

# Calibration du modèle empirique pour différentes perméabilités et estimation de lois d'échelle

L'objectif dans ce chapitre est double : (1) application d'une méthodologie d'identification analogue à celle du chapitre 3 pour calibrer le modèle de mousse empirique à partir de mesures stabilisées de la viscosité apparente de la mousse sur un milieu poreux naturel avec différentes qualités et différentes vitesses totales d'injection ; selon cette méthodologie, nous interprétons les mesures de la viscosité apparente de manière à calculer la texture pour chaque expérience en utilisant un modèle à lamelles en régime permanent, et (2) établir des lois d'échelle des paramètres empiriques avec la perméabilité du milieu poreux. Les lois identifiées expérimentalement seront ainsi discutées et confrontées à des lois théoriques développées pour l'écoulement des trains de bulles de gaz dans des capillaires suivant deux hypothèses (la coalescence statique et dynamiques des lamelles). Ces lois d'échelle sont d'une importance primordiale pour l'évaluation des processus de récupération assistée à base de mousse dans des réservoirs hétérogènes. Notons que les résultats de ce chapitre ont fait l'objet de la deuxième publication Gassara *et al* [110] reproduite en Annexe E et d'un brevet.

Avant de commencer, nous rappelons tout d'abord les méthodes de calibration répertoriées dans la littérature tout en discutant les limitations associées.

## 4.1 Revue des méthodes de calibration existantes

Plusieurs procédures de calibration des modèles empiriques avec des mesures stabilisées de la viscosité apparente de la mousse (ou encore du gradient de pression) sont disponibles dans la littérature. Ces méthodes permettent d'ajuster les paramètres du modèle sur la base d'expériences réalisées avec différentes qualités de mousse et à vitesse totale constante. Ces

méthodes sont examinées et discutées ci-après.

**Boeije et Rossen (2015) [74]** ont proposé une procédure manuelle simple pour calibrer les modèles empiriques avec des mesures de la viscosité apparente. La procédure est basée sur six étapes traitant séparément les données des deux régimes faible et haute qualité. Leur approche suppose une transition abrupte entre les deux régimes, c'est-à-dire de grandes valeurs de  $\Theta$  sont fixées à l'avance ( $\Theta$  entre  $10^4$  et  $10^5$ ). Par ailleurs, les hypothèses de travail incluent une saturation en eau constante et une rhéologie de mousse newtonienne dans le régime haute qualité. Autrement dit, on suppose que le gradient de pression diminue linéairement avec la qualité de la mousse dans ce régime. Les autres paramètres du modèle empirique sont calculés étape par étape. L'approche est simple dans la mesure où elle peut être appliquée directement sur le graphique des données au moyen d'une règle, d'un crayon et d'une calculatrice. Néanmoins, la méthode ne peut pas ajuster correctement une transition progressive entre les deux régimes. Dans ce cas, les auteurs proposent d'utiliser les résultats de leur méthode pour initier un ajustement par moindres carrés.

**Lotfollahi et al (2016) [31]** ont utilisé la méthode de minimisation par moindres carrés non linéaire pour calibrer les modèles empiriques et à lamelles de deux séries de données expérimentales issues d'Alvarez *et al* [1] et Moradi-Araghi *et al* [111]. L'ajustement est fait conjointement sur les deux régimes en utilisant toutes les mesures. Les paramètres du modèle empirique à optimiser sont  $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^*$ ,  $\Theta$  et  $e_c$ . Les limitations de cette méthode sont principalement liées aux lacunes de la minimisation par moindre carrés : l'ajustement final dépend fortement de l'initialisation des paramètres, c'est-à-dire le choix du guess initial doit être effectué d'une manière très soigneuse, et par ailleurs, la solution (la combinaison des paramètres qui ajuste les données expérimentales) peut ne représenter pas la réalité physique des phénomènes qui ont lieu.

**Farajzadeh et al (2015) [34]** ont ajouté des pondérations pour les mesures et des contraintes sur les intervalles de variation des paramètres à estimer par moindres carrés. Notamment, les valeurs de la saturation en eau correspondantes aux points de mesures ont été utilisées dans la définition de la fonction objectif, qui s'écrit dans ce cas

$$\mathcal{O}(X) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\text{data}}} w_j [\mu_{f,j}^{\text{app}}(X, S_{w,j}) - \mu_{f,j}^{\text{exp}}]^2 \quad (4.1)$$

au lieu de  $\mathcal{O}(X) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_{\text{data}}} [\mu_{f,j}^{\text{app}}(X) - \mu_{f,j}^{\text{exp}}]^2$ , où  $X = (M_{\text{ref}}, S_w^*, \Theta, e_c)$  désigne l'ensemble des paramètres à optimiser ; pour chaque mesure  $j$ ,  $w_j$  est le poids,  $\mu_{f,j}^{\text{app}}$  la viscosité apparente calculée,  $\mu_{f,j}^{\text{exp}}$  la viscosité apparente mesurée et  $S_{w,j}$  la saturation en eau déterminée à partir de la perméabilité relative à l'eau comme expliqué dans la section 3.3.3 du chapitre 3 avec l'équation (3.19). Cette procédure d'ajustement est plus robuste que les précédentes mais

---

demeure néanmoins conditionnée par la fiabilité à accorder aux perméabilités relatives conventionnelles, ce qui ainsi suppose de réaliser un nombre suffisant de déplacements diphasiques.

**Ma *et al* [112, 62]** ont proposé une méthode graphique, avec  $M_{\text{ref}}$  et  $S_w^*$  comme variables, afin de modéliser la transition entre les deux régimes (viscosité apparente maximale et qualité optimale). L’hypothèse de travail consiste à négliger l’effet rhéo-fluidifiant de la mousse dans les expériences à qualité variable et vitesse totale fixée. Le paramètre  $\Theta$  est estimé à posteriori au moyen d’une minimisation par la méthode des moindres carrés sur les autres mesures stabilisées ainsi que sur les données de l’écoulement transitoire de la mousse. Les lacunes de cette procédure résident dans la nécessité d’avoir mesuré précisément l’écoulement transitoire pour pouvoir estimer le paramètre  $\Theta$  et l’hypothèse de travail plus ou moins forte qui consiste à négliger le comportement rhéo-fluidifiant de la mousse dans ce type d’expérience et qui demeure sans justification jusqu’à présent. Plus tard, **Ma *et al* [62]** ont déterminé les mêmes trois paramètres du modèle  $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^*$ ,  $\Theta$  en utilisant la méthode des moindres carrés comme les autres auteurs, mais en ajoutant une contrainte sur  $S_w^*$  pour éviter la non-unicité des solutions ( $M_{\text{ref}}$ ,  $S_w^*$ ).

Pour conclure, cet aperçu général des procédures de calibration des modèles empiriques montre que toutes les méthodes sont basées sur une exploitation directe des données expérimentales pour estimer les paramètres du modèle, sans chercher à expliquer/valider l’ajustement par des lois physiques relatives à l’écoulement de mousse. Par ailleurs, le nombre d’inconnues du problème et les discontinuités (chocs) caractérisant les solutions des équations du flux fractionnaire du gaz moussant rendent la calibration du modèle imprécise, voir peuvent conduire à des indéterminations (solutions multiples). Pour cela, nous proposons une nouvelle méthode qui vise à surmonter ces difficultés en se basant sur les modèles en texture. Plus précisément, la méthode proposée décrit l’utilisation d’un modèle à lamelles en régime permanent comme intermédiaire pour calibrer le modèle empirique de manière plus justifiée.

## 4.2 Expériences de déplacement de mousse à qualité, vitesse totale et perméabilité variables

Les expériences considérées [113] sont des séries de déplacement de mousse réalisées sur trois carottes de grès de Fontainebleau. La phase gazeuse est composée de 80 % de dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  et 20 % de méthane  $\text{CH}_4$ , et la phase aqueuse est une solution d’eau de mer désulfatée synthétique (DSW), dans laquelle un tensioactif est dissous à une concentration de 5 g/L pour générer la mousse. Les conditions thermodynamiques sont 60 °C et 80 bar. Pour chacune des trois carottes, une série de déplacements a été effectuée avec différentes valeurs de la qualité de la mousse et de la vitesse totale d’injection imposées en entrée.

Chaque série de mesures a été réalisée comme suit : on commence par la co-injection de saumure et de gaz à différents débits totaux successifs croissants avec une fraction de gaz fixe. La différence de pression entre les deux extrémités de la carotte est enregistrée. La même séquence

d'injection est effectuée à nouveau, mais cette fois avec la solution de tensioactif au lieu de la saumure. Une fois le débit le plus élevé injecté, la mousse est réinjectée à la vitesse initiale la plus faible pour mesurer l'effet de l'hystérésis sur la mousse. Cependant, ces effets d'hystérésis ne sont pas analysés dans le cadre de notre étude. Les tables 4.1 et 4.2 résument les propriétés des trois carottes et des fluides utilisés dans cette étude expérimentale.

TABLE 4.1 – Propriétés des milieux poreux utilisés [113].

Carotte	Diamètre (cm)	Longueur (cm)	Porosité $\phi$ (%)	Perméabilité $k$ (mD)
1	2.4	8.8	12	368
2	2.4	13.1	11	121
3	2.4	15.4	10	55

TABLE 4.2 – Propriétés des fluides injectés [113].

Gaz	80%CO <sub>2</sub> -20%CH <sub>4</sub>	$\mu_w(T, P)$ (cP)	0.58
$T$ (°C)	60	$\mu_g(T, P)$ (cP)	0.019
$P$ (bar)	80	$\rho_w(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	980
$\sigma$ (mN/m)	43	$\rho_g(T, P)$ (kg/m <sup>3</sup> )	140

Étant donné que les mesures de la différence de pression en régime permanent présentent des oscillations, nous avons moyenné les mesures afin de lisser les fluctuations expérimentales. Ensuite, nous déduisons la viscosité apparente de la mousse mesurée  $\mu_f^{\text{exp}}$  comme  $\mu_f^{\text{exp}} = \frac{k}{u} \frac{|\Delta P|}{L}$ , où  $\Delta P$  est la différence de pression mesurée en écoulement permanent et  $L$  la longueur de la carotte. Ainsi, pour chaque milieu poreux,  $\mu_f^{\text{exp}}$  est déterminée en fonction de la qualité de la mousse  $f_g$  et de la vitesse totale  $u$ . Ces données, reportées en Figure 4.1, constituent les mesures principales de cette étude expérimentale.

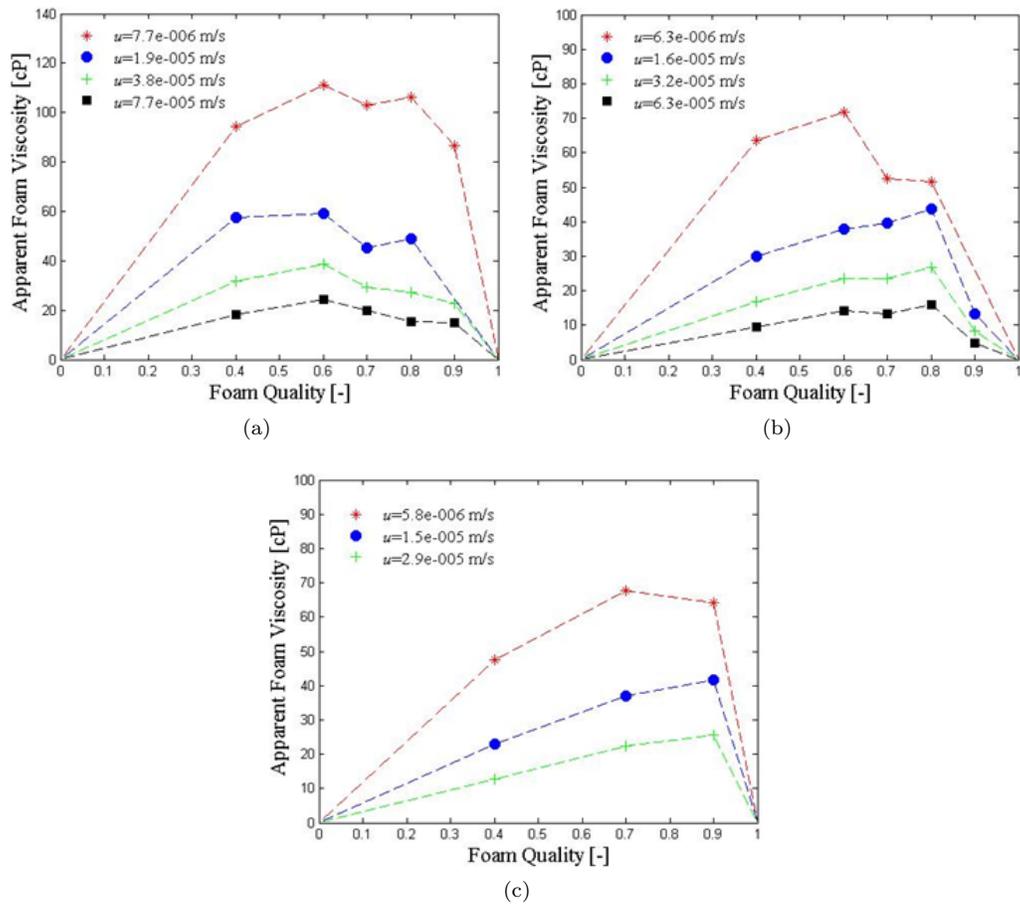


FIGURE 4.1 – Variation de la viscosité apparente mesurée en régime permanent en fonction de la qualité et de la vitesse totale d'injection : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les symboles représentent les mesures et les lignes discontinues des guides visuels pour la lecture des données à vitesse totale constante.

### 4.3 Calibration du modèle empirique

Comme discuté en section 4.1, plusieurs procédures de calibration des modèles empiriques à partir de mesures de viscosité apparente à qualité variable ont été proposées et utilisées dans la littérature. Deux méthodes seront appliquées et comparées dans ce chapitre pour ajuster le modèle de mousse empirique du simulateur de PumaFlow aux données expérimentales de Pedroni et Nabzar (2016) [113].

La première méthode appliquée est basée sur la procédure proposée par Farajzadeh *et al* [34] que nous avons modifiée pour tenir compte des effets de la vitesse totale. La deuxième méthode proposée est basée sur l'équivalence entre les modèles de mousse empiriques et à lamelles, de sorte que l'ajustement des fonctions  $F_2$  et  $F_4$  peut être mené séparément. La calibration de  $F_2$  est assurée directement à partir des mesures expérimentales transcrites en texture de mousse adimensionnelle et  $F_4$  est estimée à partir des séries de mesures à vitesse totale variable dans le régime faible qualité.

Chaque méthode sera appliquée pour les trois carottes afin d'étudier l'impact de la perméabilité sur les paramètres du modèle. Au préalable, des perméabilités relatives gaz-eau conventionnelles sont nécessaires. Elles sont déterminées ci-après.

#### 4.3.1 Étape préliminaire : détermination des perméabilités relatives gaz-eau conventionnelles

Cette étape est obligatoire si les perméabilités relatives conventionnelles ne sont pas disponibles. Les perméabilités relatives gaz-eau ont été déterminées à partir des données de coinjection gaz-eau mesurées avec différentes fractions de gaz, comme décrit dans la section 4.2. Seules les mesures stabilisées à la vitesse la plus élevée sont considérées pour les raisons suivantes : (1) les fluctuations de mesure se réduisent avec l'augmentation de la vitesse, et (2) l'hypothèse d'une pression capillaire négligeable est plus légitime pour un débit élevé (voir l'expression de  $\psi_g$  dans l'équation (B.2)). Des lois puissance ont été utilisées pour ajuster les fonctions de perméabilité relative, à savoir

$$k_{rg}(S) = k_{rg}^{\max} S^{n_g} \quad \text{et} \quad k_{rw}(S) = k_{rw}^{\max} (1 - S)^{n_w} \quad (4.2)$$

où  $S = \frac{S_g - S_{gi}}{1 - S_{gi} - S_{wr}}$  désigne la saturation en gaz normalisée,  $S_{wr}$  la saturation en eau résiduelle,  $S_{gi}$  la saturation en gaz irréductible;  $k_{rg}^{\max}$  et  $k_{rw}^{\max}$  désignent respectivement la perméabilité relative maximale au gaz et à l'eau, et  $n_g$  et  $n_w$  les exposants. Par conséquent, le problème de la détermination des perméabilités relatives implique six inconnues qui sont les points des saturations limites, les perméabilités maximales et les exposants, menant au sextuplet d'inconnues

$$X = (n_g, n_w, S_{wr}, S_{gi}, k_{rg}^{\max}, \text{ et } k_{rw}^{\max})$$

Ces inconnues sont déterminées en résolvant un problème d'optimisation qui consiste à minimiser la somme quadratique des écarts entre les mesures et les prédictions de la différence de pression stabilisée pour chaque fraction de gaz  $f_g$  imposée lors de l'expérience de co-injection gaz/eau. Nous notons  $\mathcal{F}_\alpha$  l'ensemble des fractions de gaz injectées l'échantillon  $\alpha = 1, 2, \text{ et } 3$ . Pour chaque carotte  $\alpha$ , nous définissons la fonction objectif suivante

$$\mathcal{O}_\alpha^{k_r}(X) = \frac{1}{2} \sum_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha} |\delta(f_g, X)|^2 \quad \text{avec} \quad \delta(f_g, X) = \frac{\Delta P^{\text{exp}}(f_g) - \Delta P^{\text{cal}}(f_g, X)}{\Delta P^{\text{exp}}(f_g)} \quad (4.3)$$

où, pour chaque fraction de gaz  $f_g \in \mathcal{F}_\alpha$ ,  $\delta(f_g, X)$  désigne l'erreur relative à la mesure;  $\Delta P^{\text{exp}}(f_g)$  et  $\Delta P^{\text{cal}}(f_g, X)$  sont respectivement la différence de pression mesurée et calculée.

Les valeurs du sixuplet  $X$  minimisant la fonction objectif  $\mathcal{O}_\alpha^{k_r}(X)$  sont recherchées dans un espace  $\mathcal{X}$ . Cet espace est finement discrétisé sur des intervalles de variation suffisamment importants. Les limites inférieures et supérieures pour chaque paramètre ont été sélectionnées de telle sorte que les résultats soient cohérents avec les fonctions de perméabilité relative d'un grès mouillables à l'eau [114, 115, 116].

Pour chaque combinaison de paramètres  $X \in \mathcal{X}$ , les valeurs de la différence de pression sont calculées en deux étapes. Tout d'abord, la saturation en gaz  $S_g$  en régime permanent, correspondante à la fraction de gaz étudiée  $f_g \in \mathcal{F}_\alpha$ , est déterminée en inversant l'équation du flux fractionnaire de gaz, reformulée ci-dessous avec les fonctions de puissance des perméabilités relatives (voir Annexe B) :

$$\frac{1}{f_g(S_g)} = 1 + C \frac{(1 - S_g - S_{wr})^{n_w}}{(S_g - S_{gi})^{n_g}} \quad \text{avec} \quad C = \frac{\mu_g k_{rg}^{\max}}{\mu_w k_{rw}^{\max}} (1 - S_{gi} - S_{wr})^{n_g - n_w} \quad (4.4)$$

Puis, la différence de pression en régime permanent est calculée par application de la loi de Darcy généralisée à n'importe quelle phase, par exemple à la phase gazeuse comme :

$$\Delta P^{\text{cal}}(f_g, X) = \frac{\mu_g L f_g u}{k k_{rg}(S_g)}$$

Un jeu de  $k_r$  unique a été déterminé pour les deux premières carottes les plus perméables et un autre pour la troisième, car la structure poreuse diffère entre les deux premiers échantillons et le troisième d'après les données de pressions capillaires. En effet, les courbes d'injection de mercure mesurées sur des échantillons similaires montrent que la distribution de la taille des pores pour le grès de Fontainebleau est modifiée lorsque la perméabilité est inférieure à quelques dizaines de millidarcy, probablement en raison de la cimentation accrue. Ces données d'injection de mercure ont été utilisées pour déterminer les fonctions capillaires gaz-eau de nos trois échantillons, comme le montre la figure 4.9 (a). La courbe de pression capillaire de la troisième carotte diffère significativement des deux autres qui sont homothétiques. Par conséquent, un ensemble unique de paramètres des  $k_r$  a été déterminé pour les carottes 1 et 2, à partir de

la minimisation de la somme  $\mathcal{O}_1^{k_r}(X) + \mathcal{O}_2^{k_r}(X)$ , et un autre pour la carotte 3 en minimisant  $\mathcal{O}_3^{k_r}(X)$ .

### 4.3.2 Méthodes de calibration du modèle empirique

Pour commencer, on détermine la saturation en eau obtenue pour chaque expérience de déplacement de mousse. Compte tenu de l'hypothèse d'invariance de la perméabilité relative à l'eau  $k_{rw}$  en présence et en absence de mousse,  $S_w$  est obtenue en inversant la fonction  $k_{rw}$ , comme indiqué en section 3.3.3 du chapitre 3 (voir équation (3.19)). Ainsi, la saturation en eau  $S_w$  est liée à la mesure de la viscosité apparente par

$$S_w = S_{wr} + (1 - S_{wr} - S_{gi}) \left[ \frac{\mu_w(1 - f_g)}{k_{rw}^{\max} \mu_f^{\exp}(f_g u)} \right]^{1/n_w} \quad (4.5)$$

Comme indiqué ci-dessus, deux méthodes seront appliquées dans cette section afin de calibrer le modèle de mousse empirique à partir des mesures. Tout d'abord, nous présentons la méthode directe proposée par Farajzadeh *et al* [34] qui repose sur une minimisation par moindres carrés. Ensuite, nous explicitons notre nouvelle procédure.

#### 4.3.2.1 Méthode de Farajzadeh *et al* : ajustement par moindres carrés

Les valeurs de la saturation en eau déterminées dans la deuxième étape sont utilisées dans la définition de la fonction objectif  $\mathcal{O}^{FM}$  qui minimise l'écart entre la viscosité apparente mesurée et prédite par le modèle empirique. Nous rappelons que la viscosité apparente pour chaque point de mesure peut être calculée comme (voir équation (3.20))

$$\frac{1}{\mu_f^{\text{app}}(Y; f_g u)} = \frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w} + \frac{FM(Y; f_g u) \cdot k_{rg}(S_w)}{\mu_g} \quad (4.6)$$

où  $S_w$  est obtenue pour chaque mesure à partir de l'équation (4.5), et  $FM$  est évaluée comme

$$\frac{1}{FM(Y; f_g u)} = 1 + (M_{\text{ref}} - 1) F_2(S_w) F_4(f_g u) \quad (4.7)$$

où  $Y = (M_{\text{ref}}, S_w^*, \Theta, e_c)$  est le quadruplet d'inconnues du modèle de mousse à estimer. Les contraintes sur les paramètres sont à définir par rapport aux limites physiques, à savoir  $M_{\text{ref}} \geq 0$ ,  $S_{wr} \leq S_w^* \leq 1 - S_{gi}$ ,  $\Theta > 0$  et  $e_c \geq 0$ . Par ailleurs, le nombre capillaire de référence  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est fixé à la valeur expérimentale minimale, atteinte en régime permanent, comme

$$N_{cg}^{\text{ref}} = \min_{\alpha \in \{1,2,3\}} \left( \min_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha, u \in \mathcal{U}_\alpha} \frac{\mu_g f_g u}{\sigma \phi S_g} \right) \quad (4.8)$$

Finalement, la fonction objectif  $\mathcal{O}^{FM}(Y)$  à minimiser est définie pour chaque carotte  $\alpha$  par

$$\mathcal{O}_\alpha^{FM}(Y) = \frac{1}{2} \sum_{f_g \in \mathcal{F}_\alpha} \sum_{u \in \mathcal{U}_\alpha} |\delta(Y; f_g u)|^2 \quad \text{avec} \quad \delta(Y; f_g u) = \frac{\mu_f^{\text{exp}}(f_g u) - \mu_f^{\text{app}}(Y; f_g u)}{\mu_f^{\text{exp}}(f_g u)} \quad (4.9)$$

où pour chaque carotte  $\alpha$  et chaque couple de valeurs expérimentales de la qualité  $f_g$  et de la vitesse totale  $u$ ,  $\delta(Y; f_g u)$  désigne l'erreur relative de la viscosité apparente du modèle. Le même poids a été appliqué pour toutes les mesures car nous ne disposons pas de l'incertitude de chaque mesure  $\mu_f^{\text{exp}}$ . La fonction objectif est minimisée à l'aide d'un algorithme de moindres carrés non linéaire.

#### 4.3.2.2 Méthode d'identification du modèle empirique au modèle à lamelles

La méthode d'identification s'appuie sur l'équivalence entre les modèles de mousse empiriques et à lamelles à l'équilibre local, comme nous l'avons décrit dans le chapitre 3 [101]. Toutefois, à la différence du chapitre 3 où nous adoptons un modèle à lamelles pré-calibré, nous repartons ici de la loi de viscosité du gaz s'écoulant sous forme de mousse en fonction de la densité de lamelles  $n_f$ , exprimée par :

$$\mu_g^f = \mu_g + \frac{C_f n_f}{v_f^c} \quad (4.10)$$

où  $C_f$  est une constante pour le système roche-fluides considéré et  $c$  l'exposant qui exprime le caractère rhéo-fluidifiant de la mousse lorsque la vitesse croît à texture fixée. Cette loi rhéologique du gaz s'écoulant sous forme de bulles est déduite de travaux publiés sur les écoulements d'une ou plusieurs bulles de gaz dans des tubes capillaires [32, 10, 86, 87, 88] et dont nous avons pu vérifier la validité sur des mesures microfluidiques mises à disposition au début de cette thèse (voir Annexe A). Ces études indiquent que la valeur théorique de  $c$  est proche de  $\frac{1}{3}$ . Toutefois, la valeur exacte de cet exposant demeure controversée dans la littérature en raison de la complexité de l'écoulement de mousse dans les milieux poreux naturels qui peuvent difficilement être assimilés à des tubes capillaires parallèles.

Ce modèle physique en texture permet de relier la saturation (paramètre caractéristique de l'écoulement polyphasique en milieu poreux) à la texture (paramètre caractéristique de la mousse). La relation entre ces deux paramètres s'obtient en remplaçant  $\mu_g^f$  par son expression (4.10) dans le ratio  $\frac{f_g}{f_w}$ , qui s'écrit comme  $\frac{k_{rg} \mu_w}{k_{rw} \mu_g^f}$  selon les équations de Darcy généralisées à pression capillaire négligée. En réarrangeant les termes, nous obtenons

$$C_f n_f = \left( \frac{1 - f_g}{f_g} \frac{k_{rg}(S_w)}{k_{rw}(S_w)} \mu_w - \mu_g \right) \left( \frac{f_g u}{\phi S_g} \right)^c \quad (4.11)$$

Au moyen des relations (4.5) et (4.11), il est possible pour toute valeur de la qualité de la mousse  $f_g$  et de la vitesse totale  $u$ , de déterminer une unique valeur de saturation et une valeur de la texture (à la valeur de la constante  $C_f$  près). Ainsi, la texture  $n_f$  peut être vue comme une fonction de la saturation en eau.

Compte tenu de l'invariance de  $C_f$  pour un système moussant donné, on calcule la texture normée  $n_D$  pour chaque série d'expérience comme :

$$n_D(f_g u) = \frac{C_f n_f(f_g u)}{\max_{f'_g \in \mathcal{F}_\alpha, u' \in \mathcal{U}_\alpha} C_f n_f(f'_g u')} \quad (4.12)$$

La constante  $C_f$  est estimée à partir de la valeur maximale du produit  $C_f n_f$ , égale à  $C_f n_f^{\max}$ , où  $n_f^{\max}$  est la texture maximale de la mousse. En effet, en première approche, cette dernière peut être corrélée au rayon caractéristique des pores du milieu poreux étudié. Ce rayon peut être formulé comme  $r = \sqrt{8k/\phi}$  selon la représentation simplifiée d'un milieu poreux de porosité  $\phi$  et de perméabilité  $k$  comme un assemblage de capillaires parallèles identiques. La simplification physique de  $n_f^{\max}$  doit être encore précisée. En effet, la différence de pression mesurée au cours d'un déplacement unidimensionnel de mousse est liée au nombre de lamelles par unité de longueur de la direction de l'écoulement. Par conséquent, la texture de la mousse à considérer dans l'équation (4.10) est une texture linéique, i.e. le nombre de lamelles par unité de longueur. Ainsi, en considérant des bulles de mousse sphériques de rayon égal (ou proportionnel) au rayon de pore  $r$ , le nombre de lamelles par unité de longueur de pore est proportionnel à  $\frac{\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{4r} \sim \frac{1}{r}$ . Finalement, la texture maximale  $n_f^{\max}$ , également notée  $n_L^{\max}$ , sera quantifiée comme suit :

$$n_f^{\max} = n_L^{\max} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\phi}{8k}} \quad (4.13)$$

Les conditions expérimentales pour lesquelles la texture maximale  $n_f^{\max}$  est atteinte sont appelées conditions de référence (réduction de mobilité du gaz maximale).

Avant de détailler le paramétrage des fonctions d'interpolation du modèle empirique par identification au modèle physique en texture, nous rappelons les égalités de l'équivalence développées en chapitre 3 :

$$\begin{cases} M_{\text{ref}} = 1 + \frac{C_f n_f^{\max}}{\mu_g} \left( \frac{\mu_g}{N_{cg}^{\text{ref}} \sigma} \right)^c & e_c = c \\ F_2(S_w) = \frac{n_f}{n_f^{\max}} = n_D & F_4(N_{cg}) = \left( \frac{N_{cg}^{\text{ref}}}{N_{cg}} \right)^c \end{cases} \quad (4.14)$$

où  $N_{cg}^{\text{ref}}$  est le minimum des valeurs de  $N_{cg}$  donné par l'équation (4.8). Par conséquent, le paramètre  $M_{\text{ref}}$  peut être facilement déterminé à partir des paramètres physiques  $C_f$  et  $n_f^{\max}$ , caractéristiques du système roche-fluide considéré. Néanmoins, le paramétrage de la fonction  $F_2$  et  $F_4$  n'est pas simple et doit être détaillé dans ce qui suit.

**Calibration de la fonction  $F_4$ .** L'exposant  $c$  (ou par équivalence  $e_c$ ) du caractère rhéofluidifiant de la mousse en milieu poreux est déterminé à partir des expériences de déplacement de mousse à vitesse totale variable pour une qualité fixée dans le régime faible qualité. En combinant l'expression de la viscosité apparente de la mousse  $\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{u} |\nabla P|$ , l'expression de

$|\nabla P|$  selon l'équation de Darcy généralisée pour le gaz moussant, et l'équation (4.10) de la viscosité effective  $\mu_g^f$ , nous pouvons exprimer  $\mu_f^{\text{app}}$  comme suit

$$\mu_f^{\text{app}} = \frac{k}{u} |\nabla P| = \mu_g^f \frac{f_g}{k_{rg}} \approx \frac{C_f n_f^{\text{max}} n_D(S_w)}{(v_g^f)^c} \frac{f_g}{k_{rg}(S_w)} \quad (4.15)$$

en négligeant la contribution de la viscosité du gaz dans l'expression de  $\mu_g^f$ . Par ailleurs, nous supposons que, dans le régime faible qualité, la texture adimensionnelle  $n_D$  est fixe et proche de 1 ( $n_D \approx 1$ ) pour toutes les vitesses. Par conséquent, d'après l'équation (4.15), nous concluons que  $\mu_f^{\text{app}} k_{rg}(S_w)$  est inversement proportionnel à une fonction puissance de la vitesse interstitielle du gaz moussant  $(v_g^f)^c$  (ou du nombre capillaire  $N_{cg}$  suivant les notations de la fonction  $F_4$ ) pour les expériences à vitesse totale variable pour une qualité fixée du régime de faible qualité. Nous notons  $\mathcal{LQ}_\alpha$  l'ensemble des valeurs de qualité adoptées en régime de faible qualité à l'échantillon  $\alpha = 1, 2, \text{ et } 3$  et  $N_\alpha$  son nombre d'éléments. Ainsi, pour chaque carotte  $\alpha$  et pour les différentes valeurs de  $f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha$ , une valeur de l'exposant  $c(f_g)$  peut être déterminée par un ajustement des données de  $\mu_f^{\text{exp}} k_{rg}(S_w)$  à une loi de puissance de  $N_{cg}$ . La valeur de  $c$  ainsi ajustée ne varie pas trop entre les séries de déplacement réalisée. Par conséquent, une valeur moyenne  $c = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha} c(f_g)$  peut être retenue, comme indiqué plus loin.

**Calibration de la fonction  $F_2$ .** Après avoir déterminé le coefficient  $c$  et la valeur de  $n_f^{\text{max}}$  selon l'équation (4.13), nous pouvons transcrire les mesures de la viscosité apparente en textures adimensionnelles  $n_D$  au moyen des relations (4.11) et (4.12). Ainsi, les paramètres  $S_w^*$  et  $\Theta$  de la fonction  $F_2(S_w)$ , qui est identifiée à la fonction  $n_D$ , peuvent être déterminés par un ajustement numérique. Alternativement, on peut déterminer graphiquement ces deux paramètres en traçant  $n_D(S_w)$ . Tout d'abord,  $S_w^*$  est identifiée à l'inverse de  $n_D(S_w)$  pour une valeur de  $\frac{1}{2}$ . Une fois  $S_w^*$  identifiée, le paramètre  $\Theta$  peut être déterminé en fixant  $F_2 = 1$  à la saturation en eau de référence  $S_w^{\text{ref}}$  (donnée de saturation correspondante à la texture de mousse maximale). Comme  $F_2$  est exprimée par une fonction arctan, une tolérance  $\epsilon$  sur  $F_2(S_w^{\text{ref}})$  doit être considérée telle que  $F_2(S_w^{\text{ref}}) = 1 - \epsilon$ , ainsi  $\Theta = \tan[\pi(\frac{1}{2} - \epsilon)] / (S_w^{\text{ref}} - S_w^*)$ . Cette dernière méthode graphique est pertinente si les données de textures échantillonnent suffisamment la transition entre les deux régimes faible et haute qualité. Sinon,  $S_w^*$  et  $\Theta$  ne peuvent être estimés qu'approximativement et une méthode de moindres carrés est alors utilisée pour ajuster au mieux ces paramètres.

## 4.4 Résultats et discussions

### 4.4.1 Ajustement du flux fractionnaire gaz-eau conventionnel

En suivant la méthode détaillée dans la section 4.3.1, nous calibrons les fonctions de perméabilité relative gaz-eau. À cette fin, les deux ensembles de paramètres optimaux qui minimisent les fonctions objectifs  $\mathcal{O}_1^{k_r} + \mathcal{O}_2^{k_r}$  et  $\mathcal{O}_3^{k_r}$  telles que définies dans la section 4.3.1, sont recherchés sur un espace discret fin  $\mathcal{X}$ , défini par  $n_g \in [1.3, 2.8]$  avec  $\Delta n_g = 0.1$ ,  $n_w \in [2.8, 4.2]$

avec  $\Delta n_w = 0.1$ ,  $S_{wr} \in [0, 0.4]$  avec  $\Delta S_{wr} = 0.05$ ,  $S_{gi} \in [0, 0.2]$  avec  $\Delta S_{gi} = 0.05$ ,  $k_{rw}^{\max} \in [0.1, 0.5]$  avec  $\Delta k_{rw}^{\max} = 0.05$  et  $k_{rg}^{\max} \in [0.6, 0.9]$  avec  $\Delta k_{rg}^{\max} = 0.05$ . Les ensembles optimaux sont listés dans la table 4.3, et les perméabilités relatives gaz-eau correspondantes ainsi que les flux fractionnaires sont présentés en Figure 4.2.

TABLE 4.3 – Fonctions de perméabilités relatives optimales pour les carottes 1-2 et pour la carotte 3.

Carotte	$n_g$ (-)	$n_w$ (-)	$S_{wr}$ (-)	$S_{gi}$ (-)	$k_{rg}^{\max}$ (-)	$k_{rw}^{\max}$ (-)
1 et 2	1.4	4.2	0.2	0.1	0.6	0.5
3	2.0	3.6	0.15	0.05	0.6	0.35

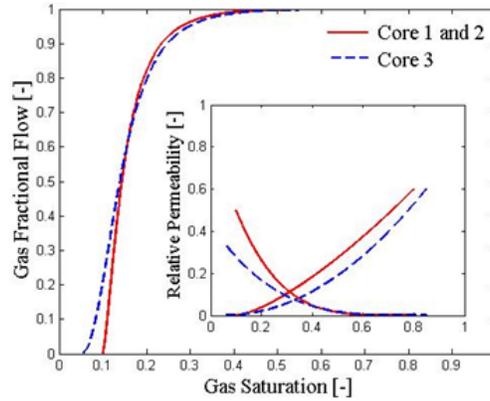


FIGURE 4.2 – Courbes de flux fractionnaire du gaz et de perméabilité relative ajustées pour les carottes 1 et 2 d'une part, et pour la carotte 3, d'autre part (les paramètres optimaux sont donnés dans la table 4.3).

Afin de vérifier la qualité de l'ajustement pour chaque carotte, nous confrontons les différences de pression calculées à celles mesurées en régime permanent dans la figure 4.3. Nous remarquons que les  $k_r$  ajustées décrivent correctement les données expérimentales, à des degrés différents selon la fraction du gaz imposée. Notons que les données expérimentales montrent quelques anomalies dans l'ordre de classement des différences de pression en fonction de la fraction du gaz, telle que notamment les fractions du gaz 0.7 et 0.8 pour la première carotte. L'évolution de la différence de pression simulée et mesurée en transitoire, pour les fractions de gaz imposées sur les trois carottes, sont montrées dans l'annexe C. Les gradients de pression capillaire ont été intégrés dans ces simulations afin d'évaluer leur impact sur l'écoulement diphasique et de valider notre hypothèse de travail. Nous avons trouvé que les  $k_r$  ajustées à partir des mesures stabilisées au débit le plus élevé prédisent bien l'évolution du  $\Delta P$  en transitoire et que donc l'hypothèse de gradients de pression capillaire négligeables est légitime dans notre étude.

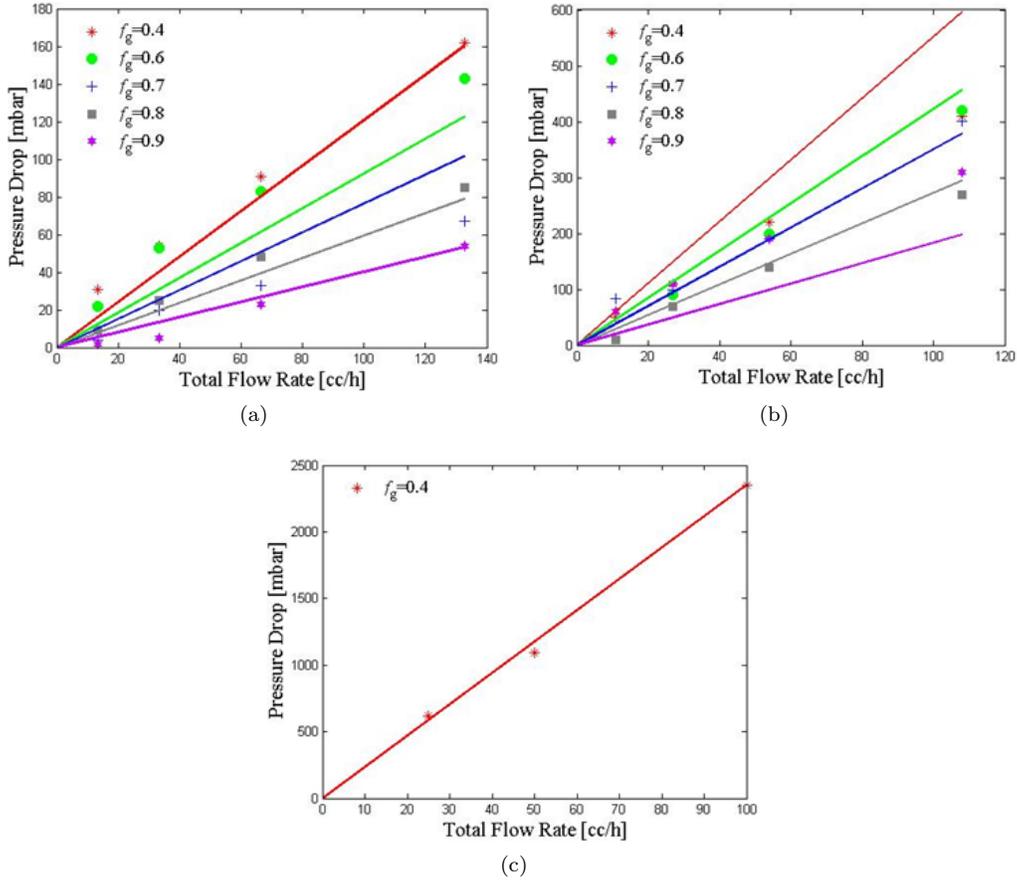


FIGURE 4.3 – Comparaison entre la différence de pression calculée et mesurée en régime permanent après ajustement des perméabilités relatives au débit total le plus élevé dans chaque cas : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3 (les lignes et les symboles représentent respectivement les calculs analytiques et les mesures).

#### 4.4.2 Estimation des paramètres du modèle empirique

D'une part, nous commençons par la méthode de Farajzadeh *et al* décrite dans la section 4.3.2.1. L'ensemble des paramètres du modèle de mousse, désigné par  $Y$ , est ajusté à l'aide d'une méthode de moindres carrés appliquée sur un domaine discret de paramètres, limité par

$$\begin{cases} 10^2 \leq M_{\text{ref}} \leq 10^4 & S_{wr} \leq S_w^* \leq S_{wr} + 0.3 \\ 10 \leq \Theta \leq 10^4 & 0.1 \leq e_c \leq 0.8 \end{cases} \quad (4.16)$$

Les paramètres du modèle de mousse calibré avec cette méthode sont donnés dans la table 4.5.

D'autre part, nous appliquons la méthode d'identification du modèle de mousse empirique au modèle physique en texture comme suit :

- Nous commençons par la détermination de l'exposant de la fonction  $F_4$ . À cette fin,

pour chaque qualité de mousse  $f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha$ , les produits  $\mu_f^{\text{app}} k_{rg}(S_w)$  à différentes vitesses totales sont ajustés par une loi de puissance avec un exposant  $c(f_g)$  selon les développements précédents (voir la section 4.3.2.2). Comme le montre la figure 4.4, les valeurs  $c(f_g)$  ajustées pour chaque carotte sont très proches et une valeur moyenne  $c = \frac{1}{N_\alpha} \sum_{f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha} c(f_g)$  peut être retenue. Par ailleurs, les valeurs de  $c$  sont également très proches d'une carotte à une autre, comme indiqué dans la table 4.5. En conséquence, nous n'avons pas tenté d'identifier une loi d'échelle de ce paramètre en fonction de la perméabilité.

- Nous procédons ensuite au paramétrage de la fonction  $F_2$ . À cette fin, les valeurs  $C_f n_f$  calculées à l'aide de l'équation (4.11) sont tracées en fonction de la qualité de la mousse, afin de déterminer le produit  $C_f n_f$  maximum, qui est égal à  $C_f n_f^{\text{max}}$  étant donné que  $C_f$  est invariant pour un système roche-fluide donné. La texture maximale  $n_f^{\text{max}}$  est estimée à partir de la taille de pore caractéristique de la carotte considérée (estimée à partir de sa porosité et de sa perméabilité comme indiqué par l'équation (4.13)). Les résultats obtenus sont présentés en Figure 4.5.
- La texture adimensionnelle  $n_D$  peut être ainsi calculée et tracée en fonction de la qualité de la mousse, ou en fonction de la saturation en tenant compte de la relation bi-univoque entre  $f_g$  et  $S_w$  résultant de l'équation (4.5). La fonction  $n_D(S_w)$  déterminée peut alors être utilisée pour déterminer les paramètres  $S_w^*$  et  $\Theta$  de la fonction  $F_2$ . La méthode de moindres carrés a été utilisée et appliquée aux données transcrites en texture à la plus faible vitesse puisqu'elles reflètent le mieux les effets de la texture et présentent également moins de dispersion (voir Figure 4.6). En effet, le modèle de mousse empirique suppose implicitement que  $F_2$ , et en particulier le paramètre  $S_w^*$ , est indépendant de la vitesse du gaz dont l'effet est pris en compte par la fonction  $F_4$ . L'invariance de  $S_w^*$  est également conforme au concept de la modélisation de la mousse à la pression capillaire critique  $P_c^*$  tel qu'expliqué par Zhou et Rossen [108, 117].
- Finalement, la réduction de mobilité du gaz de référence  $M_{\text{ref}}$  est estimée au moyen de l'équation (4.14).

Pour résumer, la méthode d'identification ci-dessus se révèle être une procédure de traitement déterministe basée sur une transcription de mesures de viscosité apparente en termes de saturation et de texture. Certes le modèle de mousse résultant reste un modèle approximatif, en raison des incertitudes de mesure et des hypothèses sous-jacentes à la méthode de transcription des mesures, comme l'absence d'effets capillaires et de la compressibilité et l'établissement du régime permanent.

Les paramètres du modèle à lamelles ainsi obtenus sont donnés dans la table 4.4 et les paramètres du modèle empirique ajusté selon les deux méthodes sont résumés dans la table 4.5.

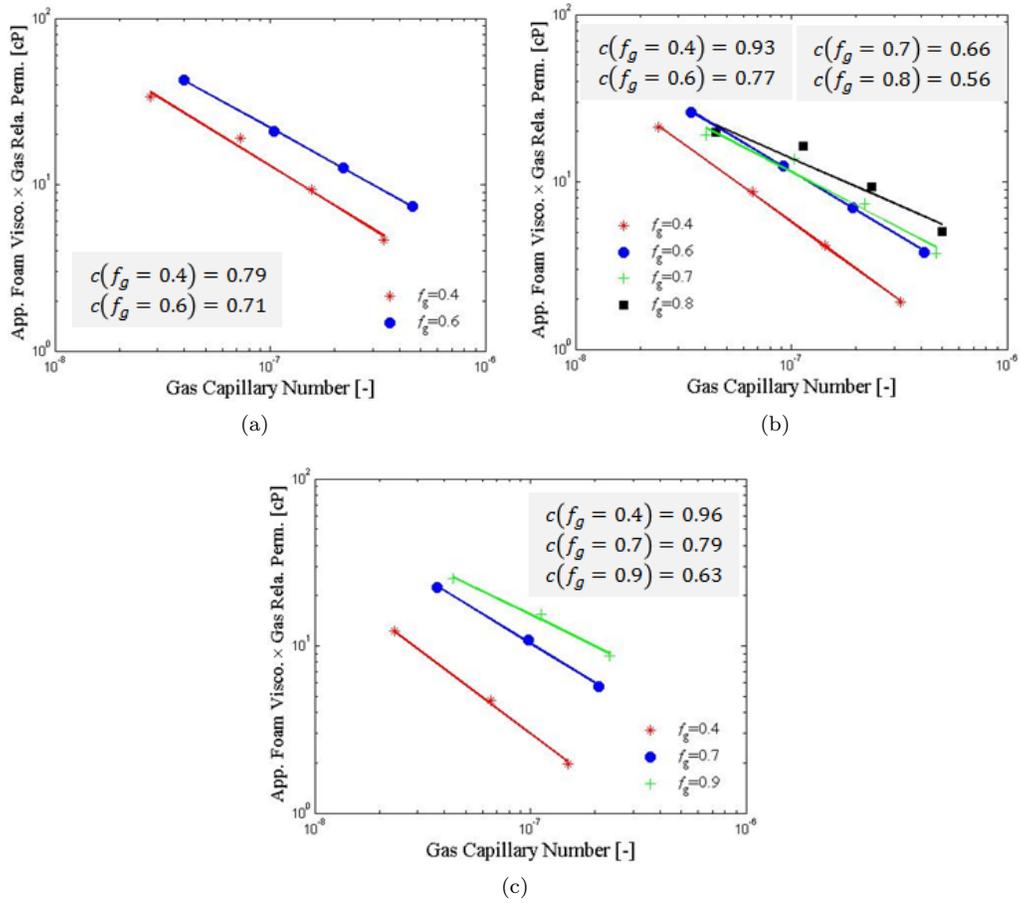


FIGURE 4.4 – Ajustement de lois puissances de  $N_{cg}$  sur les essais de déplacement de mousse à vitesse totale variable et à qualité fixée : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les lignes sont les lois finales ajustées et les symboles sont les données expérimentales. Les valeurs  $c(f_g)$  indiquées en légende correspondent aux exposants ajustés pour chaque qualité de mousse  $f_g \in \mathcal{LQ}_\alpha$ . Une moyenne de ces valeurs de  $c(f_g)$  est retenue comme l'exposant shear-thinning final  $c$  pour une carotte donnée.

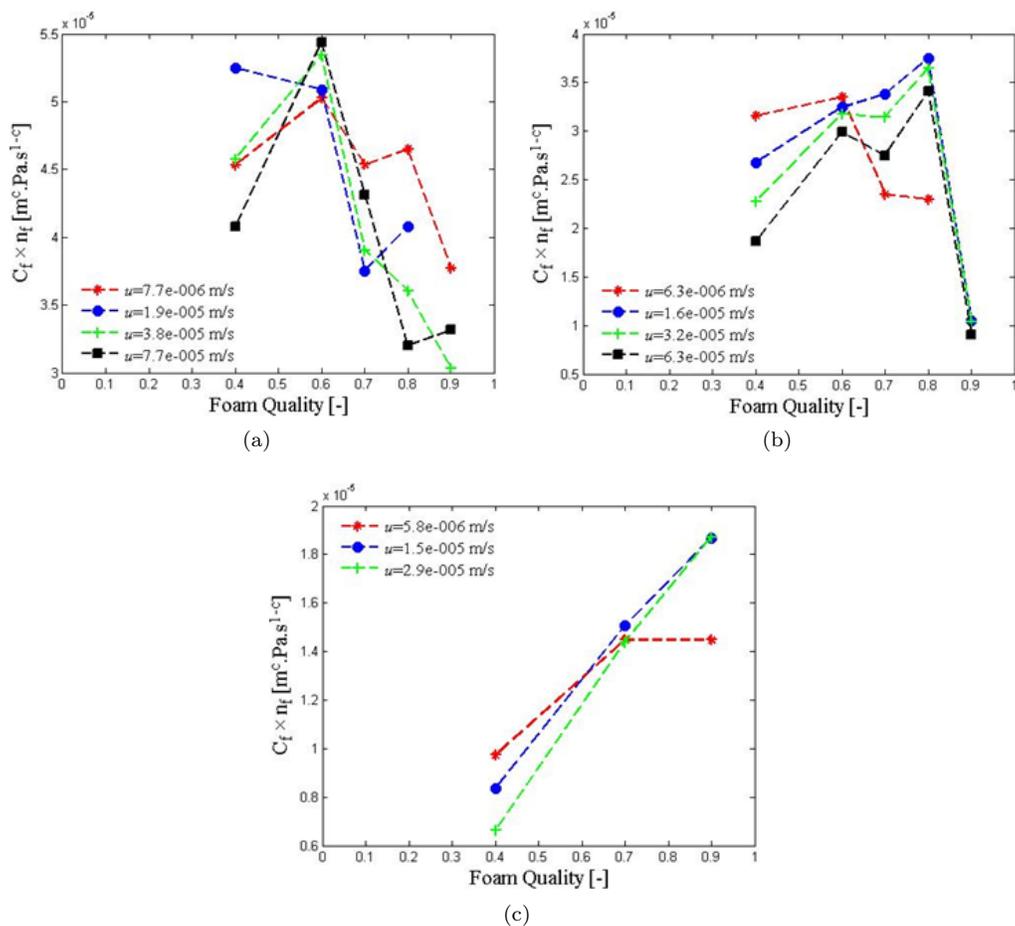


FIGURE 4.5 – Produit  $C_f n_f$  en fonction de la qualité de la mousse : (a) carotte 1, (b) carotte 2, et (c) carotte 3 (les lignes discontinues représentent des guides visuels pour la lecture des mesures à vitesse totale fixée).

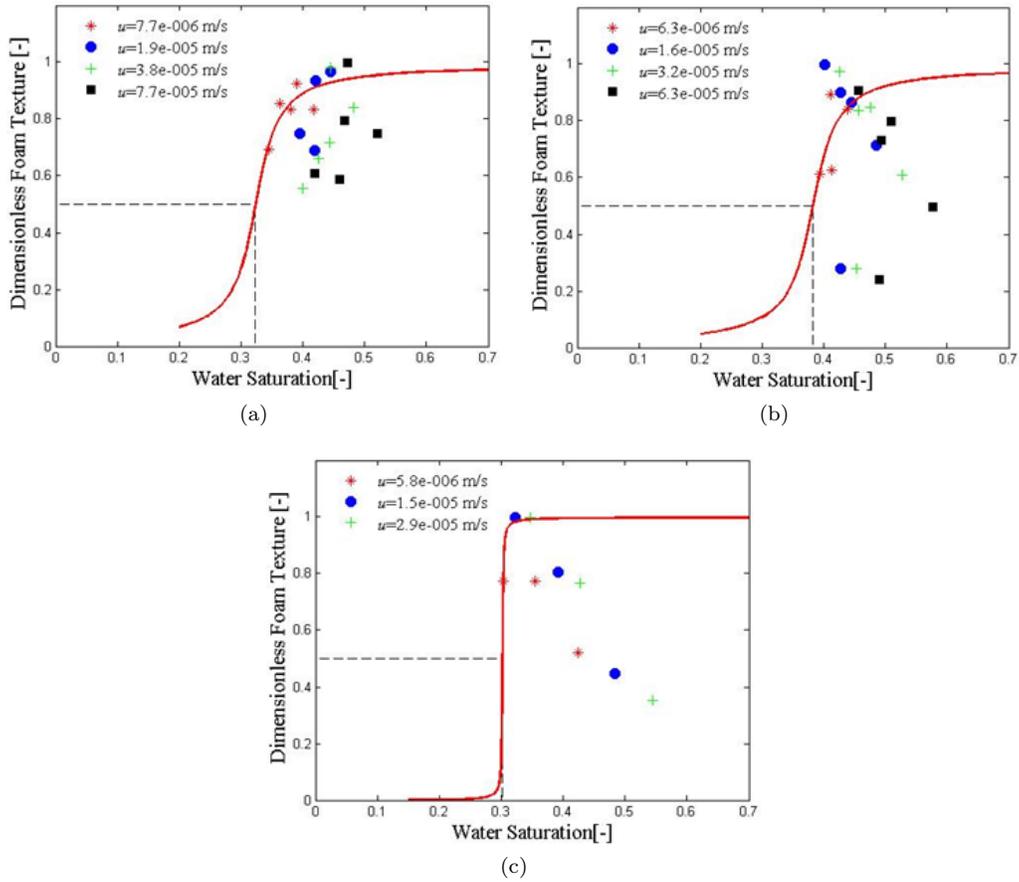


FIGURE 4.6 – Variation de la texture adimensionnelle  $n_D$  (obtenue au moyen de la méthode d'identification) en fonction de la saturation en eau : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les symboles sont les valeurs de texture issues des données expérimentales et les lignes représentent les fonctions  $F_2$  ajustées aux valeurs de texture à la vitesse totale la plus faible.

TABLE 4.4 – Paramètres du modèle à lamelles déterminés à partir des mesures de viscosité apparente de la mousse. La constante  $c$  affichée dans l’unité de  $C_f$  est l’exposant shear-thinning ajusté pour chaque carotte.

Carotte	$C_f$ ( $\text{m}^{1+c} \cdot \text{Pa} \cdot \text{s}^{1-c}$ )	$n_f^{\max}$ ( $\text{m}^{-1}$ )
1	$3.56 \times 10^{-10}$	$1.52 \times 10^5$
2	$1.42 \times 10^{-10}$	$2.63 \times 10^5$
3	$0.498 \times 10^{-10}$	$3.75 \times 10^5$

TABLE 4.5 – Paramètres du modèle de mousse empirique déduits données expérimentales, selon la méthode de Farajzadeh *et al* [34] et selon la méthode d’identification proposée dans ce chapitre.

Carotte	$M_{\text{ref}}$ (-)	$S_w^*$ (-)	$\Theta$ (-)	$N_{cg}^{\text{ref}}$ (-)	$c = e_c$ (-)
Méthode de Farajzadeh <i>et al</i>					
1	4342	0.341	424	$2.774 \times 10^{-8}$	0.72
2	2983	0.392	308	$2.774 \times 10^{-8}$	0.76
3	2055	0.278	549	$2.774 \times 10^{-8}$	0.67
Méthode d’identification					
1	5317	0.323	36	$2.774 \times 10^{-8}$	0.75
2	3002	0.382	34	$2.774 \times 10^{-8}$	0.73
3	2736	0.302	$10^3$	$2.774 \times 10^{-8}$	0.79

La qualité de la calibration du modèle de mousse a été évaluée à partir de la comparaison du flux fractionnaire du gaz moussant, d’une part, et de la viscosité apparente de la mousse, d’autre part, calculés avec les données expérimentales. Tout d’abord, nous calculons le flux fractionnaire  $f_g(Y; S_g)$ , comme indiqué dans la section 3.2.3 du chapitre 3. Puis, nous utilisons la relation  $f_g-S_g$  obtenue pour calculer la viscosité apparente à partir de l’équation (4.6).

Les résultats de la comparaison sont présentés à la figure 4.7. La comparaison est effectuée pour les deux modèles calibrés selon la méthode des moindres carrés et la méthode d’identification. Nous constatons que les flux fractionnaires, les viscosités apparentes maximales et les transitions entre les deux régimes de faible et haute qualité sont prédits avec succès pour les deux premières carottes 1 et 2, alors que pour la troisième, le régime de faible qualité n’est pas bien reproduit. Ce problème est mis en évidence par la figure 4.6 (c) : celle-ci montre que la texture de la mousse diminue avec la saturation en eau dans le régime faible qualité, ce qui est inattendu et ne peut être restitué par la fonction  $F_2$  du modèle empirique qui suppose que la texture de la mousse est constante et maximale dans ce régime. En raison de l’ajustement non satisfaisant des données de la carotte 3, certaines réserves seront prises dans la mise à l’échelle des paramètres empiriques en fonction de la perméabilité qui a été réalisée dans la dernière section de ce chapitre. Par ailleurs, la figure 4.7 (b) montre que les mesures du régime haute qualité ( $f_g = 0.9$ ) pour la deuxième carotte sont incertaines ou bruitées, ce qui rend la calibration du modèle dans ce régime est très difficile.

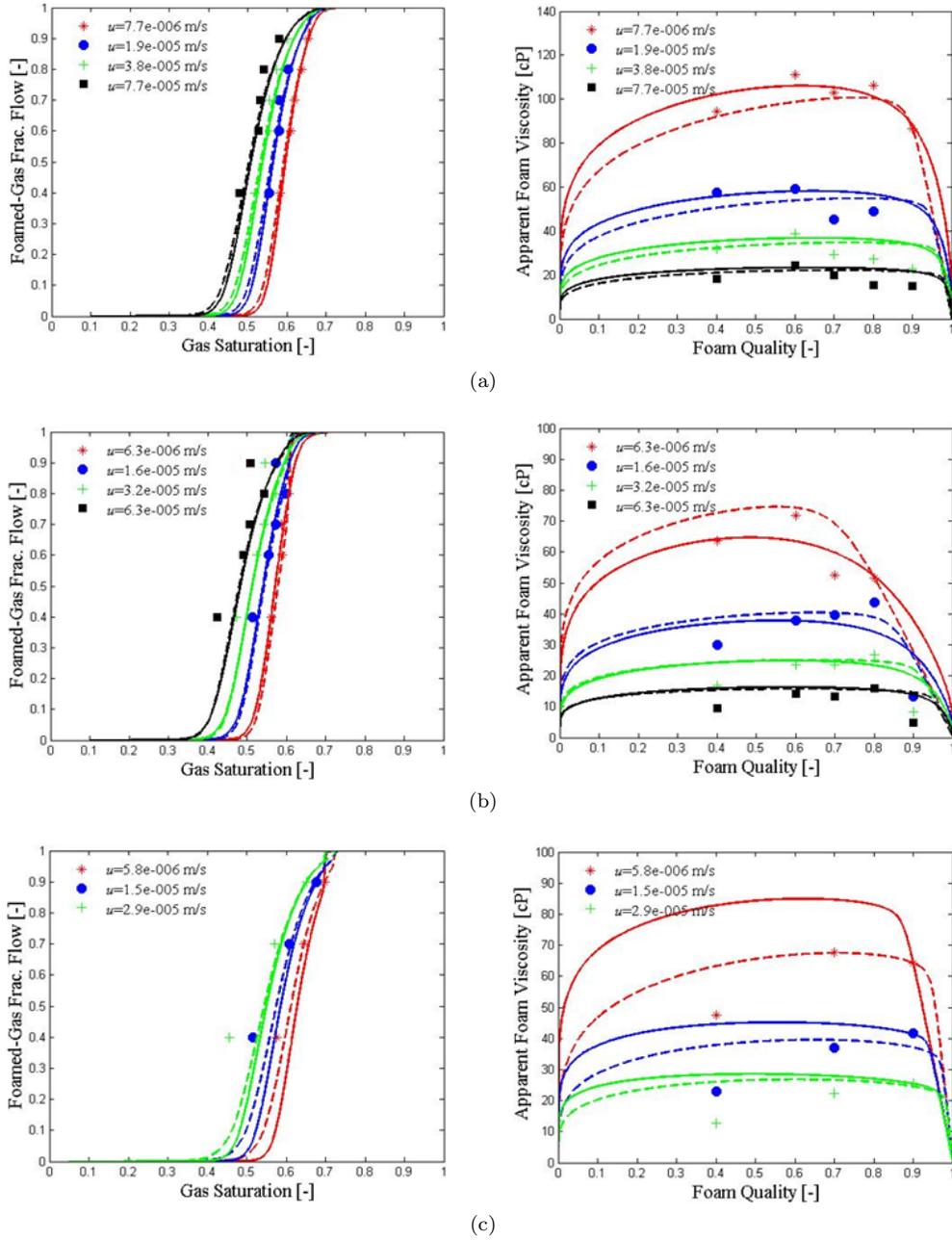


FIGURE 4.7 – Comparaison entre les flux fractionnaires du gaz moussant et les viscosités apparentes de la mousse calculés avec les données expérimentales : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les lignes représentent les résultats calculés (lignes discontinues pour les résultats de la méthode de Farajzadeh *et al.* et des lignes continues pour la méthode d'identification) et les symboles sont les données expérimentales.

Une autre manière de représenter les résultats est celle adoptée par Osterloh et Jante [30] : en utilisant les paramètres calibrés du modèle empirique, nous traçons les iso- $\Delta P$  pour différentes vitesses totales et qualités afin d’avoir une représentation globale des prévisions du modèle. Les résultats obtenus sont reportés en Figure 4.8. Celle-ci illustre le régime faible qualité (caractérisé par des lignes iso- $\Delta P$  horizontales), le régime haute qualité (caractérisé par des lignes iso- $\Delta P$  quasi-verticales) et la transition entre ces deux régimes pour les trois carottes. Rappelons qu’une droite tirée à partir de l’origine du graphe représente les déplacements de mousse à qualité fixée et vitesse totale variable. Nous observons qu’en suivant cette droite, les courbes d’iso- $\Delta P$  qui sont tracées à pas régulier de  $\Delta P$  s’écartent de plus en plus à vitesse élevée, ce qui illustre l’effet ”shear-thinning” (amincissement) des films de liquide sur la performance de la mousse. Cet effet est principalement régi par la fonction  $F_4$  du modèle de mousse dont l’exposant  $e_c$  est égal à 0.75 pour la carotte 1, 0.73 pour la carotte 2 et 0.79 pour la carotte 3.

**Remarque.** La calibration du modèle empirique est généralement basée sur les mesures stabilisées de l’écoulement de mousse, comme c’est le cas dans notre étude, pour s’affranchir du régime transitoire de génération ou de destruction des lamelles dont le modèle empirique ne tient pas compte. Néanmoins, en pratique, les modèles calibrés en régime permanent sont utilisés pour simuler l’écoulement de mousse en transitoire. Nous avons ainsi confronté les prévisions du modèle aux mesures transitoires de la différence de pression. Les résultats pour chaque carotte sont reportés dans l’annexe D. Comme dans le cas diphasique, nous évaluons également dans cette annexe notre hypothèse de travail qui consiste à négliger la pression capillaire dans l’écoulement de mousse. Nous avons trouvé que : (1) la prédiction du modèle est globalement acceptable et satisfaisante compte tenu des incertitudes des mesures inhérentes aux déplacements de mousse en milieu poreux naturels, en particulier dans le régime haute qualité où l’écoulement des mousses est très instable et très sensible aux conditions expérimentales, et (2) les effets de la pression capillaire peuvent être négligés pour le cas d’étude considéré.

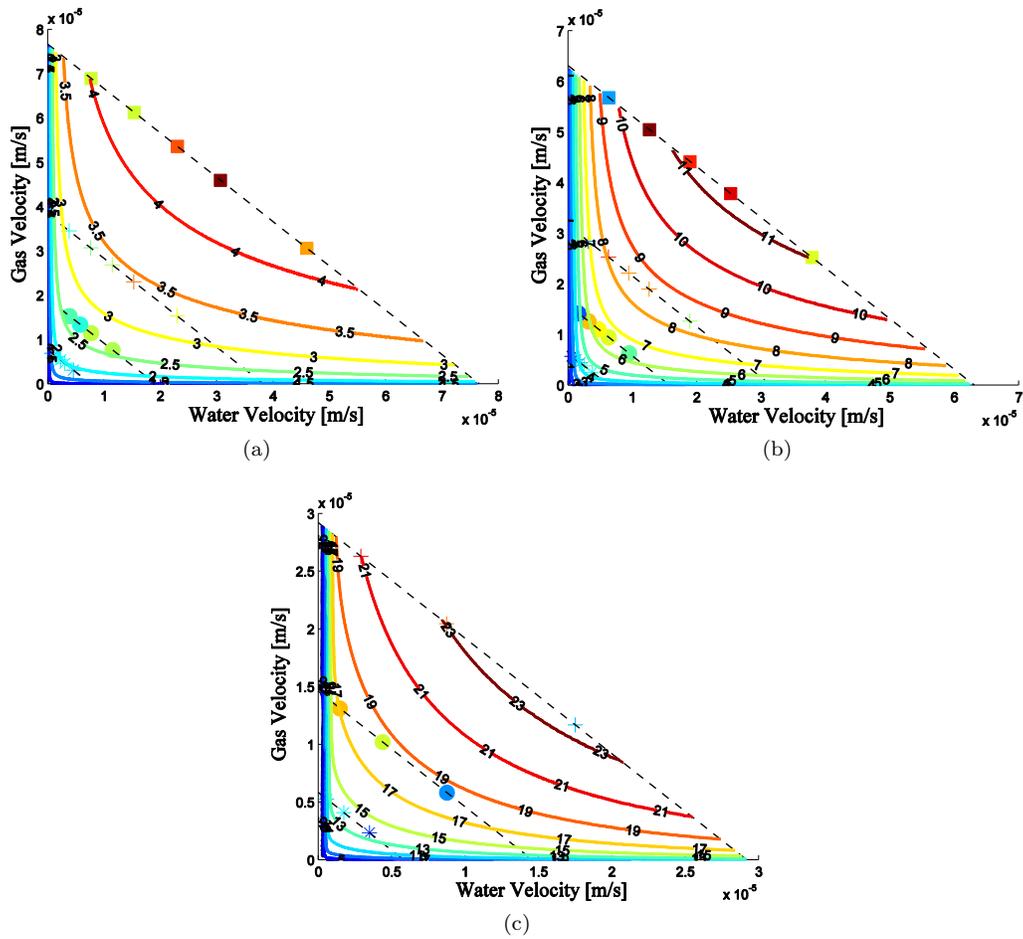


FIGURE 4.8 – Contours iso- $\Delta P$  en fonction de la vitesse de filtration de l'eau et du gaz calculés en utilisant le modèle de mousse calibré par la méthode d'identification : (a) carotte 1, (b) carotte 2 et (c) carotte 3. Les valeurs affichées sur les contours de  $\Delta P$  sont en bar. Les symboles représentent les données expérimentales sur lesquelles la calibration du modèle de mousse a été effectuée. Les traits discontinus représentent les variations de la qualité de mousse à vitesse totale fixée.

## 4.5 Impact de la perméabilité sur les paramètres de calibration : lois d'échelle

Les mécanismes de génération, de propagation et de destruction de la mousse, qui déterminent sa texture et sa mobilité, dépendent de la distribution de la taille des pores, caractérisée par la pression capillaire du milieu poreux. À cet égard, les paramètres du modèle de mousse empirique, en particulier  $S_w^*$  (ou encore  $P_c^*$ ),  $\Theta$  et  $M_{\text{ref}}$ , varient d'un milieu poreux à un autre. Ce point a été abordé dans la littérature [27, 34, 78] ; mais des relations qualitatives ont seulement pu être mises en évidence en raison de l'imprécision des mesures. Ce contexte nous conduit à étudier l'impact du milieu poreux, essentiellement caractérisé par sa perméabilité (ou sa pression capillaire), sur les paramètres du modèle empirique. Pour cela, nous considérons les modèles de mousse calibrés en section 4.4.2 au moyen de la méthode d'identification.

Étant donné que la porosité ne varie pas de plus de 1 %, nous négligeons ses effets dans l'analyse présentée ci-dessous. De plus, l'impact des vitesses d'eau et de gaz semble indépendant des propriétés du milieu poreux puisque les valeurs ajustées du paramètre  $e_c$  de la fonction  $F_4$  sont très proches d'une carotte à l'autre. Aussi, la mise à l'échelle de ce paramètre  $e_c$  en fonction de la perméabilité n'est pas étudiée dans ce qui suit.

### 4.5.1 Évolution de la pression capillaire critique $P_c^*$ et de la saturation critique $S_w^*$

La relation entre la saturation en eau limite  $S_w^*$  et la perméabilité peut être étudiée au moyen de la fonction de pression capillaire en raison de la relation univoque entre la saturation et la pression capillaire. Nous commençons par déterminer les fonctions  $P_c(S_w)$  de chaque carotte comme suit. Des mesures de la  $P_c$  par porosimétrie au mercure sur des échantillons similaires de perméabilités 465 et 50 mD sont disponibles. Les mesures montrent que la structure poreuse des deux massifs n'est pas homothétique et ne correspond pas à la même fonction adimensionnelle  $J(S_w)$  de Leverett (voir équation 2.3). Par conséquent, nous avons déterminé une fonction commune aux carottes 1 et 2 à partir des données de l'échantillon de 465 mD et une autre fonction pour la carotte 3 à partir des mesures effectuées sur l'échantillon de 50 mD. Les courbes de  $P_c$  sont ensuite déterminées par inversion de la relation (2.3). Les résultats sont présentés sur la figure 4.9 (a).

Nous examinons maintenant l'évolution de  $S_w^*$  entre les trois carottes. La table 4.5 montre une augmentation de  $S_w^*$  lorsque la perméabilité diminue pour les carottes 1 et 2 qui ont la même structure poreuse. Ce résultat est conforme aux observations faites par les autres auteurs tels que Farajzadeh *et al* [34], Khatib *et al* [27] et Kapetas *et al* [78]. L'interprétation de ce résultat est recherchée et discutée comme suit.

Un point de vue quasi-statique de l'écoulement des mousses aux faibles vitesses est adopté dans un premier temps. Cela nous amène à supposer que la coalescence des bulles commence lorsque la pression de disjonction des lamelles est atteinte, c'est-à-dire lorsque  $P_c = \Pi_{\text{max}}$  compte

tenu de l'hypothèse d'équilibre quasi-statique (voir section 1.3.2.2 du chapitre 1). Autrement dit, nous supposons que  $P_c^* = \Pi_{\max}$ , quelles que soient les propriétés du milieu poreux. Par conséquent, l'inversion de la fonction  $P_c$  pour la valeur  $\Pi_{\max}$ , caractéristique du système moussant considéré, fournit la valeur de  $S_w^*$ . Celle-ci augmente nécessairement lorsque la perméabilité de milieux poreux homothétiques décroît (comme dans le cas de la carotte 1 et 2) pour les raisons suivantes : (1) la fonction  $P_c$  est monotone (décroissante) de  $S_w$ , et (b)  $P_c$  augmente lorsque la perméabilité diminue. Nous avons essayé de vérifier si cette interprétation était conforme aux valeurs de  $S_w^*$  ajustées pour les carottes homothétiques 1 et 2. À cette fin, nous avons estimé  $\Pi_{\max} = P_c^*$  comme la valeur de  $P_c$  de la carotte 1 à la saturation critique (donnée dans la table 4.5) puis nous avons inversé la fonction  $P_c$  de la carotte 2 pour cette même valeur afin de déterminer  $S_w^*$  pour cette deuxième carotte. Malheureusement, la valeur  $S_w^*$  ainsi déterminée est d'environ 0.83 beaucoup plus élevée que la valeur 0.38 déduite par un ajustement aux mesures (cf. Table 4.5). Finalement, l'hypothèse d'une  $P_c^*$  constante explique la décroissance de  $S_w^*$  avec la perméabilité, mais n'est pas valable sur un plan quantitatif.

Nous examinons maintenant l'évolution de la pression capillaire critique avec la perméabilité. Les valeurs de  $P_c^*$  ont été déterminées simplement à partir des courbes de  $P_c$  de la figure 4.9 (a) pour les valeurs  $S_w^*$  calibrées de la table 4.5. La variation résultante de  $P_c^*$  en fonction de la perméabilité est représentée dans la figure 4.9 (b). Nous constatons que  $P_c^*$  diminue lorsque la perméabilité croît. Cette observation implique que  $P_c^*$  dans le cas des mousses en milieu poreux ne dépend pas uniquement de la pression de disjonction des lamelles, mais aussi de la perméabilité du milieu. Une évolution proche de  $1/\sqrt{k}$  a été trouvée comme dans les études de Khatib *et al* [27] et Farajzadeh *et al* [34].

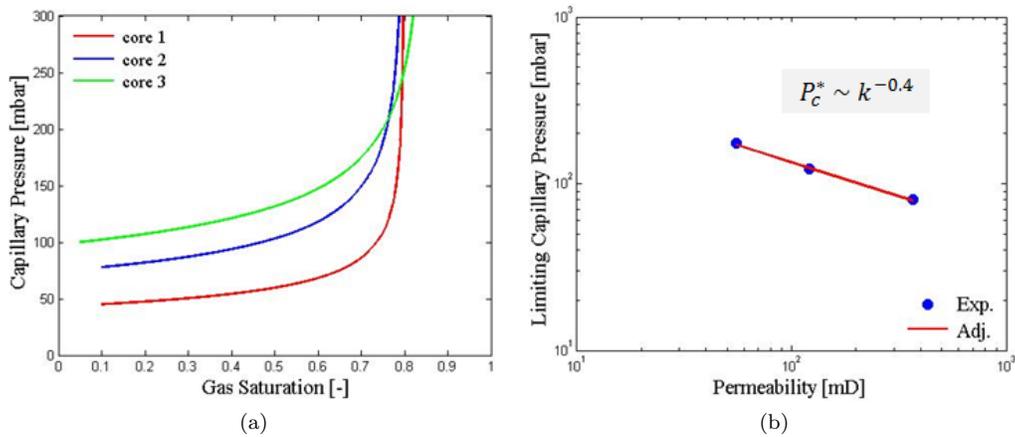


FIGURE 4.9 – (a) Courbes de pression capillaire de chaque carotte ; (b) impact de la perméabilité sur la pression capillaire limite  $P_c^*$ . Les points expérimentaux sont estimés à partir des saturations en eau limites  $S_w^*$  ajustées par la méthode d'identification (cf. Table 4.5) et la ligne continue représente l'ajustement des données par une loi de puissance. L'ajustement final est tel que  $P_c^* \sim k^{-0.4}$ .

L'interprétation d'une telle évolution peut être tentée selon un point de vue dynamique. Nous supposons maintenant que la coalescence de la mousse est due à l'étirement de la lamelle/amincissement des lamelles par frottement à la paroi des pores et se produit lorsque la dérivée transversale de la vitesse locale dans les pores, notée  $\frac{dw}{dy}$  (dérivée de la vitesse locale dans un pore par rapport à la distance transversale  $y$  de l'axe des pores) dépasse une valeur limite notée par  $w'_{\max}$ , qui est une caractéristique de la mousse considérée. Pour un écoulement de Poiseuille d'un film de liquide dans un tube capillaire de rayon  $r$ ,  $\frac{dw}{dy}$  est maximum à la paroi et égal à  $\frac{r}{2\mu}|\nabla P|$ . Par conséquent, la limite de stabilité des films est atteinte pour un gradient de pression  $|\nabla P|_{\max}$  égal à  $\frac{2\mu}{r}w'_{\max}$ , c'est-à-dire inversement proportionnel au rayon caractéristique des pores  $r$ . À ce gradient de pression maximum correspond une valeur maximale  $P_c^*$  de la  $P_c$ , qui est donc inversement proportionnelle à  $r$ , ou encore à  $\sqrt{k}$ . Ainsi, le point de vue dynamique de la stabilité des films explique l'évolution observée de  $P_c^*$  avec la perméabilité. Cependant, une mise à l'échelle de  $P_c^*$  comme  $1/\sqrt{k}$  implique que  $S_w^*$  est indépendante de la perméabilité, alors qu'une augmentation de  $S_w^*$  est généralement constatée lorsque la perméabilité diminue.

Finalement, aucune des deux interprétations quasi-statique ( $P_c^*$  constante) et dynamique ( $S_w^*$  constante) n'explique à la fois l'évolution de  $S_w^*$  et de  $P_c^*$  avec la perméabilité. Les résultats de cette étude indiquent que la réalité serait intermédiaire, mais toutefois plus proche de l'interprétation dynamique avec une valeur de  $P_c^*$  qui évolue comme  $1/k^\alpha$ , avec  $\alpha$  proche de  $1/2$ .

Afin de tirer la loi de mise à l'échelle équivalente de la saturation en eau critique, nous modélisons la pression capillaire comme [118]  $P_c(S) = P_e(1 - S)^{-1/\lambda}$ , où  $P_e$  désigne la pression capillaire d'entrée,  $S$  la saturation en gaz normalisée et  $\lambda$  l'indice de distribution des tailles de pores ( $\lambda = 3$  dans notre cas). La relation entre  $S_w^*$  et  $P_c^*$  est obtenue en inversant la fonction  $P_c$  pour  $P_c^*$ , ce qui conduit à :

$$S_w^* = S_{wr} + (1 - S_{wr} - S_{gi}) \left( \frac{P_e}{P_c^*} \right)^\lambda \quad (4.17)$$

En insérant la loi de mise à l'échelle de  $P_c^*$  dans cette expression et sachant que  $P_e \sim 1/\sqrt{k}$ , nous obtenons  $S_w^* \sim k^{\lambda(\alpha - \frac{1}{2})}$ . Ainsi, lorsque  $\alpha < \frac{1}{2}$ , la saturation en eau critique (comme la pression capillaire critique) augmente lorsque la perméabilité décroît. Dans notre cas, nous avons trouvé  $S_w^* \sim k^{-0.3}$  pour les deux carottes homothétiques. La figure 4.10 montre l'évolution obtenue du paramètre  $S_w^*$  en fonction de la perméabilité pour les trois carottes.

La table 4.6 résume les points de vue de la stabilité des films décrits ci-dessus et les évolutions correspondantes des paramètres du modèle empirique. Sans aucun doute, le problème est probablement plus complexe et ne peut pas être réduit à la simple analyse tentée ci-dessus. Comme l'indiquent Rossen et Zhou [117], la texture des mousses, qui change dans des conditions critiques caractérisées par  $P_c^*$  et  $S_w^*$ , l'hystérésis et le piégeage du gaz rendent l'analyse encore plus complexe. Indubitablement, d'autres travaux de recherche sont nécessaires pour clarifier les caractéristiques d'écoulement dans ces conditions dites critiques, sur la base d'expériences bien documentées qui couvrent toute la transition entre les deux régimes à faible et haute qualité.

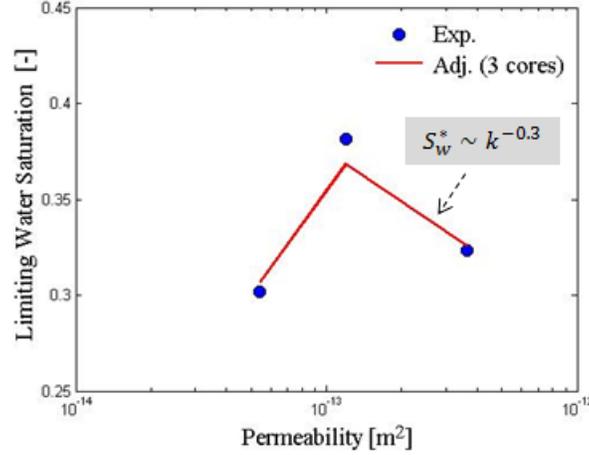


FIGURE 4.10 – Évolution de la saturation en eau critique  $S_w^*$  en fonction de la perméabilité : les points sont les données issues de la calibration du modèle empirique (cf. Table 4.5) et les traits continus les calculs suivant l'équation (4.17). La loi d'échelle pour les deux carottes homothétiques 1 et 2 est  $S_w^* \sim k^{-0.3}$ .

#### 4.5.2 Évolution du paramètre de transition $\Theta$

En ce qui concerne le paramètre de transition  $\Theta$ , les résultats de la table 4.5 ne montrent pas clairement une tendance dans l'évolution de  $\Theta$  avec la perméabilité. Pour les deux premières carottes homothétiques, le paramètre  $\Theta$  semble être plus ou moins invariant. En intégrant la troisième carotte dans l'analyse (bien que cela ne soit pas rigoureux d'un point de vue physique), on peut constater une augmentation de ce paramètre lorsque la perméabilité diminue. Une telle évolution est en accord avec les résultats de Farajzadeh *et al* [34]. L'interprétation de cette relation entre  $\Theta$  et la perméabilité est délicate en raison de la complexité des mécanismes de destruction des lamelles dans les milieux poreux. Néanmoins, nous tentons ci-après d'éclaircir la question à partir de l'analyse de la fonction  $F_2$ . On rappelle que, pour un milieu poreux quelconque, la fonction  $F_2$  du modèle empirique s'exprime en fonction de la saturation comme :

$$F_2(S_w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan[\Theta(S_w - S_w^*)] \quad (4.18)$$

où  $S_w^* = F_2^{-1}(\frac{1}{2})$  désigne la saturation en eau limite qui correspond à la valeur limite de la pression capillaire  $P_c^*$  au voisinage de laquelle les films coalescent. Le modèle suppose une évolution symétrique de la réduction de mobilité au voisinage de  $S_w^*$  entre l'état de mousse bien formée/optimale (valeur de  $F_2$  quasi-égale à 1 correspondant à une saturation optimale  $S_w^{\text{opt}}$ ) et l'état complètement dégradé (valeur de  $F_2$  quasi-nulle correspondant à une saturation minimale  $S_w^{\text{min}}$ ). Ainsi, un intervalle de transition  $I$  peut être défini pour chaque perméabilité, comme  $I = S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}$ . La transition de  $F_2$  au voisinage de la saturation  $S_w^*$  est régie par la valeur du paramètre  $\Theta$ . En linéarisant la fonction  $F_2$  au voisinage de son point de symétrie  $S_w^*$ , on trouve que l'intervalle de transition  $I$  est égal à  $1/\Theta$ , i.e. le produit  $I \times \Theta$  est invariant et ne

dépend pas de la perméabilité du milieu poreux.

La question posée alors est de déterminer l'évolution de  $\Theta$  avec la perméabilité. Encore une fois, nous devons considérer l'un ou l'autre des deux points de vue quasi-statique et dynamique de l'écoulement des lamelles dans les milieux poreux.

Tout d'abord, l'hypothèse quasi-statique implique que la coalescence de la mousse se produit sur un intervalle de  $P_c$  centré sur la valeur  $P_c^*$  fixe correspondant à la pression de disjonction  $\Pi_{\max}$  de la mousse. Cet intervalle de  $P_c$ , noté  $[\pi^-, \pi^+]$ , est le même quelle que soit la perméabilité du milieu poreux, comme illustré par la figure 4.11. Pour un milieu poreux de perméabilité  $k_{\text{ref}}$ , la largeur de l'intervalle de transition  $I_{\text{ref}}$  peut alors être exprimée comme  $I_{\text{ref}} = (S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}} = P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+)$ . De plus, pour un milieu poreux de perméabilité arbitraire  $k$ , on peut aussi écrire  $I = S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}} = P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)$ . À partir de ces deux dernières relations, nous déduisons la relation de mise à l'échelle comme suit:

$$\frac{I}{I_{\text{ref}}} = \frac{S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}}{(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}} = \frac{\Theta_{\text{ref}}}{\Theta} = \frac{P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)}{P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+)} \quad (4.19)$$

ce qui donne

$$\Theta = \Theta_{\text{ref}} \frac{P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+)}{P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+)} \quad (4.20)$$

Si on considère un intervalle de coalescence  $[\pi^-, \pi^+]$  étroit, alors la variation des fonctions inverses de  $P_c$  et de  $P_{c,\text{ref}}$  sur cet intervalle peut être approchée comme

$$\begin{cases} P_c^{-1}(\pi^-) - P_c^{-1}(\pi^+) = S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}} \approx \left( \frac{dS_w}{dP_c} \right)_{\Pi_{\max}} (\pi^- - \pi^+) \\ P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^-) - P_{c,\text{ref}}^{-1}(\pi^+) = (S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}} \approx \left( \frac{dS_w}{dP_{c,\text{ref}}} \right)_{\Pi_{\max}} (\pi^- - \pi^+) \end{cases} \quad (4.21)$$

ce qui conduit finalement à

$$\Theta = \Theta_{\text{ref}} \frac{\left( \frac{dS_w}{dP_{c,\text{ref}}} \right)_{\Pi_{\max}}}{\left( \frac{dS_w}{dP_c} \right)_{\Pi_{\max}}} \quad (4.22)$$

L'évolution explicite de  $\Theta$  en fonction de  $k$  ne peut pas être prédite a priori à partir de cette relation, même pour les milieux poreux homothétiques, car la dernière expression dépend de la forme de  $P_c$  et de  $P_{c,\text{ref}}$  à la valeur  $\Pi_{\max}$ . Nous n'avons pas testé cette relation sur les valeurs de  $\Theta$  calibrées de la table 4.5 car l'hypothèse d'une  $P_c^*$  constante n'est pas vérifiée dans notre cas d'étude.

Considérons maintenant l'hypothèse dynamique, suivant laquelle la coalescence des lamelles se produit sur un intervalle invariant du gradient de vitesse transversal à la direction des pores, noté  $[(w'_{\max})^-, (w'_{\max})^+]$ . Comme expliqué dans la section 4.5.1, à cet intervalle de vitesse correspond un intervalle de gradient de pression  $[\frac{2\mu}{r}(w'_{\max})^-, \frac{2\mu}{r}(w'_{\max})^+]$  et un intervalle de pression capillaire critique  $[(P_c^*)^-, (P_c^*)^+]$  pour un milieu poreux de perméabilité  $k$  et de rayon caractéristique  $r$  (avec  $r \sim \sqrt{k}$ ). L'invariance des gradients de vitesse implique également l'inva-

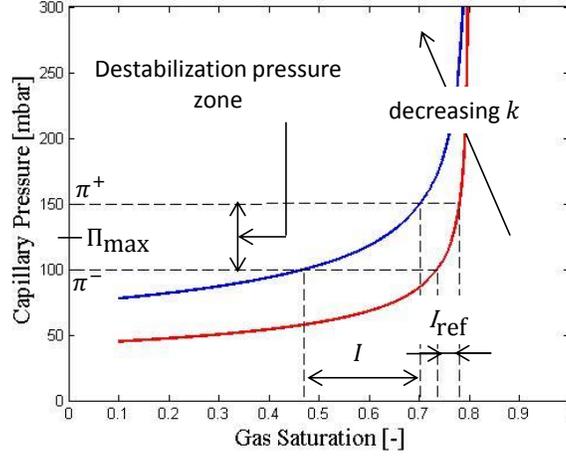


FIGURE 4.11 – Hypothèse quasi-statique pour la détermination du paramètre de transition  $\Theta$  dans le cas de deux milieux poreux homothétiques.  $I_{\text{ref}}$  et  $I$  sont respectivement les deux intervalles de transition pour la première perméabilité  $k_{\text{ref}}$  et la deuxième  $k$  (avec  $k \leq k_{\text{ref}}$ ). Les paramètres de transition correspondants  $\Theta_{\text{ref}} \sim \frac{1}{I_{\text{ref}}}$  et  $\Theta \sim \frac{1}{I}$  sont liés par la relation (4.22).

riance du produit  $rP_c^*$  comme le gradient de pression et la pression capillaire sont proportionnels. La relation de mise à l'échelle pour l'intervalle de coalescence  $[S_w^{\text{opt}}, S_w^{\text{min}}]$  peut ainsi être exprimée comme une invariance du produit  $rP_c^*$  sur cet intervalle, comme développée ci-après.

Pour deux milieux poreux homothétiques de rayon caractéristique  $r$  et  $r_{\text{ref}}$ , l'invariance de l'intervalle  $[(P_c^*)^-, (P_c^*)^+]$  nous donne

$$r [P_c(S_w^{\text{opt}}) - P_c(S_w^{\text{min}})] = r_{\text{ref}} \{P_{c,\text{ref}}[(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}}] - P_{c,\text{ref}}[(S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}]\} \quad (4.23)$$

En linéarisant au voisinage de  $S_w^*$ , la relation précédente s'écrit :

$$r (S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}) \left( \frac{dP_c}{dS_w} \right)_{S_w^*} = r_{\text{ref}} [(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}] \left( \frac{dP_{c,\text{ref}}}{dS_w} \right)_{(S_w^*)_{\text{ref}}} \quad (4.24)$$

Compte tenu de l'invariance de  $\Theta \times I$ , nous déduisons la relation générale suivante entre  $\Theta$  et  $\Theta_{\text{ref}}$  :

$$\Theta = \Theta_{\text{ref}} \frac{(S_w^{\text{opt}})_{\text{ref}} - (S_w^{\text{min}})_{\text{ref}}}{S_w^{\text{opt}} - S_w^{\text{min}}} = \Theta_{\text{ref}} \frac{r \left( \frac{dP_c}{dS_w} \right)_{S_w^*}}{r_{\text{ref}} \left( \frac{dP_{c,\text{ref}}}{dS_w} \right)_{(S_w^*)_{\text{ref}}}} \quad (4.25)$$

Dans le cas de deux milieux poreux homothétiques, nous avons  $P_c(S_w) = \frac{r_{\text{ref}}}{r} P_{c,\text{ref}}(S_w)$ , et donc l'invariance de  $rP_c^*$ , i.e.  $rP_c(S_w^*) = r_{\text{ref}} P_{c,\text{ref}}[(S_w^*)_{\text{ref}}]$  conduit à  $P_{c,\text{ref}}(S_w^*) = P_{c,\text{ref}}[(S_w^*)_{\text{ref}}]$ , i.e.  $S_w^* = (S_w^*)_{\text{ref}}$ , ce qui est également vrai pour les deux saturations optimale et minimale. Par conséquent,  $I = I_{\text{ref}}$ , ou autrement dit,  $\Theta = \Theta_{\text{ref}}$  pour deux milieux poreux homothétiques selon

l'hypothèse dynamique. Les valeurs quasi-identiques de  $\Theta$  obtenues pour les carottes 1 et 2, i.e. 36 et 34, sont en accord avec cette hypothèse dynamique.

En ce qui concerne la carotte 3, qui n'est pas homothétique aux deux autres échantillons, on peut vérifier si la relation de mise à l'échelle établie sous l'hypothèse dynamique peut être généralisée pour estimer  $\Theta$  pour la carotte 3, en se basant sur la valeur déterminée pour la carotte 1 par exemple. D'une part, le ratio des rayons caractéristiques  $r_3/r_1$  est égal à 0.4 à partir des données  $(k, \phi)$  de la table 4.1. D'autre part, le ratio des dérivées de  $P_c$  à la saturation en eau critique de ces deux carottes est proche de 1.7. Par conséquent, le paramètre de transition pour la carotte 3 ne devrait pas différer beaucoup de celui de la première : un tel calcul donne une estimation de  $\Theta_3$  de 25. Cette prédiction n'est pas conforme à la valeur réellement calibrée, qui est de l'ordre de 1000. Il est cependant difficile de conclure car la sensibilité du paramètre de transition est très élevée pour les mousses. Par conséquent, son ajustement est incertain et très approximatif en raison de la forte dispersion des données expérimentales et du nombre de mesures très limité dans la zone de transition (voir Figure 4.6).

### 4.5.3 Évolution du paramètre $M_{\text{ref}}$

Pour une mousse donnée, la réduction de mobilité de référence  $M_{\text{ref}}$  représente le rapport entre la mobilité du gaz conventionnel  $\frac{k_{rg}}{\mu_g}$  et la mobilité du gaz moussant qui est définie comme  $\frac{k_{rg}^f}{\mu_g^f}$  suivant les modèles empiriques, ou comme  $\frac{k_{rg}}{\mu_g^f}$  suivant les modèles à lamelles, dans les conditions optimales de réduction de mobilité. La loi d'échelle de  $M_{\text{ref}}$  avec la perméabilité de milieux poreux homothétiques, qui sont caractérisés par les mêmes fonctions  $k_{rg}$ , se ramène alors à la mise à l'échelle de  $\mu_g^f$ . L'équation d'identification (4.14) pour  $M_{\text{ref}}$  souligne que, pour la même vitesse de référence, la réduction de la mobilité est au premier ordre déterminée par le produit de  $C_f$  et de la texture maximale  $n_f^{\text{max}}$ .

Pour expliciter la dépendance à la perméabilité du paramètre  $C_f$ , nous considérons l'expression de la viscosité effective du gaz développée par Hirasaki et Lawson [10] pour l'écoulement d'un train de lamelles dans un capillaire (voir équation (2.19))

$$\mu_g^f = 0.85 \mu_w \frac{n_L}{r_c} (r^2 + r_c^2) \left( \frac{\sigma}{3\mu_w v_f} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.26)$$

où  $r$  désigne le rayon du capillaire,  $r_c$  le rayon de courbure de la bordure de Plateau limitant les bulles de gaz et  $n_L$  la densité linéique des lamelles. Notons que dans la dernière expression nous négligeons la contribution des bouchons de liquide et du gradient de tension interfaciale à travers la bulle. Cette expression de la viscosité effective peut être considérée à des fins de mise à l'échelle, car elle tient compte des caractéristiques géométriques des tubes capillaires représentatives des propriétés du milieu poreux assimilé à un ensemble de tels tubes capillaires.

Pour une mousse donnée qui s'écoule dans un milieu poreux de perméabilité  $k$  et de porosité  $\phi$ , le rayon du tube capillaire  $r$  est donc équivalent à la quantité  $\sqrt{8k/\phi}$  (comme déjà indiqué en section 4.3.2.2) et le rayon  $r_c$  est lié à la pression capillaire dans les films de liquide. Nous

supposons par ailleurs que  $r_c$  est négligeable par rapport aux rayons des pores  $r$  (i.e.  $r_c \ll r$ , une telle hypothèse pourrait cependant ne pas être valable dans le cas des milieux poreux de très faible perméabilité) et que ce rayon  $r_c$  est invariant pour la même mousse déplacée à travers différents milieux poreux. Par conséquent,  $\mu_g^f$  est proportionnel à  $n_L r^2$  pour les mêmes conditions de vitesse. En particulier, pour des milieux poreux homothétiques de différentes perméabilités et de porosités similaires, le rayon  $r$  varie comme  $\sqrt{k}$  et la texture linéique de la mousse  $n_L$ , quantifiée par  $\frac{3}{4r}$ , varie comme l'inverse du rayon  $r$ , c'est-à-dire  $n_L \sim 1/\sqrt{k}$  (voir section 4.3.2.2), ce qui conduit à  $\mu_g^f \sim \sqrt{k}$ . L'analyse ci-dessus indique ainsi que  $M_{\text{ref}}$  devrait augmenter avec la racine carrée de la perméabilité pour des milieux poreux homothétiques de différentes perméabilités. Cette approximation de la mise à l'échelle néglige les petites variations de porosité par rapport aux variations de perméabilité dans les milieux poreux naturels.

L'analyse des résultats de  $M_{\text{ref}}$  pour les carottes 1 et 2 est conforme à la relation précédente. En effet, la table 4.5 indique que  $M_{\text{ref}}^2 = 3002$  est très proche de  $M_{\text{ref}}^1 \sqrt{k_2/k_1} = 5317 \sqrt{121/368} = 3049$ . La carotte 3 de faible perméabilité est caractérisée par une structure poreuse légèrement différente de celle des carottes 1 et 2. Sa valeur de  $M_{\text{ref}}$  est inférieure aux valeurs correspondantes pour les deux premières carottes, mais la proportionnalité à  $\sqrt{k}$  n'est pas tout à fait respectée, comme l'illustre la figure 4.12.

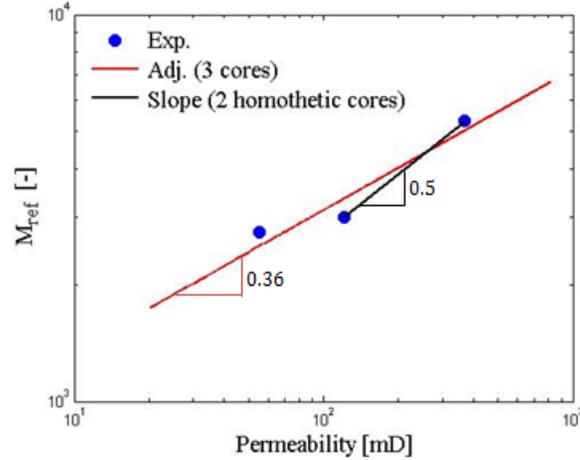


FIGURE 4.12 – Dépendance de  $M_{\text{ref}}$  à la perméabilité du milieu poreux. Notons que l'ajustement intègre les données des trois carottes bien que la troisième carotte ait une structure poreuse légèrement différente. L'ajustement optimal donne  $M_{\text{ref}} \sim k^{0.36}$ . Les mesures des carottes homothétiques 1 et 2 montrent que  $M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$  conformément à la loi d'échelle démontrée plus haut.

Pour conclure, l'évolution des paramètres du modèle de mousse avec les propriétés du milieu poreux semble suivre les lois de mise à l'échelle dérivées d'une équivalence entre l'écoulement de la mousse dans un milieu poreux et l'écoulement des bulles de gaz dans des tubes capillaires. La table 4.6 synthétise toutes les lois d'échelle identifiées et proposées dans ce chapitre et les variations des paramètres du modèle empirique qu'en découlant. De telles lois méritent d'être

étudiées/validées davantage sur la base d'un ensemble de mesures plus large effectuées sur des milieux poreux naturels bien caractérisés.

TABLE 4.6 – Récapitulation des lois d'échelle des paramètres du modèle de mousse empirique par rapport à la perméabilité.

Hypothèse de stabilité des lamelles	Évolution de $P_c^*$ avec $k$	Évolution de $S_w^*$ avec $k$	Évolution de $\Theta$ avec $k$	Évolution de $M_{\text{ref}}$ avec $k$
Quasi-statique	$P_c^*$ constante	$S_w^*$ augmente lorsque $k$ décroît	dépendante de $P_c$	$M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$
Dynamique	$P_c^* \sim 1/\sqrt{k}$	$S_w^*$ constant	$\Theta$ constant	$M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$
Observation	$P_c^* \sim 1/k^\alpha$ avec $\alpha \leq \frac{1}{2}$ (proche de $\frac{1}{2}$ )	$S_w^*$ augmente légèrement lorsque $k$ décroît, comme $S_w^* \sim k^{\lambda(\alpha - \frac{1}{2})}$	Quasi constant	$M_{\text{ref}} \sim \sqrt{k}$

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle méthodologie déterministe, basée sur l'équivalence à un modèle en texture, pour calibrer un modèle de mousse empirique. Les étapes du workflow proposé sont explicitées sur la figure 3.9. Cette approche a été appliquée à des séries de mesures sur des grès de Fontainebleau de différentes perméabilités, à la fois pour démontrer la robustesse (unicité) et le caractère prédictif du modèle, et pour établir les lois d'échelle des paramètres ajustables de ce modèle par rapport aux propriétés du milieu poreux. Les principales conclusions tirées de ce chapitre sont :

- (a) La calibration d'un modèle de mousse empirique peut être effectuée de façon déterministe au moyen de mesures de la viscosité apparente de la mousse en régime permanent. La calibration demeure cependant approximative pour des ensembles de données incomplets ou dispersés tels que deux acquis sur la carotte de faible perméabilité considérée dans cette étude.
- (b) Les lois d'échelle des paramètres de mousse avec la perméabilité du milieu poreux ont été identifiées. Les lois trouvées sont en accord avec les tendances observées dans les travaux publiés :
  - La fonction  $F_4$  de cisaillement qui modélise l'impact de la vitesse interstitielle du gaz sur la mobilité des mousses semble être invariante pour les carottes de différentes perméabilités, dont l'exposant caractéristique  $e_c$  est proche de 0.7.
  - Pour les milieux poreux homothétiques, la saturation en eau  $S_w^*$  est peu modifiée (faible augmentation) lorsque la perméabilité diminue ; en conséquence, la pression

---

capillaire limite  $P_c^*$  augmente selon une loi proche de  $1/\sqrt{k}$ . L'interprétation de ces résultats a été analysée grâce à deux points de vue quasi-statique et dynamique de la coalescence des bulles de mousse dans les milieux poreux. Le point de vue dynamique apparaît être plus pertinent que l'hypothèse quasi-statique, car celle-ci implique une  $P_c^*$  constante quelle que soit la perméabilité, ce qui est en désaccord avec les observations expérimentales. De plus l'invariance de  $S_w^*$  prédite selon l'hypothèse dynamique n'est toutefois pas parfaitement respectée.

- L'évolution du paramètre de transition  $\Theta$  entre les régimes de faible et haute qualité a été formulée selon les points de vue statique et dynamique. La quasi-invariance des valeurs de  $\Theta$  calibrées pour les deux carottes homothétiques est conforme à l'hypothèse dynamique.
- La réduction de mobilité de référence  $M_{\text{ref}}$  varie comme la racine carrée de la perméabilité. Cette loi d'échelle a été déduite d'une analogie entre l'écoulement de la mousse dans les milieux poreux et l'écoulement d'un train de lamelles dans des capillaires, et rend bien compte des différentes valeurs de  $M_{\text{ref}}$  déduits de la modélisation des données expérimentales disponibles sur les trois carottes.

Pour conclure, nous disposons d'une procédure robuste pour calibrer un modèle de mousse empirique aux données expérimentales. De plus, les lois d'échelle des paramètres empiriques ont été établies à partir des résultats de déplacements de mousse sur des carottes de différentes perméabilités. Bien que l'accord théorie/expérience soit satisfait sur un nombre de paramètres, ces lois doivent être confirmées et étendues à des milieux poreux naturels de différentes structures et propriétés, à l'aide d'autres ensembles de données expérimentales bien documentés et précis. En particulier, les données caractérisant la zone de transition entre les régimes faible et haute qualité sont insuffisantes, ce qui ne permet pas la validation du point de vue dynamique de la coalescence des bulles et des relations de mise à l'échelle correspondantes, établies dans ce document. Nonobstant, la méthodologie et les relations physiques développées dans cette thèse procurent de bases utiles pour guider l'évaluation et la sélection d'un procédé EOR basé sur la mousse dans un réservoir hétérogène. Dans cette optique, nous montrons dans le chapitre suivant l'impact qui aurait la prise en compte de telles lois d'échelle sur la performance de la mousse dans une coupe verticale de réservoir bi-couche.

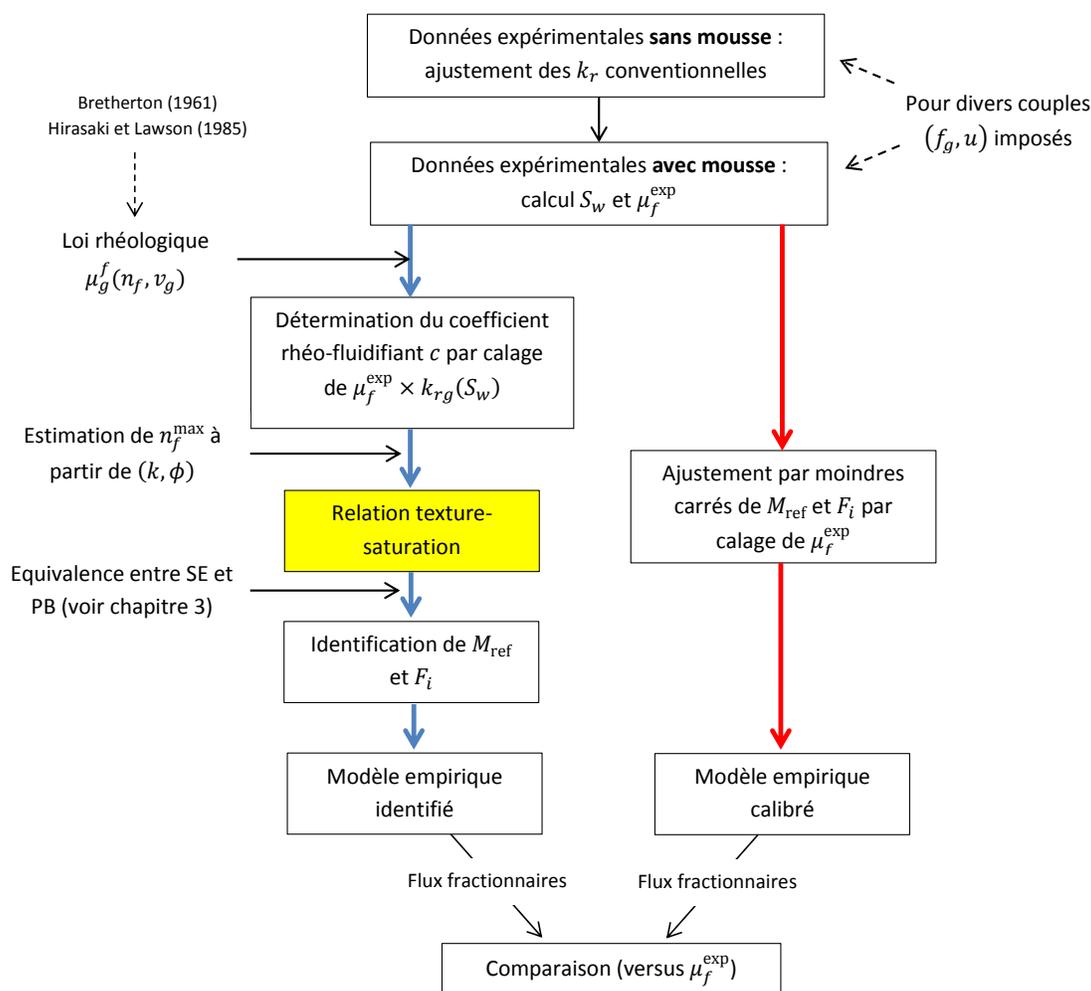


FIGURE 4.13 – Workflow adopté dans ce chapitre pour ajuster les mesures de la viscosité apparente de la mousse par un modèle empirique. Deux méthodes sont appliquées et comparées : la méthode de Farajzadeh *et al* [34] est représentée par un trait continu rouge (à droite) et la méthode d'identification, proposée dans cette thèse, en trait continu bleu (à gauche).