait (parmi eux, 5 précisent que cette précaution vaut surtout en Seconde), comme on le voit par exemple dans les réponses suivantes : « Sujet à traiter en permanence (transversal) et sans aucun formalisme (en Seconde...) », « Un cours spécifique sur la logique risque à mon avis de noyer les élèves dans un excès de formalisme ».

Cependant, 15 enseignants nuancent cette approbation, notamment en soutenant qu'une mise au point sur les notions de logique est tout de même nécessaire (12 réponses, par exemple : « Il est nécessaire de réaliser des synthèses régulièrement sinon les élèves ne prennent pas de recul par rapport à ce qu'ils font. »), ou qu'un chapitre introductif serait pertinent (3 réponses, par exemple : « Je pense que quelques cours de logique ne seraient pas inutiles. Avec les grands types de raisonnement accompagnés d'exemples. Un bilan clair en début de Seconde, illustré de choses de collège suffirait. Sans y passer des dizaines d'heures, mais pour avoir une sorte de "catalogue" auquel se référer régulièrement dans l'année. »). Cette nuance correspond finalement au choix fait par la plupart des manuels, qui intègrent des pages spécifiquement consacrées aux notions de logique.

4 enseignants nuancent également leur approbation car ils considèrent que cela peut être une difficulté pour les élèves de travailler en même temps sur des notions de logiques et sur des notions mathématiques nouvelles, nous le voyons par exemple dans la réponse suivante : « C'est difficile en Seconde d'introduire une notion de logique avec tout le vocabulaire que cela implique, au milieu d'un cours sur les fonctions par exemple... Je trouve que les élèves ont du mal à comprendre plusieurs notions en même temps ».

Le principal motif de désapprobation de la ligne de conduite du programme est la question de l'institutionnalisation. 4 enseignants revendiquent la nécessité de faire un cours spécifique, comme par exemple dans la réponse suivante : « Je ne pense pas que l'on puisse apprendre des mathématiques en "saupoudrage", il me semble donc plus indiqué de faire un petit chapitre de logique et de l'illustrer au travers des autres chapitres », mais cette position reste très minoritaire. 2 d'entre eux seulement suggèrent explicitement un cours formel. Ces deux enseignants ont été élèves à l'époque des mathématiques modernes, et nous pouvons faire l'hypothèse que ce qui se faisait à l'époque fonctionne pour eux comme un modèle. Ce n'est cependant pas le cas de la plupart des enseignants de cette ancienneté, qui ont bien compris qu'il ne s'agissait pas de revenir à un tel enseignement des notions de logique. 1 enseignante suggère plutôt des « synthèses régulières », et 1 enseignant enfin considère que le programme n'est pas adapté à un travail sur des notions de logique.

Cette tendance à considérer comme pertinent de proposer des temps de synthèse est confirmée par les réponses à la question 9 : **Dans le programme de 1ère de 2010, le commentaire évoqué dans la question 8 est complété par "Il importe toutefois de prévoir des moments d'institutionnalisation de certains concepts ou types**

de raisonnement, après que ceux-ci ont été rencontrés plusieurs fois en situation." Ces moments d'institutionnalisation vous semblent-ils effectivement nécessaires ? Pourquoi ? Le tableau ci-dessous donne les réponses à la première partie de cette question :

Réponse positive	Réponse négative	Réponse mitigée	Pas d'avis	Absence de réponse
38	1	3	2	6

FIGURE 7.12 – Approbation des moments d'institutionnalisation des notions de logique dans les programmes de Première

En cohérence avec les réserves apparues dans les réponses à la question 8 sur le programme de Seconde, la modification faite dans le programme de Première sur l'institutionnalisation est jugée positive par la plupart des enseignants. Nous avions vu que pour certains enseignants, c'était quelque chose d'important dès la Seconde, pour quelques autres c'est plus important à partir de la Première, et particulièrement dans le cursus scientifique.

Même si la majorité des enseignants se montrent favorables à une telle institutionnalisation, l'absence de savoir de référence la rend *a priori* délicate. Nous avons vu que les institutionnalisations proposées par les manuels n'étaient pas du tout homogènes, il va donc y avoir une « touche personnelle » de chaque enseignant plus forte que pour l'institutionnalisation d'autres notions du programme. J'ai cherché à en savoir un peu plus sur les pratiques effectives d'institutionnalisation. J'ai d'abord proposé une question assez générale [10], la question 10 : **De votre côté, avez-vous mis en place de tels moments d'institutionnalisation avec vos classes de Seconde en 2010-2011 ?** Les réponses sont présentées dans le tableau ci-dessous [11] :

	Oui	Non
Sur les connecteurs ET et OU	24	24
Sur la négation	18	29
Sur les quantificateurs	14	33
Sur l'implication	28	19
Sur l'équivalence	29	19
Sur les différents types de raisonnement (par l'absurde, par disjonction des cas, par contraposée)	18	29

FIGURE 7.13 – Notions sur lesquelles des institutionnalisations ont été proposées

4 enseignants seulement ont proposé des institutionnalisations sur toutes les notions listées. Les enseignants se démarquent ici des manuels dont la moitié traitent toutes ces notions.

10. La notion d'institutionnalisation peut recouvrir des discours assez variés, je n'ai rien précisé dans cette question, chaque enseignant a donc répondu selon sa propre conception de ce mot. Dans les questions suivantes, qui concernent les connecteurs ET et OU, ces conceptions seront elles-mêmes questionnées.

11. 2 enseignants n'ont répondu pour aucune notion, 1 enseignant n'a répondu que pour les connecteurs ET et OU, et pour l'équivalence.

Implication et équivalence se détachent encore une fois, et sont objet d'institutionnalisation pour deux tiers des enseignants. À l'inverse, négation, quantificateurs et types de raisonnement ne sont pas l'objet d'une institutionnalisation pour deux tiers des enseignants, et pour les connecteurs ET et OU il y a égalité. Plusieurs explications possibles à ces résultats :

– le sentiment que l'implication est plus présente que d'autres notions dans la classe de mathématiques au lycée. Par exemple, elle est présente dans la formulation de la plupart des théorèmes, même si s'autres formulations sont possibles. Mais il s'agit alors d'implications universellement quantifiées, et si les quantificateurs sont absents, c'est seulement parce que la quantification est implicite. Ce sentiment de plus grande présence de l'implication est donc basé sur des choix de l'institution scolaire qui sont discutables.
– Le sentiment que l'implication est, plus que les autres connecteurs ou les quantificateurs, reliée au raisonnement et non seulement vue comme un élément du langage mathématique. Les résultats de cette question montreraient alors une fois encore la prédominance du pilier raisonnement pour les notions de logique, au détriment du pilier langage. Nous avons vu que dans la déduction naturelle, il y avait des règles pour chaque connecteur et chaque quantificateur. Mais hormis la règle du *modus ponens* que l'on retrouve avec le « si… alors…, or…, donc… », ces règles ne sont pas explicitées dans la classe.
– Bien que le pilier raisonnement semble privilégié, les types de raisonnement sont moins objets d'institutionnalisation que l'implication. Cela peut être une conséquence directe de l'absence de savoir de référence, mais aussi du fait que les occasions de pratiquer un raisonnement par contraposée, par l'absurde, ou par disjonction des cas ne sont pas si fréquentes en Seconde.
– Les connecteurs ET et OU pourraient se démarquer de la négation et des quantificateurs parce que le lien avec intersection et réunion fournit un thème privilégié pour les aborder lors du travail sur les intervalles ou sur les événements.

Finalement, 8 enseignants seulement ne proposent aucune institutionnalisation, et 22 enseignants proposent des institutionnalisations sur 3 notions ou plus. Il semble donc que pour les enseignants, les notions de logique ne doivent pas être présentes seulement dans leur dimension outil, mais aussi dans leur dimension objet.

7.7 Des précisions sur l'institutionnalisation sur les connecteurs ET et OU

Les questions qui suivent, qui concernent plus précisément les connecteurs ET et OU, n'ont pas été posées aux enseignants du stage « Initiation à la logique » de 2013 en raison de contraintes de temps. Le nombre total de réponses est donc réduit à 43.

Le terme « institutionnalisation » reste assez vague quant à la forme que peut prendre le discours sur les notions de logique. Nous avons vu dans l'étude épistémologique que le niveau de formalisation est une variable importante pour l'élaboration d'un tel discours. Pour avoir une idée des choix des enseignants, j'ai proposé plusieurs questions sur les connecteurs ET et OU. Nous avons effectivement vu dans l'étude des manuels que ceux de 2010 proposaient des présentations assez différentes de ces notions, et différentes de la présentation des manuels de 1969.

J'ai donc d'abord choisi de m'appuyer sur ces différences dans les manuels, et j'ai demandé aux enseignants leur avis sur deux extraits de manuels qui sont analysés dans la section 6.1.3 : un extrait du manuel *Symbole* (voir page 230) et un extrait du manuel *Indice* (voir page 231). La question 11 était formulée ainsi : **Laquelle de ces deux présentations vous paraît la plus appropriée pour un enseignement de ces notions en Seconde ? Pourquoi ?** Seul 1 professeur a dit préférer la définition du manuel *Symbole*[12], contre 25 se prononçant pour celle du manuel *Indice*. 4 enseignants sont critiques vis-à-vis des deux présentations[13].

10 enseignants apprécient le lien avec le langage courant proposé dans le manuel *Indice*, comme on le voit dans cette réponse : « La présentation du livre de classe Indice me semble plus appropriée. Elle part du langage courant en présentant tout de suite la différence avec le langage "matheux" et l'intérêt de ce dernier pour sa non-ambiguïté ». Cette présentation suit les indications du programme, qui indique particulièrement pour les connecteurs ET et OU la nécessité de faire la distinction entre langage courant et langage mathématique, et nous avions déjà vu avec les réponses à la question 8 une certaine adhésion des enseignants à la ligne de conduite du programme.

9 enseignants mettent en avant la simplicité du discours du manuel *Indice*, et 8 disent qu'ils trouvent la présentation du manuel *Symbole* inutilement compliquée, comme par exemple dans la réponse suivante : « Catégoriquement : la deuxième ! (Indice). Elle est fluide et compréhensible pour des élèves de lycée. L'autre présentation ne sera même pas lue jusqu'au bout par mes élèves ». Aucun enseignant ne mentionne l'absence de définition dans le manuel *Indice* comme étant un problème. Institutionnalisation ne signifie pas pour eux une définition des notions, et donner le comportement par rapport aux valeurs de vérité des connecteurs ET et OU sur des exemples leur suffit comme mise en forme de ces connaissances[14]. Il y a de toute façon aujourd'hui une culture de la définition différente ce celle qui pouvait prévaloir à l'époque des mathématiques modernes, mais il y a ici un traitement particulier pour les notions de logique. Le discours institutionnel qui met fortement en garde contre l'excès de formalisme semble être tout à fait suivi.

12. Cet enseignant s'était prononcé contre la ligne de conduite du programme, prônant plutôt un cours de logique formel. Sa réponse est donc cohérente avec cette position, qui semble être une exception.

13. Beaucoup d'enseignants n'ont pas répondu à cette question car il fallait, dans le questionnaire en ligne, activer un lien qui apparemment n'a pas toujours fonctionné.

14. Quelques enseignants évoquent dans leur choix le fait d'être en classe de Seconde, et certains indiquent que leur position serait différente s'il s'agissait d'un manuel de Terminale.

Sans doubler la question sur les moments d'institutionnalisation, j'ai ensuite voulu savoir si les connecteurs ET et OU étaient l'objet d'un travail spécifique à travers la question 12 : **De votre côté, avez-vous travaillé explicitement avec vos élèves sur les connecteurs et/ou ? Si oui, quels activités/exercices avez-vous proposés pour cela ? Si non, pourquoi ?**

35 enseignants sur 43 disent qu'ils ont fait un travail explicite, les thèmes ou types de tâches cités étant les suivants [15] :

Intersection, réunion	Probabilités	Équations, expressions algébriques	Multiples et diviseurs	Géométrie	Exercices contexte vie courante	Énigmes	Propositions à compléter	Vrai ou Faux
25	15	5	1	1	3	1	4	3

FIGURE 7.14 – Thèmes pour travailler sur les connecteurs ET et OU

Nous retrouvons ici les thèmes déjà repérés dans le document ressource de 2009 et dans les manuels, à savoir le lien avec intersection et réunion, notamment dans le chapitre sur les probabilités. Les 7 enseignants qui répondent ne pas avoir pas travaillé explicitement sur les connecteurs ET et OU évoquent tous le manque de temps, l'un d'entre eux justifie ce choix par le fait que les erreurs des élèves sur ce sujet sont rares, 2 d'entre eux disent en parler sans proposer d'activités spécifiques.

J'ai ensuite voulu préciser ce que signifiait « institutionnalisation » pour les enseignant en les interrogeant spécifiquement sur le fait de donner ou non une définition dans la question 13 : « Avez-vous donné une définition de ces connecteurs ? Si oui, quelle était-elle ? Si non, pourquoi ? » 10 enseignants seulement disent qu'ils ont donné une définition [16] :

- 2 précisent qu'ils l'ont fait à peu près comme dans le manuel *Indice* ;
- 2 précisent qu'ils l'ont fait à peu près comme dans le manuel *Symbole* [17] ;
- 2 ont donné les tables de vérité ;
- 1 professeur a donné une définition reposant sur le montage en série ou en parallèle dans les circuits électriques ;
- 1 professeur a donné une définition illustrée par des exemples ;
- 1 professeur a donné une définition reposant sur la réunion et l'intersection.

15. Aucun enseignant ne m'a donné d'exemple concret d'exercice proposé sur ces notions.
16. 1 enseignant n'a pas répondu à la deuxième partie de la question.
17. L'un d'entre eux avait pourtant choisi la présentation du manuel *Indice* qui finalement lui paraissait plus claire.

Quand on lit la définition de ce dernier professeur, on voit qu'il s'agit en fait des définitions de l'intersection et de la réunion. Et parmi les 33 enseignants qui disent ne pas avoir donné de définition [18] :

– 6 précisent qu'ils en ont seulement parlé à l'occasion de l'intersection et de la réunion, mais sans donner de définition explicite ;
– 6 disent qu'ils ont seulement donné une explication orale ;
– 6 trouvent que donner une définition aurait eu un caractère trop formel ;
– 2 évoquent le manque de temps ;
– 2 répondent qu'ils n'en connaissent pas ;
– 1 dit que ces notions se comprennent naturellement.

Sur les 43 enseignants ayant répondu à la question 12, 9 seulement n'avaient eu aucun cours de logique durant leur scolarité. Nous pouvons donc penser que pour tous les autres, la formation qu'ils avaient reçue, même si elle était minimale, comportait les tables de vérité des connecteurs ET et OU, ce qui en constitue une définition [19]. Cette définition n'est pas ce qui est attendu par le programme, et finalement il semble qu'il n'y ait pas une autre présentation qui puisse tenir lieu de définition. Nous touchons ainsi exactement au problème de l'absence de savoir de référence : la logique mathématique propose une définition des connecteurs ET et OU, mais cette définition ne sert éventuellement que comme connaissance de l'enseignant, pas comme point de départ d'une adaptation pour une définition enseignable. Notons cependant que les justifications des enseignants qui n'ont pas donné de définition mentionnent le fait que cela ne leur semble pas nécessaire, plus que le fait qu'ils ne savent pas comment le faire.

7.8 Synthèse du questionnaire et retour sur les besoins supposés

Le questionnaire comportait une dernière question : **Avez-vous d'autres remarques sur l'enseignement de la logique au lycée ?** Il ne se dégage aucun renseignements supplémentaires des réponses à cette question, mais elles vont me servir à illustrer certains points de la conclusion.

Je reviens sur les 5 sources principales de difficultés identifiées concernant l'enseignement de notions de logique (voir page 299) pour les mettre en perspective avec les résultats du questionnaire :

1. *Absence de savoir de référence.* Les notions de logique sont inégalement l'objet d'institutionnalisations. L'implication, qui est utilisée dans la formulation de nombreux théorèmes et qui est liée au *modus ponens*, règle emblématique du raisonnement dans

18. Plusieurs n'ont pas répondu à la deuxième partie de la question.
19. Même si nous avons vu que la seule présentation de la table de vérité masquait l'aspect syntaxique d'opérateur sur les propositions de ces connecteurs.

le secondaire, est l'objet d'institutionnalisation pour deux tiers des enseignants. Les autres connecteurs et les quantificateurs, pourtant tout autant éléments du langage mathématique, et présents dans les raisonnement, sont l'objet d'institutionnalisation seulement pour la moitié des enseignants pour les connecteurs ET et OU, et seulement pour un tiers des enseignant pour la négation et les quantificateurs. L'absence de savoir de référence est une explication possible de ces différences : les enseignants n'ont pas une idée claire de ce qu'il y a à dire sur les notions de logique. D'une certaine façon, l'implication est une notion « incontournable ». Indépendamment des programmes, nous pouvons faire l'hypothèse que des habitudes ont été prises sur cette notion, qui constituent pour les enseignants une sorte d'institutionnalisation : appeler implication une proposition de la forme « si A alors B », puis définir les notions de réciproque, d'équivalence, voire de contraposée. Nous avons vu cette présentation dans certains manuels. Nous pouvons alors parler d'institutionnalisation *a minima*, car elle ne prend en compte aucun élément de la complexité de la notion d'implication. Il y a donc pour cette notion une sorte de savoir de référence, même s'il est bien insuffisant. Ce n'est pas le cas pour les autres notions, et nous avons vu pour les connecteurs ET et OU que les institutionnalisations proposées étaient assez diverses. En particulier, peu d'enseignants disent en donner une définition, la plupart jugeant que cela n'est pas nécessaire.

2. *Savoir à enseigner mal défini.* L'absence de pratiques d'institutionnalisation stables pour les notions de logique est également à mettre en relation avec le fait que le savoir à enseigner est mal défini. Un enseignant conclu ainsi le questionnaire : « Manque d'objectifs clairs dans les programmes de chaque niveau, comme en algorithmique : chacun fait sa tambouille dans son coin (ou pas) et les élèves passent d'une classe à l'autre avec des écarts de niveaux parfois importants (c'est encore plus vrai en algorithmique). Absence de ressources en 2009. Pas de communication sur les difficultés des élèves *a priori*, d'où des enseignants ne modifiant pas leurs pratiques, sûrs en plus de détenir la vérité sur ce qu'il faut faire (car ils savent ce qui est mieux pour les élèves !). Je pense que si l'algorithmique est travaillé par une bonne proportion des enseignants, ce n'est pas le cas de la logique. La démission devant l'intégration sérieuse de la logique dans l'enseignement des maths est liée à ces raisons : pas d'objectifs clairement définis et/ou pas de ressources bien fichues sous une forme facile d'accès (fiche prof, fiche élève, analyse *a priori*, travaux d'élèves). »

   Par ailleurs, une large majorité des enseignants a eu du mal à trouver ou concevoir des activités pour atteindre les objectifs fixés par le programme. Cela peut s'expliquer en partie par le fait que ces objectifs ne sont finalement pas si clairs. Pourtant, les manuels proposent des exercices identifiés « logique », même si leur analyse a montré que plusieurs d'entre eux posaient problème. Il semble donc non seulement que les enseignants ne soient pas convaincus par ces exercices, mais aussi qu'ils ne les considèrent même pas comme une base qu'ils peuvent améliorer.

3. *Contrainte sur l'organisation de l'enseignement.* La ligne de conduite préconisée par le programme est approuvée par la plupart des enseignants. Ceux-ci adhèrent majoritairement au fait de travailler sur les notions de logique au fil des autres chapitres, en insistant sur la dimension outil des notions de logique. Certains domaines semblent cependant privilégiés (par exemple les probabilités pour travailler sur les connecteurs ET et OU), les réponses des enseignants sont en cela assez semblables aux propositions du document ressource de 2009 ou des manuels. Une moitié des enseignants suggèrent tout de même de prévoir des moments de synthèse. Il y a donc une volonté de prendre en compte la dimension objet des notions de logique, avec toutes les difficultés déjà évoquées dans les deux points précédents par rapport à l'institutionnalisation.

   Quelques rares enseignants indiquent qu'il leur semble difficile de travailler sur les notions de logique en même temps que sur des notions mathématiques nouvelles.

   Plusieurs enseignants évoquent dans leur réponse à la dernière question la complexité des notions de logique et le manque de temps pour les travailler sérieusement, comme par exemple dans les deux réponses suivantes : « Ce n'est pas toujours facile à mettre en place. Avec des élèves en difficultés et des classes hétérogènes on a plutôt tendance à travailler surtout les concepts mathématiques usuels. Par contre en Accompagnement Personnalisé ça se passe mieux (on travaille par atelier dont un concerne le raisonnement et la démonstration en mathématique) », « C'est difficile de coordonner tous les apprentissages du cours de mathématiques et de donner une place suffisante à la logique ».

4. *Hétérogénéité des connaissances des professeurs.* Le niveau de formation en logique mathématique est effectivement assez hétérogène chez les enseignants. Cependant, le sentiment d'avoir des connaissances en logique mathématique suffisantes ou non pour enseigner des notions de logique n'est pas directement corrélé au niveau de formation. Un tiers des enseignants jugent leurs connaissances en logique mathématique insuffisantes, certains ayant pourtant eu une initiation au lycée pendant la période des mathématiques modernes ou au début de leurs études supérieures. Ce résultat renforce l'idée de la nécessité d'un savoir de référence élaboré en lien avec l'activité mathématique.

5. *Instabilité de la place de la logique dans les programmes.* Les enseignants ayant été élèves à l'époque des mathématiques modernes et préconisant un retour à un enseignement de notions de logique tel qu'il était fait à cette époque sont une exception, et les enseignants de cette génération ressentent les mêmes difficultés que les autres à concevoir des activités pour atteindre les objectifs du programme actuel. L'influence de la période des mathématiques modernes ne se fait donc pas sentir directement à travers des pratiques qui s'y conformeraient. Par contre, nous pouvons interpréter la défiance des textes institutionnels vis-à-vis du formalisme comme la marque d'une influence de cette période, et les enseignants semblent très majoritairement adhérer

à cette défiance. Les imprécisions du discours du programme ou des manuels sur les notions de logique ne semble pas gêner les enseignants, qui n'ont peut-être pas eux mêmes des connaissances clairement « mises en forme » sur les notions de logique.

Les résultats du questionnaire confirment les besoins supposés chez les enseignants, et permettent d'ébaucher certains incontournables d'une formation à la logique et son enseignement :

- proposer des connaissances théoriques sur les notions de logique. Le sentiment de connaissances insuffisantes dans ce domaine existe chez les enseignants. Cependant, le sentiment inverse existe aussi. Une stratégie de déstabilisation de ce sentiment de suffisance est donc à prévoir, pour montrer la distance entre les connaissances en acte sur ces notions et les connaissances nécessaires pour les enseigner. Cependant, pour que ces connaissances théoriques fonctionnent comme savoir de référence adaptable en classe, elles ne doivent pas être présentées de façon formelle, comme elles le seraient dans un cours de logique mathématique, mais être abordées en lien avec l'activité mathématique (cette indication n'a rien de nouveau, elle est déjà présente dans les travaux de didactique des mathématiques sur l'enseignement de notions de logique déjà cités dans cette thèse en ce qui concerne l'apprentissage des élèves ou des étudiants ; le point de vue de la formation des enseignants adopté ici est par contre moins courant).
- Proposer des ressources, des activités qui peuvent être proposées en classe. Cependant, le nombre de ressources qui pourraient être proposées dans une formation étant forcément limité, il est nécessaire de donner aux enseignants des outils pour une analyse critique d'activités travaillant sur des notions de logique, par exemple des exercices proposés par les manuels.
- Travailler sur les notions de logique en précisant le savoir à enseigner. Cela aidera également les enseignants pour choisir ou concevoir des activités, pour identifier ce qui est en jeu concernant les notions de logique, et pour reprendre les réponses des élèves.
- Faire connaître des situations telles que les problèmes ouverts, ou les SiRC, ce que propose par exemple D. Grenier dans son article *Changer le rapport des élèves aux mathématiques en intégrant l'activité de recherche dans les classes* (Grenier, 2009) qui permettent un travail sur des notions de logique sans qu'elles soient noyées dans des difficultés liées à d'autres notions mathématiques.