

Intrication de deux atomes piégés individuellement

Intriquer deux atomes neutres n'est pas une chose aisée. Les atomes neutres n'interagissent que très faiblement et il n'est donc pas simple de créer des corrélations entre eux. À l'heure actuelle, seul le groupe de S. Haroche a démontré l'intrication de deux atomes neutres, en 1997 [12]. Dans cette expérience, l'intrication est générée entre deux atomes de ^{87}Rb traversant successivement une cavité micro-onde ayant un très grand facteur de qualité. Les atomes sont intriqués dans deux états de Rydberg circulaires et le schéma démontré peut-être utilisé pour réaliser une porte de phase quantique [137] ou pour étendre l'intrication à plus de deux qubits [138]. Mentionnons également les expériences réalisées dans des réseaux optiques [49], donc avec des atomes piégés dans leur état fondamental. Le groupe de I. Bloch a démontré la création d'un état *cluster*, en réalisant des collisions dépendantes du spin entre les atomes du réseau [21] : il s'agit d'un état maximalelement intriqué dans lequel chaque atome est alors intriqué avec tous les atomes du réseau. En tirant profit de l'interaction d'échange (interaction effective due au principe de symétrisation de Pauli), l'équipe de W. Phillips et J. Porto a réalisé une porte $\sqrt{\text{SWAP}}$, créant ainsi un état dans lequel les atomes sont intriqués par paires [22].

Nous allons montrer dans ce chapitre que nous pouvons intriquer nos deux atomes piégés chacun dans une pince optique en tirant parti du blocage dipolaire lorsqu'ils sont excités vers l'état de Rydberg $|r\rangle = |58D_{3/2}, m_j = 3/2\rangle$. Après avoir expliqué le principe d'une telle expérience, nous présenterons les résultats expérimentaux ainsi qu'une mesure de la fidélité de l'état créé. Nous montrerons comment mesurer et analyser les pertes que nous avons au cours de l'expérience et terminerons en étudiant expérimentalement l'influence du mouvement résiduel des atomes.

V.1 Le protocole expérimental

Nous avons vu en conclusion du chapitre précédent que pour deux atomes initialement dans l'état $|\uparrow\rangle = |5S_{1/2}, f = 2, m_f = 2\rangle$ et en régime de blocage de Rydberg, une

impulsion- $\pi/\sqrt{2}$ sur la transition $|\uparrow\rangle \longrightarrow |r\rangle$ aboutissait à l'état intriqué

$$|\uparrow\uparrow\rangle \xrightarrow{\pi/\sqrt{2}} |\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_A} |\uparrow\uparrow\rangle + e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_B} |\uparrow r\rangle \right). \quad (\text{V.1})$$

Le vecteur d'onde $\mathbf{k} = \mathbf{k}_R + \mathbf{k}_B$ est la somme des vecteurs d'ondes du laser à 795 nm et du laser à 475 nm utilisés pour l'excitation à deux photons et les positions des atomes sont données par les vecteurs \mathbf{r}_A et \mathbf{r}_B . Dans les expériences présentées dans ce chapitre, l'impulsion- $\pi/\sqrt{2}$ permettant de créer un tel état dure environ 70 ns.

Cependant, l'état $|\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle$ met en jeu l'état de Rydberg qui n'est pas piégé, ce qui limite l'utilité de l'état intriqué créé. De plus, bien que l'état $|\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle$ soit bien défini sur une expérience car le mouvement des atomes est négligeable sur une échelle de temps d'environ 70 ns, il est différent à chaque nouvelle réalisation expérimentale. En effet, les atomes ont une température finie et ont donc un mouvement résiduel d'une amplitude de plusieurs centaines de nm, donc de l'ordre de la longueur d'onde d'excitation. Par conséquent, les phases $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}$ varient sur plus de 2π d'une expérience à l'autre et on ne crée donc pas un état intriqué bien déterminé.

Ces deux problèmes peuvent être résolus en transférant l'état $|r\rangle$ vers le sous-état du fondamental $|\downarrow\rangle = |5S_{1/2}, f = 1, m_f = 1\rangle$. Pour mémoire, rappelons que nous savons manipuler le qubit $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$ (cf. chapitre II). Nous réalisons ce transfert

$$|r\rangle \longrightarrow |\downarrow\rangle \quad (\text{V.2})$$

en utilisant une transition à deux photons similaire à la transition V.1 : on garde le faisceau à 475 nm, mais on utilise un faisceau à 795 nm ayant une polarisation σ^+ et une fréquence plus grande de $\omega_{\text{HF}}/2\pi \approx 6,8$ GHz. En pratique, les deux lasers à 795 nm sont les mêmes que ceux servant à réaliser les transitions Ramans pour le qubit. Ils possèdent donc la même phase (cf. chapitre II) que nous supposons nulle dans les calculs qui suivent.

Notons :

- \mathbf{k}' le vecteur d'onde de la transition à deux photons associée ;
- $\hbar\Omega_{\downarrow r} = -\langle r | \hat{\mathbf{d}}_{A,B} \cdot \mathbf{E} | \downarrow \rangle$ la fréquence de Rabi.

Cette transition à deux photons « retour » va donc coupler les deux états intriqués $|\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle$ et $1/\sqrt{2}(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)$. Calculons le couplage entre ces deux états :

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(\langle \downarrow\uparrow | + \langle \uparrow\downarrow | \right) \left(\hat{\mathbf{d}}_A \cdot \mathbf{E} e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}_A} + \hat{\mathbf{d}}_B \cdot \mathbf{E} e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}_B} \right) \left(e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_A} |\uparrow\uparrow\rangle + e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_B} |\uparrow r\rangle \right) \\ &= -\frac{1}{2} \left(\langle \downarrow\uparrow | \hat{\mathbf{d}}_A \cdot \mathbf{E} e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}_A} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_A} |\uparrow\uparrow\rangle + \langle \uparrow\downarrow | \hat{\mathbf{d}}_B \cdot \mathbf{E} e^{-i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}_B} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_B} |\uparrow r\rangle \right) \\ &\approx \frac{\hbar}{2} (\Omega_{\downarrow r}^* + \Omega_{\downarrow r}^*) \\ &= \hbar\Omega_{\downarrow r}^*. \end{aligned} \quad (\text{V.3})$$

Nous passons de la deuxième à la troisième ligne en faisant deux hypothèses :

- premièrement $\mathbf{k}' = \mathbf{k}$. Cette approximation est très bien vérifiée car pour les deux impulsions, les lasers ont la même direction de propagation et la longueur d'onde associée au vecteur d'onde $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$ ($\approx 4,4$ cm) est très grande devant la distance

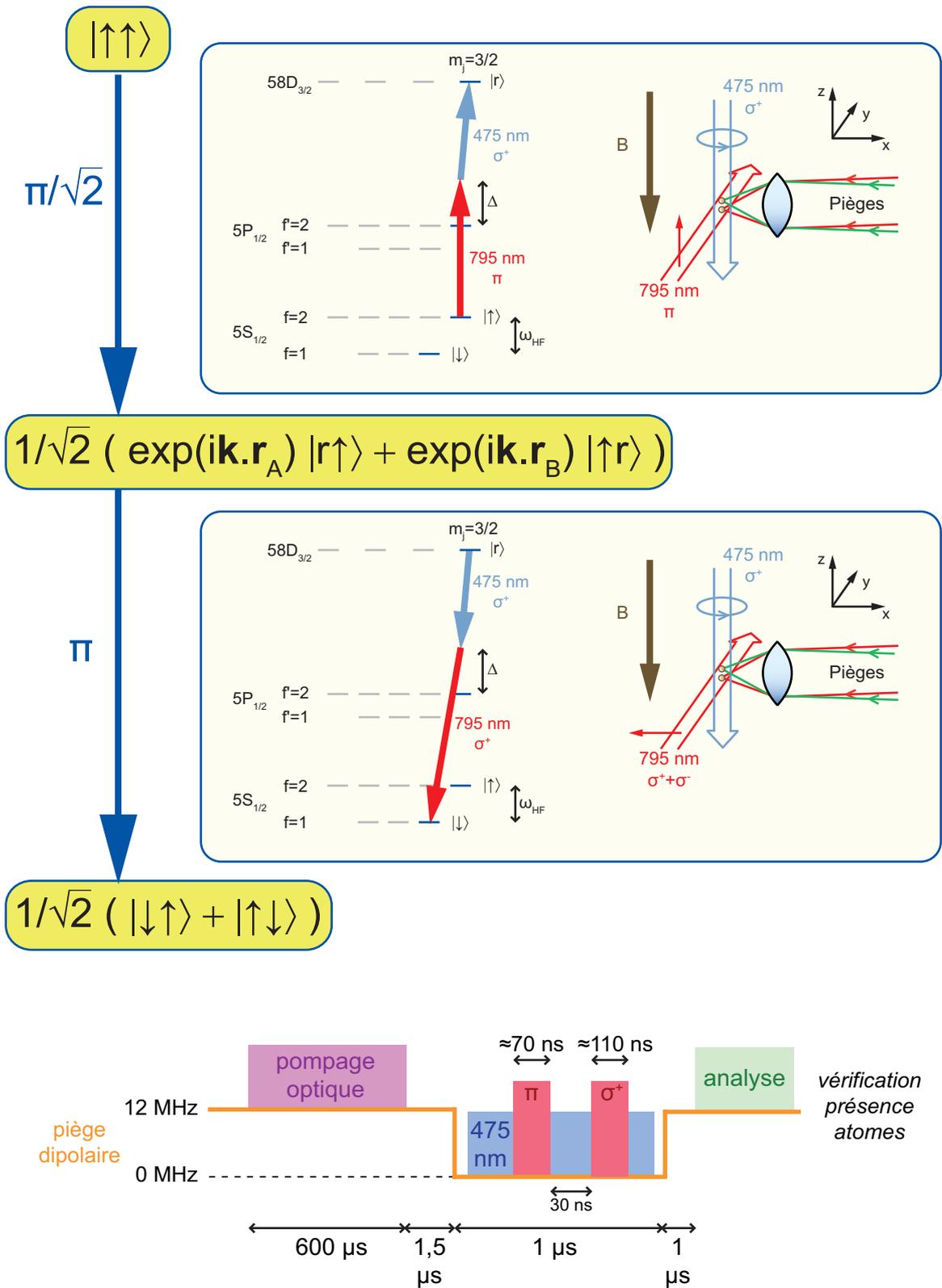


FIGURE V.1 – Séquence expérimentale utilisée pour intriquer les deux atomes.

typique entre les atomes $|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A| \approx 4 \mu\text{m}$. Dans tout ce chapitre, nous supposons cette approximation vérifiée ;

- deuxièmement, nous supposons que le mouvement des atomes est gelé pendant la séquence, c'est-à-dire que \mathbf{r}_A et \mathbf{r}_B sont constants. Nous avons déjà discuté ce point dans le chapitre précédent. Pour une séquence de $\approx 200 \text{ ns}$, l'influence du mouvement est négligeable. Nous discuterons l'influence du mouvement pour une séquence plus longue dans la section V.4.

Au final, le couplage entre les deux états intriqués est le même que pour un atome seul. Par conséquent, partant de l'état $|\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle$ et en réalisant une impulsion- π sur la transition $|r\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle$, on crée l'état intriqué

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle). \quad (\text{V.4})$$

D'après le calcul que nous venons de faire, la phase des champs laser intervenant lors de l'impulsion- π « retour » est opposée à la phase lors de l'impulsion- $\pi/\sqrt{2}$ « aller ». Si la séquence est réalisée assez rapidement pour que le mouvement soit considéré comme gelé, les termes de phases sont absents¹ de l'état V.4. Donc, en transférant l'état $|r\rangle$ vers $|\downarrow\rangle$, on résout à la fois le problème de l'état de Rydberg non piégé et celui de la phase de l'état $|\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle$.

Finalement, la séquence que nous allons utiliser pour intriquer les deux atomes est la suivante :

$$|\uparrow\uparrow\rangle \xrightarrow{\pi/\sqrt{2}} |\Psi_{\text{dicke}}^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_A}|r\uparrow\rangle + e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_B}|\uparrow r\rangle) \xrightarrow{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle). \quad (\text{V.5})$$

Elle est résumée sur la figure V.1. Il faut donc en premier lieu être capable de réaliser une oscillation de Rabi sur la transition $|r\rangle \longleftrightarrow |\downarrow\rangle$.

V.2 Oscillations de Rabi sur la transition $|r\rangle \longleftrightarrow |\downarrow\rangle$

Comme nous l'avons dit précédemment, une telle oscillation de Rabi est réalisée à l'aide d'une transition à deux photons très similaire à celle permettant d'aller de $|\uparrow\rangle$ vers $|r\rangle$. Seule la fréquence et la polarisation du faisceau à 795 nm sont différentes, de manière à atteindre le niveau $|\downarrow\rangle$: on utilise en pratique le faisceau « Raman 2 », polarisé $\sigma^+ + \sigma^-$. Nous avons vu dans le chapitre II que ce faisceau avait une fréquence supérieure de $\omega_{\text{HF}}/2\pi$ à celle du faisceau « Raman 1 ».

Nous avons tout d'abord démontré que nous étions capables de réaliser une telle oscillation de Rabi sur un seul atome. La séquence utilisée est exactement la même que sur la figure V.1, mais seul le piège A est allumé. La durée de la première impulsion à deux

1. En toute rigueur, pendant les impulsions « aller » et « retour » les états $|\downarrow\rangle$, $|\uparrow\rangle$ et $|r\rangle$ accumulent des phases proportionnelles à leurs déplacements lumineux par les lasers des transitions à deux photons. Cependant, comme les deux atomes voient les mêmes intensités des faisceaux, ces phases se factorisent et ne jouent aucun rôle pour un état du type V.4.

photons est réglée de manière à réaliser une impulsion- π vers l'état de Rydberg (≈ 100 ns) et on mesure le taux de recapture en fonction de la durée de la seconde impulsion à deux photons. Le résultat d'une telle expérience est présenté sur la figure V.2. Les données sont ajustées avec le modèle basé sur les équations de Bloch optiques présenté dans le chapitre III. Pour l'expérience présentée, nous avons introduit des fluctuations de 10 % et 5 % sur les puissances des lasers bleu et rouge, et des fluctuations de fréquence sur une largeur de 6 MHz (courbe en trait plein). La courbe en pointillés correspond à une oscillation de Rabi sans fluctuations de puissance ou de fréquence. Les conditions initiales pour ces oscillations de Rabi sont données par le résultat de la résolution des équations de Bloch optiques après la première impulsion- π de $|\uparrow\rangle$ vers $|r\rangle$; en particulier, après cette première impulsion la probabilité pour l'atome d'être dans l'état de Rydberg est de 0,83.

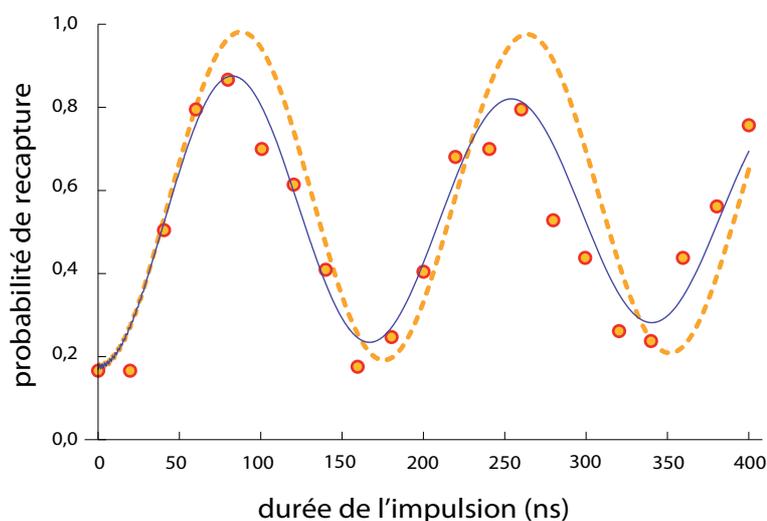


FIGURE V.2 – *Oscillations de Rabi sur la transition $|r\rangle \longleftrightarrow |\downarrow\rangle$. Les courbes en pointillés représentent les signaux obtenus à partir de la résolution des équations de Bloch optiques. En trait plein, les signaux attendus en prenant en plus en compte les fluctuations de puissance et de fréquence des lasers.*

Notons qu'à puissance des faisceaux laser constante, les oscillations de Rabi sur cette transition « retour » sont plus lentes que sur la transition « aller » présentée à la fin du chapitre III. Cela est dû au fait que le faisceau à 795 nm a une polarisation $\sigma^+ + \sigma^-$, donc seule la moitié de sa puissance contribue à la bonne polarisation σ^+ (bien que le coefficient de Clebsch-Gordan associé à la transition « retour », $-\sqrt{1/2}$, soit plus grand en valeur absolue que pour la transition « aller », $\sqrt{1/3}$, cf. annexe A).

De plus, notons que pour cette expérience, la différence de fréquence entre les deux faisceaux à 795 nm n'est pas exactement $\omega_{\text{HF}}/2\pi$. Premièrement, il faut prendre en compte l'effet Zeeman. Deuxièmement, les déplacements lumineux des niveaux $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ dus à ces faisceaux ne sont pas les mêmes. Par exemple, supposons que les puissances des deux faisceaux à 795 nm soient identiques. Lors de l'impulsion « aller », le niveau $|\uparrow\rangle$ subit un déplacement lumineux $\Omega_{\text{R}}^2/4\Delta$ où $\Delta/2\pi = 600$ MHz est le désaccord par rapport à l'état intermédiaire. En pratique nous avons vu dans le chapitre III que le déplacement

lumineux vaut plusieurs dizaines de MHz. Lors de l'impulsion « retour », le déplacement lumineux du niveau $|\downarrow\rangle$ est $\frac{\Omega_R^2}{4\Delta} \left(\frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{2} = 0,75 \times \Omega_R^2/4\Delta$ d'après les considérations du paragraphe précédent. Il est donc plus faible d'un facteur 0,75, et ceci peut conduire à une différence de déplacements lumineux entre $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ de plusieurs MHz. Il faut donc faire attention à bien prendre cet effet en compte lorsqu'on règle la fréquence du second faisceau à 795 nm. Expérimentalement, nous avons choisi la fréquence qui maximise le taux de recapture après deux impulsions- π .

Enfin, on voit que lorsqu'on réalise une impulsion- π sur la transition retour, on recapture 83 % des atomes sur 100 expériences. Mais cela ne signifie pas que 83 % des atomes sont dans l'état $|\downarrow\rangle$. En fait, la solution des équations de Bloch optiques nous dit que parmi ces 83 %, seuls 75 % sont bien dans l'état $|\downarrow\rangle$; les autres atomes sont dans des sous-niveaux Zeeman de l'état $|5S_{1/2}, f = 2\rangle$ à cause de l'émission spontanée par le niveau intermédiaire lors de la transition à deux photons. Cette valeur est tout à fait satisfaisante et nous avons donc essayé de réaliser la séquence d'intrication à deux atomes.

V.3 Intrication des deux atomes

D'une manière générale nous voudrions comparer l'état que nous créons expérimentalement à l'aide de la séquence V.5 à l'état idéalement créé qui est l'état de Bell suivant :

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle \right). \quad (\text{V.6})$$

Comment décrire l'état créé expérimentalement à la fin de la séquence V.5? Sachant que nous voudrions éventuellement mettre en évidence la différence entre une *superposition*, par exemple V.6 et un *mélange statistique* (dû par exemple au problème des phases soulevé en conclusion du chapitre IV), il est nécessaire d'utiliser le formalisme de la *matrice densité*. Nous décrirons donc l'état créé expérimentalement par la matrice densité $\hat{\rho}$ dont la forme générale dans la base $\{|\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle\}$ est

$$\hat{\rho}_{\text{exp}} = \begin{pmatrix} P_{\downarrow\downarrow} & a^* & b^* & c^* \\ a & P_{\downarrow\uparrow} & \rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}^* & d^* \\ b & \rho_{\downarrow\downarrow,\uparrow\downarrow} & P_{\uparrow\downarrow} & e^* \\ c & d & e & P_{\uparrow\uparrow} \end{pmatrix}. \quad (\text{V.7})$$

Les éléments diagonaux représentent les *populations* de chaque état; nous utiliserons la notation simplifiée $\hat{\rho}_{\downarrow\uparrow,\downarrow\uparrow} \hat{=} P_{\downarrow\uparrow}$. Certaines des cohérences sont notées a, b, c, d et e pour simplifier. Les éléments non diagonaux sont *a priori* complexes.

La matrice densité idéale, celle à laquelle nous souhaitons comparer notre résultat expérimental est

$$|\Psi^+\rangle\langle\Psi^+| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{V.8})$$

Voyons à présent comment on peut quantifier la qualité de notre état intriqué.

V.3.1 Comment quantifier l'intrication ?

- Il existe plusieurs méthodes permettant de savoir si l'on a créé ou non un état intriqué :
- on peut tout d'abord effectuer un test des inégalités de Bell. Il s'agit de quantifier les corrélations entre les états des deux sous-systèmes *via* la mesure du paramètre de Bell-CHSH [139], qui est supérieur à 2 si l'on a affaire à des corrélations inexplicables par une théorie locale à variables cachées [2, 140]. Comme tout état non-intriqué peut être décrit par une théorie locale à variables cachées, cela prouve l'intrication. En pratique, si l'on prend l'exemple d'une paire de photons intriqués en polarisation, on peut mesurer ce paramètre en observant les corrélations dans différentes bases, ce qui revient à tourner la direction des polariseurs servant à l'analyse de chaque photon. Pour des atomes, un tel changement de base revient à effectuer une rotation entre les états $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ sur chaque atome ;
 - on peut aussi mesurer la valeur moyenne d'une observable appelée *témoin d'intrication* $T = \langle \hat{T} \rangle = \text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}} \cdot \hat{T})$ qui sera supérieure à une valeur-seuil si et seulement si la paire d'atomes est intriquée. Il existe de nombreux témoins d'intrication et ils sont en général spécifiques à un état intriqué particulier. On les utilise plutôt pour des systèmes « macroscopiques » [25] ;
 - on peut réaliser la *tomographie de la matrice densité*, c'est-à-dire mesurer les différents éléments de $\hat{\rho}_{\text{exp}}$. Il existe alors différents critères permettant de quantifier l'intrication [141]. Notons qu'une tomographie *complète* de la matrice densité nécessite d'être capable de réaliser des rotations indépendamment sur les deux atomes ;
 - enfin, lorsqu'on ne peut pas effectuer une tomographie complète de la matrice densité, on peut mesurer la *fidélité* \mathcal{F} . Cette grandeur comprise entre 0 et 1 représente le recouvrement de l'état créé expérimentalement avec l'état cible. Ainsi, pour l'état $|\Psi^+\rangle$ que nous souhaitons créer, elle est définie par

$$\mathcal{F} = \langle \Psi^+ | \hat{\rho}_{\text{exp}} | \Psi^+ \rangle = \frac{P_{\downarrow\uparrow} + P_{\uparrow\downarrow}}{2} + \Re(\rho_{\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow}) , \quad (\text{V.9})$$

où \Re désigne la partie réelle. La fidélité est supérieure à 0,5 si l'état est intriqué [142]. Pour prouver cela, montrons que cette fidélité vérifie $\mathcal{F} \leq 0,5$ pour tout état séparable. Considérons d'abord la forme générale d'un *état pur* séparable pour deux atomes A et B :

$$(a|\downarrow\rangle_A + b|\uparrow\rangle_A) \otimes (c|\downarrow\rangle_B + d|\uparrow\rangle_B) . \quad (\text{V.10})$$

Pour cet état la fidélité est $\mathcal{F} = \frac{1}{2}|ad + bc|^2$. Notons tout de suite que cette fidélité vérifie l'inégalité suivante (inégalité triangulaire) :

$$\mathcal{F} \leq \frac{1}{2}(|ad| + |bc|)^2 . \quad (\text{V.11})$$

Par définition, on $|a|^2 + |b|^2 \leq 1$ et $|c|^2 + |d|^2 \leq 1$. En combinant ces deux relations, on obtient

$$(|a| - |d|)^2 + 2|ad| + (|b| - |c|)^2 + 2|bc| \leq 2 , \quad (\text{V.12})$$

ce qui entraîne $|ad| + |bc| \leq 1$. En mettant cette dernière inégalité au carré et en la comparant à l'expression de la fidélité, on obtient directement $\mathcal{F} \leq 0,5$. Si l'on obtient une fidélité $\mathcal{F} > 0,5$, l'état est donc non-séparable, c'est-à-dire intriqué.

Ce résultat peut facilement être généralisé aux *états mixtes* séparables. Dans ce cas, on décrit l'état à deux atomes par la matrice densité $\hat{\rho}$. Celle-ci peut toujours s'écrire

$$\hat{\rho} = \sum_n p_n \hat{\rho}_n, \quad (\text{V.13})$$

avec $p_n > 0$ et $\sum_n p_n = 1$, et où les $\hat{\rho}_n$ correspondent à des états purs séparables. La fidélité est alors donnée par

$$\mathcal{F} = \langle \Psi^+ | \hat{\rho} | \Psi^+ \rangle = \sum_n p_n \langle \Psi^+ | \hat{\rho}_n | \Psi^+ \rangle. \quad (\text{V.14})$$

Comme le terme apparaissant dans cette somme est la fidélité associée à l'état pur séparable $\hat{\rho}_n$ qui est inférieure à 0,5, la fidélité totale vérifiera bien $\mathcal{F} \leq 0,5$.

D'une manière générale, il faut, pour vérifier l'intrication, remonter non-seulement aux populations de la matrice densité créée, mais aussi à ses cohérences. Expérimentalement, les seules quantités que nous pouvons mesurer *directement* sont les éléments diagonaux de la matrice densité, les populations. Mais, lorsqu'on effectue des rotations entre les états $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ sur les atomes, les populations sont progressivement transformées en cohérences et *vice-versa* : on peut alors avoir accès aux valeurs des cohérences. Nous avons vu dans le chapitre II que nous sommes capables d'effectuer de telles rotations par des transitions Raman (formule II.28, page 72). Par contre, ces rotations $R(\theta, \varphi)$ sont *globales*, c'est-à-dire avec le même angle et la même phase pour les deux atomes, car les faisceaux Raman couvrent les deux atomes. L'angle $\theta = \Omega_{\downarrow\uparrow} \tau$, où $\Omega_{\downarrow\uparrow}$ est la fréquence de Rabi de la transition Raman et τ sa durée, est identique pour les deux atomes car les faisceaux lasers ont des cols grands devant la distance interatomique et les atomes voient donc des intensités égales. La phase φ est identique pour les deux atomes car leur distance relative dans la direction de propagation des faisceaux (axe \hat{y}) est très petite devant la longueur d'onde associée à la transition Raman ($\approx c/6,8 \text{ GHz} = 4,4 \text{ cm}$). Des rotations *globales* ne permettent pas d'effectuer une tomographie complète de la matrice densité ou un test des inégalités de Bell. On peut par contre remonter à la fidélité \mathcal{F} de l'état intriqué [11]. Nous souhaitons donc mesurer la quantité V.9. Il faut bien noter que la fidélité ne dépend que de la valeur des quatre éléments centraux de la matrice densité V.7. Par conséquent, bien que nous ne fassions aucune hypothèse sur la forme de la matrice densité, nous n'obtenons qu'une information incomplète sur l'état créé.

V.3.2 Extraction de la fidélité

Nous avons vu dans le chapitre II que pour chacun des atomes, on peut discriminer l'état $|\downarrow\rangle = |5S_{1/2}, f = 1, m_f = 1\rangle$ de l'état $|\uparrow\rangle = |5S_{1/2}, f = 2, m_f = 2\rangle$ à l'aide de notre faisceau pousseur, qui n'éjecte un atome que s'il est dans l'état $|5S_{1/2}, f = 2\rangle$ (section II.2.2, page 50). Une première étape consiste donc à envoyer le faisceau pousseur juste après la séquence d'intrication. Sur le schéma de la séquence en bas de la figure V.1, cela revient à dire que *l'analyse* se réduit simplement à envoyer le faisceau pousseur. Nous

allons reprendre les notations du chapitre IV et associer 1 à un atome présent et 0 à un atome perdu :

$$\begin{aligned} 1 &\longrightarrow \text{atome recapturé} \longrightarrow |\downarrow\rangle \\ 0 &\longrightarrow \text{atome perdu} \longrightarrow |\uparrow\rangle. \end{aligned} \quad (\text{V.15})$$

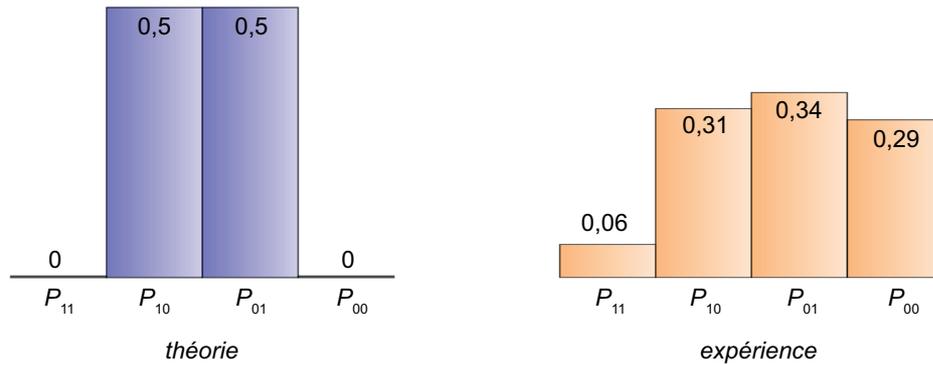
En répétant 100 fois la séquence V.1 en démarrant avec un atome par piège, on mesure la probabilité $P_{0,A}$ ($P_{0,B}$) de récupérer l'atome dans le piège A (piège B), ainsi que les probabilités jointes :

- P_{11} , probabilité de recapturer les deux atomes ;
- P_{10} , probabilité de recapturer l'atome A et de perdre l'atome B ;
- P_{01} , probabilité de perdre l'atome A et de recapturer l'atome B ;
- P_{00} , probabilité de perdre les deux atomes.

Si l'état de Bell $|\Psi^+\rangle$ est idéalement préparé, on doit trouver

$$P_{11} = 0 \quad P_{10} = 0,5 \quad P_{01} = 0,5 \quad P_{00} = 0. \quad (\text{V.16})$$

Les valeurs trouvées expérimentalement sont représentés sur l'histogramme V.3.



$$|\Psi^+\rangle = 1/\sqrt{2} (|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)$$

FIGURE V.3 – **Probabilités de recapture mesurées lorsqu'on envoie le faisceau pousseur à la fin de la séquence d'intrication.** 0 correspond à un atome perdu et 1 correspond à un atome recapturé.

On remarque immédiatement que la valeur de P_{00} , c'est-à-dire la probabilité de perdre les deux atomes, est particulièrement élevée. Mais cela ne signifie pas forcément qu'il y a un nombre important de paires d'atomes dans l'état $|\uparrow\uparrow\rangle$, qui ont été ensuite expulsés par le faisceau pousseur. En effet si les atomes sont perdus pour une raison différente, cela contribuera aussi à augmenter la probabilité P_{00} (l'origine des pertes est discutée plus en détail page 144). Pour quantifier cela, nous avons réalisé la séquence d'intrication, mais sans faisceau pousseur : nous trouvons une probabilité de *recapturer les deux atomes* de $0,62 \pm 0,03$. La matrice densité V.7 par laquelle nous décrivons l'état créé expérimentalement ne prend pas en compte ces pertes et a par conséquent une trace inférieure à l'unité $\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}}) < 1$ lorsqu'on restreint cette trace à la base $\{|\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle\}$.

La fidélité \mathcal{F} donnée par la formule V.9 caractérise tous les atomes présents *en début de séquence*. Comme nous souhaitons quantifier l'intrication de paires d'atomes *effectivement présentes en fin de séquence*, nous allons définir la fidélité par

$$\mathcal{F}_{\text{paires}} = \frac{\mathcal{F}}{\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}})} . \quad (\text{V.17})$$

Cette approche est similaire à celle utilisée dans les expériences de violation des inégalités de Bell avec des polariseurs à une voie [3, 4]. Dans ces expériences, on mesure d'abord le nombre de photons détectés en l'absence de polariseurs. Lorsqu'on effectue l'expérience proprement dite, seul un état de polarisation est détecté, l'autre est perdu. Nous allons donc dans un premier temps déterminer la fidélité \mathcal{F} puis discuter plus en détails les pertes avant de donner la fidélité $\mathcal{F}_{\text{paires}}$ des atomes présents *en fin de séquence*.

Détermination de la fidélité \mathcal{F} de l'opération d'intrication

Nous avons vu que notre méthode de détection de l'état d'un qubit à l'aide d'un faisceau pousseur nous empêche de discriminer une perte d'atome d'un atome dans l'état $|\uparrow\rangle$. Ceci signifie que nous surestimons la population de l'état $|\uparrow\rangle$. On a par conséquent $P_{10} > P_{\uparrow\uparrow}$; $P_{01} > P_{\uparrow\downarrow}$; $P_{00} > P_{\uparrow\uparrow}$. En revanche, pour la probabilité P_{11} , les deux atomes sont recapturés et les pertes n'interviennent donc pas :

$$P_{11} = P_{\downarrow\downarrow} . \quad (\text{V.18})$$

En écrivant cela, l'hypothèse que nous faisons consiste à supposer qu'un atome recapturé correspond à un atome dans l'état $|\downarrow\rangle$, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'atomes dans les sous-états Zeeman différents de $m_f = 1$. Nous utiliserons donc dans la suite la probabilité P_{11} pour déterminer le degré d'intrication.

Nous voulons dans un premier temps extraire la fidélité \mathcal{F} de l'opération d'intrication, donnée par la formule V.9. Comme nous l'avons dit dans la section précédente, il faut pour cela effectuer des rotations entre les deux états du qubit sur les atomes juste après avoir créé l'état intriqué, afin d'extraire des informations sur les cohérences de la matrice densité créée expérimentalement : lorsqu'on effectue une rotation, les populations sont progressivement transformées en cohérences et *vice-versa*. Dans la base $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$, la rotation sur un atome [80] est décrite par la matrice de rotation

$$R(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & i e^{i\varphi} \sin(\theta/2) \\ i e^{-i\varphi} \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix} . \quad (\text{V.19})$$

Comme cette rotation se fait avec le même angle et la même phase pour les deux atomes, la rotation des deux atomes est décrite dans la base $\{|\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle\}$ par la matrice suivante :

$$\begin{aligned} R_{\text{glob}}(\theta, \varphi) &= R(\theta, \varphi) \otimes R(\theta, \varphi) \\ &= \begin{pmatrix} c^2 & i e^{i\varphi_S} \cdot c & i e^{i\varphi_S} \cdot c & -e^{2i\varphi_S^2} \\ i e^{-i\varphi_S} \cdot c & c^2 & -s^2 & i e^{i\varphi_S} \cdot c \\ i e^{-i\varphi_S} \cdot c & -s^2 & c^2 & i e^{i\varphi_S} \cdot c \\ -e^{-2i\varphi_S^2} & i e^{-i\varphi_S} \cdot c & i e^{-i\varphi_S} \cdot c & c^2 \end{pmatrix} , \end{aligned} \quad (\text{V.20})$$

avec $c = \cos(\theta/2)$ et $s = \sin(\theta/2)$. Lorsqu'on effectue la séquence d'intrication, on crée la matrice densité $\hat{\rho}_{\text{exp}}$. Après la rotation Raman, cette matrice densité se transforme en

$$\hat{\rho}_{\text{exp}}(\theta, \varphi) = R_{\text{glob}}(\theta, \varphi) \cdot \hat{\rho}_{\text{exp}} \cdot R_{\text{glob}}^{-1}(\theta, \varphi), \quad (\text{V.21})$$

où $R_{\text{glob}}^{-1}(\theta, \varphi) = R_{\text{glob}}(-\theta, \varphi)$. Comme nous l'avons précisé dans le paragraphe précédent, nous allons mesurer la probabilité de recapturer les deux atomes après la transition Raman

$$P_{11}(\theta, \varphi) = P_{\downarrow\downarrow}(\theta, \varphi) = \langle \downarrow\downarrow | \hat{\rho}_{\text{exp}}(\theta, \varphi) | \downarrow\downarrow \rangle \quad (\text{V.22})$$

qui est la seule à être insensible aux pertes. Enfin, il faut préciser un dernier point important : lorsque nous effectuons la rotation globale sur les atomes, nous n'avons aucun contrôle sur sa phase φ , car l'état intriqué V.4 créé ne fait pas intervenir la phase des lasers et chaque itération de l'expérience démarre à un instant aléatoire par rapport à la période de l'onde RF fixant la fréquence des transitions Raman ($\approx 6,8$ GHz). Par conséquent le signal mesuré est en fait moyenné sur cette phase (les résultats présentés sont obtenus à partir de 100 réalisations de l'expérience). On mesure donc en fait

$$\begin{aligned} S = \langle P_{11}(\theta, \varphi) \rangle_{\varphi} &= \frac{1}{8} (P_{\downarrow\uparrow} + P_{\uparrow\downarrow} + 2\Re(\rho_{\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow}) + 3(P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow})) \\ &+ \frac{1}{2} (P_{\downarrow\downarrow} - P_{\uparrow\uparrow}) \cos \theta \\ &+ \frac{1}{8} (P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow} - P_{\downarrow\uparrow} - P_{\uparrow\downarrow} - 2\Re(\rho_{\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow})) \cos(2\theta). \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

Nous omettrons dans la suite d'écrire la moyenne sur la phase ($\langle P_{11}(\theta, \varphi) \rangle_{\varphi} = P_{11}(\theta)$) et nous notons $P_{\downarrow\downarrow}(\theta = 0) = P_{\downarrow\downarrow}$ pour simplifier les notations. Cette expression peut être réécrite en fonction de la fidélité :

$$S = \frac{1}{8} (2\mathcal{F} + 3(P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow})) + \frac{1}{2} (P_{\downarrow\downarrow} - P_{\uparrow\uparrow}) \cos \theta + \frac{1}{8} (P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow} - 2\mathcal{F}) \cos(2\theta). \quad (\text{V.24})$$

Notons que le signal S ne fait intervenir que la cohérence $\rho_{\uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow}$ que nous souhaitons mesurer pour ensuite calculer la fidélité : ce ne serait pas le cas si le signal n'était pas moyenné sur la phase φ . Idéalement, si l'on a créé l'état $|\Psi^+\rangle = 1/\sqrt{2} (|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)$, les probabilités $P_{\downarrow\downarrow}$ et $P_{\uparrow\uparrow}$ sont nulles, la fidélité vaut $\mathcal{F} = 1$ et le signal S oscille donc entre 0 et 1/2 avec la pulsation $2\Omega_{\downarrow\uparrow}$ (car $\theta = \Omega_{\downarrow\uparrow}\tau$).

La figure V.4(a) représente le signal S mesuré expérimentalement (probabilité de recapturer les deux atomes en fonction de l'angle θ de la rotation Raman) en effectuant la séquence d'intrication V.1. L'analyse consiste à envoyer les faisceaux Raman pendant une durée τ pour effectuer la rotation (typiquement quelques μs), puis à envoyer le faisceau pousseur. On remarque que le signal mesuré possède deux fréquences d'oscillation. Ceci est en fait bien ce qu'on attend de la formule V.24 dans le cas non idéal où $P_{\downarrow\downarrow} \neq 0$; $P_{\uparrow\uparrow} \neq 0$. Le deuxième terme de la somme va donc « osciller » avec une amplitude $P_{\downarrow\downarrow} - P_{\uparrow\uparrow}$ et une pulsation $\Omega_{\downarrow\uparrow}$ et le dernier terme avec une amplitude $1/4(P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow} - 2\mathcal{F})$ et une pulsation $2\Omega_{\downarrow\uparrow}$. Dans une expérience complémentaire (figure V.4(b)), nous avons vérifié que ces fréquences correspondent à la fréquence de Rabi $\Omega_{\downarrow\uparrow}$ en réalisant des oscillations de

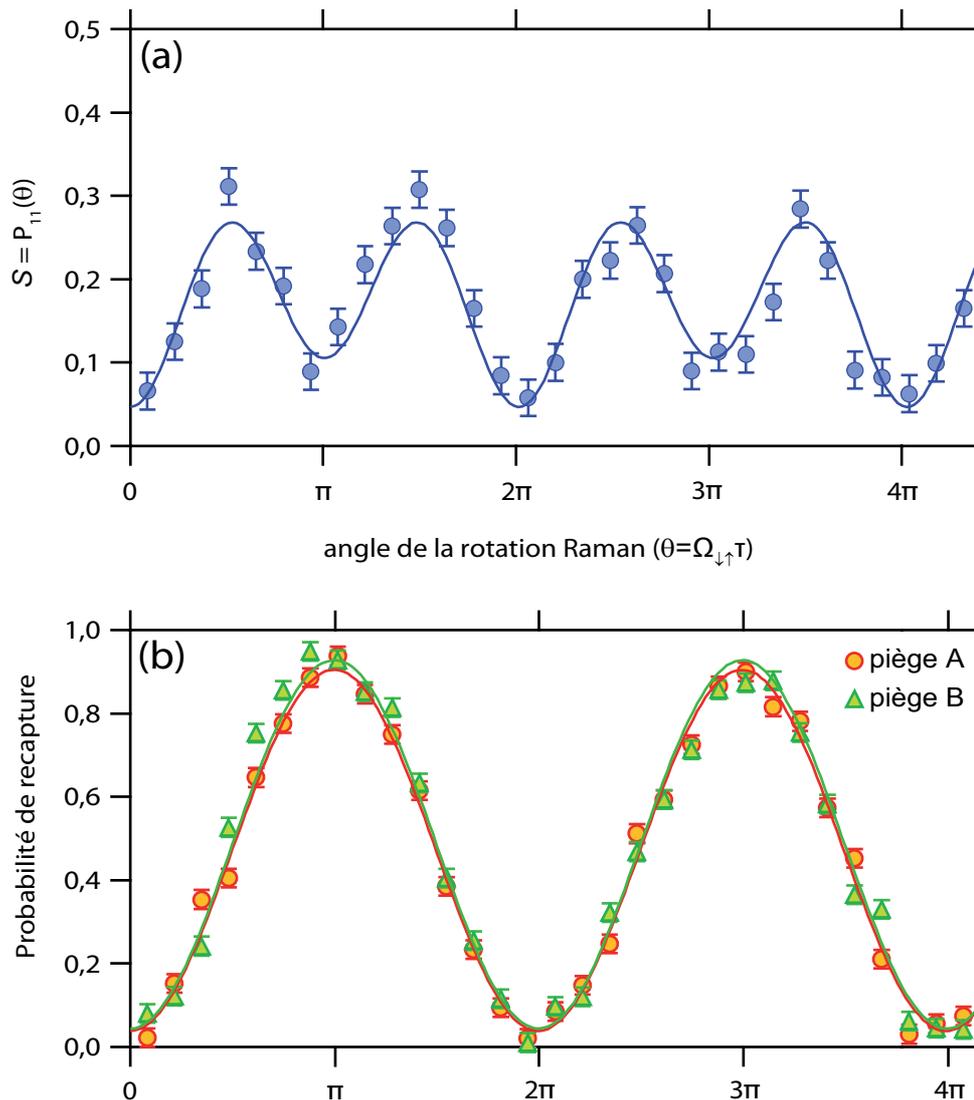


FIGURE V.4 – **Probabilités de recapture.** (a) Probabilité jointe de double recapture en fonction de l'angle de la rotation Raman après la séquence complète (intrication + rotation Raman + faisceau pousseur). Les données sont ajustées à l'aide de la fonction $y_0 + A\cos(\Omega_{\downarrow\uparrow}\tau) + B\cos(2\Omega_{\downarrow\uparrow}\tau)$. La valeur de la barre d'erreur sur chaque point est la même et a été obtenue en calculant l'écart-type des quatre points suivants : $\{P_{11}(\pi/2); P_{11}(3\pi/2); P_{11}(5\pi/2); P_{11}(7\pi/2)\}$. (b) Rotations Raman « simples » sur chaque piège, sans séquence d'intrication (rotation Raman + faisceau pousseur). On obtient bien sur chaque piège des oscillations de Rabi entre $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ avec la fréquence $\Omega_{\downarrow\uparrow}$. On remarque que le signal (a) possède une composante oscillant à $2\Omega_{\downarrow\uparrow}$. Il y a une petite différence de fréquence entre (a) et (b) car les données ont été prises successivement (environ 2 heures d'expériences) et la puissance des faisceaux Raman a entre temps fluctué.

Rabi « simples » entre $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ sur chaque piège pris indépendamment (cf. chapitre II). L'amortissement de ces oscillations de Rabi est très faible et nous supposons donc dans

la suite que les transitions Raman sont faites avec une efficacité de 100 %.

Quelle information peut-on extraire du signal S ? D'après la formule V.24, on a

$$P_{11}(\theta = 0) = P_{\downarrow\downarrow} \quad \text{et} \quad P_{11}(\theta = \pi) = P_{\uparrow\uparrow} . \quad (\text{V.25})$$

En utilisant les valeurs données par l'ajustement, on obtient $P_{\downarrow\downarrow} = 0,06 \pm 0,02$ et $P_{\uparrow\uparrow} = 0,09 \pm 0,02$ (les barres d'erreurs sont celles discutées dans la légende de la figure V.4). De plus, la valeur moyenne du signal S est

$$\langle S \rangle_{\theta} = \frac{1}{8} (2\mathcal{F} + 3(P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow})) . \quad (\text{V.26})$$

On peut donc extraire la fidélité des paires d'atomes initialement présentes à partir de cette valeur moyenne et des deux valeurs trouvées précédemment. On obtient

$$\mathcal{F} = 0,46 \pm 0,04 . \quad (\text{V.27})$$

Discutons maintenant les pertes plus en détail.

Pertes au cours de l'expérience d'intrication

Nous avons déjà vu que la probabilité de recapturer les deux atomes après la séquence d'intrication sans faisceau pousseur est de $0,62 \pm 0,03$. Pour confirmer cela, nous allons regarder les probabilités de recapture sur chaque piège $P_{0,A}$ et $P_{0,B}$ lorsqu'on réalise la séquence complète à deux atomes (intrication + rotation Raman + faisceau pousseur). Idéalement, si l'on a créé l'état de Bell $|\Psi^+\rangle = 1/\sqrt{2}(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)$, chacune de ces probabilités devrait être *constante* lorsqu'on varie l'angle θ de la rotation Raman et devrait valoir $1/2$ (si les faisceaux Raman ont une efficacité de 100 %). De manière plus générale, les *valeurs moyennes* de ces probabilités vérifieront $\langle P_{0,A} \rangle_{\theta} = \langle P_{0,B} \rangle_{\theta} = 1/2$ quelle que soit la superposition (ou le mélange statistique) des quatre états $\{|\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle\}$ qui est préparé. Les valeurs mesurées expérimentalement sont présentées sur la figure V.5 et on remarque que leurs moyennes sont inférieures à 0,5 : ceci est dû aux pertes.

Pour voir cela, considérons l'atome A. Notons L_A la probabilité de perdre cet atome après les impulsions d'intrication « aller » et « retour ». La valeur moyenne de la probabilité de recapture après l'envoi des faisceaux Raman et du faisceau pousseur sera alors $\langle P_{0,A} \rangle_{\theta} = (1 - L_A)/2$. Nous pouvons donc extraire ces probabilités de pertes $L_{A,B}$ des données de la figure V.5. À partir des valeurs moyennes, on obtient

$$L_A = 0,22 \pm 0,01 \quad \text{et} \quad L_B = 0,22 \pm 0,01 . \quad (\text{V.28})$$

Pour déterminer la barre d'erreur sur chacune de ces valeurs, nous avons réalisé un ajustement des points expérimentaux par une fonction constante : la barre d'erreur donnée ci-dessus est la barre d'erreur donnée par le programme. À cause des pertes, la probabilité d'avoir effectivement deux atomes à la fin de la séquence d'intrication (impulsions « aller » et « retour ») est inférieure à 1. En supposant que les pertes des atomes sont indépendantes, la probabilité de perdre un ou deux atomes est

$$L_{\text{tot}} = L_A(1 - L_B) + L_B(1 - L_A) + L_AL_B = L_A + L_B - L_AL_B . \quad (\text{V.29})$$

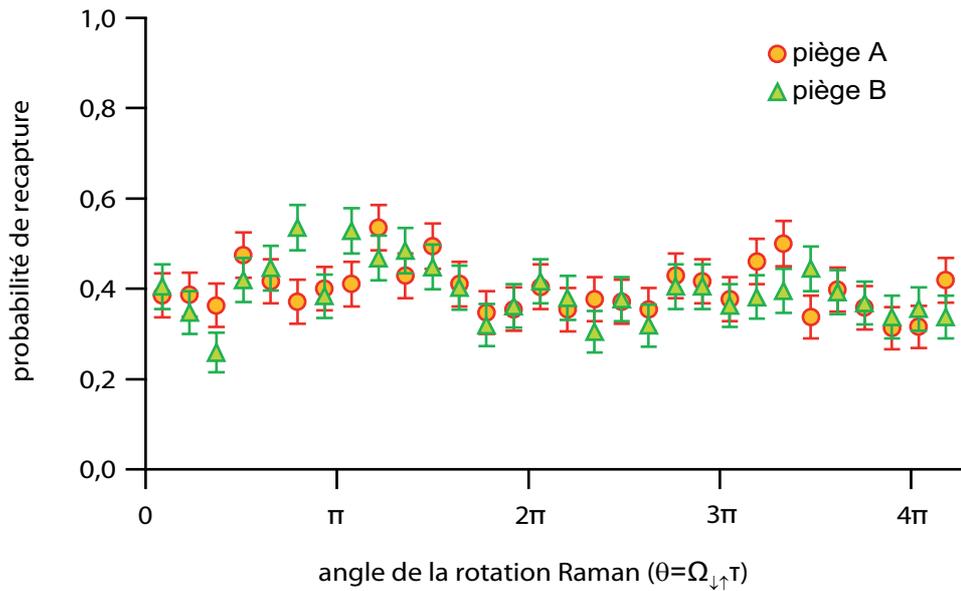


FIGURE V.5 – *Probabilités de recapture dans chaque piège $P_{0,A}$ et $P_{0,B}$ à la fin de la séquence d'intrication complète (intrication + rotation Raman + faisceau pousseur)*. Les barres d'erreurs sont statistiques.

On obtient une valeur de $L_{\text{tot}} = 0,39 \pm 0,01$, ce qui signifie que sur 100 expériences, seules 61 correspondent effectivement à une paire d'atomes présente. Cette valeur confirme notre mesure de la probabilité de recapture des deux atomes après la séquence d'intrication sans faisceau pousseur (0,62). En d'autres termes, la trace de la matrice densité V.7 restreinte à la base $\{|\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle\}$ n'est pas égale à l'unité et vaut $\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}}) = 0,61 \pm 0,01$ à cause de ces pertes.

Nous avons mesuré des pertes $L_{A,B} = 22\%$ sur chaque atome. Discutons à présent l'origine de ces pertes :

- l'atome peut retomber dans l'état $|5S_{1/2}, f = 1, m_f = 1\rangle$ par émission spontanée lors de l'impulsion « aller ». Il sera alors excité vers l'état de Rydberg par la seconde impulsion et sera donc perdu. En supposant que la seconde impulsion a une efficacité de 100 %, nous estimons cette contribution à 7 % à partir de notre modèle basé sur les équations de Bloch optiques ;
- l'atome peut être excité dans l'état de Rydberg par la première impulsion, mais la seconde peut être inefficace (à cause des fluctuations de puissance et de fréquence des lasers) et laisser l'atome dans l'état de Rydberg ; il sera alors perdu (contribution de 7 %) ;
- enfin, l'atome a une certaine probabilité d'être perdu à cause de la coupure du piège pendant 1 μs . Cette probabilité vaut environ 3 %.

Les pertes mesurées (22 %) sont donc un peu supérieures à la somme de ces contributions (7 % + 7 % + 3 % = 17 %). La différence peut être expliquée par d'éventuelles erreurs dans la détection de la présence de l'atome et par un pompage optique laissant parfois l'atome dans l'état $|5S_{1/2}, f = 2, m_f = 1\rangle$ (l'atome est alors éjecté par le faisceau pousseur, mais

contrairement aux autres contributions, cette perte est due à la méthode de *mesure* de l'état de l'atome).

Fidélité des paires d'atomes présentes en fin de séquence

De la nouvelle condition de normalisation de la matrice densité $\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}}) = 0,61 \pm 0,01$, nous pouvons extraire la somme $P_{\downarrow\uparrow} + P_{\uparrow\downarrow}$ qui vaut

$$P_{\downarrow\uparrow} + P_{\uparrow\downarrow} = \text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}}) - P_{\downarrow\downarrow} - P_{\uparrow\uparrow} = 0,46 \pm 0,03 . \quad (\text{V.30})$$

Connaissant \mathcal{F} , on peut déterminer la partie réelle de la cohérence associée à l'état de Bell $|\Psi^+\rangle$ à partir de la formule V.9. On trouve

$$\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) = 0,23 \pm 0,04 . \quad (\text{V.31})$$

Le tableau V.1 résume les éléments de la matrice densité que nous avons pu extraire de nos données. On ne peut pas tirer plus d'information à son sujet avec des rotations globales sans contrôle de la phase φ [143].

Élément de matrice	Valeur expérimentale
$P_{\downarrow\downarrow}$	$0,06 \pm 0,02$
$P_{\uparrow\uparrow}$	$0,09 \pm 0,02$
$P_{\downarrow\uparrow} + P_{\uparrow\downarrow}$	$0,46 \pm 0,03$
$\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})$	$0,23 \pm 0,04$

TABLE V.1 – **Valeurs expérimentales des éléments de la matrice densité $\hat{\rho}_{\text{exp}}$.** Ces valeurs représentent l'ensemble des informations sur $\hat{\rho}_{\text{exp}}$ qu'on peut extraire avec des rotations globales sans contrôle de la phase. La trace de la matrice densité $\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}}) = 0,61 \pm 0,01$ est inférieure à 1 à cause des pertes discutées dans le texte.

Enfin, nous pouvons à présent déterminer la fidélité des paires d'atomes *effectivement présentes en fin de séquence*. Celle-ci vaut

$$\mathcal{F}_{\text{paires}} = \frac{\mathcal{F}}{\text{tr}(\hat{\rho}_{\text{exp}})} = 0,75 \pm 0,07 . \quad (\text{V.32})$$

Cette valeur est supérieure à 0,5 et prouve l'existence de corrélations quantiques entre les paires d'atomes restantes. Elle est essentiellement limitée par deux choses. Premièrement, par le blocage dipolaire imparfait. Lorsque deux atomes sont excités dans l'état de Rydberg (probabilité de l'ordre de 10 %, cf. chapitre IV), ils seront la plupart du temps transférés dans l'état $|\downarrow\downarrow\rangle$ ce qui augmente la probabilité $P_{11} = P_{\downarrow\downarrow}$ (histogramme V.3). Deuxièmement, la valeur non nulle de $P_{\uparrow\uparrow}$ est due à l'émission spontanée au cours de la séquence d'intrication. Enfin, insistons sur le fait que cette fidélité est celle des paires d'atomes présentes *juste avant la mesure* (rotation Raman+faisceau pousseur). Nous trouverions la même valeur de la fidélité si nous avions une méthode de mesure non destructive de l'état du qubit.

V.3.3 Analyse du signal de parité $\Pi(\theta)$

Pour extraire la fidélité d'une paire d'atomes intriqués à partir de rotations globales, on utilise en général un signal nommé parité [83], qui vaut

$$\Pi(\theta) = P_{\downarrow\downarrow}(\theta) + P_{\uparrow\uparrow}(\theta) - P_{\downarrow\uparrow}(\theta) - P_{\uparrow\downarrow}(\theta) , \quad (\text{V.33})$$

où $\theta = \Omega_{\downarrow\uparrow}\tau$ est l'angle de la rotation Raman. Une fois de plus, nous omettons la phase des rotations Raman qui varie aléatoirement : les signaux sont donc moyennés sur la phase φ . Dans le cas idéal où l'on a créé l'état de Bell $|\Psi^+\rangle = 1/\sqrt{2}(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle)$, le signal de parité oscille entre -1 et 1 avec une pulsation $2\Omega_{\downarrow\uparrow}$. Dans notre expérience, nous pouvons mesurer le signal $\Pi(\theta) = P_{11}(\theta) + P_{00}(\theta) - P_{10}(\theta) - P_{01}(\theta)$. En présence de pertes, son analyse est très complexe. En effet, contrairement au signal $P_{11}(\theta)$ que nous avons utilisé pour déterminer la fidélité dans la section V.3.2, la parité *dépend* des pertes *via* les termes $P_{01}(\theta)$, $P_{10}(\theta)$ et $P_{00}(\theta)$ (cf. page 140).

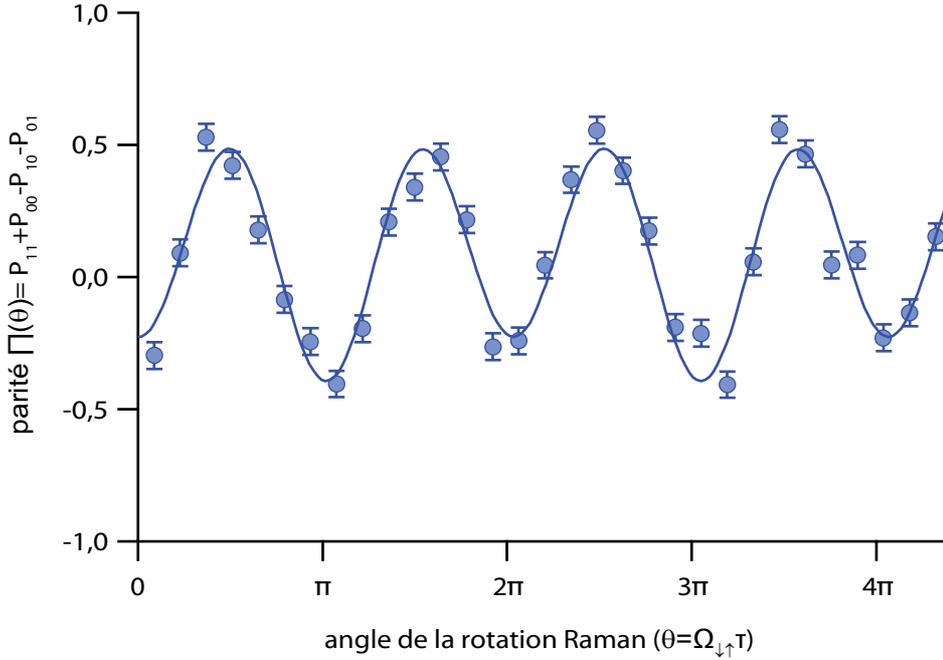


FIGURE V.6 – **Signal de parité $\Pi(\theta)$ en fonction de l'angle de la rotation Raman.** Les données sont ajustées à l'aide de la fonction $y_0 + A\cos(\Omega_{\downarrow\uparrow}\tau) + B\cos(2\Omega_{\downarrow\uparrow}\tau)$. Les barres d'erreurs ont été calculées de la même manière que pour la figure V.4(a).

La parité mesurée expérimentalement est présentée sur la figure V.6. On remarque qu'il y a des oscillations à la pulsation $2\Omega_{\downarrow\uparrow}$ comme dans le cas idéal, mais aussi des oscillations à la pulsation $\Omega_{\downarrow\uparrow}$. Ces dernières sont dues aux pertes. En effet, si au cours de la séquence, un des deux atomes sort de la base $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$ et que l'autre y reste, ce dernier va subir la rotation Raman et tourner entre les états $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ avec une pulsation $\Omega_{\downarrow\uparrow}$. Notons bien que pour le signal $P_{11}(\theta)$ présenté sur la figure V.4, la présence de deux fréquences d'oscillations n'était *pas* due aux pertes (cf. équation V.24).

Afin de quantifier cela, nous allons faire un modèle simple des pertes et nous extrairons du signal de parité la valeur de la cohérence $\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})$. Nous la comparerons simplement à la valeur obtenue dans la section précédente et n'irons pas plus loin dans notre analyse.

Nous allons premièrement supposer que nous pouvons décrire les paires d'atomes en introduisant un état supplémentaire que nous noterons $|x\rangle$: si l'atome est dans cet état, il est perdu en fin de séquence. L'état de chaque atome peut donc être décrit dans une base $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle, |x\rangle\}$. L'état à deux atomes est donc décrit par une matrice densité qui s'écrit, dans la base $\{|\downarrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow x\rangle, |\uparrow x\rangle, |x\downarrow\rangle, |x\uparrow\rangle, |xx\rangle\}$,

$$\hat{\rho}_{\text{exp}} = \begin{pmatrix} P_{\downarrow\downarrow} & a^* & b^* & c^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & P_{\downarrow\uparrow} & \rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}^* & d^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & \rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow} & P_{\uparrow\downarrow} & e^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & d & e & P_{\uparrow\uparrow} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{\downarrow x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{\uparrow x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{x\downarrow} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{x\uparrow} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{xx} \end{pmatrix}. \quad (\text{V.34})$$

Nous supposons qu'il n'y a pas de cohérences faisant intervenir l'état $|x\rangle$. Pour faire le parallèle avec le paragraphe précédent, la probabilité de double perte est $P_{xx} = L_A \times L_B$. Pour savoir quel signal de parité nous attendons à partir de l'état décrit par cette matrice densité, nous devons tout d'abord décrire l'action de la rotation Raman. Celle-ci n'agit pas sur l'état $|x\rangle$. Dans la même base, elle est donc décrite par la matrice

$$R(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} c^2 & i e^{i\varphi_S} \cdot c & i e^{i\varphi_S} \cdot c & -e^{2i\varphi_S^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i e^{-i\varphi_S} \cdot c & c^2 & -s^2 & i e^{i\varphi_S} \cdot c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i e^{-i\varphi_S} \cdot c & -s^2 & c^2 & i e^{i\varphi_S} \cdot c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -e^{-2i\varphi_S^2} & i e^{-i\varphi_S} \cdot c & i e^{-i\varphi_S} \cdot c & c^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c^2 & i e^{i\varphi_S} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i e^{-i\varphi_S} & c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c^2 & i e^{i\varphi_S} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i e^{-i\varphi_S} & c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{V.35})$$

avec $c = \cos(\theta/2)$ et $s = \sin(\theta/2)$. Après rotation, la matrice densité devient

$$\hat{\rho}_{\text{exp}}(\theta, \varphi) = R(\theta, \varphi) \cdot \hat{\rho}_{\text{exp}} \cdot R^{-1}(\theta, \varphi). \quad (\text{V.36})$$

Nous pouvons alors calculer le signal de parité $\Pi(\theta) = P_{11}(\theta) + P_{00}(\theta) - P_{10}(\theta) - P_{01}(\theta)$ attendu en présence de pertes. Rappelons que nous associons 1 à un atome recapturé (état $|\downarrow\rangle$) et 0 à une perte d'atome (états $|\uparrow\rangle$ ou $|x\rangle$) :

$$\begin{aligned} 1 &\longrightarrow \text{atome recapturé} &\longrightarrow &|\downarrow\rangle \\ 0 &\longrightarrow \text{atome perdu} &\longrightarrow &|\uparrow\rangle \text{ ou } |x\rangle. \end{aligned} \quad (\text{V.37})$$

On a par conséquent :

$$\begin{aligned}
 P_{11}(\theta) &= P_{\downarrow\downarrow}(\theta) \\
 P_{00}(\theta) &= P_{\uparrow\uparrow}(\theta) + P_{\uparrow x}(\theta) + P_{x\uparrow}(\theta) + P_{xx}(\theta) \\
 P_{10}(\theta) &= P_{\downarrow\uparrow}(\theta) + P_{\downarrow x}(\theta) \\
 P_{01}(\theta) &= P_{\uparrow\downarrow}(\theta) + P_{x\downarrow}(\theta) .
 \end{aligned} \tag{V.38}$$

Le signal de parité sera donc

$$\begin{aligned}
 \Pi(\theta) &= P_{11}(\theta) + P_{00}(\theta) - P_{10}(\theta) - P_{01}(\theta) \\
 &= \frac{P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow} - P_{\downarrow\uparrow} - P_{\uparrow\downarrow}}{2} + P_{xx} + \Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) \\
 &\quad + (P_{\uparrow x} + P_{x\uparrow} - P_{\downarrow x} - P_{x\downarrow}) \times \cos(\theta) \\
 &\quad + \left(\frac{P_{\downarrow\downarrow} + P_{\uparrow\uparrow} - P_{\downarrow\uparrow} - P_{\uparrow\downarrow}}{2} - \Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) \right) \times \cos(2\theta) .
 \end{aligned} \tag{V.39}$$

Cette expression est relativement complexe, mais contentons nous de remarquer que sa valeur pour une rotation Raman d'angle $\theta = \pi/2$ est

$$\Pi(\pi/2) = P_{xx} + 2\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) . \tag{V.40}$$

Rappelons que nous avons par définition $P_{xx} = L_A \times L_B$. Nous avons déterminé la valeur de ce terme de double pertes dans la section précédente. À partir de la valeur expérimentale de la parité $\Pi(\theta/2) = 0,48 \pm 0,05$ (valeur donnée par l'ajustement), on peut déterminer la valeur de la cohérence :

$$\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) = 0,22 \pm 0,03 . \tag{V.41}$$

Nous trouvons donc bien une valeur compatible avec celle que nous avons déterminée précédemment (tableau V.1). Notre modèle simple supposant que nous pouvons introduire un nouvel état $|x\rangle$ semble donc expliquer correctement les données. Il permet de traiter les pertes de manière « générale » dans le cas de deux atomes intriqués. Notons tout de même que l'hypothèse de base du modèle est que tout atome sortant de la base $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$ est perdu.

V.4 Influence du mouvement des atomes

Nous avons jusqu'à présent supposé que le mouvement des atomes était gelé pendant la séquence d'intrication, c'est-à-dire pendant les impulsions « aller » et « retour » vers l'état de Rydberg. Cependant, nous avons vu au chapitre I que les atomes ont une température finie $T \approx 70 \mu\text{K}$. Pendant la séquence d'intrication de durée δt , les pièges sont éteints et les atomes effectuent un vol libre avec des vitesses que nous noteront $\mathbf{v}_{A,B}$. D'après les équations V.3 et V.5 et en supposant les vecteurs d'onde « aller » \mathbf{k} et « retour » \mathbf{k}' égaux, l'état créé sera

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\downarrow\uparrow\rangle + e^{i\phi} |\uparrow\downarrow\rangle \right) , \tag{V.42}$$

avec

$$\phi = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) \delta t . \quad (\text{V.43})$$

Cette phase va fluctuer d'une répétition à l'autre de l'expérience et limiter la fidélité de l'état créé. Déterminons l'influence des fluctuations de la phase ϕ . Pour cela, rappelons que les atomes sont au fond de leurs pièges respectifs et voient donc un potentiel harmonique. En faisant l'hypothèse d'équipartition de l'énergie, chaque atome de masse m_A a une distribution de vitesse gaussienne d'écart-type $\sqrt{k_B T / m_A}$. Par conséquent, la distribution des phases est également gaussienne avec un écart-type

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{k_B T}{m_A}} |\mathbf{k}| \delta t \times \sqrt{2} , \quad (\text{V.44})$$

le facteur $\sqrt{2}$ venant du fait que nous faisons la convolution des distributions de vitesse des deux atomes. Comment cela va-t-il se refléter sur la fidélité ? Rappelons que la fidélité est

$$\mathcal{F} = \frac{P_{\downarrow\uparrow} + P_{\uparrow\downarrow}}{2} + \Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) . \quad (\text{V.45})$$

Les fluctuations de phase ne vont rien changer aux deux premiers termes. Par contre, le dernier terme dépend de ϕ et la valeur mesurée est en fait sa moyenne sur la phase ϕ . Pour l'état V.42, on a

$$\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow} = \langle \uparrow\downarrow | \Psi \rangle \langle \Psi | \downarrow\uparrow \rangle = \frac{1}{2} e^{i\phi} . \quad (\text{V.46})$$

Sa valeur moyennée sur la phase ϕ est donc

$$\begin{aligned} \langle \Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) \rangle_\phi &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta\phi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\phi \frac{1}{2} \cos\phi e^{-\frac{\phi^2}{2\Delta\phi^2}} \\ &= \frac{1}{2} e^{-\frac{\Delta\phi^2}{2}} . \end{aligned} \quad (\text{V.47})$$

Afin de mesurer l'influence du mouvement résiduel des atomes expérimentalement, nous avons refait l'expérience d'intrication (séquence V.1), mais avec un temps d'attente entre les impulsions « aller » et « retour » de 600 ns. La durée totale de la séquence, prenant en compte la durée des impulsions, est donc $\delta t = 780$ ns. Pour les expériences présentées jusqu'à présent, ce temps d'attente valait 30 ns (durée totale $\delta t = 210$ ns).

Pour une séquence de durée $\delta t = 780$ ns, on s'attend à avoir, d'après l'expression V.47, une diminution de $\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})$ d'un facteur 2,46 par rapport la séquence de durée $\delta t = 210$ ns. La figure V.7 présente le résultat de cette expérience. Nous avons représenté le signal de parité $\Pi(\theta)$, pour deux durées d'attente entre les deux impulsions (600 ns et 30 ns). On observe bien une diminution du contraste des oscillations pour la séquence plus longue, reflétant une diminution de la fidélité. En utilisant la méthode présentée dans les sections V.3.2 et V.3.3 pour extraire la valeur de $\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})$ des données, on obtient

$$\frac{\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})_{210 \text{ ns}}}{\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow})_{780 \text{ ns}}} = \frac{0,22}{0,09} = 2,44 \pm 0,7 . \quad (\text{V.48})$$

Cette valeur est en accord avec la valeur théorique de 2,46. La diminution est donc bien expliquée par les fluctuations de la phase ϕ dues au mouvement des atomes.

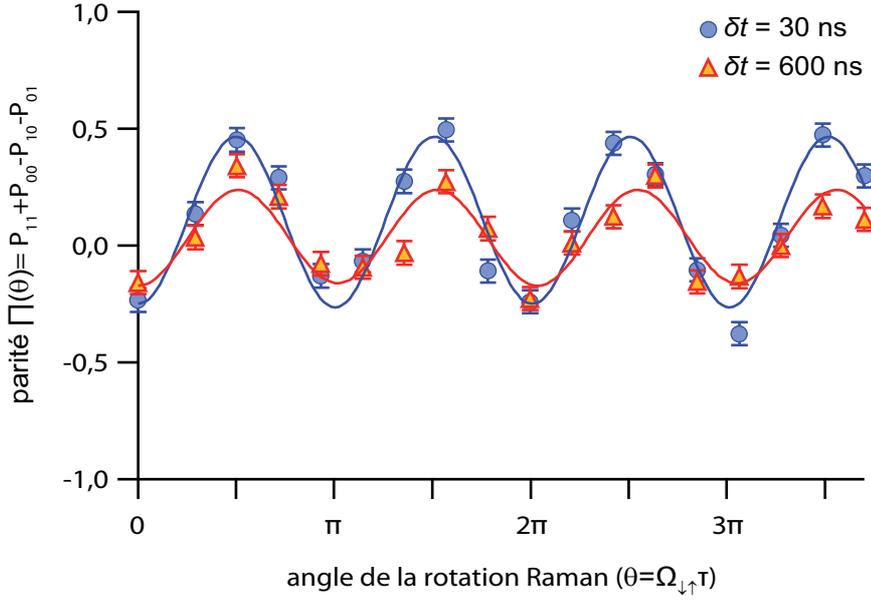


FIGURE V.7 – **Influence du mouvement résiduel des atomes sur le signal de parité $\Pi(\theta)$.** Les données sont ajustées à l'aide de la fonction $y_0 + A\cos(\Omega_{\downarrow\uparrow}\tau) + B\cos(2\Omega_{\downarrow\uparrow}\tau)$. Les barres d'erreurs sont les mêmes que pour la figure V.6. On observe bien une diminution du contraste lorsqu'on attend plus longtemps entre les deux impulsions de la séquence d'intrication.

Enfin, remarquons que si nous étions capable de réaliser une expérience sans pertes et avec un blocage parfaitement efficace, la fidélité serait limitée par le mouvement résiduel des atomes. Pour la séquence de la figure V.1 de durée $\delta t = 210$ ns, on trouve $\Re(\rho_{\uparrow\downarrow,\downarrow\uparrow}) = 0,466$ d'où une fidélité théorique maximale $\mathcal{F}_{\max} = 0,97$. Pour obtenir une fidélité meilleure, il faudrait refroidir les atomes, mais ce n'est pas le facteur limitant dans les expériences que nous avons présentées.

V.5 Conclusion

Nous avons donc démontré dans ce chapitre l'intrication de deux atomes piégés indépendamment entre leurs deux sous-niveaux $|\downarrow\rangle = |5S_{1/2}, f = 1, m_f = 1\rangle$ et $|\uparrow\rangle = |5S_{1/2}, f = 2, m_f = 2\rangle$ de l'état fondamental [143, 144]. Cette intrication est obtenue en tirant parti du blocage de Rydberg existant lorsque les deux atomes séparés de $\sim 4 \mu\text{m}$ sont excités vers l'état de Rydberg $|58D_{3/2}, m_j = 3/2\rangle$. L'état intriqué créé est l'état de Bell

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle \right). \quad (\text{V.49})$$

La qualité de l'état créé a été analysée à l'aide de rotations Raman globales. Bien que cette méthode d'analyse ne nous donne qu'une information partielle sur la matrice densité décrivant l'état créé expérimentalement, elle nous permet tout de même de mesurer sa fidélité $\mathcal{F}_{\text{paires}}$ par rapport à l'état de Bell $|\Psi^+\rangle$. Celle-ci vaut $\mathcal{F}_{\text{paires}} = 0,75 \pm 0,07$ et

caractérise les paires d'atomes effectivement présentes juste avant la détection. En effet, nous avons vu que nous avons des pertes au cours de l'expérience : sur 100 expériences, seules 61 correspondent à une paire d'atomes présente. Les hypothèses sous-jacentes à l'analyse ont été discutées (transitions Raman ayant une efficacité de 100 %, pertes indépendantes sur les deux pièges, aucun atome dans les états $|5S_{1/2}, f = 1, m_f = -1, 0\rangle$, mais aucune hypothèse sur la forme de la matrice densité créée.)

La fidélité mesurée est supérieure à 0,5, ce qui signifie qu'il existe des corrélations quantiques entre les états des deux atomes. Bien que cette valeur de la fidélité soit inférieure à ce qu'il est possible d'avoir aujourd'hui avec des ions piégés, le résultat est très encourageant. En effet, notre fidélité est essentiellement limitée par l'émission spontanée lors de la séquence d'intrication et par le blocage dipolaire imparfait. Avec une meilleure stabilisation des lasers utilisant une cavité de transfert stabilisée [111] et une puissance accrue du laser bleu pour limiter l'émission spontanée, on peut espérer atteindre une fidélité de 0,9. La fidélité serait alors limitée par l'efficacité du blocage dipolaire et en dernier recours par le mouvement résiduel des atomes.

Dans un avenir proche, nous voulons mesurer la durée de vie de l'état intriqué créé. Dans le chapitre II, nous avons vu que le temps de cohérence du qubit $\{|\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle\}$, mesuré par interférométrie de Ramsey, est d'environ 50 μs . Il est limité par les fluctuations de champ magnétique. On pourrait d'abord penser que la durée de vie de l'état intriqué V.49 sera du même ordre de grandeur. Cependant, dans cet état, les deux termes de la somme ont la même énergie (car symétriques) et leurs phases évoluent de la même manière lorsque le champ magnétique fluctue, contrairement à une superposition $1/\sqrt{2}(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle)$ sur un atome seul. La durée de vie de l'état intriqué serait alors limitée par un déphasage irréversible, indépendant de l'atome (A ou B). On peut par exemple penser au mouvement résiduel des atomes *via* le déplacement lumineux différentiel, qui conduirait à une durée de vie de l'ordre de la ms [53, 54, 55].

Une des caractéristiques de notre méthode d'intrication est sa rapidité : l'intrication est générée en quelques centaines de ns. On peut par exemple comparer cette durée au temps nécessaire pour intriquer deux ions, en général de l'ordre de quelques centaines de μs [11]. Pour cette raison, l'utilisation d'atomes de Rydberg peut être un avantage dans le cadre du calcul quantique et il a été proposé de réaliser des portes logiques quantiques rapides entre deux atomes [24, 145, 146].