Entrée dans la géométrie théorique dans les programmes et manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020

Au cours de sa scolarité, l'élève occupe une série de positions institutionnelles dans différentes institutions. Le rapport personnel de l'élève aux objets d'une institution dépend donc des praxéologies à enseigner et enseignées dans les institutions par lesquelles il est passé et dans laquelle il se trouve. Dans ce chapitre, nous nous intéressons en particulier au savoir à enseigner. En France, celui-ci est prescrit par les programmes scolaires publiés au bulletin officiel de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports. Cependant, les programmes scolaires ne suffisent pas à caractériser complètement les rapports institutionnels aux objets de savoir. C'est pourquoi nous étudions également les documents d'accompagnement associés aux programmes scolaires également publiés par le ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports, mais aussi les manuels scolaires tirés des programmes scolaires en cours qui représentent, selon Chaachoua, « une réalisation effective assez représentative des réalisations possibles » (Chaachoua, 1999, p. 328).

Le rapport personnel de l'élève aux objets de savoir dépendant notamment du rapport institutionnel, étudier les praxéologies à enseigner présentées par les programmes et manuels scolaires nous donne donc des indications sur les praxéologies apprises et mobilisées par les élèves des cycles 3 et 4 pour la résolution de tâches de construction de triangles.

Dans ce chapitre, nous nous demandons donc si les programmes scolaires actuels, ainsi que les manuels scolaires tirés de ces programmes, permettent de négocier l'entrée dans le raisonnement théorique en géométrie, en lien avec la construction de figures. Pour répondre à cette question, nous étudions les programmes et manuels scolaires de 6e et du début du cycle 4 (5e) pour déterminer les praxéologies à enseigner relatives à la géométrie des figures planes. Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, nous nous intéressons essentiellement à l'entrée dans le raisonnement de la géométrie théorique et donc à la place des propriétés des figures planes dans les raisonnements. Nous nous intéressons également à la construction de figures planes puisque c'est notre point d'entrée dans la géométrie théorique.

5.1 Méthode d'analyse des programmes et manuels scolaires

Dans cette section, nous explicitons la méthode d'analyse que nous employons pour répondre à la question : les programmes scolaires actuels, ainsi que les manuels scolaires tirés de ces programmes, permettent-ils de négocier l'entrée dans le raisonnement théorique en géométrie, en lien avec la construction de figures ?

Nous reprenons les deux niveaux d'analyse du curriculum introduits par Assude (2002) qui s'appuient sur la TAD (Chevallard, 1999). Le premier consiste à déterminer les habitats et niches des constructions de figures planes pour caractériser leurs « contextes de vie » (Assude, 2002, p. 212). Le second est une analyse des praxéologies mathématiques mettant en jeu cet objet d'étude.

Dans la section 5.2, nous menons donc une analyse écologique des programmes scolaires de 2008 et 2020 afin de déterminer les habitats et niches de la géométrie des figures planes et de la praxéologie locale relative aux constructions de figures que nous avons identifiée dans le chapitre 4. Dans la section 5.3, nous nous concentrons sur les praxéologies de construction et sur les liens éventuellement faits par les programmes scolaires avec l'entrée dans la géométrie théorique et l'introduction du raisonnement géométrique. Nous nous appuyons sur les éléments praxéologiques relevés dans le chapitre 4 ainsi que sur les aspects épistémologiques relatifs aux figures planes, aux raisonnements et aux problèmes de construction que nous avons identifiés dans le chapitre 3. De plus, nous comparons les praxéologies à enseigner des programmes scolaires au MPR que nous avons construit et nous identifions alors les praxéologies ponctuelles absentes, peu travaillées, isolées, qui amèneraient les élèves à construire un rapport personnel à la construction de triangles non idoine au cycle 4 et donc un rapport à la géométrie théorique non idoine au cycle 4 (cf. section 2.3).

Nous nous intéressons ensuite à six manuels scolaires de 6e et de 5e (trois de chaque) pour lesquels nous reprenons les deux mêmes niveaux d'analyse dans la section 5.4 en nous centrant sur la question des triangles. Dans la section 5.5, nous abordons plus finement la question des exercices de construction de triangles, en particulier en lien avec les conditions didactiques relatives au milieu des tâches de construction que nous avons définies dans la section 3.5. Nous revenons à la question de l'entrée dans la géométrie théorique par les problèmes de construction dans les manuels scolaires en vigueur en 2020 dans la section 5.6.

5.2 Analyse écologique des programmes scolaires depuis 2008

5.2.1 Programmes scolaires étudiés

Dans les programmes de 2008, le cycle 3 se terminait en CM2. Depuis la rentrée 2016, la classe de 6^{e} est la dernière classe du cycle 3, tandis que les classes de 5^{e}, 4^{e} et 3^{e} forment le cycle 4 (cf. image 5.1).

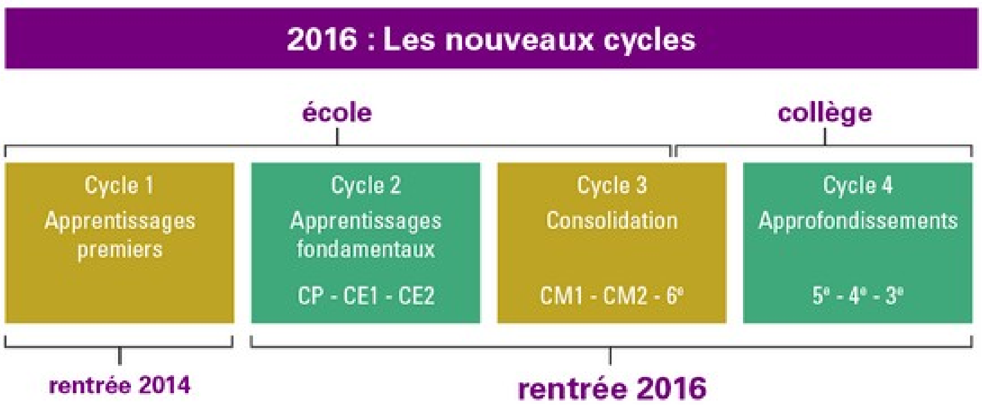


Image 5.1 – Répartition des cycles à la rentrée 2016 [1]

À la rentrée 2016, de nouveaux programmes entrent donc en vigueur pour tous les cycles et en particulier les cycles 3 et 4 qui nous intéressent. Tout en conservant la même structuration, ces programmes sont consolidés à la rentrée 2018. Ils sont une nouvelle fois enrichis à la rentrée 2020 [2].

1. Image tirée du site de l'académie de Nantes : `https://www.pedagogie.ac-nantes.fr/college-2016/les-cycles-3-et-4-948117.kjsp?RH=1450176582711`.

2. En ce qui concerne les programmes de mathématiques des cycles 3 et 4 entre 2018 et 2020, seul un paragraphe concernant la possibilité de travailler sur les notions de changement climatique, de développement durable et de biodiversité est ajouté dans l'introduction.

Nous étudions donc ici les programmes scolaires de mathématiques des cycles 3 (pour la 6^{e}) et 4 en vigueur à la rentrée 2020 ainsi que les attendus de fin d'année parus en 2019 et nous les comparons avec les programmes scolaires de géométrie au collège de 2008. Nous nous appuierons également sur certains documents d'accompagnement associés aux programmes de 2020 ou de 2008.

5.2.2 Structure des programmes scolaires de 2008 et de 2020

Dans un premier temps, nous menons une analyse écologique pour déterminer les habitats de la praxéologie globale relative à la géométrie, de la praxéologie régionale relative aux figures géométriques planes et des praxéologies locales que nous avons définies dans le chapitre 4.

Le programme scolaire de mathématiques de 2020 du cycle 3 est organisé en trois domaines : « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie » suivis d'une partie « croisements entre enseignements ». On retrouve ces trois domaines dans le programme scolaire de mathématiques de 2020 du cycle 4 auxquels s'ajoutent les domaines « organisation et gestion de données, fonctions » et « algorithmique et programmation ». Comme dans le programme du cycle 3, on trouve également une partie « croisements entre enseignements » qui fait un lien entre les mathématiques et les autres disciplines scolaires.

Les programmes scolaires de 2020 définissent également des « compétences majeures » à développer en mathématiques. Elles sont transversales aux différents domaines que nous avons passés en revue. Aux cycles 3 et 4, ces compétences majeures sont : « chercher », « modéliser », « représenter », « raisonner », « calculer », « communiquer ».

Le programme scolaire de mathématiques de 2008 est organisé en quatre domaines pour chacun des niveaux scolaires du collège : « organisation et gestion de données, fonctions », « nombres et calculs », « géométrie », « grandeurs et mesures ».

Pour étudier la praxéologie globale relative à la géométrie, nous nous intéresserons donc en particulier aux domaines « espace et géométrie » ou « géométrie » des différents programmes scolaires. Nous retrouvons également des éléments de cette praxéologie globale dans le thème « grandeurs et mesures ».

Pour étudier en particulier la praxéologie régionale relative aux figures planes, nous identifions plus précisément certains thèmes issus des domaines que nous avons relevés. Du domaine « espace et géométrie » des programmes de mathématiques de 2020, nous tirons les thèmes « reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques » et « reconnaître et utiliser quelques relations géométriques » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 98) ainsi que le thème « utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer » (*Programme du cycle 4*, 2020, p. 136)

Du domaine « grandeurs et mesures » des programmes de mathématiques de 2020, nous nous intéressons aux thèmes « comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle. Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs » et « résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 96). Au cycle 4, nous nous intéressons au thème « calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées » (*Programme du cycle 4*, 2020, p. 135).

Dans le programme du collège de 2008, nous nous concentrons, pour chacun des niveaux scolaires sur les thèmes « 3.1 Figures planes » issus du domaine « géométrie ». De plus, nous nous intéressons aux thèmes « 4.1 Longueurs, masses, durées », « 4.2 Angles » et « 4.3 Aires : mesure, comparaison et calcul d'aires » du domaine « grandeurs et mesures » pour les classes de 6^{e} et de 5^{e}. Nous remarquons qu'il n'y a pas de grandes différences concernant les habitats de la géométrie et en particulier la géométrie plane entre les programmes de 2008 et de 2020.

Pour chacun des domaines, des objectifs (en 2008) ou des attendus (en 2020) sont définis. Ils correspondent à des connaissances ou des compétences (on parle de capacités en 2008). Les thèmes des programmes scolaires de 2008 et 2020 sont eux-mêmes découpés en connaissances et compétences/capacités associées. Dans sa thèse, Pilet (2012) analyse les programmes scolaires de 2008, elle interprète « les “capacités” comme des ingrédients du bloc pratico-technique ($[T,\tau]$) et les “connaissances” comme des ingrédients du bloc technologico-théorique ($[\theta,\Theta]$) » (Pilet, 2012, p. 96). Nous reprenons cette interprétation ici.

Par la suite, nous nous intéresserons en particulier aux praxéologies locales 1 et 2 relatives aux constructions de figures planes et à la preuve (définies dans le MPR, cf. section 4.1) qui apparaissent dans les thèmes que nous avons relevés.

5.2.3 Raisons d'être des problèmes de construction et du raisonnement déductif dans les programmes scolaires de 2008 et 2020

Dans cette section nous nous intéressons aux niches écologiques et aux raisons d'êtres des problèmes de construction et du raisonnement déductif.

Notons d'abord que depuis 2008, les programmes scolaires accordent une place centrale à la résolution de problèmes. Cet appui est repris dans les programmes de 2020. Une des niches écologiques de la géométrie, comme des autres domaines mathématiques étudiés, est donc la résolution de problèmes. Concernant les raisons d'être de l'enseignement de la géométrie, le programme de 2008 reprend globalement les raisons avancées dans le rapport de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques menée par Kahane (cf. section 1.3.4). Les programmes de 2020 n'en évoquent pas spécifiquement mais on lit que « les sciences contribuent à former le raisonnement logique par le calcul numérique ou littéral, la géométrie et l'algorithmique » (*Programme du cycle 4*, 2020, p. 9).

Concernant plus précisément les deux objets principaux qui nous intéressent, les problèmes de construction et le raisonnement déductif, nous avons abordé leurs niches écologiques, pour les programmes de 2020, dans la section 1.2.2.

Les raisons d'être des problèmes de construction sont essentiellement liées à l'application de propriétés géométriques, voire à l'émergence de concepts mathématiques au même titre que d'autres types de tâches : « reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 97). Au cycle 3, les constructions de figures permettent également une première initiation à l'algorithmique. En dehors des mathématiques, les programmes scolaires de 2008 et 2020 font le lien entre constructions de figures et réalisations artistiques (frises, pavages et symétries en particulier, lien avec l'architecture, etc.). Dans le programme scolaire de 2008, dans la partie consacrée au niveau 6^{e}, une des raisons d'être associées aux problèmes de constructions fait le lien avec le raisonnement déductif : « l'objectif d'initier à la déduction est aussi pris en compte. À cet effet, les activités qui permettent le développement des capacités à décortiquer et à construire des figures et des solides simples, à partir de la reconnaissance des propriétés élémentaires, occupent une place centrale » (*Programmes du collège : programmes de l'enseignement de mathématiques*, 2008, p. 16).

Les raisons d'être du raisonnement déductif sont elles-mêmes très peu explicitées et le plus souvent en lien avec les raisonnements mathématiques en général. Dans le programme de 2008, on parle d'un développement « des qualités de logique et de rigueur » (*Programmes du collège : programmes de l'enseignement de mathématiques*, 2008, p. 2). De même dans le programme du cycle 4 de 2020 où « la démonstration, forme d'argumentation propre aux mathématiques, vient compléter celles développées dans d'autres disciplines et contribue fortement à la formation de la personne et du citoyen » (*Programme du cycle 4*, 2020, p. 127).

Nous retenons que les constructions géométriques, en dehors de leurs liens avec les arts, sont essentiellement le lieu de la mise en œuvre, voire de la découverte, des propriétés des figures géométriques. Le raisonnement déductif contribue à la formation générale du citoyen.

5.3 Praxéologies locales de construction et liens avec l'entrée dans la géométrie théorique dans les programmes scolaires de 2020

Dans cette section, nous nous concentrons uniquement sur les programmes scolaires en vigueur à la rentrée 2020.

Les programmes de 2020 ne représentent qu'une petite partie des documents proposés aux enseignants explicitant le savoir à enseigner. Ils sont complétés par les repères annuels de progression par cycle, les attendus de fin d'année et les documents d'accompagnement selon divers thématiques. Cet éclatement peut rendre difficile le repérage des praxéologies à enseigner.

5.3.1 Praxéologies de construction

Les programmes du cycle 3 présentent explicitement la praxéologie locale de construction de figures planes en termes de compétences à acquérir : « reproduire, représenter, construire [...] des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 98). Il s'agit en particulier de construire des « triangles, dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral) [... et des] quadrilatères, dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme) » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 98). Nous retrouvons ici les types de tâches généraux définis dans le chapitre 4. Les techniques et les blocs technologico-théoriques ne sont pas précisés. Dans les repères annuels de progression du cycle 3, on trouve cependant un élément de la technique attendue en 6e pour résoudre une tâche de construction : « les élèves sont confrontés à la nécessité de représenter une figure à main levée avant d'en faire un tracé instrumenté. C'est l'occasion d'instaurer le codage de la figure à main levée (au fur et à mesure, égalités de longueurs, perpendicularité, égalité d'angles) » (*Mathématiques : repères annuels de progression pour le cycle 3*, 2019, p. 8).

Les attendus de fin d'année de la classe de 6e explicitent quelques tâches de construction que les élèves doivent savoir réaliser. Elles sont issues des types de tâches suivants :

— pour les triangles : construire[3] un triangle isocèle, la base et un côté différent de la base étant donnés ; construire un triangle, les trois côtés étant donnés ;

— pour les quadrilatères : construire un rectangle, deux côtés étant donnés ; construire un losange, les deux diagonales étant données ; construire un carré, une diagonale étant donnée ; construire un carré, un côté étant donné.

Les côtés indiqués le sont toujours avec une mesure (en cm dans les exemples). La réalisation d'un « dessin à main levée, codé » avant la construction est évoquée à plusieurs reprises, ainsi que, pour la construction d'un carré connaissant la mesure de longueur de ses côtés, un début de programme de construction : « je commence par tracer le segment $[AB]$ mesurant $8cm$, puis la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par B, sur cette droite, je place un point C tel que $BC = 8cm$... » (*Attendus de fin d'année de 6e*, 2019, p. 15). Le bloc *logos* officiel associé aux types de tâches de construction n'est pas explicité, il n'y a pas de liens avec les propriétés des figures à construire. La seule mention d'une technologie concerne la construction d'un rectangle connaissant la mesure de longueur de ses côtés, l'élève doit « voir le rectangle comme la juxtaposition de 2 triangles rectangles identiques pour le construire » (*Attendus de fin d'année de 6e*, 2019, p. 15).

Concernant le cycle 4, nous l'avons vu dans la section 1.2.2, les types de tâches de construction en sont quasi absents. On en retrouve cependant dans les attendus de fin d'année de 5e, 4e et 3e. Les programmes scolaires évoquent ainsi deux types de tâches : la mise en œuvre d'un protocole de construction d'une figure géométrique et la « construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles » (*Programme du cycle 4*, 2020, p. 136). Ces deux types de tâches font partie des compétences associées à une liste de connaissances qui tient lieu de bloc technologico-théorique et dans laquelle on retrouve les propriétés des triangles

3. Les attendus parlent parfois de « tracer » ou de « construire » une figure, ces deux mots sont employés comme synonymes.

(somme des angles, propriétés liées aux hauteurs et médiatrices, inégalité triangulaire, cas d'égalité des triangles, propriétés des triangles semblables, théorème de Pythagore, théorème de Thalès et lignes trigonométriques dans le triangle rectangle), ainsi qu'une définition et une propriété du parallélogramme laissées au choix des enseignants. Cette liste de propriétés est reprise dans les attendus de fin d'année de 5^{e} et de 4^{e}. À partir de celles-ci, l'élève « met en œuvre et écrit un protocole de construction de triangles, de parallélogrammes et d'un assemblage de figures » (*Attendus de fin d'année de 5^{e}*, 2019, p. 10) ou simplement, en 4^{e}, l'élève « met en œuvre et écrit un protocole de construction de figures » (*Attendus de fin d'année de 4^{e}*, 2019, p. 9).

Dans les repères annuels de progression du cycle 4, deux praxéologies sont présentées :

— les constructions d'un triangle à partir de la mesure de « trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle » (*Mathématiques : repères annuels de progression pour le cycle 4*, 2019, p. 11) associées à la propriété de l'inégalité triangulaire (en 5^{e}) ou aux cas d'égalité des triangles (en 4^{e}) ;

— la construction d'un parallélogramme à partir des propriétés de ses côtés et de ses diagonales.

Issus de ces praxéologies assez larges, les types de tâches représentés dans les attendus de fin d'année de 5^{e} sont :

— construire un triangle isocèle, un côté différent de la base et l'angle au sommet étant donnés ;

— construire un parallélogramme, deux côtés adjacents et l'angle entre les deux étant donnés ;

— dans une configuration de triangles représentée par un schéma codé, construire un triangle, deux angles et le côté situé entre les deux angles étant donnés ; construire un triangle équilatéral, un côté étant donné ; construire un triangle isocèle, la base et un côté différent de la base étant donnés.

Aucun élément de technique n'est donné. De plus, comme au cycle 3, les longueurs de côté ou les angles sont toujours accompagnés d'une mesure. Ainsi, à partir des exemples de constructions donnés dans les attendus de fin d'année, nous remarquons qu'il s'agit toujours de travailler sur le dessin particulier d'une figure aux dimensions données. Nous reviendrons sur la place de la distinction entre dessin et figure dans les programmes scolaires dans la section 5.3.3.

Nous remarquons également qu'au cycle 4, les outils de construction ne sont presque jamais évoqués. Le programme ou les documents d'accompagnement font parfois mention de constructions dans un environnement papier-crayon ou dans un environnement de géométrie dynamique mais ne parlent pas d'un jeu sur les instruments géométriques comme nous l'avons vu dans la section 3.5.2 en particulier. Ce jeu permet pourtant de faire travailler certaines des propriétés listées dans les programmes scolaires.

Cette idée est brièvement présentée dans les documents d'accompagnement du cycle 3 où « l'utilisation des outils de construction est un enjeu majeur de l'enseignement de la géométrie [...]. Le choix des instruments peut être laissé ou non à l'initiative des élèves » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 6). Ainsi, « l'utilisation fréquente des outils de construction permet de renforcer la compréhension des propriétés étudiées (perpendicularité, égalité de longueurs, parallélisme, milieu, symétrie, égalité d'angles, etc.) » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 4). Nous retrouvons explicitement le jeu sur les instruments géométriques dans un paragraphe du document *Les programmes de construction* accompagnant le programme scolaire du cycle 3 qui reprend, sans le citer, le travail de Perrin-Glorian et Godin (2018) sur la restauration de figures et évoque donc, sur un exemple, un coût sur les instruments utilisés permettant de favoriser la mise en œuvre de certaines propriétés (*Les programmes de construction*, 2018, p. 3). Cette proposition n'est pas étendue aux types de tâches de construction.

La rupture entre les tâches de construction des cycles 3 et 4 tient ici à l'importance accordée à la technique pour le cycle 3 et au bloc technologico-théorique pour le cycle 4. Cependant, peu d'indications sont données sur la façon de passer des types de tâches de construction du cycle 3 qui s'appuient sans le dire sur la mobilisation des définitions et propriétés des triangles particuliers aux types de tâches du cycle 4 où on s'intéresse plus à la justification du programme de construction d'une figure.

5.3.2 Liens entre construction et raisonnement déductif

Comme nous avons commencé à le voir dans la section 1.2, dès le cycle 2, les élèves apprennent à mener des raisonnements en mathématiques (au début essentiellement appuyés sur la perception). Ceux-ci prennent de plus en plus de place au fur et à mesure des cycles. Ainsi, en géométrie, en passant du cycle 2 au cycle 3, « une part plus grande [est] accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 90). Et du cycle 3 au cycle 4, « la formation au raisonnement et l'initiation à la démonstration deviennent des objectifs essentiels » (*Programme du cycle 4*, 2020, p.

127). Dans cette section, nous nous demandons donc si les programmes scolaires et documents d'accompagnement font le lien entre la construction et la mobilisation d'un raisonnement (déductif).

Dans le domaine « espace et géométrie » du cycle 3, on peut lire que « les situations faisant appel à différents types de tâches ([...] reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisation et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 97). Les tâches de construction sont donc une occasion de travailler les propriétés géométriques des objets que l'on construit. C'est sur ces propriétés que va pouvoir ensuite s'appuyer la démonstration introduite au cours du cycle 4.

Le lien entre construction et preuve ou mobilisation d'un raisonnement déductif reste assez général dans le programme de 2020. Alors que si on se réfère aux programmes de géométrie de 2008, on peut lire dès la 6^{e} que la résolution de problèmes a pour objectif « de maîtriser les techniques de construction ([...] mobilisation des connaissances dans les raisonnements implicites sous-jacents) » (*Programmes du collège : programmes de l'enseignement de mathématiques*, 2008, p. 16). Ainsi, le lien entre construction et preuve passe par un raisonnement implicite mis en œuvre dans la construction. Les connaissances mobilisées dans ce cadre doivent ensuite pouvoir être utilisées dans des preuves mettant en jeu un raisonnement déductif. Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les propriétés des triangles sont souvent citées dans le cadre de la résolution de différents types de tâches et en particulier ceux de construction sans plus de précisions.

Dans les attendus de fin d'année de 2019, le lien entre construction et raisonnement déductif transparaît par la prégnance des programmes (ou protocoles) de construction. À partir de certaines connaissances mathématiques sur les figures géométriques, les élèves apprennent à réaliser, compléter, rédiger des programmes de construction en 6^{e}, mettre en œuvre et écrire des protocoles de construction en 5^{e} et en 4^{e}. Écrire un programme ou un protocole de construction peut permettre d'expliciter le raisonnement implicite mis en œuvre dans la construction de la figure. Il permet alors d'identifier clairement les propriétés à mobiliser pour construire la figure voulue.

Dans le document d'accompagnement du cycle 4 *Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer*, on lit que :

> Les problèmes de construction constituent un champ privilégié de l'activité géométrique. Ces problèmes doivent être diversifiés : reproduction d'une figure, figures sous contrainte, protocoles ou algorithmes de construction,

> analyse et modélisation de situations complexes issues du monde réel, des arts visuels, de l'architecture, du design, etc. Ces problèmes développent l'aptitude à observer une figure et à la représenter dans le modèle géométrique abstrait pour y raisonner (*Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer*, 2016, p. 4).

Bien que ce document propose plusieurs types de tâches de construction, nous constatons qu'aucune indication n'est donnée sur les conditions pour que ces types de tâches motivent effectivement le recours à une argumentation heuristique comportant des îlots déductifs pour déterminer un programme de construction. Comme nous l'avons déjà vu, les attendus de fin d'année fonctionnent sur le même principe, indiquant certaines propriétés en jeu et des exemples d'exercices sans mettre en avant les variables didactiques qui permettent de les élaborer.

Au cycle 3, en revanche, on lit dans les programmes scolaires qu'« un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances » (*Programme du cycle 3*, 2020, p. 97). Le document d'accompagnement *Espace et géométrie au cycle 3* associé à ces programmes explicite les formes que peuvent prendre ces contraintes :

> La pratique de ces tâches [de reconnaissance, nommage, vérification, description, reproduction, représentation et construction] tout au long du cycle conduit à prévoir une progressivité de période en période et éventuellement des éléments de différenciation dépendant des besoins des élèves reposant sur des choix et des évolutions concernant :
>
> — le support de construction des figures (papier pointé, quadrillé ou uni, logiciel de géométrie ou de programmation, etc.) ;
>
> — la nature des figures, des éléments qui la composent ;
>
> — les éléments directement visibles (analyse « immédiate ») ou non tracés (« à trouver ») pour reproduire (alignement, prolongement, milieu, angles droits, parallèles, etc.) ;
>
> — les contraintes pour la reproduction (support, tracé à main levée avec des codages ou tracé avec des instruments, présence ou non d'une amorce à compléter, instruments autorisés, à la même échelle ou non, etc.) ;
>
> — le support de prise d'information (figure à reproduire à l'identique, dessin à main levée avec des codages, programme de construction,

description, etc.) (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 5).

Nous retrouvons certains des éléments que nous avons relevés dans la section 3.5 mais ils ne sont pas mis en lien avec le raisonnement mené par l'élève.

5.3.3 Besoins d'apprentissage ignorés des programmes scolaires de 2020

Les praxéologies de construction, et en particulier leurs blocs *logos*, sont difficilement accessibles dans les divers documents explicitant le savoir à enseigner à la rentrée 2020. Les types de tâches relatifs à la construction de figures planes apparaissent effectivement mais seuls quelques éléments de technique sont donnés au cycle 3 et aucun au cycle 4. Le bloc technologico-théorique est constitué des propriétés de ces figures planes comme nous l'avons vu dans la section 4.2.3. Ce bloc technologico-théorique est en fait commun à toutes les praxéologies liées aux figures planes proposées dans les programmes scolaires.

Nous reprenons ici les aspects épistémologiques relatifs aux figures géométriques, aux raisonnements et aux constructions que doivent prendre en compte les tâches de construction proposées aux élèves pour leur permettre d'entrer dans le raisonnement de la géométrie théorique (cf. section 3.4) pour analyser les programmes scolaires et documents d'accompagnement de 2020.

La distinction entre dessin et figure géométrique n'est pas développée dans les programmes scolaires et documents d'accompagnement. Le document d'accompagnement du cycle 3 *Espace et géométrie* précise qu'« au cours de la dernière année du cycle, les élèves se détachent progressivement des mesures effectuées directement sur les figures, l'équerre n'est plus utilisée pour prouver qu'un angle est droit et la règle graduée ne permet plus de justifier que deux segments donnés ne sont pas de même longueur » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 3), sous-entendant un changement de statut des figures. De manière assez générale, on lit dans le document d'accompagnement du cycle 4 *Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer* que pour « chaque activité, le professeur doit préciser le contrat, notamment s'il attend une propriété théorique ou une valeur exacte ». La distinction entre dessin et figure géométrique peut entrer dans ce cadre mais les textes ne donnent pas plus de précisions.

La distinction entre les visualisations iconique et non iconique des figures géométriques et la mobilisation de déconstructions instrumentale et dimensionnelle des figures sont deux aspects également très peu présents. Ils sont rapidement évoqués dans un document d'accompagnement du cycle 3 mais en tant qu'objectifs du cycle 2 : « les figures planes, qui sont reconnues de façon globale en début de cycle [2] sont progressivement décomposées en éléments simples : des points (sommets, centre, point d'intersection de deux droites), des segments (côtés, rayons, diamètres) et des angles droits permettant de les décrire, de les construire avec précision et d'établir, lors des temps d'institutionnalisation, des énoncés pour les définir ou rendre compte de certaines de leurs propriétés » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 4). Au cycle 3 à proprement parler, on trouve une fois la mention « des éléments qui [...] composent » une figure (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 5), sous-entendant un travail sur la décomposition de ces figures mais celui-ci n'apparaît jamais explicitement, de même au cycle 4.

La distinction entre sens et dénotation des expressions décrivant les figures n'est jamais présentée explicitement. Cependant, le document d'accompagnement du cycle 3, *Espace et géométrie*, précise à plusieurs reprises qu'une même figure (l'exemple est toujours celui du rectangle ici) peut être caractérisée de différentes façons : « si certains éléments géométriques sont rencontrés tout au long de la scolarité, la façon dont ils sont définis ou identifiés va varier d'année en année » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 3). Le document ne fait pas de lien spécifique avec les tâches de construction.

L'argumentation heuristique qui met partiellement en jeu le raisonnement déductif sous forme d'îlots déductifs est également un aspect passé sous silence. On lit dans le document d'accompagnement du cycle 3 que « pour effectuer des constructions ou pour argumenter, les élèves doivent anticiper, planifier des tâches, gérer les étapes » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 2) mais la phase heuristique n'est jamais développée, ni au cycle 3 ni au cycle 4. Il est fait mention d'îlots déductifs sous la forme « d'îlots de démonstration » (*Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer*, 2016, p. 7) dans le cadre de l'introduction à la démonstration sans extension aux autres types de problèmes.

Enfin, la validation théorique est bel et bien évoquée dans les programmes et documents d'accompagnement comme nous l'avons vu dans la section 1.2.1, par exemple, même si elle n'est pas spécifiquement associée à la praxéologie locale de construction.

Nous avons également remarqué que peu d'informations sont données sur les tâches de construction à présenter aux élèves pour leur permettre effectivement de mettre en jeu les propriétés des figures géométriques et d'entrer dans la démarche de raisonnement attendue au cycle 4.

Si nous nous concentrons uniquement sur les documents officiels, beaucoup d'éléments concernant l'élaboration des tâches de construction et les praxéologies à enseigner sont donc laissés à la charge des enseignants, pouvant conduire à l'enseignement de praxéologies muettes ou faibles (cf. section 2.1.3). Or, nous savons que les enseignants s'appuient aussi beaucoup sur les manuels scolaires utilisés au sein des collèges, c'est pourquoi nous en étudions quelques uns dans les sections suivantes.

5.4 Éléments praxéologiques relatifs aux constructions dans les manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020

5.4.1 Structure des manuels scolaires

Dans cette section, nous analysons trois manuels de 6^{e} et trois manuels de 5^{e} utilisés dans des collèges français à la rentrée 2020. Le choix de manuels assez restreint nous donne une première idée de réalisations effectives des praxéologies à enseigner présentes dans les programmes scolaires mais il ne s'agit pas de proposer une analyse exhaustive des manuels scolaires français. De plus, les enseignants s'appuient souvent sur d'autres documents que les manuels scolaires (des ressources en ligne par exemple) et/ou en utilisent plusieurs. L'analyse des manuels nous permet donc de faire certaines hypothèses sur les praxéologies enseignées en 6^{e} et 5^{e} tout en sachant que seule une analyse d'observations directement faites dans les classes nous permettrait de les caractériser plus précisément.

Les manuels que nous avons sélectionnés sont les suivants :

— les manuels *Deltamaths* de 2016 [4] de 6^{e} et de 5^{e} aux éditions Magnard ;

— les manuels *Myriade* de 2016 de 6^{e} et de 5^{e} aux éditions Bordas ;

— les manuels *Phare* de 2016 de 6^{e} et de 5^{e} aux éditions Hachette.

Dans un premier temps, nous étudions les progressions proposées par les différents manuels et la place donnée aux propriétés des triangles et en particulier aux constructions les mettant en jeu.

4. Comme nous l'avons déjà vu, les programmes de 2020 sont très similaires aux programmes de 2015, la plupart des manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020 sont donc des manuels parus en 2016.

a. Manuels de 6^e

Les manuels *Deltamaths* et *Myriade* regroupent dans une même partie les chapitres liés au thème « espace et géométrie » des programmes. Au contraire, le manuel *Phare* alterne les chapitres issus des trois thèmes « nombres et calcul », « espace et géométrie » et « grandeurs et mesure ».

Dans le manuel *Deltamaths*, une première séquence intitulée « effectuer des tracés » comporte plusieurs notions (c'est la terminologie du manuel) dont « effectuer des premières constructions » et « suivre un programme de construction ». Ces notions concernent essentiellement les configurations de droites, en particulier les droites parallèles et sécantes même si leur nom laisse entendre que les constructions pourraient concerner d'autres types de figures. La séquence qui suit immédiatement, intitulée « triangles et cercles » comprend une notion concernant la caractérisation des triangles particuliers et une notion directement appelée « construire un triangle ». C'est cette séquence qui nous intéressera en particulier dans la suite de nos analyses.

On retrouve globalement les notions de la séquence « effectuer des tracés » dans le chapitre « règles - équerre - compas » du manuel *Myriade* qui n'évoque cependant pas les programmes de construction dans le sommaire. « Reconnaître et construire un triangle particulier » apparaît comme un des objectifs du chapitre « figures usuelles » qui comprend aussi la reconnaissance et la construction de quadrilatères particuliers.

Comme nous l'avons dit, les différents chapitres de géométrie sont plus éclatés dans le manuel *Phare*. Une autre différence avec les deux autres manuels concerne l'ordre des chapitres. En effet, dans le manuel *Phare*, la construction de triangles au compas est abordée dans le chapitre « cercles, polygones particuliers », bien avant le chapitre « propriétés des figures usuelles » qui présente notamment l'objectif « connaître et utiliser les propriétés (avec réciproque) liées aux angles du triangle isocèle, du triangle équilatéral ». Comme dans le manuel *Myriade*, dans ce chapitre, on retrouve également les propriétés des quadrilatères particuliers. Ainsi, dans le manuel *Phare*, on retrouvera des constructions de triangles dans le chapitre « cercles, polygones particuliers », mais aussi, avec un appui particulier sur les propriétés, dans le chapitre « propriétés des figures usuelles ».

b. Manuels de 5^e

Dans le manuel *Deltamaths* de 5^e, on retrouve une séquence dédiée aux triangles intitulée « triangle : côtés et angles ». Cette séquence comprend deux notions : « utiliser l'inégalité triangulaire. Construire des triangles » et « utiliser la somme des angles d'un triangle ».

Dans le manuel *Myriade* de 5e, et contrairement au manuel de 6e, on retrouve également un chapitre dédié aux triangles intitulé « géométrie du triangle ». Ce chapitre comprend quatre objectifs, le premier concerne la construction de triangles « connaissant des longueurs et/ou des angles » et les suivants concernent les propriétés d'inégalité triangulaire, des médiatrices, des hauteurs et de la somme des angles d'un triangle. Dans le sommaire de ce manuel, aucune des propriétés évoquées n'est directement liée à la construction de triangles.

Le manuel *Phare* de 5e propose plusieurs chapitres liés aux triangles : « triangles et côtés » et « triangles et angles ». Le premier est lié à la propriété de l'inégalité triangulaire et aux « cas d'existence d'un triangle de longueurs de côtés données », ainsi qu'aux droites du triangle. Le deuxième est lié à la propriété de la somme des angles dans un triangle. C'est dans ce deuxième chapitre qu'on retrouve un lien explicite avec ce que le manuel appelle les « cas de constructions d'un triangle ».

5.4.2 Praxéologies de construction dans les situations d'introduction et les parties cours

Dans cette section, nous étudions les praxéologies de construction relatives aux triangles telles qu'elles sont présentées dans les manuels, la plupart du temps dans les situations d'introduction en lien avec leurs raisons d'être, ou dans les parties cours, notamment sous la forme d'exercices corrigés. Nous identifions donc les types de tâches, les techniques attendues par les manuels et les éléments du bloc technologico-théorique qui les justifient. Désormais, nous ne nous intéressons plus qu'aux triangles.

a. Manuels de 6e

Dans les trois manuels étudiés, nous trouvons au moins une situation d'introduction et un exercice de construction corrigé.

Dans le manuel *Deltamaths*, on trouve d'abord un exercice qui introduit la construction d'un triangle isocèle à partir de ses trois mesures de côté (cf. image 5.2). L'exercice invite l'élève à expliquer sa procédure. Cette leçon arrivant après celle relative aux programmes de construction, on peut supposer qu'elle encourage l'élève à en rédiger un, donnant une raison d'être à la notion de programme de construction : expliquer une démarche de construction.

Le manuel *Deltamaths* propose ensuite une « méthode » pour « construire un triangle dont on connaît les trois longueurs » qu'il applique sur la construction d'un

Image 5.2 – Expliquer comment construire le triangle formé sur une carte (*Deltamaths 6*e, 2016, p. 202)

triangle scalène non rectangle (cf. image 5.3).

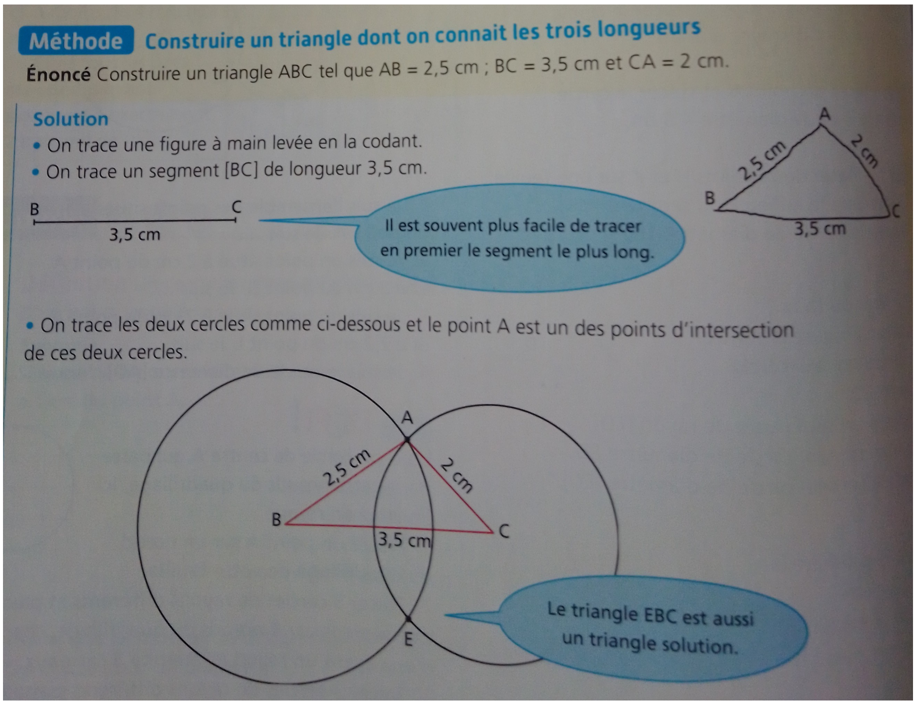
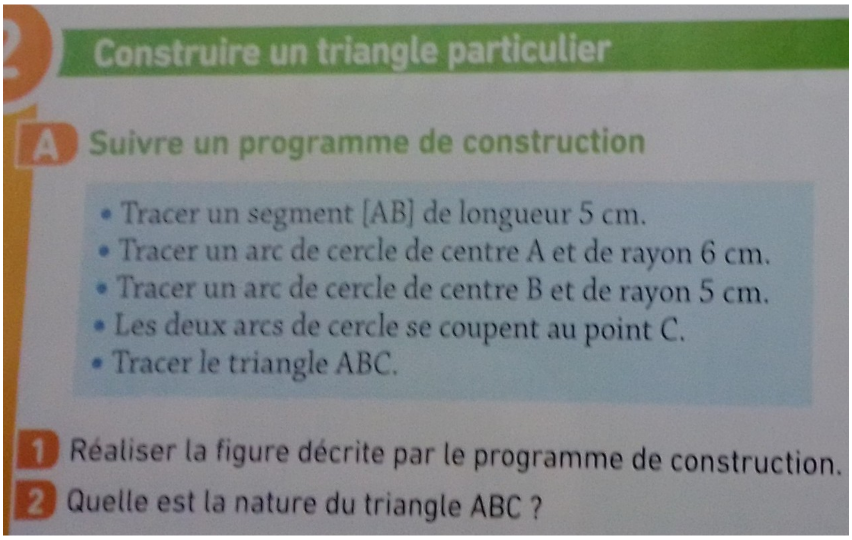


Image 5.3 – Méthode pour construire un triangle dont on connaît les trois longueurs (*Deltamaths 6*e, 2016, p. 202)

La technique présentée comporte trois étapes : tracer une figure à main levée et la coder, tracer un premier segment (le plus long) et enfin, tracer les deux cercles « comme ci-dessous » et placer le point manquant à une des intersections de ces cercles. Même si cette construction arrive après la définition du cercle dans le manuel, nous remarquons que la méthode n'explicite pas à l'écrit (en donnant le centre et le rayon) les cercles construits comme elle le fait pour le segment $[BC]$. De plus, un élément d'organisation de la technique (« il est souvent plus facile de tracer en premier le segment le plus long ») est proposé mais le bloc *logos* n'est pas du tout explicité.

Dans le manuel *Myriade*, une activité d'introduction avant le cours sur les propriétés du triangle propose la construction d'un triangle particulier en suivant un programme de construction (cf. image 5.4).


2 Construire un triangle particulier

A Suivre un programme de construction

- Tracer un segment [AB] de longueur 5 cm.
- Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon 6 cm.
- Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 5 cm.
- Les deux arcs de cercle se coupent au point C.
- Tracer le triangle ABC.

1 Réaliser la figure décrite par le programme de construction.

2 Quelle est la nature du triangle ABC ?

Image 5.4 – Construire un triangle particulier en suivant un programme de construction (*Myriade 6*[e], 2016, p. 186)

Le programme de construction explicite en fait la technique attendue pour construire un triangle connaissant les mesures de longueur des trois côtés. La deuxième question de l'activité interroge l'élève sur la nature du triangle ainsi construit mais nous remarquons de nouveau l'absence de travail sur le bloc *logos* associé à ce type de tâches et cette technique.

Dans ce manuel, comme dans le manuel *Deltamaths*, un exercice de construction corrigé est proposé. Il s'agit ici de « construire un triangle ABC isocèle en A tel que $AC = 4cm$ et $BC = 6cm$ » (cf. image 5.5).

La technique présentée comporte cette fois quatre étapes mais il s'agit d'une simple réorganisation de la technique présentée dans le manuel *Deltamaths*. Il n'y a pas non plus d'éléments technologico-théoriques. Une différence notable entre ces deux techniques concerne l'absence de cercles complets dans la méthode du manuel *Myriade*. En effet, la technique présentée ici, comme dans le programme de construction de l'activité 2 (cf. image 5.5), s'appuie sur « deux arcs de cercle » qui ne se coupent donc qu'en un seul point. Pourtant, le cercle est déjà présenté comme « constitué de tous les points situés à une même distance d'un point appelé

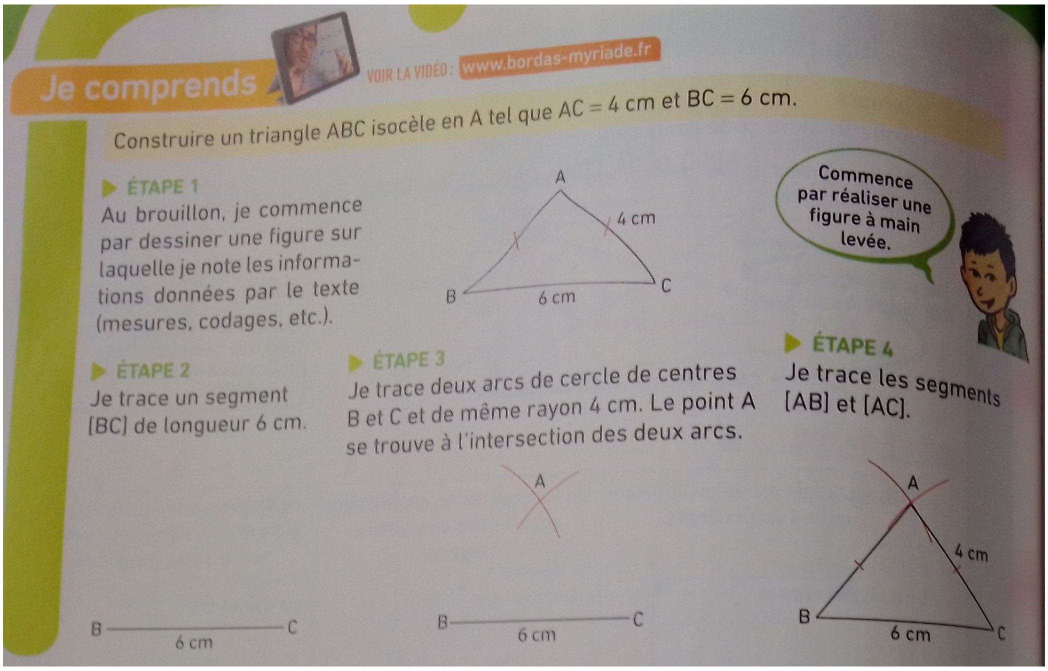


Image 5.5 – Construire un triangle ABC isocèle en A tel que $AC = 4cm$ et $BC = 6cm$ (*Myriade 6*^e^, 2016, p. 190)

“centre du cercle” » (*Myriade 6*^e^, 2016, p. 131) plusieurs chapitres avant celui sur la construction de triangles. Cette construction est fortement liée au dessin et aux instruments utilisés, en particulier le compas. Il n'est pas évident que les élèves fassent le lien entre ces arcs de cercle et le cercle ainsi défini plus tôt dans l'année.

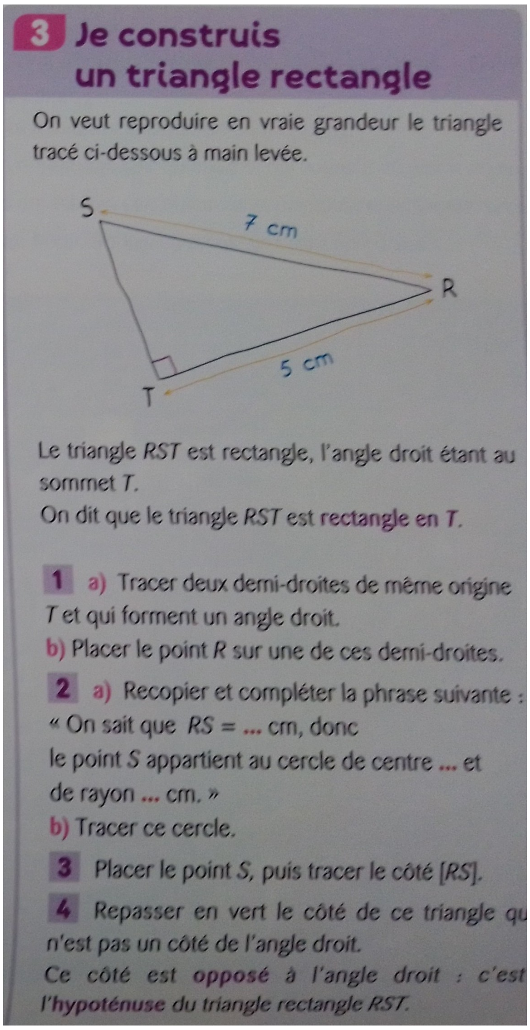
Dans ces deux manuels, les praxéologies présentées sont donc faibles au sens de Wozniak (2012) (cf. section 2.1.3).

Dans le manuel *Phare*, nous retrouvons également une activité d'introduction avant le cours sur les constructions de triangles. Il s'agit ici de construire un triangle rectangle à partir des mesures de l'hypoténuse et d'un côté de l'angle droit, un schéma codé étant déjà donné (cf. image 5.6).

L'exercice décompose la technique à l'aide de plusieurs questions mais pose aussi une autre question qui amène l'élève à mobiliser explicitement une technologie pour justifier la construction du triangle à partir d'un cercle (question 2 a sur l'image 5.6).

Le manuel *Phare* présente ensuite deux exercices de construction corrigés : « construire un triangle en utilisant un compas » et « construire un triangle isocèle » (cf. image 5.7).

Des trois manuels étudiés, c'est le seul qui mentionne explicitement les instruments géométriques utilisés pour construire dans l'environnement papier-crayon, que ce soit dans l'intitulé de l'exercice ou dans les dessins qui illustrent la technique qui est ici


3 Je construis un triangle rectangle

On veut reproduire en vraie grandeur le triangle tracé ci-dessous à main levée.

Le triangle *RST* est rectangle, l'angle droit étant au sommet *T*.
On dit que le triangle *RST* est **rectangle en *T*.**

1 **a)** Tracer deux demi-droites de même origine *T* et qui forment un angle droit.
b) Placer le point *R* sur une de ces demi-droites.

2 **a)** Recopier et compléter la phrase suivante :
« On sait que *RS* = ... cm, donc le point *S* appartient au cercle de centre ... et de rayon ... cm. »
b) Tracer ce cercle.

3 Placer le point *S*, puis tracer le côté [*RS*].

4 Repasser en vert le côté de ce triangle qu n'est pas un côté de l'angle droit.
*Ce côté est **opposé** à l'angle droit : c'est l'**hypoténuse** du triangle rectangle RST.*

Image 5.6 – Construire un triangle rectangle (*Phare 6*^e, 2016, p. 58)

clairement instrumentale.

Même si le premier exercice corrigé se veut général (en tout cas applicable aux triangles dont on connaît les mesures de longueur des trois côtés), la technique est présentée sur un exemple qui met en jeu un triangle isocèle. Elle est cependant identique à celle présentée dans le manuel *Myriade* et s'appuie également sur des arcs de cercle plutôt que des cercles, ce qui ne correspond pas à la technique et à la technologie présentée dans l'activité de construction du triangle rectangle (cf. image 5.6). Le seul élément technologique présenté ici concerne la propriété du triangle isocèle utilisée pour calculer une mesure de longueur manquante.

Le deuxième exercice corrigé est le seul, dans les trois manuels étudiés, à présenter la construction d'un triangle à partir de ses angles. Il rappelle la propriété « un triangle isocèle a ses deux angles à la base de même mesure » qui fait partie des attendus de fin d'année de 6e (*Attendus de fin d'année de 6*e, 2019, p. 13) mais

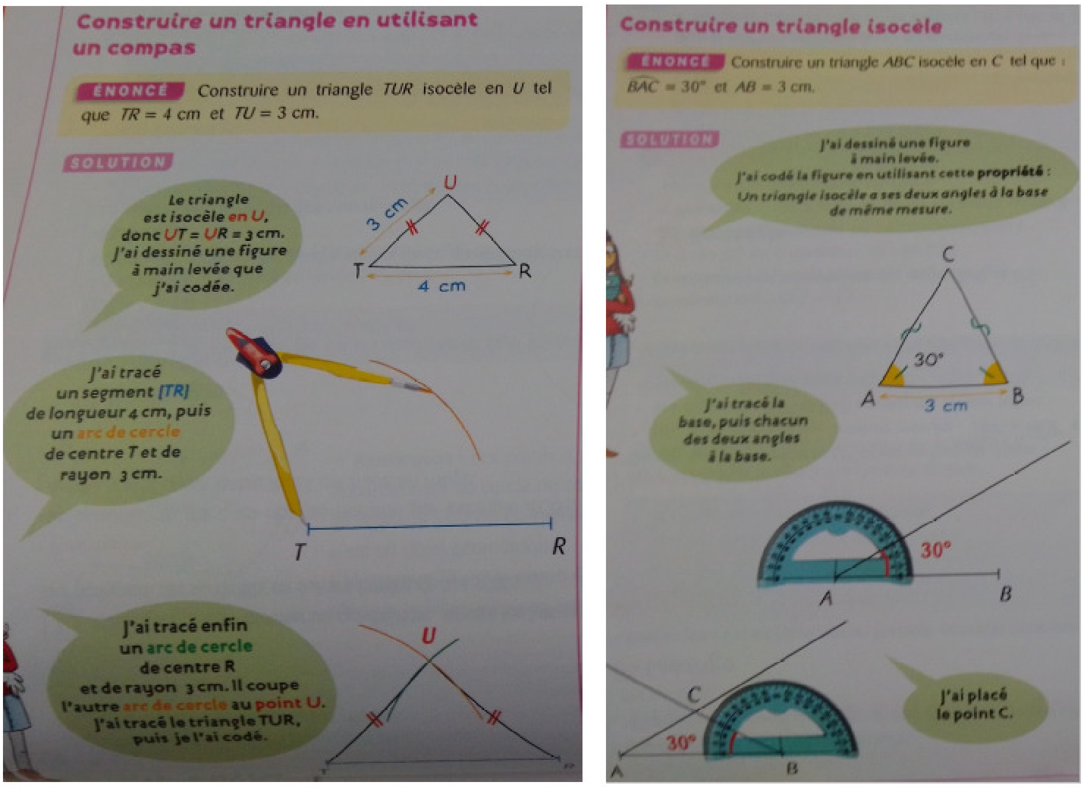


Image 5.7 – À gauche : construire un triangle en utilisant un compas. À droite : construire un triangle isocèle (*Phare 6*[e], 2016, p. 62 et p. 256)

n'apparaît pas dans les autres manuels[5]. Cependant, la technique présentée est surtout visuelle car le texte donne peu d'informations sur les constructions réalisées, les mots « demi-droite » ou « intersection » ne sont, par exemple, jamais écrits.

b. Manuels de 5[e]

En 5[e], le manuel *Deltamaths* ne présente aucune résolution d'une tâche de construction dans les situations d'introduction ou dans les parties cours. Cependant l'inégalité triangulaire permet de s'intéresser à la notion de constructibilité des triangles en déterminant si la donnée de trois segments dont on connaît les mesures de longueur permet, ou non, de construire un triangle. On retrouve cette même utilisation de la propriété de l'inégalité triangulaire dans les manuels *Myriade* et *Phare*.

Dans le manuel *Myriade*, les tâches de construction corrigées sont associées au chapitre « construire des triangles connaissant des longueurs et/ou des angles » qui

5. À noter que ces attendus ont été publiés après la sortie des trois manuels étudiés et que les programmes scolaires en eux-mêmes donnent peu d'informations précises sur les propriétés attendues à chaque niveau scolaire d'un cycle donné.

arrive avant l'introduction de l'inégalité triangulaire et la propriété de la somme des angles dans un triangle. Il s'agit donc principalement d'un rappel des constructions déjà effectuées dans les exercices de ce même manuel en 6^e qui sont un peu plus formalisées dans la partie cours qui explicite les trois cas de construction des triangles (cf. image 5.8). À noter que l'exercice corrigé qui suit ne fait pas référence à ces cas de construction.

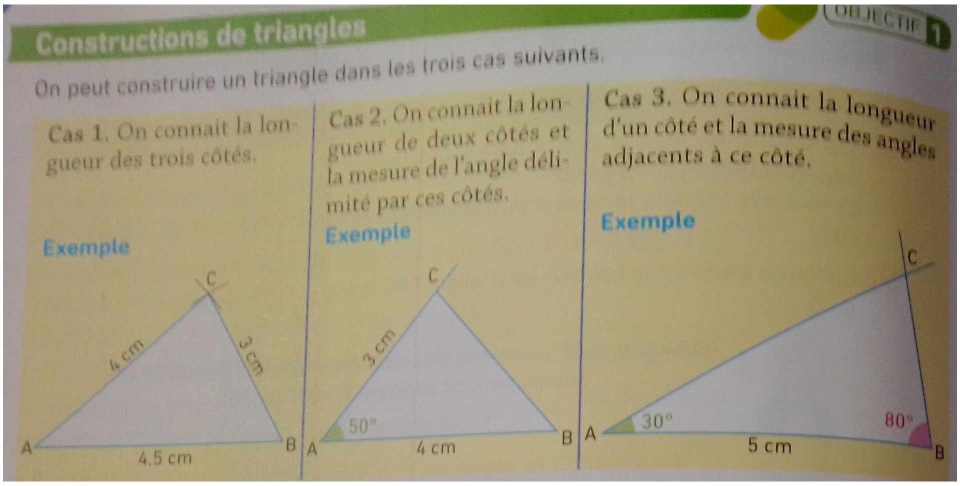


Image 5.8 – Les trois cas de construction des triangles (*Myriade 5*^{e}, 2016, p. 184)

Dans les manuels *Deltamaths* et *Myriade*, la propriété de la somme des angles dans un triangle n'est pas directement associée à la résolution de tâches de construction dans les situations d'introduction et les parties cours.

Dans le manuel *Phare*, en revanche, on trouve deux exercices corrigés nécessitant la mobilisation de la propriété de la somme des angles dans un triangle. Le premier, dans la partie « savoir-faire » présente la construction d'un triangle avec un rapporteur et sa justification (cf. image 5.9). La praxéologie de construction est complète :

— type de tâches : construire un triangle étant données deux mesures d'angle et une mesure de longueur d'un côté qui n'est pas entre les deux ;

— technique : déterminer la mesure d'angle manquante, construire avec la règle graduée et le rapporteur ;

— bloc *logos* : somme des mesures des angles dans un triangle.

De plus, un élément heuristique est donné dans la bulle du personnage qui parle et qui fait référence, sans le dire, aux cas de construction qui ont été abordés précédemment.

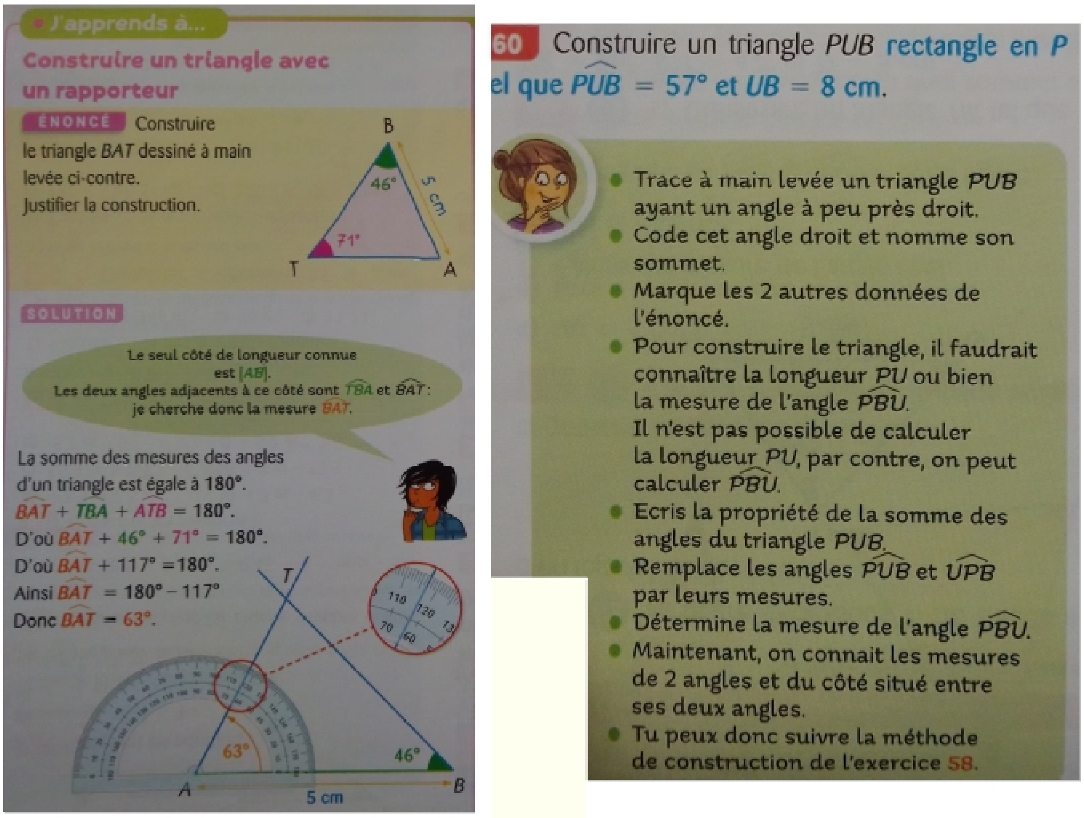


Image 5.9 – À gauche : construire un triangle avec un rapporteur (*Phare 5*e, 2016, p. 109). À droite : construire un triangle rectangle (*Phare 5*e, 2016, p. 112)

À la fin du chapitre « triangles et angles », le manuel *Phare* propose quatre constructions de triangles accompagnées de « conseils » qui constituent en fait une technique de résolution. Celle-ci commence systématiquement par « trace à main levée un triangle » sur lequel il est conseillé de coder les données de l'énoncé. Comme pour l'exercice précédent, un élément heuristique est donné, par exemple pour la construction d'un triangle rectangle à partir de l'hypoténuse et d'un angle aigu (cf. image 5.9), celui-ci est « pour construire le triangle, il faudrait connaître la longueur PU ou bien la mesure de l'angle $\widehat{PBU}$. Il n'est pas possible de calculer la longueur PU, par contre, on peut calculer $\widehat{PBU}$ » (*Phare 5*e, 2016, p. 112).

En analysant les parties cours et les exercices corrigés de ces trois manuels, et en particulier des manuels *Deltamaths* et *Myriade*, sur la question des constructions de triangles, nous retrouvons ce que nous avions déjà remarqué dans les programmes scolaires, à savoir qu'au cycle 4, les tâches de construction prennent moins de place et sont remplacées par des tâches de preuve (ou de calcul d'une mesure de grandeur). Elles ne sont pas mobilisées pour donner une raison d'être à l'entrée dans une démarche heuristique fondée sur des îlots déductifs pour l'élaboration d'un programme de construction. Cependant, comme nous venons de le voir, des manuels, comme le manuel *Phare*, continuent de mobiliser explicitement les nouvelles propriétés introduites pour la construction de figures. Dans la partie suivante, nous nous intéressons aux parties exercices et nous verrons en particulier si nous retrouvons cette différence.

5.5 Conditions didactiques sur les énoncés des exercices de construction des manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020

Dans cette section, nous étudions les types de tâches présents dans les parties exercices mais aussi les techniques et technologies attendues pour leur résolution. Pour cela, nous les comparons au MPR que nous avons construit dans le chapitre 4 et nous analysons leurs énoncés à partir des variables didactiques relevées dans la section 3.5 afin d'étudier la nécessité ou non d'engager une argumentation heuristique pour les résoudre.

5.5.1 Manuels de 6^{e}

Dans chacun des trois manuels, nous avons étudié les exercices de construction des chapitres relatifs aux triangles. Nous avons considéré deux constructions de triangles comme deux tâches différentes même si, dans la pratique, elles sont présentées dans le même exercice du manuel. Nous avons ainsi pris en compte respectivement 25, 30 et 41 constructions de triangles dans les manuels *Deltamaths*, *Myriade* et *Phare* de 6^{e}.

a. Répartition des types de triangles à construire

Dans un premier temps, nous étudions la répartition des types de tâches proposés. La répartition des types de triangles à construire (en pourcentages) dans les trois manuels est présenté sur l'image 5.10 [6].

6. Nous avons choisi de représenter nos analyses en pourcentages pour comparer d'un manuel à l'autre les proportions de construction de triangles isocèles, rectangles, etc. Étant donné le peu d'exercices, ces graphiques permettent de représenter des tendances mais ne sont pas des reflets précis de la réalité et ne permettent pas, en particulier, de comparer le nombre de types de tâches d'un manuel à l'autre.

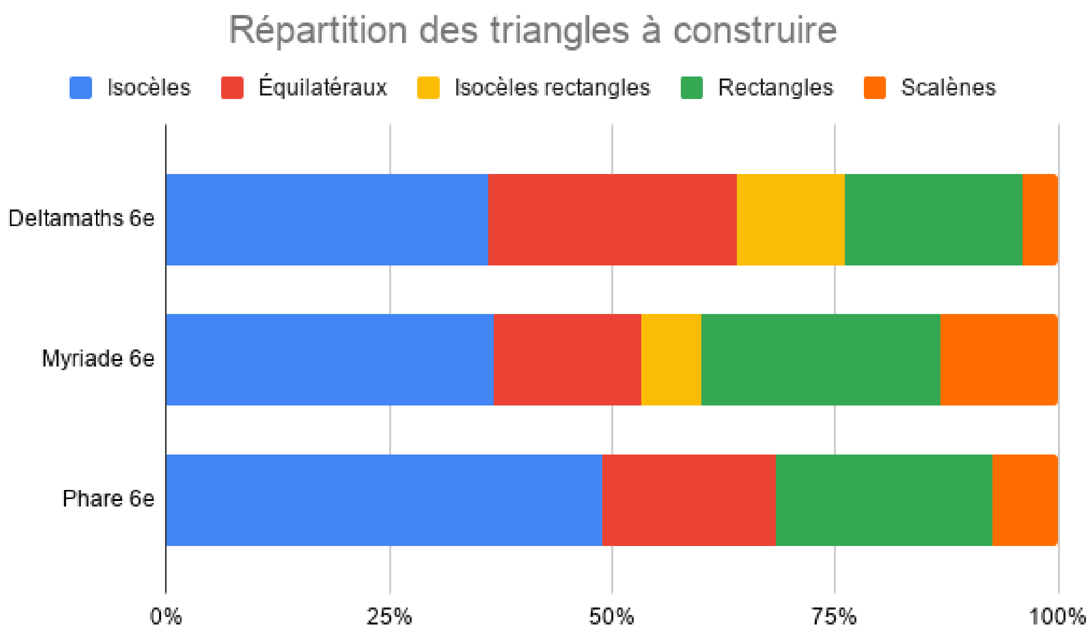


Image 5.10 – Répartition des types de triangles à construire dans les trois manuels de 6e

Nous remarquons que dans les trois manuels, les triangles isocèles et équilatéraux occupent la majorité des constructions. La plus grande place accordée aux triangles isocèles dans le manuel *Phare* s'explique par la présence de la propriété des angles à la base qui, comme nous l'avons vu dans la section précédente, n'est pas abordée dans les deux autres manuels. Nous remarquons également que le manuel *Phare* ne propose aucune construction de triangles isocèles rectangles. Les triangles rectangles et scalènes occupent un peu plus de place dans le manuel *Myriade* mais les pourcentages sont comparables dans les trois manuels. Nous pouvons faire l'hypothèse que les triangles scalènes occuperont plus de place dans les manuels de 5e avec l'introduction de l'inégalité triangulaire et de la propriété relative à la somme des mesures des angles.

b. Registre de représentation de l'énoncé et désignation du triangle à construire

Comme nous l'avons vu dans la section 3.1.3, les énoncés décrivant ces figures peuvent prendre différents sens. Dans environ la moitié des exercices, le triangle à construire est directement désigné par sa nature « la plus précise » (triangle isocèle, équilatéral, rectangle, etc.). La construction nécessite alors de mobiliser la définition du triangle ainsi désigné.

Dans l'autre moitié des exercices, le triangle à construire est, la plupart du temps, représenté par un schéma qui code une propriété caractéristique de la figure à construire. Le plus souvent, la construction est alors immédiate, il suffit d'interpréter le codage du schéma.

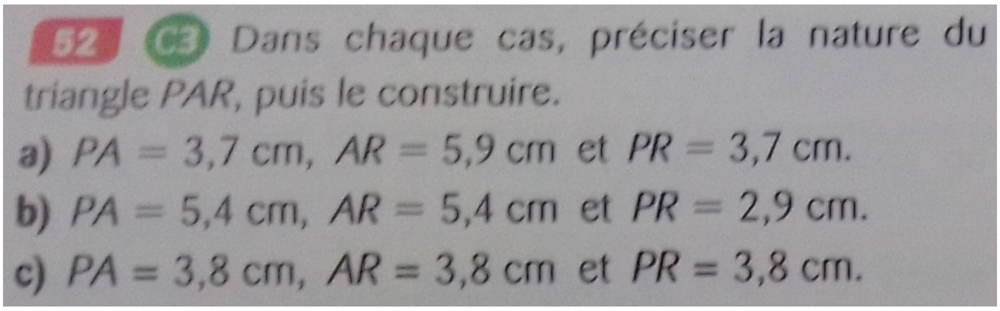
Pour deux exercices de *Deltamaths* et trois de *Phare*, on ne précise pas la nature du triangle mais on donne des données chiffrées qui permettent de la déduire. Dans le manuel *Deltamaths*, on retrouve également quelques exercices dont l'énoncé est présenté sous la forme d'un programme de construction. Ce type d'exercices n'apparaît pas dans les autres manuels pour la construction de triangles.

c. Données en entrée

Nous nous intéressons donc maintenant à la question des données en les comparant aux types de tâches du MPR identifiés dans la section 4.2.1 (en prenant en compte le fait que tous ces types de tâches ne sont pas accessibles en 6^{e} car les élèves ne connaissent pas encore certaines propriétés des triangles). Les graphiques représentant la proportion de chaque type de tâches sont présentés dans l'annexe B.

Les triangles scalènes non rectangles, dans les manuels *Phare* et *Deltamaths* (qui ne propose qu'une seule construction de triangle scalène), sont construits à partir de la donnée des mesures de longueur de leurs trois côtés. Au contraire, dans le manuel *Myriade*, aucune construction de triangles à partir de ses trois côtés n'est proposée. Deux triangles scalènes sont construits à partir de la donnée de la mesure de longueur de deux côtés et de la mesure d'angle entre les deux. Les deux autres triangles scalènes sont construits à partir de la donnée de deux mesures d'angles et de la mesure de longueur du côté entre les deux. Nous remarquons qu'aucun des trois manuels ne propose ces trois types de tâches à la fois (et aucun manuel ne propose la construction d'un triangle scalène à partir de deux mesures de longueur des côtés et du périmètre).

Concernant les triangles isocèles non rectangles non équilatéraux, les données en entrée proposées par les trois manuels sont encore très différentes. Ainsi, pour la majorité des constructions de triangles isocèles, le manuel *Myriade* donne les mesures de longueur du côté base et d'un côté non base. C'est aussi le cas pour presque la moitié des constructions du manuel *Phare*. En revanche, une seule construction du manuel *Deltamaths* propose ce type de données. La moitié des constructions de triangles isocèles de ce manuel ne donne en fait pas assez de données pour construire un triangle isocèle à une isométrie près. En effet, beaucoup des exercices sont proposés sur un quadrillage et demandent la construction de deux ou plus triangles isocèles à partir d'une base donnée. Au contraire, on trouve aussi des exercices qui donnent plus de données que nécessaire, notamment parce que le fait d'indiquer la nature du triangle (avant ou après la construction) est laissé à la charge de l'élève (cf. image 5.11). L'enjeu est alors de passer des mesures à la mobilisation d'une propriété liée à leur égalité puis à la mobilisation d'un outil de report de longueur. À noter également que le manuel *Phare* propose presque un tiers de constructions de triangles isocèles à partir d'un côté et d'un angle sur ce côté (principalement à partir de la base et d'un angle à la base). Nous avons vu en effet que c'est le seul manuel à introduire la propriété des angles à la base égaux dans un triangle isocèle.


52 C3 Dans chaque cas, préciser la nature du triangle *PAR*, puis le construire.

a) *PA* = 3,7 cm, *AR* = 5,9 cm et *PR* = 3,7 cm.

b) *PA* = 5,4 cm, *AR* = 5,4 cm et *PR* = 2,9 cm.

c) *PA* = 3,8 cm, *AR* = 3,8 cm et *PR* = 3,8 cm.

Image 5.11 – Construire ces triangles à partir de la donnée de leurs trois longueurs (*Phare 6*^{e}, 2016, p. 67)

En accord avec les types de tâches relevés dans le MPR, dans les trois manuels, la majorité des constructions de triangles équilatéraux se fait à partir de la donnée d'une mesure de longueur d'un côté. Dans les manuels *Deltamaths* et *Phare*, on trouve également une construction à partir de trois côtés du même ordre que l'exercice présenté sur l'image 5.11. Dans le manuel *Phare*, on trouve également la construction d'un triangle équilatéral présenté comme un triangle isocèle avec un angle de 60° à la base. La nature de ce triangle fait l'objet d'une conjecture à la fin de l'exercice (cf. image 5.12).

Concernant les triangles rectangles non isocèles, dans le manuel *Deltamaths*, on ne trouve que des constructions à partir des mesures de longueurs des deux côtés de l'angle droit. Ce type de tâches est aussi majoritaire dans les deux autres manuels mais on trouve également des constructions à partir d'une mesure de longueur d'un côté de l'angle droit et de la mesure de l'angle non droit sur ce côté (cf. image 5.13). Dans le manuel *Phare* en particulier (mais aussi dans un exercice du manuel *Myriade*), on trouve des constructions à partir de la mesure de longueur de l'hypoténuse et

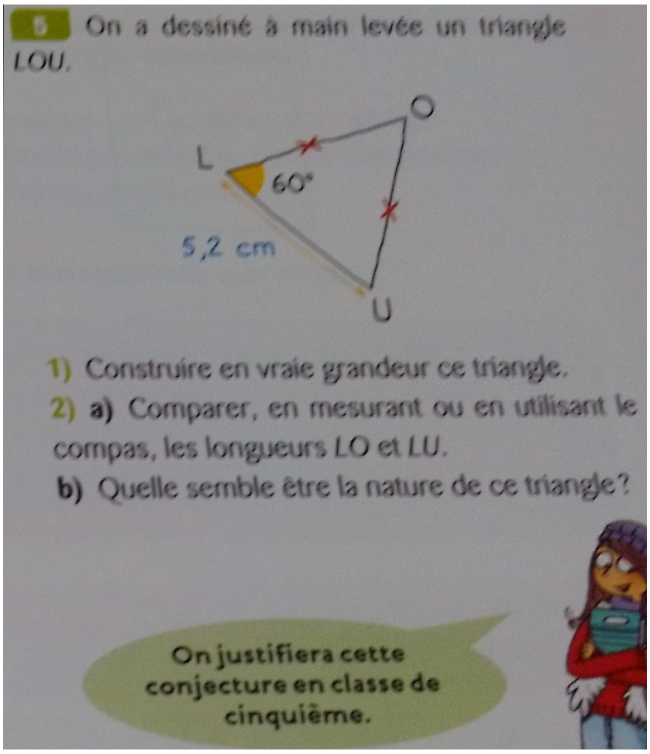
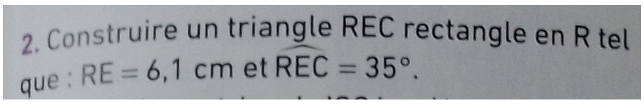


Image 5.12 – Construire un triangle isocèle avec un angle de 60°(*Phare 6*^{e}, 2016, p. 256)



2. Construire un triangle REC rectangle en R tel que : RE = 6,1 cm et $\widehat{REC} = 35°$.

Image 5.13 – Construire un triangle rectangle à partir d'un côté de l'angle droit et d'un angle(*Myriade 6*^{e}, 2016, p. 191)

d'un côté de l'angle droit. Cette observation est en accord avec ce que propose le manuel. En effet, comme nous l'avons vu dans la section 5.4.2, ce type de tâche était l'objet d'une activité préalable et était accompagné d'une technique détaillée. Dans les trois cas, la construction du triangle passe par la mobilisation de sa définition.

Enfin, concernant les triangles isocèles rectangles qui ne sont présents que dans les manuels *Deltamaths* et *Myriade*, nous trouvons essentiellement des constructions à partir d'une mesure de longueur d'un côté de l'angle droit. Le manuel *Deltamaths* propose également une construction à partir de la donnée des mesures de longueur des deux côtés de l'angle droit dans un exercice où la nature du triangle fait l'objet d'une question suivante.

d. Mesures et instruments géométriques

Dans la très grande majorité des exercices de ces trois manuels, les longueurs sont données par des mesures. Lorsque ce n'est pas le cas, c'est soit parce que la construction s'appuie sur un quadrillage et le tracé d'un premier côté dont on ne connaît pas la mesure de longueur (ces exercices correspondent pour la plupart à ceux pour lesquels toutes les données nécessaires à la construction d'un triangle à une isométrie près ne sont pas fournies afin d'encourager l'élève à construire plusieurs triangles à partir d'une même base). Soit parce que la construction se fait sur un autre triangle déjà tracé comme sur l'exercice 50 de l'image 5.14. En effet, pour résoudre cet exercice, l'élève construit d'abord le triangle rectangle de mesures de longueur $7cm$ et $3cm$. Il construit ensuite le deuxième triangle rectangle en s'appuyant sur l'hypoténuse du premier dont il ne connaît, *a priori*, pas la longueur.

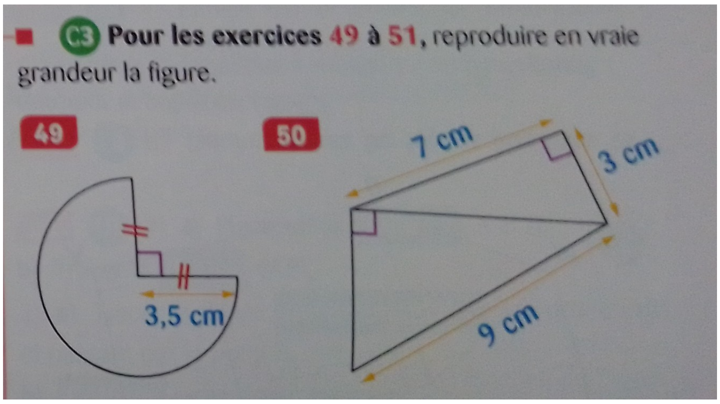
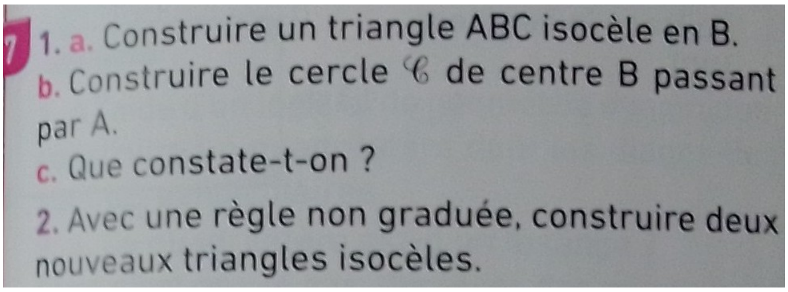


Image 5.14 – Exercice 50 : construire une configuration de triangles rectangles(*Phare 6*e, 2016, p. 66)

Une autre des conditions didactiques que nous avons relevées dans la section 3.5 est un jeu sur les instruments géométriques à disposition. Nous remarquons que cette question n'est pas du tout abordée dans les manuels que nous avons étudiés. Pour les exercices sur quadrillage du manuel *Deltamaths* et un exercice mettant en jeu la médiatrice de la base d'un triangle isocèle du manuel *Phare*, l'énoncé précise qu'il ne faut utiliser aucun instrument. Il n'y a aucune information concernant les instruments géométriques à utiliser ou non dans les autres énoncés à part dans un exercice du manuel *Myriade* qui mentionne explicitement l'utilisation d'une règle non graduée pour construire un triangle isocèle dans un cercle déjà tracé à la question précédente (cf. image 5.15). La résolution de la tâche 2 est la seule qui nécessite de mobiliser la définition d'un triangle isocèle en lien avec la caractérisation d'un cercle (étudiée quelques chapitres auparavant) et le choix explicite d'un outil de construction.



7 1. a. Construire un triangle ABC isocèle en B.
b. Construire le cercle $\mathscr{C}$ de centre B passant par A.
c. Que constate-t-on ?
2. Avec une règle non graduée, construire deux nouveaux triangles isocèles.

Image 5.15 – Construire un triangle isocèle dans un cercle avec une règle non graduée (*Myriade 6*e, 2016, p. 191)

e. Mobilisation de propriétés dans le raisonnement

Le type de triangle à construire, les données de l'énoncé et les instruments géométriques à disposition influencent la ou les propriétés à mettre en œuvre pour construire ainsi que la technique de résolution de la tâche.

Nous remarquons d'abord que presque la moitié des exercices de chacun des manuels (entre 43% et 50%) ne demande la mobilisation d'aucune propriété pour construire la figure (cf. image 5.16). À noter que dans ce cadre, même si c'est un enjeu de la classe de 6e (*Mathématiques : repères annuels de progression pour le cycle 3*, 2019, p. 8), nous ne considérons pas la lecture de schéma codé comme exigeant la mobilisation de propriétés. De même, la construction d'un triangle connaissant ses trois longueurs, connaissant deux longueurs de côté et l'angle entre les deux ou connaissant deux angles et la longueur de côté entre les deux ne nécessite pas la mobilisation de propriétés que nous prenons en compte dans le cadre de ce travail. Deux constructions du manuel *Deltamaths* et deux constructions du manuel *Phare* nécessitent de mobiliser deux propriétés pour pouvoir construire la figure mais nous retrouvons principalement des tâches de construction nécessitant la mobilisation d'une seule propriété dans les trois manuels.

Dans les trois manuels étudiés, ce sont les définitions des triangles qui sont majoritairement en jeu pour construire (cf. image 5.17) :

- un triangle rectangle a un angle droit ;
- un triangle isocèle a deux côtés de même longueur ;
- un triangle équilatéral a trois côtés de même longueur.

Dans le manuel *Phare*, on retrouve également la propriété « dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux ».

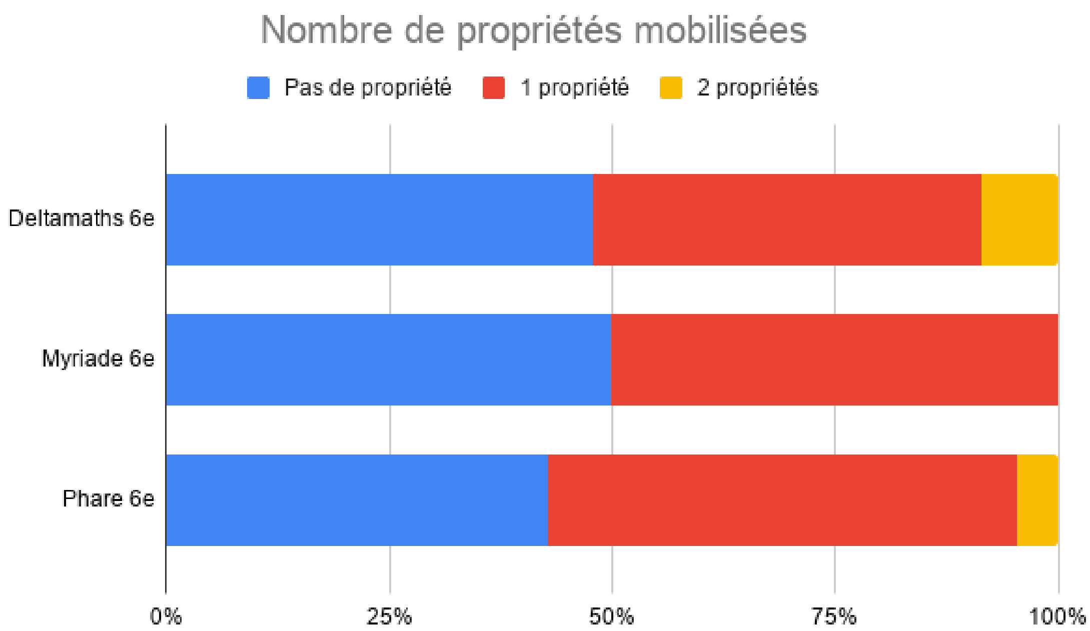


Image 5.16 – Nombre de propriétés mobilisées dans la résolution des tâches des manuels de 6e

Concernant les tâches nécessitant la mobilisation de deux propriétés, nous retrouvons la construction d'un triangle isocèle rectangle dans le manuel *Deltamaths*, l'élève devant alors mobiliser la définition d'un triangle isocèle et la définition d'un triangle rectangle.

Les deux exercices nécessitant de mobiliser deux propriétés dans le manuel *Phare* sont guidés par plusieurs questions. Dans le premier dont nous reparlerons dans la section 5.6.1 (cf. image 5.30), l'élève doit d'abord montrer que le triangle est isocèle à partir d'un schéma codant un triangle avec deux longueurs de côté égales. Il déduit ensuite la mesure d'un des angles à la base à partir de l'autre mesure d'angle à la base déjà donnée. Enfin, il construit le triangle à partir de sa base et des deux angles à la base. Le deuxième exercice s'appuie sur la définition du cercle. Un cercle et un rayon de ce cercle sont tracés, le rayon du cercle correspondant au côté non base d'un triangle isocèle. L'élève doit d'abord montrer que le sommet manquant du triangle se situe également sur le cercle et déduire la mesure d'un des angles à la base à partir de la mesure de l'autre angle à la base déjà donnée. Dans les deux cas, la phase heuristique n'est pas à la charge de l'élève qui est complètement guidé dans la résolution de la tâche.

Dans le manuel *Deltamaths*, on trouve le seul exercice de construction faisant référence aux trois angles égaux du triangles équilatéral, propriété que l'on retrouve

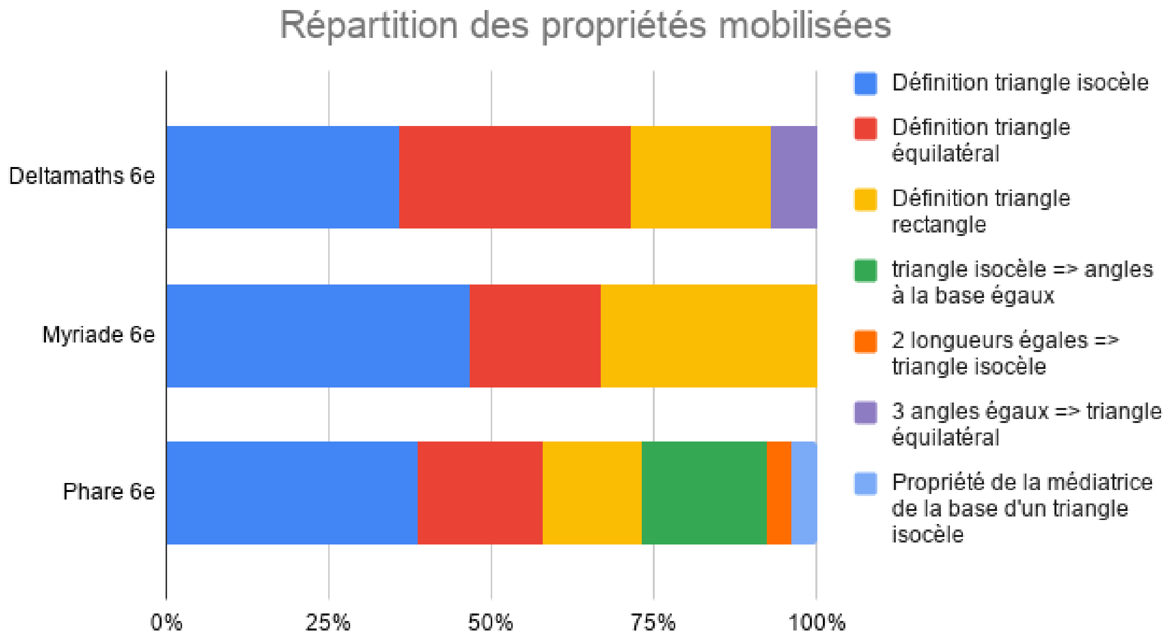


Image 5.17 – Répartition des propriétés mobilisées pour construire dans les manuels de 6e

également dans les attendus de fin d'année pour la 6e (*Attendus de fin d'année de 6e*, 2019, p. 3). Cet exercice présente le schéma codé d'un triangle avec trois angles égaux (cf. image 5.18). L'élève doit donc mobiliser la propriété « un triangle qui a trois angles égaux est un triangle équilatéral » avant de mobiliser la définition du triangle équilatéral pour pouvoir construire la figure (car en 6e, il ne sait pas que les trois angles sont égaux à 60°).

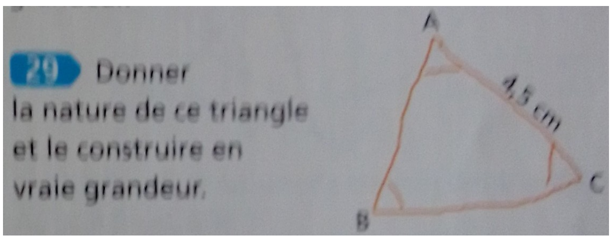


Image 5.18 – Donner la nature de ce triangle et le construire en vraie grandeur (*Deltamaths 6e*, 2016, p. 203)

Comme nous venons de le voir, les propriétés réciproques des définitions des triangles particuliers sont très peu utilisées pour construire. Cependant, pour pratiquement tous les types de tâches ne nécessitant la mobilisation d'aucune propriété pour leur résolution du manuel *Deltamaths* (et une fois dans le manuel *Myriade*), la nature du triangle construit est demandée dans l'énoncé que ce soit avant ou après la construction. La propriété mobilisée n'est pas directement utile à la construction (la plupart du temps, les propriétés sont directement codées sur un schéma) mais pourrait constituer une étape dans la validation de cette construction (cf. section 5.6.1).

De cette analyse à partir des conditions didactiques relevées dans la section 3.5, nous concluons donc que les manuels scolaires de 6e n'amènent pas beaucoup les élèves à construire une figure nécessitant une argumentation heuristique préalable. En effet, la plupart des résolutions de tâches ne nécessitent aucune propriété ou la seule mobilisation de la définition des triangles particuliers. Pour les exercices qui demandent effectivement l'élaboration d'une argumentation heuristique, celle-ci n'est pas à la charge de l'élève qui est guidé par l'énoncé (sauf pour un exercice du manuel *Phare* comme nous le verrons dans la section 5.6.1). Nous nous demandons donc si cette prise en charge est assurée par les manuels de niveau 5e.

5.5.2 Manuels de 5e

Dans chacun des trois manuels étudiés, nous avons pris en compte les exercices de construction des chapitres relatifs aux triangles. Nous avons considéré deux constructions de triangles comme deux tâches différentes même si, dans la pratique, elles sont présentées dans le même exercice du manuel. Nous avons ainsi pris en compte respectivement 20, 34 et 36 constructions de triangles dans les manuels *Deltamaths*, *Myriade* et *Phare* de 5e. Parmi ces tâches, nous n'incluons pas les tâches où la construction d'un triangle elle-même n'est qu'un prétexte pour travailler ensuite d'autres notions (par exemple sur les droites remarquables du triangle). En effet, sur la quinzaine relevée, à une exception près, il s'agit de construire un triangle scalène non rectangle directement à partir d'un des trois cas de construction, ce qui est plutôt un attendu de la classe de 6e.

a. Répartition des types de triangles à construire

Dans un premier temps, comme pour les manuels de 6e, nous étudions la répartition des types de tâches proposés que nous présentons (en pourcentages) sur le graphique 5.19.

Dans la partie 5.5.1, nous avions fait l'hypothèse que les triangles scalènes occuperaient plus de place dans les manuels de 5e au vu des nouvelles propriétés abordées. Nous constatons que c'est effectivement le cas dans les trois manuels mais essentiellement dans *Myriade* et *Phare* où ils constituent maintenant au moins la

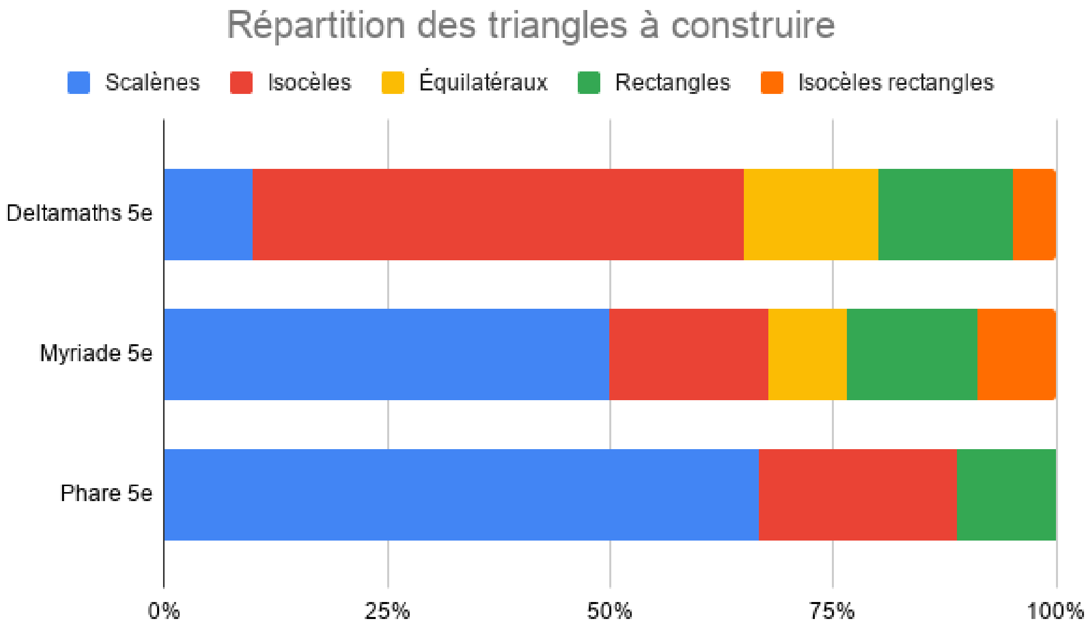


Image 5.19 – Répartition des types de triangles à construire dans les trois manuels de 5e

moitié des constructions (le manuel *Deltamaths* passe de une construction d'un triangle scalène à deux). Dans le manuel *Deltamaths*, ce sont toujours les triangles isocèles qui occupent la majorité des constructions.

Dans le manuel *Phare*, nous remarquons que les constructions de triangles équilatéraux ont disparu et que, comme dans le manuel de 6e, il n'y a pas de constructions de triangles isocèles rectangles.

b. Registre de représentation de l'énoncé et désignation du triangle à construire

Contrairement aux énoncés des exercices de construction dans les manuels de 6e qui présentaient beaucoup de schémas codant la définition du triangle à construire, dans les manuels de 5e, on retrouve très peu de schémas dans les manuels *Myriade* et *Phare* de 5e. Dans environ quatre-vingt pour cent des exercices, c'est la nature « la plus précise » du triangle qui est donné (les triangles désignés comme isocèles ne sont ni équilatéraux ni rectangles par exemple). Dans le manuel *Deltamaths*, il y a presque autant d'exercices où la nature de la figure à construire est donné textuellement que d'exercices où une propriété caractéristique de la figure est codée sur un schéma.

Comme en 6e, dans ces trois manuels, on trouve trois ou quatre exercices qui ne donnent pas la nature de la figure qui est à déterminer dans une question à part de la construction. Deux tâches du manuel *Deltamaths* sont à distinguer des autres car la nature la plus précise de la figure n'est pas donnée dans l'énoncé et n'est pas directement codée sur le schéma l'accompagnant (cf. image 5.20). La première correspond à la construction, sans rapporteur, d'un triangle isocèle avec un angle de 60° que nous avons déjà abordée. Pour résoudre cette tâche, l'élève doit d'abord chercher la nature du triangle puisqu'il ne peut pas construire directement la figure sans constructeur d'angle. Lorsqu'il a montré que le triangle est équilatéral, il peut utiliser sa définition pour construire la figure demandée. La deuxième construction de ce type correspond à la construction, sans rapporteur, d'un triangle isocèle avec un angle de 45° à la base. Pour résoudre cette tâche, l'élève doit d'abord montrer que le triangle est également rectangle.

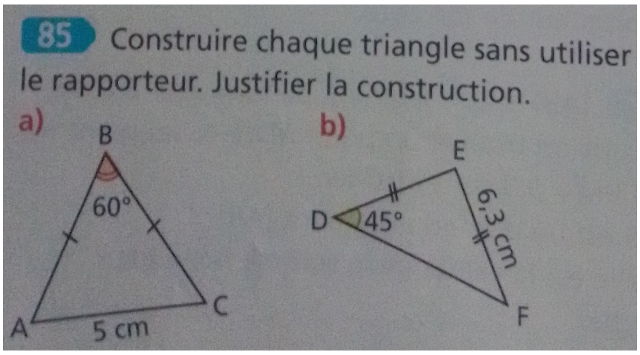


Image 5.20 – Construire ces deux figures sans rapporteur (*Deltamaths cycle 4*, 2017, p. 394)

c. Données en entrée

Nous nous intéressons donc maintenant à la question des données en les comparant aux types de tâches identifiés dans la section 4.2.1. Les graphiques représentant la proportion de chaque type de tâches sont présentés dans l'annexe B.

Comme nous l'avons vu, les constructions de triangles scalènes sont majoritaires dans les manuels *Myriade* et *Phare*, d'autant plus si nous prenons en compte les triangles qui ne sont pas scalènes mais présentés comme tels parce que leur nature est l'objet d'une question précédente ou suivante (exemple sur l'image 5.21). De plus, nous remarquons que la majorité des constructions de triangles scalènes, dans les trois manuels, sont identiques à des constructions déjà pratiquées en 6^{e}, c'est-à-dire des constructions directement à partir des trois cas de constructions (trois côtés, deux côtés et un angle entre les deux, deux angles et un côté entre les deux). Seules deux

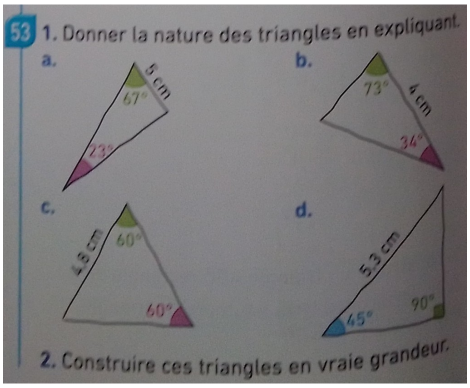


Image 5.21 – Donner la nature des triangles représentés par ces schémas et les construire (*Myriade 5*e, 2016, p. 192)

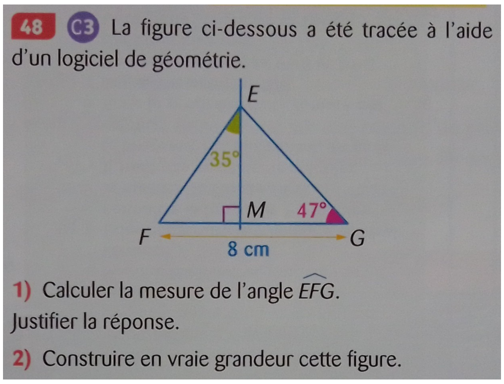


Image 5.22 – Construire le triangle après avoir calculé la mesure d'angle manquante à partir d'une hauteur (*Phare 5*e, 2016, p. 111)

à quatre constructions de triangles scalènes par manuel nécessitent de mobiliser la propriété de la somme des angles car les données sont deux angles et un côté qui n'est pas entre les deux. Cette propriété est également en jeu dans une construction du manuel *Phare* à partir d'une hauteur du triangle (cf. image 5.22). Dans les manuels *Myriade* et *Phare*, on trouve également des constructions à partir de la donnée du périmètre qui mettent en jeu l'inégalité triangulaire, une construction à partir de l'aire dans un exercice du manuel *Phare* et quelques autres constructions aux données plus inhabituelles qui ne demandent la mobilisation d'aucune propriété.

Ainsi, nous retrouvons des constructions qui seraient plutôt attendues en 6e dans tous les manuels pour la plupart des familles de triangles. Pour les triangles isocèles, par exemple, quatre-vingt pour cent des constructions des manuels *Deltamaths* et *Phare*, ainsi que cent pour cent des constructions du manuel *Myriade* sont des constructions que l'on trouve également dans les manuels de niveau 6e. Nous verrons par la suite, quelles propriétés elles mobilisent, le cas échéant et en particulier certaines différences entre ce qui est manifestement attendu par l'énoncé et les résolutions possibles.

Enfin, nous remarquons que le manuel *Deltamaths* est le seul à proposer la construction d'un triangle équilatéral à partir d'un triangle isocèle avec un angle au sommet de 60° et la construction d'un triangle isocèle rectangle à partir d'un triangle isocèle avec un angle à la base de 45° (cf. image 5.20). Le manuel *Phare* ne propose pas de constructions de triangles équilatéraux ou isocèles rectangles et le manuel *Myriade* n'en propose qu'à partir d'un côté comme on peut l'attendre en 6e. À noter que les autres manuels évoquent bien le triangle équilatéral comme un triangle isocèle avec un angle de 60° mais jamais dans un exercice de construction, la question de la nature du triangle est toujours posée directement (exemple sur l'image 5.23) alors qu'elle est à la charge de l'élève dans l'exercice 85 du manuel *Deltamaths* que nous avons déjà présenté sur l'image 5.20.

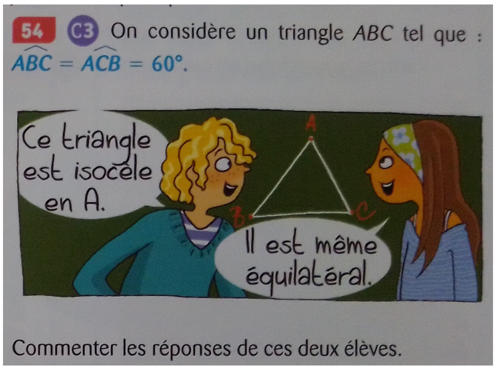


Image 5.23 – Un triangle isocèle et équilatéral (*Phare 5*ᵉ, 2016, p. 111)

d. Mesures et instruments géométriques

Comme en 6ᵉ, les longueurs sont très largement données par des mesures. Ce n'est pas le cas dans un exercice de *Deltamaths* et un exercice de *Phare* où un des côtés du triangle à construire correspond à un côte d'un autre triangle auparavant construit par l'élève à partir de mesures (cf. image 5.24).

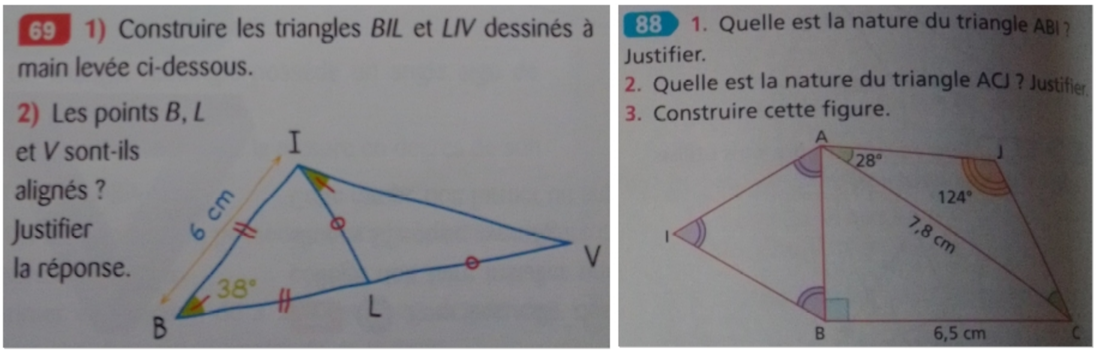
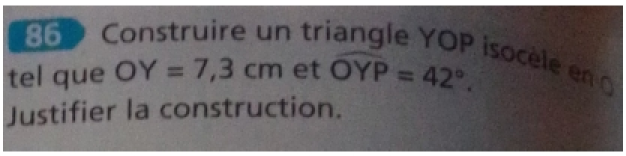


Image 5.24 – À gauche : construction d'un triangle isocèle sur un autre (*Phare 5*ᵉ, 2016, p. 113). À droite : construction d'un triangle équilatéral sur un triangle rectangle (*Deltamaths cycle 4*, 2017, p. 394)

De nouveau comme dans les manuels de 6ᵉ, nous constatons qu'il n'y a pas de jeu sur les instruments géométriques présents dans le milieu des tâches de construction. La seule exception concerne les deux tâches de construction de l'exercice 85 du manuel *Deltamaths* déjà évoqué (cf. image 5.20) : la construction d'un triangle équilatéral à partir d'un triangle isocèle avec un angle de 60° et d'un triangle isocèle rectangle à partir d'un triangle isocèle avec un angle à la base de 45°. L'énoncé indique que la construction se fait sans rapporteur et c'est ce qui engage l'élaboration d'une argumentation heuristique préalable à la construction.

Comme nous l'avons déjà évoqué, plusieurs exercices dans les trois manuels (en particulier pour quatre constructions du manuel *Deltamaths* peuvent se résoudre sans mobiliser de propriétés alors que c'est ce qui est attendu dans le contexte de l'exercice. Par exemple, l'exercice présenté sur l'image 5.25 se situe dans la partie « exercices » du manuel *Deltamaths* et plus précisément dans la section « somme des angles d'un triangle ». Pourtant, l'élève peut résoudre cet exercice sans mobiliser cette propriété, il lui suffit de tracer le segment $[OY]$ de mesure de longueur donnée, de construire l'angle $\widehat{OYP}$ de 42° puis de construire un cercle de centre O passant par Y pour reporter la longueur OY. Le point P se trouve à l'intersection du cercle et de la demi-droite issue de l'angle en Y (il n'y a qu'une solution car l'autre intersection du cercle avec cette demi-droite correspond au point Y). Cette construction rappelle


86 Construire un triangle YOP isocèle en O tel que OY = 7,3 cm et $\widehat{OYP}$ = 42°. Justifier la construction.

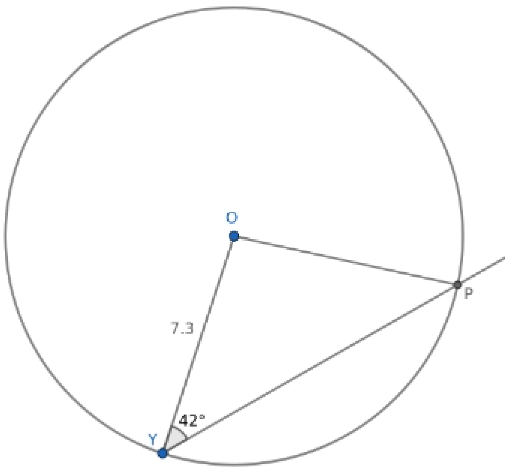


Image 5.25 – Énoncé et construction d'un triangle isocèle à partir d'un côté non base et d'un angle à la base (*Deltamaths cycle 4*, 2017, p. 394)

celle d'un triangle rectangle à partir des mesures de longueur de l'hypoténuse et d'un côté de l'angle droit que nous avions vue dans le manuel *Phare* de 6e (cf. image 5.6). Nous pouvons donc faire l'hypothèse que des élèves de 5e pourront utiliser cette technique plutôt qu'une technique passant par la mobilisation de la propriété de la somme des angles d'un triangle pour résoudre l'exercice 86 du manuel *Deltamaths*. Si l'énoncé avait précisé « sans le compas » ou « avec uniquement une règle graduée et un rapporteur », l'élève aurait alors forcément dû engager un raisonnement mobilisant la propriété de la somme des angles dans un triangle [7], ce qui montre l'intérêt d'un jeu sur les instruments géométriques du milieu. Il est également possible que les auteurs du manuel aient voulu laisser à la charge de l'élève le choix de l'une ou l'autre des techniques et technologies mais ce n'est pas l'hypothèse que nous privilégions dans le contexte de cet exercice en particulier.

e. Mobilisation de propriétés dans le raisonnement

Le type de triangle à construire, les données de l'énoncé et les instruments géométriques du milieu influencent la ou les propriétés à mobiliser pour construire ainsi que la technique de résolution.

Comme pour les manuels de 6e, nous nous intéressons d'abord au nombre de propriétés à mobiliser dans les résolutions des tâches de construction des trois manuels (cf. image 5.26). Si les manuels de 6e présentaient des proportions assez identiques de

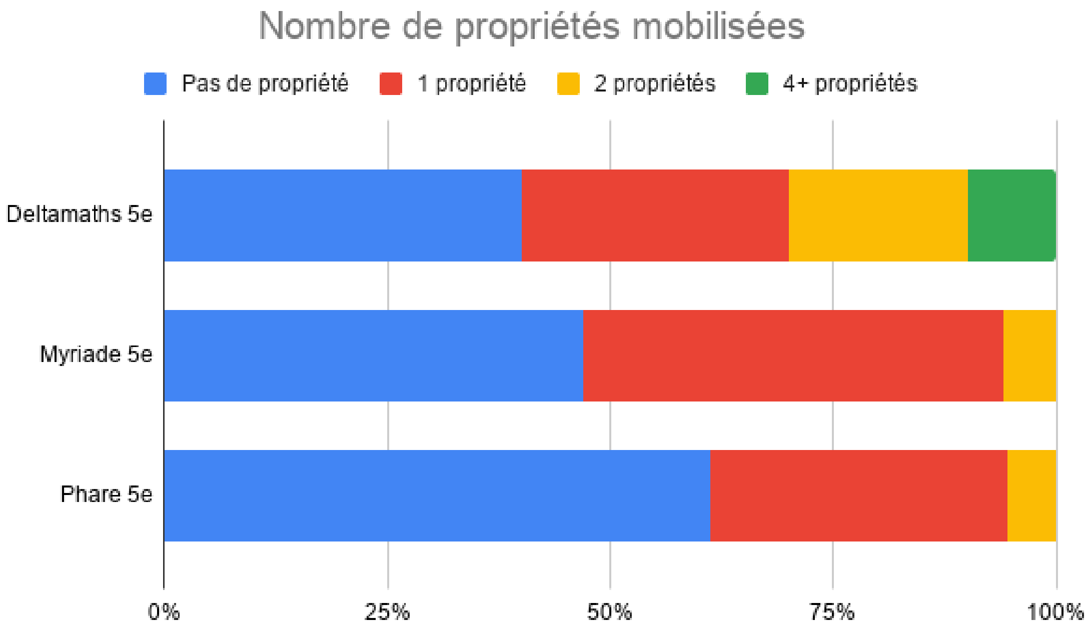


Image 5.26 – Nombre de propriétés mobilisées dans la résolution des tâches des manuels de 5e

tâches nécessitant la mobilisation d'aucune, une ou deux propriétés, nous remarquons que ce n'est plus le cas en 5e. En effet, environ la moitié des tâches des manuels *Myriade* (47%) et *Phare* (61%) ne demande la mobilisation d'aucune propriété.

7. Une autre possibilité aurait été de changer les données de l'énoncé en proposant la mesure de longueur de la base et de l'angle au sommet.

C'est-à-dire qu'il y a presque autant de tâches pour *Myriade* et plus de tâches de construction pour *Phare* ne demandant la mobilisation d'aucune propriété dans les manuels de 5e par rapport à ceux de la même collection en 6e. Deux tâches dans chacun de ces deux manuels de 5e doivent être résolues par la mobilisation de deux propriétés et les autres tâches (16 tâches pour *Myriade* et 12 pour *Phare*) par une seule propriété.

Le manuel *Deltamaths* se distingue des deux autres sur ce point. En effet, dans ce manuel, on trouve encore beaucoup de tâches de construction ne demandant de mobiliser aucune propriété (40%) [8] et environ un tiers de tâches ne demandant la mobilisation que d'une propriété. Cependant, un tiers des tâches de construction de triangles proposées nécessitent de mobiliser deux, quatre ou cinq propriétés. C'est dans ce manuel que nous trouvons donc vraiment les premiers raisonnements élaborés que commencent à engager les élèves en 5e dans la perspective de l'entrée dans le raisonnement géométrique, notamment avec l'exercice de construction d'un triangle équilatéral et d'un triangle isocèle-rectangle déjà présenté plusieurs fois (cf. image 5.20).

Sur le graphique 5.27, nous voyons la répartition des propriétés mobilisées dans la résolution des tâches de constructions des trois manuels de 5e. Concernant les

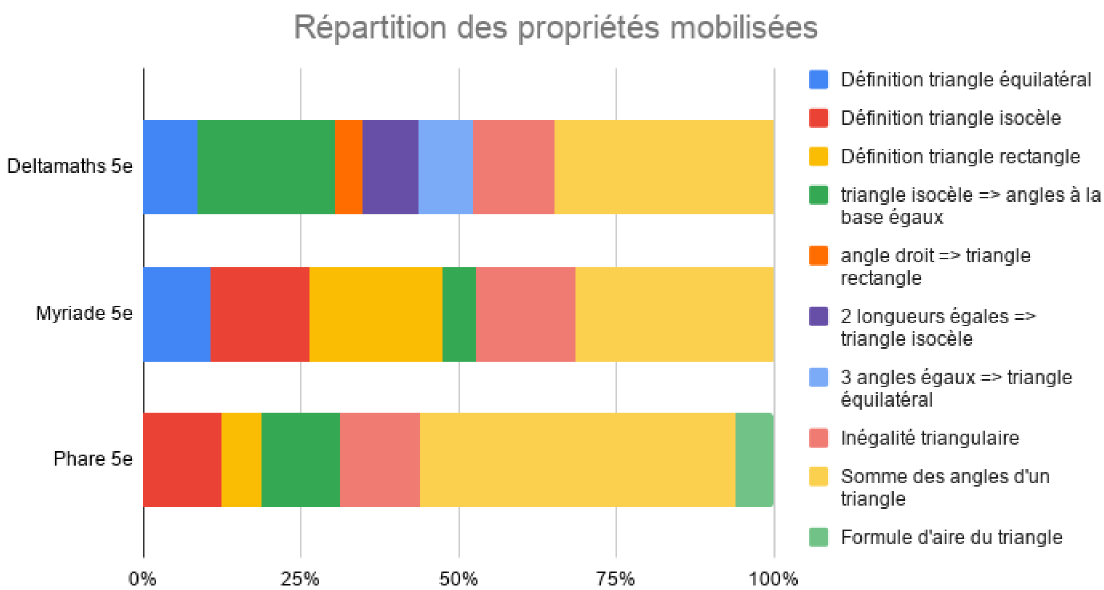


Image 5.27 – Répartition des propriétés mobilisées pour construire dans les manuels de 5e

8. Dont les tâches déjà évoquées pour lesquelles le contexte de l'exercice attend visiblement la mobilisation d'une propriété qui n'est pas nécessaire à la construction.

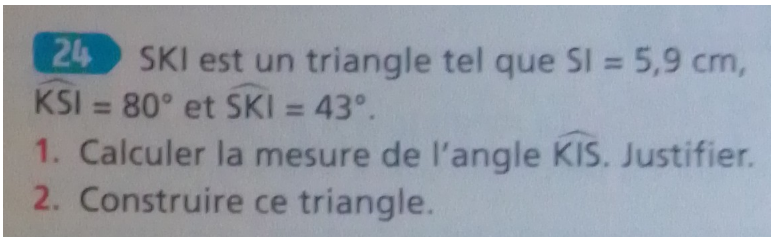
propriétés spécifiquement introduites en 5e (inégalité triangulaire et somme des angles d'un triangle), elles sont mobilisées dans un peu moins de la moitié des tâches des manuels *Deltamaths* et *Myriade* et dans environ deux tiers des tâches du manuel *Phare*. Dans les manuels *Myriade* et *Phare*, la propriété de la somme des angles est mobilisée seule dans au moins trois quarts des tâches où elle apparaît. Dans le manuel *Deltamaths*, en revanche, elle est utilisée en association avec d'autres propriétés dans presque trois quarts des tâches.

Dans le manuel *Myriade*, on remarque que la résolution des tâches de construction passe encore beaucoup (47%) par la mobilisation des définitions des triangles particuliers. La propriété « dans un triangle isocèle les angles à la base sont égaux » apparaît également dans les trois manuels alors qu'elle n'était présente que dans le manuel *Phare* en 6e. Enfin, nous remarquons que seul le manuel *Deltamaths* présente des tâches de construction qui nécessitent de mobiliser les réciproques des définitions et propriétés caractéristiques des triangles particuliers (« si un triangle a un angle droit, c'est un triangle rectangle », « si un triangle a deux côtés de même longueur, c'est un triangle isocèle », « si un triangle a trois côtés de même longueur, c'est un triangle équilatéral »). En effet, la nature du triangle est soit donnée, soit inutile pour la construction dans toutes les tâches de construction de triangles des manuels *Myriade* et *Phare*. Plus souvent que dans les manuels de 6e, en revanche, la nature de la figure fait l'objet d'une question précédente ou ultérieure.

De cette analyse à partir des conditions didactiques relevées dans la section 3.5, nous concluons que les manuels *Myriade* et *Phare* n'amènent pas les élèves à élaborer une argumentation heuristique pour construire un triangle. Deux tiers des constructions de triangles du manuel *Myriade* et un peu moins de la moitié de celles du manuel *Phare* correspondent en fait à des tâches de construction simples attendues à un niveau 6e. Nous pouvons donc faire l'hypothèse que ce n'est pas sur les tâches de construction que ces deux manuels s'appuient pour permettre aux élèves de commencer à entrer dans le raisonnement de la géométrie théorique.

Dans le manuel *Deltamaths*, nous avons déjà noté la présence de tâches de construction nécessitant la mobilisation de deux à cinq propriétés. Cependant, à part l'exercice 85 déjà présenté (cf. image 5.20) qui propose deux tâches de construction nécessitant la mobilisation de respectivement quatre et cinq propriétés, toutes les constructions sont guidées par l'énoncé comme dans l'exemple de l'image 5.28.

De plus, nous verrons dans la section 5.6 que dans les trois manuels, les élèves sont peu accompagnés pour négocier la double rupture entre la géométrie physique et la géométrie théorique.



24 SKI est un triangle tel que SI = 5,9 cm, $\widehat{KSI} = 80°$ et $\widehat{SKI} = 43°$.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{KIS}$. Justifier.
2. Construire ce triangle.

Image 5.28 – Calculer la mesure d'angle manquante et construire (*Deltamaths 5e*, 2016, p. 213)

5.6 L'entrée dans la géométrie théorique par les constructions dans les manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020

Dans cette section, nous revenons à notre problématique concernant l'entrée dans la géométrie théorique. Nous reprenons en particulier les aspects épistémologiques des figures, raisonnements et constructions que nous avons identifiés dans le chapitre 3 pour étudier comment les manuels scolaires les abordent ou non dans le cadre des constructions de triangles.

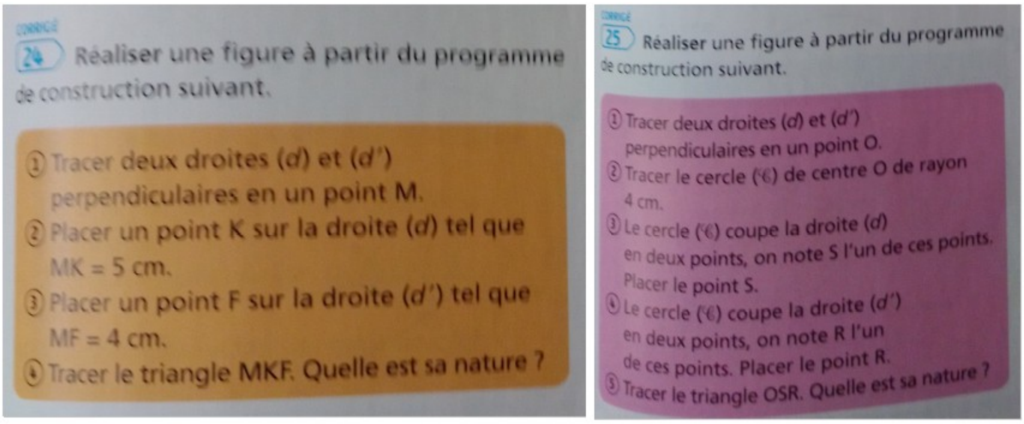
En 6e, il n'est pas attendu encore des élèves qu'ils se placent dans la géométrie théorique. Cependant, la dernière année du cycle 3 doit permettre la transition avec le cycle 4 et l'introduction du raisonnement géométrique associé. Ainsi, il est particulièrement pertinent de commencer à travailler ces aspects épistémologiques, le travail étant approfondi en 5e pour permettre l'installation du raisonnement déductif et de la démonstration dans la suite du cycle 4.

5.6.1 Manuels de 6e

Nous reprenons donc ici les cinq aspects épistémologiques identifiés dans la section 3.4.

Concernant la distinction entre dessin et figure géométrique et entre les visualisations iconique et non iconique des figures géométriques, nous avons noté dans la section 5.3.3 qu'« au cours de la dernière année du cycle, les élèves se détachent progressivement des mesures effectuées directement sur les figures, l'équerre n'est plus utilisée pour prouver qu'un angle est droit et la règle graduée ne permet plus de justifier que deux segments donnés ne sont pas de même longueur » (*Espace et géométrie au cycle 3*, 2018, p. 3). Dans les trois manuels étudiés, ce changement de statut des figures n'est jamais pris en charge explicitement en lien avec la construction des triangles. Au contraire, dans chacun des manuels, nous retrouvons plusieurs exercices nécessitant de mesurer sur le dessin de la figure. Par exemple, dans le manuel *Myriade*, plusieurs exercices demandent à l'élève de mesurer les longueurs de côté et/ou d'angles pour reconnaître la nature de triangles particuliers. Par la suite, les exercices (notamment de construction) s'appuient plutôt sur des énoncés textuels ou des schémas codés mais aucun discours n'accompagne le passage des dessins de figures sur lesquels on mesure aux figures géométriques qui sont des objets abstraits. Dans le manuel *Phare*, également, comme nous l'avons déjà vu, les instruments de géométrie sont explicitement évoqués et montrés dans les exercices de construction corrigés, ancrant l'idée d'un travail plutôt sur le dessin de la figure que sur la figure comme représentante de relations géométriques entre les objets qui la composent.

La mobilisation de déconstructions instrumentale et dimensionnelle des figures n'est pas non plus abordée explicitement en lien avec la construction de triangles dans les trois manuels étudiés. Cependant, le manuel *Deltamaths* consacre une notion aux programmes de construction qui nécessitent de déconstruire (au moins de façon instrumentale ici) les figures en jeu. Ainsi, plusieurs constructions de triangles sont proposées à partir de programmes de construction comme sur la figure 5.29.


CORRIGÉ
24 Réaliser une figure à partir du programme de construction suivant.

① Tracer deux droites (d) et (d′) perpendiculaires en un point M.
② Placer un point K sur la droite (d) tel que MK = 5 cm.
③ Placer un point F sur la droite (d′) tel que MF = 4 cm.
④ Tracer le triangle MKF. Quelle est sa nature ?

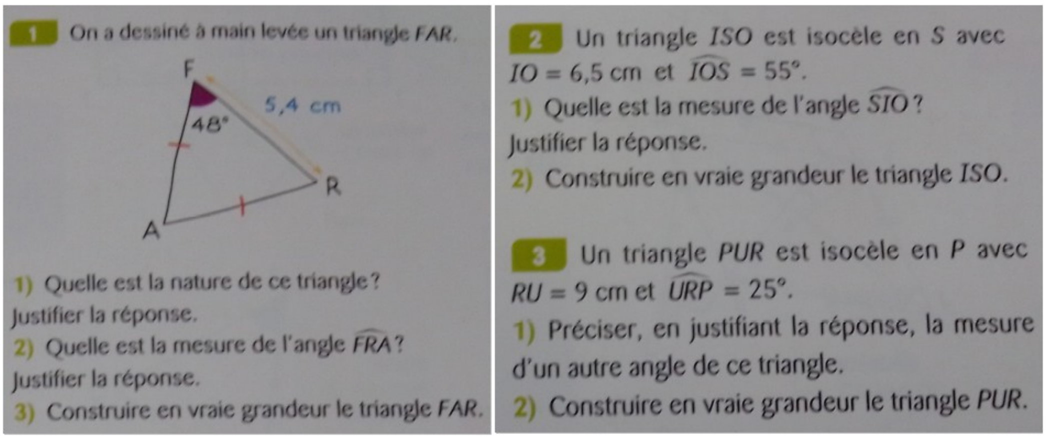
CORRIGÉ
25 Réaliser une figure à partir du programme de construction suivant.

① Tracer deux droites (d) et (d′) perpendiculaires en un point O.
② Tracer le cercle (𝒞) de centre O de rayon 4 cm.
③ Le cercle (𝒞) coupe la droite (d) en deux points, on note S l'un de ces points. Placer le point S.
④ Le cercle (𝒞) coupe la droite (d′) en deux points, on note R l'un de ces points. Placer le point R.
⑤ Tracer le triangle OSR. Quelle est sa nature ?

Image 5.29 – Construire un triangle à partir d'un programme de construction (*Deltamaths 6*ᵉ, 2016, p. 203)

La question du sens et de la dénotation des énoncés décrivant les figures a déjà été abordée dans la section 5.5.1. Nous avons repéré que les différents types de triangles étaient majoritairement donnés sous forme d'un texte indiquant directement la nature du triangle à construire accompagné de mesures de longueur des côtés ou de mesures d'angle, ou sous forme d'un schéma codant la définition du type de triangles en jeu. Dans le manuel *Deltamaths*, on trouve aussi des énoncés sous la forme de programmes de construction. De plus, plusieurs énoncés jouent « légèrement » sur le sens et la dénotation, par exemple l'exercice de la figure 5.11 que nous avons déjà vu parle simplement de « triangles » et donne les trois mesures de longueur des côtés en demandant à l'élève de préciser la nature de ces triangles. Ainsi, « le triangle PAR tel que $PA = 3,7cm$, $AR = 5,9cm$ et $PR = 3,7cm$ » est un énoncé de même dénotation que « le triangle PAR isocèle en P tel que $PA = 3,7cm$ et $AR = 5,9cm$ » mais de sens différent. Cependant, la plupart du temps, ce jeu sur le sens et la dénotation des énoncés n'a pas d'incidence sur la construction réalisée par l'élève.

Comme nous l'avons vu, la grande majorité des exercices de construction de triangles ne nécessite que de savoir lire les codages d'un schéma codé ou de mobiliser un raisonnement à un pas de déduction mettant en jeu la définition du triangle. La question de l'argumentation heuristique n'est pas abordée dans les manuels *Deltamaths* et *Myriade*. On en trouve une trace dans le manuel *Phare* dans la partie consacrée à la propriété de l'égalité des angles à la base dans un triangle isocèle. En effet, les premières constructions demandées sont décomposées en plusieurs étapes comme sur l'image 5.30 par exemple. Ainsi, il faut donner et justifier la nature de la figure si l'énoncé ne la donne pas puis donner et justifier la mesure de l'angle manquant pour construire, avant d'effectivement construire le triangle. Même si le mot n'est pas prononcé ici, il s'agit bien d'une argumentation heuristique appuyée sur des îlots déductifs. Dans l'exercice qui suit, l'énoncé ne décompose plus la construction et c'est à l'élève de mettre en œuvre le même raisonnement.


1 On a dessiné à main levée un triangle *FAR*.

1) Quelle est la nature de ce triangle ? Justifier la réponse.
2) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{FRA}$? Justifier la réponse.
3) Construire en vraie grandeur le triangle *FAR*.

2 Un triangle *ISO* est isocèle en *S* avec $IO = 6,5$ cm et $\widehat{IOS} = 55°$.
1) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{SIO}$? Justifier la réponse.
2) Construire en vraie grandeur le triangle *ISO*.

3 Un triangle *PUR* est isocèle en *P* avec $RU = 9$ cm et $\widehat{URP} = 25°$.
1) Préciser, en justifiant la réponse, la mesure d'un autre angle de ce triangle.
2) Construire en vraie grandeur le triangle *PUR*.

Image 5.30 – Calculer la mesure d'angle puis construire (*Phare 6*^{e}, 2016, p. 256)

La question de la validation n'est pas abordée dans les manuels *Deltamaths* et *Myriade* en lien avec la construction des triangles. Ainsi, dans le manuel *Myriade* qui propose une correction en fin de manuel pour quelques exercices dont des constructions de triangles particuliers à partir de schémas codées ou de données numériques, on lit que « les résolutions de ces exercices n'impliquent pas de réponses rédigées. Faire vérifier le cahier si besoin » (*Myriade 6*e, 2016, p. 250). Néanmoins, comme nous l'avons vu dans la section 5.5.1, dans le manuel *Deltamaths*, quand aucune propriété n'est explicitement mobilisée pour la construction, l'énoncé demande souvent dans une question ultérieure de donner la nature du triangle construit. Si cette question ne fait pas mention de validation, elle propose cependant un retour sur la construction que l'élève vient de réaliser. Dans le manuel *Phare*, on trouve un élément faisant référence à la justification de la construction qui passe par le codage des propriétés sur la figure construite (cf. image 5.31). Il s'agit donc de repérer sur la figure construite les propriétés permettant de valider que la construction correspond bien à ce qui était attendu. À noter que cet élément de validation n'est donné qu'à la fin de la

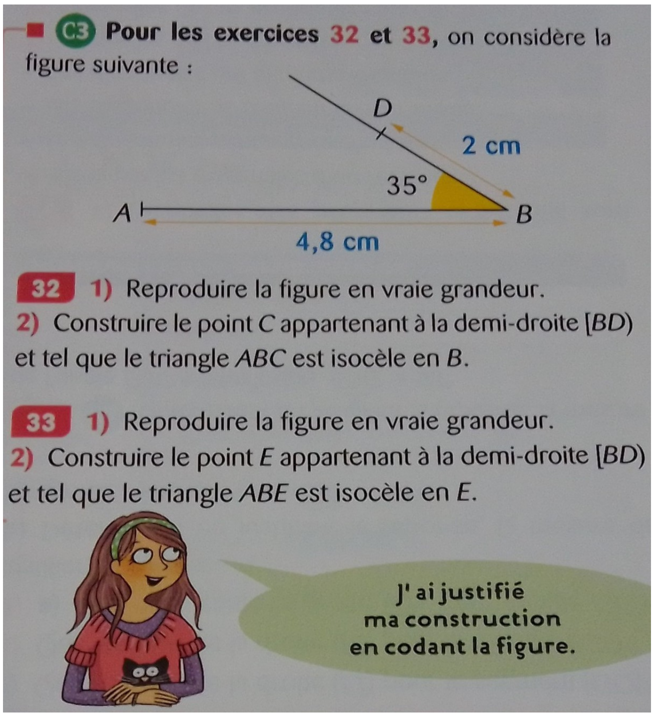


Image 5.31 – Justification de la construction en codant la figure (*Phare 6*e, 2016, p. 260)

partie « je m'entraîne » relative aux constructions de triangles.

Pour résumer, nous observons que les aspects épistémologiques relatifs aux figures, aux raisonnements et aux constructions ne sont majoritairement pas pris en compte explicitement dans les manuels. Nous en retrouvons quelques traces dans certains manuels mais le travail reste principalement à la charge de l'enseignant ou de l'élève. En 6e, les manuels scolaires étudiés ne font donc pas de lien entre les constructions de triangles et le raisonnement déductif sous la forme d'une argumentation heuristique.

5.6.2 Manuels de 5e

Dans cette section, nous reprenons également les aspects épistémologiques que nous avons relevés dans la section 3.4.

En ce qui concerne la distinction entre dessins et figures ainsi que la mobilisation de déconstructions instrumentales ou dimensionnelles, nous constatons que les manuels scolaires ne les prennent pas en charge explicitement. Comme en 6e, les exercices de construction s'appuient en très grande majorité sur des énoncés textuels ou des schémas codés mais on trouve encore quelques exercices dont l'énoncé demande de mesurer certaines valeurs sur la figure. Les manuels ne font pas explicitement la différence entre les contextes où il semble admis de mesurer sur la figure et ceux où on ne peut pas. Sur les images 5.32 et 5.33, on observe, par exemple, deux exercices qui passent par la mesure sur un dessin tracé par l'élève dans deux contextes différents.

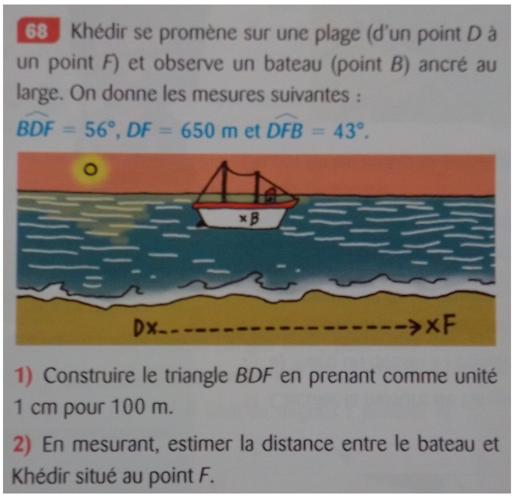


Image 5.32 – Mesurer pour calculer une distance à l'échelle (*Phare 5e*, 2016, p. 113)

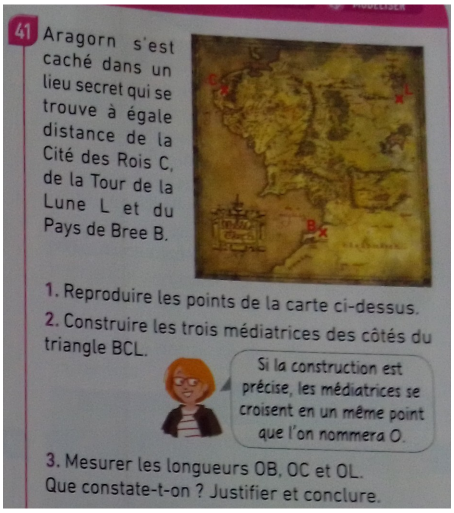


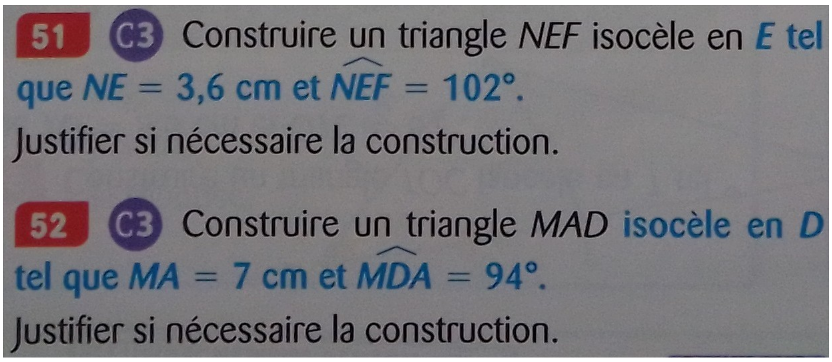
Image 5.33 – Mesurer pour faire une conjecture (*Myriade 5e*, 2016, p. 191)

Nous avons déjà abordé la question du sens et de la dénotation des énoncés décrivant les figures en jeu dans la section 5.5.2. Comme dans les manuels de 6e, nous avons constaté que les énoncés étaient majoritairement sous forme d'un texte indiquant la nature du triangle à construire ainsi que des mesures de longueur et/ou d'angle, ou sous forme d'un schéma codant la propriété caractéristique du type de triangles en jeu. De même qu'en 6e, plusieurs exercices jouent « légèrement » sur le sens et la dénotation des énoncés sans impact sur la construction à proprement parler. L'exception est l'exercice 85 du manuel *Deltamaths* dont nous avons déjà parlé à plusieurs reprises (cf. image 5.20) et qui propose notamment la construction du triangle isocèle avec un angle de 60°, sans rapporteur, que nous avons déjà étudiée.

Pour résoudre cette construction, dans une phase heuristique l'élève doit d'abord déterminer que le triangle est équilatéral, le jeu sur le sens de l'énoncé a donc un impact sur la construction. De même pour le triangle isocèle rectangle avec un angle à la base de 45° à construire sans rapporteur.

En ce qui concerne l'argumentation heuristique, plusieurs exercices dans chacun des manuels guident l'élève par les questions « donner la nature de la figure » et/ou « calculer la mesure de l'angle » mais nous trouvons peu d'éléments pour accompagner les élèves dans une démarche heuristique puis l'élaboration d'un raisonnement dans le manuel *Deltamaths* (alors que nous avons vu que des tâches demandant la mobilisation d'un raisonnement complexe étaient proposées). Il en va de même pour le manuel *Myriade* dans lequel on trouve simplement une phrase accompagnant un exercice du chapitre sur la somme des angles d'un triangle : « parfois on est obligé de calculer certains angles pour pouvoir construire la figure ! » (*Myriade 5*[e], 2016, p. 193). Le manuel *Phare*, comme nous l'avons vu dans la section 5.4.2, propose plusieurs exercices corrigés qui explicitent la technique attendue mais aussi le bloc technologico-théorique ainsi que des éléments d'organisation pour mettre en œuvre cette technique.

Enfin, comme en 6[e], la question de la validation n'est pas abordée dans les manuels *Deltamaths* et *Myriade* en lien avec la construction des triangles. Dans ces manuels, la question de la nature de la figure construite est parfois posée *a posteriori* mais il ne s'agit pas d'une démarche de validation. Dans le manuel *Phare*, en revanche, dans la plupart des exercices qui ne correspondent pas à des exercices de niveau 6[e] et dont la résolution n'est pas guidée dans les questions précédentes, l'énoncé demande explicitement de justifier la construction. De façon plus étonnante, deux énoncés demandent de « justifier si nécessaire la construction » (cf. image 5.34) sans préciser à quelles conditions la justification est effectivement nécessaire.


51 C3 Construire un triangle NEF isocèle en E tel que $NE = 3{,}6$ cm et $\widehat{NEF} = 102°$.
Justifier si nécessaire la construction.

52 C3 Construire un triangle MAD isocèle en D tel que $MA = 7$ cm et $\widehat{MDA} = 94°$.
Justifier si nécessaire la construction.

Image 5.34 – Justifier si nécessaire la construction (*Phare 5*[e], 2016, p. 111)

Dans les manuels *Deltamaths* et *Myriade* de 6[e], nous avons constaté qu'aucun des aspects épistémologiques relatifs aux figures, aux raisonnements et aux constructions n'était pris en compte explicitement par les manuels et que seule la validation était mentionnée dans le manuel *Phare*. En 5^{e}, nous retrouvons globalement ces observations mais nous remarquons que le manuel *Phare* donne plus d'éléments sur la validation et une démarche heuristique à mettre en œuvre pour résoudre une tâche de construction. Nous notons aussi qu'il y a un jeu plus important sur les sens et dénotations des énoncés dans un exercice du manuel *Deltamaths*. Cependant, la majorité du travail reste à la charge de l'enseignant ou de l'élève, en particulier dans le manuel *Myriade* et les argumentations heuristiques à plus de trois pas permettant de commencer à entrer dans la démarche du raisonnement déductif apparaissent très peu, voire pas du tout dans deux des manuels sur trois. Il faudrait maintenant étudier ces trois manuels sur la question des constructions de quadrilatère et des constructions en général pour savoir si ces aspects ne sont jamais pris en compte en lien avec la praxéologie locale de construction ou s'ils sont associés à d'autres types de tâches de construction.

5.7 Conclusion sur le savoir à enseigner dans les programmes et manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020

Dans cette conclusion, nous revenons sur les résultats des différents niveaux d'analyse que nous avons mis en œuvre dans l'étude des programmes et manuels scolaires en vigueur à la rentrée 2020.

5.7.1 Praxéologies de construction

De manière générale, dans les programmes (en particulier les attendus de fin d'année) et les manuels scolaires, on retrouve une volonté de proposer une variété de types de tâches de construction de triangles correspondant à ceux que nous avons identifiés dans la section 4.2.1. Nous avons cependant constaté que dans les trois manuels étudiés, certains types de tâches pertinents au niveau 6^{e} ou 5^{e} n'apparaissent jamais.

Concernant les éléments techniques, nous avons vu qu'ils étaient globalement absents des programmes scolaires. Nous en retrouvons plus dans les manuels, essentiellement sous la forme d'exercices corrigés. Les techniques présentées s'appuient parfois sur les instruments géométriques et parfois plus sur le raisonnement géométrique indépendemment des outils de construction utilisés dans les trois manuels étudiés.

Les éléments technologico-théoriques qui apparaissaient dans les programmes scolaires sous la forme d'une liste de propriétés à mobiliser dans tous les types de tâches de la géométrie plane sont mieux articulés en lien avec les tâches de construction dans les manuels. Cependant, nous notons parfois l'absence de certaines propriétés pour s'appuyer plutôt sur les instruments comme nous l'indiquions auparavant (notamment en ce qui concerne l'utilisation du compas qui remplace l'explication des propriétés du cercle).

5.7.2 Conditions didactiques relatives au milieu des tâches de construction

Concernant les conditions didactiques relative à la conception du milieu des tâches de construction à proposer aux élèves, nous avons vu que les programmes du cycle 4 ne donnaient aucune information et que les programmes du cycle 3 faisaient référence à différentes variables que nous avons relevées dans la section 3.5.

Dans les manuels scolaires étudiés, nous avons observé un jeu sur la nature du triangle à construire et sur le registre de représentation de l'énoncé (ce dernier étant plus important en 6^e^). Nous avons également observé un jeu sur les désignations de la figure à construire qui, en lien avec les données de l'énoncé permet de proposer des énoncés de sens différents mais de même dénotation. Cependant, à une exception près dans un exercice de 5^e^, ce jeu n'a pas d'impact sur la construction que l'élève doit réaliser. Ce, notamment parce que nous n'observons majoritairement pas non plus de jeu sur les outils de construction du milieu. Enfin, les longueurs sont presque toujours accompagnées de mesures.

Ainsi, en lien avec la typologie des tâches de construction en fonction de leur complexité que nous avons proposée dans la section 3.5, les tâches de construction des manuels sont majoritairement des constructions immédiates ou nécessitant l'application directe d'une (voire deux) propriété(s) relative(s) à la figure à construire. Nous n'observons que trois tâches de construction (une en 6^e^ et deux dans le même exercice en 5^e^ dans la même collection de manuels) qui nécessitent, dans une phase heuristique, de déterminer la nature de la figure à partir de certaines de ses propriétés données dans l'énoncé avant de pouvoir déterminer d'autres propriétés sur lesquelles s'appuieront la construction (cf. images 5.18 et 5.20).

5.7.3 Aspects épistémologiques relatifs aux figures, aux raisonnements et aux problèmes de construction

Enfin, nous avons remarqué que les aspects épistémologiques relatifs aux figures, aux raisonnements et aux problèmes de construction n'étaient, pour la plupart, pas pris en compte explicitement dans les programmes et manuels scolaires. La question de la validation théorique est celle qui est le plus prise en compte, essentiellement au cycle 4, dans les programmes (sans lien avec la construction) et dans une partie des manuels scolaires.

Ainsi, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la double rupture entre la géométrie physique et la géométrie théorique qui intervient à la transition entre les cycles 3 et 4 est insuffisamment prise en compte par les programmes scolaires et les manuels qui constituent une réalisation effective de ces programmes. Cette absence ou mauvaise prise en charge ne permet pas aux élèves de négocier efficacement cette transition et mène aux difficultés que nous avons relevées dans la section 1.2.4.