

# Impact des métriques dans l'optimisation

## Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Méthodologie</b>	<b>166</b>
<b>8.2</b>	<b>Réduction du nombre de véhicules</b>	<b>169</b>
8.2.1	Analyse des modèles gravitaires	169
8.2.2	Analyse du modèle aléatoire	170
8.2.3	Interprétation	171
<b>8.3</b>	<b>Recherche du meilleur compromis véhicules/temps</b>	<b>174</b>
8.3.1	Construction	174
8.3.2	Analyse des modèles gravitaires	175
8.3.3	Analyse du modèle aléatoire	176
8.3.4	Interprétation	176
<b>8.4</b>	<b>Recherche du meilleur compromis véhicules/retards</b>	<b>178</b>
8.4.1	Construction	178
8.4.2	Analyse des modèles gravitaires	179
8.4.3	Analyse du modèle aléatoire	180
8.4.4	Interprétation	180
<b>8.5</b>	<b>Analyse des distributions de solutions</b>	<b>183</b>
8.5.1	Distributions véhicules/temps	184
8.5.2	Distributions véhicules/retards	191
<b>8.6</b>	<b>Discussion et conclusion</b>	<b>195</b>

---

## Introduction

Nous nous intéressons dans ce chapitre à plusieurs configurations d'optimisation dans l'évaluation des objectifs de notre problème de TAD. Nous souhaitons ainsi mettre

en évidence le rôle des métriques dans l'exploration de l'espace des solutions. En utilisant la moyenne généralisée de Hölder d'une part et la distance de Minkowski d'autre part, nous voulons en premier lieu montrer les différences d'optimisation suscitées et en second lieu, nous cherchons à identifier les configurations d'optimisation appropriées aux topologies spatiales utilisées.

Les résultats des optimisations produites sur des modèles gravitaires et aléatoire sont analysés selon plusieurs points de vue. D'abord, nous nous focalisons sur la recherche de meilleures solutions :

- réduction du nombre de véhicules (recherche de minimum) ;
- meilleurs compromis (véhicules/temps et véhicules/retards).

Après une analyse des meilleures solutions, nous nous intéressons aux meilleures distributions de solutions, qui nous conduisent à considérer les distributions dans leur ensemble (formes des nuages). Cette analyse nous invite à nous interroger sur la capacité des métriques à explorer l'espace de solutions. Les différences de résultats obtenues selon les configurations sont analysées et discutées.

### 8.1 Méthodologie

Nous étudions et comparons différentes configurations d'optimisation, associant différentes moyennes et normes, sur des instances issues de modèles distincts. L'objet de ce travail est de rechercher quelle approche multi-critères est pertinente pour quelle configuration spatiale de demande de TAD. À cette fin, nous proposons d'examiner plusieurs aspects de l'optimisation :

- la réduction du nombre de véhicules (objectif  $\varphi_2$ ) qui correspond à un objectif plutôt « économique » ;
- la recherche du meilleur compromis entre véhicules et réduction des temps de parcours ( $\varphi_2$  face à  $\varphi_3$ ), i.e. le coût économique et un aspect du « coût environnemental » ;
- la recherche du meilleur compromis entre véhicules et retards ( $\varphi_2$  face à  $\varphi_4$ ), c'est-à-dire coût économique et un des critères de la « qualité de service » au client.

La population de l'AG comprend 100 individus évoluant sur 10 000 générations avec un taux de mutation fixé à  $m = 0.5$ .

En raison du grand nombre de configurations possibles, nous ne pouvons toutes les analyser exhaustivement, quand bien même l'on s'en tiendrait aux moyennes et normes énoncées en section 6.2.2. Donc, pour une distribution de temps de parcours

$T = (t_1, \dots, t_n)$ , nous proposons d'analyser trois moyennes pour évaluer l'objectif  $\varphi_3$  ( $\varphi_3 = M_q(T)$ ):

$$\text{arithmétique (M1): } q = 1, \quad M_1(T) = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

$$\text{harmonique (H): } q = -1, \quad M_{-1}(T) = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i}}$$

$$\text{géométrique (G): } q \rightarrow 0, \quad M_0(T) = \left( \prod_{i=1}^n t_i \right)^{\frac{1}{n}}$$

Ces moyennes sont couplées à trois normes possibles appliquées aux retards de la distribution  $D = (d_1, \dots, d_n)$ , de telle sorte que  $\varphi_4 = L_p(D)$ :

$$L_1(D) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i|$$

$$L_2(D) = \sqrt{\sum_{i=1}^n |d_i|^2}$$

$$L_\infty(D) = \max(|d_i|)$$

Avec ces deux ensembles de métriques, nous disposons de  $3 \times 3 = 9$  configurations d'optimisation différentes que nous proposons d'appliquer à des instances dont les graphes sont construits selon trois niveaux territoriaux mentionnés en section 3.2.2 :

- le point (P);
- l'IRIS (I);
- la commune (C).

Au final, nous avons 27 configurations sous forme de 3-uplets (niveau  $\times$  moyenne  $\times$  norme) servant à optimiser trois ensembles de tournées. Pour comparer les configurations, nous déployons 3 jeux de 10 instances, comprenant chacune 100 requêtes de transport. Chaque requête est définie par une origine et une destination libres et un horaire. Il n'y a qu'un seul passager par requête. N.B. Le moteur d'optimisation gère parfaitement les nombres différents de passagers, mais ce n'est pas l'objet de ces simulations.

Deux jeux d'instances sont contruits sur les deux modèles gravitaires préalablement énoncés dans le chapitre 7 et le troisième jeu est totalement aléatoire comme l'illustre

la figure 8.1 (les demandes ne sont pas liées aux densités de population). Les deux modèles gravitaires diffèrent essentiellement sur les capacités d'émission des deux principales villes de l'agglomération, Montbéliard et Audincourt. Le modèle aléatoire voit quant à lui l'émergence de requêtes en tout point du territoire desservi. Cependant, il faut bien admettre que la répartition ne peut être totalement homogène en raison de la forme même du réseau routier et de la distribution des arrêts le long de celui-ci (cf. carte, fig. 3.5).

Au total, nous disposons de  $27 \times 3 = 81$  configurations d'analyse, représentant 810 instances.

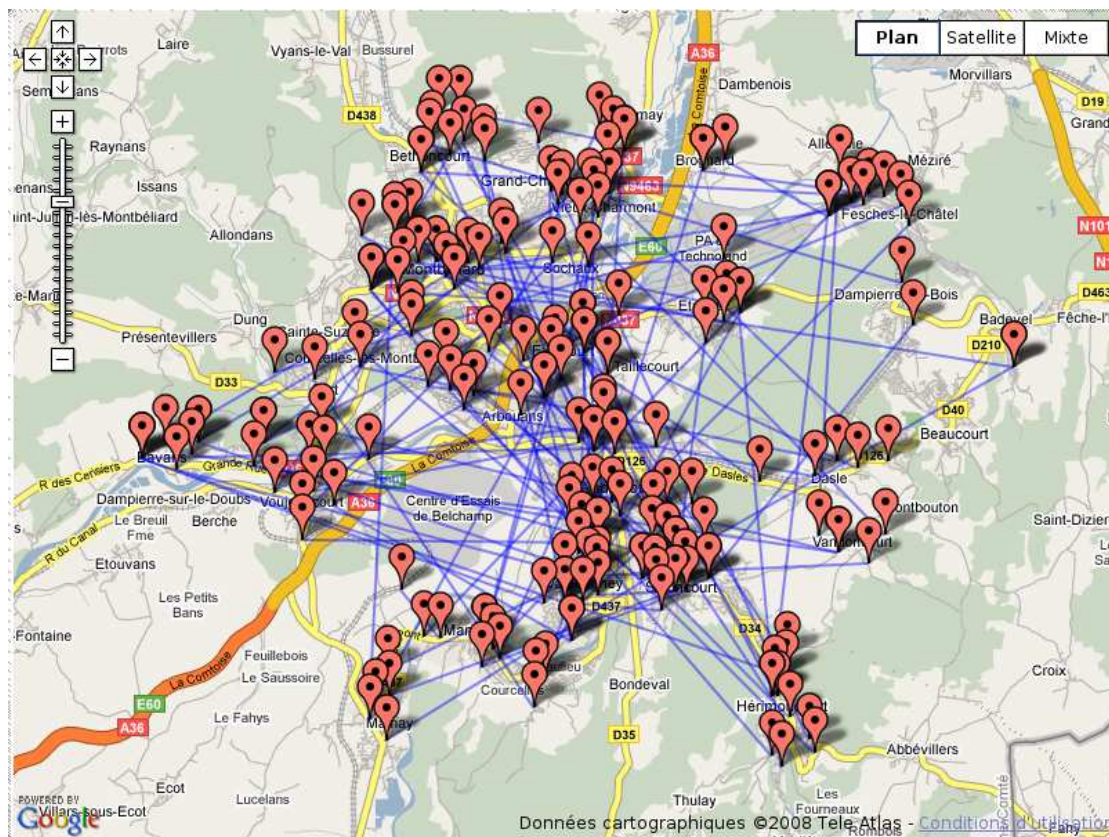


FIG. 8.1: Une instance aléatoire à 100 requêtes : la répartition des départs et destinations est rompue uniquement par la forme du réseau.

## 8.2 Réduction du nombre de véhicules

La minimisation du nombre de véhicules caractérise l'objectif économique du TAD, car en l'état actuel, ce sont les déploiements des véhicules et l'affectation des chauffeurs qui creusent le coût du service, davantage que le coût du carburant.

Les tableaux 8.1(a,b,c) donnent les classements moyens des configurations d'optimisation selon leurs performances à réduire le nombre de véhicules nécessaires. Le premier tableau concerne le modèle gravitaire 1, le deuxième le modèle gravitaire 2 et le troisième le modèle aléatoire.

Pour chacun de ces tableaux, la première colonne indique le classement moyen (Pos.) de chaque configuration. C'est-à-dire que pour chaque optimisation, nous relevons le classement de la configuration selon sa performance réalisée par rapport aux autres configurations. Puis nous effectuons une moyenne de ces classements pour l'ensemble des optimisations. La deuxième colonne donne quant à elle le meilleur classement relevé (Min.) pour la configuration sur l'ensemble des optimisations, tandis que la troisième signale le moins bon classement (Max.).

Les trois dernières colonnes, colorées pour faciliter la lecture et comprendre la répartition des configurations, indiquent, premièrement en bleu, l'unité spatiale utilisée (Agr.) pour construire le graphe de la desserte, en jaune la moyenne calculant  $\varphi_3$  (Moy.) et en rouge la norme optimisant  $\varphi_4$  (Norme).

### 8.2.1 Analyse des modèles gravitaires

#### Les moyennes

Nous examinons d'abord le classement réalisé pour le premier modèle gravitaire. En tête de ce classement figurent des configurations à base de moyenne harmonique ( $\text{Agr.} \times H \times L_p$ ). Ces configurations sont suivies de celles à base de moyenne géométrique et en bas de classement se situent celles à base de moyenne arithmétique.

Dans le second modèle gravitaire, la répartition des moyennes est quasiment identique. Par exemple les moyennes des six premières configurations du classement sont les mêmes que dans le modèle 1. D'une manière générale, la tendance est exactement la même : les moyennes harmonique et géométrique en tête, la moyenne arithmétique en fin de classement.

Nous relevons également que les cinq premières configurations sont *ex æquo* dans leurs classements moyens et ne sont départagées que par leurs maxima, ce qui tend à montrer les comportements similaires de ces configurations dans un contexte gravitaire.

### Les normes

Dans le modèle gravitaire 1, la norme  $L_\infty$  est en tête de chaque configuration intermédiaire, par unité spatiale :

- $(P \times M_q \times L_\infty)$ ;
- $(I \times M_q \times L_\infty)$ ;
- $(C \times M_q \times L_\infty)$ ,

ou par moyenne :

- $(P \times H \times L_\infty)$ ;
- $(P \times G \times L_\infty)$ ;
- $(P \times M_1 \times L_\infty)$ .

Dans le second modèle gravitaire, la répartition des normes est quant à elle, beaucoup plus nuancée et délicate à interpréter, encore que nous remarquons des regroupements.

### Les unités spatiales

Concernant les unités spatiales à la base de la construction des graphes, les configurations basées sur le point, c'est-à-dire sans agrégation préalable, observent de meilleures performances. Pour les deux modèles gravitaires, le point est en tête de chaque classement intermédiaire :

- $(P \times G \times L_p)$ ;
- $(P \times H \times L_p)$ ;
- $(P \times M_1 \times L_p)$ .

### 8.2.2 Analyse du modèle aléatoire

Contrairement aux modèles gravitaires, l'unité spatiale joue un rôle prépondérant. Nous notons d'emblée le clair regroupement des unités spatiales : les configurations à base de points en tête, suivies de celles à base de communes et enfin celles à base d'IRIS.

Le reste du classement demeure plus délicat à analyser, encore que nous remarquons les bonnes performances de la norme  $L_\infty$  sur les trois premières configurations. D'une manière générale, c'est le regroupement par unité spatiale qui semble déterminant dans le modèle aléatoire. La répartition des configurations n'est pas nette, encore que nous remarquons la difficulté des configurations à base de moyenne arithmétique à offrir de bonnes performances et à se hisser dans le classement et d'autant plus quand les configurations sont à base d'agrégats (IRIS ou communes).

### 8.2.3 Interprétation

Globalement, pour les modèles gravitaires, le regroupement des configurations par moyenne indique le rôle prépondérant que la moyenne joue sur les performances des solutions de ces configurations. Tandis que pour le modèle aléatoire, le regroupement se fait par unité spatiale et non plus tellement par moyenne, encore que nous observons quelques tendances.

D'ores et déjà, nous notons la meilleure aptitude des moyennes harmonique et géométrique à minimiser le nombre de véhicules sur des instances issues de modèles gravitaires et donc *a priori* réalistes. Si nous examinons les *extrema* dans le classement du modèle aléatoire, nous voyons clairement qu'il y a peu de différences entre les performances des solutions des configurations à l'intérieur de chaque sous-groupe (point, commune, IRIS).

L'explication que nous proposons pour éclaircir les résultats obtenus entre les deux types de modèle, réside d'abord dans les différences de densités de requêtes par unité spatiale. En effet, dans le modèle gravitaire 1 qui fait davantage peser les trois grands centres du Pays de Montbéliard (Montbéliard, Audincourt et Sochaux) et accroît leur potentiel d'attraction au détriment de leurs émissions, les requêtes de transport se focalisent autour de ces trois pôles. Aussi, l'unité spatiale retenue pour construire le graphe n'a que peu d'incidence sur ce dernier, car les requêtes sont déjà concentrées par unité spatiale.

Dans le second modèle qui voit des potentiels d'attraction et d'émission quasiment équivalents, les requêtes sont davantage réparties dans l'espace. Cette répartition étant ainsi plus homogène, elle est aussi plus sensible à l'unité spatiale, d'où le regroupement plus marqué des configurations par unité (même si le regroupement reste guidé par les moyennes).



À l'inverse, dans le modèle aléatoire, où la répartition des requêtes est théoriquement homogène (du fait de l'aléa), l'unité spatiale a un rôle prépondérant et structurant, d'où le regroupement « en blocs » des configurations.

L'ordre des unités spatiales s'explique par le fait que les graphes construits sans agrégat bénéficient de toutes les connexions possibles, car il n'y a pas d'erreurs dues au calibrage des centroïdes. Les indices de connexité et de connectivité (cf. annexe A) sont donc *a priori* plus grands que ceux des graphes construits à base d'agrégats. Cette plus grande connexité est certainement à l'origine du meilleur classement des configurations basées sur le point, pour les modèles gravitaires.

Par ailleurs, cette première analyse révèle que d'une part, le recours aux agrégats ne fournit pas de meilleures solutions que l'approche ne considérant que les unités (points), d'autre part, qu'il n'existe pas de lien de causalité direct entre le choix d'une moyenne et/ou d'une norme et l'obtention récurrente des meilleures solutions. Cela est d'autant plus vrai pour les normes de l'objectif  $\varphi_4$ .



Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
2	0	11	P	G	Linf
2	0	9	P	H	Linf
5	0	10	P	H	L2
5	0	14	P	H	L1
5	2	13	P	G	L1
6	1	13	P	G	L2
7	0	16	C	H	Linf
7	1	13	I	G	Linf
7	2	15	I	H	L2
9	0	14	I	H	L1
10	1	17	I	H	Linf
10	3	15	C	G	Linf
10	5	20	I	G	L2
11	4	16	C	H	L1
11	4	17	C	H	L2
12	5	17	I	G	L1
12	6	18	C	G	L1
15	9	20	C	G	L2
19	15	25	P	M1	Linf
19	17	23	P	M1	L2
20	18	24	P	M1	L1
22	17	26	I	M1	L2
22	18	26	C	M1	Linf
22	19	25	I	M1	L1
22	20	26	I	M1	Linf
23	20	26	C	M1	L1
24	21	26	C	M1	L2

(a) Gravitaire 1

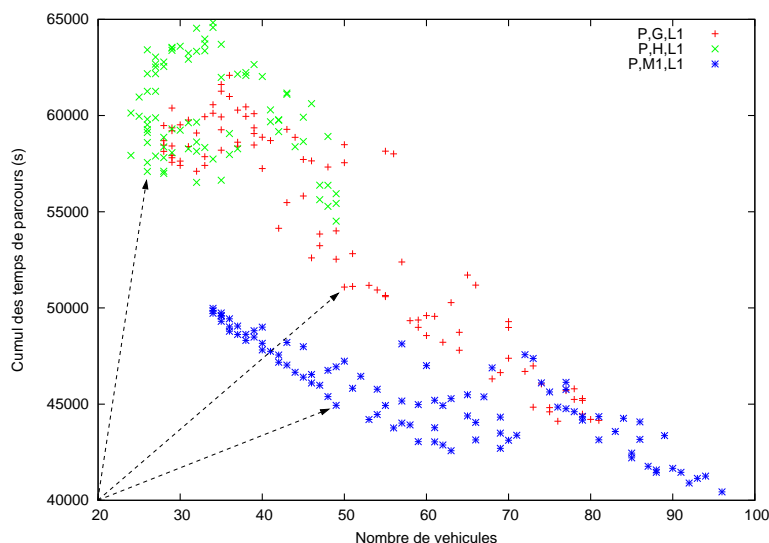
Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
2	0	4	P	G	L2
2	0	5	P	G	L1
2	0	5	P	H	L1
2	0	5	P	H	Linf
2	0	6	P	G	Linf
3	0	5	P	H	L2
8	6	14	C	H	Linf
10	8	13	C	G	Linf
11	6	16	C	G	L1
11	7	17	I	H	Linf
11	7	20	I	H	L1
11	9	17	C	H	L1
12	6	19	I	G	Linf
12	6	21	I	H	L2
12	7	18	C	H	L2
13	5	19	I	G	L2
13	6	18	C	G	L2
14	10	19	I	G	L1
16	12	20	P	M1	L2
16	6	22	P	M1	L1
17	7	20	P	M1	Linf
22	18	26	C	M1	L2
23	19	26	I	M1	L1
23	20	26	I	M1	L2
23	21	26	C	M1	L1
23	21	26	C	M1	Linf
24	22	26	I	M1	Linf

(b) Gravitaire 2

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
0	0	3	P	G	Linf
1	0	6	P	H	Linf
2	0	7	P	M1	Linf
3	0	6	P	G	L1
5	0	8	P	H	L2
5	1	8	P	M1	L1
5	3	7	P	G	L2
5	3	8	P	H	L1
6	2	8	P	M1	L2
11	9	16	C	G	L1
11	9	16	C	H	Linf
12	10	17	C	G	L2
12	9	14	C	G	Linf
13	9	17	C	H	L2
13	9	17	C	M1	L1
13	9	17	C	M1	Linf
14	10	17	C	M1	L2
15	9	17	C	H	L1
20	18	25	I	G	L2
20	18	26	I	G	Linf
21	18	25	I	G	L1
21	18	26	I	H	L1
22	18	26	I	H	L2
22	20	25	I	M1	L1
22	20	26	I	H	Linf
23	18	26	I	M1	L2
23	18	26	I	M1	Linf

(c) Aléatoire

**TAB. 8.1:** Réduction des véhicules : classement moyen des performances des 27 configurations sur trois modèles, avec 10 instances par modèle



**FIG. 8.2:** Front des solutions (véhicules/temps) pour une même instance, issues de trois configurations d'optimisation ( $M_1 \times L_1$ ,  $G \times L_1$ ,  $H \times L_1$ ). Les flèches noires indiquent les meilleurs compromis.

### 8.3 Recherche du meilleur compromis véhicules/temps

#### 8.3.1 Construction

Même si l'intérêt premier d'un transporteur est de minimiser le nombre de véhicules, notre modèle ne privilégie aucun objectif et ceux-ci sont parfaitement concurrents. Nous proposons alors de chercher le meilleur compromis entre les véhicules et les temps de parcours ( $\varphi_2/\varphi_3$ ).

Sur une représentation graphique du front de Pareto, le meilleur compromis se situe au plus proche de l'origine du diagramme. Sur la figure 8.2, les nuages de points représentent les solutions issues de trois configurations d'optimisation :

- ( $P \times M_1 \times L_1$ ) ;
- ( $P \times G \times L_1$ ) ;
- ( $P \times H \times L_1$ ).

Chacune de ces configurations d'optimisation est appliquée à une même instance issue du modèle gravitaire 1, et dont le graphe représentatif est construit sans agrégation (i.e. au niveau du point). La flèche noire indique le point le plus proche de l'origine, c'est-à-dire celui qui trouve le meilleur compromis aux deux objectifs.

La détermination du point correspondant au compromis, pour une configuration donnée, requiert préalablement une remise à l'échelle des temps (de 0 à 100). Pour cela,

nous relevons le cumul des temps maximum observé sur l'ensemble des solutions à l'instance. Pour un cumul maximum  $c_{max}$ , la distance de chaque point  $i(T, V)$  à l'origine vaut :

$$\|\vec{O}i\| = \sqrt{\left(\frac{T_i}{c_{max}} \times 100\right)^2 + V_i^2}$$

Ce premier calcul détermine le meilleur compromis pour une configuration. Or, pour classer les meilleurs compromis à une instance, issus de chaque configuration, nous appliquons le même procédé consistant à replacer les différents points sur une échelle de 1 à 100.

Les tableaux 8.2(a,b,c) classent les 27 configurations selon leurs performances dans la recherche du meilleur compromis véhicules/temps. Il s'agit également de classements moyens.

### 8.3.2 Analyse des modèles gravitaires

#### Les moyennes

Le regroupement par moyenne est évident et en blocs. À l'inverse de la répartition des configurations observées pour réduire le nombre de véhicules, la moyenne arithmétique tire son épingle du jeu avec toutes ses configurations en tête de classement.

Arrive en deuxième position la moyenne géométrique, suivie de la moyenne harmonique. Les moyennes géométrique et harmonique sont moins performantes pour trouver un compromis entre véhicules et temps.

#### Les normes

La norme  $L_\infty$  est la plus performante dans les deux modèles. D'ailleurs, pour le premier modèle, elle est dominante quelle que soit l'unité spatiale :

- $(P \times M_1 \times L_\infty)$  ;
- $(I \times M_1 \times L_\infty)$  ;
- $(C \times M_1 \times L_\infty)$ .

De plus, elle est en tête pour chacune des moyennes :

- $(P \times M_1 \times L_\infty)$  ;
- $(P \times G \times L_\infty)$  ;
- $(C \times H \times L_\infty)$ .

Dans le second modèle, dans le trio de tête, la norme  $L_\infty$  est suivie des autres normes. En revanche, les trois configurations sont basées sur le point comme unité spatiale. En outre, elle est la première pour chacune des moyennes :  $(P \times M_1 \times L_\infty)$ ,  $(P \times G \times L_\infty)$ ,  $(P \times H \times L_\infty)$ .

### 8.3.3 Analyse du modèle aléatoire

Comme pour minimiser le nombre de véhicules, nous observons le regroupement compact des configurations par type d'unités spatiales : les points en tête, suivis des communes, les IRIS en bas de classement.

Nous relevons qu'au sein de chaque type d'unités spatiales, les moyennes arithmétiques marquent leurs performances dans la recherche du compromis, en étant couplées à la norme  $L_\infty$

### 8.3.4 Interprétation

Dans le cadre d'un modèle gravitaire, si les moyennes harmonique et géométrique montrent leurs performances à réduire le nombre de véhicules, cela se fait au détriment des temps de parcours et donc du compromis, que la moyenne arithmétique semble atteindre. En effet, si nous souhaitons trouver un compromis entre véhicules et temps de parcours, il apparaît que la moyenne arithmétique est plus performante, couplée à la norme  $L_\infty$ .

Pour les modèles gravitaires, les classements sont quasiment les répliques inverses de ceux observés pour minimiser les véhicules. C'est la moyenne qui joue le rôle prépondérant, tandis que dans un cadre aléatoire et donc presque homogène, c'est l'unité spatiale qui tient cette fois le rôle principal. Dans ce cas, la réduction du nombre de véhicules ou la recherche du meilleur compromis entre les temps de trajet et le nombre de véhicules débouche sur des classements assez similaires.

L'explication de ces différences tient également dans l'effet de densité des requêtes par unité spatiale. En effet, dans un modèle gravitaire, bien que la construction du graphe se base sur un agrégat de communes, l'effet escompté d'agrégation (structurer les flux) demeurera faible, car les flux sont intrinsèquement structurés.

Si le point demeure la meilleure unité spatiale pour construire le graphe et fournir de meilleurs compromis, cela vient probablement de la meilleure connectivité du graphe pour trouver de meilleurs chemins alternatifs, qui sont autant de meilleurs compromis.

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
0	0	3	P	M1	Linf
1	0	3	I	M1	Linf
2	0	5	C	M1	Linf
3	0	6	P	M1	L1
4	2	8	P	M1	L2
5	2	8	I	M1	L2
5	3	9	C	M1	L1
6	2	8	C	M1	L2
6	3	8	I	M1	L1
10	7	17	P	G	Linf
13	10	16	P	G	L1
13	10	18	I	G	Linf
13	9	20	C	G	Linf
15	12	20	C	G	L1
16	10	24	P	G	L2
16	11	22	I	G	L2
17	11	26	C	H	Linf
17	9	24	C	G	L2
18	10	25	I	G	L1
18	13	25	P	H	Linf
19	11	24	I	H	Linf
20	11	26	P	H	L1
20	12	25	I	H	L1
20	12	26	P	H	L2
20	16	25	C	H	L1
21	10	26	C	H	L2
22	14	26	I	H	L2

(a) Gravitaire 1

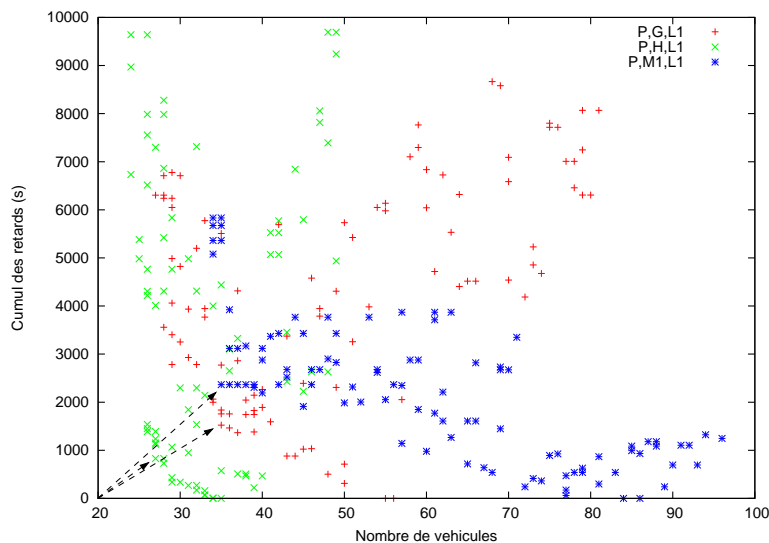
Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
0	0	2	P	M1	Linf
1	1	2	P	M1	L1
2	1	5	P	M1	L2
3	0	7	C	M1	Linf
4	3	6	C	M1	L1
5	3	8	I	M1	L1
5	3	8	I	M1	Linf
6	4	8	C	M1	L2
6	4	8	I	M1	L2
10	9	13	P	G	Linf
12	9	13	P	G	L2
12	9	18	C	G	L1
12	9	25	C	G	Linf
14	9	21	P	G	L1
15	10	21	C	G	L2
15	11	22	I	G	L2
15	12	21	I	G	L1
17	11	24	I	G	Linf
18	11	24	P	H	Linf
19	13	25	C	H	L2
19	14	26	C	H	L1
19	14	26	P	H	L2
20	15	25	C	H	Linf
21	12	26	P	H	L1
22	18	26	I	H	L1
23	17	26	I	H	Linf
23	21	26	I	H	L2

(b) Gravitaire 2

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
0	0	3	P	M1	Linf
2	0	4	P	M1	L1
2	1	6	P	G	Linf
4	0	7	P	H	L2
4	1	7	P	G	L1
4	1	7	P	M1	L2
4	1	8	P	H	Linf
6	4	8	P	G	L2
6	4	9	P	H	L1
11	9	16	C	H	Linf
11	9	16	C	M1	Linf
11	9	17	C	M1	L1
12	8	17	C	G	L2
12	9	15	C	G	Linf
13	9	16	C	M1	L2
13	9	17	C	G	L1
14	11	17	C	H	L2
15	10	22	C	H	L1
19	17	24	I	M1	Linf
20	18	25	I	M1	L1
21	18	26	I	G	L2
21	18	26	I	M1	L2
22	18	26	I	G	Linf
22	18	26	I	H	L2
22	19	26	I	H	Linf
23	19	26	I	G	L1
23	19	26	I	H	L1

(c) Aléatoire

**TAB. 8.2:** Recherche du meilleur compromis véhicules/temps : classement moyen des performances des 27 configurations sur trois modèles, avec 10 instances par modèle



**FIG. 8.3:** Front des solutions (véhicules/retards) pour une même instance, issues de trois configurations d'optimisation ( $M_1 \times L_1$ ,  $G \times L_1$ ,  $H \times L_1$ ). Les flèches indiquent les meilleurs compromis de chaque distribution.

## 8.4 Recherche du meilleur compromis véhicules/retards

### 8.4.1 Construction

De la même manière que nous classons les configurations selon leurs performances à trouver un compromis entre véhicules et temps de parcours, nous classons ici les mêmes configurations selon leurs capacités à définir un compromis entre véhicules et retards. Pour rappel, le cumul des retards  $D$  correspond au cumul (pour l'ensemble des véhicules  $v$ ) de la somme des écarts entre temps théoriques ( $T_{j_{theo}}$ ) et temps observés ( $T_{j_{obs}}$ ) sur les trajets  $j$  :

$$D = \sum_v \sum_j T_{j_{obs}}^v - T_{j_{theo}}$$

La recherche de cette solution intermédiaire au sein d'un ensemble de solutions se déroule selon le même principe énoncé auparavant, c'est-à-dire que nous cherchons la solution la plus proche de l'origine en terme de distance, comme nous l'indiquons sur la figure 8.3.

Déterminer cette distance se fait après avoir replacé les retards cumulés sur une échelle de 0 à 100, comme nous le faisons pour les temps de parcours. Le rapport est effectué en isolant le retard cumulé maximum  $c'_{max}$  sur l'ensemble de solutions à une

instance. La distance de chaque point  $i(D, V)$  à l'origine vaut :

$$\|\vec{O}_i\| = \sqrt{\left(\frac{D_i}{c'_{max}} \times 100\right)^2 + V_i^2}$$

Ainsi, nous calculons le meilleur compromis de chaque configuration pour une même instance, puis nous classons ces compromis entre eux, au moyen du même procédé consistant à rapporter les retards des points sur une échelle de 1 à 100. Les classements moyens obtenus par modèle figurent sur les tableaux 8.3(a,b,c).

### 8.4.2 Analyse des modèles gravitaires

#### Les moyennes

La répartition des configurations se fait par moyenne dans les deux cas.

Pour le modèle gravitaire 1, les configurations construites sur la moyenne harmonique arrivent en tête. La moyenne géométrique semble intermédiaire et la moyenne arithmétique la moins performante, bien qu'il faille nuancer ce dernier propos : les configurations de type  $(G \times L_\infty)$  se détachent de la tendance générale de la moyenne géométrique (bas de classement).

Dans le second modèle, les moyennes structurent également la répartition des configurations. La moyenne harmonique est à nouveau la plus performante avec ses configurations en tête du classement, à l'exception de  $I \times H \times L_\infty$ , qui est paradoxalement en bas de classement. Pour sa part, la moyenne arithmétique occupe cette fois la position intermédiaire dans le classement, lui-même terminé par les configurations à base de moyenne géométrique.

#### Les normes

Les normes montrent également une tendance à se regrouper.

Pour le premier modèle gravitaire, nous notons les faibles performances de la norme  $L_\infty$ , qui se retrouve globalement en bas de classement pour chacune des configurations intermédiaires :  $(H \times L_\infty)$ ,  $(G \times L_\infty)$  ( $M_1 \times L_\infty$ ). Les normes  $L_1$  et  $L_2$  ont tendance également à se regrouper, mais leurs performances respectives dépendent de la moyenne avec laquelle elle sont couplées.



Dans le second modèle gravitaire, la norme  $L_\infty$  observe également de faibles performances, tandis que les normes  $L_1, L_2$  occupent la tête du classement à l'exception de deux cas :  $(P \times H \times L_\infty)$  et  $(C \times H \times L_\infty)$

### Les unités spatiales

Dans le premier modèle, nous n'observons pas de regroupement par unité, alors que dans le second modèle, nous voyons apparaître des regroupements. Ces regroupements sont évidemment dépendants des regroupements déjà établis selon les moyennes et les normes.

#### 8.4.3 Analyse du modèle aléatoire

Contrairement aux modèles gravitaires, les moyennes jouent un rôle secondaire dans la répartition des configurations. Celle-ci semble en effet se réaliser autour des unités spatiales d'une part et des normes d'autre part.

Concernant les unités spatiales, si auparavant nous observions des répartitions dans l'ordre successif : points - communes - IRIS, nous avons cette fois-ci un ordre : communes - IRIS - points. Les structures agrégées se hissent en tête de classement.

Les configurations à base de normes  $L_1, L_2$  n'ont pas tendance à se grouper alors que celles à base de norme  $L_\infty$  sont systématiquement, ou presque, les moins performantes par unité spatiale :  $(C \times M_q \times L_\infty)$ ,  $(I \times M_q \times L_\infty)$ ,  $(P \times M_q \times L_\infty)$ .

#### 8.4.4 Interprétation

Les différences notables dans le classement des configurations entre les modèles gravitaires et le modèle aléatoire nous conduisent à nouveau à souligner l'impact de la configuration territoriale dans la méthode d'optimisation.

Dans le cadre d'un modèle gravitaire, nous notons que les meilleures performances pour trouver un compromis entre véhicules et retards sont atteintes avec la moyenne harmonique. Néanmoins le niveau intermédiaire atteint par la moyenne arithmétique dans le deuxième classement vient probablement du fait que les requêtes dans ce cas se concentrent moins autour des trois pôles attracteurs du Pays de Montbéliard.

Concernant les normes, clairement, la norme  $L_\infty$  ne fait pas ses preuves, même si des configurations l'utilisant parviennent à se hisser dans le classement. Les normes  $L_1, L_2$  semblent plus adaptées dans la recherche de compromis véhicules/retards.

Le fait important relevé dans le modèle aléatoire réside dans l'importance de la structure agrégée, à privilégier finalement dans ce cas de figure, pour trouver un compromis entre véhicules et retards dans le cadre d'une structure homogène. Si agréger au niveau des communes ou des IRIS ne favorise pas la recherche de meilleurs chemins pour minimiser les temps de parcours ou réduire les véhicules, ce procédé écarte toutefois les détours générateurs de retards trop importants.

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
3	0	8	P	H	L2
3	0	9	P	H	L1
4	0	11	C	H	L1
4	0	13	I	H	L1
5	1	18	C	H	L2
5	1	24	I	H	L2
6	0	15	P	H	Linf
8	0	20	I	H	Linf
8	4	15	I	G	L1
9	4	19	C	H	Linf
10	3	20	P	G	L1
10	5	17	C	G	L1
11	0	21	P	G	L2
11	6	16	C	G	L2
11	7	20	I	G	L2
15	6	21	P	M1	L2
16	11	25	C	M1	L2
17	10	24	I	M1	L2
18	10	24	P	M1	L1
18	14	26	C	M1	L1
19	11	26	I	M1	L1
19	12	24	I	G	Linf
20	13	25	C	G	Linf
20	15	26	P	M1	Linf
22	12	26	P	G	Linf
22	20	26	I	M1	Linf
23	16	26	C	M1	Linf

(a) Gravitaire 1

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
2	0	7	P	H	L2
4	0	15	P	H	Linf
5	0	25	P	H	L1
5	1	15	C	H	L1
7	1	15	C	H	L2
7	1	20	C	H	Linf
8	0	22	I	H	L2
10	0	16	I	H	L1
10	3	16	C	G	L2
10	4	17	I	M1	L2
11	3	24	P	M1	L2
11	5	18	C	M1	L2
12	0	24	P	G	L1
13	4	24	P	M1	L1
13	6	21	C	G	L1
14	2	26	P	G	L2
16	7	21	C	M1	L1
16	7	25	I	M1	L1
16	8	23	I	M1	Linf
17	12	25	P	M1	Linf
17	9	23	C	M1	Linf
18	11	26	I	G	L1
18	3	25	P	G	Linf
19	11	26	I	G	L2
19	8	25	C	G	Linf
20	4	26	I	H	Linf
23	17	26	I	G	Linf

(b) Gravitaire 2

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
4	0	13	C	M1	L2
4	0	18	C	G	L2
5	0	11	C	G	L1
5	0	12	C	H	L1
5	2	16	C	H	L2
6	1	15	C	M1	L1
7	0	14	I	G	L1
8	1	17	I	M1	L2
9	0	15	I	H	L1
9	3	13	I	M1	L1
10	2	17	I	H	L2
11	1	16	I	M1	Linf
11	4	19	I	G	L2
14	4	22	C	M1	Linf
14	6	19	I	H	Linf
14	8	21	I	G	Linf
15	0	24	C	H	Linf
15	0	24	P	M1	L2
16	1	24	P	M1	L1
16	1	26	P	G	L2
17	4	23	P	H	L1
17	8	21	C	G	Linf
18	7	25	P	G	L1
20	16	26	P	H	L2
21	9	25	P	M1	Linf
23	18	26	P	G	Linf
25	20	26	P	H	Linf

(c) Aléatoire

**TAB. 8.3:** Recherche du meilleur compromis véhicules/retards : classement moyen des performances des 27 configurations sur trois modèles, avec 10 instances par modèle.

## 8.5 Analyse des distributions de solutions

La minimisation du nombre de véhicules et la recherche de compromis véhicules / temps ou véhicules/retards consistent à chercher et à isoler les meilleurs individus. L'analyse que nous développons ici, revient à étudier la distribution dans son ensemble. En effet, d'un point de vue statistique, le point retenu lors des précédentes études peut ne pas être représentatif de la tendance des solutions issues de la configuration d'optimisation, tandis qu'ici nous cherchons à comparer les distributions entre elles selon des indicateurs de notre choix. Intrinsèquement, l'approche stochastique prônée par les AG explore un ensemble de solutions possibles et il convient de s'intéresser aussi aux positions relatives de ces ensembles de solutions selon les configurations spatiales et le choix des métriques.

Graphiquement, la qualité d'une distribution de solutions correspond à la distance du nuage à l'origine du diagramme (fig. 8.4). Plus le nuage est proche de l'origine, meilleur il est. Néanmoins nous devons faire attention à l'échelle des temps (resp. retards).

La comparaison des nuages se fait donc en deux temps. Premièrement, nous identifions le point moyen ( $\lambda$  : barycentre) d'une distribution de  $n$  solutions  $\Lambda = \{i(V, T)\}$  :

$$\lambda = \left( \frac{\sum_i^n V_i}{n}, \frac{\sum_i^n T_i}{n} \right)$$

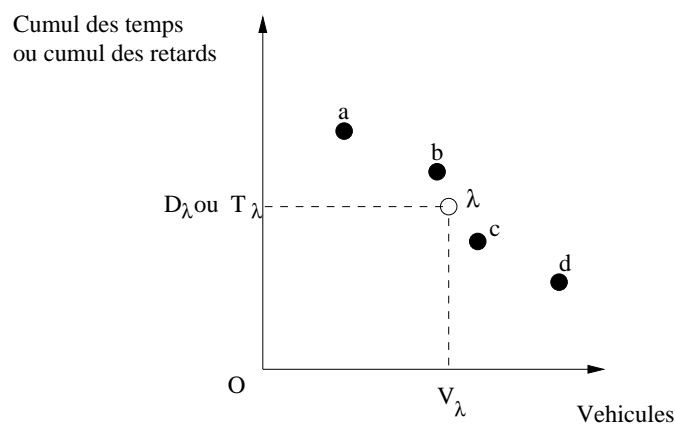


FIG. 8.4: Détermination du barycentre  $\lambda$  d'un nuage de solutions  $\Lambda = \{a, b, c, d\}$

Puis, nous comparons entre eux les barycentres de chaque solution d'une même instance (fig. 8.5). C'est à ce niveau que la remise à l'échelle est déterminante. Nous isolons préalablement le barycentre ayant le plus grand cumul de temps (resp. retards),

$c_{max}$  puis nous déterminons la distance de chaque point  $\lambda$  à l'origine :

$$\|\vec{O\lambda}\| = \sqrt{\left(\frac{T_\lambda}{c_{max}} \times 100\right)^2 + V_\lambda^2}$$

Le barycentre le plus proche de l'origine indique le nuage globalement le plus proche.

Évidemment, cette notion de proximité doit être manipulée avec précaution en raison de tous les biais inhérents aux calculs de moyennes (faible ou forte variance ? dispersion des solutions ?...). À cette fin, nous complétons notre étude avec des éléments statistiques présents dans les tableaux 8.5 et 8.7, décrivant pour chaque configuration la *meilleure distribution* relevée. Par exemple, la meilleure configuration relevée pour le modèle gravitaire 1 (cf. tab. 8.4, configuration  $(P \times M_1 \times L_\infty)$ ), qui a pour classement moyen 1, permet sur au moins une instance d'être la plus performante (Min.= 0 correspond au meilleur classement relevé sur l'ensemble des instances). C'est donc la distribution de solutions obtenue sur cette instance et dans cette configuration que nous analysons dans le tableau 8.5 sur la ligne correspondante (dans ce cas, la première).

Les tableaux 8.5 et 8.7 ont pour vocation de nous renseigner sur la forme de la distribution à travers les éléments statistiques suivants :

- $\min(V)$ ,  $\max(V)$ , les minimum et maximum de véhicules relevés ;
- $\min(T)$ ,  $\max(T)$ , (resp.  $\min(D)$ ,  $\max(D)$ ), les minimum et maximum de temps de parcours cumulés (resp. retards cumulés) observés ;
- $\bar{V}$ , le nombre moyen de véhicules ;
- $\bar{T}$ , (resp.  $\bar{D}$ ), la moyenne des temps de parcours cumulés (resp. retards cumulés) ;
- $\sigma(V)$ , l'écart-type des nombres de véhicules ;
- $\sigma(T)$  (resp.  $\sigma(D)$ ), l'écart-type des temps de parcours cumulés (resp. retards cumulés).

Nous procédons d'abord à l'analyse des distributions véhicules/temps puis à celle des véhicules/retards.

### 8.5.1 Distributions véhicules/temps

Les résultats présentés dans les tableaux 8.4(a,b,c) proviennent des mêmes solutions des jeux d'instances utilisés pour rechercher les meilleurs compromis. Pour rappel, le premier tableau concerne le modèle gravitaire 1, le deuxième tableau le second modèle gravitaire et le dernier tableau rassemble les résultats issus d'instances aléatoires dans l'espace géographique.

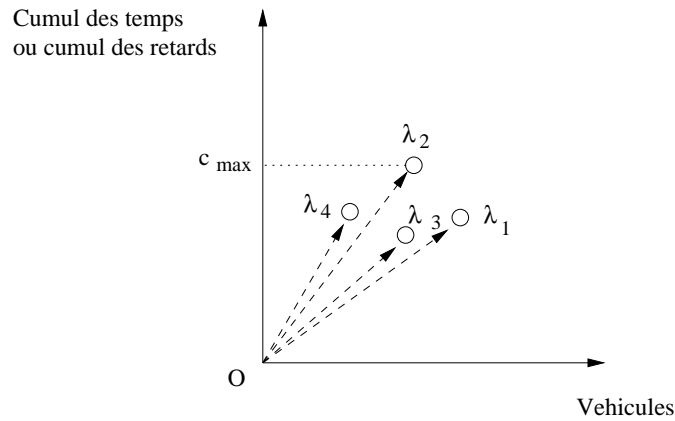


FIG. 8.5: Recherche du barycentre  $\lambda$  le plus proche de l'origine, après remise à l'échelle (à l'aide de  $c_{max}$ )

À titre d'illustration, la figure 8.6 indique les barycentres de trois distributions de solutions issues d'une même instance du premier modèle gravitaire.

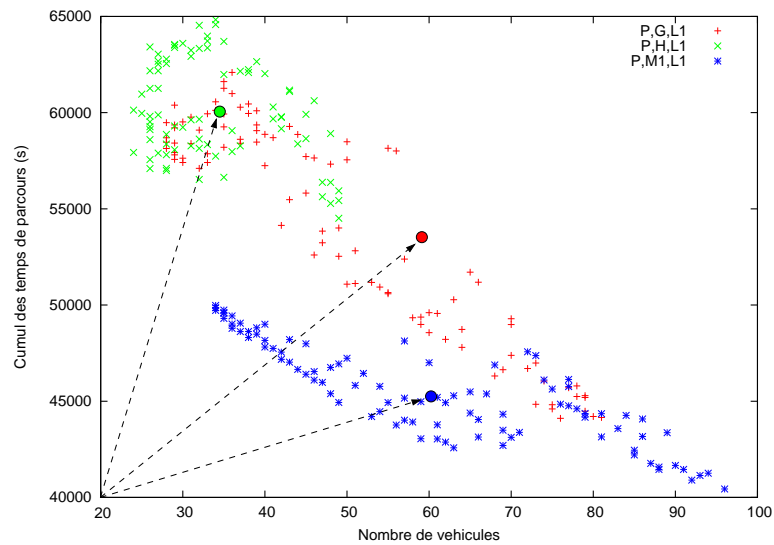


FIG. 8.6: Barycentres de trois distributions de solutions :  $(P \times M_1 \times L_1)$  en bleu,  $(P \times G \times L_1)$  en rouge et  $(P \times H \times L_1)$  en vert

## Modèles gravitaires

**Répartition des configurations.** Pour les deux modèles, la répartition des configurations se fait en blocs autour des moyennes, l'arithmétique en tête, suivie de la géométrique et l'harmonique en dernier.

Pour le modèle 1, nous observons une similitude des répartitions des normes entre les moyennes arithmétique et géométrique : norme  $L_\infty$  en tête, suivie de la norme  $L_1$  puis de la norme  $L_2$ . Même si pour la moyenne géométrique, le classement est plus nuancé, la norme  $L_1$  semble bien intermédiaire aux normes  $L_\infty$  et  $L_2$ . Dans le sous-groupe que constitue la moyenne harmonique, les normes se répartissent différemment et la tendance semble être la suivante : norme  $L_1$  en tête, suivie de la norme  $L_2$  et la norme  $L_\infty$  ferme le classement.

Si nous considérons les unités spatiales, toujours dans le même modèle, celles-ci ne semblent pas avoir de rôle structurant, à l'instar de la recherche du meilleur compromis véhicules/temps.

Pour le second modèle, la répartition des normes est vraiment différente et plus nuancée, d'ailleurs nous pouvons difficilement y discerner une tendance. Néanmoins, nous observons une répartition selon les unités spatiales au sein même de chaque sous-groupe (par moyenne). Pour les sous-groupes constitués des moyennes arithmétique et géométrique, les configurations à base de points sont en tête, suivies de celles construites sur les agrégats (communes puis IRIS). Pour la moyenne harmonique, les configurations à base de communes et de points se partagent la tête du classement du sous-groupe, tandis que les configurations construites sur les IRIS demeurent moins performantes comme avec les autres moyennes.



Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
1	0	5	P	M1	Linf
1	0	6	C	M1	Linf
2	0	3	I	M1	Linf
3	0	6	P	M1	L1
4	0	7	I	M1	L1
4	3	7	C	M1	L1
5	3	8	P	M1	L2
6	1	8	I	M1	L2
6	6	8	C	M1	L2
11	9	22	P	G	Linf
12	11	15	I	G	Linf
13	9	18	C	G	L1
13	9	22	P	G	L2
13	10	15	P	G	L1
14	11	20	C	G	Linf
15	9	21	I	G	L1
15	11	20	I	G	L2
16	9	23	C	G	L2
18	13	24	I	H	L1
20	12	26	P	H	L1
20	16	23	P	H	L2
21	10	26	C	H	L2
21	16	25	I	H	Linf
21	17	25	I	H	L2
21	17	26	C	H	L1
21	17	26	C	H	Linf
23	20	26	P	H	Linf

(a) Gravitaire 1

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
0	0	2	P	M1	Linf
1	0	8	P	M1	L1
2	1	4	P	M1	L2
4	1	6	C	M1	L1
4	1	8	C	M1	Linf
4	3	7	I	M1	Linf
5	2	8	I	M1	L2
5	4	8	C	M1	L2
6	2	8	I	M1	L1
10	9	13	P	G	Linf
11	9	15	P	G	L2
12	9	16	C	G	L1
12	9	18	P	G	L1
13	10	23	C	G	Linf
15	11	21	C	G	L2
15	12	19	I	G	L2
15	12	21	I	G	L1
18	11	24	I	G	Linf
18	12	26	C	H	L1
19	10	25	P	H	Linf
19	13	24	C	H	L2
19	15	26	P	H	L2
21	15	26	C	H	Linf
21	18	25	P	H	L1
22	19	25	I	H	L1
23	19	26	I	H	Linf
23	21	26	I	H	L2

(b) Gravitaire 2

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
1	0	3	P	G	Linf
2	0	5	P	M1	Linf
2	0	7	P	G	L1
3	0	6	P	M1	L1
3	0	8	P	H	Linf
4	1	8	P	M1	L2
5	1	8	P	H	L2
5	2	9	P	G	L2
6	5	9	P	H	L1
10	9	15	C	M1	L1
11	9	14	C	G	Linf
12	10	16	C	G	L1
13	8	16	C	M1	L2
13	8	20	C	H	Linf
13	10	17	C	G	L2
13	10	17	C	M1	Linf
14	9	23	C	H	L1
14	10	17	C	H	L2
19	16	26	I	M1	L1
20	17	24	I	M1	L2
20	18	23	I	G	L2
21	18	24	I	G	L1
22	18	26	I	H	L1
22	18	26	I	H	L2
22	18	26	I	M1	Linf
23	19	26	I	G	Linf
23	20	26	I	H	Linf

(c) Aléatoire

**TAB. 8.4:** Classement qualitatif des distributions véhicules/temps : classement moyen des performances des 27 configurations sur trois modèles, avec 10 instances par modèle.

**Description des distributions de solutions.** Le tableau 8.5 fournit un ensemble d'indicateurs pour décrire les formes des distributions de solutions. Les minimum et maximum de véhicules mettent en évidence l'étirement de la distribution sur l'axe des abscisses, tandis que les minimum et maximum des temps de parcours cumulés indique l'étirement sur l'axe des ordonnées.

Nous constatons à travers ces indicateurs que les formes des distributions issues de configurations à base de moyennes arithmétique et géométrique sont plus étendues, étirées entre les deux objectifs, que ne le sont les distributions basées sur la moyenne harmonique. Par exemple, pour le premier modèle gravitaire, les configurations  $(P \times M_1 \times L_1)$  et  $(I \times G \times L_1)$  ont des extrema sur les véhicules, respectivement, 32-97 et 28-82. Si nous examinons une configuration à base de moyenne harmonique, par exemple la configuration  $C \times H \times L_2$ , sa distribution voit ses extrema situés à 30-50.

Cet effet d'étirement sur l'axe des ordonnées est confirmé par les écart-types plus grands que ceux des moyennes harmoniques. Les écarts-types des deux configurations énoncées (arithmétique et géométrique) s'élèvent, respectivement, à 19.0570 et 15.2996. L'écart-type observé pour la distribution construite à base d'une moyenne harmonique s'élève à 5.39907, une valeur bien inférieure à celles des deux autres configurations.

De la même manière, nous analysons les extrema des temps de parcours ainsi que les écarts-types pour les mêmes configurations. Ainsi, les distributions issues de configurations basées sur les moyennes arithmétique et harmonique ont des écarts-types quasiment similaires et plus faibles que ceux relevés lors de l'analyse des moyennes géométriques.

Globalement, si nous devons caractériser les formes et positionnements des nuages, ceux des configurations arithmétiques et géométriques s'étirent entre les deux axes, tandis que ceux de la moyenne harmonique conservent des formes compactes et resserrées.

### Modèle aléatoire

Ici, les moyennes n'ont pas le même effet structurant que pour les modèles gravitaires. Les répartitions se font en blocs par unité spatiales : en tête les configurations à base de points, suivies de celles construites sur les agrégats par commune, et enfin celles à base d'IRIS.

La répartition des normes semble pour sa part plus délicate à analyser et plus nuancée. Il n'y a pas vraiment de tendance nette.

De plus, si nous examinons les résultats des meilleures distributions véhicules/-temps dans le tableau 8.5, nous constatons la faible variabilité des formes des nuages. Celle-ci est confirmée par de faibles variations dans les écarts-types  $\sigma(V)$  et  $\sigma(T)$ , dans les minima et dans les maxima.

### Interprétation

Globalement, les répartitions des configurations sont tout à fait similaires à celles rencontrées lors de l'étude sur la recherche des meilleurs compromis véhicules/temps (cf. section 8.3). Dans le cadre des modèles gravitaires, nous pouvons même parler de quasi-mimétisme dans la répartition des configurations entre les distributions et les compromis. Cela confirme le classement pour ces instances, puisque les nuages de solutions, dans leur ensemble, se comportent comme les meilleures solutions prises individuellement.

Pour le modèle aléatoire, nous notons le même effet structurant des unités spatiales avec, dans l'ordre, le point, puis la commune et enfin l'IRIS. Comme nous l'avons souligné préalablement, en raison de l'homogénéité spatiale des demandes, due au caractère aléatoire de leurs générations, ce sont les points et communes qui sont privilégiés en raison, pour les premiers, de la totale connectivité du graphe offrant plus de chemins potentiels, et pour les secondes, de la forte connectivité à l'intérieur même de la structure.

À ce niveau d'analyse et au vu des premiers résultats affichés, nous pouvons associer des configurations d'optimisation à des objectifs. Si la minimisation des temps de parcours caractérise un objectif environnemental par exemple, alors la moyenne arithmétique semble la plus à même de remplir cette tâche, couplée à la norme  $L_\infty$  avec un graphe construit points-à-points :  $(P \times M_1 \times L_\infty)$ , pour les cas des instances des modèles (gravitaires 1 et 2, et aléatoire) testés.

Néanmoins, cette performance ne peut être atteinte sans que cela ne se fasse au détriment des retards comme nous le voyons dans la sous-section suivante.

## Chapitre 8. Impact des métriques dans l'optimisation

Modèle gravitaire 1								
Config.	min(V)	max(V)	min(T)	max(T)	$\bar{V}$	$\bar{T}$	$\sigma(V)$	$\sigma(T)$
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	30	95	34236	44982	56.89	40439.5	18.5806	2406.6
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	32	97	38764	48364	60.24	43355.1	19.7778	2332.05
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	33	93	35752	48198	58.72	42448.7	17.5055	3123.41
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	32	97	37636	45806	57.65	41396.2	19.057	2310.09
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	32	95	38610	49752	58.63	43703.5	18.3203	3001.2
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	34	96	34506	45914	59.15	41015.3	18.7656	2835.47
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	33	97	40684	49794	59.92	45788.6	18.5352	2425.34
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	33	96	37102	45982	57.57	41731.5	17.6314	2181.4
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	36	94	35838	50340	61.98	43839.8	15.8613	3681.66
(P × G × L <sub>∞</sub> )	27	83	41820	56984	45.4	50929.7	16.0237	3359.62
(I × G × L <sub>∞</sub> )	30	87	39140	57366	52.69	51819.4	16.074	4878.56
(C × G × L <sub>1</sub> )	27	86	37978	55236	48.31	49496.6	17.5566	5131.02
(P × G × L <sub>2</sub> )	28	77	42238	59518	46.1	53532.3	14.7909	4739.25
(P × G × L <sub>1</sub> )	28	81	44112	62092	49.04	54173	16.5287	5520.22
(C × G × L <sub>∞</sub> )	27	83	41508	58804	48.33	52839.2	15.7576	4189.54
(I × G × L <sub>1</sub> )	28	82	40578	57648	47.96	52172.7	15.2996	4309.51
(I × G × L <sub>2</sub> )	28	85	40100	60172	49.84	53775.9	16.6341	5723.52
(C × G × L <sub>2</sub> )	31	87	38256	55636	54.17	49405.2	16.0107	5303.7
(I × H × L <sub>1</sub> )	26	48	51442	60872	34.36	57058.1	5.62942	2286.95
(P × H × L <sub>1</sub> )	24	49	55280	64834	33.81	60031.4	7.70674	2561.78
(P × H × L <sub>2</sub> )	25	46	53236	63172	33.72	58636.2	5.4094	2758.18
(C × H × L <sub>2</sub> )	30	50	49276	57522	37.9	54374.9	5.39907	2020.31
(I × H × L <sub>∞</sub> )	28	44	52122	64614	34.95	59410.6	4.05802	3249.79
(I × H × L <sub>2</sub> )	28	46	51120	62054	36.57	57842.7	5.19087	3149.3
(C × H × L <sub>1</sub> )	29	47	54518	62954	36.19	58086.7	4.83466	1982.24
(C × H × L <sub>∞</sub> )	26	51	50396	62056	36.63	57887.1	7.36974	2943.16
(P × H × L <sub>∞</sub> )	25	45	55894	66374	34.32	61709.3	5.35888	2822.84

Modèle gravitaire 2								
Config.	min(V)	max(V)	min(T)	max(T)	$\bar{V}$	$\bar{T}$	$\sigma(V)$	$\sigma(T)$
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	33	99	29400	36300	58.78	32832.9	18.6545	1974.98
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	28	100	33706	43296	53.74	37835.4	20.7189	2651.44
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	32	100	29918	37534	57.35	33423.8	18.8904	2223.19
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	38	93	30882	41140	56.9	35603.8	14.9756	2993.99
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	36	93	32832	43466	59.58	37043.2	15.9419	2690.11
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	35	100	29896	37786	60.18	32856	17.8457	2548.17
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	35	94	30330	39998	55.62	34496.7	16.6828	2762.04
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	34	94	32630	43894	60.25	37920.7	17.0771	3009.83
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	32	99	34276	45540	57.8	37995.4	17.7674	3149.91
(P × G × L <sub>∞</sub> )	26	81	34628	47900	44.8	43848	14.4575	3244.23
(P × G × L <sub>2</sub> )	19	64	34762	45544	34.67	41451.2	13.0966	2413.1
(C × G × L <sub>1</sub> )	29	83	39206	53050	51.09	47470.1	15.664	3990.82
(P × G × L <sub>1</sub> )	24	74	39662	51790	42.69	48070.6	14.7978	3227.02
(C × G × L <sub>∞</sub> )	32	85	38386	50746	51.02	46757.9	14.735	3215.94
(C × G × L <sub>2</sub> )	33	86	33148	45710	54.32	41271.9	14.8404	3416.97
(I × G × L <sub>2</sub> )	29	77	46134	55086	48.19	51678.3	13.9231	1804.48
(I × G × L <sub>1</sub> )	30	84	40600	53390	49.79	48032	16.0227	3752.34
(I × G × L <sub>∞</sub> )	27	77	34066	42974	44.25	40102.3	14.3857	2434.38
(C × H × L <sub>1</sub> )	30	53	45862	53086	39.45	49958.6	6.98624	1886.31
(P × H × L <sub>∞</sub> )	23	47	44048	49184	30.88	47357.1	6.59284	1335.79
(C × H × L <sub>2</sub> )	26	43	41894	46176	32.25	44046.5	4.86903	993.937
(P × H × L <sub>2</sub> )	23	47	41668	45366	31.24	43814.8	7.42175	707.733
(C × H × L <sub>∞</sub> )	23	43	40982	47464	30.97	45083.5	5.0328	1332.9
(P × H × L <sub>1</sub> )	23	47	52936	57468	30.95	55657.3	6.71919	1239.98
(I × H × L <sub>1</sub> )	29	55	49458	54364	38.81	52234.3	7.70934	1084.77
(I × H × L <sub>∞</sub> )	28	52	46230	51210	36.92	47804.7	6.36503	1175.9
(I × H × L <sub>2</sub> )	27	52	46704	52300	37.46	50108.7	7.37485	1471.03

Modèle aléatoire								
Config.	min(V)	max(V)	min(T)	max(T)	$\bar{V}$	$\bar{T}$	$\sigma(V)$	$\sigma(T)$
(P × G × L <sub>∞</sub> )	56	100	70668	88350	73.8	74941.5	13.1316	4709.9
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	53	100	68022	86178	73.42	72750.4	13.6968	5210.94
(P × G × L <sub>1</sub> )	52	99	73248	96162	71.01	79617.1	13.9603	6267.54
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	61	99	70458	85484	76.63	74575.4	11.3971	3990.68
(P × H × L <sub>∞</sub> )	56	82	70774	80532	67.53	74472.4	7.47858	2193.94
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	54	99	71182	90464	72.53	76227	13.3607	5354.96
(P × H × L <sub>2</sub> )	54	100	73048	91454	73.89	78225.7	13.5815	5288.67
(P × G × L <sub>2</sub> )	61	100	71836	88350	75.97	75866	11.4407	4398.02
(P × H × L <sub>1</sub> )	54	100	72328	86178	71.82	75213.4	13.257	3535.29
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	64	100	71912	86178	78.68	75377.4	9.86395	3669.83
(C × G × L <sub>∞</sub> )	68	100	71958	88350	80.42	76514.5	9.71306	4659.37
(C × G × L <sub>1</sub> )	67	99	74056	92188	80.59	79543.1	9.17725	4943.98
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	61	99	75580	96162	76.31	81620.8	11.3258	5638.98
(C × H × L <sub>∞</sub> )	63	100	74896	91454	79.39	79591.9	10.4679	4717.28
(C × G × L <sub>2</sub> )	67	100	72454	88350	80.04	76696.8	9.69321	4287.02
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	66	100	71498	86178	80.71	75805	10.1176	4345.93
(C × H × L <sub>1</sub> )	64	100	71238	87952	79.9	76335.7	9.81275	4537.73
(C × H × L <sub>2</sub> )	69	100	72420	85620	82.14	76514.2	8.87809	3555.05
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	72	100	72124	86178	82.76	75945.3	7.90964	3789.57
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	68	100	77100	91454	81.38	81099.2	9.74554	4196.3
(I × G × L <sub>2</sub> )	70	99	71148	87242	82.31	76101.4	8.48728	4605.63
(I × G × L <sub>1</sub> )	72	100	79914	96462	82.61	84316.4	8.07947	4479.05
(I × H × L <sub>1</sub> )	82	100	78818	88350	87.97	80906.3	4.88151	2317.35
(I × H × L <sub>2</sub> )	74	99	76814	90464	83.99	80179.3	7.4813	3857.18
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	73	99	75354	92188	84.26	80960.7	7.87226	4680.93
(I × G × L <sub>∞</sub> )	74	100	76318	92440	84.76	81065.4	7.35543	4300.36
(I × H × L <sub>∞</sub> )	78	100	75842	85620	87.92	79167.4	5.94421	2719.37

Tab. 8.5: Détails des meilleures distributions V/T relevées par configuration

### 8.5.2 Distributions véhicules/retards

De façon similaire à la recherche de barycentres des distributions de solutions véhicules/temps, nous identifions les barycentres des distributions de solutions véhicules/retards pour les comparer selon la même méthode de classement.

La figure 8.7 illustre les barycentres des distributions de solutions véhicules/retards pour trois configurations.

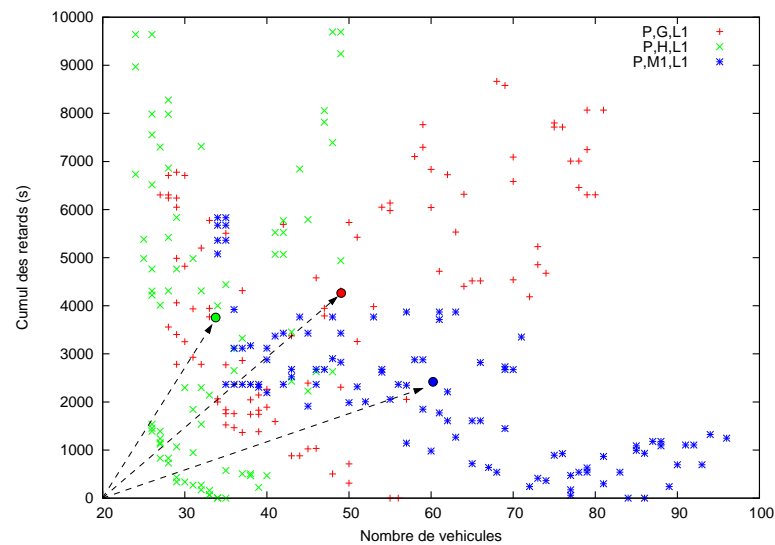


FIG. 8.7: Barycentres de trois distributions de solutions :  $(P \times M_1 \times L_1)$  en bleu,  $(P \times G \times L_1)$  en rouge et  $(P \times H \times L_1)$  en vert

Comme auparavant, nous analysons d'abord les résultats issus des modèles gravitaires (tab. 8.6(a,b)) puis ceux issus du modèle aléatoire (tab. 8.6(c)).

#### Modèles gravitaires

**Répartition des configurations.** Pour le premier modèle, nous remarquons le double regroupement des configurations à la fois par moyenne et par norme. En effet, nous distinguons deux grands sous-groupes :

- les configurations aux normes  $L_1, L_2$ , qui occupent conjointement le haut du classement ;
- les configurations à la norme  $L_\infty$ , qui sont presque toutes en bas de tableau.

Ensuite, à l'intérieur de chacun de ces sous-groupes, nous retrouvons une classification par moyenne : moyennes harmoniques en tête, géométriques en positions intermédiaires et les arithmétiques en queue.

Pour le second modèle gravitaire, les regroupements se font plutôt par moyenne et par unité spatiale. Les configurations à base de moyenne harmonique s'avèrent plus performantes, bien que trois d'entre elles affichent de moins bons résultats, chacune basée sur l'IRIS :

- $(I \times H \times L_2)$ ;
- $(I \times H \times L_1)$ ;
- $(I \times H \times L_\infty)$ .

Les configurations aux moyennes géométriques et harmoniques suivent dans le classement et occupent des positions intermédiaires en termes de résultats.

Les normes n'ont, quant à elles, pas le même rôle structurant que les moyennes et les unités spatiales. Aussi, nous n'observons pas directement dans ce cas de tendances se dégageant particulièrement.

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
5	0	26	I	H	L2
6	0	20	P	H	L2
6	0	26	C	H	L1
8	1	24	C	H	L2
9	0	25	P	G	L2
9	2	24	I	H	L1
9	3	20	C	G	L1
9	3	24	I	G	L1
10	2	24	I	G	L2
11	1	25	P	G	L1
11	3	18	P	M1	L2
11	4	22	C	G	L2
11	7	18	C	M1	L1
12	5	23	C	M1	L2
12	7	20	I	M1	L1
13	0	26	P	H	Linf
13	2	25	P	H	L1
13	6	16	P	M1	L1
13	6	22	I	M1	L2
14	0	26	I	H	Linf
15	3	26	C	H	Linf
19	7	25	C	G	Linf
19	15	25	I	M1	Linf
19	16	24	P	M1	Linf
20	8	26	I	G	Linf
20	13	24	C	M1	Linf
22	11	26	P	G	Linf

(a) Gravitaire 1

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
5	0	22	C	H	L2
6	0	18	C	H	L1
6	0	18	P	H	L2
7	1	21	C	G	L2
8	0	26	C	H	Linf
9	0	23	P	H	Linf
10	0	24	P	H	L1
10	1	24	C	G	L1
10	3	17	P	M1	L1
10	5	22	P	M1	Linf
11	2	24	P	G	L2
11	4	20	P	M1	L2
12	6	16	I	M1	L2
13	1	25	P	G	L1
13	3	26	P	G	Linf
13	7	18	C	M1	L2
13	8	19	I	M1	Linf
13	8	21	C	M1	L1
14	2	23	C	G	Linf
14	6	20	C	M1	Linf
16	0	25	I	H	L2
16	4	25	I	G	L1
16	10	21	I	M1	L1
17	5	26	I	G	L2
19	13	25	I	H	L1
22	16	26	I	G	Linf
23	11	26	I	H	Linf

(b) Gravitaire 2

Pos.	Min.	Max.	Agr.	Moy.	Norme
4	0	10	I	M1	L1
5	1	13	C	M1	L2
6	1	14	C	G	L1
6	1	17	C	G	L2
6	2	13	I	M1	L2
7	0	15	C	M1	L1
7	1	14	I	G	L1
8	0	19	I	H	L2
8	0	23	I	H	L1
8	4	15	I	G	L2
9	0	15	C	H	L1
9	2	20	I	M1	Linf
10	1	20	C	H	L2
10	2	13	C	M1	Linf
12	6	18	I	G	Linf
14	6	21	I	H	Linf
15	1	22	P	M1	L1
15	3	20	P	M1	L2
16	3	22	P	G	L2
16	9	23	C	G	Linf
16	9	23	C	H	Linf
18	0	24	P	G	L1
19	3	23	P	H	L1
20	12	25	P	H	L2
23	20	25	P	M1	Linf
25	24	26	P	G	Linf
25	24	26	P	H	Linf

(c) Aléatoire

**TAB. 8.6:** Classement qualitatif des distributions véhicules/retards : classement moyen des performances des 27 configurations sur trois modèles, avec 10 instances par modèle.



**Description des distributions de solutions.** Le tableau 8.7 indiquent pour les deux modèles gravitaires une grande variabilité dans les formes des nuages de solutions selon la moyenne dont elles sont issues.

Si nous considérons les configurations à base de moyenne harmonique, les distributions associées ont des formes plus compactes, à en juger les plus faibles écarts-types  $\sigma(V)$  et  $\sigma(D)$ , voire les moyennes  $\bar{V}$  et  $\bar{D}$ , et les faibles écarts entre les minima et les maxima.

En revanche, les distributions issues de configurations basées sur les moyennes géométrique et arithmétique ont des formes beaucoup plus étirées. Les écarts-types et moyennes plus grands, ainsi que de plus forts écarts entre les minima et les maxima de ces distributions viennent confirmer cet étirement.

### Modèle aléatoire

L'unité spatiale joue le rôle structurant dans le classement des configurations. Celles basées sur des agrégats (IRIS ou communes) occupent le haut du tableau. À l'exception notable des configurations  $(C \times G \times L_\infty)$  et  $(C \times H \times L_\infty)$ , elles sont toutes plus performantes que celles basées sur le point.

Les deux configurations énoncées et basées sur la norme  $L_\infty$  montrent la faiblesse de cette norme à favoriser la limitation des retards, puisque d'une manière générale, les configurations utilisant ladite norme sont toutes les moins performantes de chaque classement intermédiaire (par unité spatiale) : les trois dernières configurations du classement du groupe IRIS ou du groupe commune, ou encore du groupe point sont chacune basée sur une norme  $L_\infty$ .

Les normes  $L_1$  et  $L_2$  semblent avoir des comportements similaires au vu de leurs performances. Elles se démarquent en cela clairement de la norme  $L_\infty$ .

Concernant les meilleures distributions relevées (cf. tab. 8.7), nous notons une relative variabilité dans la forme des nuages, notamment sur les moyennes. Les différences sur les écarts-types demeurent moins grandes que celles enregistrées pour les modèles gravitaires.

### Interprétation

Tout comme les distributions des configurations véhicules/temps présentaient une forte similitude dans leurs répartitions par rapport aux compromis véhicules/temps,

nous pouvons dire ici qu'il en est quasiment de même entre les répartitions des distributions et des compromis véhicules/retards, même si la ressemblance n'est pas aussi marquée (notamment pour le modèle gravitaire 2). De fait, nous confirmons à nouveau la validité des classements par la cohérence entre les meilleures solutions et les positions relatives des nuages de solutions.

Au vu de ces résultats, nous pouvons dire que si l'objectif principal d'une AOT consiste à satisfaire les clients et donc à les pénaliser le moins possible en termes de retard, alors la configuration la plus pertinente dans ce cas est d'utiliser la moyenne harmonique, couplée soit à la norme  $L_1$ , soit la norme  $L_2$ .

Quant à l'unité spatiale à utiliser pour bâtir le graphe de la desserte, nous pouvons difficilement trancher sur cette question, quand bien même les meilleurs compromis véhicules/retards sont obtenus en utilisant le point. En effet, des configurations basées sur des agrégats observent des résultats quasiment similaires. De plus, ces résultats varient d'un modèle gravitaire à un autre, ce qui montre la sensibilité de la granularité spatiale à la densité des requêtes par unité spatiale. Nous pouvons toutefois constater que l'absence de structure de flux peut être compensée, pour atteindre une efficacité raisonnable dans l'optimisation par l'AG, par l'agrégation spatiale des informations *via* un découpage adéquat.

## 8.6 Discussion et conclusion

La variation des résultats des différentes configurations d'optimisation analysées dans le cadre de l'algorithme génétique multi-objectifs nous invite à mener une réelle réflexion de fond sur la manière d'optimiser et sur les choix des métriques et des entités spatiales de référence à privilégier. Selon le type de territoire, et donc, selon tout ce qui lui est inhérent, des répartitions des populations au réseau routier en passant par les migrations pendulaires, varie(nt) la (les) configuration(s) d'optimisation « idéale(s) ».

Bien que nous n'analysions que trois moyennes, nous observons des différences significatives entre celles-ci. D'abord, nous relevons globalement les meilleures performances des moyennes harmonique et géométrique face à la moyenne arithmétique dans le cadre d'une minimisation du nombre de véhicules nécessaires et sur une configuration territoriale réaliste. Concernant la réduction des retards, les performances demeurent quasiment inchangées sur les mêmes configurations territoriales.

## Chapitre 8. Impact des métriques dans l'optimisation

Modèle gravitaire 1								
Config.	min(V)	max(V)	min(D)	max(D)	$\bar{V}$	$\bar{D}$	$\sigma(V)$	$\sigma(D)$
(I × H × L <sub>2</sub> )	30	48	53752	64528	36.69	59969.8	4.81393	2894.37
(P × H × L <sub>2</sub> )	30	49	53388	62808	37.38	59291.3	4.95738	2547.18
(C × H × L <sub>1</sub> )	27	50	52472	63666	35.57	58826.2	6.19557	2824.4
(C × H × L <sub>2</sub> )	31	48	55448	64684	37.58	61839.3	4.71843	2169.69
(P × G × L <sub>2</sub> )	29	86	41632	65276	50.69	57348.9	17.255	6392.74
(I × H × L <sub>1</sub> )	30	52	55130	67022	38.87	61856.6	6.29389	3308.25
(C × G × L <sub>1</sub> )	27	86	37978	55236	48.31	49496.6	17.5566	5131.02
(I × G × L <sub>1</sub> )	29	90	40984	59872	52.57	53570.1	17.9043	5472.37
(I × G × L <sub>2</sub> )	28	90	41094	60388	51.75	54290.9	18.1055	5226.71
(P × G × L <sub>1</sub> )	26	86	40134	61514	48.46	54754.3	18.4002	5805.94
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	31	95	37510	48760	58.05	43873.5	18.2397	2936.93
(C × G × L <sub>2</sub> )	33	84	39364	62514	54.25	54414.2	15.4935	7028.14
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	36	97	37264	46994	59.69	42573.5	17.0989	2761.34
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	36	96	37464	47870	60.9	43347.7	16.8401	2826.42
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	34	99	39498	52528	59.58	46181.7	18.8065	3445.58
(P × H × L <sub>∞</sub> )	26	48	55066	64558	35.89	60573.3	5.54598	3134.64
(P × H × L <sub>1</sub> )	27	45	54338	67138	33.78	62843.8	4.79912	3120.01
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	32	97	39770	51008	57.76	45640	18.8648	2537.48
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	36	95	38278	49648	59.97	45001.1	17.4594	3164.88
(I × H × L <sub>∞</sub> )	30	49	56780	66536	37.57	62276.3	5.43554	2153.16
(C × H × L <sub>∞</sub> )	30	56	53776	63724	40.05	60302	7.16572	2196.14
(C × G × L <sub>∞</sub> )	30	88	41886	62644	52.09	56206.1	15.7937	5398.44
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	35	98	36598	45326	61.85	41240.1	19.0123	2255.83
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	33	91	36114	47022	57.05	42232.7	17.2519	2989.21
(I × G × L <sub>∞</sub> )	28	90	40168	58912	51.41	52028.8	18.8436	4555.5
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	35	88	37062	46172	58.3	42087.7	15.098	2598.32
(P × G × L <sub>∞</sub> )	25	83	39866	58360	47.18	53395.9	16.535	4510.87
Modèle gravitaire 2								
Config.	min(V)	max(V)	min(D)	max(D)	$\bar{V}$	$\bar{D}$	$\sigma(V)$	$\sigma(D)$
(C × H × L <sub>2</sub> )	28	52	52096	57306	35.99	54761.1	6.9318	1305.65
(C × H × L <sub>1</sub> )	30	53	45862	53086	39.45	49958.6	6.98624	1886.31
(P × H × L <sub>2</sub> )	24	46	49992	56624	32.54	54128	6.02066	1486.81
(C × G × L <sub>2</sub> )	30	85	35404	48290	49.89	44176.6	15.6383	3549.35
(C × H × L <sub>∞</sub> )	29	59	43376	46240	40.97	45141.5	9.47466	626.823
(P × H × L <sub>∞</sub> )	23	47	44048	49184	30.88	47357.1	6.59284	1335.79
(P × H × L <sub>1</sub> )	25	46	50118	54842	32.59	53118.4	6.50245	1109.59
(C × G × L <sub>1</sub> )	26	66	37828	44534	41.3	41773.8	11.8004	1905.03
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	28	99	27560	35082	55.98	30821.8	20.5436	2193.48
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	34	88	29892	36604	56.78	32987.2	15.2247	1884.78
(P × G × L <sub>2</sub> )	25	78	35656	49714	45.59	44812.3	16.0873	4348.9
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	27	98	27292	35350	54.33	31506.2	21.3911	2045.81
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	35	94	30330	39998	55.62	34496.7	16.6828	2762.04
(P × G × L <sub>1</sub> )	23	78	34572	42070	40.48	39582.2	15.3945	1807.4
(P × G × L <sub>∞</sub> )	27	72	38150	47302	43.59	44150.5	12.5444	2433.08
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	32	98	27468	38016	58.26	31661	18.9772	2874.21
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	38	97	34030	43842	62.23	37596.7	18.1328	2887.1
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	35	100	29864	42416	59.72	34236.8	18.7067	3758.41
(C × G × L <sub>∞</sub> )	28	83	33034	43850	45.69	41265.5	15.2707	2879.9
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	36	93	32832	43466	59.58	37043.2	15.9419	2690.11
(I × H × L <sub>2</sub> )	30	56	44280	49086	40.7	47181.6	8.0343	999.752
(I × G × L <sub>1</sub> )	31	78	43014	55034	47.75	50468.8	13.3434	3331.01
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	38	94	35034	44110	60.42	39048.3	15.0812	2707.49
(I × G × L <sub>2</sub> )	27	82	34530	46932	44.68	43478.3	15.8113	3584.48
(I × H × L <sub>1</sub> )	28	55	53512	60346	37.88	56609.7	8.06633	1654.24
(I × G × L <sub>∞</sub> )	28	79	45916	55912	46	52334.1	14.777	2639.13
(I × H × L <sub>∞</sub> )	29	56	51068	60588	39.95	57357.2	7.44228	2640.9
Modèle aléatoire								
Config.	min(V)	max(V)	min(D)	max(D)	$\bar{V}$	$\bar{D}$	$\sigma(V)$	$\sigma(D)$
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	72	99	79798	96162	82.63	84362.2	7.58506	4287.77
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	71	99	72698	85484	83.7	77348.7	8.6908	3987.31
(C × G × L <sub>1</sub> )	68	100	71690	87350	81.78	76290.1	8.85164	4025.48
(C × G × L <sub>2</sub> )	69	100	75788	89532	81.5	79620.1	9.25581	3973.4
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	74	100	72266	86178	84.81	76881.5	7.57324	4285.74
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	66	99	70608	87242	79.72	75498	9.62193	4258.21
(I × G × L <sub>1</sub> )	72	100	77672	91454	83.99	81964.4	8.09999	3824.05
(I × H × L <sub>2</sub> )	79	100	76024	85620	88.4	79497.7	5.66392	2624.52
(I × H × L <sub>1</sub> )	73	100	72862	86178	84.5	77127.5	7.03776	3874.2
(I × G × L <sub>2</sub> )	82	100	78798	88350	89.33	81375.9	5.14404	2680.71
(C × H × L <sub>1</sub> )	72	99	74128	90464	83.76	79596	7.02157	4052.86
(I × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	73	100	79886	96462	84.96	85679.4	7.97486	4911.18
(C × H × L <sub>2</sub> )	73	100	73300	88350	86.15	79004.7	7.67773	4412.47
(C × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	70	99	73980	90464	82.69	79069	8.74494	5174.62
(I × G × L <sub>∞</sub> )	75	99	76720	90464	84.95	80498.6	7.28337	4093.66
(I × H × L <sub>∞</sub> )	83	100	78818	88350	90.85	82008.8	4.76314	2826.26
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>1</sub> )	61	99	70930	92188	76.96	77435.9	11.048	5655.45
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>2</sub> )	59	100	72286	89532	76.55	77347.6	12.2126	5135.64
(P × G × L <sub>2</sub> )	62	100	71478	92440	79.04	78880.9	11.8059	6293.69
(C × G × L <sub>∞</sub> )	68	100	73504	92440	82.17	80080.8	8.82956	4884.86
(C × H × L <sub>∞</sub> )	67	99	71018	87242	81.49	77046.6	8.95376	4722.91
(P × G × L <sub>1</sub> )	60	99	71590	92188	75.74	77504.5	11.1603	5169.31
(P × H × L <sub>1</sub> )	61	100	75342	91454	78.03	80673.7	10.8457	4147.76
(P × H × L <sub>2</sub> )	56	100	73674	89532	75.36	78259.8	13.1419	4404.02
(P × M <sub>1</sub> × L <sub>∞</sub> )	62	100	70068	85620	79.62	75141	11.4698	4633.28
(P × G × L <sub>∞</sub> )	56	100	70112	92440	75.73	77020.6	13.3093	6477.48
(P × H × L <sub>∞</sub> )	56	100	74010	91454	76	79218.1	13.1924	5416.69

TAB. 8.7: Détails des meilleures distributions V/D relevées par configuration

*A contrario*, si la moyenne arithmétique fait preuve de faiblesse à minimiser le nombre de véhicules, elle montre sa capacité à réduire les temps de parcours et à fournir de meilleurs compromis véhicules/temps (au détriment du nombre de véhicules).

Les performances des normes sont plus difficiles à analyser et nous relevons les disparités de performances entre les répartitions spatiales et les objectifs à atteindre. Dans notre problème d'optimisation, la norme  $L_2$  n'est pas forcément la meilleure approche et les normes  $L_1$  ou  $L_\infty$  montrent leur capacité à optimiser davantage selon le contexte, même si la norme  $L_\infty$  est à manier avec précaution au vu de ses performances « binaires » (très bon ou très mauvais).

Quand bien même des récurrences sont observées dans les classements des configurations d'optimisation, il demeure difficile en l'état actuel d'associer une configuration d'optimisation à une structure spatiale de demande particulière, bien que des tendances se dégagent. De plus, l'utilité d'une configuration varie selon l'usage que nous en faisons. Ainsi, une bonne configuration pour réduire le nombre de véhicules peut engendrer d'importants temps de parcours ou causer des retards importants pénalisant le client.

Ainsi, les configurations d'optimisation apparaissent en lien direct avec le type d'objectif que nous souhaitons atteindre, qu'il soit économique, environnemental ou qu'il relève de la qualité de service au client.

Les instances utilisées pour cette analyse étant limitées à 100 requêtes, les résultats présentés et les analyses associées peuvent être différents pour des instances plus grandes ou plus petites. Nous pressentons que, pour des instances de tailles plus faibles (20, 30, 40 requêtes) issues des mêmes modèles gravitaires, les résultats escomptés se rapprocheraient certainement de ceux observés pour le modèle aléatoire. Pour des instances plus grandes (200, 300 requêtes), les résultats attendus viendraient probablement confirmer l'analyse que nous avons produite pour les modèles gravitaires. D'une manière générale, l'effet de densité des requêtes joue un rôle déterminant dans l'optimisation. C'est pour cela qu'avec de faibles densités, les résultats peuvent paraître disparates, alors qu'à l'inverse avec de fortes densités, de nettes récurrences de certaines configurations apparaissent. Ces conclusions restent à confirmer dans de futurs travaux.